

# 國立交通大學

## 運輸科技與管理學系

### 碩士論文

以近似法求解考慮材積與重量  
之航空貨運營收管理問題



An Approximate Algorithm for  
Air-Cargo Revenue Management Problem  
Considering Both Volume and Weight

研究生：張格禎

指導教授：黃寬丞 博士

中華民國九十六年七月

以近似法求解考慮材積與重量之航空貨運營收管理問題

An Approximate Algorithm for Air-Cargo Revenue

Management Problem Considering Both Volume and Weight

研究生：張格禎

Student : Ko-Chen Chang

指導教授：黃寬丞

Advisor : Kuan-Cheng Huang

國立交通大學

運輸科技與管理學系



A Thesis

Submitted to Department of Transportation Technology and Management

College of Management

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Transportation Technology and Management

July 2007

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十六年七月

# 以近似法求解考慮材積與重量之航空貨運營收管理問題

學生：張格禎

指導教授：黃寬丞 博士

國立交通大學運輸科技與管理學系碩士班

## 摘要

在國際貿易自由化與全球供應鏈的發展下，航空貨運在過去數十年蓬勃發展，目前航空貨運之成長幅度已超越航空客運之成長。此外，自從美國航空公司利用營收管理成功地提高營收後，營收管理於航空客運業已是一項十分普及的技術。有鑑於此，本研究希望能將營收管理應用於航空貨運的艙位規劃上，將有限的艙位妥善使用，以增加航空公司的期望總收益。就營收管理的角度而言，目前航空客運之營收管理相當成功，而航空貨運尚須考慮許多重要的特性，如需考慮貨物材積與重量或是艙位供給之不確定性等等。

應用隨機序程之動態數學規劃(Dynamic Programming, DP)模式，建構一考慮貨物材積與重量隨機性之數學模式，並發展 Joint Approximate Heuristics(JAH)近似法來求解期望收益函數。JAH 近似法將以接受訂位之累積平均材積與重量的 DP 狀態變數，只運算其中之特定幾點，來簡化運算之複雜度。除此之外，還利用模擬需求到達，進而應用多元線性迴歸，求出 DP 模式邊界條件之超賣賠償函數。

本研究利用模擬之方式，對模式進行驗證，並對幾個模式中之重要因素進行敏感度分析。將結果與先前文獻之 Decoupling Heuristics(HD)方法作比較，從小型範例之結果可以發現，HD 啟發式解法所求出之艙位控管決策有其不合理之處。而在中型範例首先對材積與重量之間距( $a, b$ )進行敏感度分析，由結果發現，平均模擬收益值隨著  $a, b$  值之增加，改善幅度越來越小，且不需很大的  $a, b$  值，即可獲得不錯之平均收益。進而探討 HD 啟發式解法、JAH 演算法與無控管下之績效，HD 與 JAH 兩者控管方式皆能夠獲得不錯的結果，與無控管之平均收益相比都能夠高出 7% 以上。又 JAH 控管與 HD 控管相比，JAH 控管與 HD 控管在不同情形下，互有所長，JAH 控管之平均收益普遍略低，差距在 1% 內，但同時標準差卻較低，收益較為穩定。並觀察到在材積容量為瓶頸限制，即材積較重量供給少時，以 JAH 控管會比 HD 控管好很多，可能因為 HD 演算法在材積之費率函數計算上過於簡化，造成對材積部分之控管較為不精確。

關鍵字：航空貨運、營收管理、動態規劃

# **An Approximate Algorithm for Air-Cargo Revenue Management Problem Considering Both Volume and Weight**

Student : Ko-Chen Chang

Advisors : Dr.Kuan-Cheng Huang

Department of Transportation Technology and Management  
National Chiao Tung University

## **Abstract**

Due to world trade liberalization and global supply chain, air cargo industry has been booming for the past several decades. The growth rate of air cargo has surpassed that of air passengers. On the other hand, since American Airlines successfully applied revenue management to raise its profit, revenue management has become a common technique in air passenger business. Therefore, this study is aiming to apply the revenue management concept to the planning and control of air cargo space, so the airlines can fully utilize the limited cargo space to increase the expected revenue.

This study develops a Joint Approximate Heuristics (JAH) based on approximating the expected revenue function in a dynamic programming (DP) model considering both the stochastic volume and weight of air cargo shipments. In order to alleviate the computational load, the approximation is achieved by computing only a specific numbers of data points, which evenly spaced in the ranges of the DP stage variables, the accumulated average weight and volume of the accepted bookings. In addition, the expected penalty due to overbooking, the boundary condition of the DP model, is estimated by simulating the arrivals and then by a multiple linear regression analysis.

This study verifies the model by performing a series of simulation experiments, including the sensitivity analysis for several important factors. In particular, the result is compared with that of a decoupling heuristic (HD) of a key prior research work. It is found that it does not need a large number of sampling points to achieve a good solution quality. In general, the average revenue using JAH is 7% higher than the FCFS (first-come-first-serve) policy and roughly the same as that by the HD control, but the revenue variation by JAH is smaller, suggesting more stable revenue. Especially, if the volume is the bottleneck of the capacity, using JAH control could get better performance than the HD control.

Key Words: Air Cargo, Revenue Management, Dynamic Programming

## 誌 謝

本論文之所以得以付梓，首先要感謝的是黃寬丞老師的悉心指導，在研究所的這段期間給予我觀念的啟迪、研究方法的傳授，並且在生活方面也給予許多建議。尤其是一開始確立論文題目時，給予我許多的指引，讓我可以順利的完成我的碩士論文。其次要感謝兩位口試委員，系上的許巧鶯老師與交研所的汪進財老師，在論文口試期間撥冗細審，給予我許多的寶貴的意見，並提醒我許多疏漏的地方。

研究室的夥伴們，一姐、小奮、宇彤、炒股高手 ZZ 學長，感謝你們從旁與我討論，協助我解決許多大小問題。還有謝謝與我渡過六年的同學們，Mika、mager、lc、左邊、至剛、小白雞、隊長，陪伴我在交大的日子裡，共度許多大小歡笑與難題，因為你們使我在交大的生活更圓滿。其他還有許許多多可稱為「本研究室之友」的同學與學長們，政諺、老蕭、協政學長……族繁不及備載，陪伴我在交大的日子。

最後，最要感謝的是我的雙親與哥哥，因為有你們在背後默默的支持著我，所以才能使我順利完成學業與論文，真的是非常的謝謝你們。

僅將本論文獻給所有感謝的人—那些讓我在交大這六年來，過得更充實且愉快的朋友們，願能將這份榮耀與你們分享。

張 格 禎 謹誌  
中華民國九十六年七月 于風城交大

## 目錄

中文摘要 .....	i
英文摘要 .....	ii
誌 謝 .....	iii
目 錄 .....	iv
圖目錄 .....	v
表目錄 .....	vi
第一章 緒論 .....	1
1.1 研究背景與動機 .....	1
1.2 研究範圍與目的 .....	3
1.3 研究方法與架構 .....	3
第二章 文獻回顧 .....	5
2.1 營收管理之特性 .....	5
2.2 航空客運之營收管理 .....	6
2.3 貨運之營收管理 .....	9
2.4 航空貨運艙位控管之營收管理模式 .....	11
第三章 模式構建 .....	14
3.1 航空貨運艙位管理 .....	14
第四章 模擬驗證 .....	18
4.1 小型範例之模擬驗證分析 .....	18
4.2 中型範例之模擬驗證分析 .....	26
4.2.1 材積與重量( $a, b$ )切割大小之敏感度分析 .....	27
4.2.2 賠償函數之敏感度分析 .....	28
4.2.3 不同供需比之影響 .....	29
4.2.4 不同之貨物型態之影響 .....	30
第五章 結論與建議 .....	32
5.1 結論 .....	32
5.2 建議 .....	33
參考文獻 .....	34
附錄一 JAH 演算法之 matlab 程式碼 .....	36
簡 歷 .....	39

## 圖目錄

圖 1	世界航空貨運成長趨勢[Boeing, 2006].....	1
圖 2	研究流程圖 .....	4
圖 3	巢式機位配置方式[石豐宇、郭維杰, 1999] .....	6
圖 4	Kasilingam 營收管理模式[Kasilingam, 1996].....	9
圖 5	近似值推估法之解說圖 .....	16
圖 6	數學模式運作解說圖 .....	16
圖 7	在決策時段 $t=5$ 時之 DP、JAH 與 HD 艙位控管決策.....	23
圖 8	在決策時段 $t=15$ 時之 DP、JAH 與 HD 艙位控管決策.....	24
圖 9	在決策時段 $t=25$ 時之 DP、JAH 與 HD 艙位控管決策.....	25



## 表目錄

表 1	航空業營運量指數[交通部統計處，2006]	2
表 2	小型範例各類貨物之平均材積與平均重量	19
表 3	小型範例各類別貨物之機率	19
表 4	小型範例各艙等之收益函數	19
表 5	小型範例各艙等在不同決策時段之需求機率	19
表 6	在決策時段 $t=4$ 時之 DP 與 JAH 的期望總收益值	20
表 7	在決策時段 $t=14$ 時之 DP 與 JAH 的期望總收益值	21
表 8	在決策時段 $t=24$ 時之 DP 與 JAH 的期望總收益值	22
表 9	小型範例依照各種艙位控管之模擬結果	26
表 10	中型範例各類貨物之平均材積與平均重量	26
表 11	中型範例各類別貨物之機率	26
表 12	中型範例各艙等之收益函數	27
表 13	中型範例各艙等在不同決策時段之需求機率	27
表 14	基本案例條件下之各控管模擬結果	27
表 15	JAH 在不同 $(a, b)$ 條件下之模擬結果	28
表 16	賠償成本比率為 $(1.5, 1.5)$ 下之各控管模擬結果	28
表 17	賠償成本比率為 $(1.8, 1.8)$ 下之各控管模擬結果	28
表 18	各不同容量需求比之控管模擬結果	29
表 19	變異係數 $\theta=0.35$ 之控管模擬結果	31
表 20	不同貨物型態之控管模擬結果	31

# 第一章 緒論

## 1.1 研究背景與動機

航空貨運近幾年因為國際油價飆漲，導致這一兩年成長趨於遲緩，但以過去數十年整體來看，發展非常迅速，根據世界航太製造業的波音公司所發表的「世界航空貨運預測」(World Air Cargo Forecast)[Boeing, 2006]，仍舊看好未來航空貨運的發展，估計從2006年至2025年廿年間，世界航空貨運每年平均將以6.1%的比率成長，運量從2005年的每年1781 億延噸—公里 (Revenue Tonne-Kilometer, RTK)，成長到2025年每年5828 億延噸—公里，也就是成長幅度將超過三倍(如圖1)。尤其以亞太地區成長量將最為突出，相關的航線，如中國內陸航空貨運預計每年平均的成長率為10.8%，亞太區域內貨運運量之年平均成長亦高達8.6%。而昔日較成熟的北美與歐洲市場，除了與亞洲和西南亞(印度)連接的航線外，其成長率皆低於平均值。

以我國而言，航空貨運業近十年來的發展一直穩定上揚。依據交通部統計處資料[交通部統計處，2006](如表 1)可知，目前航空貨運的成長幅度已超越航空客運之成長狀況；在 2003 年經歷美國 911 事件與 SARS 全球風暴，造成航空客運業當年營運受到重大打擊，但在隔年又止跌回升。反觀航空貨運業，由於國際貿易自由化與全球供應鏈觀念普及，使得國內對於航空貨運的需求與日俱增。近年來雖然因為國際油價攀升，造成 2005 年成長較於趨緩，但整體還是呈現持續成長。而在政府積極推動貨運轉運中心計畫以及台北貨運站民營化的影響下，國內貨運業者均紛紛拓展航空貨運新業務，尋找其在貨運市場定位的利基。

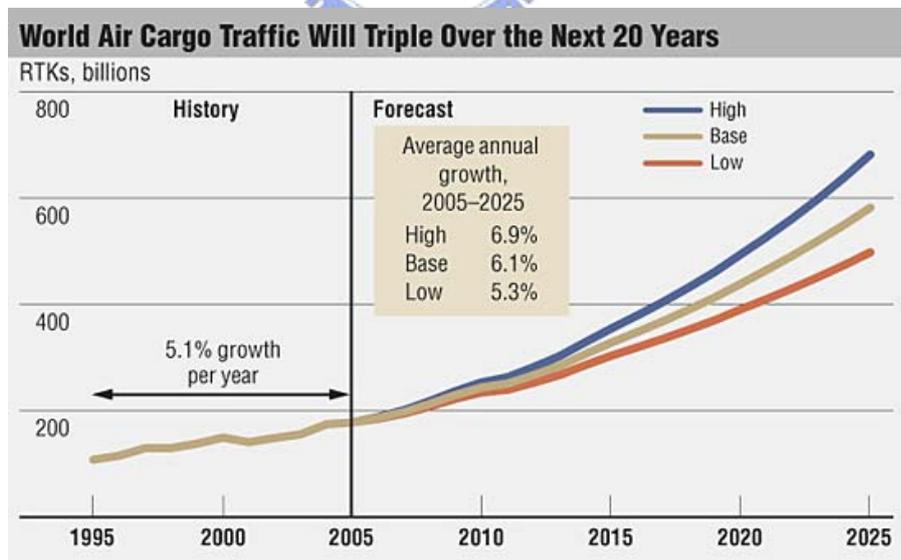


圖 1 世界航空貨運成長趨勢[Boeing, 2006]

表 1 航空業營運量指數[交通部統計處，2006]

單位：%(以 2001 年為基期，國際線為主)

年別	航空客運	航空貨運
1998	81.08	72.32
1999	91.22	92.20
2000	99.25	103.74
2001	100	100
2002	104.58	120.53
2003	92.42	133.65
2004	118.17	159.03
2005	128.23	161.97

有關航空貨運進出口的流程，以出口為例，先由交寄貨品的貨主(shipper)開始，將貨品交由航空貨運承攬業(air freight forwarder)處理，承攬業者會先向航空公司預定艙位並將所承攬之多名貨主的貨物進行貨物併裝，同時處理報關業務；而後將貨物運到機場內(或附近)供貨物存放的航空貨運集散站(cargo terminal)暫存；最後，負責航空貨物卸載的機場地勤業者(ground handling service)將貨物裝載到航空公司(airlines)的全貨機或是客機機腹貨艙。相反地，在貨物抵達目的地之後，經由上述反向操作，貨品才能到達收貨人(consignee)的手上。

由此說明可以瞭解，國際航空貨運有許多參與者及相關作業，其牽涉的管理決策問題亦相當多且繁雜。在整個國際航空貨運的流程中，航空公司與貨主之間通常是不會直接接觸的，居中介地位的航空貨運承攬業扮演著非常重要的角色。其收費與提供的服務品質將直接影響到貨主使用航空貨運的成本與滿意度。同時，對航空公司而言，航空貨運承攬業是航空貨運市場主要的消費者，也是市場需求的來源。目前航空公司分配銷售艙位給承攬業者大多以合作經驗為基礎，並不一定有非常良好的控制；而本研究的重點即在應用收益管理(Revenue Management, RM)在航空公司與承攬業間的艙位規劃上，希望將有限的艙位妥善使用，提升航空公司的總收益。

航空公司運用營收管理技術可有效地控制機位的效益；以美國航空公司為例，其早在 60 年代已經開始進行自己的收益管理系統，發展一連串的作業研究(Operations Research, OR)模式，並將整個問題縮減為三個主要子題：超額訂位、艙等分配與交通管理。該公司的分析顯示，如果沒有使用這套控制系統，估計大約每架班機將有 15% 的高票價座位會保留到起飛時間賣不掉，經使用系統後這類損失可減少至每班機只有 3% 的座位會發生。美國航空公司估計在從 1988 到 1990 年這三年測量出的淨收益約增加至 14 億美元，平均每年約有 5 億美元的收入，也因而使得航空公司逐漸重視收益管理。[Smith *et al.*, 1992]

## 1.2 研究範圍與目的

基於航空貨物高單價、時效性等等之特性，航空貨運的經營必須非常有彈性，對於服務品質的要求也非常高，但同時對於成本的控制也必須非常嚴格。以往艙位分配多應用於航空客運業，且其成效良好，雖貨運與客運間有其需求特性的差異存在，但並非無法將客運的收益管理應用於貨運收益管理上。本研究冀望以(Passenger Revenue Management, PRM)為基礎，考慮航空客貨運中不同的運輸特性與背景，發展一套可應用於(Cargo Revenue Management, CRM)的艙位存貨管理決策，來改善目前使用人工操作，沒有效率的決策。冀能更進一步有效率地利用班機上有限的艙位，達到收益最大化的目標。

目前所界定的研究範圍為單一航段航空貨運之營收管理問題，將蒐集所需的相關文獻並發展適當之數學模型，解決貨運艙位在營收管理之核心存貨管理問題。最後利用範例進行模擬，針對整個模式進行試算調整，以驗證模式之適切性。

本研究整理出研究目的如下：

1. 瞭解目前航空貨運艙位配置問題與特性。
2. 以目前現有航空貨運業機位存貨管理之相關文獻為基礎，改善其缺點，發展適當之數學模型，解決貨運艙位在營收管理之核心存貨管理問題，並建構航空貨運的艙位存貨控制系統。
3. 提出具體的結論與建議，以增進航空貨運業進行收益管理之效率。

## 1.3 研究方法與架構

本研究主要以目前航空貨運發展的營收管理模式為基礎，進一步調整改進其缺點。首先，蒐集目前航空客運與貨運方面營收管理的相關研究，瞭解目前營收管理的問題特性。其次，根據上述資訊，歸納出客貨運間的不同特性。最後，則針對航空貨運目前的營收管理方法作調整，提出改良之數學模式，並利用模擬方式驗證之。

本研究之研究流程如下(如圖 2)：

### (一) 界定研究範圍與目的

本研究對象以航空貨運問題為主，但是由於航空客運的營收管理發展較為成熟，因此由航空客運之發展理論著手，再結合目前現有之航空貨運文獻發展一套可應用於航空貨運營收管理之研究。但首先了解目前營收管理上的發展歷史，並由此劃分研究的主題與範圍。

### (二) 文獻回顧

探討目前航空客、貨運營收管理問題之研究發展，對於各種航空營收管理相關主題加以回顧，以進一步瞭解航空客、貨運營收管理問題的差異與關聯性。

### (三) 模式構建與求解

本研究欲改良現有航空貨運營收管理模式，發展一套方法以求解決航空貨運之艙位控管決策，改善目前使用人工操作，較沒有效率的決策，達到收益最大化的目標。

(四) 模擬驗證與微調

利用模式所計算之結果，撰寫模擬程式，進行數值測試以證明模式之正確性。接著，藉此去修正、調整模式，以更符合現實狀況，最後並證明模式之適用性。

(五) 結論與建議

將研究結果作一歸納與分析整理，並與目前營收管理之研究作一比較，研擬具體的結論與建議，引出後續可行之研究方向。

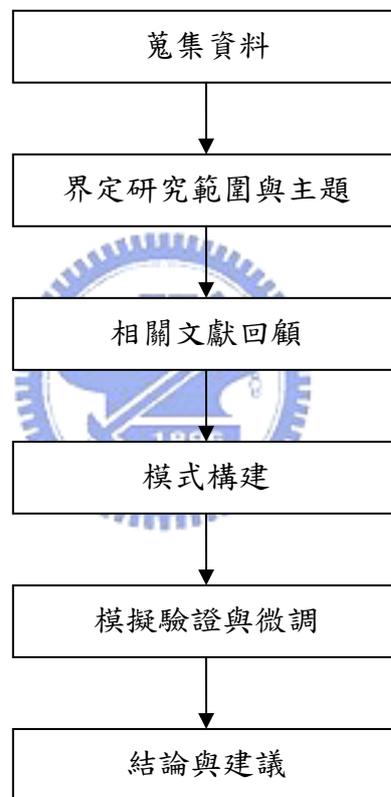


圖 2 研究流程圖

## 第二章 文獻回顧

根據 1987 年美國航空公司的年度報告所描述[Smith *et al*, 1992]，收益管理即是「將適當的機位以適當的價格賣給適當的顧客」。說明航空公司視機位資源隨時間與顧客市場的改變，而具有不同的價值。本章節將先解說應用營收管理之領域的特性，進而介紹目前航空客運上營收管理之相關研究，再探討貨運營收管理之議題，最後切入航空貨運應用營收管理之研究，並比較其與航空客運之間的差異。

### 2.1 營收管理之特性

航空客運的座位或是貨運的艙位都屬於廣義之時效性資產的營收管理(Perishable-Asset Revenue Management, PARM)的一部分，根據[Weatherford & Bodily, 1992]的研究顯示，時效性資產具有以下三種特性：

- a. 不可儲存性：所謂的時效性資產又稱時效性商品(perishable product)，其具有一生命週期，在此週期過後商品將不再具有價值或耗損掉大部分的價值。因此，一但過了其時效性，這些被保存的服務或商品則無法繼續創造利潤，再且這些商品的需求通常具有不確定性，因此各種營收管理的相關研究應運而生。
- b. 固定的資源(容量有限)：對於時效性商品的數量限制，有時來自於服務的容量限制，如：旅館房間或機位；有時則是因商品具有生命週期，廠商自然在提供此商品時會限制商品數，以免滯銷的情形發生。因數量有限且具有時效限制，因此一般時效性商品的價格會在一大範圍內做調整，以達到最有效的利用，使收益最大。
- c. 具有區隔市場的可能性：以航空公司的營收管理為例，其市場區隔主要是經由一些特殊的條件來區隔飛機上的機位，並給予不同的價格方式來進行。由於此種定價結構，使得航空公司非常重視機位的存貨管理。因為如果保留太多高價的機位，可能在班機起飛前將無法售完，造成損壞損失(spoilage loss)；但如果規劃給低價的機位太多，也有可能將一些原先有可能購買高價機位的旅客移轉到低價位機票上，使得航空公司喪失這些潛在的收益，造成收益損失(yield loss)。

[Littlewood, 1972]提出，折扣後的機票價格若超過未來全額票價收益的期望值時，則應該就折扣的票價售出，此即是營收管理的起源。直到後來美國解除航空管制後，營收管理才開始深入發展；各家航空公司得以在合理的降價中與同業競爭，並經由此方式區隔市場。

航空客運與航空貨運所販賣的商品皆屬於時效性商品的一種，只是航空客運運送的對象是人，商品的是機位，航空客運運送的是貨物，商品是艙位。兩者在班機起飛後所剩餘的機位或艙位皆無剩餘價值。基於兩種商品特性的相似性，以及兩種需求均具有的不確定性，就航空公司經營的角度而言，廣泛應用在航空客運的營收管理技術，應該可以應用在航空貨運的艙位管理上，但實際上兩者仍有許多必須特別注意的差異。

## 2.2 航空客運之營收管理

航空公司進行營收管理，一般先透過預測可用容量與需求以作出市場區隔，並訂出最佳的價格，以使承載量、總收益與邊際收益達到最佳化。營收管理在航空客運上的應用大致可分為以下三步驟：

- 一開始先基於需求的特性與價格的敏感度，把飛機客艙的某服務艙等(cabin class)，如經濟艙，進行市場區隔，訂定不同的票價，稱為費率艙等(fare class)。本研究主要的探討對象即是費率艙等，後簡稱為艙等。
- 針對同一班機客艙不同之費率艙等給予不同的購票限制條件，這些限制條件則必須要能將那些高價位與低價位的機票市場區隔清楚，使這些相同的機位區分為不同的商品與市場定位。
- 考慮到各艙等的需求分布，經由歷史訂位資料來決定其訂位上限、定價或超賣等。因而制定各艙等的訂位限制，控制各艙等的機位的銷售量，使總收益最大。

有關機位的配置方式，目前航空公司普遍使用的以巢式為主。巢式的機位配置係將各艙等依照其費率高低的不同的，設置其不同的「最低預留位」( $L_i, i=1..k$ ，共有  $k$  種艙等，其中  $i=1$  為票價最高的艙等，依序  $i=k$  為票價最低者)。其特色是各艙等預留位卻不僅只售給該艙等的機位需求，尚可售給該艙等以上的較高費率需求。因此，最高費率的可使用容量( $B_1$ )即為此班機的最大載客數( $C$ )，次高費率的可使用容量( $B_2$ )即為最大載客數減去最高費率的最低預留位( $C-L_1$ )；以此類推，則最低費率的可使用容量即為其最低預留位( $B_k=L_k$ ) (如圖 1)。如何分配巢式配置內各艙等的最低預留位並在銷售過程中加以控管，使總收益最佳化，則為營收管理的主要問題。

$$\text{最高載客量} = L_1 + L_2 + \dots + L_k = B_1 = C$$

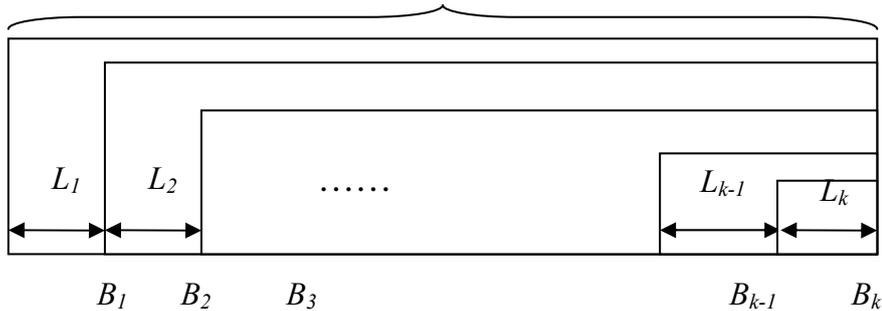


圖 3 巢式機位配置方式[石豐宇、郭維杰，1999]

早期航空公司營收管理有關座位的配置與控管，一般屬於靜態(static)的方式，其主要要有六個重要的基本假設[McGill & van Ryzin, 1999]：

- 1.循序的訂位艙等(sequential booking classes)，也就是一個時期只會有一種艙等的訂位需求出現。
- 2.上述循序的各艙等訂位中，低費率的艙等需求出現一定早於高費率。
- 3.艙等間彼此的需求是獨立的。
- 4.不考慮取消(cancellation)與未出現(no-shows)。
- 5.對象為單一航段中的航班，不考慮網路影響。
- 6.不考慮多席訂位，一次只能處理一個座位的訂位。

上述假設的確反映了部分航空客運訂位需求的特性。例如，對於休閒旅次而言，其需求確實會比商務旅次較早確定，因此低費率的艙等需求出現一般會早於高費率。然而，由於現在千變萬化的票價與購票規則，事實上各種旅次需求的產生，卻也並非如上述第一、二、三個假設般單純。而且就第四個假設而言，早期數學模式剛發展時，只能處理比較簡單的問題，因此無法考慮取消與未出現的問題；但在現實生活中，訂位取消與未出現其實與航空客運的營收管理間有密切的關係存在，是一項非常重要的變數。由此可知，上述六大基本假設是為了簡化航空市場內複雜的買賣關係與顧客行為，以便營收管理的模式求解，而制定出的假設與限制，但這些假設卻也使得模式無法真實表現出部分實際的狀況。

根據上述的假設，早期學者[Belobaba, 1989]提出了一個數學規劃的模型，並提出一啟發式解法稱 EMSR (Expected Marginal Seat Revenue)。該模式主要是考量機位之邊際收益隨著保留機位數的增加而下降。因此在評估各艙等的預留位數時，是以各費率艙等預留位數的邊際收益期望值為基礎，當最高費率艙等的邊際機位收益期望值小於次高費率艙等費率時，則應該開始賣次高艙等的機位，此時的機位數則為最高費率艙等的最低預留位數。以此觀點類推，可以得到各高低艙等間的相對預留位數，並進而得到各艙等的最低預留位數。

之後學者[Curry, 1990]、[Wollmer, 1992]、[Brumelle & McGill, 1993]改善 Belobaba 的模式，找出全域最佳解(global optimal)。但上述皆屬於靜態的機位存貨管理模式，沒有深入探討機位管理中需求產生與時間的關係。因此對於隨時間所產生的需求變化，在實際應用上必須隨時間依當時狀況改變參數再重作一次，非真正屬於動態的模式。

國內有關航空客運營收管理的研究，有多位學者延續前述模式，鬆弛六大基本假設，例如考慮網路架構或包含取消訂位機率等特性。其中，[陳昭宏、張有恆，1999]改善 Belobaba 的 EMSR 模式，提出班機起飛前高低費率互相競爭登機與超賣的成本函數。避免以往的模式中，僅考慮補滿訂位未報到人數，且未納入超賣成本考慮之缺點。[顏上堯、陳茂南，2000]則探討在低票價率可較高票價旅客先出現要求訂位，但有部分需求重疊的情況。當中包含多重票種與多重起訖點，並運用邊際座位收益法及數學規劃方法求解。[汪進財、蔡言宏，2001]運用一次決策與最佳邊界的概念，構建單一累率與兩

費率之超額訂位模式，使用巢式配置，考慮起飛前的取消訂位與未報到旅客，訂立一組超額訂位上限。

有關前述靜態的機位存貨管理的六個假設，固然簡化了營收管理的複雜度，但畢竟與真實的需求型態有明顯的差距。[Lee & Hersh, 1993]針對假設一，認為現時情況各艙等之需求不應是循序發生的，從時間軸的角度來考量，各艙等需求的發生應該有所重疊。因此，將整個對於機位的需求視為隨機序程(stochastic process)，將各艙等的需求強度轉換成一需求機率，而此機率將隨時間而有所改變。基於上述分析，Lee & Hersh 考慮時間與各艙等的機位需求之間的關係，建立一動態規劃(Dynamic Programming, DP)的數學模式。

Lee & Hersh 的另一個貢獻是針對假設六，「不考慮多席訂位，一次只能處理一個座位的訂位」提出修正，認為訂位的需求應該包含「多席訂位」之需求，考慮各艙等中不同機位數的需求機率。其採取一聯合機率密度函數來表示任一時段對於不同艙等的不同訂位數的需求機率，並假設各艙等每次訂位的上限。而在考慮多席訂位時，所比較的決策改為此多席訂位所帶來的收益與保留這些機位到下段時期的可能期望收益。

我國機位存貨管理研究在動態存貨管理方面有多篇論文應用了 Lee & Hersh 所使用的模式。如：[石豐宇、黃瑞財，1996]建立動態多席訂位需求預測模式，引用非均質卜松分布，針對不同艙位等級之訂位需求，在不同時段給予不同抵達率。模式推估顯示當訂位需求為時間之多項式時，概似函數經證明為一凹型函數。另外，[石豐宇、郭維杰，1999]以 Lee & Hersh 之直飛航班動態多席訂位模式為根據，探討單一航班多地停靠與多重航班同時考慮下之艙位規劃模式構建。其並提出數項求解方法之選擇策略，以改善實際應用上之求解效率。[陳雅妮，2001]以個別旅客的機位需求、個別旅客對機票效期所感受之不便成本價值，與航空公司所制定各類票價產品之時間限制、票價間之關係為基礎，構建一訂位艙等規劃之解析性模式。研究中並探討影響供需兩面互動之重要因素，以分析航班客位需求並進行訂位艙等規劃，與制定最適售票時間。

在 1999 年，[Subramanian *et al.*, 1999]延續 Lee & Hersh 的模式，更進一步放鬆假設四，考慮取消(cancellation)與未出現(no-shows)的情形，建立一動態規劃的數學模式。將取消訂位的情形加入考量，每個時段皆有一取消訂位之機率，其機率與該時段已經賣出機位數相關，各艙等需求產生機率與取消一個訂位機率與沒有需求產生機率之總和需等於 1，且在飛機起飛時段會依據以賣出機位，產生一訂位未出現之二項式分佈，因此考慮超額訂位，設立超賣之賠償函數。而其接受訂位與否，主要是比較此機位在此時售出或保留到下一決策時段，何者對於期望總收益的幫助較大而決定。

而上述關於營收管理之研究，只是相關文獻的一小部分，若想更深入的瞭解營收管理應用之領域，與如何應用，可以參考[McGill & van Ryzin, 1999]所提出之營收管理研究報告，或是[Talluri & van Ryzin]的營收管理之理論與實務一書。

## 2.3 貨運之營收管理

營收管理在貨運業可應用的範圍涵蓋極廣，除了航空貨運外，還有貨櫃行商、海運的貨櫃營運等。國內關於貨運營收管理的相關文獻較少，重點大多擺在海運貨運貨櫃的調度與艙位配置，如：[李高彥，1995]以建立定期貨櫃海運業之營收管理模式為研究目的，其以營收管理應用於航空客運業之經驗移植到海運業。[李啟安，2001]則主要在探討貨櫃的航商營收管理。由於貨櫃航商提供之艙位不具儲存性，航商如何配置適當之艙位數至適當之起訖對，以避免發生艙位過多或短缺之情形，造成收益減少，為航商重視之課題。

對於討論航空貨運的收益管理，[Kasilingam, 1996]以航空公司使用客貨兩用機為例，提出如圖 4 之航空貨運收益管理模式。並指出貨運由於具有其特殊的存貨方式、交易與訂位行為、及容量的不確定性，因此可利用供給量的出現機率評估其最適的超賣水準。

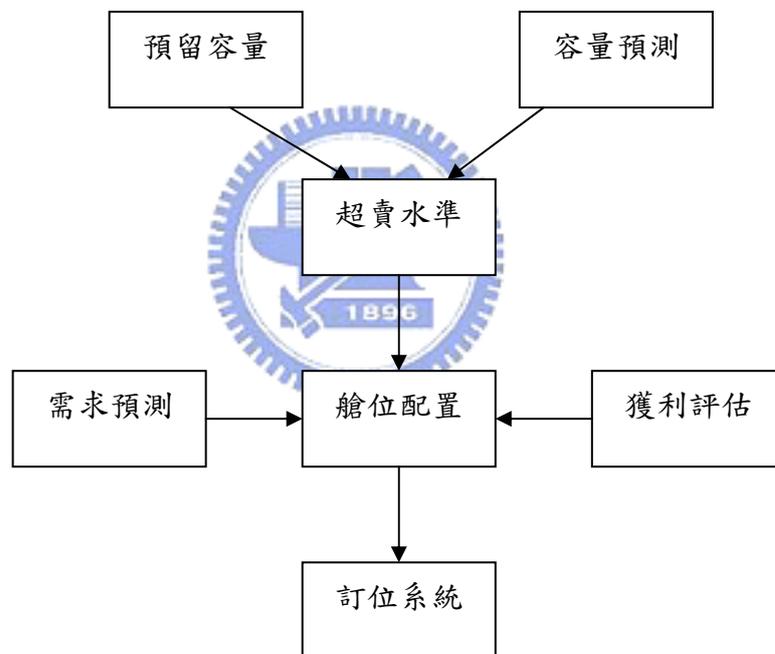


圖 4 Kasilingam 營收管理模式[Kasilingam, 1996]

客運營收管理與貨運營收管理一般而言具有以下幾點差異：

1. 就供給上，客運座位數十分明確，但貨機艙位供給量卻受以下幾點的影響：
  - a. 貨物在裝載時，會因為貨物之幾何形狀等情況，使得盤櫃完成裝載後的實際的容量並不確定。
  - b. 各航機的飛行計劃書通常在接近起飛時才會由航管單位許可放行，因此其飛行航線、飛行高度、以至航路上的氣候、風速、風向等，都要到當時才知道，該等因素都會影響航機所必須攜帶之油料，進而影響酬載。

- c. 飛機的最大起飛重量，亦會受到跑道的溼度與溫度的影響，當跑道越濕滑或溫度越高，最大起飛載重量會因而減少；反之，則增加。
- d. 當使用客機的機腹(belly cargo)送貨時，由於班機是以乘客的行李為優先，但每次乘客的行李要到旅客完成報到才明確知道數量，因此也要到班機起飛前才能確定分予貨運使用的部分有多少，更增加的供給上的不確定。
- e. 航空貨運承攬業者(air freight forwarder)通常會事先在飛機起飛前幾個月，就與航空公司簽下協議(allotment)，使得該班飛機大部分的容量皆已無法應用營收管理，只剩下一小部分自由販售(free-sale)之容量可以應用營收管理控管。而由於貨運承攬業者若無法提供達到協議之貨物量，航空公司也沒有要求賠償之制度，所以在旺季時，貨運承攬業者通常會簽訂大於可以提供之貨運量的協議，也是供給不確定性因素之一。
- f. 飛機可裝載之容量受到材積與重量之雙重限制，而在訂位需求產生時，通常無法確切的知道貨物之材積與重量大小，直到打盤要裝載到飛機上時，才會知道實際大小，因而造成供給不確定性。

由於以上各點，都是造成貨運上之艙位總供給量不確定性的因素，但是本研究主要針對貨物材積與容量之不確定性之因素做探討，使用隨機變數依照特定分佈隨機產生各種貨物之材積，以求貼近真實情境。

2. 就需求上，航空客運與貨運之訂位差異可分以下幾點：
  - a. 客運機位的對象是乘客，可以分出艙等，針對不同顧客給予不同的服務或附加不同的限制條件。但是貨運艙位的對象是貨物，目前在服務上航空公司並無給予明確的劃分。
  - b. 客運「機位」與貨運「艙位」的劃分不同，其中機位以席計算，每次需求進入可分為單席或多席訂位。但是艙位訂位時以重量或材積計算，一般每次訂位有最低容量限制，因此原則上每次訂位應視為多席訂位。

準確的預估現有訂位需求的出現率，是航空公司實行超額訂位的一個重要關鍵因素，國內[許文娟，1998]改善 Kasilingam 營收管理模式，以總成本期望值最小與淨收益期望值最大為目標，將航空公司所提供之貨運可用容量與顧客貨物訂位之出現率，均表示成具有不確定性之隨機變數形式，構建出可供求解最佳超賣水準與目標式之模式。在就成本函數之敏感度分析歸納時，發現閒置成本對目標式之影響大於超賣成本。

[Popescu *et al*, 2006]以航空客運營收管理為基礎，調查蒐集適合的航空公司實際的出現率情形，以這些資料估計出一個離散的出現率分佈，經由數值測試結果，利用此出現率分佈可以改善利潤與服務水準。

[Luo & Cakanyildirim, 2004]提出考慮貨物重量與材積的超額訂位營收管理模式，其模式考慮容量未完全利用或超出限制所產生的閒置成本和超賣成本，將此兩種成本加總，求其成本最小化。結果顯示在只考慮貨物重量下，最佳超賣水準不會隨著訂位需求而改變，而考慮貨物重量與材積下，最佳訂位水準會落在一以重量與體積為軸的曲線上。

## 2.4 航空貨運艙位控管之營收管理模式

上一小節關於航空貨運的研究均只談到航空貨運就超賣上的處理或控制，並沒有進一步談討至艙位管理的部分。其中關於航空貨運艙位控管之研究，[許文秀，2004]、[Huang and Hsu, 2005]提出一考慮供給不確定性之航空貨運艙位的動態規劃模式，使航空公司在面臨需求與供給雙方面之不確定性時，仍能經由有效地進行艙位控管配置，達成總收益最大化之目標。

然而上述研究只考量貨物重量之單一維度，因此只適用在無法獲得較多貨物資訊之情形下。而現今航空公司多會考量貨物材積與重量兩項維度，由[Amaruchkul *et al*, 2006]所提出之模式，其將貨物之重量與材積兩項維度皆考慮，材積與重量依照一特定分佈隨機產生，發展一利用隨機序程求解單一航段航空貨運之動態數學規劃營收管理模式。

首先，將所有訂位需求，依照貨物特性（重量、材積、急迫性等等），區分為  $m$  種型式(type)。從開始接受訂位起到班機起飛前的這段時間分為  $n$  個決策時段。有關  $n$  之決定，必須使每個決策時段的時間長度細分至只能有一個以下的訂位需求進入。由開始訂位到班機起飛的決策時段分別由  $n$  編號到 0，其動態規劃之模式如下：

符號說明：

$i$  : 代表訂位貨物型式(1 ...  $m$ )。

$t$  : 代表決策時段(1 ...  $n$ )。

$r_i$  : 代表  $i$  型式貨物的費率函數。

$V_{il}$  : 表示對  $i$  型式貨物第  $l$  次接受訂位之材積分佈(可假設此等材積均符合  $i$  型式貨物材積之隨機變數分佈  $V_i$ )。

$W_{il}$  : 表示對  $i$  型式貨物第  $l$  次接受訂位之重量分佈(可假設此等重量均符合  $i$  型式貨物重量之隨機變數分佈  $W_i$ )。

$\gamma$  : 為由 IATA 訂定之體積量度標準的常數。

$\rho_i$  : 表示接受  $i$  型式貨物的訂位，可以得到之期望收益，  
 $\rho_i = E[r_i(\max\{W_i, V_i / \gamma\})]$ 。

$P_{it}$  : 在決策時段  $t$ ， $i$  型式貨物之訂位機率。

$P_{0t}$  : 在決策時段  $t$ ，無訂位需求產生的機率， $P_{0t} = 1 - \sum_{i=1}^m P_{it}$ 。

$x_i$  : 代表  $i$  形式貨物已接受訂位之數目。

$\mathbf{x}$  : 由所有  $x_i$  所組成之向量，表示各種型式貨物已接受訂位之數量， $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ 。

$g_t(\mathbf{x})$  : 在決策時段  $t$ ，已接受  $\mathbf{x}$  筆訂位的最佳期望總收益值。

$h_v(\cdot)$  : 因為超賣必須拉下某些貨物時，材積方面之賠償函數。

$h_w(\cdot)$  : 因為超賣必須拉下某些貨物時，重量方面之賠償函數。

$$g_t(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m P_{it} \max\{\rho_i + g_{t-1}(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i), g_{t-1}(\mathbf{x})\} + P_{0t} g_{t-1}(\mathbf{x}), \quad t=1, \dots, n. \quad (1)$$

$$g_0(\mathbf{x}) = -E \left[ h_v \left( \sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^{x_i} V_{il} \right) + h_w \left( \sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^{x_i} W_{il} \right) \right] \quad (2)$$

式(1)為一動態數學規劃模式，藉此式可以推算出期望總收益值，式(2)則為當決策時段等於0時之邊界條件，計算當超賣情形發生之期望賠償值，為一線性賠償函數。接受貨物之訂位需求與否，依照邊際期望收益與接受該貨物訂位可獲得之收益比較，若可獲得之收益大於等於邊際期望收益則接受，反之則否，如式(3)所示：

$$\rho_i \geq g_t(\mathbf{x}) - g_t(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i) \quad (3)$$

而由於上述模式需記錄各型式貨物所有已接受訂位情形，即狀態變數  $\mathbf{x}$ ，由於所需記錄之狀態變數過多，造成運算極為複雜，無法在短時間內迅速求解。所以此篇作者為了改善上述情形，做了兩項簡化的處理：

1. 將狀態變數簡化為兩個維度，只記錄已接受訂位貨物之總平均材積與重量。
2. 若只記錄貨物之平均總重量與材積兩項變數，但是當問題規模越來越大，會使得所需記錄之狀態變數急遽增加，終究會使得模式過於複雜變成無法在短時間內求解之問題。因此又將材積與重量函數拆開各別考慮，簡化為兩個單一維度，如此一來可以大大簡化問題之複雜度。

依照上述兩項簡化方式，尋找此動態數學規劃模式之上界(在此研究中，作者簡稱此啟發式解法為 Heuristics Decoupling, HD，本研究後續皆以 HD 稱之)，如下詳述：

此簡化後之數學規劃模式，理論上可以求出期望總收益之最佳解。雖然符號說明：

$\bar{v}_i$  : 代表*i*型式貨物之平均材積。

$\bar{w}_i$  : 代表*i*型式貨物之平均重量。

$x$  : 代表已經接受訂位之期望總材積， $x = \sum_{i=1}^m x_i \bar{v}_i$ 。

$y$  : 代表已經接受訂位之期望總重量， $y = \sum_{i=1}^m x_i \bar{w}_i$ 。

$f_i^w$  : 當接受*i*型式貨物訂位時，依其重量可獲得之期望收益， $f_i^w = E[r_i(W_i)]$ 。

$f_i^v$  : 接受*i*型式貨物訂位時，若其材積經過IATA體積量度標準換算後大於其重量，則表示依據材積收費可獲得較多的收益，此值即為可以依重量計費多獲得之期望收益。 $f_i^v = E([r_i(V_i/\gamma) - r_i(W_i)]\mathbb{1}\{V_i \geq \gamma W_i\})$ ，(使用 $\mathbb{1}\{A\}$ 表示當A事件發生則為1，反之為0)

$u_t^v(x)$  : 表示在*t*時段，已經接受*x*材積之訂位，以材積計價比依照重量計價所能多獲得之期望總收益。

$u_t^w(y)$  : 表示在*t*時段，已經接受*y*重量之訂位，依照重量計價所能獲得之期望總收益。

$$u_t^v(x) = \sum_{i=1}^m P_{it} \max\{f_i^v + u_{t-1}^v(x + \bar{v}_i), u_{t-1}^v(x)\} + P_{0t} u_{t-1}^v(x); \quad t = 1, \dots, n \quad (4)$$

$$u_0^v(x) = -h_v(x) \quad (5)$$

$$u_t^w(x) = \sum_{i=1}^m P_{it} \max\{f_i^w + u_{t-1}^w(y + \bar{w}_i), u_{t-1}^w(y)\} + P_{0t} u_{t-1}^w(y); \quad t = 1, \dots, n \quad (6)$$

$$u_0^w(y) = -h_w(y) \quad (7)$$

式(4)、式(5)分別為計算材積與重量之期望總收益的數學規劃模式。式(6)、式(7)則分別為材積與重量在決策時段等於0之邊界條件，當超賣情形產生所需賠償之值，此賠償函數單純的依據超出實際飛機容量來賠償。

此 HD 啟發式解法主要是將原來記錄多種貨物型式的狀態變數，簡化為只考慮以訂位之材積與重量的期望總量。使得原本極為複雜之狀態變數，變成只有材積與重量的兩個單一維度之狀態變數，最後將材積函數與重量函數分別求出之期望總收益值加總，此加總值會大於等於原模式之期望總收益，如式(8)。因為原有賠償函數為各種材積與重量超出容量限制之期望賠償值，而 HD 啟發式解法改用平均材積與重量來代替，會降低超賣情形發生，造成賠償函數值較小，使得邊界賠償值較小，慢慢遞迴後，會將期望總收益放大，所以此值恆為一上界值，作者也有詳細之證明。

$$g_t(\mathbf{x}) \leq u_t^v(x) + u_t^w(y), \text{ for each } t = 0, 1, \dots, n \quad (8)$$

而依照 HD 啟發式解法，可以迅速的分別求出材積與重量之期望總收益值，在應用式(9)之概念，可獲得一套接受訂位與否的艙位控管決策模式。

$$\rho_i \geq [u_t^v(x) + u_t^w(y)] - [u_t^v(x + \bar{v}_i) + u_t^w(y + \bar{w}_i)] \quad (9)$$

## 第三章 模式構建

從文獻回顧中不難發現，以往對於航空客運業營收管理方面的研究十分豐富，在討論機位的存貨控管模式時，可分為靜態與動態之數學規劃。本章將使用隨機序程之動態數學規劃模式，以[Amaruchkul *et al*, 2006]動態營收管理模式為基礎，探討其應用於航空貨運的最適艙位規劃方式。

### 3.1 航空貨運艙位管理

艙位管理模式的重點在於，當有訂位需求進入時，該如何決定是否要接受此訂位需求。過去的研究通常是依據一訂位上限值或者是訂位時間點，做為接受或拒絕訂位需求的判斷依據。但在本研究中則是使用 Amaruchkul 等人提出的動態數學規劃模式為本研究之模式基礎。

然而因為其基本模式，需要分別記錄所有型式貨物之訂位情形，即狀態變數  $\mathbf{x}$ ，當問題規模變大，狀態變數的規模會隨之急速增加，形成無法短時間內迅速求解之問題。

因此提出 HD 啟發式解法，將記錄所有型式貨物訂位情形之狀態變數，簡化為只記錄已接受訂位貨物之總平均材積  $x$  與平均重量  $y$ 。上述作法頗為合理，但是接著將材積與重量函數拆開各別考慮，簡化為兩個單一維度，雖然如此一來可以迅速分別求解出材積與重量之期望總收益，將其兩者之期望值相加，可獲得基本模式之上界值，並可以此上界值，做為艙位控管決策。然而這樣的作法會有以下缺失：「依照此 HD 啟發式解法，所求出之艙位控管機制，由於決策時分開考慮材積與重量，造成正確性會受到影響，較理想之作法仍應將材積和重量一併考量。」

故本研究沿用只記錄已接受訂位貨物之總平均材積  $x$  與平均重量  $y$  之假設，希望提出一可將材積與重量同時考慮之啟發式解法，以求能完善描述航空貨運的營收管理問題。首先，同樣是利用隨機序程的模式，將所有訂位需求，依照物品特性（重量、材積、急迫性等等），區分為  $m$  種型式(type)。從開始接受訂位起到班機起飛前的這段時間分為  $n$  個決策時段。有關  $n$  之決定，必須使每個決策時段的時間長度細分至只能有一個以下的訂位需求進入。由開始訂位到班機起飛的決策時段分別由  $n$  編號到 0，其動態規劃之模式如下：

符號說明：

$k_v$  : 代表飛機可搭載之材積。

$k_w$  : 代表飛機可搭載之重量。

$\hat{u}_t(x, y)$  : 在決策時段  $t$ ，已接受訂位之期望材積  $x$  與期望重量  $y$  時的最佳期望總收益值。

$h(\cdot)$  : 因為超賣必須拉下某些貨物時之賠償函數。

$$\hat{u}_t(x, y) = \sum_{i=1}^m P_{it} \max \{ \rho_i + \hat{u}_{t-1}(x + \bar{v}_i, y + \bar{w}_i), \hat{u}_{t-1}(x, y) \} + P_{0t} \hat{u}_{t-1}(x, y)$$

for  $t = 1 \dots n$  (10)

$$\hat{u}_0(x, y) = -E[h(x, y, k_v, k_w)] \quad (11)$$

式(10)為期望總收益之數學規劃模式，式(11)則為當決策時段等於0之邊界條件，由此賠償函數可求出在已接受不同材積與重量之訂位下，依照超賣情形給予不同的賠償值。

而是否接受訂位之決策模式，則依照式(12)所示，若接受該  $i$  型式貨物所獲得之期望收益值大於等於該決策時段之邊際收益值，即接受訂位，反之則否。

$$\rho_i \geq \hat{u}_i(x, y) - \hat{u}_i(x + \bar{v}_i, y + \bar{w}_i) \quad (12)$$

由於本模式需將現有接受訂位之期望總材積與重量同時考慮，即使只有材積  $x$  與重量  $y$  兩個維度，但假如個別可能的數值數目很多，組合的狀態仍然非常可觀。例如以 [Amaruchkul *et al.*, 2006] 所使用之模擬範例來說明，其考量材積從 0~5940 (單位為  $10^4 \text{ cm}^3$ )，重量從 0~1020 (單位為 10 kg)，則每一個取整數就需要計算  $5940 \times 1020$  的數量，再考量時間維度後，就又陷入無法求解的地步。所以只考慮特定數量之材積  $x$  與重量  $y$ ，如將上述例子材積範圍 0~5940 切割為 10 個點作代表，重量範圍 0~1020 也切割為 10 個點作代表，則每決策時段所需計算之數量減少為 100 個，至於其他點則以近似之方法去推估，這樣會使得問題規模變小，將其變成可以快速求解之問題，此動態規劃模式之近似演算法如下(往後若在文中提到，將以 Joint Approximate Heuristics, JAH 稱之)所示：

符號說明：

$x_j$  : 將可接受超額訂位之材積數量，切割為  $a$  等分，以此  $j$  點之材積值為代表，只對這些點做運算，( $j=0, 1, \dots, a$ )。

$y_k$  : 將可接受超額訂位之重量大小，切割為  $b$  等分，以此  $k$  點之重量值為代表，只對這些點做運算，( $k=0, 1, \dots, b$ )。

$w_t(x_j, y_k)$ : 在決策時段  $t$ ，已接受訂位之期望材積  $x_j$  與期望重量  $y_k$  時的期望總收益值。

$$w_t(x_j, y_k) = \sum_{i=1}^m P_{it} \max\{\rho_i + w_{t-1}(x_j + \bar{v}_i, y_k + \bar{w}_i), w_{t-1}(x_j, y_k)\} + P_{0t} w_{t-1}(x_j, y_k) \quad (13)$$

for  $t = 1, 2, \dots, n; j = 0, 1, \dots, a; k = 0, 1, \dots, b.$

$$w_0(x_j, y_k) = -E[h(x_j, y_k, k_v, k_w)] \quad (14)$$

依照上述 JAH 演算法，根據式(13)之數學規劃模式與式(14)之邊界條件，來求解期望總收益  $w_t(x_j, y_k)$  值。而邊界條件之設定有兩種作法，如下所示：

1. 利用式(5)與式(6)之概念，單純的只考慮材積與重量超出容量限制的部分，為一線性賠償函數。
2. 但是上述作法，並不是非常適當，因為貨物之材積與重量皆具有不確定性，依照特定機率分佈，並非為定值，所以實際上在接近容量限制的區域，就有可能發生超賣的情形。所以本研究進行前置作業(Pre-processing)，利用模擬需求到

達之情形，將獲得的貨物實際材積與重量資料，使用多元線性迴歸來求解，利用迴歸求出之參數來作為新的邊界條件之賠償函數。

假設  $w_{t-1}(x,y)$  在  $0 \leq x \leq x_j$  與  $0 \leq y \leq y_k$  之所有期望總收益值皆為已知，依據式(13)可以求出  $w_t(x_j, y_k)$ , for  $j = 0, \dots, a; k = 0, \dots, b$ . 而其他非  $(x_j, y_k)$  所切割之特定點的期望總收益值，則可以利用目前已知之特定點的期望總收益值，和近似值推估法推出一概估值。

近似值之推估法如圖 5， $(x,y)$  之點必定會座落於某個依照 JAH 演算法所切割的區域內，即為  $x_j \leq x \leq x_{j+1}$  與  $y_k \leq y \leq y_{k+1}$ ，且由於材積  $x_j$ 、重量  $y_k$ 、期望總收益值  $w_t(x_j, y_k)$  和與其鄰近之其他三點  $w_t(x_{j+1}, y_k)$ 、 $w_t(x_j, y_{k+1})$ 、 $w_t(x_{j+1}, y_{k+1})$  皆為已知，再藉由  $w_t(x_j, y_k)$  與  $w_t(x_{j+1}, y_{k+1})$  所構成之直線將此四點切割為兩個平面，視  $(x,y)$  座落於那個平面，將  $(x,y)$  點帶入平面公式可求出其常數項之值，以此常數值作為期望總收益之近似值。而整個數學模式運作方式如圖 5。

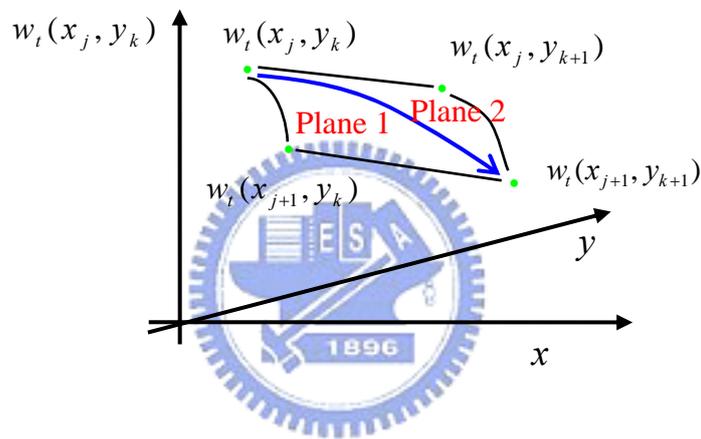


圖 5 近似值推估法之解說圖

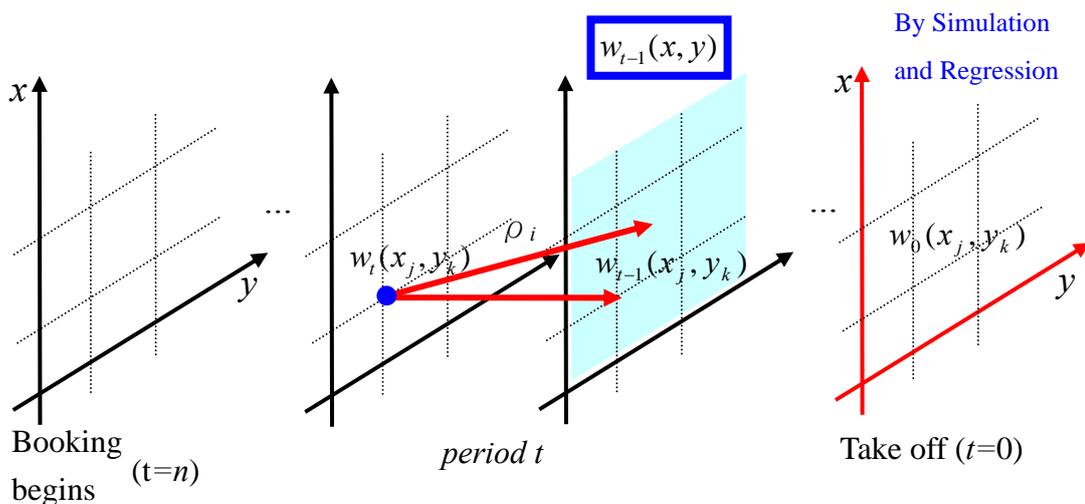


圖 6 數學模式運作解說圖

因此依據 JAH 演算法，可以推算出所有情形之期望總收益值，然後依照式(15)之決策模式，可獲得一新的艙位控管機制。

$$\rho_i \geq w_i(x, y) - w_i(x + \bar{v}_i, y + \bar{w}_i) \quad (15)$$

而應該如何選取材積與重量數值之間距，與  $a$ 、 $b$  兩數值之大小，則需做權衡考慮。若  $a$ 、 $b$  數值越大，其所求出之總期望收益值就會越精確，但是相對的就需要花費較長的求解時間，究竟應該要如何做取捨，將在後續章節探討。



## 第四章 模擬驗證

本章節提出兩個數值測試範例，小型範例可以利用依據平均總材積與重量為狀態變數之 DP 數學模式求出最佳解，因此利用 DP 最佳解、HD 啟發式解法與本研究提出之 JAH 演算法所求出之期望總收益值，依此期望值分別可以求出不同的艙位控管機制，分析比較此三種方式之總期望收益值與控管政策之差異。進而應用 matlab 數學軟體撰寫模擬程式，並與無控管機制(first-come-first-serve, FCFS)做比較，分析在不同的參數下之結果。

而中型範例，則是對各項參數作敏感度分析，例如賠償參數或是選取材積與重量數值之間距，來探討  $a$ 、 $b$  兩數值之大小(由於艙位容量限制之外的超額訂位部分，對控管政策影響不大，切割間距之大小對模擬結果影響極小，故探討間距應如何切割只針對艙位容量限制內之部分)，對最後模擬收益影響之差異，並且同時分析比較 HD、JAH 與 FCFS 之模擬結果。上述範例之核心程式碼如附錄一。

### 4.1 小型範例之模擬驗證分析

數值測試假設貨物材積與重量皆為依照特定分佈隨機產生，而依據現實情形，由於要精準的測量材積所需之量測儀器非常昂貴，且量測費時，所以在訂位需求產生時，通常也不知道其材積大小，重量的部分雖然就較易獲得，但是因為還沒裝載上飛機，所以仍然具有不確定性。應用到之相關參數如下：

參數說明：

- $t$  : 決策時段(periods)。
- $g$  : 貨物類別(category)， $(1 \dots p)$ 。
- $s$  : 艙等(class)， $(1 \dots l)$ 。
- $i$  : 貨物型式(type)， $i = g(l-1) + p$ 。
- $\gamma$  : 為由IATA訂定之體積量度標準的常數，若貨物材積單位為立方公分，則此常數等於6,000。
- $\hat{w}$  : 計費重量， $\hat{w} = \max\{W_i, V_i / \gamma\}$
- $\mu_{vk}$  : 各類別貨物之平均材積。
- $\mu_{wk}$  : 各類別貨物之平均重量。
- $\theta$  : 變異係數。
- $d_v$  : 總期望材積， $d_v = \sum_{t=1}^n \sum_{i=1}^m P_{it} \bar{v}_i$ 。
- $d_w$  : 總期望重量， $d_w = \sum_{t=1}^n \sum_{i=1}^m P_{it} \bar{w}_i$ 。
- $\eta_v$  : 材積標竿賠償成本， $\eta_v = \sum_{t=1}^n \sum_{i=1}^m P_{it} \rho_i / d_v$ ，即材積之單位收益。
- $\eta_w$  : 重量標竿賠償成本， $\eta_w = \sum_{t=1}^n \sum_{i=1}^m P_{it} \rho_i / d_w$ ，即重量之單位收益。

材積與重量大小皆服從對數常態分佈，其均數分別為  $\mu_{vk}$ 、 $\mu_{wk}$ ，變異數分別為  $(\theta\mu_{vk})^2$ 、 $(\theta\mu_{wk})^2$ 。小型範例為求能夠迅速求解出 DP 之最佳解，所以總共分為 30 個決策時段，只有兩類別之貨物，貨物基本資料如表 2。表 3 則為為此兩類別貨物之機率，當有訂位需求產生時，依照此機率產生貨物類別，所有類別之機率加總等於 1。

表 2 小型範例各類貨物之平均材積與平均重量

類別 (category)	1	2
平均重量 (kg)	10	20
平均材積 ( $\times 10^4 \text{ cm}^3$ )	5	15

表 3 小型範例各類別貨物之機率

類別 (category)	1	2
機率	0.5	0.5

表 4 為不同艙等下之收益函數乘積值，表 5 為各艙等在不同決策時段之需求機率。在相同決策時段下，所有艙等發生機率與無需求產生機率加總等於 1。而  $i$  型式貨物在決策時段為  $t$  時之機率為該型式貨物之類別機率與該艙等需求機率之乘積。所以期望總訂位需求為 15 次，期望總材積為  $150 \times 10^4 \text{ cm}^3$ ，期望總重量為 225 (kg)。

表 4 小型範例各艙等之收益函數

艙等 (class)	1	2
收益函數乘積值	1.2	0.8

表 5 小型範例各艙等在不同決策時段之需求機率

決策時段 (periods)	1-10	11-20	21-30
艙等 1	0.3	0.25	0.2
艙等 2	0.2	0.25	0.3
無需求產生	0.5	0.5	0.5

假設材積與重量之變異係數皆為  $\theta=0.2$ ，容量需求比為  $(k_v/d_v, k_w/d_w) = (0.6, 0.6)$ ，賠償成本比率為  $(h_v/\eta_v, h_w/\eta_w) = (1.5, 1.5)$ ，容量限制內之切割點數為  $(a, b) = (5, 5)$ 。將材積與重量離散化，材積大小之範圍為  $\{0, 1, \dots, 200\}$  (單位  $10^4 \text{ cm}^3$ )，重量大小之範圍為  $\{0, 1, \dots, 500\}$  (單位 kg)。其中 DP 與 JAH 之邊界條件皆是應用前一章所提出之模擬需求到達，求出多元線性迴歸參數之方法，而 HD 則還是維持原有超出容量才賠償之線性賠償函數。利用 DP 最佳解、HD 啟發式解法與本研究提出之 JAH 演算法所求出之期望總收益值，依此期望值分別可以求出不同的艙位控管機制。DP 與 JAH 在不同決策時段，所求出之總期望收益值如表 6、表 7、表 8 所示。

表 6 在決策時段  $t = 4$  時之 DP 與 JAH 的期望總收益值

DP(x/y)	y=0	y=10	y=20	y=30	y=40	y=50	y=60	y=70	y=80	y=90	y=100	y=110	y=120	y=130	y=140	y=150
x=0	37.6	37.6	37.6	37.6	37.6	37.6	37.5	37.3	36.5	34.4	30.0	23.1	13.7	2.2	-10.9	-26.8
x=5	37.6	37.6	37.6	37.6	37.6	37.6	37.5	37.3	36.5	34.4	30.0	23.1	13.7	2.2	-10.9	-26.8
x=10	37.6	37.6	37.6	37.6	37.6	37.6	37.5	37.3	36.5	34.4	30.0	23.1	13.7	2.2	-10.9	-26.8
x=15	37.6	37.6	37.6	37.6	37.6	37.6	37.5	37.3	36.5	34.4	30.0	23.1	13.7	2.2	-10.9	-26.8
x=20	37.6	37.6	37.6	37.6	37.6	37.6	37.5	37.3	36.5	34.4	30.0	23.1	13.7	2.2	-10.9	-26.8
x=25	37.6	37.6	37.6	37.6	37.6	37.6	37.5	37.3	36.5	34.4	30.0	23.1	13.7	2.2	-10.9	-26.8
x=30	37.5	37.5	37.5	37.5	37.5	37.5	37.5	37.3	36.5	34.4	30.0	23.1	13.7	2.2	-10.9	-26.8
x=35	37.5	37.5	37.5	37.5	37.5	37.5	37.5	37.3	36.5	34.4	30.0	23.1	13.7	2.2	-10.9	-26.8
x=40	37.3	37.3	37.3	37.3	37.3	37.3	37.3	37.2	36.5	34.4	30.0	23.1	13.7	2.2	-10.9	-26.8
x=45	36.8	36.8	36.8	36.8	36.8	36.8	36.8	36.8	36.0	34.3	30.0	23.1	13.7	2.2	-10.9	-26.8
x=50	36.1	36.1	36.1	36.1	36.1	36.1	36.1	36.1	35.7	34.2	30.0	23.1	13.7	2.2	-10.9	-26.8
x=55	34.7	34.7	34.7	34.7	34.7	34.7	34.7	34.7	34.7	33.3	29.8	23.1	13.7	2.2	-10.9	-26.8
x=60	32.0	32.0	32.0	32.0	32.0	32.0	32.0	32.0	32.0	31.5	28.0	22.6	13.7	2.2	-10.9	-26.8
x=65	28.5	28.5	28.5	28.5	28.5	28.5	28.5	28.5	28.5	28.5	27.0	22.5	13.7	2.2	-10.9	-26.8
x=70	23.8	23.8	23.8	23.8	23.8	23.8	23.8	23.8	23.8	23.8	23.6	20.7	13.3	2.2	-10.9	-26.8
x=75	17.0	17.0	17.0	17.0	17.0	17.0	17.0	17.0	17.0	17.0	17.0	16.2	8.3	0.8	-10.9	-26.8
x=80	9.3	9.3	9.3	9.3	9.3	9.3	9.3	9.3	9.3	9.3	9.3	9.3	7.4	0.8	-10.9	-26.8
x=85	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	0.0	-10.9	-26.8
x=90	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-24.5	-40.4
x=95	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-38.1	-54.0
x=100	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-51.7	-67.6

JAH(x/y)	y=0	y=10	y=20	y=30	y=40	y=50	y=60	y=70	y=80	y=90	y=100	y=110	y=120	y=130	y=140	y=150
x=0	37.6	37.6	37.5	37.5	37.2	36.9	36.6	34.5	32.5	30.5	24.0	17.6	11.1	0.0	-15.7	-31.4
x=5	37.6	37.5	37.5	37.5	37.2	36.9	36.6	34.5	32.5	30.5	24.0	17.6	11.1	0.0	-15.7	-31.4
x=10	37.6	37.5	37.5	37.5	37.2	36.9	36.5	34.5	32.5	30.5	24.0	17.6	11.1	0.0	-15.7	-31.4
x=15	37.5	37.5	37.5	37.5	37.2	36.9	36.5	34.5	32.5	30.5	24.0	17.6	11.1	0.0	-15.7	-31.4
x=20	37.4	37.4	37.4	37.4	37.1	36.8	36.5	34.5	32.5	30.5	24.0	17.6	11.1	0.0	-15.7	-31.4
x=25	37.2	37.2	37.2	37.2	36.9	36.6	36.3	34.5	32.5	30.5	24.0	17.6	11.1	0.0	-15.7	-31.4
x=30	37.0	37.0	37.0	37.0	36.8	36.5	36.2	34.3	32.5	30.4	24.0	17.6	11.1	0.0	-15.7	-31.4
x=35	36.8	36.8	36.8	36.8	36.6	36.3	36.0	34.2	32.3	30.4	24.0	17.6	11.1	0.0	-15.7	-31.4
x=40	35.8	35.8	35.8	35.8	35.7	35.5	35.2	33.7	31.8	30.0	24.0	17.6	11.1	0.0	-15.7	-31.4
x=45	34.6	34.6	34.6	34.6	34.6	34.4	34.2	32.8	31.2	29.4	23.6	17.6	11.1	0.0	-15.7	-31.4
x=50	33.4	33.4	33.4	33.4	33.4	33.4	33.2	31.8	30.5	28.8	23.0	17.3	11.1	0.0	-15.7	-31.4
x=55	31.7	31.7	31.7	31.7	31.6	31.6	31.6	30.4	29.1	27.7	22.4	16.6	10.9	0.0	-15.7	-31.4
x=60	27.8	27.8	27.8	27.8	27.8	27.7	27.7	27.6	26.3	24.9	21.3	15.5	9.8	0.0	-15.7	-31.4
x=65	23.9	23.9	23.9	23.9	23.9	23.9	23.8	23.8	23.5	22.1	18.5	14.4	8.7	0.0	-15.7	-31.4
x=70	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	19.9	19.8	19.3	15.6	12.0	7.6	0.0	-15.7	-31.4
x=75	13.9	13.9	13.9	13.9	13.9	13.9	13.9	13.9	13.8	13.7	11.9	8.2	4.6	-1.4	-17.4	-33.3
x=80	6.4	6.4	6.4	6.4	6.4	6.4	6.4	6.4	6.4	6.3	6.3	3.9	0.2	-3.8	-19.7	-35.7
x=85	-1.1	-1.1	-1.1	-1.1	-1.1	-1.1	-1.1	-1.1	-1.1	-1.1	-1.1	-1.1	-4.2	-6.2	-22.1	-38.1
x=90	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-24.5	-40.4
x=95	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-38.1	-54.0
x=100	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-51.7	-67.6

表 7 在決策時段  $t = 14$  時之 DP 與 JAH 的期望總收益值

DP(x/y)	y=0	y=10	y=20	y=30	y=40	y=50	y=60	y=70	y=80	y=90	y=100	y=110	y=120	y=130	y=140	y=150
x=0	123.1	121.5	118.2	112.9	106.0	97.9	88.9	79.1	68.6	57.3	45.2	32.0	18.6	3.6	-10.9	-26.8
x=5	120.8	120.1	117.4	112.8	106.0	97.9	88.9	79.1	68.6	57.3	45.2	32.0	18.6	3.6	-10.9	-26.8
x=10	117.7	117.5	116.0	112.0	105.9	97.9	88.9	79.1	68.6	57.3	45.2	32.0	18.6	3.6	-10.9	-26.8
x=15	113.8	113.8	113.3	110.6	105.4	97.8	88.9	79.1	68.6	57.3	45.2	32.0	18.6	3.6	-10.9	-26.8
x=20	109.2	109.2	109.2	108.1	104.0	97.5	88.9	79.1	68.6	57.3	45.2	32.0	18.6	3.6	-10.9	-26.8
x=25	104.0	104.0	104.0	103.7	101.7	96.2	88.6	79.1	68.6	57.3	45.2	32.0	18.6	3.6	-10.9	-26.8
x=30	98.1	98.1	98.1	98.1	97.5	94.2	87.6	78.8	68.6	57.3	45.2	32.0	18.6	3.6	-10.9	-26.8
x=35	91.7	91.7	91.7	91.7	91.6	90.4	85.8	78.5	68.6	57.3	45.2	32.0	18.6	3.6	-10.9	-26.8
x=40	84.9	84.9	84.9	84.9	84.9	84.7	82.6	76.6	68.2	57.3	45.2	32.0	18.6	3.6	-10.9	-26.8
x=45	77.6	77.6	77.6	77.6	77.6	77.6	77.2	74.1	66.7	56.8	45.2	32.0	18.6	3.6	-10.9	-26.8
x=50	69.9	69.9	69.9	69.9	69.9	69.9	69.9	69.1	64.7	56.5	45.2	32.0	18.6	3.6	-10.9	-26.8
x=55	61.6	61.6	61.6	61.6	61.6	61.6	61.6	61.6	60.3	54.1	44.8	32.0	18.6	3.6	-10.9	-26.8
x=60	52.8	52.8	52.8	52.8	52.8	52.8	52.8	52.8	52.7	50.5	41.6	30.8	18.6	3.6	-10.9	-26.8
x=65	43.8	43.8	43.8	43.8	43.8	43.8	43.8	43.8	43.8	43.6	40.0	30.7	18.6	3.6	-10.9	-26.8
x=70	34.1	34.1	34.1	34.1	34.1	34.1	34.1	34.1	34.1	34.1	33.6	28.7	18.5	3.6	-10.9	-26.8
x=75	24.0	24.0	24.0	24.0	24.0	24.0	24.0	24.0	24.0	24.0	24.0	22.5	12.5	1.4	-10.9	-26.8
x=80	14.1	14.1	14.1	14.1	14.1	14.1	14.1	14.1	14.1	14.1	14.1	14.1	11.4	1.4	-10.9	-26.8
x=85	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	0.0	-10.9	-26.8
x=90	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-24.5	-40.4
x=95	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-38.1	-54.0
x=100	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-51.7	-67.6

JAH(x/y)	y=0	y=10	y=20	y=30	y=40	y=50	y=60	y=70	y=80	y=90	y=100	y=110	y=120	y=130	y=140	y=150
x=0	114.6	110.7	106.9	103.0	95.8	88.6	81.3	71.4	61.5	51.6	39.2	26.8	14.4	0.0	-15.7	-31.4
x=5	111.9	109.4	105.5	101.7	95.5	88.3	81.1	71.4	61.5	51.6	39.2	26.8	14.4	0.0	-15.7	-31.4
x=10	109.1	106.9	104.1	100.3	94.4	88.0	80.8	71.2	61.5	51.6	39.2	26.8	14.4	0.0	-15.7	-31.4
x=15	106.4	104.2	102.0	98.9	93.0	87.1	80.5	70.9	61.3	51.6	39.2	26.8	14.4	0.0	-15.7	-31.4
x=20	102.6	101.0	98.8	96.6	91.5	85.6	79.7	70.6	61.1	51.5	39.2	26.8	14.4	0.0	-15.7	-31.4
x=25	97.2	96.9	95.0	92.8	89.5	84.0	78.0	70.2	60.9	51.3	39.1	26.8	14.4	0.0	-15.7	-31.4
x=30	91.8	91.5	91.2	89.0	85.7	82.4	76.4	68.6	60.7	51.1	39.0	26.8	14.4	0.0	-15.7	-31.4
x=35	86.4	86.1	85.8	85.1	81.9	78.6	74.8	67.0	59.1	51.0	38.8	26.6	14.4	0.0	-15.7	-31.4
x=40	79.7	79.5	79.2	78.9	77.6	74.3	71.0	65.4	57.6	49.7	38.8	26.6	14.4	0.0	-15.7	-31.4
x=45	72.5	72.5	72.4	72.0	71.7	69.9	66.6	62.2	56.0	48.2	37.8	26.6	14.4	0.0	-15.7	-31.4
x=50	65.4	65.4	65.4	65.2	64.8	64.5	62.2	57.8	53.3	46.6	36.3	26.0	14.4	0.0	-15.7	-31.4
x=55	58.0	58.0	58.0	57.9	57.7	57.3	57.0	53.3	48.8	44.4	34.8	24.4	14.1	0.0	-15.7	-31.4
x=60	49.2	49.2	49.2	49.2	49.2	48.9	48.6	48.3	43.9	39.4	33.4	23.1	12.8	0.0	-15.7	-31.4
x=65	40.5	40.5	40.5	40.5	40.5	40.4	40.1	39.9	38.9	34.5	28.5	21.7	11.4	0.0	-15.7	-31.4
x=70	31.8	31.8	31.8	31.8	31.8	31.8	31.7	31.4	31.2	29.6	23.5	17.5	10.0	0.0	-15.7	-31.4
x=75	22.2	22.2	22.2	22.2	22.1	22.1	22.1	22.0	21.8	21.6	18.5	12.5	6.5	-1.4	-17.4	-33.3
x=80	11.9	11.9	11.9	11.9	11.9	11.9	11.9	11.9	11.8	11.5	11.5	7.5	1.5	-3.8	-19.7	-35.7
x=85	1.7	1.7	1.7	1.7	1.7	1.7	1.7	1.7	1.7	1.5	1.5	1.5	-3.5	-6.2	-22.1	-38.1
x=90	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-24.5	-40.4
x=95	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-38.1	-54.0
x=100	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-51.7	-67.6

表 8 在決策時段  $t = 24$  時之 DP 與 JAH 的期望總收益值

DP(x/y)	y=0	y=10	y=20	y=30	y=40	y=50	y=60	y=70	y=80	y=90	y=100	y=110	y=120	y=130	y=140	y=150
x=0	155.5	150.4	142.8	133.3	122.8	111.8	100.3	88.1	75.6	62.1	48.7	33.9	19.6	3.9	-10.9	-26.8
x=5	150.6	147.3	141.3	133.0	122.8	111.8	100.3	88.1	75.6	62.1	48.7	33.9	19.6	3.9	-10.9	-26.8
x=10	144.3	142.9	138.8	131.8	122.6	111.8	100.3	88.1	75.6	62.1	48.7	33.9	19.6	3.9	-10.9	-26.8
x=15	137.1	136.8	134.7	129.8	121.9	111.7	100.3	88.1	75.6	62.1	48.7	33.9	19.6	3.9	-10.9	-26.8
x=20	129.5	129.4	128.8	126.2	120.1	111.4	100.3	88.1	75.6	62.1	48.7	33.9	19.6	3.9	-10.9	-26.8
x=25	121.5	121.5	121.4	120.5	117.2	109.8	99.9	88.1	75.6	62.1	48.7	33.9	19.6	3.9	-10.9	-26.8
x=30	113.1	113.1	113.1	113.0	111.9	107.4	98.8	87.7	75.6	62.1	48.7	33.9	19.6	3.9	-10.9	-26.8
x=35	104.5	104.5	104.5	104.5	104.3	102.7	96.8	87.4	75.6	62.1	48.7	33.9	19.6	3.9	-10.9	-26.8
x=40	95.6	95.6	95.6	95.6	95.6	95.3	92.8	85.2	75.2	62.1	48.7	33.9	19.6	3.9	-10.9	-26.8
x=45	86.4	86.4	86.4	86.4	86.4	86.4	85.9	82.1	72.7	61.1	48.7	33.9	19.6	3.9	-10.9	-26.8
x=50	76.9	76.9	76.9	76.9	76.9	76.9	76.9	75.9	70.7	60.9	48.7	33.9	19.6	3.9	-10.9	-26.8
x=55	67.1	67.1	67.1	67.1	67.1	67.1	67.1	67.1	65.2	58.7	48.5	33.9	19.6	3.9	-10.9	-26.8
x=60	57.2	57.2	57.2	57.2	57.2	57.2	57.2	57.2	57.0	54.0	43.9	32.0	19.6	3.9	-10.9	-26.8
x=65	47.0	47.0	47.0	47.0	47.0	47.0	47.0	47.0	47.0	46.4	42.4	32.0	19.6	3.9	-10.9	-26.8
x=70	36.8	36.8	36.8	36.8	36.8	36.8	36.8	36.8	36.8	36.8	35.2	30.2	19.6	3.9	-10.9	-26.8
x=75	26.5	26.5	26.5	26.5	26.5	26.5	26.5	26.5	26.5	26.5	26.5	23.8	13.5	1.5	-10.9	-26.8
x=80	15.6	15.6	15.6	15.6	15.6	15.6	15.6	15.6	15.6	15.6	15.6	15.6	12.1	1.5	-10.9	-26.8
x=85	3.8	3.8	3.8	3.8	3.8	3.8	3.8	3.8	3.8	3.8	3.8	3.8	3.8	0.0	-10.9	-26.8
x=90	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-24.5	-40.4
x=95	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-38.1	-54.0
x=100	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-51.7	-67.6

JAH(x/y)	y=0	y=10	y=20	y=30	y=40	y=50	y=60	y=70	y=80	y=90	y=100	y=110	y=120	y=130	y=140	y=150
x=0	141.9	135.4	129.0	122.5	112.6	102.8	93.0	80.9	68.9	56.8	42.9	28.9	15.0	0.0	-15.7	-31.4
x=5	137.3	133.4	126.9	120.4	112.2	102.4	92.6	80.9	68.8	56.8	42.9	28.9	15.0	0.0	-15.7	-31.4
x=10	132.7	129.2	124.8	118.3	110.5	102.0	92.2	80.6	68.8	56.7	42.8	28.9	15.0	0.0	-15.7	-31.4
x=15	128.0	124.6	121.2	116.2	108.4	100.6	91.7	80.1	68.5	56.7	42.8	28.9	15.0	0.0	-15.7	-31.4
x=20	122.3	119.8	116.4	113.0	106.3	98.5	90.7	79.8	68.2	56.6	42.8	28.9	15.0	0.0	-15.7	-31.4
x=25	114.9	114.4	111.4	108.0	103.7	96.5	88.7	79.2	67.9	56.3	42.7	28.9	15.0	0.0	-15.7	-31.4
x=30	107.4	106.9	106.5	103.0	98.8	94.5	86.7	77.1	67.6	56.0	42.4	28.9	15.0	0.0	-15.7	-31.4
x=35	100.0	99.5	99.0	98.0	93.8	89.5	84.6	75.1	65.6	55.7	42.2	28.6	15.0	0.0	-15.7	-31.4
x=40	91.4	91.2	90.7	90.2	88.5	84.2	79.9	73.2	63.7	54.2	42.1	28.5	15.0	0.0	-15.7	-31.4
x=45	82.5	82.4	82.2	81.7	81.2	78.8	74.6	69.2	61.8	52.3	41.0	28.5	15.0	0.0	-15.7	-31.4
x=50	73.5	73.5	73.5	73.1	72.7	72.2	69.2	63.8	58.5	50.4	39.1	27.8	15.0	0.0	-15.7	-31.4
x=55	64.4	64.4	64.3	64.3	63.9	63.5	63.0	58.5	53.1	47.7	37.3	26.0	14.7	0.0	-15.7	-31.4
x=60	54.4	54.4	54.4	54.4	54.4	53.9	53.4	53.0	47.6	42.3	35.9	24.6	13.3	0.0	-15.7	-31.4
x=65	44.5	44.5	44.5	44.4	44.4	44.3	43.9	43.4	42.2	36.8	30.4	23.2	11.9	0.0	-15.7	-31.4
x=70	34.5	34.5	34.5	34.5	34.5	34.5	34.3	33.9	33.4	31.3	24.9	18.5	10.5	0.0	-15.7	-31.4
x=75	24.0	24.0	24.0	24.0	24.0	24.0	24.0	23.8	23.3	22.9	19.7	13.3	6.8	-1.4	-17.4	-33.3
x=80	13.2	13.2	13.2	13.2	13.2	13.2	13.1	13.1	12.8	12.4	12.4	8.1	1.7	-3.8	-19.7	-35.7
x=85	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	1.9	1.9	1.9	-3.4	-6.2	-22.1	-38.1
x=90	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-8.5	-24.5	-40.4
x=95	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-22.1	-38.1	-54.0
x=100	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-35.7	-51.7	-67.6

上述表 6、7、8 之藍色線段表示容量限制之邊界，由表 6 可看出在決策時段接近 0 時，因為才剛開始遞迴運算，所以 JAH 求出之期望總收益值與 DP 所求出之期望總收益值非常接近。然而隨著決策時段之增加，JAH 與 DP 所求解出之期望值差距慢慢拉大，但是其趨勢相近。而依照表 6、7、8 可以分別推算出決策時段  $t = 5, 15, 25$  之 DP 與 JAH 之艙位控管決策，同時加入 HD 之控管決策來做比較，如圖 7、圖 8、圖 9 所示。圖中之數字 1、2 分別代表接受艙等 1 之貨物類別 1 與 2 之訂位，而 3、4 分別代表接受艙等 2 之貨物類別 1 與 2 之訂位。



圖 8 在決策時段  $t = 15$  時之 DP、JAH 與 HD 艙位控管決策

DP(x/y)	y=0	y=10	y=20	y=30	y=40	y=50	y=60	y=70	y=80	y=90	y=100	y=110	y=120	y=130	y=140	y=150
x=0	1234	1234	1234	1234	1234	124	124	12	12	12	2	2	2	2	0	0
x=5	1234	1234	1234	1234	1234	124	124	12	12	12	2	2	2	2	0	0
x=10	1234	1234	1234	1234	1234	124	124	12	12	12	2	2	2	2	0	0
x=15	1234	1234	1234	1234	1234	124	124	12	12	12	2	2	2	2	0	0
x=20	1234	1234	1234	1234	1234	124	124	12	12	12	2	2	2	2	0	0
x=25	1234	1234	1234	1234	1234	124	124	12	12	12	2	2	2	2	0	0
x=30	1234	1234	1234	1234	1234	124	124	12	12	12	2	2	2	2	0	0
x=35	123	123	123	123	123	123	12	12	12	12	2	2	2	2	0	0
x=40	123	123	123	123	123	123	12	12	12	12	2	2	2	2	0	0
x=45	123	123	123	123	123	123	12	12	12	12	2	2	2	2	0	0
x=50	123	123	123	123	123	123	12	12	12	12	2	2	2	2	0	0
x=55	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	2	2	2	2	0	0
x=60	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	2	2	2	2	0	0
x=65	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	2	2	2	2	0	0
x=70	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	2	2	2	2	0	0
x=75	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
x=80	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
x=85	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
x=90	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x=95	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x=100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

JAH(x/y)	y=0	y=10	y=20	y=30	y=40	y=50	y=60	y=70	y=80	y=90	y=100	y=110	y=120	y=130	y=140	y=150
x=0	1234	1234	1234	1234	1234	1234	124	124	12	12	12	12	2	0	0	0
x=5	1234	1234	1234	1234	1234	1234	124	124	12	12	12	12	2	0	0	0
x=10	1234	1234	1234	1234	1234	1234	124	124	12	12	12	12	2	0	0	0
x=15	1234	1234	1234	1234	1234	1234	124	124	12	12	12	12	2	0	0	0
x=20	1234	1234	1234	1234	1234	1234	124	124	12	12	12	12	2	0	0	0
x=25	1234	1234	1234	1234	1234	1234	124	124	12	12	12	12	2	0	0	0
x=30	1234	1234	1234	1234	1234	1234	124	124	12	12	12	12	2	0	0	0
x=35	123	123	123	123	123	123	12	12	12	12	12	12	2	0	0	0
x=40	123	123	123	123	123	123	12	12	12	12	12	12	2	0	0	0
x=45	123	123	123	123	123	123	12	12	12	12	12	12	2	0	0	0
x=50	123	123	123	123	123	123	12	12	12	12	12	12	2	0	0	0
x=55	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	2	0	0	0
x=60	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	2	0	0	0
x=65	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	2	0	0	0
x=70	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	2	0	0	0
x=75	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	2	0	0	0
x=80	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
x=85	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
x=90	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x=95	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x=100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0



HD(x/y)	y=0	y=10	y=20	y=30	y=40	y=50	y=60	y=70	y=80	y=90	y=100	y=110	y=120	y=130	y=140	y=150
x=0	1234	1234	1234	1234	1234	1234	124	124	12	12	12	12	12	12	0	0
x=5	1234	1234	1234	1234	1234	1234	124	124	12	12	12	12	12	1	0	0
x=10	1234	1234	1234	1234	1234	1234	124	124	12	12	12	12	12	1	0	0
x=15	1234	1234	1234	1234	1234	124	124	124	12	12	12	12	2	0	0	0
x=20	1234	1234	1234	1234	1234	1234	124	124	12	12	12	12	12	1	0	0
x=25	1234	1234	1234	1234	1234	1234	124	124	12	12	12	12	12	1	0	0
x=30	1234	1234	1234	1234	124	124	124	12	12	12	2	2	2	0	0	0
x=35	1234	1234	1234	1234	1234	1234	124	124	12	12	12	12	12	1	0	0
x=40	1234	1234	1234	1234	1234	1234	12	12	12	12	12	12	12	1	0	0
x=45	1234	1234	1234	124	124	124	12	12	2	2	2	2	2	0	0	0
x=50	1234	1234	1234	1234	1234	123	12	12	1	12	12	12	12	1	0	0
x=55	1234	1234	1234	1234	1234	123	12	12	12	12	12	12	12	1	0	0
x=60	1234	1234	124	124	124	12	12	2	2	2	2	2	2	0	0	0
x=65	1234	1234	1234	1234	123	123	12	12	12	12	12	12	12	1	0	0
x=70	1234	1234	1234	1234	123	123	12	12	12	12	12	12	12	1	0	0
x=75	1234	124	124	124	124	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	0
x=80	1234	123	123	123	123	123	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
x=85	13	13	13	13	13	13	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
x=90	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x=95	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x=100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

- 1234
- 123
- 124
- 13
- 12
- 2
- 1

圖 9 在決策時段  $t = 25$  時之 DP、JAH 與 HD 艙位控管決策

DP(x/y)	y=0	y=10	y=20	y=30	y=40	y=50	y=60	y=70	y=80	y=90	y=100	y=110	y=120	y=130	y=140	y=150
x=0	123	124	12	12	12	12	12	2	2	2	2	2	2	2	0	0
x=5	123	12	12	12	12	12	12	2	2	2	2	2	2	2	0	0
x=10	123	123	12	12	12	12	12	2	2	2	2	2	2	2	0	0
x=15	123	123	12	12	12	12	12	2	2	2	2	2	2	2	0	0
x=20	123	123	123	12	12	12	12	2	2	2	2	2	2	2	0	0
x=25	12	12	12	12	12	12	12	2	2	2	2	2	2	2	0	0
x=30	12	12	12	12	12	12	12	12	2	2	2	2	2	2	0	0
x=35	12	12	12	12	12	12	12	12	2	2	2	2	2	2	0	0
x=40	12	12	12	12	12	12	12	2	2	2	2	2	2	2	0	0
x=45	12	12	12	12	12	12	12	12	12	2	2	2	2	2	0	0
x=50	12	12	12	12	12	12	12	12	12	2	2	2	2	2	0	0
x=55	12	12	12	12	12	12	12	12	12	2	2	2	2	2	0	0
x=60	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	2	2	0	0
x=65	1	1	1	1	1	1	1	1	1	12	12	12	2	2	0	0
x=70	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	0	0
x=75	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
x=80	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
x=85	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
x=90	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x=95	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x=100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

JAH(x/y)	y=0	y=10	y=20	y=30	y=40	y=50	y=60	y=70	y=80	y=90	y=100	y=110	y=120	y=130	y=140	y=150
x=0	12	124	124	12	12	12	12	12	12	2	2	2	2	2	0	0
x=5	123	124	124	12	12	12	12	12	12	2	2	2	2	2	0	0
x=10	123	123	12	12	12	12	12	12	12	2	2	2	2	2	0	0
x=15	123	123	123	12	12	12	12	12	12	2	2	2	2	2	0	0
x=20	123	12	12	12	12	12	12	12	12	2	2	2	2	2	0	0
x=25	123	123	12	12	12	12	12	12	12	2	2	2	2	2	0	0
x=30	123	123	12	12	12	12	12	12	12	2	2	2	2	2	0	0
x=35	12	12	12	12	12	12	12	12	12	2	2	2	2	2	0	0
x=40	12	12	12	12	12	12	12	12	12	2	2	2	2	2	0	0
x=45	12	12	12	12	12	12	12	12	12	2	2	2	2	2	0	0
x=50	12	12	12	12	12	12	12	12	12	2	2	2	2	2	0	0
x=55	12	12	12	12	12	12	12	12	12	2	2	2	2	2	0	0
x=60	12	12	12	12	12	12	12	12	12	2	2	2	2	2	0	0
x=65	1	1	1	1	1	1	1	1	1	12	12	12	2	1	0	0
x=70	1	1	1	1	1	1	1	1	1	12	12	12	1	0	0	0
x=75	1	1	1	1	1	1	1	1	1	12	12	12	1	0	0	0
x=80	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	12	13	0	0	0	0
x=85	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13	0	0	0	0
x=90	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x=95	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x=100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

HD(x/y)	y=0	y=10	y=20	y=30	y=40	y=50	y=60	y=70	y=80	y=90	y=100	y=110	y=120	y=130	y=140	y=150
x=0	124	124	124	12	12	12	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0
x=5	1234	124	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	1	0	0
x=10	124	124	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	1	0	0
x=15	124	124	12	12	12	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	0
x=20	1234	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	1	0	0
x=25	124	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	1	0	0
x=30	124	12	12	12	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	0
x=35	123	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	1	0	0
x=40	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	1	0	0
x=45	12	12	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	0
x=50	123	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	1	0	0
x=55	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	1	0	0
x=60	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	0
x=65	123	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	1	0	0
x=70	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	1	0	0
x=75	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	0
x=80	123	12	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
x=85	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
x=90	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x=95	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x=100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

- 1234
- 123
- 124
- 13
- 12
- 2
- 1

同樣的，上述圖 7、8、9 之藍色線段為容量限制之邊界，由此三張圖可以發現，DP 與 JAH 之艙位控管決策有隨著賣出艙位材積  $x$  與重量  $y$  之增加，即從左上角到右下角，控管決策逐漸保守之趨勢，而相對的 HD 之控管決策則比較沒有這樣之趨勢。依照小型範例之需求機率，隨機產生到達需求，應用 DP、HD、JAH 所求出之艙位控管決策機制，控管艙位之訂位情形，並與沒有控管機制之 FCFS 做比較，總共模擬 500 次，模擬數據結果如表 9。

表 9 小型範例依照各種艙位控管之模擬結果

	平均收益	標準差	平均材積 超賣%	平均重量 超賣%	平均收益 相對於 JAH
DP	161.16	19.60	1.15	1.09	100.20%
JAH	160.84	18.77	1.49	1.13	100.00%
HD	160.28	18.33	2.10	1.41	99.65%
FCFS	146.04	16.14	1.54	1.23	90.80%

表 9 內之材積超賣百分比計算方式為  $100 \times (v_r - k_v)^+ / k_v$ ，重量超賣百分比計算方式為  $100 \times (w_r - k_w)^+ / k_w$ ，其中  $v_r$  與  $w_r$  分別代表在第  $r$  次模擬最後起飛時之實際材積與重量。由表 9 之結果可以發現 JAH 之平均收益與 FCFS 有將近 10% 的差距，代表此控管政策是有效應存在的，而 JAH 比 HD 之控管平均收益好一點點，比 DP 之控管差一點點，但基本上這三者控管方式差異不大。

## 4.2 中型範例之模擬驗證分析

中型範例之材積與重量大小同樣也是服從對數常態分佈，總共分為 60 個決策時段，各類貨物之基本資料如表 10。材積範圍從 60 到 250 ( $10^4 \text{ cm}^3$ )，重量範圍從 80 到 500 (kg)，類別 4~6 之貨物密度為  $167 \text{ (kg/m}^3)$ ，符合 IATA 所定位之一般貨物，以材積計費或是重量計費之比率大約各佔 50%。而類別 1~3 與 7~9 則以 4~6 之貨物為基準，分別將平均重量減少之拋貨，和將平均積減少之重貨。其密度分別為  $133 \text{ (kg/m}^3)$  與  $200 \text{ (kg/m}^3)$ ，拋貨以材積計價居多，約佔 78%，重貨以重量計價較多，約佔 74%。表 11 為各類別貨物之機率，當有訂位需求產生時，依照此機率產生貨物類別，所有類別之機率加總等於 1。

表 10 中型範例各類貨物之平均材積與平均重量

類別 (category)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
平均重量 (kg)	80	160	400	100	200	500	100	200	500
平均材積 ( $\times 10^4 \text{ cm}^3$ )	60	120	300	60	120	300	50	100	250

表 11 中型範例各類別貨物之機率

類別 (category)	1-3	4	5	6	7-9
機率	0.0833	0.1667	0.1668	0.1667	0.0833

表 12 為不同艙等下之收益函數乘積值，表 13 為各艙等在不同決策時段之需求機率。同樣地在相同決策時段下，所有艙等發生機率與無需求產生機率加總等於 1。而  $i$

型式貨物在決策時段為  $t$  時之機率為該型式貨物之類別機率與該艙等需求機率之乘積。所以期望總訂位需求約為 29.998 次，期望總材積為  $4600 \times 10^4 \text{ cm}^3$ ，期望總重量為 7600 (kg)。

表 12 中型範例各艙等之收益函數

艙等 (class)	1	2	3
收益函數乘積值	1.2	1.0	0.8

表 13 中型範例各艙等在不同決策時段之需求機率

決策時段 (periods)	1-20	21-40	41-60
艙等 1	0.25	0.1667	0.10
艙等 2	0.15	0.1667	0.15
艙等 3	0.10	0.1667	0.25
無需求產生	0.50	0.4999	0.50

基本設定為材積與重量之變異係數  $\theta=0.2$ ，容量需求比為  $(k_v/d_v, k_w/d_w) = (0.6, 0.6)$ ，將材積與重量離散化，材積大小之範圍為  $\{0,1,\dots,4600\}$  (單位  $10^4 \text{ cm}^3$ )，重量大小之範圍為  $\{0,1,\dots,7600\}$  (單位 kg)。利用 HD 啟發式解法與本研究提出之 JAH 演算法所求出之期望總收益值，依此期望值分別可以求出不同的艙位控管機制，利用這些控管機制與沒有控管機制之 FCFS，依照大型範例之需求機率，隨機產生訂位需求，進行 500 次之模擬。

#### 4.2.1 材積與重量 $(a, b)$ 切割大小之敏感度分析

首先測試一基本案例，賠償成本比率為  $(h_v/\eta_v, h_w/\eta_w) = (1.2, 1.2)$ ，材積與重量之間距  $(a, b) = (5, 5)$ ，其餘假設依照上述基本設定，模擬結果如表 14。

表 14 基本案例條件下之各控管模擬結果

	平均收益	標準差	平均材積 超賣%	平均重量 超賣%	平均收益 相對於 JAH
JAH	5193.60	402.81	1.95	1.51	100.00%
HD	5201.00	435.66	1.75	0.85	100.14%
FCFS	4793.50	392.70	1.42	1.15	92.30%

表 14 之結果可以發現，JAH 控管之平均收益比 FCFS 之平均收益高 7.7%，代表控管決策是有效的，可以增加收益。雖然 JAH 控管之平均收益比 HD 控管下之平均收益略低了 0.14%，但是標準差卻降低很多，代表由 JAH 控管之收益變異性較低。

進而探討材積與重量之間距與  $a, b$  之大小，對本模式 JAH 演算法所造成之影響。將容量限制內之材積與重量以等分切割取整數為基礎，分別測試  $(a, b) = (5, 5)$ 、 $(10, 10)$ 、 $(15, 15)$  三種情形，而其他基本條件如上述，賠償成本比率為  $(h_v/\eta_v, h_w/\eta_w) = (1.2, 1.2)$ ，其結果如表 15。

表 15 JAH 在不同 $(a, b)$ 條件下之模擬結果

$(a, b)$	平均收益	標準差	平均材積 超賣%	平均重量 超賣%	平均收益相對 於 JAH(5, 5)	運算時間 (CPUTIME)
(5, 5)	5193.60	402.81	1.95	1.51	100.00%	1.86
(10, 10)	5222.70	463.59	1.42	1.15	100.56%	5.14
(15, 15)	5226.10	472.97	1.31	1.10	100.63%	9.96

由表 15 可以觀察到隨著 $(a, b)$ 切割點數的增加，雖然可以增加收益，且減少材積與重量超賣之情形，但是標準差卻也隨之增加，推估為超賣可以穩定收益，降低其變異性。而針對平均收益來看，實際增加之效益並不大，平均收益切割為 5 點與 15 點只相差了大約 0.63%。在運算時間上，三種情形所花費之時間皆在 10 sec 之 CPUTIME 內，且 (5, 5)與(10, 10)這兩個之運算時間，比同樣問題下 HD 運算時間 8.48 sec 快一點，尤其是取(5, 5)做運算只需要 1.86 sec，差距不小。由此結果可知，取樣的點並不需要切的很細，即可獲得不錯之成效。實際效益則將原本利用簡化平均值之方式，每個決策時段需計算  $460 \times 760$  大小之矩陣，大大地縮減為只需要計算  $5 \times 5$  之矩陣。

#### 4.2.2 賠償函數之敏感度分析

接著探討不同賠償成本比率對於模擬結果之影響，分別測試賠償比率 $(h_v/\eta_v, h_w/\eta_w)$  = (1.5, 1.5)、(1.8, 1.8)這三種情況，切割個數為 $(a, b) = (5, 5)$ ，其餘假設如同基本設定，則模擬結果如表 16、表 17。

表 16 賠償成本比率為(1.5, 1.5)下之各控管模擬結果

(1.5, 1.5)	平均收益	標準差	平均材積 超賣%	平均重量 超賣%	平均收益 相對於 JAH
JAH	5150.10	406.78	1.59	1.27	100.00%
HD	5156.70	433.15	1.59	0.77	100.13%
FCFS	4742.40	421.33	1.42	1.15	92.08%

表 17 賠償成本比率為(1.8, 1.8)下之各控管模擬結果

(1.8, 1.8)	平均收益	標準差	平均材積 超賣%	平均重量 超賣%	平均收益 相對於 JAH
JAH	5114.40	414.40	1.46	1.19	100.00%
HD	5117.50	436.81	1.50	0.72	100.06%
FCFS	4691.30	460.35	1.42	1.15	91.73%

由表 16、17 可以觀察到隨著賠償倍率之增加，平均收益也會相對的降低，超賣之比率也會下降。不管在何種賠償倍率之情形，JAH 控管之平均收益比 FCFS 之平均收益至少高 7.92%以上。JAH 控管之平均收益與 HD 控管之平均收益相比則略低，差距在 0.13%以內，但標準差皆較低，以 JAH 控管之收益會較為穩定。

### 4.2.3 不同供需比之影響

主要之基本假設皆與中型範例之基本設定相同，賠償成本比率為 $(h_v/\eta_v, h_w/\eta_w) = (1.2, 1.2)$ ，材積與重量之間距 $(a, b) = (5, 5)$ ，但在容量需求比方面，則分別測試以 0.5、0.6、0.7 這三個數值所組成之情形，扣除掉先前已經算過之 $(k_v/d_v, k_w/d_w) = (0.6, 0.6)$ 的部分，則總共會有八種組合，模擬結果分別如表 18。

表 18 各不同容量需求比之控管模擬結果

(0.5, 0.5)	平均收益	標準差	平均材積 超賣%	平均重量 超賣%	平均收益 相對於 JAH
JAH	4424.90	329.08	2.05	1.63	100.00%
HD	4415.70	372.32	1.97	1.11	99.79%
FCFS	3982.70	355.93	1.44	1.18	90.01%

(0.5, 0.6)	平均收益	標準差	平均材積 超賣%	平均重量 超賣%	平均收益 相對於 JAH
JAH	4600.80	372.17	4.95	0.08	100.00%
HD	4478.40	347.74	3.71	0.03	97.34%
FCFS	4125.50	332.36	1.85	0.00	89.67%

(0.5, 0.7)	平均收益	標準差	平均材積 超賣%	平均重量 超賣%	平均收益 相對於 JAH
JAH	4610.70	385.89	6.24	0.00	100.00%
HD	4411.20	351.99	5.06	0.00	95.67%
FCFS	4125.70	332.55	1.85	0.00	89.48%

(0.6, 0.5)	平均收益	標準差	平均材積 超賣%	平均重量 超賣%	平均收益 相對於 JAH
JAH	4639.00	399.73	0.17	4.45	100.00%
HD	4643.80	434.12	0.12	3.84	100.10%
FCFS	4095.30	387.90	0.00	1.65	88.28%

(0.6, 0.7)	平均收益	標準差	平均材積 超賣%	平均重量 超賣%	平均收益 相對於 JAH
JAH	5369.30	436.70	4.08	0.14	100.00%
HD	5248.10	424.16	3.24	0.01	97.74%
FCFS	4959.40	380.01	1.78	0.01	92.37%

(0.7, 0.5)	平均收益	標準差	平均材積 超賣%	平均重量 超賣%	平均收益 相對於 JAH
JAH	4672.40	416.25	0.02	7.01	100.00%
HD	4664.40	444.18	0.00	4.71	99.83%
FCFS	4095.30	387.90	0.00	1.65	87.65%

(0.7, 0.6)	平均收益	標準差	平均材積 超賣%	平均重量 超賣%	平均收益 相對於 JAH
JAH	5406.80	464.90	0.24	3.70	100.00%
HD	5425.50	504.82	0.18	2.98	100.35%
FCFS	4916.90	443.82	0.01	1.60	90.94%

(0.7, 0.7)	平均收益	標準差	平均材積 超賣%	平均重量 超賣%	平均收益 相對於 JAH
JAH	5894.90	469.71	1.79	1.42	100.00%
HD	5922.50	524.18	1.60	0.82	100.47%
FCFS	5612.40	460.36	1.24	0.95	95.21%

由表 18 之數據，當供給越大，則平均收益會越來越多，有應用控管決策與 FCFS 之平均收益差距會越來越小，其差距可以從 9.99% 縮小到 4.79%，同時標準差也會因為平均收益增加而變大。在材積與重量之供給有差距時，供給較大之部分，平均超賣百分比也較低，符合常理。在這八種組合中，JAH 與 HD 控管下之平均收益差距皆不大，幾乎都在 1% 以內，但是 JAH 控管下之標準差幾乎都較低，收益之變異性較小。其中比較特別的是在材積供給比重量供給小之情形，以 JAH 控管皆比 HD 控管的結果好，平均收益最少高 2.26%，但因為平均收益高，所以標準差相對的比較大。而會有此情形發生，推估因為 HD 演算法將材積與重量函數拆開各別考慮，在材積之費率函數的計算上過於簡化，造成對材積之控管誤差較大。

#### 4.2.4 不同之貨物型態之影響

首先探討貨物分佈之變異性對結果之影響，主要之基本假設皆與中型範例之基本設定相同，賠償成本比率為  $(h_v/\eta_v, h_w/\eta_w) = (1.2, 1.2)$ ，材積與重量之間距  $(a, b) = (5, 5)$ ，但在材積與重量對數常態分佈之變異係數調整為  $\theta=0.35$ ，由於變異數變大，使得貨物之材積與重量分佈拉長，造成各類貨物以材積計價和重量計價之比例大約都各佔 50%，模擬結果如表 19。

表 19 變異係數  $\theta=0.35$  之控管模擬結果

$\theta = 0.35$	平均收益	標準差	平均材積 超賣%	平均重量 超賣%	平均收益 相對於 JAH
JAH	5382.20	468.52	3.46	2.30	100.00%
HD	5388.30	475.12	2.89	1.79	100.11%
FCFS	4903.20	493.71	2.66	2.08	91.10%

由表 19 觀察到，由 JAH 控管之平均收益與 FCFS 相比依然較好，差距為 8.9%。但與 HD 控管相比卻略微遜色，平均收益略低 0.11%，然而標準差也較低，以 JAH 控管之收益變異性較低。

接著探討貨物型態不同對結果之影響，測試兩種情形，一種為整體貨物較偏向拋貨，一種為整體貨物較偏向重貨。主要之基本假設皆與中型範例之基本設定相同，賠償成本比率為  $(h_v/\eta_v, h_w/\eta_w) = (1.2, 1.2)$ ，材積與重量之間距  $(a, b) = (5, 5)$ 。在偏拋貨情形下，保留原 1~6 之貨物種類，增加一組幾乎都是以材積計費之貨物。在偏重貨之情形下，保留原 4~9 之貨物，增加一組幾乎都是以重量計費之貨物，則模擬結果如表 20。

表 20 不同貨物型態之控管模擬結果

偏拋貨	平均收益	標準差	平均材積 超賣%	平均重量 超賣%	平均收益 相對於 JAH
JAH	5020.40	390.23	3.16	1.48	100.00%
HD	5013.30	417.83	1.86	0.81	99.86%
FCFS	4675.20	385.95	1.27	1.28	93.12%

偏重貨	平均收益	標準差	平均材積 超賣%	平均重量 超賣%	平均收益 相對於 JAH
JAH	5108.90	410.94	1.83	1.71	100.00%
HD	5105.80	447.83	1.45	1.38	99.94%
FCFS	4693.40	397.55	1.29	1.32	91.87%

由表 20 可以看到，在上述兩種情形下，有控管的平均收益明顯比 FCFS 好，而以 JAH 控管比 HD 控管下之平均收益皆略高，至少有 0.06% 之改進，但是標準差同樣都較低，收益較為穩定。

## 第五章 結論與建議

### 5.1 結論

本研究希望將普遍應用至航空客運業之營收管理觀念，應用至航空貨運業的經營管理上，將有限的貨運艙位妥善規劃控管，以期提升航空公司的總收益。就營收管理的角度而言，目前航空客運之營收管理相當成功，而航空貨運尚須考慮許多重要的特性，如需考慮貨物材積與重量或是艙位供給之不確定性等等。

應用隨機序程之動態數學規劃模式，以[Amaruchkul *et all*, 2006]動態營收管理模式為基礎，由於 Amaruchkul 等人所提出之 HD 啟發式解法，在決策時分開考慮材積與重量，簡化為兩個單一維度，造成正確性會受到影響，較理想之作法仍應將材積和重量一併考量。且貨物需求具有不確定性，但是其邊界條件之賠償函數，只有考慮在超出容量限制時，才会有賠償產生，實際上應該在容量限制附近都有可能發生超賣之情形。

因此基於上述兩項缺失，本研究發展出一改善之模式，利用隨機序程求解單一航段航空貨運之動態數學規劃營收管理模式，將貨物之材積與重量兩項維度同時考慮，材積與重量具有不確定性，依照一特定分佈隨機產生，並且提出 JAH 演算法來迅速求解本模式，同時利用模擬需求到達之數據資料，來作多元線性回歸分析，可獲得在接近容量限制時，即會有賠償產生之新的賠償函數。由此建構出一個可用以描述航空貨運艙位存貨控制之動態規劃模式，提供航空公司貨運艙位的控管策略，並達到追求期望總收益最大化的目標。

應用 matlab 撰寫模擬程式，對 JAH 演算法模式進行驗證，以相同之模擬範例與 HD 啟發式解法作比較分析。從小型範例之結果可以發現，HD 啟發式解法所求出之艙位控管決策有其不合理之處，較無 DP 最佳解之控管決策的趨勢，相對的本模式之 JAH 演算法在控管決策結果與最佳解相比就較為合理。而應用模擬到達需求配合多元線性迴歸所產生之新的邊界賠償函數，其模擬結果也確實會降低平均超賣的比率。

而在中型範例之部分，首先應用敏感度分析探討材積與重量之間距與  $a$ 、 $b$  之大小，對 JAH 演算法所造成之影響。由模擬結果發現，平均模擬收益值隨著  $a$ 、 $b$  值之增加，改善幅度越來越小，而且並不需要很大的  $a$ 、 $b$  值，即可獲得不錯之平均收益，這樣可以簡化問題複雜度，加快求解速度，使得本模式更具實用價值。進而探討 HD 啟發式解法、JAH 演算法與 FCFS 無控管下之績效，HD 與 JAH 兩者控管方式皆能夠獲得不錯的結果，與 FCFS 之平均收益相比都能夠高出 7% 以上。又將 JAH 控管與 HD 控管相比，JAH 控管與 HD 控管在不同情形下，互有所長，但 JAH 控管之平均收益普遍略低，差距在 1% 內，同時標準差卻較低不少，表示以 JAH 控管之收益情況較為穩定。並觀察到在材積容量為瓶頸限制，即材積較重量供給少時，以 JAH 控管會比 HD 控管好很多，可能因為 HD 演算法在材積之費率函數計算上過於簡化，造成對材積部分之控管較為不精確。

## 5.2 建議

本研究目前的重點係針對簡化過後之航空貨運營收管理問題，因此建議未來相關之後續研究可增加討論以下幾點因素：

1. 本研究對於航空貨運之艙位存貨管理而言，只考慮單一起訖點的航段。因而後續之相關研究，就航線部分可從起訖點(OD)甚至是網路部分著手。
2. 本研究只有考慮到需求部分之材積與重量的不確定性，並未考慮供給面之不確定性，可以將此因素適當地反映在模式當中。
3. 本研究於飛機起飛時(決策時段  $t = 0$ )之邊界條件，是利用模擬需求到達的資料，來作多元線性迴歸分析，然而此種作法較為費時。而且將材積與重量分開考慮之線性賠償方式，與現實情形不符，因為當拉下某一貨物則其材積與重量會同時減少。所以可以特別針對邊界條件考慮上述缺失，以理論推導之方式，求出一有系統之數學模式。



## 參考文獻

### 國內文獻

- 石豐宇、黃瑞財 (1996),「以非均質卜桑過程建構多席航空訂位需求預測模式」, *運輸計劃季刊*, 卷 25, pp665-680。
- 石豐宇、郭維杰 (1999),「多席訂位與多重行程之動態艙位規劃分析」, *運輸計劃季刊*, 卷 28, pp565-592。
- 交通部統計處資料, <http://www.motc.gov.tw/service/month-c/mcmain.htm>, 95/10/31。
- 李高彥 (1995), 定期貨櫃海運業應用收益管理之研究, 國立交通大學運輸科技與管理學系碩士論文。
- 李啟安 (2001), 貨櫃航商收益管理之研究—以艙位分配為例, 國立成功大學交通管理學系碩士論文。
- 汪進財、蔡言宏 (2001),「航空公司超額訂位控制策略之研究」, *運輸計劃季刊*, 卷 30, pp135-164。
- 許文娟 (1998), Kasilingam 航空貨運收益管理模式之研究, 國立交通大學運輸科技與管理學系碩士論文。
- 許文秀 (2004), 考慮供給不確定性之航空貨運營收管理, 國立交通大學運輸科技與管理學系碩士論文。
- 陳雅妮 (2001), 航空公司航班課位需求與訂位艙等規劃, 國立交通大學運輸科技與管理學系碩士論文。
- 陳昭宏、張有恆 (1999),「航空公司動態營收管理策略模式之研究」, *運輸計劃季刊*, 卷 28, pp593-607。
- 顏上堯、陳茂南 (2000),「航空公司網路機位庫存管理—混合共用容量控制策略」, *運輸計劃季刊*, 卷 29, pp53-78。

### 國外文獻

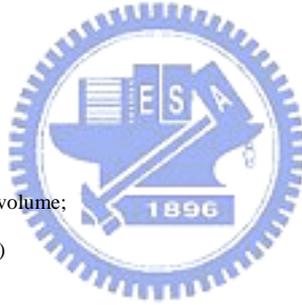
- Amaruchkul, K., Cooper, W. L. and Gupta, D. (2006), "Single-Leg Air-Cargo Revenue Management," *Transportation Science*, to appear.
- Belobaba, P.P. (1989), "Application of a Probabilistic Decision Model to Airline Seat Inventory Control," *Operations Research*, Vol. 37, No.2, pp.183-197.
- Boeing (2006), World Air Cargo Forecast 2006-2007, [http://www.boeing.com/commercial/cargo/01\\_06.html](http://www.boeing.com/commercial/cargo/01_06.html), 95/09/31。
- Brumelle, S.L. and McGill, J.I. (1993), "Airline Seat Allocation with Multiple Nested Fare Classes," *Operations Research*, Vol 41, No.1, pp.127-137.
- Curry, R.E. (1990), "Optimal Airline Seat Allocation with Fare Classes Nested by Origins and Destinations," *Transportation Science*, Vo 24, No.3, pp.193-204.
- Huang, K. and Hsu, W. (2005), "Revenue Management for Air Cargo Space with Supply Uncertainty," *Proceedings of the Eastern Asia Society for Transportation Studies*, Vol. 5, pp.570-580.
- Kasilingam, R.G. (1996), "Air Cargo Revenue management: Characteristics and Complexities," *European Journal of Operational Research*, Vol 96, pp.36-44.

- Lee, T. C. and Hersh, M. (1993), "A Model for Dynamic Airline Seat Inventory Control with Multiple Seat Bookings," *Transportation Science*, Vol 27, No.3, pp.252-265.
- Luo, S. and Cakanyildirim, M. (2004), "Two Dimensional Cargo Overbooking Models," *the proceedings of the 35th Annual Meeting of Decision Sciences Institute*, Nov. 20-23, Boston, MA, pp.3781-3786.
- McGill, J.I. and van Ryzin, G. J. (1999), "Revenue management: Research Overview and Prospects," *Transportation Science*, Vol 33, No.2, pp.233-256.
- Popescu, A., Keskinocak, P., Johnson, E., LaDue, M. and Kasilingam, R. (2006), "Estimating Air-Cargo Overbooking Based on a Discrete Show-Up-Rate Distribution," *Interfaces*, Vol 36, No.3, pp.248-258.
- Smith, B.C., Leimkuhler, J.F. and Darrow R.M. (1992), "Yield Management at American Airlines," *Interfaces*, Vol 22, No.1, pp.8-31.
- Subramanian, J., Stidham Jr., S. and Lautenbacher, C.J. (1999), "Airline yield management with overbooking, cancellations, and no-shows," *Transportation Science*, Vol 33, No. 2, pp.147-167.
- Talluri, K.T. and van Ryzin, G.J. (2004), *The Theory and Practice of Revenue Management*, Kluwer, Dordrecht, The Netherlands, 2004
- Weatherford, L.R. and Bodily S.E. (1992), "A Taxonomy and Research Overview of Perishable-Asset Revenue Management: Yield Management, Overbooking, and Pricing," *Operations Research*, Vol 40, No. 5, pp.831-844.
- Wollmer, R.D. (1992) "An Airline Seat Management Model for a Single Leg Route When Lower Fare Classes Book First," *Operations Research*, Vol 40, No.1, pp.26-37.



## 附錄一 JAH 演算法之 matlab 程式碼

```
for x=1:(in_range+out_range+1)
    for y=1:(in_range+out_range+1)
        %u(x,y,1)=min(0,-170.91-2.17625*max(-50,rx-kv)-1.33151*max(-50,ry-kw)); %(1.2,1.2)
        %u(x,y,1)=min(0,-213.64-2.72026*max(-50,rx-kv)-1.66442*max(-50,ry-kw)); %(1.5,1.5)
        u(x,y,1)=min(0,-256.37-3.26427*max(-50,rx-kv)-1.99731*max(-50,ry-kw)); %(1.8,1.8)
        %u(x,y,1)=-1*(max(0,hv*(rx-kv)))-1*(max(0,hw*(ry-kw)));
    end
end
% DP
u_temp=0;
test=0;
for t=2:(time+1) %t=1 equal take off(period 0)
    for x=1:(in_range+out_range+1)
        for y=1:(in_range+out_range+1)
            u(x,y,t)=P0(t-1)*u(x,y,(t-1));
            for l=1:class
                for k=1:g
                    if x <= in_range
                        real_x=(x-1)*in_volume;
                    elseif x==(in_range+1)
                        real_x=x_bound;
                    elseif x==(in_range+out_range+1)
                        real_x=volume_limit;
                    else
                        real_x=x_bound+(x-in_range-1)*out_volume;
                    end
                    if y <= in_range
                        real_y=(y-1)*in_weight;
                    elseif y==(in_range+1)
                        real_y=y_bound;
                    elseif y==(in_range+out_range+1)
                        real_y=weight_limit;
                    else
                        real_y=y_bound+(y-in_range-1)*out_weight;
                    end
                    a=real_x+m_volume(k);% total volume, if sell category_k cargo
                    b=real_y+m_weight(k);% total weight, if sell category_k cargo
```

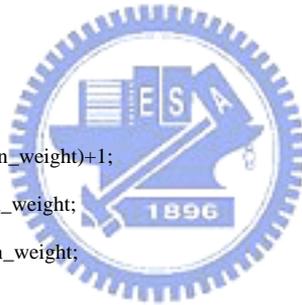


```

if (a<=volume_limit) && (b<=weight_limit)
    if a<b1v
        x1=floor(a/in_volume)+1;
        d_volume=in_volume;
        rx=(x1-1)*in_volume;
    elseif a<x_bound
        x1=in_range;
        d_volume=b_volume1;
        rx=b1v;
    elseif a<b2v
        x1=in_range+floor((a-x_bound)/out_volume)+1;
        d_volume=out_volume;
        rx=x_bound+(x1-in_range-1)*out_volume;
    else
        x1=in_range+out_range;
        d_volume=b_volume2;
        rx=b2v;
    end
    if b<b1w
        y1=floor(b/in_weight)+1;
        d_weight=in_weight;
        ry=(y1-1)*in_weight;
    elseif b<y_bound
        y1=in_range;
        d_weight=b_weight1;
        ry=b1w;
    elseif b<b2w
        y1=in_range+floor((b-y_bound)/out_weight)+1;
        d_weight=out_weight;
        ry=y_bound+(y1-in_range-1)*out_weight;
    else
        y1=in_range+out_range;
        d_weight=b_weight2;
        ry=b2w;
    end

p=a*d_weight-b*d_volume-(rx*d_weight-ry*d_volume);
if p>0 % the right side of plane
    n1=-d_weight*(u(x1+1,y1,t-1)-u(x1,y1,t-1));

```





## 簡 歷



姓名：張格禎

籍貫：宜蘭縣

生日：民國 72 年 1 月 28 日

電子郵件信箱：[back.tem94g@nctu.edu.tw](mailto:back.tem94g@nctu.edu.tw)



學歷：

民國 94 年 9 月至民國 96 年 6 月	國立交通大學運輸科技與管理學系碩士班畢業
民國 90 年 9 月至民國 94 年 6 月	國立交通大學運輸科技與管理學系畢業
民國 87 年 9 月至民國 90 年 6 月	國立宜蘭高級中學畢業