

國立交通大學

運輸科技與管理學系

碩士論文

以取樣方式產生之期望收益函數
求解航空網路營收管理問題



**Solving the Airline Network Revenue
Management Problem by Approximating the
Expected Revenue Function Generated by Sampling**

研究生：梁宇彤

指導教授：黃寬丞 博士

中華民國九十六年七月

以取樣方式產生之期望收益函數

求解航空網路營收管理問題

**Solving the Airline Network Revenue
Management Problem by Approximating the
Expected Revenue Function Generated by Sampling**

研究生：梁宇彤

Student: Yu-Tung, Liang

指導教授：黃寬丞

Advisor: Dr. Kuan-Cheng, Huang

國立交通大學

運輸科技與管理學系



Submitted to Department of Transportation Technology and Management
College of Management
National Chiao Tung University
in partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master
in

Transportation Technology and Management

July 2007

HsinChu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十六年七月

國立交通大學

博碩士論文全文電子檔著作權授權書

(提供授權人裝訂於紙本論文書名頁之次頁用)

本授權書所授權之學位論文，為本人於國立交通大學運輸科技與管理學系研究所_____組，96學年度第2學期取得碩士學位之論文。

論文題目：以取樣方式產生之期望收益函數求解航空網路營收管理問題

Solving the Airline Network Revenue Management Problem by Approximating
the Expected Revenue Function Generated by Sampling

指導教授：黃寬丞

■ 同意 □ 不同意

本人茲將本著作，以非專屬、無償授權國立交通大學與台灣聯合大學系統圖書館：基於推動讀者間「資源共享、互惠合作」之理念，與回饋社會與學術研究之目的，國立交通大學及台灣聯合大學系統圖書館得不限地域、時間與次數，以紙本、光碟或數位化等各種方法收錄、重製與利用；於著作權法合理使用範圍內，讀者得進行線上檢索、閱覽、下載或列印。

論文全文上載網路公開之範圍及時間：	
本校及台灣聯合大學系統區域網路	■ 中華民國 96 年 7 月 31 日公開
校外網際網路	■ 中華民國 96 年 7 月 31 日公開

授 權 人：梁宇彤

親筆簽名：_____

中華民國 96 年 7 月 31 日

國立交通大學

博碩士紙本論文著作權授權書

(提供授權人裝訂於全文電子檔授權書之次頁用)

本授權書所授權之學位論文，為本人於國立交通大學 運輸科技與管理學系 研究所 _____ 組，96 學年度第 2 學期取得碩士學位之論文。

論文題目：以取樣方式產生之期望收益函數求解航空網路營收管理問題

Solving the Airline Network Revenue Management Problem by Approximating
the Expected Revenue Function Generated by Sampling

指導教授：黃寬丞

■ 同意

本人茲將本著作，以非專屬、無償授權國立交通大學，基於推動讀者間「資源共享、互惠合作」之理念，與回饋社會與學術研究之目的，國立交通大學圖書館得以紙本收錄、重製與利用；於著作權法合理使用範圍內，讀者得進行閱覽或列印。

本論文為本人向經濟部智慧局申請專利(未申請者本條款請不予理會)的附件之一，申請文號為：_____，請將論文延至____年____月____日再公開。

授權人：梁宇彤

親筆簽名：_____

中華民國 96 年 7 月 31 日

國家圖書館博碩士論文電子檔案上網授權書

ID:GT009432516

本授權書所授權之論文，為授權人在國立交通大學管理學院運輸科技與管理學系研究所_____組，96學年度第2學期取得碩士學位之論文。

論文題目：以取樣方式產生之期望收益函數求解航空網路營收管理問題

Solving the Airline Network Revenue Management Problem by Approximating
the Expected Revenue Function Generated by Sampling

指導教授：黃寬丞

茲同意將授權人擁有著作權之上列論文全文（含摘要），非專屬、無償授權國家圖書館，不限地域、時間與次數，以微縮、光碟或其他各種數位化方式將上列論文重製，並得將數位化之上列論文及論文電子檔以上載網路方式，提供讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印。



※ 讀者基於非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印上列論文，應依著作權法相關規定辦理。

授權人：梁宇彤

親筆簽名：_____

中華民國 96 年 7 月 31 日

以取樣方式產生之期望收益函數

求解航空網路營收管理問題

學生：梁宇彤

指導教授：黃寬丞 博士

國立交通大學

運輸科技與管理學系 碩士班

摘要

自從美國航空公司利用營收管理(revenue management)成功提高營收後，營收管理於航空運輸業已是十分普及的技術。基於現今航空軸輻網路的營運型態，營收管理研究重心亦由當初單一航段問題轉向網路型態問題。目前航空網路問題主要以競價法(bid price control)來進行機位控管，過去研究也多利用數學規劃模式中限制式之對偶關係計算競價值。然而，此方式由於須對各時段所剩機位所產生之無限多種可能進行運算，且實際作業上難以做到即時修正，故不管在方法理論及實務運用上，均存在著相當的限制。

本研究以最佳控管機制之動態規劃模式為基礎，建立一函數來近似動態規劃模式中之收益函數，並藉此產生航空網路問題的機位控管決策。首先，以單一航段問題發展本研究方法之模式及演算流程，在小型範例驗證後，再延伸至多航段網路問題中。另外，為求貼近真實世界情況，彌補無法得知各時段所剩機位之各種可能收益值，因此本研究配合發展以抽樣方式產生近似收益函數的方法，並應用於多航段模式之解題概念中。

在兩航段之數值測試範例結果中，可發現本研究所發展的方法不但有效可行，且相較於不執行機位控管的情況下，本研究之方法的確能提供相當接近最佳解的控管結果。預期未來本研究之取樣近似期望收益函數估計法，不但可為網路營收管理問題帶來新的求解概念，且能提供比目前競價法更有效率產生的機位控管決策方法。

關鍵字：營收管理、競價法、動態規劃、機位控管決策、抽樣

Solving the Airline Network Revenue Management Problem by Approximating the Expected Revenue Function Generated by Sampling

Student: Yu-Tung, Liang

Advisor: Dr. Kuan-Cheng, Huang

Department of Transportation Technology and Management
National Chiao Tung University

Abstract

Since American Airlines successfully applied revenue management (RM) to raise its revenue, RM has become a common technique in the airline industry. Due to the current hub-and-spoke operation, the focus of the RM research has shifted from the traditional single-leg problem to the network-type problem. It was noticed that, though a mainstream approach for the network RM problem, the bid price control is ill with complicated procedure and heavy computational load. In addition, there are considerable limitations for this approach in terms of both methodological theory and practical application.

Based on the dynamic programming (DP) approach, which generates the optimal control policy, this study develops a method that can generate a suitable seat control policy by approximating the expected revenue function in the DP model. First, this study establishes the model and the associated algorithm for the single-leg RM problem. After performing the mathematical analysis, this approach is extended to the network RM problem. Finally, in order deal with the RM problem under the network context, this study adopts the concept of sampling to generate the approximation function.

Based on the result in the numerical experiment of a two-leg numerical example, the validity and effectiveness of the developed method is verified as the generated solution which is pretty close to the optimal solution and significantly better than the case with no RM control. It is believed that this study should serve as an excellent alternative for the current bid price control and provide an inspiring concept for other network-related RM problems.

Key words: Revenue Management, Bid Price Control, Dynamic Programming, Seat Control Policy, Sampling

誌謝

我想寫一個別於以往的誌謝.....

在交大的學生生涯即將結束了，回顧這六年的時光，雖然生活中起起伏伏、充滿歡笑與淚水，但對於交大，一切回憶仍然令我不捨。

決定繼續留在交大念研究所後，不管是進行論文研究或是參與啦啦隊社團，我認為我的生活豐富，也以為自己擁有很多。直到碩二面臨驟變，我必須在短暫時間學習成長，我才發現一直以來其實自己沒有真正用心對待身旁的人事物，於是決定重新體驗生活的價值。我非常感激這一年所有幫助我走過低潮的人，幸虧有你們，我才能勇敢站起來，再度為自己努力，重回研究、繼續著手論文！

能完成這篇論文，首先當然要感謝我的指導教授黃寬丞老師，謝謝老師您的體諒及照顧，在我無法全心投入於論文時，還能不斷鼓勵我、適時給予我幫助！從大學畢專至碩士論文，這幾年接受老師的指導，我不只是學習到鑽研學問的精神、做研究嚴謹的態度，更是獲得許多寶貴的人生知識，我真的非常感激老師！另外，謝謝研究室的夥伴們—穎萱、欣誼、格禎、展宗及泰億學長，一起切磋學業；以及班上同學—詩敏、君如、建元、彥仲，總能在我難過時給予我關心幫助。

我認為身為一個學生，我們所須學習的，不只是書本上的知識，還有在日常與人相處的方法。我很開心自己能在社團裡遇到相互支持彼此的夥伴，謝謝一直陪我奮鬥的啦啦隊同伴們—吉米、聽普、偉忠、寶寶、小貓、切切、歆璇、比克等人，我永遠記得一起完成梅竹表演或是大專盃比賽時的那份感動，多年的革命情感更是堅定我們彼此間的信任感；也謝謝啦啦隊的小朋友們，在我即將要畢業前夕，精心準備令我感動不已的卡片，為我慶祝畢業。

這兩年完成論文的過程中，我真的要感謝太多人了！謝謝聽我訴苦並給予安慰的好友們—友慈、阿昉、佩珊、怡如、嘉琪、搖一圈、韋汝、于蓓、菜頭，適時鼓勵及幫助我的學姐們—玗如、美和，還有逗我開心的學妹們—欣娟、佑晴、子萱、亭蓁，以及我親愛的室友們—恰巴、舒蓉、全雯。我永遠不會忘記你們義不容辭地出現，並陪我走過不愉快。你們知道嗎？你們真的都是我生命的貴人！

我想特別謝謝一直關心愛護我的巫慧萍老師及待我像妹妹般的大姊姊玲鄺。除了一起跳有氧舞蹈的快樂時光，在我憂鬱時更謝謝老師不但扮演師長的角色開導我，也以朋友般的相處安慰我、鼓勵我，使我能堅強地面對問題。謝謝玲鄺總是最挺我、最支持我，縱使我們總是聊些不著邊際的打鬧話，也時常逗得我樂不可支、讓我信心倍增！我真的很幸運，能認識你們！

另外，我也想謝謝不喜歡我的人，正因為你們的不看好，讓我更有決心及動力去完成一份完美的論文！

「家是最溫暖的避風港。」最後，我想謝謝我的家人—爸爸、媽媽、姊姊 Cindy，謝謝你們一直以來對我的支持！聆聽我的想法，並包容我的任性，我真的很幸福能擁有你們的疼愛！

希望我的誌謝可以傳達我心中最真誠的心意給每個我想感謝的人！

我總認為，雖然老天給我一片烏雲，卻也給我機會等待烏雲散去，看見一片青天！謝謝你們，使我學會如何去愛自己、愛家人、愛朋友！未來，我一定會更加油為自己、也為你們去努力，完成自己的夢想！！

Goodbye My Love~ 再見我的交大！ ♡

梁宇彤 謹誌於

交通大學運輸科技與管理學系研究所

2007年7月31日*

目 錄

中文摘要.....	i
英文摘要.....	ii
誌 謝.....	iii
目 錄.....	I
表 目 錄.....	III
圖 目 錄.....	IV
第一章 緒論.....	1
1.1 研究計畫之背景與目的.....	1
1.2 研究主題與架構.....	5
1.3 工作項目與研究進度.....	6
第二章 文獻回顧.....	7
2.1 單一航段的航空營收管理.....	8
2.1.1 靜態機位控管.....	8
2.1.2 動態機位控管.....	10
2.2 航空網路營收管理之機位控管決策.....	12
第三章 模式構建與演算法.....	17
3.1 研究方法之初步分析.....	17
3.2 單一航段模型.....	18
3.2.1 模式構建.....	19
3.2.2 演算法.....	20
3.2.3 單一航段數值測試範例.....	23
3.3 多航段模型.....	27
3.3.1 模式構建.....	27
3.3.2 演算法.....	27
3.4 隨機抽樣模式發展.....	30
3.5 機位控管決策之驗證.....	33
第四章 數值測試.....	36
4.1 測試範例之數值資料.....	36
4.2 測試範例之模式及演算法.....	37
4.3 測試結果.....	38
4.4 訂位需求機率高低及型態不同之測試.....	42

4.5 費率及需求對近似收益函數之影響探討.....	45
第五章 結論與建議.....	48
5.1 結論.....	48
5.2 建議.....	49
參考文獻.....	50
附錄一、MATLAB 程式語言—nlinfit 函數介紹.....	52
中文簡歷.....	53
英文簡歷.....	54



表 目 錄

表 1-1	航空公司可能面臨損失種類.....	2
表 3-1	單一航段範例其期望收益與近似收益函數之參數關係.....	20
表 3-2	各時段之 A 、 a 、 b 參數.....	24
表 3-3	$V_i(x)$ 、 $f_i(x)$ 與 $U_i(x)$ 之收益比較($t = 15$).....	26
表 3-4	最佳解與以 $f_i(x)$ 進行之控管決策比較($t = 15$).....	26
表 4-1	測試結果期望總收益之比較.....	38
表 4-2	不同樣本數之 20 次測試結果比較.....	39
表 4-3	訂位需求機率調整之測試結果比較.....	43
表 4-4	訂位需求機率隨時間變化之測試結果比較.....	45
表 4-5	估計參數之測試結果比較.....	47



圖目錄

圖 1-1	航段中不同費率艙等之需求示意圖	4
圖 1-2	營收管理之網路型態示意圖	4
圖 1-3	研究流程圖	6
圖 2-1	巢式艙位配置方式	7
圖 2-2	航空營收管理邊際收益曲線	9
圖 2-3	兩航段網路動態規劃模式	13
圖 3-1	單一航段問題「收益-機位數」數值範例	19
圖 3-2	單一航段機位控管流程示意圖	22
圖 3-4	$V_i(x)$ 、 $f_i(x)$ 與 $U_i(x)$ 之收益-機位數關係圖 ($t = 15$)	25
圖 3-5	多航段機位控管流程示意圖	29
圖 3-6	多航段下隨機抽樣模式之機位控管產生流程示意圖	32
圖 3-7	多航段下隨機抽樣模式之機位控管決策驗證流程示意圖	35
圖 4-1	兩航段網路問題模型	36
圖 4-2	不同樣本數下所求得之平均期望總收益比較圖	40
圖 4-3	不同樣本數其平均期望總收益與標準差對應圖	40
圖 4-4	隨時段不同參數 A 之變化關係圖	41
圖 4-5	隨時段不同參數 a 、 b 之變化關係圖	42
圖 4-6	隨時間而變化之需求型態示意圖	44

第一章 緒論

1.1 研究計畫之背景與目的

美國於 1979 年解除航空管制，自此航空公司便可自由進出市場並彈性訂定機票票價。一夕之間，美國航空產業開始發生變革，新進較小的航空公司為吸引顧客紛紛降低票價吸引客源；而原來的大型航空公司為避免客源流失以及增加營收與競爭力，也採取市場區隔法來提供高價與低價機票。對低價機票，以購票限制，來吸引額外顧客；而這些的限制卻使得購買高價機票(貢獻主要收益)的顧客不會流向低價機票。這些方法由美國航空公司(American Airline)首先實行，藉由市場區隔與差別定價等方式，達到總收益最大的目標。

在競爭性的航空市場中，航空公司必須積極分析航班需求以對機上座位分配實行有效控管，才能提高收益。這些增加獲利的技巧則稱為營收管理(Revenue Management, RM)技術，而前述美國航空的成功經驗也被視為施行營收管理技術的最佳典範。根據 1987 年美國航空公司的年度報告所描述(Smith et al. 1992)，營收管理即是「在適當的時間，將適當的機位賣給適當的顧客。」其目的意即使航空公司從乘客方面能獲得最大收益，此觀念正說明航空公司擴大收益之意圖以及機位資源隨時間與顧客不同而有不同價值的概念。

其實美國航空公司早在 60 年代已開始發展營收管理系統，運用一連串作業研究(Operations Research, OR)模式，將航空營收管理範疇，歸納為三類主要問題：超額訂位、艙等分配與交通管理。而美國航空公司也針對應用營收管理技術進行分析，結果顯示如果沒有使用這套控制系統，估計每架班機將有大約 15% 的高價機票座位在飛機起飛前無法賣出；然而使用該系統後，每架班機可減少這類損失至只有 3% 的機位會發生這種情形。美國航空公司估計在 1988 到 1990 年間，淨收益增加至約 14 億美元，平均每年有 5 億美元的收入，因此這些數據使得其他航空公司開始逐漸重視營收管理(Smith et al. 1992)。

實際上，航空市場販售航班機位屬於一種廣義時效性資產的營收管理(Perishable-Asset Revenue Management, PARM)。根據 Weatherford & Bodily(1992)，時效性資產具有三種特性：

(一) 不可儲存性

所謂的時效性資產又稱時效性商品(perishable product)，其具有一生命週期，在此週期過後，商品將不再具有價值或耗損掉大部分的價值。這些商品通常具有需求不確定性，並且生命週期短暫或沒有其他過剩價值，一但過了其時效性，這些被保存的服務或商品將無法繼續創造收益。因此，各種營收管理的相關研究應運而生，主要便是使這些時效性商品可經由一些政策與定價，有效利用其供給與需求的特性，達到企業追求收益最大的目標。其中最

具代表性的商品即是報紙、農產品與旅館房間等，機票也屬於此商品的種類之一。這些商品無法保存其價值，因此在供給量方面將需要極小心的評估，否則將很可能造成存貨過多而虧損。在所有時效性商品的問題中，最典型的即為所謂的報童問題(Newsboy Problem)。由於報童所面臨的是隨機需求(stochastic demand)，假設需求的機率分佈已知，即可利用機率分配來計算最適合的供給量，來平衡庫存不足(understocking)與庫存過剩(overstocking)之成本(損失)。

(二) 固定的資源(容量限制)

對於時效性商品的數量限制，有時來自於服務的容量限制，短時間內無法改變供給量，例如旅館房間或機位；有時則是由於商品生命週期相當短，因此廠商在提供此商品時會限制商品數，以免滯銷的情形發生。由於商品數量有限且具有時效性，有些賣方公司會提高價格來獲取收益；然而時效性商品的需求變動非常大，實行調整價格與需求的關係十分困難，若能妥善使用營收管理技術，在商品損壞前以價格折扣吸引購買以達最有效的利用，所獲得的總收益將遠較使用高單價卻賣不出商品來得多。經由掌握商品供給、瞭解需求與價格間的關係，將可使商品能更有效利用藉以提升公司本身之期望總收益。

(三) 具有區隔市場的可能性

以航空公司的營收管理為例，其市場區隔主要是經由一些特殊的策略與服務來區隔飛機上的座位，並給予不同的價格方式來進行。由於此種定價結構，使得航空公司非常重視機位的控管。因為如果保留太多高價的機位，可能在班機起飛前將無法售完，而浪費了這些機位，造成損壞損失(spoilage loss)，或所謂的閒置成本；而如果規劃給低價的機位太多，也有可能將一些原先有可能購買高價機位的旅客移轉到低價位機票上，使得航空公司喪失這些潛在的收益，造成收益損失(yield loss)(如表 1-1 所示)。

表 1-1 航空公司可能面臨損失種類

種類	收益損失(yield loss)	損壞損失(spoilage loss)
發生時間	先	後
原因	可以賣高價卻賣成低價。	可以賣低價保留到高價卻賣不掉。
定價	低票價	高票價

資料來源：(許文秀，2004)

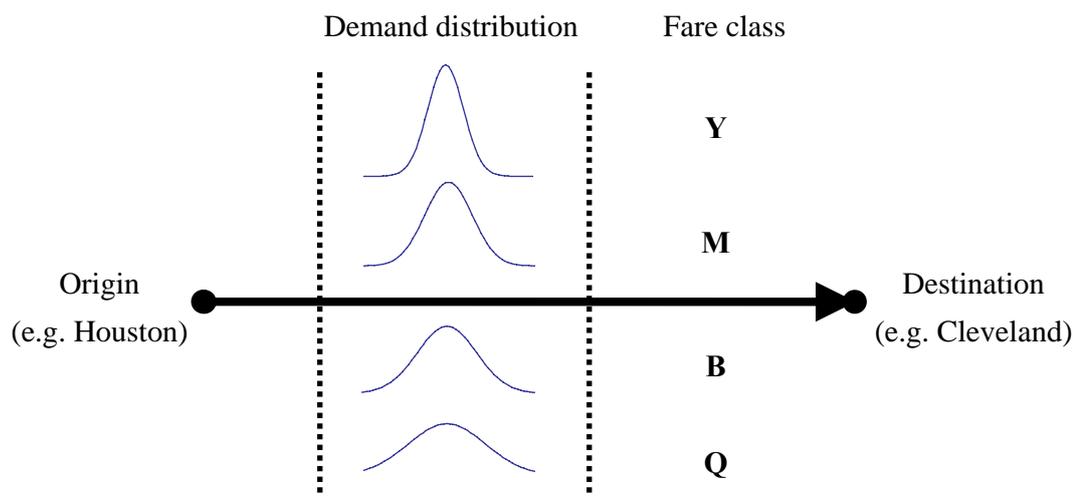
航空公司調整定位艙其不同折扣與時間限制等來銷售機票，吸引對票價與時間較敏感的旅客，稱為差別定價(price discrimination)。由於願意購買較高票價的乘客，較傾向於重視購票時的可獲性與購票時間限制的彈性；而只接受較低票價的乘客，則是對價格較為敏感。因此航空公司於同一費率艙等中，在不同費率與時間限制結構下，如何適當且有效率地分配不同票價與限制之機位商品，即為艙等控管(seat inventory control)問題。

而就載客率與收益能力觀點而言，載客率越高，並不代表總收益是最佳的，因為若承載之乘客多為低費率之乘客，高費率之乘客因沒有空機位而無法上機，則會造成額外之收益損失。因此，更加顯示在載客率不同狀況下，如何有效控管機位銷售機票有其重要性。

在航空業實際應用中，現今乘客可於班機起飛前一段時間內使用訂位系統訂位。就任何時段而言，乘客會依個人旅運需求、時間限制及願意支付的價格，購買某一艙等。這些影響將導致各艙等訂位需求之產生，隨距離起飛時間遠近而有所差異。例如，很多購買低費率之乘客皆為休閒旅次，乘客時程均已事先安排，時間上較固定，故其訂位需求絕大多數出現於開放訂位期間之前半段；而購買高費率之乘客，多為商務旅次，時程不若休閒旅客容易掌控，乘客本身之時間價值也高，故訂位需求常出現於開放接受訂位時間之後半段。由於這些乘客訂位之偏好特性，使得航空公司有機會可以抓住不同乘客重視的不同層面來操控艙等訂位的機制。

1970 年代早期，一些航空公司開始使用差別定價來界定商品市場，這項新方法使得航空公司關注顧客市場的區隔以及機位的分配問題。Littlewood(1972)並指出，折扣後的機票價格若超過未來全額票價收益的期望值時，則應該就折扣後的票價售出，而此論點也可視為營收管理理論的起源。但直到美國解除航空管制後，營收管理的應用才開始逐漸發展。各家航空公司得以制定合理的票價折扣與同業競爭，並經由此方式區隔市場。

一般而言，基於前述市場區隔之關係考量，航空公司為了吸引不同背景及偏好的乘客，藉由差別定價的策略，以提高承載率及獲利能力；將同一班機的艙位依其服務等級與舒適程度劃分不同的艙檔，如頭等艙、商務艙及經濟艙，此為客艙艙等(cabin class)之區隔。在同一客艙艙等中的機票價格亦會因票種、購票日期、有效期限、行程類別等旅客需求因素不同而有所差異，這些因票價不同而區分的艙等稱為費率艙等(fare class)。例如同是經濟艙可區分不同的費率艙，如 Y、M、B、Q；一般而言，限制越多的機票，票價越便宜。而早期營收管理之研究多著眼於單一航段、多個艙等的型態，其示意圖如圖 1-1 表示。



for a specific flight, e.g. CO135,
Aircraft: B767, Capacity: 196 seats

圖 1-1 航段中不同費率艙等之需求示意圖

資料來源：本研究整理

隨著航空產業之蓬勃，現今航空公司紛紛發展輻軸(hub-and-spoke)型態的網路航線。以圖 1-2 之航空網路為例，其中 MAD(馬德里)為中心轉運站的網路航線。當賣出由 MAD 前往 BCN(巴塞隆納)某特定行航班之機位時，將影響由 SVQ(塞維利亞)經至 MAD 轉機再前往 BCN 之機票。在這多種商品(product)和多種資源(resource)的營收管理問題中(如前述航空網路機位控管)，每個商品及資源會互相受到影響；若是在某個時段賣出其中之商品，將可能導致下個時段無法賣出多項其他商品。這樣相互影響的情況，不但顯示出網路型態營收管理其控管的困難性，也顯示這項研究的重要性。

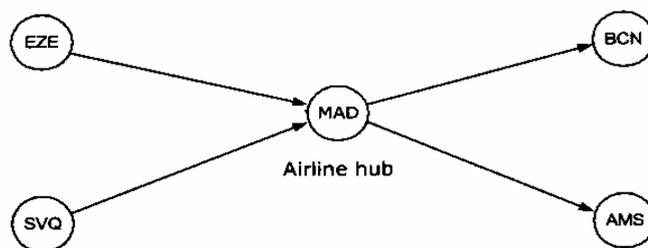


圖 1-2 營收管理之網路型態示意圖

資料來源：(Talluri & van Ryzin, 2004)

1.2 研究主題與架構

本研究以目前航空業發展的營收管理模式為基礎，發展有效的網路營收管理問題之求解方法。首先，蒐集目前航空方面營收管理的相關研究，瞭解營收管理的問題特性；其次，根據上述資訊，歸納單一航段與網路之不同特性；最後，則就網路型態發展本研究最主要之模式，並試算求解。

本研究之研究流程如下(如圖 1-3)：

(一) 界定研究範圍與目的

本研究對象以航空網路問題為主，但是由於單一航段的營收管理發展較為成熟，因此由單一航段之發展理論著手，再找多航段網路航線之研究。但首先了解目前營收管理上的發展歷史，並由此劃分研究的主題與範圍。

(二) 文獻回顧

探討目前航空網路營收管理問題之研究發展，藉由背景資料分析航空的供給與需求特性以及其網路與航線的性質。對於各種航空營收管理相關主題加以回顧，以進一步瞭解這些問題的差異與關聯性。

(三) 模式構建與求解

本研究欲發展一新的方法以求解決航空網路航線之機位控管決策，提供一替代方式給航空公司作為輔助決策。

(四) 實證試算與微調

利用模式所計算之結果，進行數值實例之測試以證明模式之正確性。接著，藉此去修正、調整模式，以更符合現實狀況，最後並證明模式之適用性。

(五) 結論與建議

將研究結果作一歸納與分析整理，並與目前營收管理之研究作一比較，研擬具體的結論與建議，引出後續可行之研究方向。

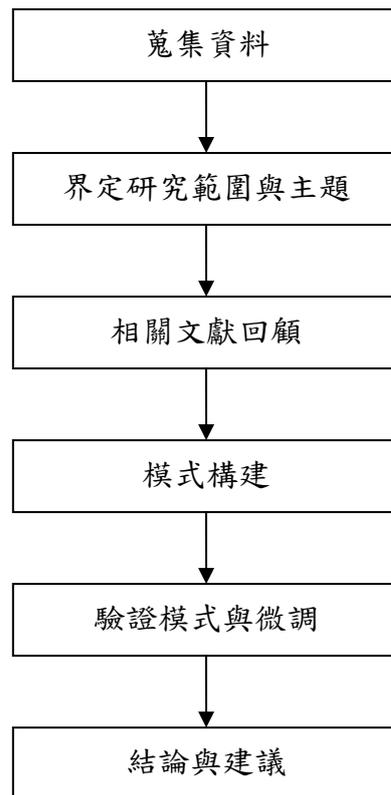


圖 1-3 研究流程圖

資料來源：本研究整理

1.3 工作項目與研究進度

根據研究目的與研究方法，本研究計畫的工作項目應包含以下幾個重點。

1. 確立研究目標
2. 營收管理文獻回顧
3. 建立數學模型
4. 模式設計
5. 模式修正
6. 數值範例之驗證及調整
7. 實用效益評估
8. 研究報告撰寫

第二章 文獻回顧

本章將介紹營收管理的相關基礎研究，並進一步導入本研究關於航空網路營收管理之主題。首先，自從航空產業解除管制後，營收管理逐漸被航空業所重視，透過預測可用容量與需求以作出市場區隔，訂出最佳的價格，以使承載量、總收益與邊際收益達到最佳化。一般而言，營收管理在航空上的應用大致可分為以下三步驟：

- (一) 一開始基於需求的特性與價格的敏感度，對飛機客艙的服務艙等進行市場區隔(如經濟艙)，訂定不同的費率艙等，後續簡稱為艙等。
- (二) 針對同一班機客艙不同之費率艙等給予不同的購票限制條件，這些限制條件則必須要能將那些高價位與低價位的機票市場區隔清楚，使這些相同的機位區分為不同的商品與市場定位。
- (三) 考慮到各艙等的需求分佈，經由歷史訂位資料來決定其訂位上限、定價或超賣等。因而制定各艙等的訂位限制，控制各艙等的機位的銷售量，使總收益最大。

目前航空公司施行差別定價，一般使用巢式(nested)的機位配置方法將航班的機位分為許多艙等，並將各艙等依照其費率高低的的不同，設置其不同的「最低預留位」($L_i, i=1, \dots, k$ ，共有 k 種艙等，其中 $i=1$ 為票價最高的艙等，依序 $i=k$ 為票價最低者)。但各艙等預留位卻不僅只售給該艙等的機位需求，尚可售給該艙等以上的較高費率需求。因此，最高費率的可使用容量(B_1)即為此班機的最大載客數(C)，次高費率的可使用容量(B_2)即為最大載客數減去最高費率的最低預留位($C-L_1$)；以此類推，則最低費率的可使用容量即為其最低預留位($B_k=L_k$)。而各艙等的最低預留位總合等於班機的最大載客數(以單一航段為例，如圖 2-1)。如何分配巢式配置內各艙等的最低預留位並在銷售過程中加以控管，使得總收益最佳化，則為營收管理的主要問題。

$$\text{最高載客量} = L_1 + L_2 + \dots + L_k = B_1 = C$$

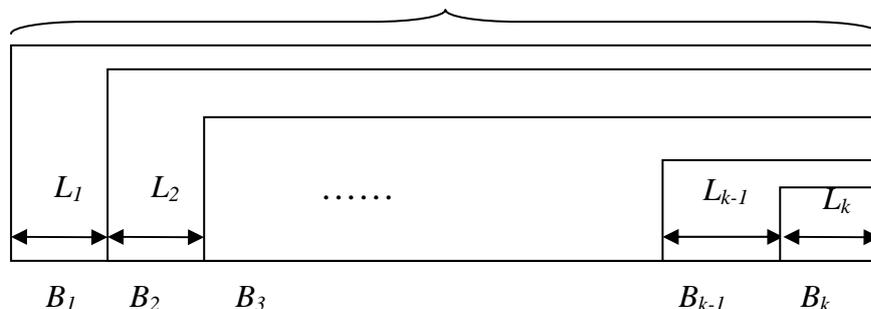


圖 2-1 巢式艙位配置方式

資料來源：(石豐宇與郭維杰，1999)

2.1 單一航段的航空營收管理

1. 早期航空公司營收管理有關機位的配置與控管，一般係針對單一航段(single-leg)問題以靜態(static)的方式處理，其主要有六個重要的基本假設(McGill, 1999)0 艙等(sequential booking classes)，也就是一個時期只會有一種艙等的訂位需求出現。
2. 上述循序的各艙等訂位中，低費率的艙等需求出現一定早於高費率。
3. 艙等間彼此的需求是獨立的。
4. 不考慮取消(cancellation)與未出現(no-shows)。
5. 對象為單一航段中的航班，不考慮網路影響。
6. 不考慮多席訂位，一次只能處理一個機位的訂位。

上述假設的確反映了部分航空訂位需求的特性。例如對於休閒旅次而言，其需求確實會比商務旅次較早確定，因此低費率的艙等需求出現一般會早於高費率；但由現在繁複的票價與購票規則來看，可瞭解各種旅次的特性卻也並非如上述第一、二、三個假設般單純。而且就第四個假設而言，早期數學模式剛發展時，只能處理比較簡單的問題，因此無法考慮取消與未出現的問題；但在現實生活中，訂位取消與未出現其實與航空營收管理間有密切的關係存在，是一項非常重要的變數。由此可知，上述六大基本假設是為了簡化航空市場內複雜的買賣關係與顧客行為，以便營收管理的模式求解，而制定出的假設與限制，但這些假設卻也使得模式無法真實表現出部分實際的狀況。

2.1.1 靜態機位控管

根據上述的假設，Belobaba(1989)提出了一個數學規劃的模型，並發展一啟發式解法稱為 EMSR(Expected Marginal Seat Revenue)，是營收管理研究中早期非常重要的文獻。Belobaba 針對多重費率的單一航班，保留上述的六個基本假設，利用 EMSR 以機位之邊際收益期望值，作為評估是否該接受訂位的基準。而此方法在巢式艙位規劃中，探討在多費率的情況下，如何決定各艙等的最低預留位。一般而言，機位的收益與其預留位數間具有一邊際收益遞減的關係(如圖 2-2)。當最後到達的最高費率艙增加預留位數，而其邊際收益期望值開始小於較早到達的次高費率艙等之費率時，則不應再保留機位給最高費率艙等；此時的機位數則為最高費率艙等的最低預留位數(L_1)。上述觀念可以依序類推導至各費率艙等的最低預留位數(L_2, L_3, \dots, L_k)。

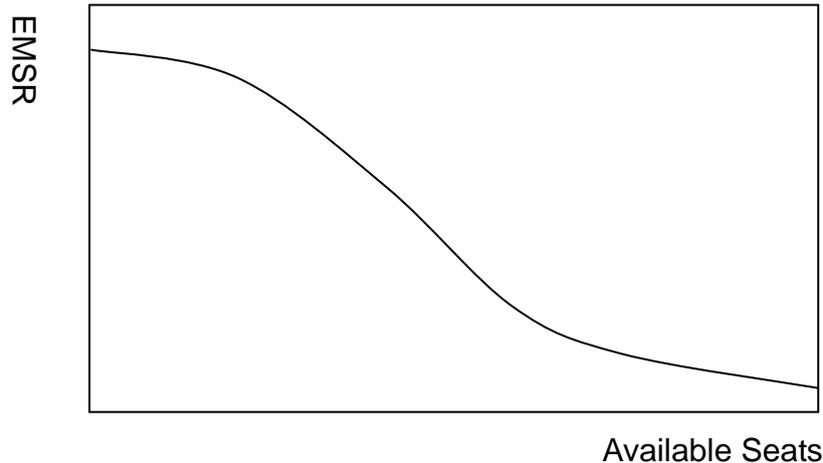


圖 2-2 航空營收管理邊際收益曲線

資料來源：(Smith et al. 1992)

Belobaba 所提出的機位控管是以期望營收最大化為目標，但僅為一啟發式解法(heuristics)只能找出區域最佳解(local optimal)。之後 Curry(1990)，Wollmer(1992)及 Brumelle & McGill(1993)，改善 Belobaba 的模式，利用動態規劃(Dynamic Programming, DP)找出全域最佳解(global optimal)。然而，上述皆屬於靜態的機位控管模式，沒有深入探討旅次需求之產生與時間的關係。對於需求隨時間所產生的變化，若能將需求產生的到達過程(arrival process)以動態的方式模擬，則較為理想。雖然實務應用上，可隨時間依當時狀況更新參數重新執行靜態之控管分析，也非真正屬於動態的模式。

另外，有關靜態之機位控管決策之研究，有多位學者延續前述模式，鬆弛部分基本假設，像是加上考慮網路架構或包含取消訂位機率等特性。其中包括：陳昭宏與張有恆(1999)改善 Belobaba 的 EMSR 模式，提出班機起飛前高低費率互相競爭與超賣的成本函數。其避免以往動態巢式與超額之整合訂位策略模式中，僅考慮補滿訂位未報到人數，而未納入超賣成本考慮之缺點，因而使得超額訂位可以因應各費率艙等及訂位需求產生配置的變動，並合理地反應航空公司在超賣情形下，會由高費率等級依序優先登機之實務措施。

顏上堯與陳茂南(2000)即對多重票種與多重起迄點問題，探討在低票價率可較高票價旅客先出現要求訂位，但仍有出現部分需求重疊的情況。其方法運用邊際機位收益法及數學規劃方法求解，發展一多票種間巢式共用策略，並將部份低期望價值之機位提供各起迄行程彈性使用。

汪進財與蔡言宏(2001)運用一次決策與最佳邊界的概念，構建單一費率與兩費率之超額訂位模式，使用巢式配置，考慮起飛前的取消訂位與未報到旅客，訂立一組超額訂位上限。另外，汪進財與張喜美(1994)利用 EMSR 之觀念至鐵路列車之座位管理上，探討不確定需求下鐵路列車座位分配到不同旅程之方法。審慎利用

航空公司所使用之營收管理及電腦訂位系統，以期大幅改善旅客服務及列車收益。

近年，林惠卿(2006)則為旅行業之團體機位的營運控管，發展一套營運管理決策及模式。其中並依據兩家個案公司的實際營運與作業資料，對模式進行實例探討。旅行業透過營收管理技術的施行更可再提升服務品質下，提供完善服務流程。

2.1.2 動態機位控管

有關前述靜態的機位控管的六個假設，固然簡化了營收管理的複雜度，但畢竟與真實的需求型態有明顯的差距。因此，Robinson(1995)鬆弛了第二個假設，「低費率需求訂位會先於高費率需求」之限制，考量各艙等之需求雖然仍以循序為主，排除費率依序升高的限制。

另外，Lee & Hersh(1993)則是針對假設一，認為各艙等之需求不應是循序發生的，從時間軸的角度來考量，各艙等需求的發生應該有所重疊。因此，不應使用隨機分配的機率分配來描述各個艙等的訂位需求，而是將整個對於機位的需求視為隨機序程(random process)，將各艙等的需求強度轉換成一需求機率，而此機率將隨時間而有所改變。使用隨機序程在模擬訂位需求以計算總收益期望值時，將更接近現實狀況，而不再須要對於各艙等的需求作先後順序的假設。

基於上述分析，Lee & Hersh(1993)考慮時間與各艙等的機位需求之間的關係。建立以下的動態規劃的數學模式。首先，類似前述模型，所有機位分為 k 個艙等，以 1 為最高費率艙等， k 為最低費率艙等。之後，並從開始接受訂位到班機起飛前的這段時間分為 t 個決策時段。將班機起飛到開始訂票的決策時段由 0 編號到 t ，每個決策時段的時間長度細分至接近只能有一個以下的訂位需求進入，而 P_i^t 代表在決策時段 t 時艙等 i 的訂位機率。另將目前剩餘的機位數 x 設為狀態變數(state variable)， f_x^t 代表決策時段 t 剩餘 x 個機位時的期望總收益。

公式(2.1)為 Lee & Hersh(1993)在動態模式中計算期望總收益的公式，對於決策時段 t 剩餘機位 x 的情況下，計算期望總收益 f_x^t 可分為兩種情況—有需求進入或沒有需求進入。如果在決策時段 t 無需求進入時，此時的期望收益則為前一個時段的期望總收益(f_x^{t-1})乘以無需求進入的機率(P_0^t)。若有需求進入時，對於最高費率艙等的需求(發生機率 P_1^t)將永遠接受，期望總收益為($F_1 + f_{x-1}^{t-1}$)；而其他艙等訂位需求的接受與否，主要是比較此機位在此時售出或保留到下一決策時段，何者對於期望總收益的幫助較大而決定。如果此時售出機位所獲得之期望總收益較大，也就是 $F_i + f_{x-1}^{t-1}$ 大於 f_x^{t-1} 時，則應該在此時以此費率將此艙位售出。反之，則應該將此機位保留到下一決策時段，以獲得更高之期望總收益。因此，若將兩種情況取其大者，乘上對應艙等需求發生之機率(P_i^t)，如公式(2.1)中之第 3 項，即為其對應之期望總收益。

$$f_x^t = \begin{cases} P_o^t f_x^{t-1} + P_1^t (F_1 + f_{x-1}^{t-1}) + \sum_{i=2}^k P_i^t \max(F_i + f_{x-1}^{t-1}, f_x^{t-1}) & \text{for } t > 0, x > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.1)$$

$$\text{where } P_0^t = 1 - \sum_i^k P_i^t$$

符號說明：

t : 目前時段。

x : 目前剩餘機位數。

P_i^t : 決策時段 t 中，對艙等 i 的訂位機率。

i : 顯示艙等別， $i = 1, \dots, k$ 。

F_i : 艙等 i 的費率。

f_x^t : 在時段 t 時剩餘 x 個機位的最佳總收益期望值。

根據前述動態規劃模式，Lee & Hersh(1993)另定義 $\delta(t, x) = f_x^t - f_{x-1}^t$ 代表決策時段 t 時第 x 個機位所增加之收益，意即機位之邊際收益期望值。公式(2.1)中 \max 函數所代表的控管決策，則亦可由比較邊際期望收益 $\delta(t, x)$ 和 F_i 來產生，若是費率大於邊際收益期望值，便接受此機位之訂位，其意涵則與 EMSR 方法之觀念相似。Lee & Hersh(1993)另一個貢獻則是考量訂位的需求應該包含「多席訂位」之需求。考慮各艙等中不同機位數的需求機率。其採取一聯合機率密度函數來表示此時段 t 對於不同艙等 i 的不同訂位數 m 的需求機率(G_{im}^t)，並假設各艙等的每次訂位的上限為 M_i ，因此在考慮多席訂位後，決策時段 t 剩餘機位 x 之期望總收益(f_x^t)如公式(2.2)所示；而在考慮多席訂位時，控管決策改為比較多席訂位所帶來的收益與留下這些機位到下段時期的可能期望收益。

$$f_x^t = \begin{cases} P_o^t f_x^{t-1} + \sum_{i=1}^k P_i^t \sum_{m=1}^{M_i} G_{im}^t \max(mF_i + f_{x-m}^{t-1}, f_x^{t-1}) & \text{for } t > 0, x > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.2)$$

動態機位控管方面有多篇論文應用 Lee & Hersh(1993)的模式，如：石豐宇與黃瑞財(1996)建立動態多席訂位需求預測模式，引用非均質卜瓦松分佈，針對不同艙位等級之訂位需求，在不同時段給予不同抵達率。模式推估顯示當訂位需求為時間之多項式時，概似函數經證明為一凹型函數。另外，石豐宇與郭維杰(1999)以 Lee & Hersh(1993)之直飛航班動態多席訂位模式為根據，探討單一航班多地停靠與多重航班同時考慮下之艙位規劃模式構建；亦提出數項求解方法之選擇策略，以改善實際應用上之求解效率。

近年，陳雅妮(2001)以個別旅客的客位需求、個別旅客對機票效期所感受之不便成本價值，與航空公司所制定各類票價產品之時間限制、票價間之關係為基礎，構建一訂位艙等控管之解析性模式；研究中並探討影響供需兩面之互動因素，以分析航班客位需求並進行訂位艙等控管，與制定最適售票時間。

2.2 航空網路營收管理之機位控管決策

網路型態的營收管理相較於單一資源的問題(如前一小節所述之單一航段問題)複雜得多，必須考慮商品(product)及資源(resource)間多重組合的特性。例如圖 1-2 中之航空軸輻網路，由於商品(航線)間資源(機位)共享，一商品之售出會影響多項需要相同資源的商品未來的銷售(通常商品種類遠大於資源種類)，因此該如何控管有限資源、取捨多項商品的銷售，來極大化收益是一重要的管理議題，而航空網路之營收管理問題更是其中典型的範例。

在航空業中，網路型態之營收管理問題中，資源即是各航段之機位，而商品則是各旅次起迄點(Origin-Destination, OD)及各種費率之組合。顯然，一航段可被多個 OD 使用，且一 OD 也可能包含多項航段。以下以一 ODF(Origin-Destination and Fare class)代表商品之種類。航空網路營收管理中之機位控管可用數學規劃模式來處理，而其目標一般是最大化總期望收益。例如，將 Lee & Hersh(1993)的單一航段動態規劃模式延伸至網路型態中(圖 2-3 是以兩航段網路型態為例之示意圖)，利用公式(2.3)，同樣可得出網路航空營收管理問題的最佳解(Talluri & van Ryzin, 2004)，並以求得起飛前(時段 $t = T$)、尚未賣出機票(各航段之剩餘機位數 $\mathbf{x} = \mathbf{C}$)下之期望總收益($V_T(\mathbf{C})$)為此最佳解模式之目標函數。

$$V_t(\mathbf{x}) = P_0^t V_{t-1}(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^J P_j^t \max(V_{t-1}(\mathbf{x} - \mathbf{S}^j) + F_j, V_{t-1}(\mathbf{x})) \quad (2.3)$$

符號說明：

- i : 顯示航段別， $i=1, \dots, I$ 。
- j : 顯示 ODF 別， $j=1, \dots, J$ 。
- \mathbf{S} : 為 $I \times J$ 的關聯矩陣(incidence matrix)，表示航段與 ODF 間之關係。若 $s_{ij} = 1$ ，則表示 ODF j 使用航段 i ；否則為 0。
- \mathbf{S}^j : 為 \mathbf{S} 之第 j 個 column vector，表示 ODF j 使用之航段。
- F_j : 代表 ODF j 之票價。 \mathbf{F} 則為一向量，表示各 ODF 之票價。
- x_i : 代表航段 i 之剩餘機位數。 \mathbf{x} 為一向量，表示各航段之剩餘機位數。 \mathbf{C} 為一向量，表示各航段在尚未賣機票前之機位容量。
- t : 顯示時段別， $t=1, \dots, T$ 。
- $V_t(\mathbf{x})$: 在 t 時段尚有 \mathbf{x} 機位之期望收益。
- P_j^t : 在時段 t 中，ODF j 的訂位機率。

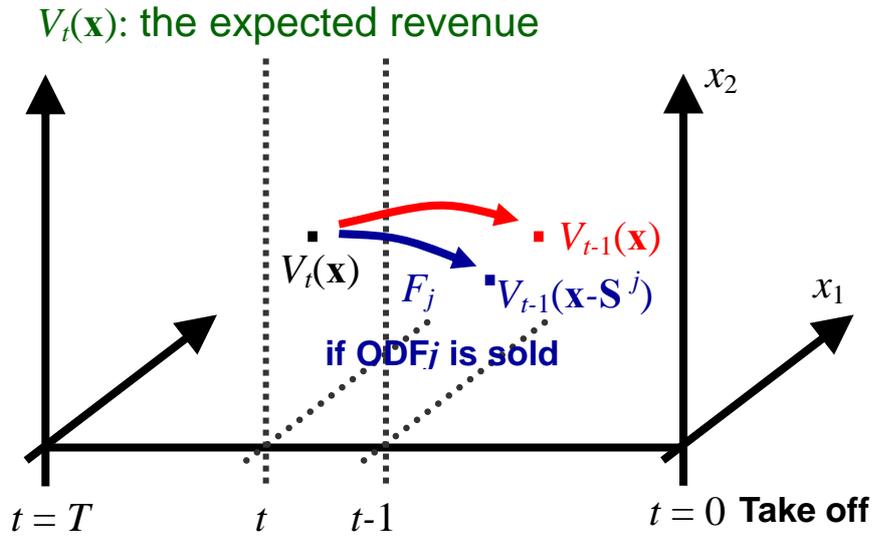


圖 2-3 兩航段網路動態規劃模式

資料來源：(張雯瑋，2005)

利用單一航段問題類似之觀念，同樣地可將邊際效益的概念延伸至航空網路營收管理中，如公式(2.3)中 $\max(V_{t-1}(\mathbf{x}-\mathbf{S}^j)+F_j, V_{t-1}(\mathbf{x}))$ ，移項後之 $V_{t-1}(\mathbf{x})-V_{t-1}(\mathbf{x}-\mathbf{S}^j)$ 即類似機位 \mathbf{S}^j 之邊際效益。而將其與票價 F_j 做比較，若票價較高，如公式(2.4)，則接受訂位，若較低則拒絕。

$$F_j \geq V_{t-1}(\mathbf{x}) - V_{t-1}(\mathbf{x} - \mathbf{S}^j) \quad (2.4)$$

然而，在實際運算上，上述決定控管決策的方式卻有相當的限制。在網路規模較大的情況下，例如有 I 個航段的情況時，加上時間，狀態變數(state variable)會變成 $I+1$ 個維度。如此在過程的運算中需要可觀的記憶空間，而依據公式(2.3)更新狀態變數時運算也難以負荷。由於這樣的限制，雖然理論上可求出最佳解，上述動態規劃模式無法解決規模太大的問題。

因此，後續許多研究紛紛從此延伸，想找出一合理之演算法以解決符合實際狀況的大型航空網路問題。最初由 Williamson(1992)提出競價法(Bid price control, BPC)，將每個航段 i 設定其競價值 $\mu_i(t, \mathbf{x})$ ，若 ODF j 之費率 F_j 大於航段加總之競價值，則予以賣出，如公式(2.5)。

$$F_j \geq \sum_{i \in \mathbf{S}^j} \mu_i(t, \mathbf{x}) \quad (2.5)$$

事實上，假設 $V_{t-1}(\mathbf{x})$ 之梯度 $\nabla V_{t-1}(\mathbf{x})$ 存在，合併考量公式(2.4)及公式(2.5)，那競價法之數學意涵，可用公式(2.6)來表示，而此時各航段競價值則表示如公式(2.7)。

$$V_{t-1}(\mathbf{x}) - V_{t-1}(\mathbf{x} - \mathbf{S}^j) \approx \nabla V_{t-1}^T(\mathbf{x}) \mathbf{S}^j \quad (2.6)$$

$$\mu_i(t, \mathbf{x}) = \frac{\partial}{\partial x_i} V_{t-1}(\mathbf{x}) \quad (2.7)$$

至於競價值要如何設定，Williamson(1992)首先建立一個定性數學規劃模式(Deterministic Linear Program, DLP)來估算。DLP以最大收益為目標函數，如公式(2.8)，決策變數為分配予各ODF之機位數。限制式其一為供給限制，各ODF完成分配後各航段所使用之機位數必須在容量限制下，如公式(2.9)；其二則是需求限制，各ODF所分配之機位必須比需求小。然而需求是一隨機分佈，若以一個隨機變數 \mathbf{Y} 來代表，在此Williamson以 \mathbf{Y} 之平均值 $E[\mathbf{Y}]$ 作為各ODF分配機位之上限，如公式(2.10)。整個數學規劃之模式，重點不在於找出最佳解或目標值，而是針對供給限制式(2.9)計算出各航段對應的對偶價格(dual price)，作為各航段的競標值 $\mu_i^{DLP}(\mathbf{x}, E[\mathbf{Y}])$ 。每個航段的對偶價格，意謂此航段多增加一個機位之容量所帶來的邊際效益，這個數值愈高，代表該航段對營收的貢獻度愈高，相對地也應賦予其一個較高的競標值。

$$V_t^{DLP}(\mathbf{x}) = \max \mathbf{F}^T \mathbf{y} \quad (2.8)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{S} \mathbf{y} \leq \mathbf{x} \quad (2.9)$$

$$0 \leq \mathbf{y} \leq E[\mathbf{Y}] \quad (2.10)$$

符號說明：

y_j : 代表分配給予ODF j 之機位數。 \mathbf{y} 則為一向量，表示分配給予各ODF之機位數。

$V_t^{DLP}(\mathbf{x})$: DLP模式中，在 t 時段尚有 \mathbf{x} 機位之期望收益。

\mathbf{Y} : 為一向量，表示從 t 時段到起飛前，各ODF需求之隨機變數。

$E[\mathbf{Y}]$: 為一向量，表示 \mathbf{Y} 之平均值。

然而DLP在需求限制式(2.10)中，使用平均值，這代表了不管需求分佈為何，當平均值相同時，競價值就會相同；如此一來，便無法考量營收管理最重要的特性—需求的不確定性及其分佈情形。為此，Talluri & van Ryzin(1999)另提出一隨機數學規劃模式(Randomized Linear Program, RLP)，其整合隨機資訊的概念於DLP，以彌補DLP的缺點，突顯航空需求之隨機性。其模式與DLP大致相同，但需求限

制式中，保留隨機變數的概念，如公式(2.13)。相對地，在目標函數中，收益函數變為一隨機變數，如公式(2.11)。因此，此時公式(2.12)所對應的對偶價格不再只是確定性之向量，而是一隨機變數向量。

$$H_t(\mathbf{x}, \mathbf{Y}) = \max \mathbf{F}^T \mathbf{y} \quad (2.11)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{S}\mathbf{y} \leq \mathbf{x} \quad (2.12)$$

$$0 \leq \mathbf{y} \leq \mathbf{Y} \quad (2.13)$$

符號說明：

$H_t(\mathbf{x}, \mathbf{Y})$ ：需求為隨機變數之情況下，在 t 時段尚有 \mathbf{x} 機位之隨機收益。

對於 $V_t(\mathbf{x})$ 之估計，在 RLP 之模式中，可以公式(2.14)來近似。如此，假設能在滿足 \mathbf{Y} 之分佈的情況下，隨機產生 N 個需求值 $Y_n (n=1, \dots, N)$ ，則競價值可用公式(2.15)來估計。

$$V_t^{RLP}(\mathbf{x}) = E[H_t(\mathbf{x}, \mathbf{Y})] \quad (2.14)$$

$$\mu_t^{RLP}(\mathbf{x}, \mathbf{Y}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mu_i^{DLP}(\mathbf{x}, \mathbf{Y}_i) \quad (2.15)$$

針對 DLP 的修正，RLP 有幾項優點：一是 RLP 模式僅須對 DLP 模式些微修改再反覆執行即可，因此相當簡單；二是由於 RLP 在需求中加入機率分配的概念，因此模式可以很有彈性地因不同的分配性質而變化；三是 RLP 模式的品質及複雜度可由隨機樣本數大小 N 而定。

後期，De Boer et al.(2002)針對 DLP 提出質疑，認為 DLP 忽視費率艙等的巢式特性，因此在其研究模式中加入隨機性的觀念，並提出 Expected Marginal Revenue(EMR)及 Stochastic Linear Programming(SLP)此兩模式解法。在經過研究之數值模擬測試後，可分別瞭解 DLP、EMR 與 SLP 的績效差異結果。

另外，Bertsimas & Popescu(2003)以近似動態規劃為基礎，發展出一套兼具理論性與計算性新的演算法。這篇研究首先提出競價法的兩個缺點：一針對其對偶價格，提出非唯一定義的想法，二認為競價法中對偶價格累加時，會產生批量效應，使計算產生誤差。因而提出 Certainty Equivalent Control (CEC)方法，以求改進競價法的精確度，其演算法主要是利用放鬆線性規劃模式的特性，去近似其機會成本函數，意即在 DLP 模式中針對其目標函數求其機會成本，如公式(2.16)所示：

$$OC_t^{\text{DLP}}(\mathbf{x}) = V_{t-1}^{\text{DLP}}(\mathbf{x}) - V_{t-1}^{\text{DLP}}(\mathbf{x} - \mathbf{S}^j) \text{ for ODF } j \quad (2.16)$$

符號說明：

$OC_t^{\text{DLP}}(\mathbf{x})$ ：表示 DLP 模式中，在 t 時段尚有 \mathbf{x} 機位時，賣出下個機位(\mathbf{S}^j)之機會成本。

此研究之測試結果並證實 CEC 的確較競價法能得到較大的收益及績效，且其解法之也較具備健全性。在此篇研究之數值測試中，介紹了多個航段、不同網路及多種艙等下之數值測試範例，以提供各種航空網路問題的求解方法進行比較與探討。

近年來，Bertsimas & De Boer(2005)提出一新的方法，以巢式訂位限制的方法，結合隨機梯度法與價值函數估計法，去近似動態規劃模式以改善初始的訂位限制。初步模擬測試結果更發現，此研究提出之方法能在實際狀況下獲得明顯提高的收益。

Wang, X. & Wang, F.(2007)為動態網路營收管理，更進一步做探討研究。此研究假設訂位需求依據先前的出發時間服從獨立不同質的普松過程，營收管理之決策在動態狀態下決定接受或拒絕此訂位需求，以求最大期望總收益。此研究不但提出一單一航段案例作為普遍網路問題之特別案例，並經由案例使最佳解獲得許多觀念理解之延伸。



第三章 模式構建與演算法

本研究將利用其收益函數中收益與機位數在各時間變化的關係，以動態規劃的方法，找出適當函數以近似收益函數。因此，在 3.1 節將介紹研究方法初步分析，3.2 節則簡單說明以 Lee & Hersh(1993)單一航段為範例的模式構建、演算法及其數值測試範例，在 3.3 節介紹延伸至多航段之研究方法及模式，在 3.4 節介紹隨機抽樣模式之發展，最後，在 3.5 節進行機位控管決策之驗證說明。

3.1 研究方法之初步分析

基於前章之文獻回顧及相關研究之整理，就航空網路營收管理問題之求解方法的探討，可初步摘要如以下三大重點：

1. 雖然在處理網路航空營收管理問題時，過去有部分學者提出解構 (decomposition) 式之方法，如：
 - i. Williamson(1992)提出 PEMSRS(prorated expected marginal seat revenue)的方法來計算競價值，將 Belobaba 所提出的 EMSR 作些修改，讓多航段的收益能個別拆開處理。
 - ii. Gunther(1998)以 Bid Price 為分配基礎並加上遞迴(iterative)的觀念，針對星狀路網，提出了一個新方法，用解構方式求解遞迴的競價值。
 - iii. 張雯瑋(2005)更發展了一個以解構方式為基礎之演算法，找出每個航段之競價門檻值，以處理航空網路營收管理之問題，利用所求得之競價門檻值作為控管決策，進而與動態規劃求得問題之最佳解進行比較。

然而一般認為，拆解網路以單一航段的方式處理，較難充分掌握網路中航段與 ODF 間互動的複雜性。因此，本研究將不採取解構方式，仍以同時處理整個網路架構的方式進行。

2. 就利用整個網路架構求解網路航空營收管理問題的方法中，現階段仍以競價法為主流，但就方法論而言，該方法仍有以下兩項缺失：
 - i. 不管是使用 DLP、RLP 或 SLP，利用容量限制式所求出之對偶價格，仍只是競價值的一個估計值，未必等於最佳的競價值 (optimal bid price)。

- ii. 相關研究透過分析也發現，即使求出最佳的競價值，基於競價法先天上之限制，就某些情況下，也無法達到極大化期望收益之最佳控管(optimal control)(Talluri & van Ryzin, 1998)。
3. 就競價法之實際應用，無論是 DLP 或 RLP 之競價值 $\mu_t(\mathbf{x}, \mathbf{Y})$ ，每次運算求解所得到的值，僅是在該時段(t)對應之 ODF 需求(\mathbf{Y})分佈下，就特定之剩下機位數 x 所適用之競價值。考量各個時間所剩機位數之情況幾乎有無限多種可能之情形，競價值是不可能預先求出來的。

另外，在實務運用上，必須搭配實際訂位作業之進行，同時處理控管競價法之運算。然而，考量航空公司實際作業之情況，幾乎不可能做到線上即時分析。因此，航空公司通常只能利用午夜時段中斷作業，更新剩下機位數並重新計算競價值，可能會造成因為時間落差而產生的控管決策失誤。

基於上述種種原因，本研究欲發展一新方法來處理網路航空營收管理問題，以克服前述之缺失。本研究觀察到，在不管是 DLP 或是 RLP，實際作業時仍必須同步(或批次)進行競價值之更新與估計，耗費許多時間及資源，並增加作業之複雜度。若能直接針對公式(2.4)中之決策法則，以適當函數近似收益函數 $V_t(\mathbf{x})$ ，即可直接產生機位控管之決策，而不須另外建立數學模式來求解求競價值。

3.2 單一航段模型

本研究初步以 Lee & Hersh(1993)單一航段為範例，利用動態規劃模式，繪製其真實收益函數 $V_t(x)$ 與機位數 x 的關係圖，如圖 3-1。三條收益曲線代表三個時段點其收益 $V_t(x)$ 與剩下機位數 x 之關係； $t = 30$ 表示離起飛最遠的時間，而 t 愈小表示愈接近起飛。

初步觀察發現，在各個時段中收益與機位數有一趨勢變化，當所剩機位 x 愈多則期望收益愈大，但會趨近一個定值($V_t(x) = \text{a fixed value, for } x \rightarrow \infty$)。因此本研究擬由此著手，尋找一適當函數，透過調整參數，以較簡單且快速的方法，直接近似收益函數，進一步產生機位控管決策。

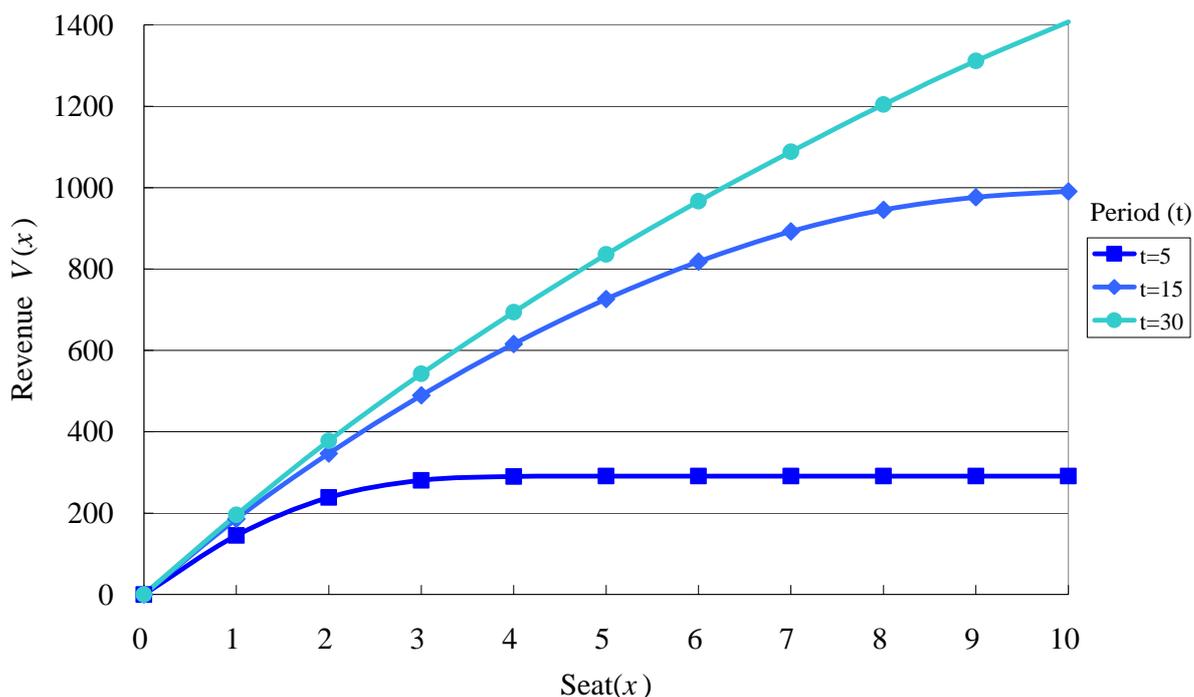


圖 3-1 單一航段問題「收益-機位數」數值範例

資料來源：本研究整理

3.2.1 模式構建

本研究提出的近似收益函數 $f_t(x)$ ，由公式(3.1)表示。其曲線之特性和實際期望收益函數具備極高的相似性，透過參數 A 之調整，可修正近似收益函數在 $x \rightarrow \infty$ 之漸近值。另外，參數 a 、 b ，則可調整控制近似收益函數上升的特性。

$$f_t(x) = A_t(1 - b_t e^{-a_t x}) \quad (3.1)$$

符號說明：

- t : 目前時段。
- x : 目前剩餘機位數。(C 表示尚未賣機票前之機位容量)
- $f_t(x)$: 近似收益函數，表示在 t 時段尚有 x 機位時之近似收益。
- A_t : 為一已知參數，表示在 t 時段而機位 x 無容量限制時，所期望之總收益。
- a_t : 為在 t 時段的估計參數，是指數型參數。
- b_t : 為在 t 時段的估計參數，是線性參數。

本研究選擇此近似收益函數 $f_t(x)$ 的想法，除了來自於觀察收益與機位數的關係外，在 Lee & Hersh(1993)單一航段的範例中，本研究可估計求得符合本研究之近似收益函數之參數，如表 3-1 所示，可與圖 3-1 對照。因此，可得知此收益函數與近似收益函數之間參數的關係。

表 3-1 單一航段範例其期望收益與近似收益函數之參數關係

Period(t)	A	a	b
5	291	1.127	1.561
15	997	0.307	1.166
30	1785	0.145	1.056

資料來源：本研究整理

3.2.2 演算法

首先，在 Lee & Hersh(1993)單一航段之範例中，已知機位分為 I 個艙等，以 1 為最高費率艙等， I 為最低費率艙等。從開始接受訂位到班機起飛前，共有 T 個決策時段，將班機起飛到開始訂票的決策時段由 1 編號到 T ，每個決策時段的時間長度細分至接近只能有一個以下的訂位需求進入，而 P_i^t 代表在決策時段 t 時艙等 i 的訂位機率。目前剩餘的機位數 x 為狀態變數， $V_t(x)$ 代表決策時段 t 剩餘 x 個機位時的真實期望總收益， $f_t(x)$ 則為決策時段 t 剩餘 x 個機位時的近似期望收益函數； $U_t(x)$ 則為以近似收益函數 $f_t(x)$ 執行機位控管下之期望收益。

公式(3.2)中，利用已知艙等費率及其各時段之訂位需求機率，可計算出 $f_t(x)$ 中各時段的參數 A_t ：

$$A_t = \sum_{i=1}^I \left(F_i \sum_{\tau=1}^t P_i^\tau \right) \quad (3.2)$$

符號說明：

A_t : 為一已知參數，表示在 t 時段而機位 x 無容量限制時，所期望之總收益。

i : 顯示艙等別， $i = 1, \dots, I$ 。

F_i : 艙等 i 的費率。

$\sum_{\tau=1}^t P_i^\tau$: 艙等 i 從班機起飛到決策時段 t 的累積訂位機率。

如何產生機位控管決策？本研究建立一動態規劃模型期望收益函數 $U_t(x)$ ，以近似收益函數 $f_t(x)$ 進行機位控管。假設在飛機起飛前 ($t = 1$)，動態規劃模型期望收益函數與真實收益函數相同，皆接受所有訂位需求， $V_1(x)$ 可輕易求得，因此 $U_1(x) = V_1(x)$ 。接著，利用已知 $U_t(x)$ 值，透過數值分析中的曲線配適法 (Curve Fitting)，估計此時段之近似收益函數 $f_t(x)$ 中之參數 a_t 及 b_t ；利用此兩參數值，帶入近似收益函數，以計算出此時段之 $f_t(x)$ ；之後依據 $f_t(x)$ 執行控管，計算 $U_{t+1}(x)$ 。

公式(3.3)說明如何求出下一時段之動態規劃模型期望收益函數 $U_{t+1}(x)$ ；而公式(3.4)中，則以函數 $G_i^t(x)$ 表示如何經由求得之 $f_t(x)$ 進行機位控管的決策，當某一機位之費率大於此機位之邊際收益時，決定賣出：

$$U_{t+1}(x) = \begin{cases} P_0^t U_t(x) + P_1^t (F_1 + U_t(x-1)) + \sum_{i=2}^I P_i^t G_i^t(x) & \text{for } t > 0, x > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{where } P_0^t = 1 - \sum_i P_i^t \quad (3.3)$$

$$G_i^t(x) = \begin{cases} F_i + U_t(x-1) & \text{if } F_i + f_t(x-1) > f_t(x) \\ U_t(x) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.4)$$

符號說明：

- P_i^t : 在決策時段 t 時，對艙等 i 的訂位機率。
- $U_t(x)$: 動態規劃模型期望收益函數，表示在 t 時段尚有 x 機位時之期望收益。
- $G_i^t(x)$: 表示動態規劃模型中，在 t 時段尚有 x 機位時，對艙等 i 其控管決策函數。
- $f_t(x)$: 近似收益函數，表示在 t 時段尚有 x 機位時之近似收益。

如此，藉由 $f_t(x)$ 判斷控管決策，以求出下一時段的收益函數 $U_{t+1}(x)$ ，再繼續估計此時段之 $f_{t+1}(x)$ ；依序反覆遞迴，直到計算出所有時段的 $U_t(x)$ ，求出開始接受訂位前 ($t = T$)、尚未賣出機票 (各航段之剩餘機位數 $x = C$) 下之期望總收益 $U_T(C)$ ，其流程示意圖，如圖 3-2 所示。

$U_1(x)$ 為已知

(起飛前 $t=1$ 時，接受所有訂位需求)

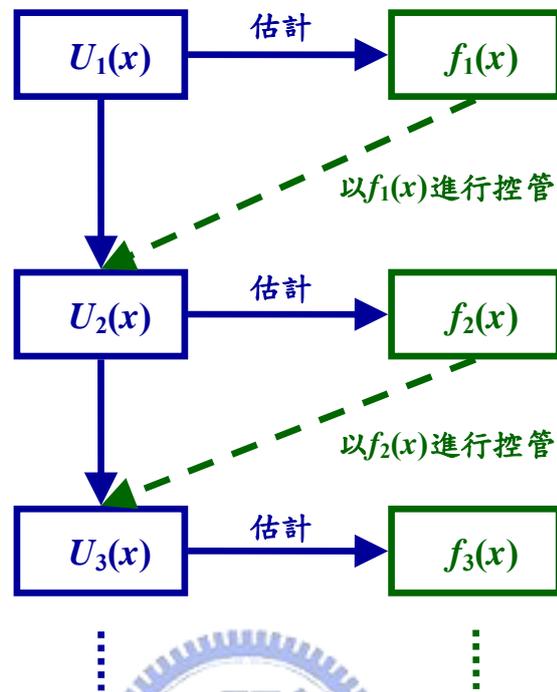


圖 3-2 單一航段機位控管流程示意圖

資料來源：本研究整理

深入瞭解估算近似收益函數 $f_t(x)$ 參數值 a_t 及 b_t 的方法，在此本研究使用套裝軟體 MATLAB 7.0，來設計此動態規劃模型，撰寫所需曲線配適法之估計法程式。在程式語法中，主要使用“fminsearch”指令語法，來估計所需要之 a 及 b 參數值。簡單來說，“fminsearch”指令是一種使用下坡式簡捷搜尋(Downhill Simplex Search)方式，以求得最佳解的方法。在本研究的程式中，使用“fminsearch”指令來搜尋目標式(即為自變數與應變數間的最小平方和)的最小值，利用反覆搜尋所回傳的可變參數，求得估計參數之最佳值。

3.2.3 單一航段數值測試範例

在 Lee & Hersh(1993)單一航段之範例中，已知資料為：

艙等費率 $\mathbf{F} = (F_1, F_2, F_3, F_4) = (200, 150, 120, 80)$ (共四種艙等)

訂位時段 $T = 30$ (t 愈接近 0 表示愈接近起飛)

供給機位 $x = 10$

$$\text{需求機率 } \mathbf{P}^t = (P_1, P_2, P_3, P_4) = \begin{cases} (0.15, 0.15, 0.00, 0.00) & \text{for } t = 1\sim 4 \\ (0.14, 0.14, 0.16, 0.16) & \text{for } t = 5\sim 11 \\ (0.10, 0.10, 0.10, 0.10) & \text{for } t = 12\sim 18 \\ (0.06, 0.06, 0.14, 0.14) & \text{for } t = 19\sim 25 \\ (0.08, 0.08, 0.14, 0.14) & \text{for } t = 26\sim 30 \end{cases}$$

符號說明：

F_i : 艙等 i 的費率。

\mathbf{F} : 一數學向量，表示各艙等之費率。

P_i^t : 在決策時段 t 時，對艙等 i 的訂位機率。

\mathbf{P}^t : 一數學向量，表示 t 時各艙等之訂位機率。

Lee & Hersh(1993)單一航段中，可得知此範例之真實期望總收益 $V_{30}(10)$ 為 1407，意即在剛開始尚未賣票前($t=30, x=10$)，可預期的期望收益為 1407。而若不採取機位控管，以 FCFS(First Come First Serve)的方式賣票，最終期望總收益 $FCFS_{30}(10)$ 為 1292。在本研究以近似收益函數 $f_i(x)$ 實行控管之動態規劃模式中，可得期望總收益 $U_{30}(10)$ 為 1386，較 1407 略差-1.51%。

此範例其近似收益函數之估計結果，於表 3-2 列出在各時段下之 A 、 a 、 b 三種參數，由此可知隨時段 t 增加(離起飛時間愈久)，參數 a 、 b 皆有遞減的變化，參數 A 則由於表示機位 x 無容量限制時之期望總收益，而有遞增的變化。(關於參數 a 、 b 的對近似收益函數的影響，在下一章中，將做更詳盡的探討)

表 3-2 各時段之 A 、 a 、 b 參數

Period(t)	A	a	b
1	52.5	Inf.	Inf.
2	105	393.220	9.E+169
3	157.5	2.221	2.489
4	210	1.615	1.845
5	291	1.127	1.561
6	372	0.856	1.405
7	453	0.691	1.326
8	534	0.578	1.276
9	615	0.501	1.246
10	696	0.441	1.223
11	777	0.397	1.213
12	832	0.370	1.204
13	887	0.346	1.195
14	942	0.325	1.187
15	997	0.306	1.178
16	1052	0.288	1.170
17	1107	0.272	1.161
18	1162	0.257	1.152
19	1211	0.243	1.142
20	1260	0.230	1.132
21	1309	0.218	1.122
22	1358	0.207	1.113
23	1407	0.197	1.105
24	1456	0.187	1.098
25	1505	0.179	1.090
26	1561	0.170	1.084
27	1617	0.163	1.078
28	1673	0.156	1.072
29	1729	0.149	1.068
30	1785	0.143	1.064

資料來源：本研究整理

圖 3-4 說明此範例在 $t = 15$ 時，真實收益函數($V_t(x)$)、近似收益函數($f_t(x)$)與動態規劃模型期望收益函數($U_t(x)$)三者對應機位數(x)的關係圖。此範例在 $t = 15$ 時，參數 A 、 a 、 b 分別為 997、0.306、1.178，因此其所估計的近似收益函數為 $f_{15}(x) = 997(1 - 1.178 e^{-0.306x})$ 。

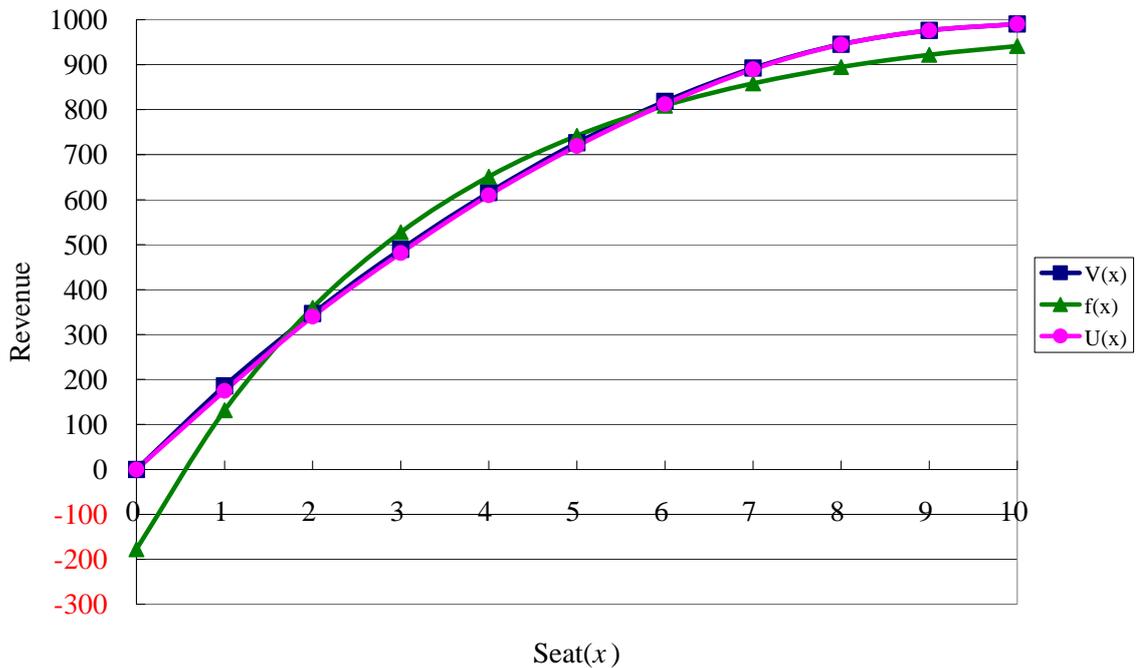


圖 3-4 $V_t(x)$ 、 $f_t(x)$ 與 $U_t(x)$ 之收益-機位數關係圖 ($t = 15$)

資料來源：本研究整理

圖中可發現，雖然近似收益函數 $f_t(x)$ 與原先真實收益函數 $V_t(x)$ 稍有差異(如表 3-3 所示)，但以 $f_t(x)$ 進行機位控管決策(如表 3-4 所示)，所計算出的動態規劃模型期望收益函數 $U_t(x)$ ，卻與真實收益函數 $V_t(x)$ 幾乎相同。此結果表示，使用本研究之動態規劃模式求解法，可以一簡單較有效率的演算方式，求出與真實收益函數相似的最終之期望收益。

另一方面，由表 3-3 中，可觀察到 $t = 15$ ，在機位剩下 1~2 個時，近似收益函數 $f_t(x)$ 其邊際收益大於最高費率(\$200)；表 3-4 中，則可觀察到 $t = 15$ ，在機位剩下 1~2 個時，近似收益函數 $f_t(x)$ 之控管決策就不開放了。實際上，邊際收益不會大於費率，但由於本研究之控管決策取決於估計求得之近似收益函數 $f_t(x)$ ，因此才會造成此誤差的產生。對於此現象之修正，於公式(3.4)中，本研究在有剩餘機位但 $f_t(x)$ 之控管決策為不開放時，令其至少賣出一機位，並選擇開放最高費率艙等。

表 3-3 $V_t(x)$ 、 $f_t(x)$ 與 $U_t(x)$ 之收益比較 ($t = 15$)

Seat	$V(x)$	$U(x)$	$f(x)$	Seat	$dV(x)$	$dU(x)$	$df(x)$
0	0.0	0.0	-177.8	0	0.0	0.0	0.0
1	185.6	174.7	131.5	1	185.6	174.7	309.3
2	346.5	339.7	359.4	2	160.9	165.0	227.9
3	489.5	481.4	527.3	3	143.0	141.6	167.9
4	615.6	609.5	650.9	4	126.2	128.2	123.7
5	726.2	719.4	742.1	5	110.6	109.9	91.1
6	818.3	812.4	809.2	6	92.1	93.0	67.1
7	892.4	890.1	858.6	7	74.1	77.6	49.4
8	945.5	944.8	895.1	8	53.1	54.7	36.4
9	976.5	976.3	921.9	9	31.0	31.6	26.8
10	990.7	990.6	941.7	10	14.2	14.3	19.8

資料來源：本研究整理

表 3-4 最佳解與以 $f_t(x)$ 進行之控管決策比較 ($t = 15$)

Fare	Class	Seat	$dV(x)$	Class Open	Seat	$df(x)$	Class Open
\$200	1	0	0.0		0	0.0	
\$150	2	1	185.6	1	1	309.3	
\$120	3	2	160.9	1	2	227.9	
\$80	4	3	143.0	1.2	3	167.9	1
		4	126.2	1.2	4	123.7	1.2
		5	110.6	1.2.3	5	91.1	1.2.3
		6	92.1	1.2.3	6	67.1	1.2.3.4
		7	74.1	1.2.3.4	7	49.4	1.2.3.4
		8	53.1	1.2.3.4	8	36.4	1.2.3.4
		9	31.0	1.2.3.4	9	26.8	1.2.3.4
		10	14.2	1.2.3.4	10	19.8	1.2.3.4

資料來源：本研究整理

因此，此範例在修正後，於機位剩下 1~2 個時，皆開放最高費率艙等(Class = 1)。而此誤差於近似收益函數中，易發生在機位數極少時。然而機位數少時之控管決策，在一般時段較無影響；相較在即將起飛前，此剩餘之少數機位數其控管決策，對整體收益較有影響。

3.3 多航段模型

先前，本研究以一簡單之單一航段問題，介紹動態規劃模式求解法。接下來，本研究欲將此方法延伸至多航段之航空網路型態，找出符合網路型態之近似收益函數 $f_t(\mathbf{x})$ 模型，並相同經由遞迴方式，計算出網路型態之動態規劃模型期望收益函數 $U_t(\mathbf{x})$ 。

3.3.1 模式構建

在多航段模型下，本研究提出的近似收益函數 $f_t(\mathbf{x})$ ，由公式(3.5)表示：

$$f_t(\mathbf{x}) = A_t \left(1 - \sum_{l=1}^L b_{lt} e^{-a_{lt} x_l} \right) \quad (3.5)$$

符號說明：

- l : 表示航段別，共有 L 航段。
- t : 目前時段。
- \mathbf{x} : 目前各航段剩餘機位數向量，如 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_L)$ 。 \mathbf{C} 為一向量，表示各航段在尚未賣機票前之機位容量。
- $f_t(\mathbf{x})$: 近似收益函數，表示在 t 時段下，各航段尚有 \mathbf{x} 機位時之近似收益。
- A_t : 為一已知參數，表示在 t 時段下，而各航段機位 \mathbf{x} 無容量限制時，所期望之總收益。
- a_{lt} : 為在 t 時段下，航段 l 的估計參數，是指數型參數。
(依航段數 L 而定，在近似收益函數中會有 L 個指數型參數)
- b_{lt} : 為在 t 時段下，航段 l 的估計參數，是線性參數。
(依航段數 L 而定，在近似收益函數中會有 L 個線性參數)

3.3.2 演算法

首先，在網路型態的問題下，先為多航段模型定義航段以 l 表示，共有 L 條，艙等以 i 表示，分為 I 種。各航段在不同艙等費率下，ODF 以 j 表示，共有 J 種。從開始接受訂位到班機起飛前，共有 T 個決策時段，每個決策時段的時間長度細分至接近只能有一個以下的訂位需求進入。而 P_j^t 在此表示決策時段 t 時，ODF 為 j 的訂位機率。目前剩餘的機位數 \mathbf{x} 為狀態變數， $V_t(\mathbf{x})$ 代表決策時段 t 時，各航段剩餘 \mathbf{x} 機位的真實期望總收益， $f_t(\mathbf{x})$ 則為決策時段 t 剩餘 \mathbf{x} 機位時的近似期望收益函數； $U_t(\mathbf{x})$ 則為以近似收益函數 $f_t(\mathbf{x})$ 執行機位控管下之期望收益。

公式(3.6)中，利用已知各種 ODF 及其各時段之訂位需求機率，可計算出 $f_t(\mathbf{x})$ 中各時段的參數 A_t ：

$$A_t = \sum_{j=1}^J \left(F_j \sum_{\tau=1}^t P_j^\tau \right) \quad (3.6)$$

符號說明：

A_t : 為一已知參數，表示在 t 時段下，而各航段機位 \mathbf{x} 無容量限制時，所期望之總收益。

j : 表示 ODF 別， $j = 1, \dots, J$ 。

F_j : ODF 為 j 的費率，共有 J 種。

$\sum_{\tau=1}^t P_j^\tau$: ODF 為 j 時，從班機起飛到決策時段 t 的累積訂位機率。

在網路型態下，如何產生機位控管決策？本研究建立一動態規劃模型期望收益函數 $U_t(\mathbf{x})$ ，以近似收益函數 $f_t(\mathbf{x})$ 進行機位控管，與先前單一航段的作法類似。假設在飛機起飛前($t=1$)，動態規劃模型期望收益函數與真實收益函數相同，皆接受所有訂位需求， $V_1(\mathbf{x})$ 可輕易求得，因此 $U_1(\mathbf{x}) = V_1(\mathbf{x})$ 。接著，利用已知 $U_t(\mathbf{x})$ 值，透過數值分析中的曲線配適法，估計此時段之近似收益函數 $f_t(\mathbf{x})$ 中之各估計參數 (a_{1t}, \dots, a_{Lt} 及 b_{1t}, \dots, b_{Lt})；相同地，再利用此這些參數值，帶入近似收益函數，以計算出此時段之 $f_t(\mathbf{x})$ ；之後即可依據 $f_t(\mathbf{x})$ 執行控管，計算 $U_{t+1}(\mathbf{x})$ 。

公式(3.7)說明如何求出下一時段之動態規劃模型期望收益函數 $U_{t+1}(\mathbf{x})$ ；而公式(3.8)中，則以函數 $G_j^t(\mathbf{x})$ 表示經由求得之 $f_t(\mathbf{x})$ 進行機位控管的決策，當某一機位之費率大於此機位之邊際收益時，決定賣出。

另一方面，對於單一航段在有剩餘機位但 $f_t(\mathbf{x})$ 控管卻為不開放之修正，在多航段問題中，針對公式(3.8)，本研究令此情況下至少有一機位必賣，並選擇樣本資料 ODF $j \in J$ 中 $(f_t(\mathbf{x}) - f_t(\mathbf{x} - \mathbf{S}^j))$ 最小之機位賣出。

$$U_{t+1}(\mathbf{x}) = \begin{cases} P_0^t U_t(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^J P_j^t G_j^t(\mathbf{x}) & \text{for } t > 0, \mathbf{x} > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{where } P_0^t = 1 - \sum_j P_j^t \quad (3.7)$$

$$G_j^t(\mathbf{x}) = \begin{cases} F_j + U_t(\mathbf{x} - \mathbf{S}^j) & \text{if } F_j + f_t(\mathbf{x} - \mathbf{S}^j) > f_t(\mathbf{x}) \\ U_t(\mathbf{x}) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.8)$$

符號說明：

- P_j^t : 在決策時段 t 時，對 ODF 為 j 的訂位機率。
- S : 為一關聯矩陣(incidence matrix)，表示航段與 ODF($L \times J$)之關係矩陣。若 $s_{lj} = 1$ ，則表示 ODF j 使用航段 l ；反之，若 $s_{lj} = 0$ ，則表示 ODF j 未使用航段 l 。
- S^j : 為 S 之第 j 個 column vector，表示 ODF j 使用之各航段。
- $U_t(\mathbf{x})$: 動態規劃模型期望收益函數，表示在 t 時段下，各航段尚有 \mathbf{x} 機位時之期望收益。
- $G_j^t(\mathbf{x})$: 表示動態規劃模型中，在 t 時段下，各航段尚有 \mathbf{x} 機位時，對 ODF 為 j 其控管決策函數。
- $f_t(\mathbf{x})$: 近似收益函數，表示在 t 時段下，各航段尚有 \mathbf{x} 機位時之近似收益。

如此，藉由 $f_t(\mathbf{x})$ 判斷控管決策，以求出下一時段的收益函數 $U_{t+1}(\mathbf{x})$ ，再繼續估計此時段之 $f_{t+1}(\mathbf{x})$ ；依序反覆遞迴，直到計算出所有時段的 $U_t(\mathbf{x})$ ，求出開始接受訂位前($t = T$)、尚未賣出機票(各航段之剩餘機位數 $\mathbf{x} = \mathbf{C}$)下之期望總收益 $U_T(\mathbf{C})$ ，與先前單一航段的作法類似。其流程示意圖，如圖 3-5 所示。

$U_1(\mathbf{x})$ 為已知
(起飛前 $t = 1$ 時，接受所有訂位需求)

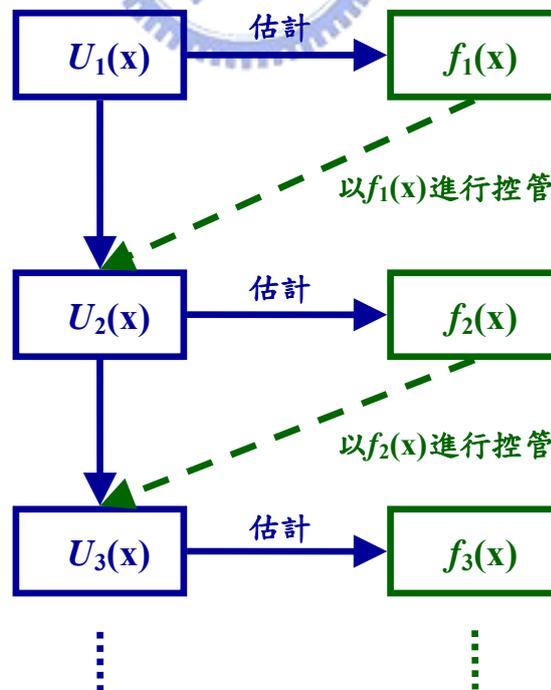


圖 3-5 多航段機位控管流程示意圖

資料來源：本研究整理

深入瞭解估算近似收益函數 $f_i(\mathbf{x})$ 之參數 (a_{1i}, \dots, a_{Li} 及 b_{1i}, \dots, b_{Li}) 的方法，在本研究仍然以套裝軟體 MATLAB 7.0，來設計此動態規劃模型，撰寫所需曲線配適法之估計程式。不同的是，由於自變數 \mathbf{x} 為變為向量的原因，先前所使用的“fminsearch”指令語法已無法使用，故在此改以可使用多個自變數的“nlinfit”指令語法來進行估計(“nlinfit”函數稍後在附錄一中有較詳細的介紹)。

3.4 隨機抽樣模式發展

在上一節介紹多航段之動態規劃模型期望收益函數估計法後，接下來，本研究欲將此法延伸應用至中型的網路問題中，以求能處理更貼近真實世界模式的狀況問題。因此，本研究便以隨機抽樣的方式，從資料組中抽取樣本資料數，發展取樣近似期望收益函數估計法。

在動態規劃模型中，當航空網路航段愈多時，其 \mathbf{x} (代表各航段剩餘機位之狀態變數)之維度將變得愈大，以先前介紹的多航段之動態規劃模型期望收益函數估計法來說，為近似收益函數，每組 \mathbf{x} 的資料量愈大，將影響估計參數時的計算效率。為減少運算負荷、增加計算效率，本研究發展的隨機抽樣模式是對所有 \mathbf{x} 可能之值進行隨機抽樣。在所有 \mathbf{x} 資料量母體中，隨機抽樣 H 組數值，對此 H 組資料量，求其近似收益函數(本研究在此設定樣本數 H 符合均等分配(Uniform Distribution))，接著，再利用此近似收益函數進行機位控管。由於只以樣本數 H 組 \mathbf{x} 資料量來近似收益函數，因此在隨機抽樣模型中，本研究稱此近似收益函數為 $\hat{f}_i(\mathbf{x})$ 。

本研究首先令此抽樣之收益資料為 $W_t(\mathbf{x})$ ，且由 $W_t(\mathbf{x})$ 中抽樣之 H 組資料量 $W_t(\mathbf{x}^h)$ ($h=1, \dots, H$)，其近似收益函數為 $\hat{f}_t(\mathbf{x})$ 。關於動態迴歸之邊界條件，假設在飛機起飛前($t=1$)，動態規劃模型期望收益函數與真實收益函數相同，皆接受所有訂位需求， $V_1(\mathbf{x})$ 可輕易求得，因此 $W_1(\mathbf{x})=V_1(\mathbf{x})$ 。接著，經由隨機抽樣後的樣本資料 $W_1(\mathbf{x}^h)$ 可估計求得近似收益函數 $\hat{f}_1(\mathbf{x})$ 。

公式(3.9)說明在隨機抽樣模式中，如何求出下一時段之動態規劃模型期望收益函數 $W_{t+1}(\mathbf{x}^h)$ ；而公式(3.10)中，則以函數 $G_j^t(\mathbf{x}^h)$ 表示經由求得之 $\hat{f}_t(\mathbf{x})$ 進行機位控管的決策，當某一機位之費率大於此機位之邊際收益時，決定賣出。因此， $t=1$ 時，依據 $\hat{f}_1(\mathbf{x})$ 執行控管，可計算下一時段($t=2$)之新的樣本資料 $W_2(\mathbf{x}^h)$ (每一時段的樣本組別 H 皆會更新)，並繼續估計求得 $t=2$ 時之近似收益函數 $\hat{f}_2(\mathbf{x})$ 。如此反覆遞迴，直到求出所有時段的 $\hat{f}_t(\mathbf{x})$ ，意即求出所有時段的機位控管決策。

另一方面，近似收益函數 $\hat{f}_i(\mathbf{x})$ 之控管決策可能存在誤差，在公式(3.10)之控管中，即便在有剩餘機位時仍可能拒絕所有訂位需求，這是不合理的決策。因此，本研究令此情況下至少有一機位必賣，並選擇樣本資料 $ODF_{j \in J}$ 中 $(\hat{f}_i(\mathbf{x}) - \hat{f}_i(\mathbf{x} - \mathbf{S}^j))$ 最小之機位賣出。

$$W_{t+1}(\mathbf{x}^h) = \begin{cases} P_0^t \hat{f}_i(\mathbf{x}^h) + \sum_{j=1}^J P_j^t G_j^t(\mathbf{x}^h) & \text{for } t > 0, \mathbf{x}^h > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{where } P_0^t = 1 - \sum_j P_j^t, \text{ for } h = 1, \dots, H \quad (3.9)$$

$$G_j^t(\mathbf{x}^h) = \begin{cases} F_j + \hat{f}_i(\mathbf{x}^h - \mathbf{S}^j) & \text{if } F_j + \hat{f}_i(\mathbf{x}^h - \mathbf{S}^j) > \hat{f}_i(\mathbf{x}^h) \\ \hat{f}_i(\mathbf{x}^h) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{for } h = 1, \dots, H \quad (3.10)$$

符號說明：

- \mathbf{x}^h : 樣本資料中，目前各航段剩餘機位數向量。 \mathbf{C} 為一向量，表示各航段在尚未賣機票前之機位容量。
- P_j^t : 在決策時段 t 時，對 ODF 為 j 的訂位機率。
- \mathbf{S} : 為一關聯矩陣(incidence matrix)，表示航段與 ODF($L \times J$)之關係矩陣。若 $s_{lj} = 1$ ，則表示 ODF j 使用航段 l ；反之，若 $s_{lj} = 0$ ，則表示 ODF j 未使用航段 l 。
- \mathbf{S}^j : 為 \mathbf{S} 之第 j 個 column vector，表示 ODF j 使用之各航段。
- $W_t(\mathbf{x}^h)$: 隨機抽樣模式建立的期望收益函數，表示在 t 時段下，各航段尚有 \mathbf{x} 機位時之期望收益。其中， $h = 1, \dots, H$ ， H 表示樣本數。
- $G_j^t(\mathbf{x}^h)$: 表示動態規劃模型抽樣數 H 組資料中，在 t 時段下，各航段尚有 \mathbf{x} 機位時，對 ODF 為 j 其控管決策函數。
- $\hat{f}_i(\mathbf{x}^h)$: 隨機抽樣模式中的近似收益函數，是僅對抽樣數 H 組資料所求出之近似收益函數。表示在 t 時段下，各航段尚有 \mathbf{x} 機位時之近似收益。

隨機抽樣模式的流程與先前多航段的作法類似，最大的差別是在於其近似收益函數 $\hat{f}_i(\mathbf{x})$ 的不同。其機位控管決策的發展流程示意圖，如圖 3-6 所示。

$W_1(x)$ 為已知，由 $W_1(x)$ 中隨機抽樣 (H : 樣本數)
 (起飛前 $t=1$ 時，接受所有訂位需求)

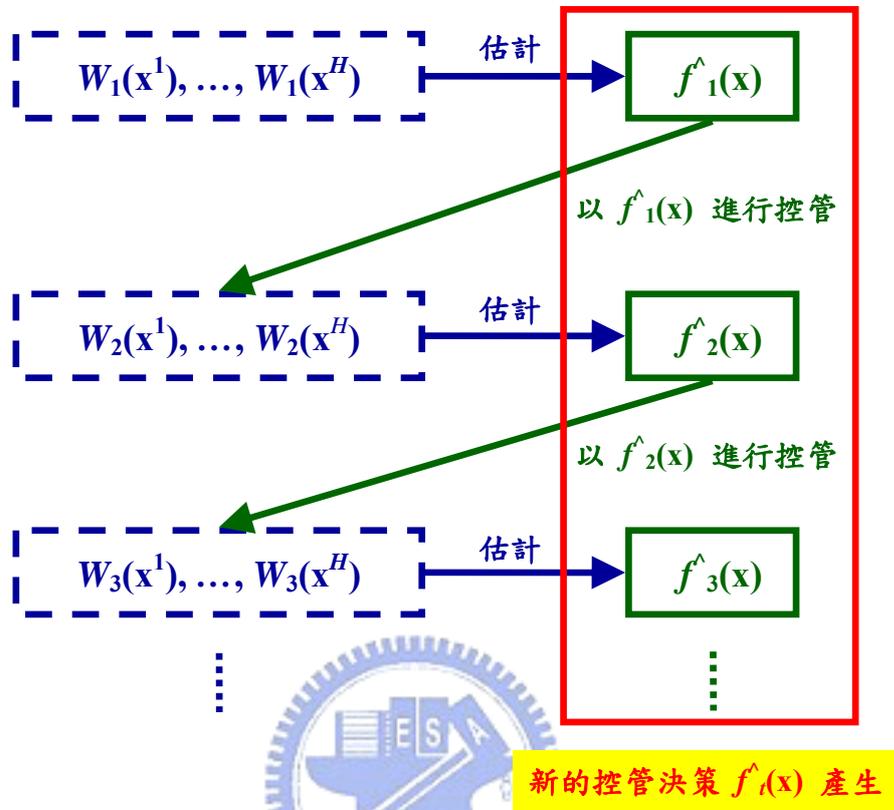


圖 3-6 多航段下隨機抽樣模式之機位控管產生流程示意圖

資料來源：本研究整理

在此隨機抽樣模式中，決定樣本數 H 的大小，變得相當重要；若 H 過大則運算量太高，過低則造成適配出的 $f^{\wedge}_t(x)$ 誤差增大，在稍後的章節中，將有更多的介紹。另外，本研究為隨機抽樣模式設計之動態規劃模型，以及撰寫所需曲線配適法之估計法程式。

3.5 機位控管決策之驗證

在本章中，本研究提出多航段動態規劃模型之期望收益函數估計法，並在此進行各控管決策之模式統整，以利下一章數值測試進行比較。

在多航段航空網路問題中，若進行機位控管，則最佳解求法下其起飛前(時段 $t = T$)、尚未賣出機票(各航段之剩餘機位數 $\mathbf{x} = \mathbf{C}$)下之期望總收益 $V_T(\mathbf{C})$ 可由公式(2.3)求得。

$$V_t(\mathbf{x}) = P_0^t V_{t-1}(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^J P_j^t \max(V_{t-1}(\mathbf{x} - \mathbf{S}^j) + F_j, V_{t-1}(\mathbf{x})) \quad (2.3)$$

若不進行機位控管，以 FCFS 的方式賣票，其起飛前(時段 $t = T$)、尚未賣出機票(各航段之剩餘機位數 $\mathbf{x} = \mathbf{C}$)下之期望總收益 $FCFS_T(\mathbf{C})$ 可由公式(3.11)求得。

$$FCFS_t(\mathbf{x}) = P_0^t FCFS_{t-1}(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^J P_j^t (FCFS_{t-1}(\mathbf{x} - \mathbf{S}^j) + F_j) \quad (3.11)$$

而本研究最初所提出之動態規劃模型之期望收益函數估計法，其期望總收益分別以 $U_T(\mathbf{C})$ 為代表，以公式(3.7)、(3.8)求得。

$$U_{t+1}(\mathbf{x}) = \begin{cases} P_0^t U_t(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^J P_j^t G_j^t(\mathbf{x}) & \text{for } t > 0, \mathbf{x} > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{where } P_0^t = 1 - \sum_j P_j^t \quad (3.7)$$

$$G_j^t(\mathbf{x}) = \begin{cases} F_j + U_t(\mathbf{x} - \mathbf{S}^j) & \text{if } F_j + f_t(\mathbf{x} - \mathbf{S}^j) > f_t(\mathbf{x}) \\ U_t(\mathbf{x}) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.8)$$

為了驗證上節中，本研究提出在隨機抽樣模式下以近似收益函數 $\hat{f}_t(\mathbf{x})$ 所發展的機位控管決策，接下來本研究建立一動態規劃模型期望收益函數 $Z_t(\mathbf{x})$ ，利用已知機位控管決策，以動態規劃方式求出所有時段的 $Z_t(\mathbf{x})$ ，以計算開始接受訂位前($t = T$)、尚未賣出機票(各航段之剩餘機位數 $\mathbf{x} = \mathbf{C}$)下之期望總收益 $Z_T(\mathbf{C})$ ，並利與其他控管決策進行比較。

公式(3.12)說明如何求出下一時段之動態規劃模型期望收益函數 $Z_{t+1}(\mathbf{x})$ ；而公式(3.13)中，則以函數 $G_j^t(\mathbf{x})$ 表示經由求得之 $\hat{f}_t(\mathbf{x})$ 進行機位控管的決策，當某一機位之費率大於此機位之邊際收益時，決定賣出。

另一方面，在公式(3.13)之控管中，即便在有剩餘機位時仍可能拒絕所有訂位需求，這是不合理的決策。因此，本研究令此情況下至少有一機位必賣，並選擇樣本資料 $ODF_{j \in J}$ 中 $(\hat{f}_t(\mathbf{x}) - \hat{f}_t(\mathbf{x} - \mathbf{S}^j))$ 最小之機位為賣出。

$$Z_{t+1}(\mathbf{x}) = \begin{cases} P_0^t Z_t(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^J P_j^t G_j^t(\mathbf{x}) & \text{for } t > 0, \mathbf{x} > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{where } P_0^t = 1 - \sum_j P_j^t \quad (3.12)$$

$$G_j^t(\mathbf{x}) = \begin{cases} F_j + Z_t(\mathbf{x} - \mathbf{S}^j) & \text{if } F_j + \hat{f}_t(\mathbf{x} - \mathbf{S}^j) > \hat{f}_t(\mathbf{x}) \\ Z_t(\mathbf{x}) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.13)$$

符號說明：

- P_j^t : 在決策時段 t 時，對ODF為 j 的訂位機率。
- \mathbf{S} : 為一關聯矩陣(incidence matrix)，表示航段與ODF($L \times J$)之關係矩陣。若 $s_{lj} = 1$ ，則表示ODF j 使用航段 l ；反之，若 $s_{lj} = 0$ ，則表示ODF j 未使用航段 l 。
- \mathbf{S}^j : 為 \mathbf{S} 之第 j 個column vector，表示ODF j 使用之各航段。
- $Z_t(\mathbf{x})$: 隨機抽樣模式中建立的動態規劃模型期望收益函數，表示在 t 時段下，各航段尚有 \mathbf{x} 機位時之期望收益。
- $G_j^t(\mathbf{x})$: 表示動態規劃模型中，在 t 時段下，各航段尚有 \mathbf{x} 機位時，對ODF為 j 其控管決策函數。
- $\hat{f}_t(\mathbf{x})$: 隨機抽樣模式中的近似收益函數，是僅對抽樣數 H 組資料所求出之近似收益函數。表示在 t 時段下，各航段尚有 \mathbf{x} 機位時之近似收益。

驗證隨機抽樣模式機位控管決策的流程示意圖，如圖3-7所示，最後得以求處此隨機抽樣模式下開始接受訂位前($t = T$)、尚未賣出機票(各航段之剩餘機位數 $\mathbf{x} = \mathbf{C}$)下之期望總收益 $Z_T(\mathbf{C})$ 。

$Z_1(x)$ 為已知
(起飛前 $t=1$ 時，接受所有訂位需求)

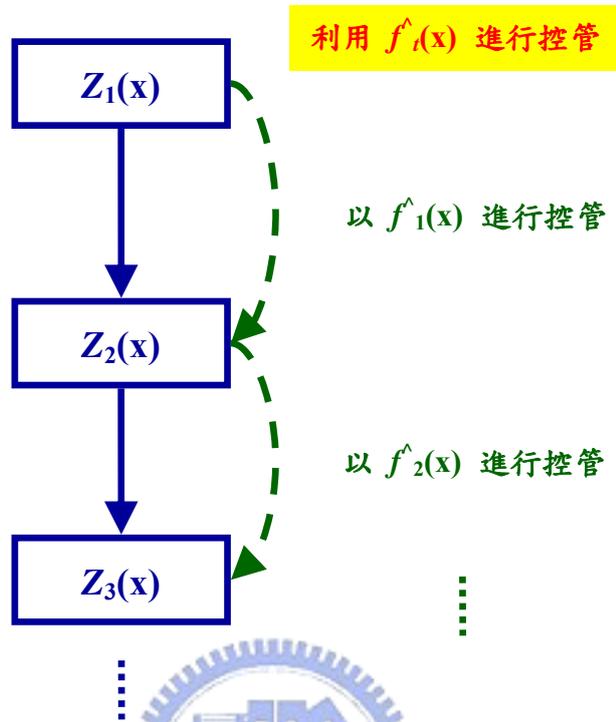


圖 3-7 多航段下隨機抽樣模式之機位控管決策驗證流程示意圖
資料來源：本研究整理

第四章 數值測試

為驗證本研究所提出之動態規劃模型，在此章中本研究首先參照 Bertsimas & Popescu(2003)中一簡單兩航段網路問題，依據其所提供之航段、時段、機位容量、費率、訂位需求機率等資料，將其延伸利用。配合在第三章介紹之多航段模型演算法發展其動態規劃模式，進一步作為隨機抽樣模式之數值測試範例，此部分為本研究最重要的數值測試。在 4.1 節中，先為測試範例的問題及資料進行介紹，在 4.2 節中，介紹其模式建構方式及演算法，而數值測試結果則在 4.3 節中呈現，最後，額外發展的數值測試將在 4.4 及 4.5 節中有進一步的說明及探討。

4.1 測試範例之數值資料

根據 Bertsimas & Popescu(2003)中簡單兩航段網路問題，此兩航段網路問題為三個端點 o 、 h 、 d 構成，兩航段為 oh 及 hd ，其機位容量為 x_{oh} 及 x_{hd} ，可由圖 4-1 所示，瞭解此問題之假設狀況：

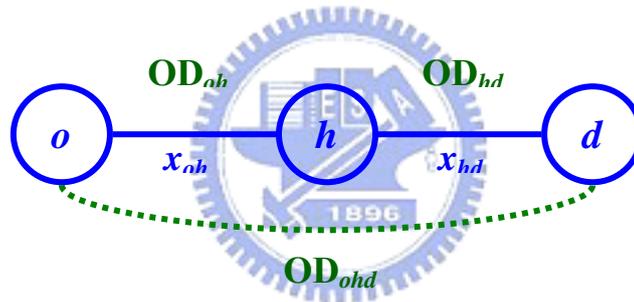


圖 4-1 兩航段網路問題模型

資料來源：本研究整理

此兩航段問題中，本研究假設其三種 OD 間，分別有兩種高低價的艙等，故可組合成六種 ODF。而 ODF 與其使用航段之間的關係，可以一關聯矩陣(incidence matrix)表示($L \times J$)(如公式(4.1))：

$$\begin{pmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{S} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{oh}^{high} & F_{oh}^{low} & F_{hd}^{high} & F_{hd}^{low} & F_{ohd}^{high} & F_{ohd}^{low} \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

符號說明：

F_j : ODF 為 j 的費率，共有 J 種。

\mathbf{F} : 一數學向量，表示各 ODF 之費率。

S : 為一關聯矩陣(incidence matrix)，表示航段與 ODF($L \times J$)之關係矩陣。若 $s_{lj} = 1$ ，則表示 ODF j 使用航段 l ；反之，若 $s_{lj} = 0$ ，則表示 ODF j 未使用航段 l 。

延伸 Bertsimas & Popescu(2003)所提供之航段、時段、機位容量、費率、訂位需求機率等資料，本研究假設下列條件作為測試範例：

機位容量 $\mathbf{x} = (x_{oh}, x_{hd}) = (100, 100)$

ODF 費率 $\mathbf{F} = (F^{high}_{oh}, F^{low}_{oh}, F^{high}_{hd}, F^{low}_{hd}, F^{high}_{ohd}, F^{low}_{ohd})$
 $= (30, 25, 25, 20, 50, 35)$

訂位時段 $T = 400$ (t 愈接近 0 表示愈接近起飛)

需求機率 $\mathbf{P}^t = (P^{high}_{oh}, P^{low}_{oh}, P^{high}_{hd}, P^{low}_{hd}, P^{high}_{ohd}, P^{low}_{ohd})$
 $= (0.2, 0.2, 0.15, 0.15, 0.05, 0.05)$ for all time periods ($t = 1 \sim 400$)

樣本資料數 $H = 1250, 500, 300, 200, 80$ (\mathbf{x} 共有 $100^2 = 10000$ 組資料)

符號說明：

P_j^t : 在決策時段 t 時，對 ODF 為 j 的訂位機率。

\mathbf{P}^t : 一數學向量，表示 t 時各 ODF 之訂位機率。

4.2 測試範例之模式及演算法

在此兩航段網路問題下，航段 $l = 2$ ，故此兩航段模型之近似收益函數 $f_t(\mathbf{x})$ ，可以公式(4.2)表之；又在隨機抽樣模式下，近似收益函數以 $\hat{f}_t(\mathbf{x})$ 表之：

$$f_t(\mathbf{x}) = A_t(1 - b_{1t}e^{-a_{1t}x_1} - b_{2t}e^{-a_{2t}x_2}) \quad (4.2)$$

符號說明：

t : 目前時段。

\mathbf{x} : 目前各航段剩餘機位數向量， $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ 。

$f_t(\mathbf{x})$: 近似收益函數，表示在 t 時段下，各航段尚有 \mathbf{x} 機位時之近似收益。

A_t : 為一已知參數，表示在 t 時段下，而兩航段機位 $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ 無容量限制時，所期望之總收益。

a_{1t} : 為在 t 時段下，航段 1 的估計參數，是指數型參數。

a_{2t} : 為在 t 時段下，航段 2 的估計參數，是指數型參數。

b_{1t} : 為在 t 時段下，航段 1 的估計參數，是線性參數。

b_{2t} : 為在 t 時段下，航段 2 的估計參數，是線性參數。

而在演算法的部分，如同 3.3.2 節之說明，計算出 $f_t(\mathbf{x})$ 中各時段的參數 A_t ，建立動態規劃模型期望收益函數 $U_t(\mathbf{x})$ ，求出近似收益函數 $f_t(\mathbf{x})$ 進行控管，反覆遞迴，直到計算出所有時段的 $U_t(\mathbf{x})$ ，求出開始接受訂位前 ($t = T$) 之期望總收益 $U_T(\mathbf{x})$ 。而隨機抽樣模式中，求其開始接受訂位前 ($t = T$) 之期望總收益，則以 $Z_T(\mathbf{x})$ 表示之。

4.3 測試結果

在測試結果中，真實期望總收益 $V_{400}(100,100)$ 為 5267.7，而完全不施行機位控管，使用以 FCFS 所求得之期望總收益 $FCFS_{400}(100,100)$ 為 4850.3。另外，在本研究以近似收益函數 $f_t(\mathbf{x})$ 實行控管之動態規劃模式中，可得期望總收益 $U_{400}(100,100)$ 為 5132.2。

而隨機抽樣模式中，在 $\hat{f}_t(\mathbf{x})$ 控管下，以不同的樣本資料數 H ，可求得不同期望總收益，本研究在此分別進行 20 次測試，以其平均值作為求得的期望總收益 $Z_{400}(100,100)$ 。表 4-1 表示所有測試結果之比較，表 4-2 表示隨機抽樣模式中不同樣本數之 20 次測試結果比較，而圖 4-2 表示則以折線圖表示不同樣本數下所求得之平均期望總收益比較圖，最後，圖 4-3 則表示不同樣本數其平均期望總收益與標準差對應圖。

表 4-1 測試結果期望總收益之比較

	平均期望總收益	標準差(S.D.)	與最佳解之差距比
$V_{400}(100,100)$	5267.70	0.000	0.00%
$FCFS_{400}(100,100)$	4850.30		-7.92%
$U_{400}(100,100)$	5132.20		-2.57%
$Z_{400}(100,100)_{H=1250}$	5196.15	1.670	-1.36%
$Z_{400}(100,100)_{H=500}$	5195.83	1.805	-1.36%
$Z_{400}(100,100)_{H=300}$	5196.23	4.640	-1.36%
$Z_{400}(100,100)_{H=200}$	5193.83	6.345	-1.40%
$Z_{400}(100,100)_{H=80}$	5190.09	17.964	-1.47%

資料來源：本研究整理

由表 4-2 中計算之不同樣本數之 20 次測試結果其標準差比較，可得知隨著樣本數大小的變化，影響的不只是測試的期望總收益，而也相對影響多次測試結果之間的數值差距。當樣本數減少時，其測試結果之標準差也相對增加。

表 4-2 不同樣本數之 20 次測試結果比較

$Z_{400}(100,100)$	$H = 1250$	$H = 500$	$H = 300$	$H = 200$	$H = 80$
1	5196.80	5195.00	5195.70	5194.40	5226.00
2	5196.20	5194.40	5193.70	5198.10	5179.20
3	5196.60	5192.60	5201.10	5191.90	5196.20
4	5196.80	5198.90	5195.60	5191.50	5188.70
5	5193.40	5196.60	5203.20	5194.90	5202.50
6	5199.20	5194.80	5204.00	5189.50	5186.70
7	5197.20	5196.30	5195.20	5197.10	5191.30
8	5196.30	5196.00	5192.70	5188.10	5200.90
9	5195.80	5198.30	5197.70	5202.70	5183.20
10	5195.70	5195.70	5194.60	5188.60	5194.20
11	5194.70	5193.00	5200.80	5174.20	5154.60
12	5196.20	5197.50	5201.10	5197.80	5201.10
13	5195.30	5196.80	5191.10	5188.00	5185.60
14	5199.40	5194.30	5196.60	5195.50	5176.10
15	5194.60	5194.80	5189.50	5191.20	5181.40
16	5192.40	5198.50	5202.00	5198.50	5220.70
17	5195.70	5194.00	5191.90	5200.40	5208.40
18	5197.30	5197.50	5197.60	5196.40	5154.50
19	5195.80	5194.60	5192.40	5198.70	5191.50
20	5197.60	5197.00	5188.10	5199.10	5179.00
Avg.	5196.15	5195.83	5196.23	5193.83	5190.09
S.D.	1.670	1.805	4.640	6.345	17.964

資料來源：本研究整理

在圖 4-2 中，可發現隨機抽樣模式下的期望總收益 $Z_{400}(100,100)$ 在不同樣本數所進行 20 次的測試結果中，平均差異並不大。而圖 4-3，則表示不同樣本數其 $Z_{400}(100,100)$ 及標準差與最佳解 $V_{400}(100,100)$ 間之關係對應，真實期望總收益 $V_{400}(100,100)$ 為 5267.7，且其標準差為 0；而不同樣本數之 $Z_{400}(100,100)$ 平均約為 5195 左右，但標準差卻會因樣本數之大小而改變。

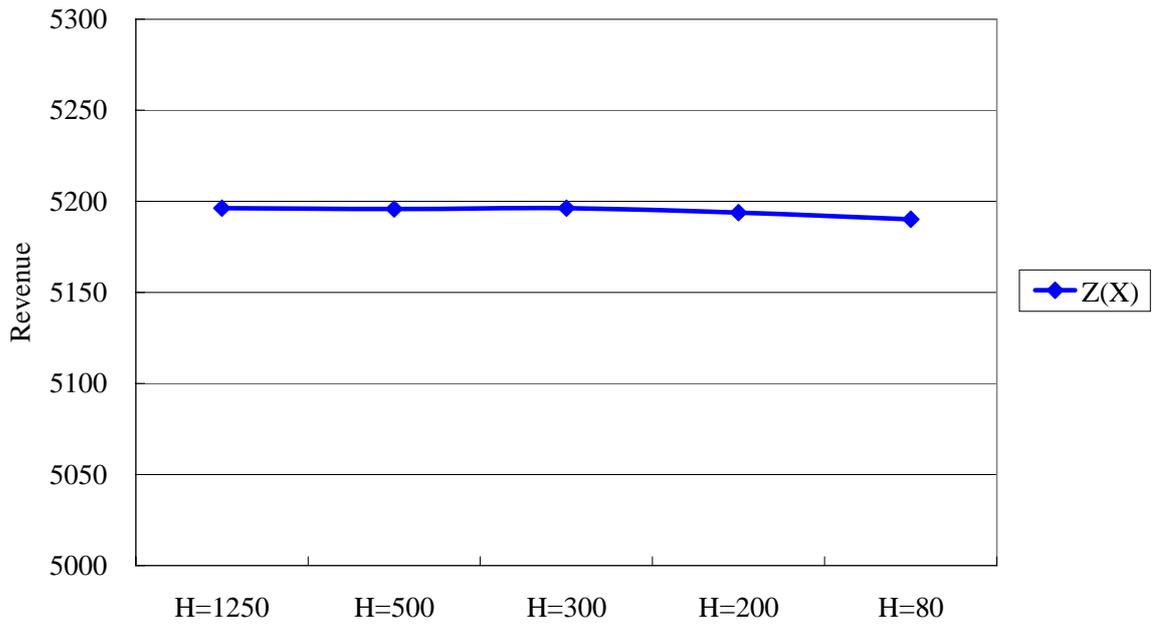


圖 4-2 不同樣本數下所求得之平均期望總收益比較圖

資料來源：本研究整理

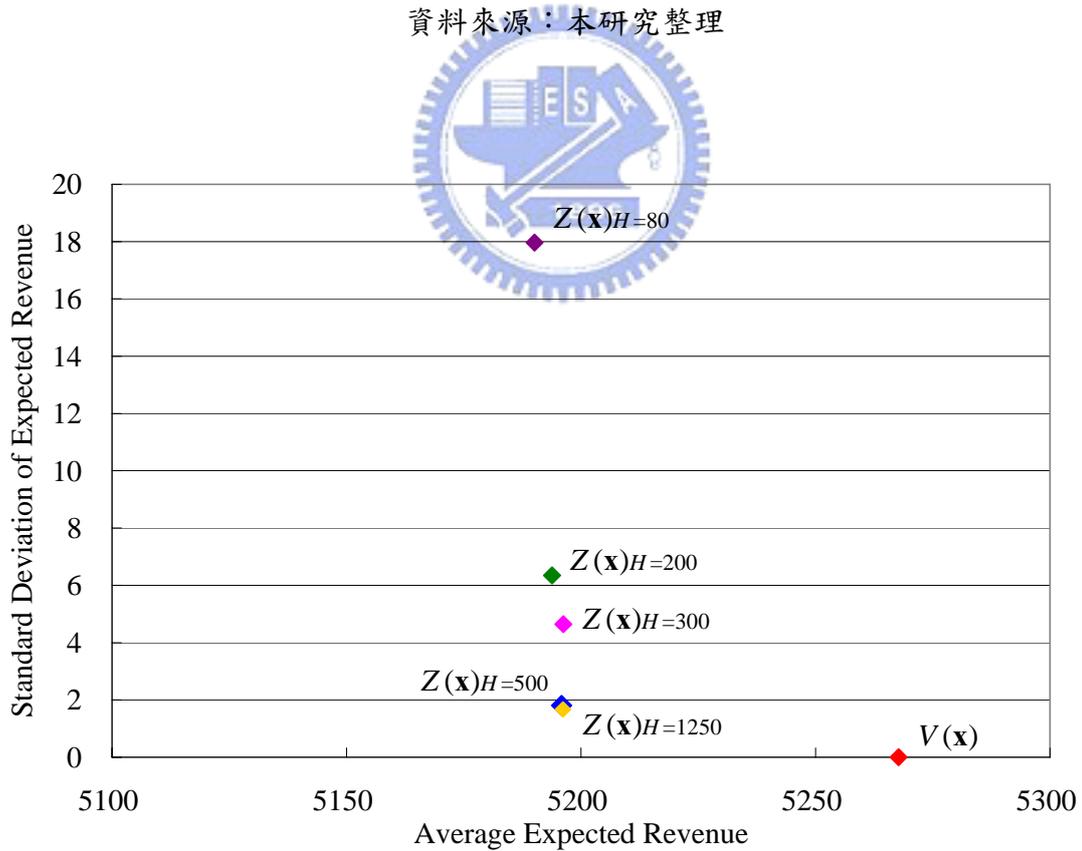


圖 4-3 不同樣本數其平均期望總收益與標準差對應圖

資料來源：本研究整理

因此可得知，不同樣本數對測試的主要之影響為 20 次測試結果之間的變化差距，而對不同樣本數之平均差異較無影響。另外，本研究判定在此測試範例中，以樣本數 $H=200$ 為較有效率的抽樣數量，意即樣本數量的大小可以提供最佳求得期望總收益的效果。

另外，在測試範例中，為瞭解所求得之 400 個時段之近似收益函數 $f_i(x)$ ，其參數 A 、 a 、 b 在不同時段之變化關係，本研究以樣本數 $H=200$ 之進行之 20 次測試中，選擇其中一次的數值結果，繪製此關係圖，以圖 4-4 及圖 4-5 表示。

由圖 4-4 可發現，參數 A 由於表示各航段機位 x 無容量限制時之期望總收益，而隨時段 t 增加(離起飛時間愈久)，有遞增的變化。而圖 4-5 中，則可得知參數 a 、 b 與參數 A 的變化完全相反，因為當時段 t 增加時，收益函數跳動的幅度將會增加，而在剩餘機位愈大時，才會開始傾向趨於一定值，因此影響近似收益函數上升的參數 a 、 b 必會隨時段 t 增加，愈來愈小。(在圖 4-5 中，時段 $t=0$ 時，略有誤差)

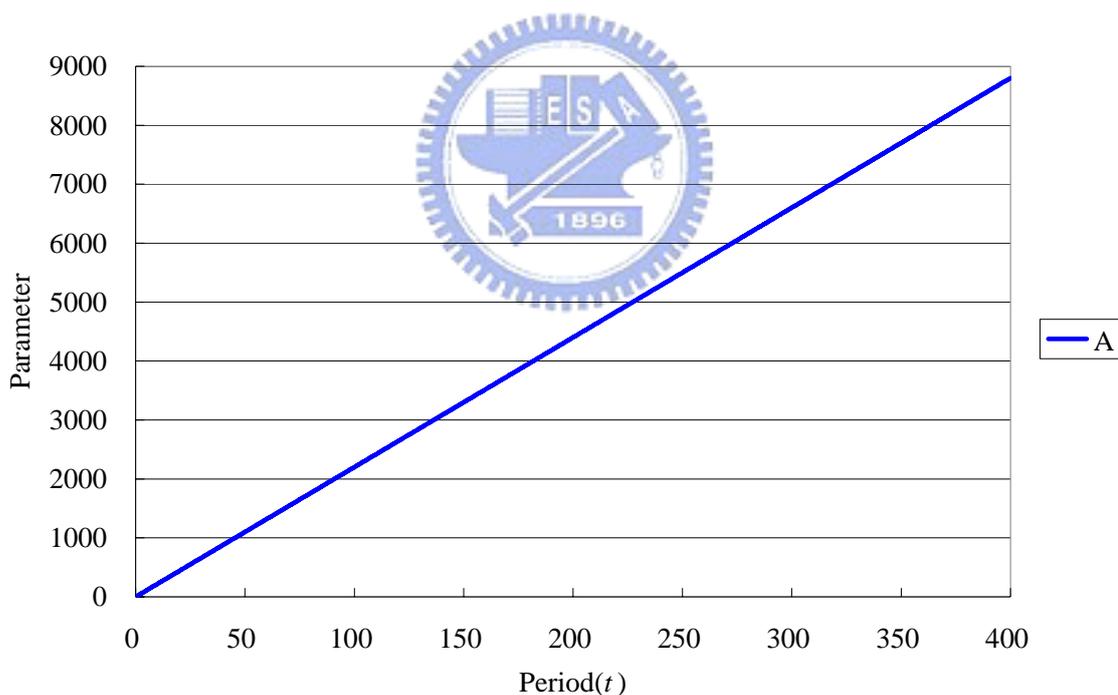


圖 4-4 隨時段不同參數 A 之變化關係圖

資料來源：本研究整理

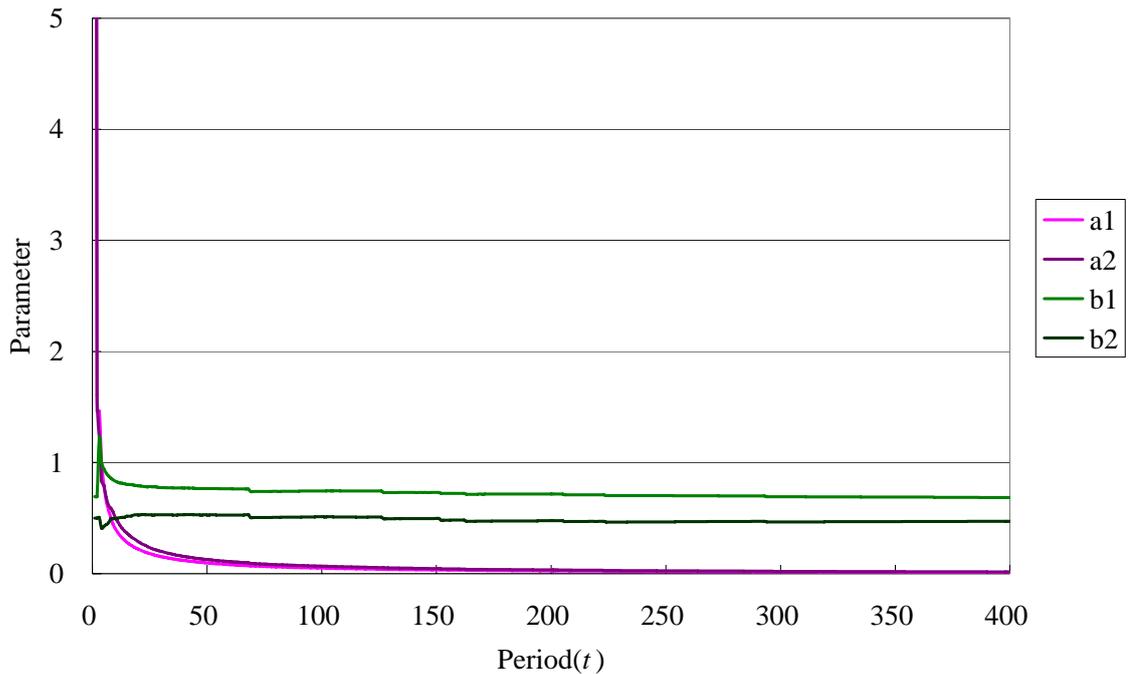


圖 4-5 隨時段不同參數 a 、 b 之變化關係圖

資料來源：本研究整理

4.4 訂位需求機率高低及型態不同之測試

在先前之測試範例中，其訂位需求機率屬於同質性(homogeneous)，意即不隨時段變化影響其需求機率。原先需求機率如下所示：

$$\begin{aligned} \text{需求機率 } \mathbf{P}^t &= (P_{oh}^{high}, P_{oh}^{low}, P_{hd}^{high}, P_{hd}^{low}, P_{ohd}^{high}, P_{ohd}^{low}) \\ &= (0.2, 0.2, 0.15, 0.15, 0.05, 0.05) \quad \text{for all time periods } (t = 1 \sim 400) \end{aligned}$$

接著，本研究欲進行訂位需求機率高低及型態不同之測試，其中以下介紹之兩種型態測試方法：

一、調整訂位需求機率高低

以變數 n 表示調整需求機率的倍率，若 $n > 0$ ，表示需求機率全部比原先高；若 $n < 0$ ，表示需求機率全部比原先低。

其測試範例資料與先前相同，並固定樣本數量 $H = 200$ ，分別進行訂位需求機率調整為倍率 $n = 1.10$ 、 1.05 、 0.95 、 0.90 的數值測試，其需求機率調整方式以公式(4.3)表之，個別進行 20 次運算後，其平均測試結果如表 4-3 所示：

調整後需求機率

$$P't = n \cdot P' = n \cdot (0.2, 0.2, 0.15, 0.15, 0.05, 0.05)$$

for all time periods($t = 1 \sim 400$) (4.3)

由結果可觀察到在整體需求愈高時，最佳解之期望總收益 $V_{400}(100,100)$ 相對增加，此時隨機抽樣下模式的 $Z_{400}(100,100)$ 也愈接近最佳解，而 $FCFS_{400}(100,100)$ 的落差卻愈大；反之，若整體需求降低，則 $Z_{400}(100,100)$ 落差較大，但仍在可接受的範圍。

表 4-3 訂位需求機率調整之測試結果比較

$n = 1.10$		期望總收益	與最佳解之差距比
	$V_{400}(100,100)$	5317.20	
	$FCFS_{400}(100,100)$	4850.30	-8.78%
	$Z_{400}(100,100)$	5256.61	-1.14%
$n = 1.05$		期望總收益	與最佳解之差距比
	$V_{400}(100,100)$	5295.20	
	$FCFS_{400}(100,100)$	4850.30	-8.40%
	$Z_{400}(100,100)$	5224.04	-1.34%
$n = 1.00$		期望總收益	與最佳解之差距比
	$V_{400}(100,100)$	5267.70	
	$FCFS_{400}(100,100)$	4850.30	-7.92%
	$Z_{400}(100,100)$	5193.71	-1.40%
$n = 0.95$		期望總收益	與最佳解之差距比
	$V_{400}(100,100)$	5234.50	
	$FCFS_{400}(100,100)$	4850.30	-7.34%
	$Z_{400}(100,100)$	5153.26	-1.55%
$n = 0.90$		期望總收益	與最佳解之差距比
	$V_{400}(100,100)$	5197.00	
	$FCFS_{400}(100,100)$	4850.20	-6.67%
	$Z_{400}(100,100)$	5108.46	-1.70%

資料來源：本研究整理

二、隨時間變化而調整需求機率

當時間愈接近起飛時，假設其訂位需求機率變化以變數 m 表之。當 $m > 0$ 時，表示高費率艙等之訂位需求機率，隨時間愈接近起飛愈為增加；而反之，低費率艙等訂位需求機率，則隨時間愈接近起飛愈為減少。

其測試範例資料與先前相同，並固定樣本數量 $H = 200$ ，分別進行 $m = 40\%$ 、 20% 、 -20% 、 -40% 的數值測試，此需求機率的變化調整以公式(4.4)表之，而機率調整型態(for High Fare Classes)如圖 4-6 所示，個別進行 20 次運算後，其平均測試結果如表 4-4 所示：

調整後需求機率

$$\mathbf{P}^{t'} = \begin{cases} \mathbf{P}^t \cdot Q^{high}(m,t) = \mathbf{P}^t \cdot (1 + m(1 - \frac{t}{T/2})) & \text{for High Fare Classes} \\ \mathbf{P}^t \cdot Q^{low}(m,t) = \mathbf{P}^t \cdot (1 - m(1 - \frac{t}{T/2})) & \text{for Low Fare Classes} \end{cases}$$

for all time periods($t = 1 \sim 400$) (4.4)

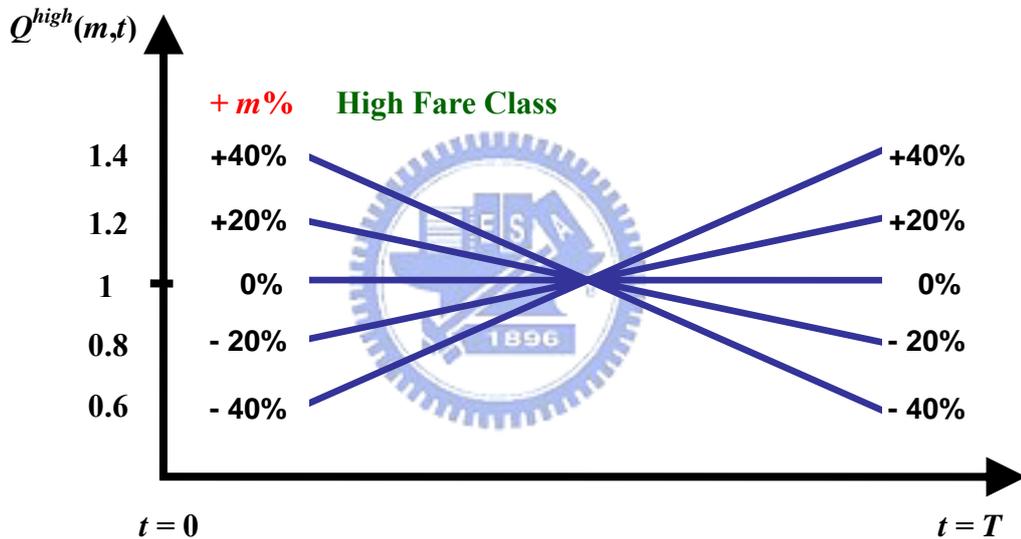


圖 4-6 隨時間而變化之需求型態示意圖

資料來源：本研究整理

由結果可觀察到，當高費率艙等之需求機率愈接近起飛愈低，而低費率艙等之需求機率愈接近起飛愈高時，隨機抽樣下模式的 $Z_{400}(100,100)$ 愈接近最佳解 $V_{400}(100,100)$ 。反之，當高費率艙等之需求機率愈接近起飛愈高，而低費率艙等之需求機率愈接近起飛愈低時， $FCFS_{400}(100,100)$ 相對最佳解的落差也愈大，既使在這樣條件下隨機抽樣模式的落差也變大了，但仍在合理範圍內。

表 4-4 訂位需求機率隨時間變化之測試結果比較

$m = 40\%$		期望總收益	與最佳解之差距比
	$V_{400}(100,100)$	5259.20	
	$FCFS_{400}(100,100)$	4755.10	-9.59%
	$Z_{400}(100,100)$	5161.10	-1.87%
$m = 20\%$		期望總收益	與最佳解之差距比
	$V_{400}(100,100)$	5263.90	
	$FCFS_{400}(100,100)$	4802.70	-8.76%
	$Z_{400}(100,100)$	5180.71	-1.58%
$m = 0\%$		期望總收益	與最佳解之差距比
	$V_{400}(100,100)$	5267.70	
	$FCFS_{400}(100,100)$	4850.30	-7.92%
	$Z_{400}(100,100)$	5192.85	-1.42%
$m = -20\%$		期望總收益	與最佳解之差距比
	$V_{400}(100,100)$	5271.00	
	$FCFS_{400}(100,100)$	4897.90	-7.08%
	$Z_{400}(100,100)$	5204.58	-1.26%
$m = -40\%$		期望總收益	與最佳解之差距比
	$V_{400}(100,100)$	5273.80	
	$FCFS_{400}(100,100)$	4945.50	-6.23%
	$Z_{400}(100,100)$	5207.07	-1.27%

資料來源：本研究整理

4.5 費率及需求對近似收益函數之影響探討

為瞭解艙等費率及訂位需求機率在不同的兩航段中，是否對參數造成不同的影響，欲瞭解參數 a 、 b 之變化，本研究以一簡化範例作為參數驗證測試，假設兩航段之費率及需求機率均為相同，稍後再做變動以瞭解調整費率及需求機率後對參數 a 、 b (兩航段為 a_1 、 a_2 、 b_1 、 b_2) 之影響。其原始測試範例之資料假設如下：

$$\text{機位容量 } \mathbf{x} = (x_{oh}, x_{hd}) = (10, 10)$$

$$\text{訂位時段 } T = 40 \text{ (} t \text{ 愈接近 0 表示愈接近起飛)}$$

$$\begin{aligned} \text{ODF 費率 } \mathbf{F} &= (F^{high}_{oh}, F^{low}_{oh}, F^{high}_{hd}, F^{low}_{hd}, F^{high}_{ohd}, F^{low}_{ohd}) \\ &= (25, 20, 25, 20, 50, 35) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{需求機率 } \mathbf{P}^t &= (P^{high}_{oh}, P^{low}_{oh}, P^{high}_{hd}, P^{low}_{hd}, P^{high}_{ohd}, P^{low}_{ohd}) \\ &= (0.15, 0.15, 0.15, 0.15, 0.05, 0.05) \text{ for all time periods (} t = 1 \sim 40) \end{aligned}$$

而在基本數值測試範例後，分別變動費率及需求機率進行數值測試之調整假設如下(其他假設皆不變)：

一、變動費率：假設航段 oh 之費率較航段 hd 為高

$$\begin{aligned} \text{ODF 費率 } \mathbf{F} &= (F^{high}_{oh}, F^{low}_{oh}, F^{high}_{hd}, F^{low}_{hd}, F^{high}_{ohd}, F^{low}_{ohd}) \\ &= (30, 25, 15, 10, 50, 35) \end{aligned}$$

二、變動需求：假設航段 oh 之需求機率較航段 hd 為高

$$\begin{aligned} \text{需求機率 } \mathbf{P}^t &= (P^{high}_{oh}, P^{low}_{oh}, P^{high}_{hd}, P^{low}_{hd}, P^{high}_{ohd}, P^{low}_{ohd}) \\ &= (0.2, 0.2, 0.1, 0.1, 0.05, 0.05) \text{ for all time periods } (t = 1 \sim 40) \end{aligned}$$

測試結果之估計參數整理如表 4-5 所示，由估計參數之比較結果中，可發現參數 a_1 、 a_2 、 b_1 、 b_2 均因費率及需求在兩航段中較高而有較大的數值。變動費率時，由於假設航段 oh 之費率較航段 hd 為高，因此參數 a_1 、 b_1 皆較參數 a_2 、 b_2 為高；而變動需求時，由於假設航段 oh 之需求機率較航段 hd 為高，因此參數 a_1 、 b_1 皆較參數 a_2 、 b_2 為高。

另外，參數 a_1 、 b_1 與參數 a_2 、 b_2 皆只受 ODF_{oh} 及 ODF_{hd} 的影響，因此變動與 ODF_{ohd} 的因素不會影響參數 a_1 、 b_1 與參數 a_2 、 b_2 相互的關係，唯有改變與 ODF_{oh} 及 ODF_{hd} 相關的因素，才會影響到相關參數 a_1 、 b_1 與參數 a_2 、 b_2 相互的結果。

在此節中，可驗證出參數變動之合理反應，由此可知本研究之近似收益函數中其參數對調整控管決策的有適當的影響能力，能適度調整 $f_i(\mathbf{x})$ 之值。

表 4-5 估計參數之測試結果比較

Period	兩航段費率及需求均等				變動費率				變動需求			
	a_1	a_2	b_1	b_2	a_1	a_2	b_1	b_2	a_1	a_2	b_1	b_2
1	5.876	5.876	0.600	0.600	6.009	5.542	0.747	0.470	6.069	5.637	0.726	0.473
2	1.681	1.681	0.594	0.594	1.680	1.677	0.742	0.463	1.487	1.959	0.725	0.463
3	1.179	1.179	0.590	0.590	1.175	1.213	0.741	0.457	1.022	1.418	0.727	0.455
4	0.933	0.933	0.588	0.588	0.923	0.983	0.743	0.451	0.803	1.138	0.729	0.449
5	0.778	0.778	0.587	0.587	0.769	0.837	0.745	0.445	0.665	0.964	0.732	0.444
6	0.673	0.673	0.585	0.585	0.660	0.732	0.747	0.439	0.569	0.845	0.733	0.439
7	0.594	0.594	0.583	0.583	0.579	0.656	0.750	0.432	0.497	0.757	0.735	0.433
8	0.532	0.532	0.581	0.581	0.516	0.595	0.751	0.426	0.442	0.688	0.736	0.428
9	0.482	0.482	0.579	0.579	0.464	0.545	0.753	0.419	0.397	0.632	0.737	0.423
10	0.440	0.440	0.577	0.577	0.423	0.503	0.754	0.413	0.360	0.584	0.737	0.418
11	0.405	0.405	0.575	0.575	0.387	0.467	0.756	0.407	0.329	0.542	0.737	0.414
12	0.375	0.375	0.573	0.573	0.357	0.437	0.757	0.401	0.302	0.505	0.737	0.409
13	0.348	0.348	0.571	0.571	0.330	0.411	0.759	0.395	0.280	0.472	0.736	0.405
14	0.325	0.325	0.568	0.568	0.306	0.388	0.760	0.388	0.259	0.441	0.735	0.402
15	0.304	0.304	0.566	0.566	0.286	0.366	0.761	0.382	0.242	0.413	0.732	0.398
16	0.285	0.285	0.563	0.563	0.267	0.346	0.762	0.376	0.226	0.386	0.730	0.396
17	0.267	0.267	0.561	0.561	0.250	0.329	0.763	0.370	0.211	0.361	0.726	0.393
18	0.252	0.252	0.558	0.558	0.235	0.312	0.764	0.364	0.199	0.338	0.722	0.392
19	0.237	0.237	0.555	0.555	0.221	0.296	0.764	0.358	0.187	0.316	0.717	0.390
20	0.224	0.224	0.553	0.553	0.208	0.282	0.765	0.352	0.176	0.295	0.712	0.390
21	0.212	0.212	0.550	0.550	0.197	0.268	0.765	0.346	0.167	0.276	0.706	0.390
22	0.200	0.200	0.547	0.547	0.186	0.255	0.765	0.341	0.158	0.258	0.699	0.391
23	0.190	0.190	0.545	0.545	0.176	0.243	0.765	0.336	0.151	0.241	0.692	0.393
24	0.180	0.180	0.542	0.542	0.167	0.231	0.764	0.331	0.144	0.226	0.685	0.395
25	0.171	0.171	0.540	0.540	0.158	0.220	0.764	0.326	0.137	0.212	0.678	0.398
26	0.163	0.163	0.538	0.538	0.151	0.210	0.763	0.322	0.132	0.200	0.671	0.401
27	0.155	0.155	0.535	0.535	0.144	0.200	0.761	0.319	0.126	0.188	0.664	0.404
28	0.148	0.148	0.533	0.533	0.137	0.191	0.761	0.315	0.121	0.177	0.656	0.408
29	0.142	0.142	0.531	0.531	0.131	0.183	0.760	0.312	0.117	0.168	0.649	0.412
30	0.135	0.135	0.530	0.530	0.125	0.175	0.759	0.310	0.113	0.159	0.642	0.416
31	0.130	0.130	0.528	0.528	0.120	0.168	0.758	0.307	0.109	0.151	0.636	0.419
32	0.125	0.125	0.527	0.527	0.115	0.161	0.756	0.305	0.105	0.144	0.629	0.423
33	0.120	0.120	0.525	0.525	0.111	0.154	0.755	0.303	0.102	0.137	0.623	0.427
34	0.115	0.115	0.524	0.524	0.107	0.149	0.754	0.302	0.099	0.131	0.618	0.430
35	0.111	0.111	0.523	0.523	0.103	0.143	0.753	0.300	0.096	0.126	0.612	0.433
36	0.107	0.107	0.522	0.522	0.099	0.138	0.752	0.299	0.093	0.120	0.607	0.436
37	0.103	0.103	0.521	0.521	0.096	0.133	0.751	0.298	0.090	0.116	0.602	0.439
38	0.100	0.100	0.520	0.520	0.093	0.129	0.750	0.297	0.088	0.111	0.597	0.443
39	0.097	0.097	0.519	0.519	0.090	0.125	0.748	0.296	0.085	0.107	0.594	0.444
40	0.094	0.094	0.518	0.518	0.087	0.121	0.747	0.296	0.083	0.103	0.589	0.448

資料來源：本研究整理

第五章 結論與建議

5.1 結論

在航空營收管理領域中，隨著現今軸輻網路型態的發展，多航段之營收管理研究也相對日益重要。本研究先對目前航空網路營收管理問題之特性與求解方式進行瞭解，目前航空網路主要以競價法來進行機位之控管，過去研究多利用數學規劃模式中限制式之對偶關係計算競價值。

本研究在探討後發現，此種方式之運算相當繁瑣，且不管在方法理論上及實務運用上，均存在著相當的限制。因此，本研究觀察真實收益函數之特性，建立一函數來近似真實收益函數，藉以產生適當的航空網路機位控管決策，接著構建動態規劃模式求解法，以驗證機位控管決策之期望總收益。

首先，本研究將此動態規劃模型期望收益函數估計法，應用在單一航段問題中，求出最佳控管機制及其動態規劃模式之期望總收益。在小型測試範例及參數驗證後，將動態規劃模型期望收益函數估計法延伸至多航段問題中，進一步應用至航空網路問題，以找出更有效率之求解機位控管的方法。最後，考量真實問題在複雜度上的困難，發展出取樣近似期望收益函數估計法。

由數值測試範例之結果分析中可發現，本研究之取樣近似期望收益函數估計法的確能提供與真實收益函數更相近的結果，平均差距約只有 1.4%。另外，在不執行機位控管(FCFS)的情形中，相較之下的確不能得到良好收益，這結果也再次說明執行營收管理技術進行機位控管的重要性。

本研究預期利用所發展之模式與控管決策，可提供航空公司作為決策參考，以增進航空營收管理之效益。實務上，航空公司可以利用歷史資料或校對後之資料進行本研究之求解法，相對目前需持續即時更新的競價法，可節省時間成本，既使資料有誤差，也可利用即時資料重新求解。

在主要貢獻上，本研究認為所發展取樣近似期望收益函數估計法，相對於需要持續（即時）更新的競價法，可節省相當多的時間，也應可提供更好的控管效果。因此，本研究認為所發展的研究方法，可為現今網路營收管理問題帶來新的求解概念。

然而，取樣近似期望收益函數估計法也有其施行上的限制，在訂位需求不明顯或太少時，執行此機位控管技術並無法呈現顯著的成效。而反之，當訂位需求多、且需求變動差異不大時，執行本研究發展之取樣近似期望收益函數估計法，不但能正確求出近似收益函數，更能執行適當之機位控管，以提供航空公司良好的收益績效，這是未來施行此法所必須注意之事項。

5.2 建議

為使本研究提出之取樣近似期望收益函數估計法發展更趨成熟，針對未來研究發展部分，可分為下列幾項：

1. 發展不同形式之近似收益函數

近似收益函數 $f_i(\mathbf{x})$ 是依據觀察收益函數與機位數的關係在各個時間中有一定趨勢的變化而建立，因此凡符合此關係—收益隨機位數愈大而愈趨近於一定值之函數，皆可以使用。故可未來可發展尋找其他替代之近似收益函數，來進行試驗。

2. 尋找更多的數值測試範例及方法

除了目前本研究發展測試的兩航段兩艙等的網路問題外，可進行其他如調整更多艙等費率情況、考慮更多訂位需求機率型態等狀況。另外，Bertsimas & Popescu(2003)中所介紹的數值測試範例，尚包含了其他不同網路規模之問題(例如，三航段以上之網路問題)，也是未來可以繼續研究發展的方向。



參考文獻

國外文獻

- Belobaba, P.P., “Application of a Probabilistic Decision Model to Airline Seat Inventory Control”, *Operations Research* 37, no.2, 183-197, 1989.
- Bertsimas, D. and De Boer, S., “Simulation-Based Booking Limits for Airline Revenue Management”, *Operations Research* 53, no.1, 90-106, 2005.
- Bertsimas, D. and Popescu, I., “Revenue Management in a Dynamic Network Environment”, *Transportation Science* 37, no.3, 257-277, 2003.
- Brumelle, S.L. and McGill, J.I., “Airline Seat Allocation with Multiple Nested Fare Classes”, *Operations Research* 41, no.1, 127-137, 1993.
- Curry, R.E., “Optimal Airline Seat Allocation with Fare Classes Nested by Origins and Destinations”, *Transportation Science* 24, no.3, 193-204, 1990.
- De Boer, S. V., Freling, R. and Piersma, N., “Mathematical Programming for Network Revenue Management Revisited”, *European Journal of Operational Research*, Vol. 137, pp. 72-92, 2002.
- Gunther, D.P., “Airline Yield Management, Optimal Bid Price”, Markov Decision Process and Routing Consideration, Ph.D. thesis, Georgia Institute of Technology, GA, 1998.
- Lee, T. C. and Hersh, M., “A Model for Dynamic Airline Seat Inventory Control with Multiple Seat Bookings”, *Transportation Science* 27, no.3, 252-265, 1993.
- Littlewood K., “Forecasting and Control of Passenger Bookings”, in AGIFORS Symposium Proc. 12, Nathanya, Israel, 1972.
- McGill, J.I. and van Ryzin, G. J., “Revenue management: Research Overview and Prospects”, *Transportation Science* 33, no.2, 233-256, 1999.
- Robinson, L.W., “Optimal and Approximate Control Policies for Airline Booking with Sequential nonmonotonic Fare Classes”, *Operations Research*, Vol.43, No.2, 252-263, 1995.
- Smith, B.C., Leimkuhler, J.F. and Darrow, R.M., “Yield Management at American Airlines”, *Interfaces* 22, no.1, 8-31, 1992.
- Talluri, K.T. and van Ryzin, G.J., “An Analysis of Bid-Price Controls for Network Revenue Management”, *Management Science*, Vol.44, no.11, 1577-1593, 1998.
- Talluri, K.T. and van Ryzin, G.J., “A Randomized Linear Programming Method for Computing Network Bid Prices”, *Transportation Science*, Vol.33, 207-216, 1999.
- Talluri, K.T. and van Ryzin, G.J., *The Theory and Practice of Revenue Management*,

Kluwer, 2004.

Wang, X. and Wang, F., “Dynamic network yield management”, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.41, 410-425, 2007.

Weatherford, L.R. and Bodily, S.E., “A Taxonomy and Research Overview of Perishable-Asset Revenue Management: Yield Management, Overbooking, and Pricing”, *Operations Research* 40, no.5, 831-844, 1992.

Williamson, E.L., “Airline Network Seat Inventory Control: Methodologies and Revenue Impacts”, Ph.D. thesis, Flight Transportation Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, 1992.

Wollmer, R.D., “An Airline Seat Management Model for a Single Leg Route When Lower Fare Classes Book First”, *Operation Research* 40, no.1, 26-37, 1992.

國內文獻

石豐宇、郭維杰，「多席訂位與多重行程之動態艙位規劃分析」，運輸計劃季刊，卷 28，565~592 頁，民國 88 年。

石豐宇、黃瑞財，「以非均質卜桑過程建構多席航空訂位需求預測模式」，運輸計劃季刊，卷 25，665~680 頁，民國 85 年。

汪進財、張喜美，「不確定需求下鐵路列車座位之管理—台鐵訂位系統之分析」，運輸計劃季刊，卷 26，1~19 頁，民國 83 年。

汪進財、蔡言宏，「航空公司超額訂位控制策略之研究」，運輸計劃季刊，卷 30，135~164 頁，民國 90 年。

林惠卿，「旅行業團體機位分配規劃研究」，國立中央大學工業管理研究所碩士論文，民國 95 年。

陳昭宏、張有恆，「航空公司動態營收管理策略模式之研究」，運輸計劃季刊，卷 28，593~607 頁，民國 88 年。

陳雅妮，「航空公司航班課位需求與訂位艙等控管」，國立交通大學運輸科技與管理學系碩士論文，民國 90 年。

顏上堯、陳茂南，「航空公司網路機位庫存管理—混合共用容量控制策略」，運輸計劃季刊，卷 29，53~78 頁，民國 89 年。

許文秀，「考慮供給不確定性之航空貨運營收管理」，國立交通大學運輸科技與管理學系碩士論文，民國 93 年。

張智星，MATLAB 程式設計與應用，清蔚科技，民國 89 年。

張雯璋，「以解構方式求解網路營收管理問題之競價控管法」，國立交通大學運輸科技與管理學系碩士論文，民國 94 年。

網站資料

MATLAB 之工程應用，<http://bime-matlab.blogspot.com/index.html>

附錄一、MATLAB 程式語言－nlinfit 函數介紹

在資料分析中，曲線配適法(Curve Fitting)是一個重要步驟，其主要做法是經由有限的取樣點(Sample Points)，以迴歸分析的方式來建立一個數學模型，並藉由此模型來進行更進一步的預測與分析(張智星，2000)。而迴歸分析中，又分為兩個主要的類型：線性迴歸、非線性迴歸。

本研究的動態規劃模型期望收益函數估計法，其中的近似收益函數正是屬於非線性迴歸的類型(多航段模型之近似收益函數 $f_t(\mathbf{x})$ ，如公式(3.5)所示)。因此，本研究在使用 MATLAB 程式語言來進行曲線配適時，是以 nlinfit 函數來進行迴歸分析。

$$f_t(\mathbf{x}) = A_t \left(1 - \sum_{l=1}^L b_{lt} e^{-a_{lt} x_l} \right) \quad (3.5)$$

nlinfit 函數(非線性迴歸法)，主要是利用最小平方法求得非線性函數之係數，而其使用的基本語法，如下所示(MATLAB 之工程應用)：

```
beta = nlinfit(X, y, fun, beta0)
[beta, r, J] = nlinfit(X, y, fun, beta0)
[...] = nlinfit(X, y, fun, beta0, options)
```

其中 y 為回應向量， \mathbf{X} 為設計矩陣，配合所需之獨立變數，其值為一系列對應一個 \mathbf{Y} 元素。實際上， \mathbf{X} 可為任意陣列，只要 fun 這個函數接受。這個 fun 函數具有下列之型式：

```
yhat = myfun(beta, X)
```

其中，beta 為係數向量，而 \mathbf{X} 為設計矩陣。fun 回應一個適配 y 值之向量 yhat。在原來之指令中，beta0 則為係數之初值。其正確之係數值 beta 則出現在等號之左方，其殘值為 r，及 Jacobian 矩陣 \mathbf{J} 。而這些輸出參數都可以作為 nlpredci 函數指令之輸入，以估計預測值及係數值之相關誤差。

另外，參數 options 可提供輸入的控制參數，以正確執行 nlinfit 之功能。options 亦可利用 statset 函數產生。其中，options 的欄位包括：

1. MaxIter：最高容許迴圈次數，預設值為 100。
2. TolFun：殘餘平方運算終止容許值，預設值為 $1e-8$ 。
3. TolX：計算 beta 係數之終止容許值，預設值為 $1e-8$ 。
4. Display：運算期間之輸出－'off' (預設值) 或 'iter' 或 'final'

中文簡歷



中文姓名：梁宇彤

英文姓名：Liang, Yu-Tung

出生日期：西元 1982 年 12 月 19 日

聯絡地址：台北市中正區臨沂街 29 巷 5-1 號 6 樓

聯絡電話：0968-906038

E-mail : yata1219@gmail.com



簡 歷：

民國 96 年 6 月 國立交通大學 運輸科技與管理學系 碩士班 畢業

民國 94 年 6 月 國立交通大學 運輸科技與管理學系 畢業

民國 90 年 6 月 私立再興高級中學 畢業

民國 87 年 6 月 私立再興國民中學 畢業

民國 84 年 6 月 私立再興國小 畢業

LIANG, YU-TUNG

6F, No. 5-1, Lane 29, Lin-Yi St., Taipei, Taiwan, R.O.C.

Tel: 886-2-22567050

Email: yutung.tem90@nctu.edu.tw



Curriculum Vitae

Education

Sep. 2001 – Jun. 2005 **National Chiao Tung University**, Hsinchu, Taiwan, R.O.C.

Bachelor of Transportation Technology and Management

Sep. 2005 – Jun. 2007 **National Chiao Tung University**, Hsinchu, Taiwan, R.O.C.

Master of Transportation Technology and Management

Working Experience

Sep. 2004 – Jun. 2005 **National Chiao Tung University**, Hsinchu, Taiwan, R.O.C.

Distance Learning Assistant Director

Sep. 2005 – Jan. 2006 **National Chiao Tung University**, Hsinchu, Taiwan, R.O.C.

Undergraduate Teaching Assistant of **Linear Algebra**

Feb. 2006 – Jun. 2006 **National Chiao Tung University**, Hsinchu, Taiwan, R.O.C.

Graduate Teaching Assistant of **Revenue Management**

Relevant Skills

Language Fluency in Mandarin, Taiwanese, and English

Qualifications Microsoft Office (Excel, Word, PowerPoint),
SPSS, AutoCAD, PhotoShop and excellent learning ability

Programming Visual Basic, C/C++, Matlab, Mathematica

Program Humanities and Logistics Management Program

Intelligent Transportation Systems Program

Publication

Oct. 2005 “The Empirical Analysis of Revenue Management Techniques and Market Competition – A Case of Domestic Air Market in Taiwan”, accepted by 20th Annual Conference for Chinese Institute of Transportation.