國 立 交 通 大 學

運輸科技與管理學系

碩 士 論 文

結合自有車隊與委外貨運的車輛路線問題

The Vehicle Routing Problem Consists of Private Fleet and Common Carrier

學　　　生：林欣誼

指 導 教 授：黃寬丞　博士

中 華 民 國 九 十 六 年 七 月

結合自有車隊與委外貨運的車輛路線問題

The Vehicle Routing Problem Consists of Private Fleet and Common Carrier

研 究 生：林欣誼　　Student：Hsin-Yi Lin

指導教授：黃寬丞　　Advisor：Kuan-Cheng Huang

國 立 交 通 大 學

運輸科技與管理學系

碩 士 論 文

A Thesis
Submitted to Department of Transportation Technology and Management
College of Management
National Chiao Tung University
in partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of
Master
in
Transportation Technology and Management

July 2007
Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十六年七月

國　立　交　通　大　學

博碩士論文全文電子檔著作權授權書

(提供授權人裝訂於紙本論文書名頁之次頁用)

本授權書所授權之學位論文，為本人於國立交通大學運輸科技與管理學系 ______________組，96 學年度第二學期取得碩士學位之論文。

論文題目：結合自有車隊與委外貨運的車輛路線問題

指導教授：黃寬丞

■ 同意　□不同意

本人茲將本著作，以非專屬、無償授權國立交通大學與台灣聯合大學系統圖書館：基於推動讀者間「資源共享、互惠合作」之理念，與回饋社會與學術研究之目的，國立交通大學及台灣聯合大學系統圖書館得不限地域、時間與次數，以紙本、光碟或數位化等各種方法收錄、重製與利用；於著作權法合理使用範圍內，讀者得進行線上檢索、閱覽、下載或列印。

論文全文上載網路公開之範圍及時間：

本校及台灣聯合大學系統區域網路	■ 中華民國 96 年 7 月 18 日公開
校外網際網路	■ 中華民國 96 年 7 月 18 日公開

授 權 人：林欣誼

親筆簽名：________________________

中華民國 96 年 7 月 18 日

國　立　交　通　大　學

博碩士紙本論文著作權授權書

(提供授權人裝訂於全文電子檔授權書之次頁用)

本授權書所授權之學位論文，為本人於國立交通大學運輸科技與管理學系 ____________組，96學年度第二學期取得碩士學位之論文。

論文題目：結合自有車隊與委外貨運的車輛路線問題

指導教授：黃寬丞

■ 同意

本人茲將本著作，以非專屬、無償授權國立交通大學，基於推動讀者間「資源共享、互惠合作」之理念，與回饋社會與學術研究之目的，國立交通大學圖書館得以紙本收錄、重製與利用；於著作權法合理使用範圍內，讀者得進行閱覽或列印。

本論文為本人向經濟部智慧局申請專利(未申請者本條款請不予理會)的附件之一，申請文號為：_____________________，請將論文延至____年____月____日再公開。

授　權　人：林欣誼

親筆簽名：_______________________

中華民國　**96** 年 **7** 月 **18** 日

國家圖書館
博碩士論文電子檔案上網授權書

ID:GT009432515

本授權書所授權之論文為授權人在國立交通大學管理學院運輸科技與管理學系__________ 組 96 學年度第二學期取得碩士學位之論文。

論文題目：結合自有車隊與委外貨運的車輛路線問題

指導教授：黃寬丞

茲同意將授權人擁有著作權之上列論文全文（含摘要），非專屬、無償授權國家圖書館，不限地域、時間與次數，以微縮、光碟或其他各種數位化方式將上列論文重製，並得將數位化之上列論文及論文電子檔以上載網路方式，提供讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印。

※ 讀者基於非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印上列論文，應依著作權法相關規定辦理。

授權人：林欣誼

親筆簽名：________________

民國 **96** 年 **7** 月 **18** 日

結合自有車輛與委外貨運的車輛路線問題

學生：林欣誼　　　　　　　　　　　　　指導教授：黃寬丞 博士

國立交通大學運輸科技與管理學系

摘　要

過去貨物多透過公司自有車輛運輸，隨著經營型態的轉變，開始出現精密分工、講究專業，促使第三方物流(Third-party Logistics, 3PL)的出現。然而，對於許多貨運量龐大或貨物運送頻繁的公司而言，完全的委外運輸成本上不見得經濟，且基於某些策略上考量，也有可能必須維持保有自身車隊。加上需求不確定的現象相當普遍，自有車隊過於龐大，於需求相對較弱時，會造成資產之閒置。反之，若自有車隊規模不足時，在需求相對高檔時，則會造成運量不足的瓶頸。面對以上情況，企業為追求運輸成本最小化與客服滿意極大化的目標，有必要同時整合自有車輛與委外貨運服務的使用，目前同時整合自有車輛與貨運業者的相關文獻有限，因此本研究選擇以同時結合委外運輸安排及自有車隊之路線規劃之車輛路線問題作為核心問題。

在車輛路線類型問題的求解上，一般傳統式的啟發式解法的缺點為精確度與彈性較為不足，巨集式解法則在解題速度與方法單純性上居於弱勢。本研究以平衡兩者特性為基本的研究理念，將問題轉以集合涵蓋問題描述，進一步以拉氏鬆弛法為基礎，結合變數產生法之觀念來設計一啟發式演算法。求解過程中只產生「部分車輛路線」作為解題空間，再於遞迴運算中將解題空間內的車輛路線進行調整，使得挑出的車輛路線逐步逼近最佳解。僅保留少數車輛路線做為調整解題空間的方式，大幅降低運算負荷，在短時間內找尋近似最佳解。數值測試例題修改自一般車輛路線問題常用題庫。由於演算法本身放鬆特性符合求解結合自有車隊與委外貨運的車輛路線問題之問題本質，可因此加快求解速度。目標在實務運用容許的時間內，找出理想的解答，以期有效協助企業降低運輸成本，並提升服務滿意度。

關鍵字：　車輛路線問題、自有車輛、委外貨運、集合涵蓋模式、拉氏鬆弛法、啟發式解法

The Vehicle Routing Problem Consists of Private Fleet and Common Carrier

Student: Hsin-Yi Lin　　　　　　Advisor: Dr. Kuan-Cheng Huang

Institute of Transportation Technology and Management
National Chiao Tung University

Abstract

Vehicle Routing Problems have been studied for almost 50 years, but only a few addresses the issue of both private fleets and common carriers. In the past, most companies delivered goods through their own fleets. When people began to perceive the importance of cost reservation, a new style of company that provided specific services such as third-party logistics emerged. For those that still require frequent and massive shipments, delivery through common carriers is not economical – private fleets are therefore indispensable. However, private fleets cannot satisfy every customer's needs. The irregularity of demand and quantity increase demonstrates the necessity of the common carrier. Combining the usage of common carrier and private fleets could improve the cost reduction and customer satisfaction enhancement.

Numerous heuristic solution methods have been proposed for VRP known as NP-hard. They can be classified as classical heuristics and metaheuristics. Recent research has shown that both categories have their advantages and disadvantages. Classical heuristics is simpler and easier to implement, but can not compete with the accuracy and flexibility of metaheuristics. In order to find a balance between these two, the Set Covering Model and the concept of column generation was used to develop a Lagrangian relaxation based heuristics. The calculation is initiated through generating a partial set of feasible routes to be the solution space which would be carefully adjusted through the iterative solution procedure to contain relatively better routes instead of all possible ones, and the result is subsequently improved. The popular vehicle routing test problem set in the literature is revised to the numerical experiment examples of this research. Derived from the characteristic of the vehicle routing problem consisting of private fleets and common carrier, we took the step of relaxing the covering constraint. By using this method, the benefit is able to find reasonably approximate solutions and the computational time shortened.

Key Words: Vehicle Routing Problem, Private Fleet, Common Carrier, Set Covering Problem, Lagrangian Relaxation, Heuristics

誌謝

首先誠摯的感謝指導教授黃寬丞博士，老師悉心的教導使我得以一窺物流運輸領域的深奧，不時的討論並指點我正確的方向，讓我在這些年中獲益匪淺。老師對學問專注謹慎的態度更是我輩學習的典範。此外，亦得感謝系上的韓復華與黃家耀教授給予許多寶貴的建議，使得本論文能夠更完整而嚴謹。

研究所的確是個與過往其他求學階段完全不同的經歷，過去我未曾煩惱、也從不需擔憂，我到底是否可順利畢業這個問題，考試、修課總有已經安排好的固定時程與進度，但研究所不同之處就是必須要完成一篇論文的先決條件，在我一向「船到橋頭自然直」的生活態度下，我並未確實做好論文進度的掌控，導致到了最後五、六月依舊充滿著不確定性，這段時間確實令人迷惘、煎熬，所幸有家人朋友從旁鼓勵、協助，最後終換來了得來不易的「畢業」。這的確是個寶貴的人生經歷，讓我深刻體驗到對自己負責的重要性，我再也不是十幾歲的小孩，可以只想著今天要玩什麼。

相識多年的老友們，雖然我們各自擁有不同的發展，但也因此，與你們的對話總能帶領我體驗不同的人生經歷，開拓我的視野，總是充滿樂趣，在我困頓的時刻也都適時伸出援手，敦促我早日完成研究，擁有這麼多風趣、有想法的朋友是我的榮幸。芳妮寶玲一姐、準博士人選梁老人、一哥 back，恭喜我們順利走過這兩年。也預祝炒股高手 ZZ 學長明年早日畢業！

Thank you, my cousin, for your complete support. You always have faith in me and encourage me all the time. Though I am older, you are much more mature. You give me precious advice every time I get into trouble. I feel blessed to have you as my family. I'd also like to show my appreciation to my role model, Justine Henin. While she fought so hard on court during Roland Garros and Wimbledon, I was also struggling with my research in those midnight hours. She conquered her opponent one after one. Her inspiration allowed me to keep a positive attitude on my thesis which seemed hopeless at the time.

感謝我的舅舅、舅媽、阿姨、姨丈，把我當成子女般對待。最後，謹以此文獻給我摯愛的雙親。爸爸！謝謝你這三年來父兼母職，與我一同度過。媽媽！希望我沒有讓你失望，你將永遠活在我心裡。

林 欣 誼
2007.07.18

目錄

圖目錄

表目錄

第一章 緒論

1.1 研究動機及背景

想在最短時間內以最省力的方式完成任務是人類與生俱來的本能，當我們被賦予多重地點任務時，很自然地在心中盤算，如何安排處理事情的先後順序，最基本的如同購物時的採買路線，經由具有追根究底精神的學者深入探討下，進而衍生出一連串的路線規劃問題研究，包含了TSP(Traveling Salesman Problem)及VRP(Vehicle Routing Problem)。

對於所有企業而言，商品貨物一般集中存放於倉庫或是配送中心，顧客需求所在位置是隨機且分散各地的(如圖 1.1 所示)，如何將貨物運送至顧客端是他們必須處理的重要課題，也就是所謂車輛路線問題，見圖 1.2。在規劃車輛路線時，一般是在派車前將分析訂單資料及計算距離成本後再指派路徑，以減少巡迴、送貨時間，以及降低因巡迴、送貨逾時所造成的費用支出。

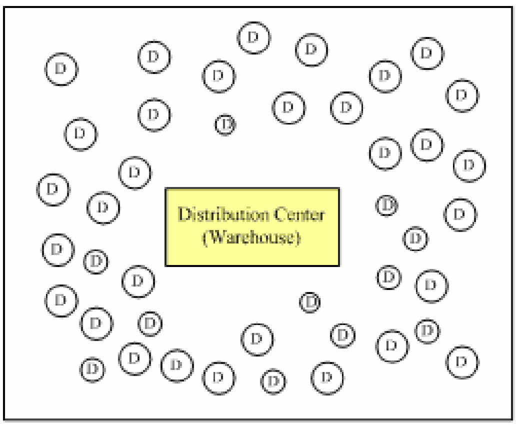


圖 1.1 配送中心與顧客關係圖

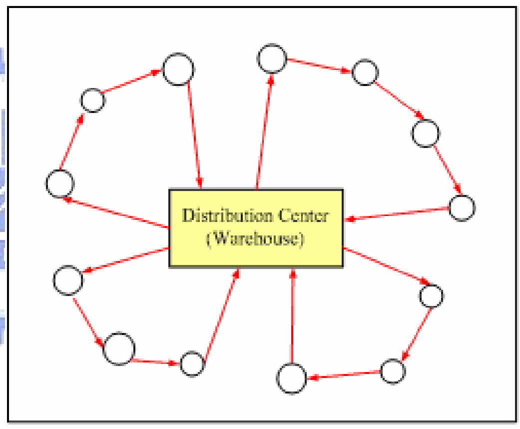


圖 1.2 車輛路線問題

隨著商業環境的變遷，開始重視各種專業的精密分工，也促成第三方物流(Third-party Logistics, 3PL)公司的出現，然而其中尚有許多因素必須納入考量。例如：

一、 對於許多貨運量龐大或貨物運送頻繁的公司而言，完全的委外運輸在成本上不見得經濟。

二、 基於策略的因素（例如特定客戶有特別的服務品質考量），或者作業的因素（例如不同客戶可能有差異性的服務樣態），委外服務可能無法滿足上述考量，公司有可能必須維持保有自身車隊才能達成該等目標。

三、 需求不確定的現象相當普遍，自有車隊過於龐大，於需求相對較弱時，會造成資產之閒置；反之，若自有車隊規模不足時，在需求相對高檔時，則會造成運量不足的瓶頸。

面對以上情況，企業為兼顧降低運輸成本與提升客服滿意的雙重目標，必要時

必須整合自有車隊與委外貨運服務，而相關的委外運輸安排及自有車隊之路線規劃，即為本研究之核心問題。所產生的路線安排可能如圖 1.3。表 1.1 則提供進一步比較傳統車輛路線問題與本研究問題的差異。

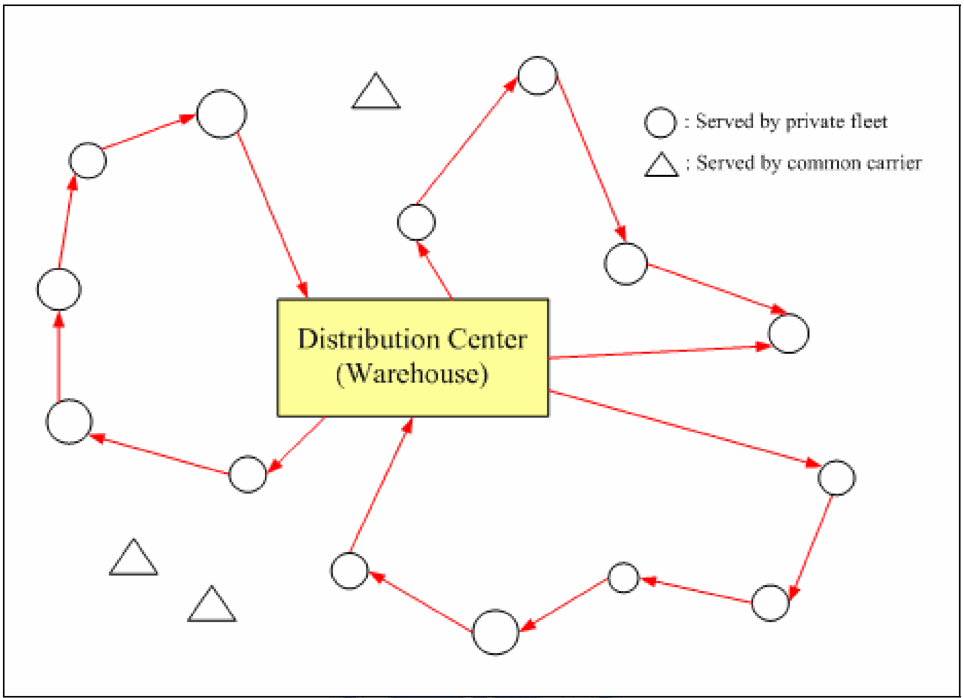


圖 1.3　結合自有車輛與委外貨運的車輛路線問題

表 1.1　傳統車輛路線問題與本研究問題差異比較表

傳統車輛路線問題	結合自有車隊與委外貨運之車輛路線問題
單一型態服務方式，全由自有(或自己營運管理)之車隊服務。（全部委外則不存在車輛路線問題。）	同時自有車隊與委外貨運可供選擇
車輛數不足時，不存在可行解	可透過委外運輸，原則上一定有可行解
問題定義較單純，相關文獻豐富	問題定義更接近現況，相關文獻貧乏
缺乏對需求變化的彈性，營運成本可能較高	引進外包觀念，有機會進一步改善成本並滿足需求

在現實生活中，相信類似的問題是許多企業亟待解決的難題，但至今同時整合自有車輛與貨運業者的相關文獻有限，完成的研究更是稀少，足見這類研究仍有相當努力空間。因此本研究選擇以此為題，探討企業本身具有自有車隊但貨運業者也可供選擇的情況下的車輛路線問題。

1.2 研究目的

近半世紀以來，國內外有許多探討車輛路線問題的研究，成果豐碩。車輛路線問題相關問題眾多，包括基本車輛路線問題(Vehicle Routing Problem, VRP)、具時間窗限制車輛路線問題(Vehicle Routing Problem with Time Windows, VRPTW)、多場站車輛路線問題(Multiple Depot Vehicle Routing Problem, MDVRP)、多車種車輛路線問題(Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem, FSMVRP)、週期性車輛路線問題(Periodic Vehicle Routing Problem)等，都是在實務應用上重要的車輛路線問題類型。

此類問題為具有高度求解複雜性之組合最佳化問題，特色為問題描述容易，但求解相當困難，在求解空間中，其決策變數為整數變數，其解具有排列及組合的特性，屬於 NP-hard (Non-deterministic Polynomial-time hard)，目前尚無法在多項式時間(Polynomial Time)內求得最佳解。在一般的 VRP 問題中，會由場站(depot)派出一組車輛來服務一組顧客，而且考慮在每個顧客點只能服務一次的限制下，必須要完成所有顧客點的服務，在符合以上的條件下，求解出車輛路線路徑之最佳解。但是隨著顧客點增加，路線的組合數也成指數上升，造成解題的難度提高，所需要之求解演算時間隨問題變數數量呈指數關係成長，使得問題無法在具效率的時間下求得精確解(Exact Solution)。因此當問題規模擴大時，為了確保在可接受的時間內，可以得到精確度高的近似解(Approximate Solution)，發展解題上具效率性的啟發式解法(Heuristic Method)成為研究車輛路線問題相關課題的重點之一。

本研究之研究主題初步僅考慮單一場站、單一自有車種與存在委外貨運服務之情形。以最小路線成本為目標，固定節線成本與固定客戶點需求，其中有車輛容量限制，但無車輛數目、最大時間與時間窗的限制，且委外貨運量亦不受限制的貨物運送問題，其決策主要為自有車輛路線安排與委外客戶之決定。後續視研究的發展，可以進一步引進各種營運上的限制與考量，如引進必須由自有車隊服務之客戶的情形、運送時窗等等，以更符合實際需求。

在車輛路線類型(VRP-type)問題的求解上，簡單的傳統式啟發式解法(Classical Heuristic)一般在精確度與彈性顯得較為不足；至於，近年非常受到重視的巨集式解法(Meta-Heuristic)，如禁制搜尋法(Tabu Search)、基因演算法(Genetic Algorithm)來求解，雖然非常成功，然而也有對各種 VRP 啟發式解法進行比較的研究指出，其在解題速度與方法單純性上則通常相對居於弱勢。Laporte and Semet(2001)提出，未來在車輛路線問題方面的研究，將朝向發展具有演算策略更簡單、更精簡之計算量、可解更大規模的問題及適用於任何問題結構等特性之演算法發展，即使需要犧牲某種程度的解答精確度，故本研究的重點也包含針對結合自有車隊與委外貨運的基本車輛路線問題，建立一更簡略計算量之演算法求解問題，但犧牲的解答精確度能於可容許範圍。

本研究以平衡兩者特性為基本的研究理念，參考集合涵蓋模式(Set Covering Problem)、拉式鬆弛法(Lagrangian Relaxation)、與變數產生法(Column Generation)，來開發一啟發式演算法。由於演算法本身放鬆特性符合求解結合自有車隊與委外貨

運的車輛路線問題之問題本質，期望可因此加快求解速度與有效幫助企業降低運輸成本。目標在實務運用容許的時間內，找出理想的解答，以幫助企業降低運輸成本，並提升服務滿意度。

1.3 研究方法與流程

首要工作為回顧探討過去車輛路線問題的相關文獻，彙整參考後，再針對本研究問題—在自有車輛與委外貨運兩種運送方式可選擇的情況下的車輛路線問題，提出數學規劃模式，研究流程如圖 1.4 所示：

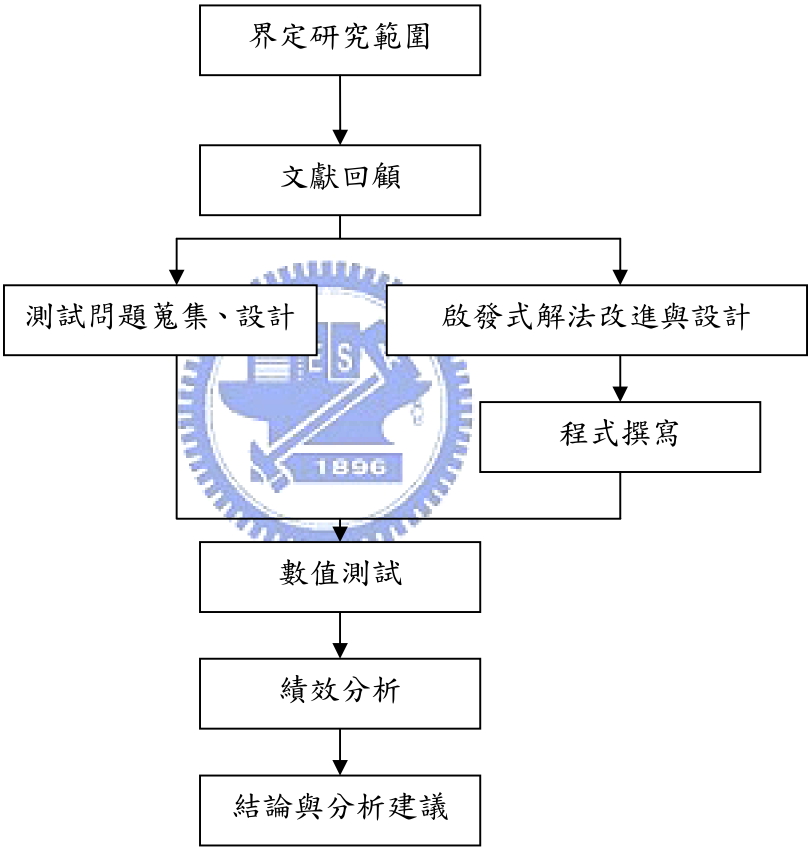


圖 1.4　研究流程圖

主要內容與進行流程簡述如下：

1. 文獻回顧：蒐集國內外文獻中已發表之 VRP 相關研究，求解集合涵蓋問題之發展近況，以及相關委外貨運文獻。
2. 啟發式解法之解題架構設計：提出數學規劃模式，轉化為集合涵蓋問題(set covering problem)，並以拉格蘭式鬆弛演算法、貪心法則、次梯度法之啟發式解法等求解並分析問題。

3. 解題程式撰寫：以電腦語言將整個演算法寫成電腦程式，借助電腦計算能力，以利測試試驗之進行。
4. 測試問題蒐集與設計：收集各現有車輛路線問題測試例題，並加以設計、調整為適合本研究問題的形式。
5. 數值測試：對所發展之演算法進行數值測試，比較本研究與其他已發表類似研究之演算法之執行解題績效，檢討其發展可行性與應用潛力。
6. 結論與分析：根據綜合分析所得到之結果，提出具體結論與建議，並研擬未來相關領域之研究方向。

第二章、文獻回顧

舉凡所有研究以一車隊服務一群已知顧客，所形成的最佳路線組合，都可以稱為車輛路線問題，屬於組合最佳化問題，是一個極具重要性且受到廣泛研究的議題。由於其 NP-hard 的性質，包含 50 位顧客的 VRP 是目前研究中求得精確解的最大規模問題，受限於難在多項式時間內求得精確最佳解，人們致力於發展各式啟發式解法，力求縮短求解時間。

車輛路線問題的研究歷史已逾 40 年，起初是由 Dantzing 與 Ramser 兩位學者於 1959 年提出，兩位學者為現實中如何將汽油運送至各加油站的狀況，設計一數學規劃模式與求解方法；直到 1964 年，Clarke 與 Wright 發展出一個能有效改進 Dantzing-Ramser 方法的貪婪啟發式解法。此後，越來越多的 VRP 相關研究相繼出現，依問題的類型分類大致可分為：

1. 具有容量限制的車輛路線問題(Capacitated Vehicle Routing Problems, CVRP)
2. 具時間窗限制的車輛路線問題(Vehicle Routing Problems with Time Windows, VRPTW)
3. 具有回程的車輛路線問題(Vehicle Routing Problem with Backhaul, VRPB)
4. 收送貨車輛路線問題(Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery, VRPPD)

圖2.1可解釋各類型VRP的關係，由於本研究的問題類型屬於具有容量限制的車輛路線問題，將著重於CVRP的文獻。

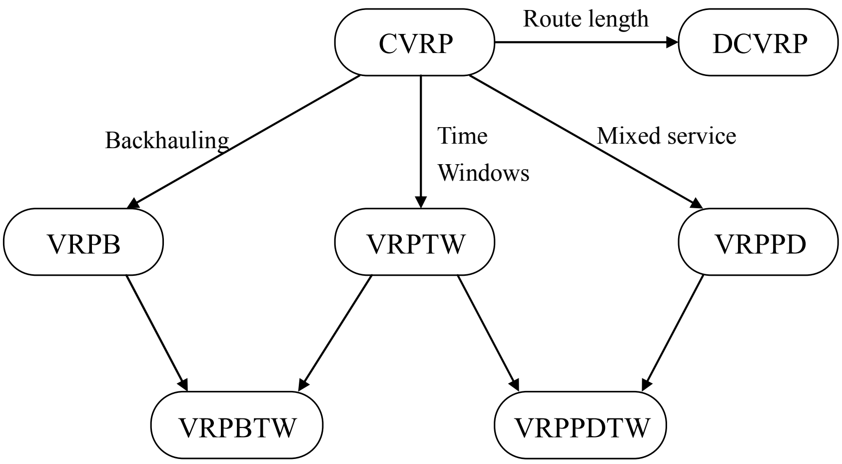


圖 2.1　VRP 問題基本類型相互關係圖

資料來源：Toth & Vigo(2001)

經典的CVRP即通稱的傳統車輛路線問題，對數量眾多的顧客需求點進行純粹

送貨或收貨的作業,目標為設計一從單一場站出發的路線集合，使得車輛容量同為C共K台的車隊，可在最小路線成本滿足n個顧客的需求，其中每顧客之需求量d_i為非負值，且必須符合以下三個限制:

1. 每位顧客只被服務一次，且由一輛車滿足其所有需求
2. 所有路線的起訖點都為場站
3. 每個路線的總需求量不可超出車輛容量C

根據 Lenstra and Rinnooy(1981)文獻，VRP 是屬於 NP-hard 問題。詳見圖 2.2 VRP 示意圖，中央方形為場站(depot)，圓形為客戶點(customer)。

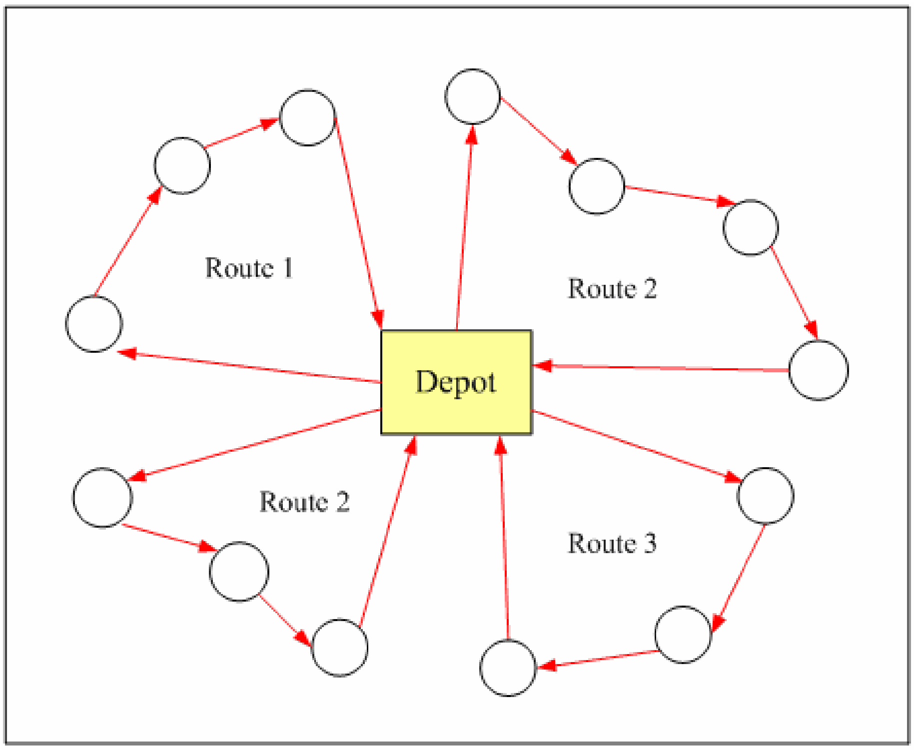


圖 2.2 VRP 示意圖

定義一網路，$G(V,E)$，V 代表網路上所有節點(vertex)之集合，E 代表網路上所有節線(edge)之集合，d_i 代表發生在節點 i 上之顧客需求(demand)，c_{ij} 代表使用節線 (i, j) 之一般化成本(generalized cost)。當路網圖形 $G(V,E)$ (或 $G(V,A)$)為一個完全性網路(complete graph)，即任意兩節點之間均存在著直接連接該兩點的節線，常見的基礎CVRP數學模式為:

$$\text{(2.1)} \quad \min \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} \sum_{k=1}^{K} x_{ijk}$$

subject to

$$\text{(2.2)} \quad \sum_{k=1}^{K} y_{ik} = 1 \qquad \forall i \in V \setminus \{0\}$$

$$\text{(2.3)} \quad \sum_{k=1}^{K} y_{0k} \le K$$

$$\text{(2.4)} \quad \sum_{j \in V} x_{ijk} = \sum_{j \in V} x_{jik} = y_{ik} \qquad \forall i \in V, k = 1, \ldots, K$$

$$\text{(2.5)} \quad \sum_{i \in V} d_i y_{ik} \le C \qquad \forall k = 1, \ldots, K$$

$$\text{(2.6)} \quad \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \le |S| - 1 \qquad \forall S \subseteq V \setminus \{0\}, |S| \ge 2, k = 1, \ldots, K$$

$$\text{(2.7)} \quad y_{ik} \in \{0,1\} \qquad \forall i \in V, k = 1, \ldots, K$$

$$\text{(2.8)} \quad x_{ijk} \in \{0,1\} \qquad \forall i, j \in V, k = 1, \ldots, K$$

其中 x_{ijk} 表示車輛 k $(k = 1, \ldots, K)$ 經過路段 $(i, j) \in E$ 的次數，若顧客 i 是由車輛 k 服務時 $y_{ik} = 1$，反之則 $y_{ik} = 0$。限制式(2.2)的涵意為所有顧客都只會被服務一次；(2.3)式代表使用車輛不得超過 K 台；(2.4)式保證每輛車在服務一位顧客後會從同一顧客點離開；(2.5)式為每台車輛運送的貨物不可超出車輛的容量限制；(2.6)式則是用來防止子迴圈路線產生。

由於車輛路線問題存在著極高的學術研究價值，相關研究眾多，本研究初步整理如 2.1 節，另外過去亦有不少學者針對 VRP 問題之文獻做回顧整理，如 Bodin *et al.*(1983)、Bodin(1990)、Fisher(1995)及 Berman & Das(2005)，亦可參考增進對 VRP 問題的全面了解。此外，由於本研究計畫發展的演算法與集合涵蓋問題(Set Covering Problem, SCP)有密切關係，SCP 相關文獻之回顧於 2.2 節說明。最後，有關整合自有車隊與委外貨運服務之相關文獻，則於 2.3 節加以說明。

2.1 車輛路線問題求解方式

根據Toth & Vigo(2001)所編訂的”The Vehicle Routing”一書中提到，若按照解法分類，可分為：一、精確解演算法與二、啟發式解法。

2.1.1 精確解演算法

1. 分支定限法(Branch-and-Bound Algorithms)

分支定限法公認為可處理各式最佳化問題的演算法，尤其是離散(discrete)及組合最佳化問題。於 1960 年，由 A. H. Land 與 A. G. Doig 將離散問題放鬆視為線性規劃問題，利用線性規劃的解題技巧處理離散問題進行計算，再透過不斷分支、定限、檢查可行性、確認獲得更好的解，最後比較所有分支末端的解，找出最佳解。

顧名思義，分支定限法，即是由分支及定限兩個部份所組成。分支就是將可行解區域改由許多較小的可行解區域涵蓋組成，由於此步驟將不斷遞迴、重複對各子區域持續分割，不斷產生更小的區域，導致的所有子區域間的關係自然地形成如樹枝狀的結構；定限則是指在子可行解區域內快速地找出上限與下限。各分支的節點分別代表新建立的子區域。

運算的效率取決於使用的分支與定限的計算是否有效；過程中，壞的選擇將導致重複的分支，沒有任何修剪，直到子區域變得非常小，在這樣對主區域拆解為詳盡列舉的情況下，是不符實際需求的。至今尚無適用所有問題的定限方式，因此一般不同範例皆需要個別量身訂作合適的分支定限運算法。

大家都知道 CVRP 為 TSP 的延伸問題，換句話說 TSP 是 CVRP 問題的最簡化型態，因此 CVRP 精確解求解方式大多承襲 TSP 使用的解法，直到 1980 年代末期，分支定限法始終扮演著最有效率的 CVRP 精確解解法。Laporte and Nobert(1987)探討了所有車輛路線問題精確解解法，也對分支定限法做出完整且詳細的分析，近來，仍有許多較為複雜的定限方式被提出，如有些是根據拉式鬆弛原理，實質上擴大了分支定限法可求解的問題規模。

2. 分支切面法(Branch-and-Cut Algorithms)

分支切面法為一以線性規劃為基礎(LP-based)的分支定限技術，用來解決混合整數線性規劃(Mixed Integer Linear Programming)組合最佳化問題，也就是問題中的某些或所有未知數被限制為必須是整數的線性規劃問題，此法為分支定限法與切面法(Cutting Plane Method)的結合。

求解時起初忽略整數限制的約束，使用一般的簡解法(Simplex Method)解決線性規劃問題。當獲得一最佳解，若有應為整數解的值在此解中為非整數值，則使用切面法找出新的線性限制式，該限制符合當前解中可行的整數值解，但違反當前解中不可行的非整數值解，求解新加入不等式限制式的線性規劃問題將有希望產生「較完整」的最佳解，此過程將持續重複直到找到最佳整數解或沒有其他切面被發現為止。

同時，算法中分支與定限的部份開始運作，選擇當前解中非整數值變數，將問題劃分成二個版本，一個是加上額外限制式，訂定變數的上界，使變數小於或等於當前解無條件進位的整數值；另一個則是增加一限制式，制定變數的下界，讓變數大於或等於當前解無條件捨去的整數值。也就是該變數未來的解將會被規範於當前解無條件進位與無條件捨去的整數值之中，再使用簡解法對加入新限制式的新線性規劃問題求解，過程重複直到找到滿足所有整數限制的解。在分支和定限的過程中，能分割出更進一步的切面，也許是全域的切面，符合所有可行的整數解；或是局部

的切面，使求解滿足當前所考慮的分支中附加的限制式。

分支切面與分支定限主要的不同在於，前者在所有的分支搜尋過程中切面與變數動態產生，可適用大規模問題的求解。分支切面是分支定限的應用，分支定限代表在建構搜尋樹的過程中使用線性規劃產生有效的邊界限制，切面的功效為強化線性規劃放鬆並用以定限，使得比單一使用分支定限法來的更強大。

3. 集合涵蓋演算法(Set-Covering-Based Algorithms)

包含集合分割(Set Partitioning)與集合涵蓋(Set Covering)，Balinski與Quandt(1964)首度將CVRP轉化為集合涵蓋問題與集合分割問題形式求解。

集合涵蓋問題

模式如下：

(2.9) $\min \sum_{r \in \Re} c_r y_r$

Subject to

(2.10) $\sum_{r \in \Re} \alpha_{ir} y_r \geq 1 \qquad \forall i \in V$

(2.11) $\sum_{r \in \Re} y_r \leq K$

$y_r \in \{0,1\} \qquad \forall r \in \Re$

$$\alpha_{ir} = \begin{cases} 1 & \text{if customer } i \text{ is served in route } r \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$y_r = \begin{cases} 1 & \text{if routr } r \text{ is in the optimal solution} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

基本想法為產生所有可行的路線，路線的起點與終點都為場站，路線中顧客總需求不超出車輛容量C，所有的可行路線集合為$\Re = \{1, 2, \ldots, R\}$，$c_r$為路線$r$的路線成本。若顧客在路線$r$上被服務則$\alpha_{ir} = 1$，否則$\alpha_{ir} = 0$。另外，若最佳解中包含路線$r$則$y_r = 1$，否則$y_r = 0$。限制式(2.10)確保每位顧客至少會被涵蓋一次，(2.11)式暗示最多只可產生K條路線。

集合分割問題

以集合分割型式呈現車輛路線問題：

(2.12) $\min \sum_{j=1}^{q} c_j x_j$

Subject to

(2.13) $\sum_{j=1}^{q} a_{ij} x_j = 1 \qquad \forall i \in V \setminus \{0\}$

(2.14) $\sum_{j=1}^{q} x_j = K$

$x_j \in \{0,1\} \qquad \forall j = 1,\ldots,q$

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if customer } i \text{ is covered by route } j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{if routr } j \text{ is in the optimal solution} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

集合分割解法由產生一些候選車輛路線解開始，一個候選車輛路線解可以被定義成一個集合$S \subseteq \{1,\ldots,n\}$，其中顧客都被相同的車輛運送，把這些候選車輛路線解指標為 j，並定義 c_j 代表候選車輛路線 j 的成本，q 為車隊擁有的所有車輛數目，若顧客在路線 j 上被服務則 $a_{ij}=1$，否則 $a_{ij}=0$。另外，若最佳解中包含路線 j 則 $x_j=1$，否則 $x_j=0$。目標式設定最小化總運輸成本，限制式(2.13)確保每位顧客都會被涵蓋一次，(2.14)式顯示結果將產生總共 K 條路線。

2.1.2 啟發式解法

1. 傳統啟發式解法(Classical Heuristics)

其中又區分為：

(1) 途程建構法(Constructive Methods):

使用的主要技巧為:根據節省值準則合併既有路線與依照插入成本逐一將節點指派至車輛路線中，著名的節省法(Clarke and Wright Savings Algorithm)即屬此類。

(2) 二階段法(Two-Phase Methods)

包含先排程再分群(route-first, cluster-second)與先分群再安排路線(cluster-first, route-second)的演算方式，三種先分群再安排路線的方式中，最簡單的為基礎分群法(*elementary clustering methods*)，執行一次節點分群後，指派各車輛至各群組，掃描法(Sweep Algorithm)為其代表；第二種為簡化版分支定限法(*truncated branch-and-bound*)，可產生一組良好的車輛路線集合；最後一種為花瓣法(*petal* *algorithms*)，透過產生大量部份重覆涵蓋路線的分群，從中選擇適當的可行集合。

(3) 改善法(Improvement Heuristics)

改善法可用於單一車輛路線改善，也可運用同時改善多車輛路線，所有TSP的改善法都可適用VRP，首先建立一可行途程為起始解，接著利用路線交換來改善，直到無法再改善為止。

採用傳統啟發式解法的研究，經常是混合使用上述方法於其中，Christofides, Mingozzi與Toth(1979)便結合節省法與3-opt改善法，研究3-opt對節省法所產生的影響，比較求解的品質與效率。由於方法繁多，本節僅以基本精神簡單、容易執行，且在實務軟體中最廣為使用的節省法作為代表並加以說明：

◆ **節省法(Savings Algorithm)**

節省法是由Clarke及Wright在1964年首先提出，屬於直接建構路線的貪婪(greedy)法則。首先假設每一節點都各自由一台車輛服務，不一定是可行解(車隊也許沒有與顧客數相當的車輛)，因此透過合併兩個路線$(0,\ldots,i,0)$與$(0,j,\ldots,0)$為$(0,\ldots,i,j,0)$，使之由同一台車輛服務，比較各路線兩兩合併後的節省值S_{ij}，$s_{ij}=c_{i0}+c_{0j}-c_{ij}$，列出所有節省值由大至小的排序，選定最大者為新路線，並確認路線中顧客需求量總和未超出車輛容量，一旦超出便不再合併至此路線中，檢視其餘路線，不斷重複上述路線合併步驟，直到所有節省值$S_{ij}\le 0$則停止。此法不論具有方向性或不具方向性的路網皆適用，也容易應用於車輛數目為決策變數的問題類型。

其後有許多對於 Clarke & Wright 的基本節省法模式加以調整的研究，Gaskell(1967)與 Yellow(1970)提出廣義節省值$s_{ij}=c_{i0}+c_{0j}-\lambda c_{ij}$，$\lambda$為路線型態參數，$\lambda$越大表示節點$i$與$j$間的旅行成本越受重視。時至今日，仍有許多相關研究，Atinel 及 Oncan(2005)指出事實上車輛路線問題可視為多重旅行銷售員問題(m-TSP)與裝箱打包問題(Bin Packing Problem)的組合，因此，兩位學者透過加入考量顧客需求的新節省值計算方式如(2.15)式，有助提高獲得更大改善值的機會。

$$s_{ij}=c_{i0}+c_{0j}-\lambda c_{ij}+\mu\left|c_{0i}-c_{j0}\right|+v\frac{d_i+d_j}{\bar{d}} \tag{2.15}$$

2. 巨集式啟發式解法(Metaheuristics)

發展時間約自80年代開始。本階段的研究主要是在於人工智慧型啟發式解法的發展，一方面是借重專家系統(Expert System)的建立，輔助不同問題個案建議最適合之求解方法，另一方面則是改變傳統局部搜尋方法，屬於萬用啟發式解法(Metaheuristic)，主要是利用模擬退火法(Simulated Annealing)、基因演算法(Genetic

Algorithms)和禁忌搜尋法(Tabu Search)來求解，如Pureza及Franca(1991)提出一個move-generation的改善程序，這個改善程序是對途程間作單一個節點的交換，或是嘗試將一途程裡的一個節點插入到別的途程裡，並利用禁忌搜尋法的反覆搜尋來找尋全域的最好解，其他著名的解法還有：門檻接受法、成本擾動法及搜尋空間平滑法等。

Gendreau *et al.*(1994)提出一個禁忌搜尋法來求解VRP，在他們的搜尋改善中，他們嘗試每次將一個路線的一個節點插入至另一條路線中，以對總路線做改善。Osman (1991, 1993a)利用路線間單一個節點的交換改善法來對總路線做改善，在改善過程中，他加入了禁忌搜尋法與模擬退火法的混合搜尋法，來使改善的解能夠跳脫局部最佳解。Van Breedam (2001)利用Savelsbergh (1985)所提出的三種路線間的改善法，再加入模擬退火法的機制來做改善。這三個改善法分別是線段交換法(string exchange)、線段移轉法(string relocation)、混合線段交換及移轉法(string mix)。線段交換法是考量將某一條途程的顧客點或兩個以上相鄰的顧客點，與另一條途程的顧客點或兩個以上相鄰的顧客點作交換。線段移轉法是將起始解裡某一條途程的一個顧客點或是一群相鄰的顧客點，嘗試將它們從原途程中釋放，並插入其它某一條途程裡的相鄰兩個顧客點之間。而混合線段交換及移轉法則是混合考量線段交換法與線段移轉法的方法。根據Van Breedam(2001)的測試，當加入模擬退火法的機制後之線段交換法、線段移轉法、混合線段交換及移轉法，所得到的解均較只單純做這三種改善要好。僅以禁制搜尋法作為代表並加以說明：

♦ **禁制搜尋法(Tabu Search, TS)**

禁制搜尋法是由 Glover(1989)提出，而首位將此演算法應用來求解 VRP 的是 Willard(1989)，TS 基本上可視為是鄰近搜尋法的一種變形，屬於一種人工智慧的局部搜尋方法，其觀念在於構建一智慧型的記憶機制，在搜尋鄰近解的過程中，將已經搜尋過之解記錄在禁制名單(tabu list)中，以避免重複性或毫無目的的搜尋。禁制搜尋法主要的運算在於禁制名單的運作，禁制名單是存放之前搜尋鄰近解時，利用交換法或插入法所已經搜尋過的路徑，當再尋找下一個鄰近解時，只利用不在禁制名單中的路徑進行交換或插入，以期能找到比上一解更佳的解。禁制名單的設計最主要的重點在於禁制名單中記憶的量，若禁制路徑多，侷限了鄰近解的搜尋，反而難找到下一個解甚至更佳的解；若禁制的路徑少，又無法發揮禁制名單原有的設計功能。依問題類型的不同，禁制名單記憶量可以採用固定狀態或變動狀態，採用不同的記憶體型式會影響到解題效率，故該使用何種型式，視所欲解決之問題型態而定。

Taillard(1993)，其演算法之設計主要有以下幾個觀念與技巧：

1. 首先是以每一個顧客使用一輛車單趟來回的方式建立一初始解，再由改善初始解來找尋鄰近解(neighborhood)來做為搜尋(move)的準則。一般鄰近解的搜尋的方式，是在符合不超過車容量限制的前提下，於初始解內之路線 A 當中找出 μ 個欲作為交換的顧客，與路線 B 當中找出 π 個欲作為交換的顧客，其中 $0 \le \mu \le \min(M,|A|), 0 \le \pi \le \min(P,|B|)$。例如其中參數 (M,P) 設為 $(1,0)$ 意為將路

線 A 中的1個顧客交換至 B 路線中，若 $(M,P)=(1,1)$ 意為將路線 A 中的1個顧客與 B 路線中的1個顧客互相交換。

2. 構建一記憶機制，在搜尋鄰近解的過程中，將已經搜尋過之解記錄在禁制名單（tabu list）中，以避免重複性或毫無目的的搜尋。禁制搜尋法主要的運算即在於禁制名單的運作。禁制名單是存放之前搜尋鄰近解時，利用交換法或插入法所已經搜尋過的路徑，當再尋找下一個鄰近解時，只利用不在禁制名單中的路徑進行交換或插入，以期能找到比上一解更佳的解。
3. 為了避免鄰近場站的顧客搜尋的頻率過高，而在搜尋顧客的頻率上乘上一懲罰值(penalty)，使搜尋的方式多元化。
4. 由於演算法架構設計的關係，在停止條件方面通常設計成在可接受的時間內得到求解，停止條件通常會預設運算次數(iteration)、目標值持續未改善次數、允許求解之最長CPU時間、或目標值於容忍誤差內當成終止運算的條件。

探討啟發式解法的文獻另有如Laporte *et al*.(2000)針對車輛路線問題，各種傳統式與巨集式的啟發式解法作一整理比較，Gendreau *et al*.(2001)探討運用於具有容量限制的車輛路線問題中六種主要巨集式啟發式解法，Gendreau(2005)則是歸納各式巨集式啟發式解法於組合最佳化問題的應用。

2.2 集合涵蓋相關解法文獻探討

根據 Cordeau *et al* (2002)中，比較各啟發式解法，訂定出四項好的啟發式解法具備的特性，分別為精確(Accuracy)、速度(Speed)、簡單性(Simplicity)與彈性(Flexibility)。比起傳統啟發式解法，巨集式啟發式解法在搜尋與解題空間較為透徹完整，可獲得較品質較佳的解，卻也同時增加了演算所需時間；傳統啟發式解法在精確與彈性方面的表現也許不佳，但其中的代表性方法 Clarke & Wright 節省法具有快速且容易執行的優點。

基於上述分析，本研究選用另一折衷方式，結合精確解解法及啟發式解法等兩種基本求解方法，發展以數學規劃為基礎的啟發式解法(MP-based heuristic)。此類方法與傳統啟發式解法僅考量特定技巧的角度不相同，其係以集合涵蓋模式為基礎，具備求出最佳解的原始架構。而且，使用集合涵蓋演算法所產生的解，已隱含符合每個限制式的要求，其彈性和實用性在應用上具有一定優勢。

早期將車輛路線問題轉換為集合分割問題求解的研究如 Agarwal *et al*.(1989)，採用變數產生法(Column Generation, CG)或稱為 Dantzig-Wolfe Decomposition，達到線性放鬆的目的，主要是利用線性規劃中的對偶理論(Dual Theory)來產生變數(column)，以避免浪費不必要的時間去窮舉不可行或對於求解問題沒有貢獻的變數。使用變數產生法求解集合涵蓋問題時，通常將求解過程分為主問題與子問題兩部份。主問題為原 VRP 轉換成 SCP 模式之後，再放鬆整數限制，如：

(2.16) $\min \sum_{r \in R} c_r x_r$

Subject to

(2.17) $\sum_{r \in R} a_{ir} x_r \geq 1 \qquad i \in N$

(2.18) $x_r \geq 0 \qquad r \in \Re$

$\Re$ 是涵蓋所有顧客集合 N 下的所有可能路線組合，在運算中不可能被窮舉，亦即無法對應 $r \in \Re$ 考慮所有 a_{ir} ，及計算對應的路線成本 c_r 。

若針對限制式(2.18)定義之對偶變數(dual variables) $\boldsymbol{\pi}$ ，則可獲得此問題之對偶問題(dual problem)為：

(2.19) $\text{Max} \sum_{i=1}^{N} \pi_i$

Subject to

(2.20) $\sum_{i=1}^{N} a_{ri} \pi_i \leq c_r \qquad \forall r \in R$

(2.21) $\pi_i \geq 0$

根據簡捷法(Simplex Method)之對偶可行性(dual feasibility)可知：針對尚未考慮到的變數(remaining columns) $a_{ir}\ (i = 1, \cdots, N),\ \ r \in R$，若是可以從設計的子問題中發現最小的減少成本(the least reduced cost)，即 $\underset{r}{Minimize}(c_r - \sum_{i=1}^{N} \pi_r \cdot a_{ir})$ 為 ≥ 0 ，代表已找到此問題的最佳解；反之則我們可以從這些尚未考慮的變數中挑選減少成本最小(負)者 $a_{ir}*$ 加回主問題繼續求解。

Agarwal 將 CG 子問題設計如下，其中 $y_i,\ \ i = 1, \cdots, N$ 是二元決策變數，而 $\mathbf{y}$ 即所有 y_i 所形成的向量。

(2.22) $\min \quad Z = f(\mathbf{y}) - \sum_{i=1}^{N} \pi_i \cdot y_i$

Subject to

(2.23) $\sum_{i=1}^{N} a_{ri} \pi_i \leq c_r \qquad \forall r \in R$

(2.24) $y_i, Binary$

式(2.22)中 $f(\mathbf{y})$ 是 column $\mathbf{y}$ 下的最佳 TSP 成本，而式(2.23)為車容量限制。由

於難以求得 $f(\mathbf{y})$，Agawal 等人再以線性方程式 $f(\mathbf{y})=\mathbf{p}\cdot\mathbf{y}$ 近似代換之，其中 $\mathbf{p}$ 為 $p_i \quad (i=1,\cdots,N)$ 所形成的向量，p_i 是對應顧客 i 成本的線性估計值，進一步將子問題轉變成為背包問題(Knapsack Problem)，再以分支定限法(branch-and-bound)求解，得 $a_{ir}^*=\mathbf{y}^*$。以此程序逐步改善原有問題的解，直到子問題無法再產生新的 column 為止。若放鬆整數限制後所得到的最佳解為整數解，即為原集合涵蓋問題的最佳解，若不為整數解，則採用分支定限法繼續求解以獲得整數解。

採用變數產生法的主要優點在於求解過程中，單次運算只考慮部份的變數，並利用主、子問題間的訊息傳遞，逐步得到最佳解。如此可以避免去處理極大多數不可能包含於最佳解的不良路線，也因此不至於因變數過多無法求解或者效率太差。

另外，其中值得注意的是，由於Agarwal等人在文中也指出，任何一組SPP的可行解為同問題之SCP的可行解，任何一組SPP的最佳解也為同問題之SCP的最佳解。由於限制式不同的關係，求解SCP比求解SPP來的容易，兩者差別在於，SCP的可行解相對於SPP問題，可能有顧客點被涵蓋在一個以上的路徑內。解決的方式，可以透過刪除SCP中重覆涵蓋的顧客得到成本較低的SPP可行解，也因此大多數研究並未採取SPP的模式。

雖然 CG 解決了須以窮舉出所有求解集合來求解問題的缺點，求解品質亦佳，但也導致相對複雜的求解過程，尤其子問題(如式(2.22)至式(2.24))通常求解並不容易。另外，求得 SCP 放鬆整數限制後的解通常也是不可行的分數解，之後還是必須依賴 Branch-and-Bound 求解，特別是針對較大規模問題時依然得花長時間求解，顯得較無效率。

為縮短求解時間，後續研究也漸漸地也發展出集合涵蓋模式相關的啟發式解法，如Kelly and Xu(1999)。其建立一個以集合分割問題(SPP)為基礎的VRP啟發式求解程序，此研究分為兩階段，第一階段利用簡單的途程建構與改善法產生解，透過這般簡易的區域式搜尋與改善法所組成的啟發式解法可與其他較複雜的巨集式啟發式解法所製造出的解，品質抗衡；第二階段接著使用集合分割啟發式解法辨認出上一階段所產生的較佳路線並組成新的解。

另外，為發展一適宜作業需求之啟發式解法，吳泰億(2006)亦選擇將車輛路線問題轉以集合涵蓋問題(SCP)型式描述。有關SCP問題的求解，目前一般的啟發式解法，普遍可獲得品質不錯的上限值，下限值則通常是藉由放鬆限制式求解而來。文獻中常使用分支定限法(Branch and Bound)求解放鬆集合涵蓋模式之整數限制後的整數規劃問題，如Balas and Carrera(1996)；或是使用拉格蘭式放鬆法(Lagrangian Relaxation)，可行解集合依舊保有二元變數的可行解性質，但有其他限制式被放鬆並移至目標式，再利用次梯度最佳化法(Sub-gradient Optimization)逐步修正拉氏乘數並逼近問題最佳解，如Beasley(1990)及Caprara *et al.*(1999)。因此，吳泰億(2006)參考Beasley(1990)及Caprara *et al.*(1999)的求解方式，結合變數產生法之觀念，設計一啟發式演算法。求解過程中只產生「部分車輛路線」作為解題空間，再於遞迴運算中將解題空間內的車輛路線進行調整，使得挑出的車輛路線逐步逼近最佳解。並以保留少數車輛路線做為調整解題空間的方式，大幅降低運算負荷，有效縮短找尋近

似最佳解所需時間，為本研究在解題方式上最主要的參考依據。

2.3 自有車隊與委外貨運相關文獻回顧

同時整合自有車輛與貨運業者的研究文獻相當有限。Ball *et al*.(1983)動機源自企業在面對各個不同起迄對的貨物運送路線，可選擇以本身擁有車隊或付費交由貨運業者運送，如何擬定運送計畫的實際問題。將研究問題設計為路程時間有最大限制情況下，考慮車隊規劃，貨運業者可供選擇的多場站(Multiple-Depot)車輛路線問題，求算最佳車輛數目以及運送路線。配合研究主題特性，設計一數學模式以最大成本節省值取代一般使用的最小成本函數作為目標值，評估所有需求中，哪些需求以自有車隊替換委外貨運運送，運輸成本上可獲得最大節省值，求解步驟分為三個階段，先排程再分群(Route-first, Cluster-second)，最後使用貪婪插入法(Greedy Insertion Approach)，三階段都根據路線節省值的概念進行運算。

Klincewicz *et al*.(1990)研究當顧客需求為隨機時，無法滿足顧客需求時，貨運業者可供選擇的車隊規劃問題，設定為一個由單一場站服務一地理區域的問題，考量成本包含委外貨運的運費及自有車隊的固定與變動成本，利用數學規劃模式輔助運送方案的選擇，決定合適的車隊大小，由於顧客需求隨機，決定的策略與一般靜態問題差異頗大，因應顧客所在位置每日皆有變化，把地理位置集合劃分為許多小區域，分別為各區域決定最好的運送方式—將區域指派為自行運送或委外。

Chu(2004)指出在實際生活中，需求具有不確定性，所以當需求量大於本身車隊容量時，業者必須考慮將過剩的需求委託貨運公司運送。以單一配送中心為研究對象，考慮不同車種與貨運公司可供選擇的情況下，為文獻中與本研究最相近的研究，Chu 利用最基本的 Clarke and Wright 節省法與路線交換改善，建立一啟發式解法，求取最佳解或最佳近似解。其符號涵義與模式如下：

i ：顧客 $i = 0, 1, \ldots\ldots, n$ (其中 0 代表配送中心)

j ：顧客 $j = 0, 1, \ldots\ldots, n$ (其中 0 代表配送中心)

k ：車輛 $k = 1, 2, \ldots\ldots, m$

n ：顧客總數

m ：車輛總數

q_i ：顧客 i 的需求

Q_k ：自有車輛 k 的裝載量

FC_k ：自有車輛 k 的固定成本

C_{ijk} ：自有車輛 k 從顧客 i 到顧客 j 間的成本

R_i ：顧客 i 交由貨運公司服務的成本

(2.25) $\min\ z=\sum_{k}^{m}FC_k+\sum_{i}^{n}\sum_{j}^{n}\sum_{k}^{m}C_{ijk}X_{ijk}+\sum_{i}^{n}R_iL_i$

Subject to

(2.26) $\sum_{k}^{m}Y_{0k}=m \quad (k=1,2,......,m)$

(2.27) $\sum_{k}^{m}Y_{ik}+L_i=1 \quad (i=2,3,......,n)$

(2.28) $\sum_{i}^{n}q_iY_{ik}\le Q_k \quad (i=2,3,......,n\,;k=1,2,......,m)$

(2.29) $\sum_{j}^{n}X_{ijk}=Y_{ik} \quad (i=1,2,......,n\,;k=1,2,......,m)$

(2.30) $\sum_{j}^{n}X_{jik}=Y_{ik} \quad (i=1,2,......,n\,;k=1,2,......,m)$

(2.31) $\sum_{i,j\in s}X_{ijk}\le|S|-1 \quad \text{for all } S\subseteq\{2,3,......,n\} \quad (k=1,2,......,m)$

$X_{ijk}\in\{0,1\};\ Y_{ik}\in\{0,1\};\ L_i\in\{0,1\} \quad (i=0,1,......,n;\ j=0,1,......,n\,;k=1,2,......,m)$

其中

$x_{ijk}=\begin{cases}1 & \text{自有車輛 } k \text{ 在到達顧客} i \text{ 後即至顧客} j\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$

$L_i=\begin{cases}1 & \text{由貨運公司運送顧客} i \text{ 的需求}\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$

$Y_{ik}=\begin{cases}1 & \text{以自有車輛運送顧客} i \text{ 的需求}\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$

各限制式的涵義分別為:(2.26)式確保所有自有車輛全部接受指派,提供服務;(2.27)式用途為使每位顧客只會由一輛車服務;(2.28)式表示裝載貨物不得超過車輛容量;(2.29)與(2.30)式讓每一車輛再拜訪一顧客後，同時會從該顧客處離開；(2.31)式則是防止子迴圈路線的產生。

Ball *et al.*(1983)為首度同時考量自有車隊與委外貨運的研究，重點仍著重於自有車隊的規劃，在目標最大節省成本與符合最大路線時間限制的情況下設置 K 台車輛，其餘無法滿足的需求點則交由委外貨運公司服務，於此問題架構下，求解過程中所產生的每個解都為可行解，突破了一般車輛路線問題，車輛數目不足即不存在可行解的困境。使用的解法雖為最基本的節省法且分為三個階段，但由於都維持根據路線節省值的概念進行各階段的運算，也與目標式的最大節省成本

一致，以節省值的觀念貫穿整個研究，將節省值的觀念發揮至極致，沒有多於繁雜的計算，縱然研究結果中僅提出運算時間在可容許範圍內，在整體演算效率上無法做出評斷，作者們充分掌握研究主題特性，找出適合的解題概念與方式，所發展的啟發式解法仍不失為一道理簡單、執行容易的好方法。本研究便是基於面對同時存在自有車隊與委外貨運車輛路線問題時，不同一般車輛路線問題，在求解過程中所產生的解全部都為可行解的特性，選擇以集合涵蓋模式結合拉氏放鬆法，採取放鬆涵蓋限制發展適當啟發式解法，求解過程中若有路線解集合中不包含任一需求點的情況發生，都可視為交由委外貨運而獲得紓解，不會有不可行解的產生。

Chu(2004)的研究問題雖與本研究十分相似，除了在所選用求解方式不同外，在問題的定義與看法上仍有不同，Chu 所認定的委外貨運是來自有車隊無法滿足所有需求時才存在，可由(2.26)式中所使用的為等號獲得印證，在預設每一自有車隊車輛皆接受指派的情況下，目標試中所包含的自有車隊固定成本便成為一個定值，對於整體的求解不構成實際影響。另一方面，自有車隊的建置存在著既定的設備成本與人事成本，以一個定值的形式出現於模式中仍屬合理，但進一步思考，若為了配合考量必須支出的固定成本，模式便導向所有自有車隊都必須出車才符合成本效益，如此模式設計下也隱含委外貨運成本必高於自有車隊運輸成本的預設立場，牴觸原先追求最小成本的精神。而本研究引進考量委外貨運的動機在於認為委外貨運的可供選擇能跳脫過往車輛路線問題尋求的最小成本下，有機會更進一步促使運輸成本的減少，因此在模式的設定上，自有車隊與委外貨運的關係是對等的，何者成本較小便選用該種服務，暫不考慮將自有車隊固定成本獨立設為一個變數，選擇將其平均分散包含於一般路線成本中，以免因此模糊了模式的發展重點。

第三章、模式建立

3.1 數學模式

本研究所探討的整合自有車隊與委外貨運服務之車輛路線問題，其主要包含以下的前提假設：

1. 每位顧客只被服務一次，且由一輛車滿足其所有需求
2. 單一場站車輛路線問題，所有路線的起訖點都為場站
3. 只考慮單純送貨情況
4. 每個路線的總需求量不可超出車輛容量C
5. 共n個顧客、自有車輛共K台
6. 客戶委外服務無相關總數或客戶別之限制

整數規劃模型如下：

(3.1) $$\min \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{K} c_{ij} x_{ijk} + \sum_{i=1}^{n} p_i z_i$$

subject to

(3.2) $$\sum_{k=1}^{K} y_{ik} + z_i = 1 \qquad \forall i \in I \setminus \{0\}$$

(3.3) $$\sum_{k=1}^{K} y_{0k} \le K$$

(3.4) $$\sum_{j \in V} x_{ijk} = \sum_{j \in V} x_{jik} = y_{ik} \qquad \forall i \in I, k = 1, \ldots, K$$

(3.5) $$\sum_{i \in V} d_i y_{ik} \le C \qquad \forall k = 1, \ldots, K$$

(3.6) $$\sum_{i \in S}\sum_{j \in S} x_{ijk} \le |S| - 1 \qquad \forall S \subseteq I \setminus \{0\}, |S| \ge 2, k = 1, \ldots, K$$

(3.7) $$y_{ik} \in \{0,1\} \qquad \forall i \in I, k = 1, \ldots, K$$

(3.8) $$x_{ijk} \in \{0,1\} \qquad \forall i, j \in V, k = 1, \ldots, K$$

(3.9) $$z_i \in \{0,1\} \qquad \forall i, j \in V, k = 1, \ldots, K$$

變數與符號說明：

c_{ij} :自有車輛從顧客i到顧客j間的成本

p_i :顧客i交由委外貨運的成本

d_i :顧客i的需求量

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{自有車輛 } k \text{ 在到達顧客} i \text{ 後即至顧客} j \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$z_i = \begin{cases} 1 & \text{顧客} i \text{ 的需求由委外貨運滿足} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$y_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{以自有車輛運送顧客} i \text{ 的需求} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

其中目標是總成本的極小化，其中包含自有車隊各路線的成本，加上委外運輸的費用。而各限制式的涵義，(3.2)式規範每位顧客會由一輛自有車輛服務或者委外的貨運公司服務，而此限制式亦為本研究問題與一般 CVRP 最大的差異所在。(3.3)式確保派遣自有車輛不得超過自有車輛總數；(3.4)式使每一車輛再拜訪一顧客後，同時會從該顧客處離開；(3.5)式表示裝載貨物不得超過車輛容量；(3.6)式則是防止子迴圈路線的產生。

3.2 集合涵蓋模型

3.2.1 一般車輛路線問題

將一次車輛路線巡迴視為一個組合，轉換為類似集合涵蓋問題(set covering problems, SCP)的數學規劃模式如下：

i ：顧客之編號，$i = 1, \ldots, n$； I：所有顧客所成的集合。

k ：車輛之編號，$k = 1, \ldots, K$。

r ：車輛路線巡迴組合之編號； $\Re$ ：可行的車輛路線巡迴組合空間(所有車輛路線巡迴組合所成之集合)。

c_r ：車輛路線巡迴組合 r 所對應的成本。

a_{ir}：0-1 整數變數。當顧客 i 包含於車輛路線巡迴組合 r 之內時，a_{ir} =1，否則為 0。

x_r ：0-1整數變數。當車輛路線巡迴組合r被選取時，x_r =1，否則為0。

$$a_{ir} = \begin{cases} 1 & \text{if customer } i \text{ is served in route } r \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$x_r = \begin{cases} 1 & \text{if routr } r \text{ is in the optimal solution} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{(3.10)} \qquad \min \sum_{r\in\Re} c_r x_r$$

Subject to

$$\text{(3.11)} \qquad \sum_{r\in\Re} a_{ir} x_r \geq 1 \qquad \forall i \in I \setminus \{0\}$$

$$\text{(3.12)} \qquad \sum_{r\in\Re} x_r \leq K$$

$$x_r \in \{0,1\} \qquad \forall r \in \Re$$

目標式追求極小化總運輸成本，限制式(3.11)為所有顧客皆需要被涵蓋的限制式。限制式(3.11)中所使用的是不等號而非等號，也因此並未限制顧客只可被涵蓋一次。因此當求解發生顧客被涵蓋兩次以上的情形時，便需要進行修正，此即為集合涵蓋與集合分割問題(Set Partitioning Problem - SPP)之差別。限制式(3.11)使用不等式而非等式是因為一般而言求解SCP會較SPP容易。而且，即使所求得之解違反顧客僅能被涵蓋一次的限制，仍可於其後輕易藉由刪除車輛路線巡迴組合中重覆之顧客，將顧客修正為僅被涵蓋一次。(3.12)式則是確保最多只可產生K條路線。

3.2.2 結合自有車輛與委外貨運車輛路線問題

將3.1節中(3.1)式至(3.9)式所構成之整合自有車隊與委外貨運服務之車輛路線問題的整數規劃模式，轉換以集合涵蓋問題的形式呈現，模式為：

$$\text{(3.13)} \qquad \min \sum_{r\in\Re} c_r x_r + \sum_{i=1}^{n} p_i z_i$$

subject to

$$\text{(3.14)} \qquad \sum_{r\in\Re} a_{ir} x_r + z_i \geq 1 \qquad \forall i \in I \setminus \{0\}$$

$$\text{(3.15)} \qquad \sum_{r\in\Re} x_r \leq K$$

$$\text{(3.16)} \qquad x_r \in \{0,1\} \qquad \forall r \in \Re$$

$$\text{(3.17)} \qquad z_i \in \{0,1\} \qquad \forall i \in I$$

變數與符號說明：

c_r : 車輛路線巡迴組合r 所對應的成本

p_i : 顧客i 交由委外貨運的成本

$$a_{ir} = \begin{cases} 1 & \text{若顧客 } i \text{ 的需求由自有車隊於路線組合 } r \text{ 中運送} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$x_r = \begin{cases} 1 & \text{當車輛路線巡迴組合 } r \text{ 被選取} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$z_i = \begin{cases} 1 & \text{若顧客 } i \text{ 的需求由委外貨運滿足} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

目標式涵義為追求當自有車隊與委外貨運同時可供選擇時的極小化總運輸成本，基本想法為產生所有可行的路線，路線的起點與終點都為場站，路線中顧客總需求不超出車輛容量 C，所有的可行路線集合為 $\Re = \{1, 2, \ldots, R\}$。(3.14)式確保每位顧客接受服務的次數至少一次；(3.15)式表示派遣自有車輛不得超過自有車輛總數。

3.3 拉氏鬆弛模型

3.3.1 一般車輛路線問題

針對式(3.10)到式(3.12)之模式，對於(3.11)式使用拉氏鬆弛法放鬆限制，其中以 u_i 代表拉氏乘數(正值)，$\boldsymbol{u}$ 代表所有 u_i 所形成之向量，對於本研究之車輛路線問題而言，可以將其視為該顧客在此解題空間之下的相對成本，故可藉由拉氏乘數來做為搜尋車輛路線的標準。

以下為放鬆限制後的模式：

(3.18) $$L(\boldsymbol{u}) = Min \sum_{r \in \Re} c_r(\boldsymbol{u}) x_r + \sum_{i \in I} u_i$$

Subject to

(3.19) $$c_r(\boldsymbol{u}) = c_r - \sum_{i \in I_r} u_i \qquad \forall r \in \Re$$

(3.20) $$\sum_{r \in \Re} x_r \le K$$

$$x_r \in \{0, 1\} \qquad \forall r \in \Re$$

I_r：對於第 r 組車輛路線，所有被涵蓋的顧客所成之集合。$(I_r = \{i \in I : a_{ir} = 1\})$。

求解上述拉氏問題時，當 $c_r(\boldsymbol{u}) < 0$ 或是 $c_r(\boldsymbol{u}) = 0$ 時則 $x_r = 1$；反之，$c_r(\boldsymbol{u}) > 0$ 則 $x_r = 0$。

3.3.2 結合自有車輛與委外貨運車輛路線問題

針對(3.13)式至(3.17)式之模式，對於(3.14)式使用拉氏鬆弛法放鬆限制，其中以

u_i 代表拉氏乘數(正值)，$\boldsymbol{u}$代表所有 u_i 所形成之向量，模式如下：

(3.21) $$L(\boldsymbol{u}) = Min\sum_{r\in\Re} c_r(\boldsymbol{u})x_r + \sum_{i\in I}(p_i - u_i)z_i + \sum_{i\in I} u_i$$

Subject to

(3.22) $$c_r(\boldsymbol{u}) = c_r - \sum_{i\in I_r} u_i \qquad \forall r\in\Re$$

(3.23) $$\sum_{r\in\Re} x_r \le K$$

(3.24) $$x_r \in \{0,1\} \qquad \forall r\in\Re$$

(3.25) $$z_i \in \{0,1\} \qquad \forall i\in I$$

I_r ：對於第 r 組車輛路線，所有被涵蓋的顧客所成之集合。($I_r = \{i\in I : a_{ir} = 1\}$)。

$$x_r = \begin{cases} 1 & \text{當求解上述拉氏問題，} c_r(\boldsymbol{u}) \le 0\text{，代表車輛路線巡迴組合 } r \text{ 被選取} \\ 0 & \text{當求解上述拉氏問題，} c_r(\boldsymbol{u}) > 0 \end{cases}$$

$$z_i = \begin{cases} 1 & \text{當求解上述拉氏問題 } p_i - u_i \le 0\text{時，代表顧客}i\text{的需求由委外貨運滿足} \\ 0 & \text{當求解上述拉氏問題 } p_i - u_i > 0 \end{cases}$$

由於本研究結合自有車輛與委外貨運車輛路線問題，相較於傳統車輛路線問題，模式中包含委外貨運服務可供彈性搭配選擇，考量自有車輛數目的限制對模式整體影響程度減少，進行求解並發展啟發式解法時，**將暫不考慮(3.25)式所代表的自有車輛數目限制**，演算法的設計將於下節加以詳細說明。

3.4 演算法流程架構

傳統運用集合涵蓋模式求解時，必須窮舉出所有可能的集合才能獲得精確解，一旦問題規模稍微放大，窮舉的做法不僅耗費許多不必要的運算時間，也越顯不適用，本研究所要發展的演算法，係以集合涵蓋模式為基礎，僅保留部分路線作為解題空間，利用拉氏鬆弛法與變數產生法來求取近似解，參考吳泰億(2006)的研究，設計求解流程。架構如圖3.1：

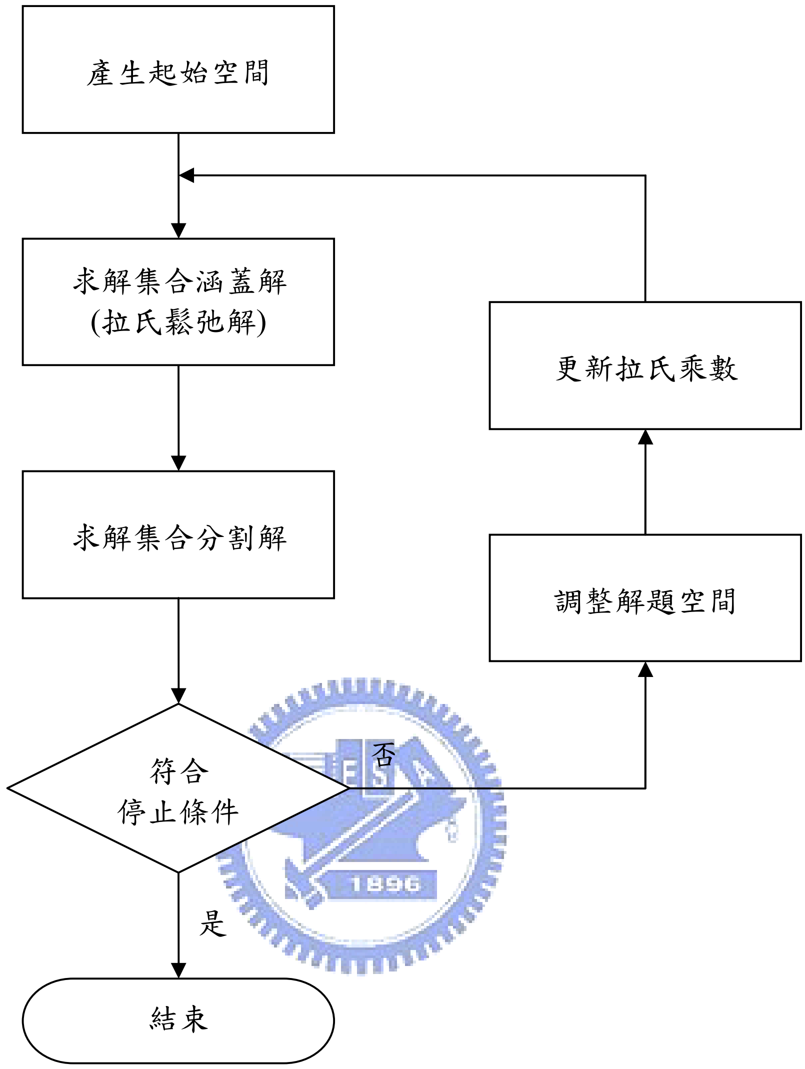


圖 3.1　演算法流程圖

然而，因為吳泰億(2006)所處理的是單純的CVRP問題，並未考量委外貨運服務的整合，上述演算法的架構中，必須特別顧及以下重點：

1. 在一般 CVRP 問題中，以集合涵蓋模式求解時，因放鬆涵蓋限制，挑選出的解會產生有顧客點未被涵蓋的情況，為不可行解，需要經由 SPP 模式加以調整修正為可行解。在本研究中遇上有顧客點未包含於車輛路線裡時，皆可視為交由委外貨運運送，這是與傳統車輛路線問題的求解上有相當大的差異，然而因為 SCP 產生的重覆涵蓋，解題上仍不可忽略求取集合分割解的步驟。
2. 本研究解的形式分為兩個集合，自有車隊路線集合與委外貨運集合，相較一般 CVRP 問題單純只考慮自有車隊，多了委外貨運的選項，雖然易取得可行解，但求取集合分割解時，也因此必須檢驗更多可能發生的狀況，不再只是自有車

隊內路線節點的重覆涵蓋，同時也有委外貨運集合與自有車隊路線集合節點重覆涵蓋的情形，需要加以篩選、排除。

3. 解題空間的調整方式也是本研究必須深入探討的一個部份，因為其將影響求解的品質以及整個演算法的運算負荷與時間。本研究與求解 CVRP 問題的解題空間調整方式差別在於，不再單純只是路線中加入或刪除節點，必須再增加考慮是否委外運送的選項，或是委外節點重新調整為自有車隊運送的可能。

流程中所包含步驟的詳細執行細節，本文將於後面章節加以說明。3.5 節為求解集合涵蓋解的過程，3.6 節闡述修正集合涵蓋解為集合分割解的步驟，3.7 節描寫解題空間的調整機制，最後於 3.8 節解釋拉氏乘數的更新與停止條件。

3.5 求解放鬆涵蓋限制後的集合涵蓋問題

由於為最小化總成本的問題，故選取 $c_r(\boldsymbol{u}) \le 0$ 的自有車隊路線與 $p_i - u_i \le 0$ 的委外需求點 i 作為求解集合，見圖 3.2 與圖 3.3。並依據 $c_r(\boldsymbol{u})$ 值由小到大對所有路線進行排序

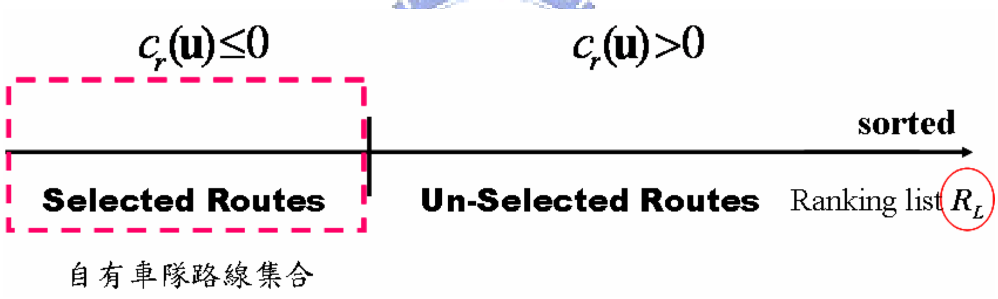


圖 3.2　自有車隊車輛路線組合挑選方式示意圖

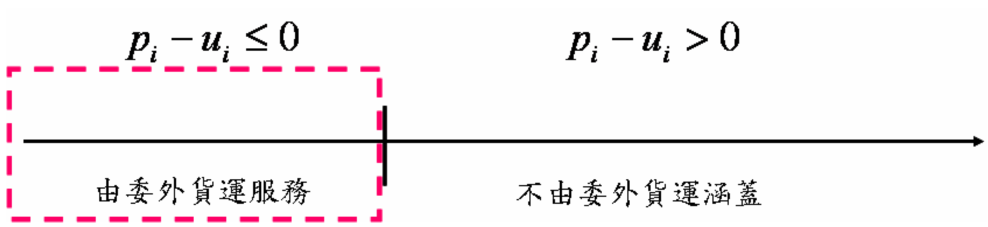


圖 3.3　委外需求點挑選方式示意圖

在求得各個較低 $c_r(\boldsymbol{u})$ 值的路線集合後，算出總路線成本可得 $L(\boldsymbol{u})$ 值，因為求解出的 $L(\boldsymbol{u})$ 值是根據放鬆限制式後求得，就該解題空間 $\Re$ 所對應的問題而言，其值為下限值。但此 $L(\boldsymbol{u})$ 值是以該次運算的部份解題空間而得的下限值，嚴格來說，此下限值對於原問題之(3.13)式而言並非為一可靠的下限值。

3.6 修正集合涵蓋解為集合分割解

因為選擇放鬆涵蓋限制式進行求解，在以部份求解集合當成解題空間的限制下，有可能產生某些顧客點未被涵蓋於路線解集合中，所幸在考量有委外貨運可供選擇的情況下，即可將未涵蓋點視為交由委外貨運滿足，不會有不可行解的產生。但面對目標最小成本，理想為將拉氏放鬆重覆涵蓋解修正為涵蓋每個顧客各只有一次的集合分割解(SPP)。修正程序的設計上必須注意，一方面希望使目標總成本在增加最少的情況下完成，卻又不宜太過複雜，以免大幅增加運算的負荷。

修正程序分成三個步驟，首先自有車隊路線集合中移除重覆涵蓋需求點；接著處理自有車隊路線集合分割解與委外貨運需求點集合重覆涵蓋時進行篩選，使所有需求點在整個解集合中至多只被涵蓋一次；最後檢查若有任一需求點，不存在於自有車隊路線集合與委外貨運集合中，一律視為由委外貨運滿足其需求。最終產生的集合分割解必為一可行解。

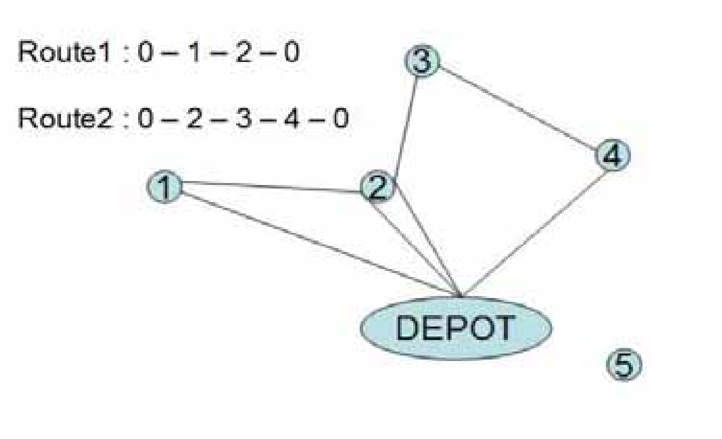
3.6.1 自有車隊路線重覆涵蓋

本研究之演算法主要係利用 $c_r(\boldsymbol{u})$ 值的觀念來進行修正解題空間，如前述求解拉氏問題時，將已求出各車輛路線組合的 $c_r(\boldsymbol{u})$ 值由小到大進行排序，在本研究所建構之模式下，挑選 $c_r(\boldsymbol{u})$ 值為負值或為零之車輛路線組合做為此次運算的標準，並以(3.26)式，檢視在 $c_r(\boldsymbol{u})$ 值為負值或為零之車輛路線組合中各顧客點的覆蓋情況。

$$s_i(\boldsymbol{u}^t) = 1 - \sum_{r \in \Re_i} x_r(\boldsymbol{u}^t) \qquad \forall i \in I \tag{3.26}$$

$\Re_i$：針對顧客 i，所有涵蓋此顧客之車輛路線組合所成的集合，$\{i \in I : a_{ir} = 1\}$

式中 $s_i(\boldsymbol{u}^t)$ 值大小之涵意為第 t 次運算中顧客 i 被涵蓋之次數，當其值為負代表被涵蓋超過一次，越負代表被涵蓋越多次；其值等於 0 時，表示該項目僅被涵蓋一次；而其值等於 1 時，表示該項目未被涵蓋，詳見圖 3.4。由於交由委外貨運沒有路線安排上的問題，單純的與場站與顧客點的距離直接相關，不會有因路線調整而產生任何成本上的節省，只有以自有車隊運送時才會需要不斷調整路線找出最小成本，因此在 $s_i(\boldsymbol{u}^t)$ 值上的計算僅考慮以自有車隊涵蓋顧客點的部份。



node	1	2	3	4	5
s(u)	0	-1	0	0	1

圖 3.4　$s_i(\boldsymbol{u})$ 值示意圖

求解集合分割解的步驟如下：

1. 假設集合 S 為空集合 ϕ，其代表 SPP 解內已挑選之路線中所涵蓋的顧客，集合 P 代表 $c_r(\boldsymbol{u})$ 值為負值或為零的所有車輛路線組合涵蓋顧客點形成的集合。

2. 車輛路線組合由上而下（$c_r(\boldsymbol{u}^t)$ 值由小到大）之順序選取一車輛路線組合 r，令 T 為該車輛路線組合 r 中所涵蓋的顧客。

   (1). 若遇該車輛路線組合 r 中的顧客 T 與 S 無重覆涵蓋，即 $S \cap T = \phi$，則更新 $S = S \cup T$，並將 r 列入 SPP 的解之中；反之，若遇該車輛路線組合 r 中的顧客若有與 S 中的顧客重覆涵蓋的話，即 $S \cap T \neq \phi$，則將該此車輛路線組合 r 中的該重覆涵蓋之顧客予以刪去，成為一條新路線組合 r'。

   (2). 重新計算 $c_{r'}(\boldsymbol{u}^t)$ 值之後，對照前次運算遞迴中最後選擇保留的第 m 條路線解的 $c_m(\boldsymbol{u}^{t-1})$ 值，將兩值進行比較，關於 $c_m(\boldsymbol{u}^{t-1})$ 值的定義將於 3.7.2 節詳細說明。

   a. 若 $c_{r'}(\boldsymbol{u}^t) < c_m(\boldsymbol{u}^{t-1})$，則將 r' 併入 SPP 解之中，如圖 3.5。

   b. 若 $c_{r'}(\boldsymbol{u}^t) \geq c_m(\boldsymbol{u}^{t-1})$ 則路線 r' 不屬於 SPP 解，亦不將 r' 儲存於解題空間中，並將原始路線 r 自解題空間中完全刪除，如圖 3.6。

3. 重複步驟 2，直到 $S = P$ 即停止，然而有時搜尋完所有 $c_r(\boldsymbol{u})$ 值為負值或為零之

車輛路線組合仍無法達成$S=P$時，仍強迫終止，則選取的車輛路線組合即為此次之自有車隊路線集合分割解(SPP)。其因在於本研究中除了自有車隊外，另有委外貨運可提供服務，求算自有車隊 SPP 時，不需極力涵蓋所有顧客點，僅以選取的車輛路線組合中涵蓋的顧客不超過一次作為限制。

下圖 3.5 與圖 3.6，分別顯示，以六個顧客點為例，修正自有車隊路線集合分割解的過程中可能產生的情況。

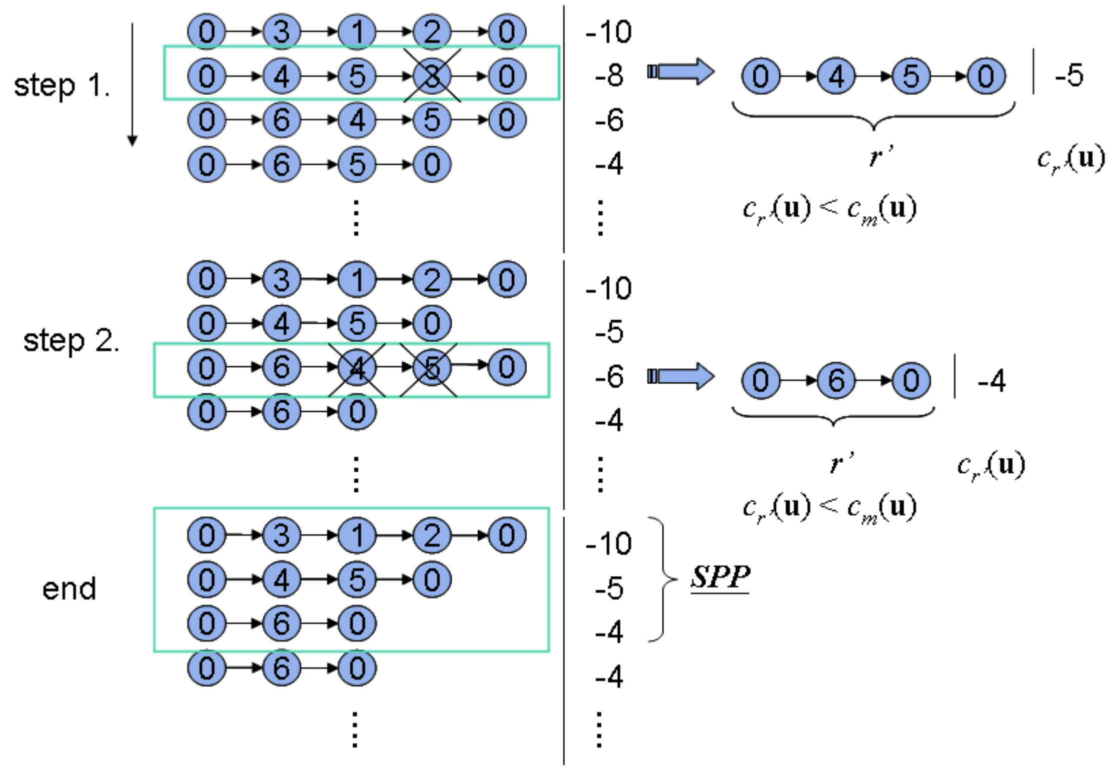


圖 3.5　求解集合分割解示意圖(以 6 個顧客點為例，情況 a)

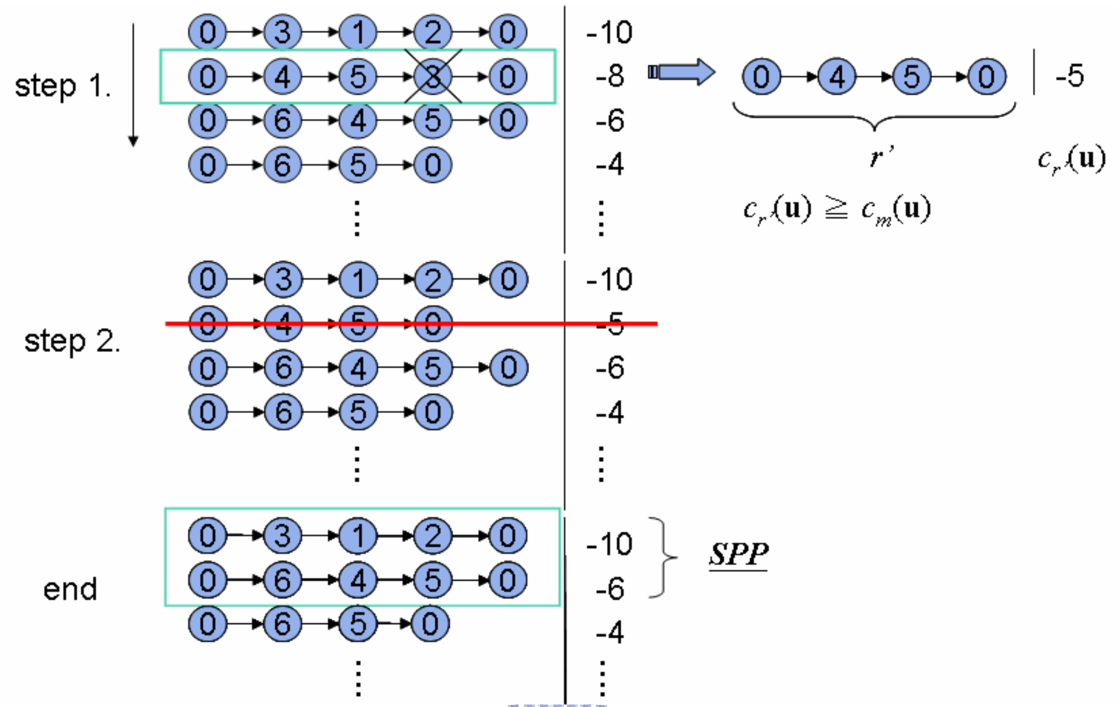


圖 3.6　求解集合分割解示意圖(以 6 個顧客點為例，情況 b)

3.6.2 自有車隊路線與委外貨運集合重覆涵蓋

當自有車隊路線集合分割解與委外貨運需求點集合重覆涵蓋時，則計算重覆涵蓋點從自有車隊路線中移除所減少的成本，視為該點的自有車隊運送成本，將其與該點交由委外運送的成本進行比較：

1. 自有車隊運送成本 > 委外運送成本 → 該節點由委外貨運服務。
2. 自有車隊運送成本 ≤ 委外運送成本 → 該節點由自有車隊服務。

3.6.3 整合自有車隊路線與委外貨運集合

最後，檢查自有車隊路線集合與委外貨運集合，若有任一需求點，皆不存在於兩者中，一律視為由委外貨運滿足其需求。最終所產生的集合分割解必為一可行解，並以此解作為此問題的上限值(UB)，此值為一有效的上限值。假設比目前最佳 SPP 解之總路線成本低則取代為新上限值，並紀錄該次選取之路線組合作為目前遞迴最佳解。

3.7 解題空間調整機制

為了彌補以解題空間 $\Re$ 僅包含部份車輛路線組合的缺點，本研究起初建立一個簡單的起始空間(3.7.1 節)，藉由刪除相較不佳的路線組合(3.7.2 節)，再新增具有潛

力成為較佳的車輛路線組合，逐步運算改善解題空間$\Re$，求得近似最佳解。產生新的車輛路線方式主要分為二種，第一種是在現有車輛路線組合中刪減掉顧客的方式(3.7.3 節)，第二種是在現有車輛路線中插入新顧客的方式(3.7.4 節)。

3.7.1 解題空間初始化

本研究先產生一個初始車輛路線組合的集合，以挑選兩個顧客來回的路線(產生C_2^n個，n 為顧客數)為起始車輛路線組合做為解題空間，因為當車輛路線組合裡只含有一個顧客或是兩個顧客時，對應 TSP 問題相當簡單，亦可輕易求出各車輛路線組合所對應的成本。

3.7.2 刪除不佳的車輛路線組合

當顧客數增加，解題空間劇烈增大，不可能保留所有車輛路線加以運算，故本研究在每次遞迴運算刪除不佳的車輛路線組合，保留固定數目的車輛路線組合數，配合拉氏鬆弛法的遞迴運算，一是為了求解運算上的效率，不能保留太多車輛路線組合，會造成求解時間過長；二是為了求解結果的品質，保留過少的車輛路線組合，則會造成求解品質不佳。

保留車輛路線組合的選取方式為：依照$c_r(\boldsymbol{u})$值由小到大選取固定 m 個車輛路線組合數，並記取最後一個被選取的第 m 條車輛路線組合的$c_m(\boldsymbol{u})$值，此值將於下次遞迴運算時作為集合分割解選取基準(參見 3.6.1 節)，其餘路線組合均予以刪去，以此車輛路線組合數的空間為基礎，見圖 3.7。而後再配合一些減點加點機制，對此解題空間進行調整，避免陷於局部最佳解的窘況。

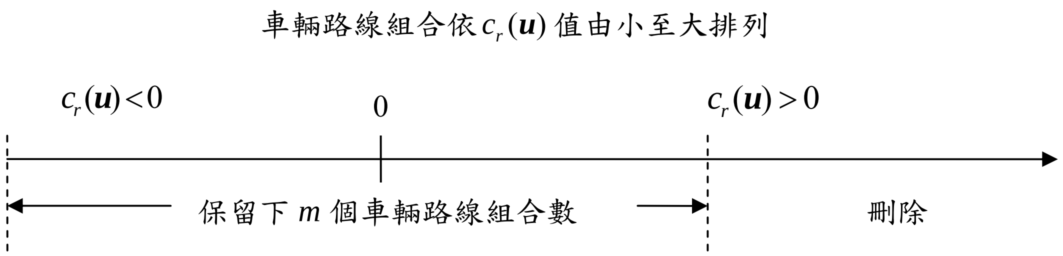


圖 3.7　車輛路線組合空間之調整保留圖

3.7.3 產生新車輛路線之調整機制—減點的集合

拉氏乘數可視為此次遞迴運算中該路線中此顧客的所擁有的合理成本，故拉氏乘數為搜尋該顧客的一個有效指標，刪點的調整機制也由此產生。

首先從解題空間中隨機挑選a條路線（如為$m/6$）作為刪點的目標路線，再由

這些路線當中參考拉氏乘數去檢視哪些顧客在此路線當中是相對不佳的顧客，予以刪去，成為新路線組合。檢視的方法有二階段：

1. 於所挑選的車輛路線組合中就每一顧客 i 作檢視，進行以下計算：$(C_{i-1,i}+C_{i,i+1}-C_{i-1,i+1})-u_i$，(示意圖，見圖 3.8，其中 $C_{i,j}$ 為顧客 i 至顧客 j 的路段成本)，即欲求出挑選出的車輛路線中因多涵蓋了該顧客 i 而增加的成本減去該顧客所對應的拉氏乘數的大小。此值最大者代表該顧客為該車輛路線當中成本相對較高者，較不適合在該車輛路線中。將此顧客於該路線中刪去，重新計算新路線之拉氏成本，挑選出因刪減單一顧客造成拉氏成本變成負值的路線者，做為刪點的集合。
2. 記錄該刪點集合中被刪除的顧客。

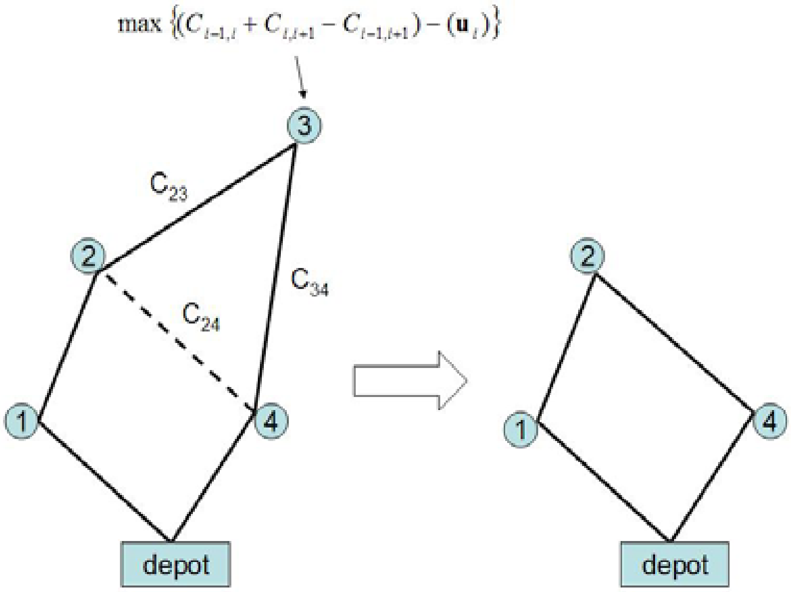


圖 3.8　挑選單一刪除顧客點示意圖

3.7.4 產生新車輛路線之調整機制—加點的集合

訂定每次運算中固定以數量 b 個的顧客點(如為 $m/5$)作為加點集合 A，主要係以下三個來源組成：

1. 於 3.7.3 節中刪除的顧客。
2. 被迫委外的顧客，即指該顧客，未被涵蓋於該次遞迴自有車隊路線集合分割解中，且也不符合交由委外貨運的條件($p_i-u_i\le 0$)，基於每個顧客的需求都必須被滿足的原則，強迫以委外貨運服務的顧客，作為加點另一來源，由於 p_i-u_i 值越大，表示顧客 i 越不適合委外，因此當 p_i-u_i 值越大，顧客 i 越優先放入加點

集合中。

3. 少數情況若 1 與 2 中產生的加點數不足 b 時，則再隨機產生其他點作為加點。

根據 Agarwal et al.(1989)證明，在一最佳 TSP 中欲加入一顧客時，假設插入顧客的位置(顧客與顧客之間)使插入後的路線總成本為最小，則該路線即為插入顧客後的最佳 TSP 走法。因此在目標車輛路線組合裡插入的方式是試著將欲插入的顧客安插於該路線組合裡的顧客點與顧客點之間，尋找出最小成本的路線組合，而不再求插入顧客之後的排列組合最佳解，以減少求解運算時間，並依此為新的車輛路線組合。

例如車輛路線組合為[0→1→2→0]，其中 0 代表場站原點，由原點 0 出發，依序經過了顧客點 1、2，最後回到原點 0。而如果要增加的顧客為顧客點 3，則插入此顧客後將會有三種路線組合：[0→**3**→1→2→0]、[0→1→**3**→2→0]和[0→1→2→**3**→0]，計算此三種路線組合的成本，假設[0→1→**3**→2→0]為其中成本最小路線組合，則挑選路線組合為[0→1→**3**→2→0]插入顧客點 3 後的新車輛路線組合，詳見圖 3.9。

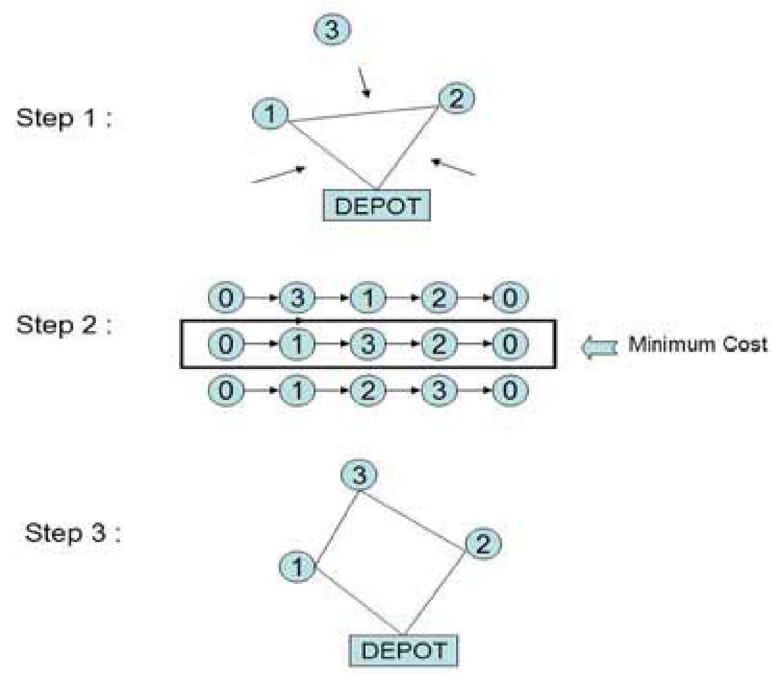


圖 3.9　車輛路線組合中增加顧客示意圖

將解題空間中所有路線依照 $c_r(\boldsymbol{u})$ 由小到大(由負到正)排序作為插入的目標路線，由最負 $c_r(\boldsymbol{u})$ 值的路線開始進行改善，詳細步驟為：

1. 針對所考慮的第 n 條路線，假定為路線 r，將加點集合 A 中各點，分別以路線成本增加最少且不違背車輛容量限制的型式插入 r 中，選取所產生新路線中 $c(\boldsymbol{u})$ 最小者為 r'，並將 r' 作為加入解題空間的新路線。

2. 若 r' 較 r 新加入的顧客點為 i，則將 i 自加點集合 A 中刪除，使 $A = A - \{i\}$。

3. 對第 $n+1$ 條路線重複步驟 1 與 2，直到 $A = \phi$ 停止。

3.8 更新拉氏乘數與停止條件

為了在短時間內找尋出近似最佳拉氏乘數向量，本研究利用 Held & Karp(1970) 所發展次梯度法，見(3.27)式，進行拉氏鬆弛法遞迴運算過程中，拉氏乘數之修正，式中 t 代表第 t 次遞迴運算。UB 所代表的是遞迴運算中最佳上限值，由可行解之集合分割解值求得，而 $L(\mathbf{u}^t)$ 為第 t 次所求得的放鬆下限值。在經由 UB 與 $L(\mathbf{u}^t)$ 所夾區間，代表最佳解所在的區間範圍。拉氏乘數 u_i 更新的原則是用於上下限值逼近時，縮小拉氏乘數 u_i 值調整的步幅，慢慢修正逼近最佳解的速度。$s(\boldsymbol{u})$ 為次梯度向量，其值受到拉氏乘數 $\boldsymbol{u}$ 與拉氏鬆弛解 $x(\boldsymbol{u})$ 的影響，由 3.6.1 節中的(3.26)式求得。

(3.27) $$u_i^{t+1} = \max\left\{u_i^t + \lambda \frac{UB - L(\boldsymbol{u}^t)}{\left\|s(\boldsymbol{u}^t)\right\|^2} s_i(\boldsymbol{u}^t), 0\right\} \qquad \forall i \in I$$

透過 $s_i(\boldsymbol{u}^t)$ 來調整更新拉氏乘數向量，將產生一序列 $u^1, u^2, \cdots$ 等的非負拉氏乘數向量，對於較大規模的問題，可以獲得較快的求解速度。其中 u^0 為一任意給定的值，u_i 值的設定影響解收斂的情況，當遞迴次數持續增加此值亦會趨於穩定。實際執行細節如下：

1. λ 為更新 $\mathbf{u}$ 值的調整係數(正值)，是一個給定的步幅參數(step-size parameter),主要在針對 UB 、$L(\mathbf{u})$ 和 $s_i(\boldsymbol{u}^t)$ 三項數值做出修正細部調整，用來作為修正幅度的大小。λ 值也可根據求解次數或解的品質來做動態微調，藉由改變其值以加快收斂速度或減緩調整幅度以利於求得較佳的解。對於不同問題類型，也可依自行需求作設定。

2. $s_i(\boldsymbol{u}^t)$ 為顧客被涵蓋的次數，在次梯度法中則代表為下次 $\mathbf{u}$ 值的修正方向。而 $\left\|s_i(\boldsymbol{u}^t)\right\|^2$ 所表示的是向量 $s_i(\boldsymbol{u}^t)$ 的長度平方值，影響每次調整的步幅。透過適度的修正，使得每次拉氏乘數的遞迴求解，逐漸的往最佳拉氏乘數前進，其原則是：當 $\left\|s_i(\boldsymbol{u}^t)\right\|^2$ 變大時(重覆涵蓋顧客次數太多)，代表搜尋的方向誤差仍過大，將 $\left\|s_i(\boldsymbol{u}^t)\right\|^2$ 置於分母，用以降低此次搜尋步幅的大小，避免過度地修正 u 值。

3. 關於 $\mathbf{u}$ 值的部分，本研究將每個顧客 i 之起始 u^0 值，設定為由場站原點出發到顧客 i 之距離，u_i 值的設定影響解收斂的情況，當遞迴次數持續增加此值亦會趨於穩定。

原本以拉氏鬆弛法求解集合涵蓋問題的方法，是產生全部可行之車輛路線作為

解題空間集合，當上限值UB及下限值$L(\boldsymbol{u})$相等或相差值在容忍範圍內時，即停止求解。但本研究以部分車輛路線組合為解題空間，並在遞迴運算的過程中加以調整解題空間的方式予以求解，就UB值與$L(\boldsymbol{u})$值的意義上，已經與原本拉氏鬆弛法求解集合涵蓋問題略有不同。

以下將說明本研究演算法中，求解拉氏問題、集合涵蓋問題與原本拉氏鬆弛法求解集合涵蓋問題不同意義之處與停止機制。

1. 本研究演算法求解拉氏鬆弛問題所得到的解，在文獻中是設定$L(\boldsymbol{u})$值是在窮舉解題集合$\Re$的前題下以$c_r(\boldsymbol{u})$值為負的路線總成本為下限值，雖然在遞迴運算中針對該次之車輛路線之解題空間是一個有效的下限值，但對於本研究以部份路線為解題空間來說並非是一個有效的下限值，已與原來車輛路線問題的下限有所差異。主要是因為本研究僅產生部份部分的車輛路線解題空間，所得之下限僅是針對目前車輛路線的解題空間所求解到的一個下限值，不確保車輛路線問題的最佳解必定高於此$L(\boldsymbol{u})$值。因此下限值$L(\boldsymbol{u})$因為每次遞迴運算出$c_r(\boldsymbol{u})$值的路線組合總成本變動過劇，為了能夠使每次遞迴運算可有效往最佳解逼近，所以目前本研究僅是設定下限值$L(\boldsymbol{u})$為一常數值 0。
2. 根據拉氏問題的解如 3.3 部分，傳統放鬆原問題後的作法是設定以集合涵蓋解為上限解，而以集合涵蓋解為上限值相對於本研究未免過大，導致收斂效率太差，因此本研究設定以集合涵蓋問題的可行解，進一步修正為集合分割解的值取代成為上限值。此上限值是以部份車輛路線解題空間所求得，因此可視為一個區域最佳解。由於最佳解必小於或等於區域最佳解，所以此上限值雖然意義上僅是根據部分車輛路線解題空間所求得，但對於原來車輛路線問題來說仍是一個有效的上限值。

由此可知，雖然採用與原先拉氏鬆弛法同樣方式，但本研究之演算法修正了因為以部份解題空間求解導致每次運算的上下限呈現不穩定的缺點，故更改設定後仍可利用上限值與 0 夾擠出確切的最佳解所在區間，而不需要根據持續地改進有限的解題空間所得的上下限值，再反回饋取代之。

停止運算機制的部分，目前是利用「當求解次數達到所設定次數」來做為停止繼續搜尋最佳解的條件。

3.9 演算法詳細流程圖

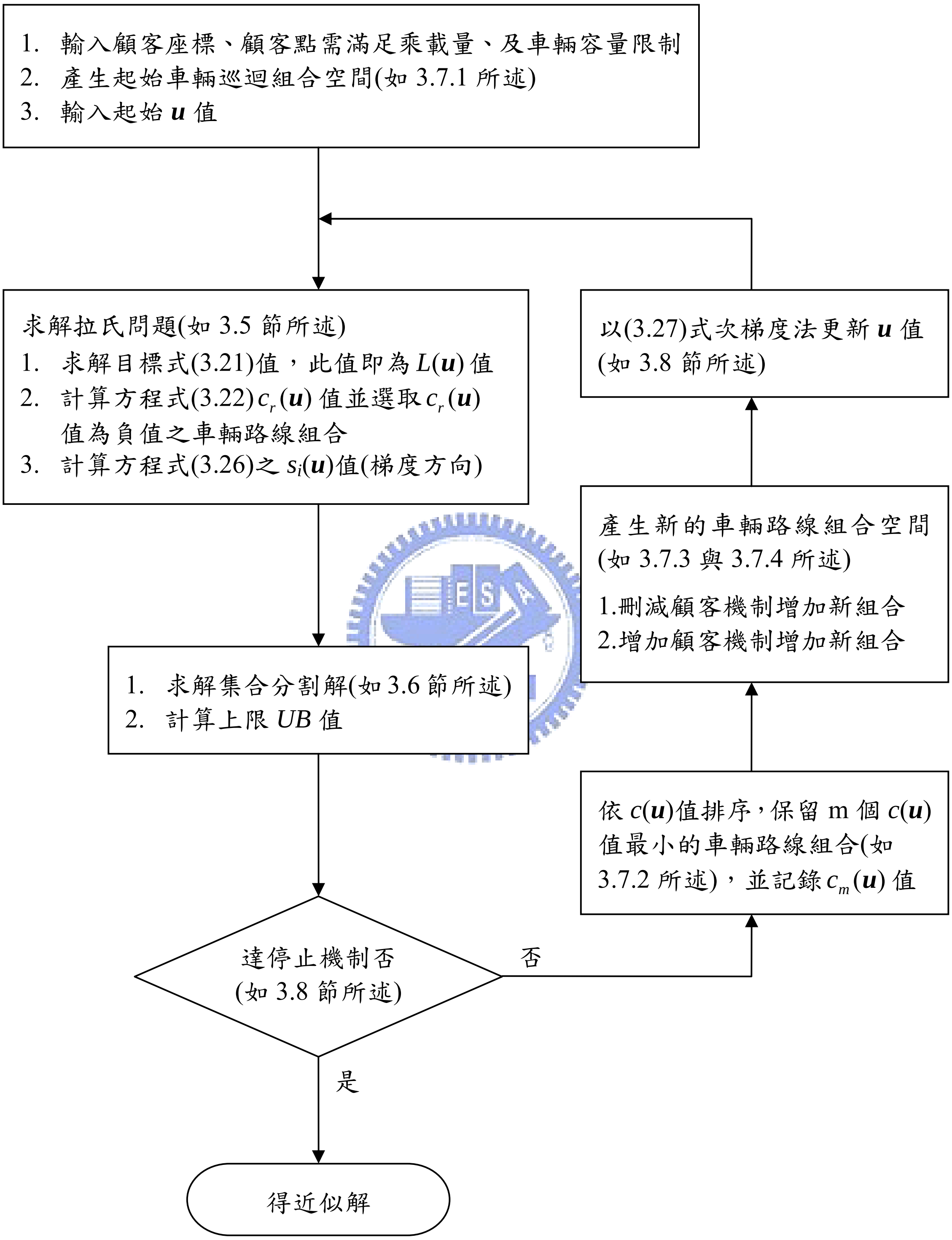


圖 3.10　演算法詳細流程圖

第四章、數值測試結果

測試例題由 Solomon 網站(如參考文獻)上 CVRP Instance 中的 Christofides and Eilon 題庫修改而得，分別為 n13-k4、n22-k4、n33-k4、n51-k5 與 n76-k7 等五個例題，題目詳細資訊見表 4.1。測試環境為 CPU Intel Pentium M 1.73GHz，760MB RAM，運算時間以 CPU 時間(秒)為衡量基準，僅視為一參考值。

表 4.1　Christofides 及 Eilon 學者 VRP 例題整理表

例題	顧客數	容量限制	目前最佳解
E-n13-k4	12	6000	247
E-n22-k4	21	6000	375
E-n33-k4	32	8000	835
E-n51-k5	50	160	521
E-n76-k7	75	220	682

後續章節內容的安排為，於 4.1 節將透過設定委外價格偏高的特定情況下，問題便形同一般車輛路線問題，對照題庫中目前最佳解，用以檢驗本研究所發展之啟發式演算法是否可取得合適答案;4.2 節主要說明委外價格高低對自有車隊路線規劃所產生的影響，並透過圖形的方式呈現；4.3 節為統整表 4.1 中所有例題於本研究的測試結果。

4.1 高委外貨運價格下的測試結果

追求最小成本目標下，當預設委外價格偏高，求解時很自然會偏向盡可能以自有車隊涵蓋所有需求點，問題便形同一般車輛路線問題，對照題庫中目前最佳解，以此檢驗本研究所發展之啟發式演算法是否可取得合適答案。表 4.2 為所有例題在高委外貨運價格下的測試結果。

表 4.2　高委外貨運價格下例題測試結果整理表

Instance	Best Known	Current Result	No. of Vehicle	Gap (%)	CPU-Time (sec.)
n13-k4	247	250	4	1.21	7
n22-k4	375	375	4	0	20
n33-k4	835	842	4	0.8	60
n51-k5	521	530	5	1.73	112
n76-k7	682	717	7	5.13	235

除了例題 n76-k7 與最佳解差距較大外，其餘在規模 50 個節點以下的例題都可獲得不錯的求解品質，各例題指派的車輛數目與題庫最佳解中使用的車輛數目皆相同，至於在計算時間上，在本演算法中每次遞迴雖只選擇保留 *m* 個解於解題空間中，

隨著問題規模擴大，節點越多，本質上就會有更多可能的路線集合，因此 m 值將會跟隨例題規模作適度調整，以避免過度淘汰可行的路線導致降低求解獲得改善的機會，m 值越大所需求解時間越長。

4.2 委外貨運價格對整體路線規劃所產生的影響

以例題 n22-k4 為例，進行委外貨運價格對自有車隊整體路線規劃所產生影響的測試，原始例題資訊見表 4.3，路線圖如圖 4.1。

表 4.3　例題 n22-k4 原始問題最佳解

Instance: n22-k4			Capacity: 6000		No. of Vehicle: 4		Cost:375	
Route 1:	1	7	2	3	6	8	10	1
Route 2:	1	13	16	19	21	18	1	
Route 3:	1	14	12	5	4	9	11	1
Route 4:	1	17	20	22	15	1		

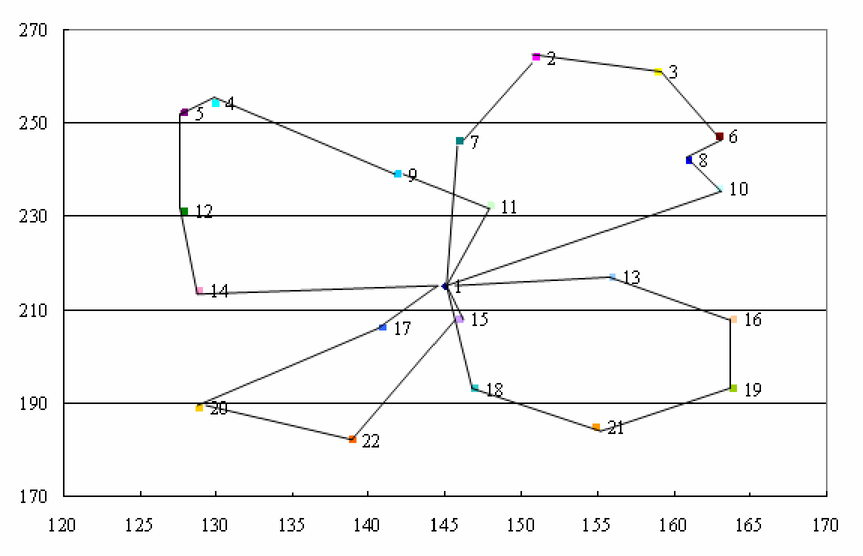


圖 4.1　例題 n22-k4 原始問題最佳路線

4.2.1 單純考慮場站到節點距離計價

透過假設委外貨運收費與場站至節點間距離正相關來修改例題，將委外貨運費率分成五個等級，分別為 1.5 單位、1 單位、0.75 單位、0.5 單位以及 0.25 單位的場站至節點間距，進行測試，結果如表 4.4。詳細結果將分別於此節後半段呈現，透過

路線圖隨著委外貨運價格高低的演變，也可進一步看出本演算法是否具有求出合理答案的能力。

表 4.4　修改例題 n22-k4 於本演算法之測試結果(一)

Common Carrier Rate	Common Carrier Cost	Private Fleet Cost	Result	No. of Vehicle	No. of Nodes Served by Common Carrier
R=1.5	0.00	375.28	375.28	4	0
R=1	51.56	314.03	365.58	3	3
R=0.75	38.67	314.03	352.69	3	3
R=0.5	167.17	113.40	280.58	1	14
R=0.25	145.69	0.00	145.69	0	21

1.　委外貨運費率為場站到節點距離的1.5單位

Common Carrier Cost: 0, Private Fleet Cost: 375, Total Cost: 375.

表 4.5　例題 n22-k4 路線規劃(R=1.5 單位)

Route 1:	1	7	2	3	6	8	10	1
Route 2:	1	13	16	19	21	18	1	
Route 3:	1	14	12	5	4	9	11	1
Route 4:	1	17	20	22	15	1		

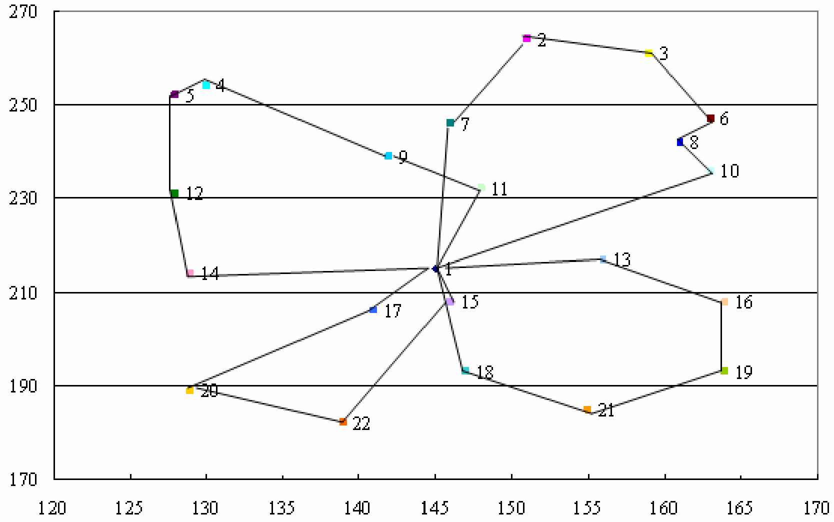


圖 4.2　例題 n22-k4(R=1.5)路線圖

2. 委外貨運費率為場站到節點距離的1單位

Common Carrier Cost: 0, Private Fleet Cost: 375, Total Cost: 375.

Node Served by Common Carrier: 13, 17, 20.

表 4.6 例題 n22-k4 路線規劃(R=1 單位)

Route 1:	1	16	19	21	22	18	15	1
Route 2:	1	7	2	3	6	8	10	1
Route 3:	1	14	12	5	4	9	11	1

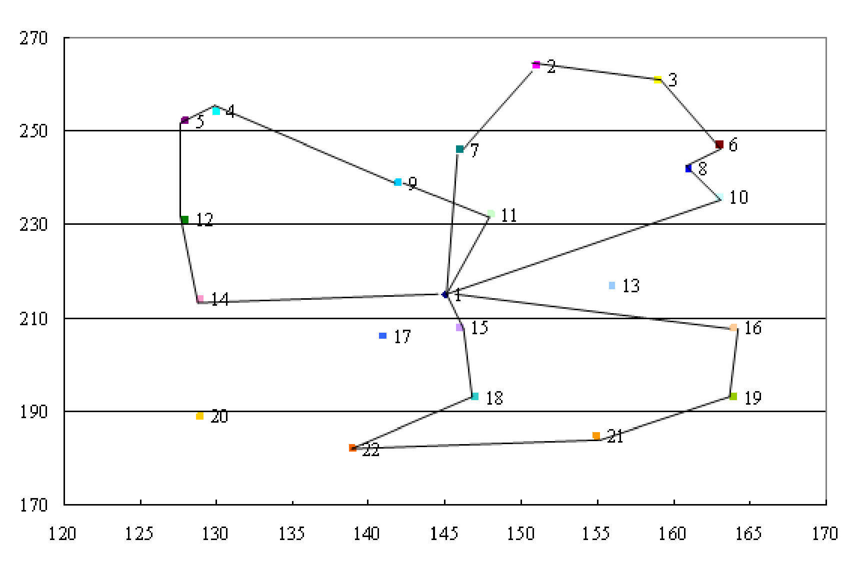


圖 4.3 例題 n22-k4(R=1)路線圖

3. 委外貨運費率為場站到節點距離的0.75單位

Common Carrier Cost: 51.56, Private Fleet Cost: 314.03, Total Cost: 365.58.

Node Served by Common Carrier: 13, 17, 20.

表 4.7 例題 n22-k4 路線規劃(R=0.75 單位)

Route 1:	1	16	19	21	22	18	15	1
Route 2:	1	7	2	3	6	8	10	1
Route 3:	1	14	12	5	4	9	11	1

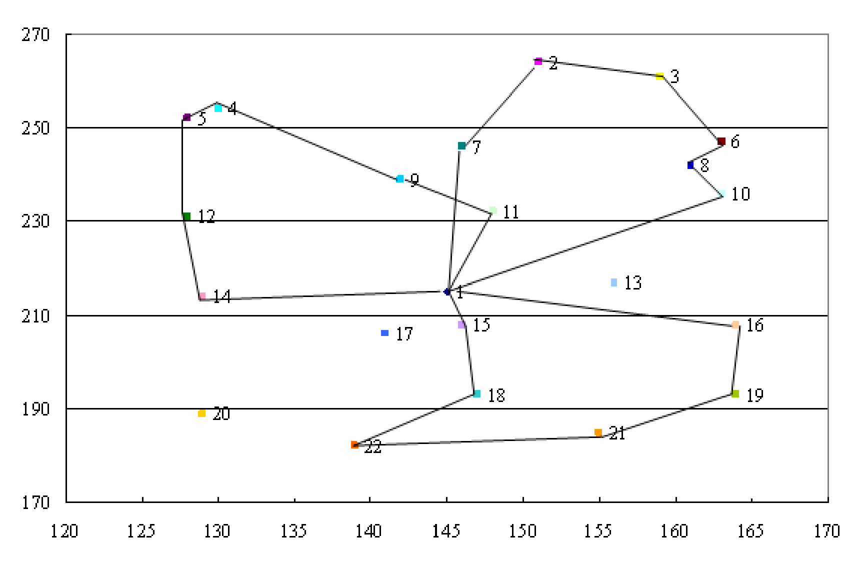


圖 4.4　例題 n22-k4(R=0.75)路線圖

4.　委外貨運費率為場站到節點距離的0.5單位

Common Carrier Cost: 38.67, Private Fleet Cost: 314.03, Total Cost: 352.69.

Node Served by Common Carrier: 4, 5, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22.

表 4.8　例題 n22-k4 路線規劃(R=0.5 單位)

Route 1:	1	10	8	6	3	2	7	9	1

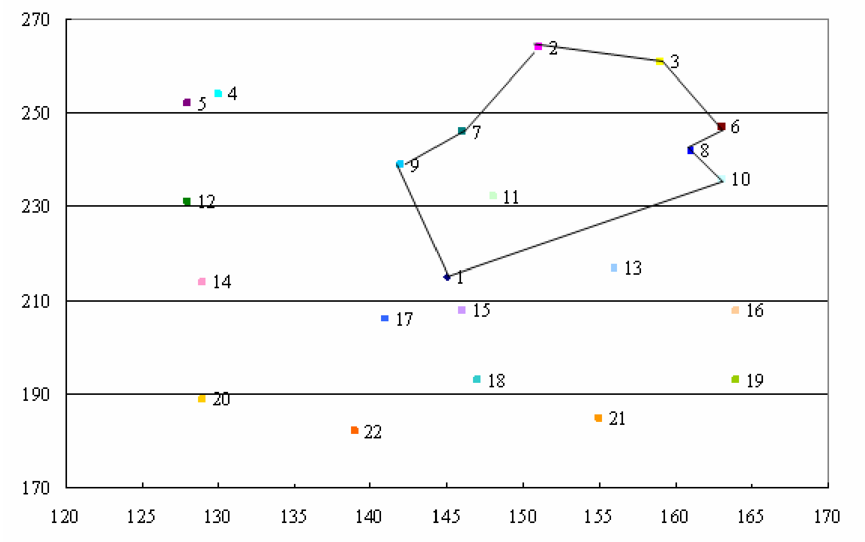


圖 4.5　例題 n22-k4(R=0.5)路線圖

5. 委外貨運費率為場站到節點距離的0.25單位

Common Carrier Cost: 145.69, Private Fleet Cost: 0, Total Cost: 145.69.

Node Served by Common Carrier: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22.

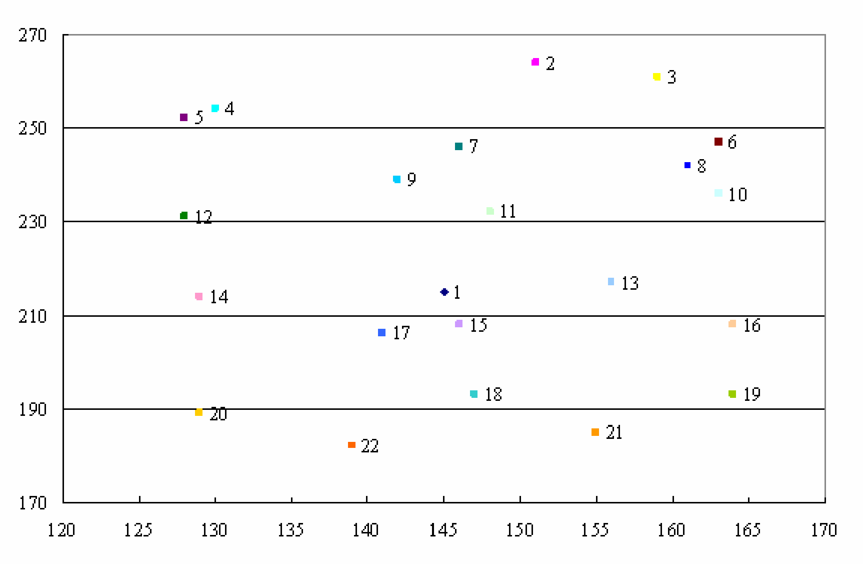


圖 4.6　例題 n22-k4(R=0.25)路線圖

4.2.2 考慮場站到節點距離合併權衡需求量計價

若委外貨運的計價方式為考慮各節點至場站距離並合併權衡需求量大小，進行收費，測試結果見表 4.9。

表4.9　修改例題n22-k4於本演算法之測試結果(二)

Common Carrier Rate	Common Carrier Cost	Private Fleet Cost	Result	No. of Vehicle	No. of Nodes Served by Common Carrier
R=1.5W	0.00	375.28	375.28	4	0
R=1W	0.00	375.28	375.28	4	0
R=0.75W	59.93	307.17	367.10	3	5
R=0.5W	307.51	0.00	307.51	0	21
R=0.25W	153.76	0.00	153.76	0	21

僅以 R=1.5W 為例，其代表委外費率計算方式為 1.5 倍場站到節點距離×該節點需求量與平均需求量的比重。由表中資料比較表 4.4 可看出將需求量納入考量對該例題的路線規劃所產生的影響。表 4.10 提供例題中各節點詳細需求量的資訊。

表4.10　各節點詳細需求量

Node	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Demand	0	1100	700	800	1400	2100	400	800	100	500	600
Node	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Demand	1200	1300	1300	300	900	2100	1000	900	2500	1800	700

測試結果大多呈現於全部自行運送或完全委外，唯 R=0.75W 情況下的路線規劃較有變化。詳細資訊為：

Common Carrier Cost: 59.93, Private Fleet Cost: 307.17, Total Cost: 367.10.

Node Served by Common Carrier: 13, 15, 16, 17, 19.

表 4.11　例題 n22-k4 路線規劃(R=0.75W)

Route 1:	1	20	22	21	18	1		
Route 2:	1	14	12	5	4	9	11	1
Route 3:	1	10	8	6	3	2	7	1

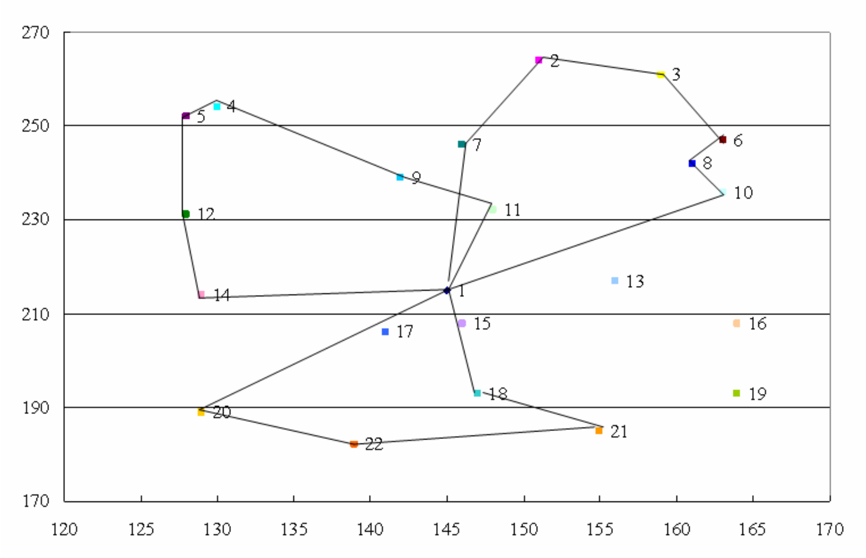


圖 4.7　例題 n22-k4(R=0.75W)路線圖

4.2.3 依區位計價

仿照目前貨運公司的收費方式，以劃分地理區域，同屬依地區收費相同的。表4.12為n22-k4例題場站與各節點距離，在考慮節點數目有限，但仍必須兼顧示範效果下，僅劃分兩區域作為兩種收費區隔，以距離小於等於30單位為一區域，大於30單位為另一區域。依序設計小區域收費/大區域收費為：10/30、10/40、10/50、20/30、20/40、20/50單位等六個等級進行測試，結果見表4.13。

表 4.12　場站與各節點距離表

Node	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Distance	0.00	49.37	48.08	41.79	40.72	36.72	31.02	31.38	24.19	27.66	17.26
Node	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Distance	23.35	11.18	16.03	7.07	20.25	9.85	22.09	29.07	30.53	31.62	33.54

表4.13　修改例題n22-k4於本演算法之測試結果(三)

Common Carrier Rate	Common Carrier Cost	Private Fleet Cost	Result	No. of Vehicle	No. of Nodes Served by Common Carrier
20/50	0.00	375.28	375.28	4	0
20/40	0.00	375.28	375.28	4	0
20/30	0.00	375.28	375.28	4	0
10/50	40.00	314.32	354.32	3	4
10/40	40.00	314.32	354.32	3	4
10/30	140.00	205.50	345.50	2	10

其中10/30單位收費的詳細求解為：

Common Carrier Cost: 140.00, Private Fleet Cost: 205.50, Total Cost: 345.50.

Node Served by Common Carrier: 4, 5, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 19.

表 4.14　例題 n22-k4 路線規劃(10/30)

Route 1:	1	9	7	2	3	6	8	11	1
Route 2:	1	18	21	22	20	1			

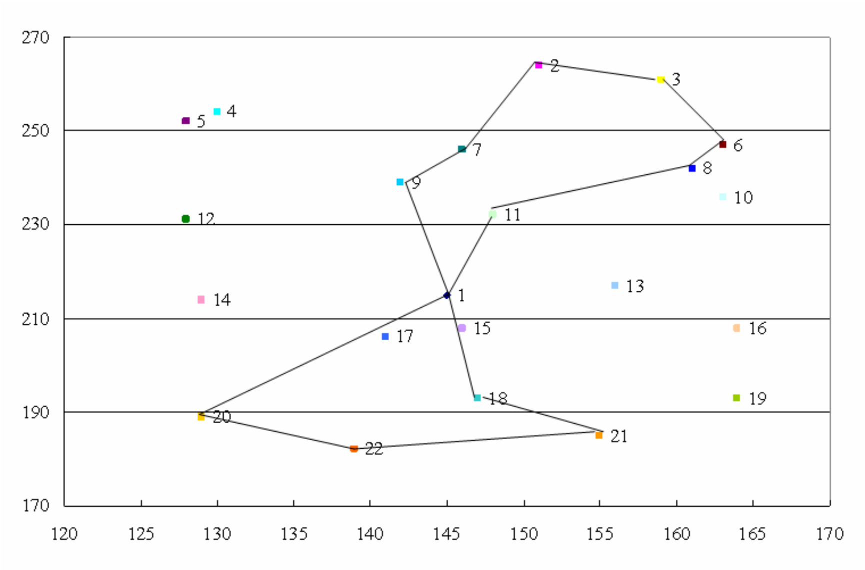


圖 4.8　例題 n22-k4(10/30)路線圖

4.3 整體測試結果

表 4.15 至表 4.18 為其他例題於本演算法的測試結果，結果如同圖 4.2 至圖 4.6 所呈現，可明確印證，隨著委外貨運價格的降低，以自有車隊滿足顧客需求的比例也跟著減少，相反地，委外貨運價格較高時，便較依賴自有車隊運送。

表 4.15　修改例題 n13-k4 於本演算法之測試結果

Common Carrier Rate	Common Carrier Cost	Private Fleet Cost	Result	No. of Vehicle	No. of Nodes Served by Common Carrier
R=2	0	250	250	4	0
R=1.5	13.5	233	246.5	3	1
R=1	87	150	237	2	4
R=0. 5	168	0	168	0	12

表 4.16　修改例題 n33-k4 於本演算法之測試結果

Common Carrier Rate	Common Carrier Cost	Private Fleet Cost	Result	No. of Vehicle	No. of Nodes Served by Common Carrier
R=1	0.00	841.65	841.65	4	0
R=0.75	112.87	711.49	824.35	3	2
R=0.5	99.41	663.68	763.09	3	3
R=0.25	327.34	258.80	586.13	1	16

表 4.17　修改例題 n51-k5 於本演算法之測試結果

Common Carrier Rate	Common Carrier Cost	Private Fleet Cost	Result	No. of Vehicle	No. of Nodes Served by Common Carrier
R=1	0.00	529.85	529.85	5	0
R=0.75	0.00	529.17	529.17	5	0
R=0.5	152.96	360.73	513.68	4	15
R=0.25	300.29	0.00	300.29	0	50

表 4.18　修改例題 n76-k7 於本演算法之測試結果

Common Carrier Rate	Common Carrier Cost	Private Fleet Cost	Result	No. of Vehicle	No. of Nodes Served by Common Carrier
R=1	23.78	693.66	717.44	7	2
R=0.75	33.77	671.18	704.95	6	4
R=0.5	94.12	601.96	696.08	5	15
R=0.25	453.86	0.00	453.86	0	75

第五章、結論與建議

以往文獻以集合涵蓋問題求解車輛路線問題時，多以變數產生法放鬆二元決策變數限制，再以分支定限法解決放鬆後非整數解的方式來進行求解。雖然，如此可獲得較佳的求解品質，但複雜的求解過程導致求解時間較長，本研究希望可以加以調整，改以放鬆涵蓋限制的方式來發展啟發式解法，取得求解效率上的提升。在相關參數部份，目前參數設定以穩定求解品質，以經驗法則暫訂之，未作相關深入探討。

有鑒於 VRP 問題精確解求解不易，而本研究問題存在自有車隊與委外貨運兩個求解集合，若要直接以數學規劃模式求取精確解更顯困難，求解時間也更加冗長，面對直接獲得精確解仍有無法排除的困難情況下，僅以本研究所發展啟發式解法求解於委外貨運價格高昂時的特例情況，在此設定下，問題形同一般車輛路線問題，對照題庫中目前最佳解，檢驗本研究所發展演算法是否可取得合適答案。另舉出 n22-k4 例題為例，透過圖形方式呈現委外價格高低對自有車隊路線規劃所產生的合理演變，並以此間接說明本研究所發展的啟發式解法可獲得合理解答，彌補無法以精確解直接驗證的缺失。

未來可持續深入探討議題：

1. 在研究過程中，曾嘗試運用 LINGO 套裝軟體，直接求算精確解，然而車輛路線問題本身複雜度已相當高，13 個節點的例題，使用 LINGO 求解的運算時間已十分冗長，可考慮運用其他套裝軟體，找出精確解作為確切的比較基準。
2. 在求解集合分割解時，考慮本研究相較一般車輛路線問題，具有委外貨運可供選擇的優勢，自有車隊無法涵蓋者都可以委外貨運滿足，又為求運算精簡快速，只選取 $c_r(\boldsymbol{u})$ 值為負的路線，從中搜尋集合分割解，而不是以整個解題空間進行找尋，且僅以前次運算遞迴中最後選擇保留的第 m 條路線解的 $c_m(\boldsymbol{u}^{t-1})$ 值，作為判斷是否為集合分割解的依據，在解題過程中，某幾次的運算很有可能無法獲得適當的解，當前解的跳動較為頻繁，相對的也需要較多的運算次數才可找到合適的解。雖然目前的作法，已可獲得近似解，也能把求解時間控制在相當程度之內，但若能使當前解的波動程度減少，也可再提升求解的精確度與效率。
3. 以更有效的下限值來取代目前的常數設定，以有效加快求解效率與求解品質，如以解目標式的線性規劃解為下限值取代目前常數的假設。

參考文獻

Agarwal, Y., Mathur, K., and Salkin H.M. (1989). A Set-Partition-Based Exact Algorithm for the Vehicle Routing Problem. *Networks*, 19, 731-749.

Altinel, I.K., & Öncan, T. (2005). A new enhancement of the clarke and wright savings heuristic for the capacitated vehicle routing problem. *Journal of the Operational Research Society*, 56 (8): 954-961.

Balas, E., Carrera, M.C. (1996). A Dynamic Subgradient-based Branch-and-Bound Procedure for Set Covering. *Operations Research*, 44: 875-890.

Ball, M.O., Golden, B.L., Assad, A.A., & Bodin, L.D. (1983). Planning for truck fleet size in the presence of a common-carrier option. *Decision Sciences*, 14 (1): 103-120.

Balinski, M., & Quandt, R. (1964). On an integer program for a. delivery problem. *Operations Research*, 12: 300–304.

Beasley, J.E. (1990). A Lagrangian Heuristic for Set-Covering Problems. *Naval Research Logistics, 37*: 151-164.

Berman, P., & Das, S.K. (2005). On the vehicle routing problem. *Lecture Notes in Computer Science* (3608): 369-371.

Bodin, L. (1990). Twenty years of routing and scheduling. *Operations Research*, 38 (4): 571-579.

Bodin, L., Golden, B., Assad, A., & Ball, M. (1983). Routing and scheduling of vehicles and crews: The state of the art. *Computers & Operations Research*, 10 (2): 67-211.

Caprara, A., Fischetti, M. and Toth, P. (1999). A heuristic method for the set covering problems. *Operations Research,* 47: 730-743.

Christofides, N., Mingozzi, A., & Toth, P. (1979). The vehicle routing problem. In: Christofides, N., Mingozzi, A., Toth, P., & Sandi, C. (eds). *Combinatorial Optimization*. Wiley, 315-338.

Chu, C. W. (2004). A heuristic algorithm for the truckload and less-than-truckload problem. *European Journal of Operational Research*, 165 (3): 657-667.

Cordeau, J.F., Gendreau, M., Laporte, G., Potvin, J.Y., & Semet, F. (2002). A guide to vehicle routing heuristics. *The Journal of the Operational Research Society*, 53 (5): 512-522.

Fisher, M. (1995). Vehicle routing, Chapter 1 in Ball, M.O., Magnanti, T.L., Monma, C.L., & Nemhauser, G.L. *Handbooks in operations research and management science, vol. 8: Network routing*.

Gaskell, T.J. (1967). Basis for the vehicle fleet scheduling. *Operations Research*, 18, 281-295.

Gendreau, M., Laporte, G., & Potvin, J. (2001). Metaheuristics for the capacitated VRP. In: Toth, P., & Vigo, D. (eds). *The Vehicle Routing Problem*. SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications. SIAM Publishing, Philadelphia, PA, 129–154.

Gendreau, M. (2005). Metaheuristics in combinatorial optimization. *Annals of Operations Research*, 140 (1): 189-213.

Gendreau, M., Hertz, A., & Laporte, G. (1994). A tabu search heuristic for the vehicle routing problem. *Management Science*, 40 (10): 1276-1290.

Glover, F. (1989). Tabu search-Part Ⅰ. *ORSA Journal on Computing*, 1 (3): 190-206.

Held, M. , Karp, R.M. (1970). The traveling salesman problem and minimum spanning trees. *Operations Research*, 18: 1138-1162.

Kelly, J.P., & Xu, J. (1999). A Set-Partitioning-Based Heuristic for the Vehicle Routing Problem. *INFORMS Journal on Computing*, 11 (2): 161-172.

Klincewicz, J.G., Luss, H., & Pilcher, M.G. (1990). Fleet Size Planning When Outside Carrier Services Are Available. *Transportation Science*, 24 (3): 169-182.

Laporte, G., Nobert, Y. (1987). Exact algorithms for the vehicle routing problems. *Annals of Discrete Mathematics*, 31: 147-184.

Laporte, G., Gendreau, M., Potvin, J., & Semet, F. (2000). Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem. *Int Trans Opns Res*, 7: 285–300.

Laporte, G., & Semet, F. (2001). Classical heuristics for the vehicle routing problem. In: Toth, P., & Vigo, D. (eds). *The Vehicle Routing Problem*. SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications. SIAM Publishing, Philadelphia, PA, 109–128.

Lenstra, J., & Rinnooy, K. A. (1981). Complexity of vehicle routing and scheduling problems. *Networks*, 11: 221–227.

Osman, I.H. (1991). Metastrategy simulated annealing and tabu search algorithms for combinatorial optimization problem. Ph.D. Dissertation, The Management School, Imperial Collage, London.

Osman, I.H. (1993a). Metastrategy simulated annealing and tabu search algorithms for the vehicle routing problem. *Annals of Operational Research*, 41: 421-451.

Pureza, V.M., & Franca, P.M. (1991). Vehicle routing problem via tabu search metaheuristic. Publication CRT-747, Centre de recherche sur les transports, Montreal.

Savelsbergh, M. (1985). Local search in routing problems with time windows. *Operations Research*, 4: 285-305.

Taillard, E. (1993). Parallel Iterative Search Methods for Vehicle Routing Problems. *Networks*, 23: 661-673

Toth, P., & Vigo, D. (eds). (2001). *The Vehicle Routing Problem*. SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications . SIAM publishing: Philadelphia, PA.

Van Breedam, A. (2001). Comparing descent heuristics and metaheuristics for the vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 28: 289-315.

Willard, J.A.G. (1989). Vehicle Routing Using r-Optimal Tabu Search. M.Sc. Dissertation. The Management School, Imperial College, London.

Yellow, P. (1970). A computation modification to the savings method of vehicle scheduling. *Operations Research*, 21: 281-283.

吳泰億，民國 95 年，以修正之拉氏鬆弛啟發式解法求解車輛路線問題，國立交通大學，碩士論文。

Solomon website: http://neo.lcc.uma.es/radi-aeb/webvrp/index.html?/resultsSolom.htm