



國立交通大學
經營管理研究所

碩士論文

應用 MIDAS 模型之避險效果分析

The Analysis in Hedging Effects Using
MIDAS Model

研究生：丁純蘭

指導教授：周雨田 教授

中華民國九十六年六月

應用 MIDAS 模型之避險效果分析

The Analysis in Hedging Effects Using MIDAS Model

研究生：丁純蘭

Student : Chuen-Lan Ding

指導教授：周雨田 教授

Advisor : Dr. Ray Yeutien Chou

國立交通大學
經營管理研究所
碩士論文

A Thesis

Submitted to Institute of Business and Management

College of Management

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

of

Business Administration

Taipei, Taiwan, Republic of China

中華民國九十六年六月

中文摘要

本研究針對不同財務資料特性所提出之避險模型進行評比，避險模型主要分為靜態與動態兩類，包含傳統的靜態 Naïve 模型以及線性迴歸模型(OLS)，動態模型則有 CCC 模型(Bollerslev(1990))、DCC 模型(Engle(2002))以及 MIDAS 模型(Ghysels, Santa-Clara, and Valkanov(2006a))。此外，利用 Ghysels, Santa-Clara, and Valkanov(2006b)提出之 MIDAS 模型估計投資組合的變異數，得到模型避險比率，並以美國 S&P 500 股價指數、瑞士法郎與大豆之日資料做為研究對象，進行避險效率的模型比較，實證結果顯示，在以每月避險的策略中進行避險，以線性迴歸模型的表現最好，而 MIDAS 模型的表現則不如預期。值得一提的是，本文將估計 MIDAS 模型變異數的落後期間拉長為兩年後，模型的估計效率有明顯提升。

最後，雖然 MIDAS 模型在月避險策略的表現不如預期，基於頻率的不同觀念，本文也再一次進行避險效率的模型比較，將每月避險的策略改為每週避險，結果顯示 MIDAS 模型在每週避險的策略中進行避險時，避險效率最高。模型表現也優於其他四個避險模型，可獲得較準確的投資組合避險方式，有效降低投資組合變異數，也證實 MIDAS 模型可做為週避險策略中有效率的避險模型。

致謝

關於這篇論文，首先要感謝指導教授周雨田老師，在他的幫助和指導之下，給了我許多建議以及支持，才能夠順利的完成此篇論文著作。另外要特別感謝巫春洲老師與劉炳麟學長適時的給我意見指導及鼓勵，給了我很多幫助。另外要感謝所上所有的學長姐與同學，給我很多的建議跟想法，讓我克服了許多困難，最後要感謝我的家人，因為有你們的支持，我才能一心一意的完成論文。



目錄

中文摘要	3
致謝	4
目 錄	5
表目錄	7
圖目錄	8
一、前言及文獻探討	9
二、研究動機	12
三、研究方法	
3.1 基礎模型	13
3.2 權重函數	14
3.2.1 權重函數的優點	14
3.2.2 權重函數介紹	15
3.3. 避險模型	
3.3.1 主要比較參數	16
3.3.2 模型介紹	18
四. 資料選取	23
五. 實證分析	
5.1 基本資料分析	24
5.2 變異數與共變異數之計算(MIDAS)	33
5.3 避險比率	39
5.4 投資組合變異數與避險效率	42
5.5 週避險策略之實證	
5.5.1 走勢圖與基本敘述統計分析	47

5.5.2 變異數與共變異數之計算(MIDAS)	52
5.5.3 避險比率	58
5.5.4 投資組合變異數與避險效率	61
5.5.5 樣本外預測	64
六. 結論	67
參考文獻	69



表目錄

表一. 期貨與現貨月報酬 之敘述統計量(一年落遲)	28
表二. 期貨與現貨月報酬線之敘述統計量(二年落遲)	31
表三. 權重函數之參數估計(一年落遲)	34
表四. 權重函數之參數估計(兩年落遲)	36
表五. 投資組合變異數與避險效率(一年落遲)	42
表六. 投資組合變異數與避險效率(兩年落遲)	43
表七. 期貨與現貨週報酬敘述統計量(一年落遲)	49
表八. 期貨與現貨週報酬敘述統計量(兩年落遲)	50
表九. 權重函數之參數估計(一年落遲)	54
表十. 權重函數之參數估計(二年落遲)	54
表十一. 投資組合變異數與避險效率(一年落遲)	60
表十二. 投資組合變異數與避險效率(兩年落遲)	61
表十三. 樣本外之投資組合變異數與避險效率(瑞士法郎)	65

圖目錄

圖一：日價格走勢	23
圖二：日報酬走勢	24
圖三：月報酬走勢(一年落遲)	26
圖四：瑞士法郎期貨與現貨月報酬率之直方圖(一年落遲)	27
圖五：月報酬走勢(二年落遲)	29
圖六：瑞士法郎期貨與現貨報酬率之直方圖(二年落遲)	30
圖七：MIDAS 計算月變異數之資料選取方法(一年落遲)	32
圖八：MIDAS 計算月變異數之資料選取方法(二年落遲)	33
圖九：權重函數圖形(一年落遲)	35
圖十：權重函數圖形(二年落遲)	37
圖十一：避險比率走勢圖(一年落遲)	39
圖十二：避險比率走勢圖(二年落遲)	40
圖十三：週報酬走勢(一年落遲)	47
圖十四：週報酬走勢(二年落遲)	48
圖十五：MIDAS 計算月變異數之資料選取方法(一年落遲)	52
圖十六：MIDAS 計算週變異數之資料選取方法(二年落遲)	53
圖十七：權重函數圖形(一年落遲)	55
圖十八：權重函數圖形(一年落遲)	56
圖十九：避險比率走勢圖(一年落遲)	58
圖二十：避險比率走勢圖(二年落遲)	59
圖二十一：樣本外權重函數圖形(瑞士法郎)	63
圖二十二：樣本外避險比率走勢圖(瑞士法郎)	64

一. 前言及文獻探討

目前財務經濟的領域裡，波動性(volatility)已經被廣泛的應用及探討，金融市場的波動性是金融市場風險的具體表現。波動性主要是衡量價格波動的程度，波動性越大，風險也就越大。由此指標讓投資者知道在某一期間中，某項標的資產價格波動的範圍，傳統文獻上用“每日價格變動的標準差(年化)”來當做代理變數。另外，波動性變數也被延伸至選擇權的評價中，Black - Scholes的模型將波動性引入為評價選擇權的內生變數，此為早期評價選擇權的主要模型之一。但在此時期模型假設往往簡化設定波動性為定值，此假設與市場交易的實際現象不甚合適，因此，表現波動性行程的模型也漸漸轉至於時間序列模型上的建構，過去的實證研究發現，財務資料具有大的變化常伴隨大的變化，小的變化常伴隨小的變化，也就是波動聚集性 (volatility clustering) 的現象。

Engle(1982)年提出的ARCH(Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)模型為出發，亦即自我迴歸條件異質變異模型，所謂的條件異質變異，即為波動(條件變異數)具有自我相關的屬性，亦即波動具有持續性的現象。Bollerslev (1986)的GARCH(Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)模型為ARCH模型的一般化，另外，Chou (2005)提出CARR(Conditional Autoregressive Range;自我相關條件異質)模型，主張採用變幅資料取代以往的報酬率資料做為波動性的代理變數，相關實證研究指出，在變幅基礎下的波動性預測模型之預測能力優於GARCH模型之結果，也證實了變幅相較於報酬率可以提升波動性預測模型在預測波動性的能力。另外，Brandt & Jones (2006)以變幅為基礎配適EGARCH模型，也更加強了採用變幅為波動性之代理變數可增加模型預測波動的能力的觀點。

另外，市場風險的衡量也是重要的討論議題之一，依據Markowitz(1952)所提之投資組合理論(Portfolio Selection)，投資組合之風險可分為變異數風險(非系統性風險)及共變異數風險(系統性風險)，前者可藉由多角化投資(Diversification)來規避，但共變異數風險卻無法因此而降低。此時，唯有透過期貨契約之避險功能，以基差風險取代價格風險，將風險轉移給投機者，來規避系統性風險(Systematic Risk)。而由於期貨與現貨市場間之高度相關，股價指數期貨因而可做為股票投資者之避險工具，而在從事期貨避險交易中，避險者對於避險比率(Hedge Ratio)的估計攸關整個避險過程之績效表現，在避險策略的研究中，如何適當估計避險比率亦多為學者所關注。

Ederington(1979)認為期貨之避險理論可區分成三種：傳統避險理論、選擇性避險理論及最小變異避險理論。在傳統避險中，主張完全避險，因此避險比率為一。在選擇性避險理論中，認為若不避險，則避險比率為零；若進行避險，則避險比率為一，以達完全避險。最小變異避險理論，則利用投資人所持有之現貨部位與期貨部位組成一投資組合，強調投資組合避險理論之避險比率並不是非零即一的選擇，而是以一估計之最適避險比率來進行避險，並同時考慮投資組合之報酬與風險，來說明相關之避險目的。在追求最小變異下，以現貨價差對期貨價差之普通最小平方法(Ordinary Least Squares, OLS)來計算避險比率，分別對T-Bill、GNMA兩期貨市場避險效果做比較；結果發現，最適避險比率皆小於一，此與傳統避險理論之認知不同，且避險績效和避險期間為正向關係，亦即避險期間越長，避險績效越佳。另外，當期貨價格為現貨價格之不偏估計量時，本文實證得到近月契約(nearby contract)較適合持有長部位，而遠月契約(distant contract)較適合持有短部位的重要結果。除此之外，風險過高的股票市場將會增加公司籌資的不確定性；長期而言，大多數風險趨避型的投資者，亦會因為不確定性的增加而另外尋找籌資管道與來源，往往容易導致成交量萎縮，喪失股票市場的基本功能(Edwards, 1988)。

Castelino (1990)認為以最小平方法計算的避險比率，並未考量期貨與現貨價格收斂的問題，因此他建議避險比率應對到期日做動態調整。其次，並未考慮到時間因子。因為一般迴歸方法假設現貨與期貨的風險是固定的，此意味其所產生的避險比率也被視為是固定的常數。然而，此假設與實際現象相違背，隨著新訊息的到來，每一種資產的風險將隨之改變。也就是說風險極小化所產生的避險比率是隨時間而改變的，例如Kroner and Sultan (1993)及Park and Switzer (1995)加入GARCH效應修正最適的避險比率，發現雙變量GARCH的避險效率優於Naive避險及OLS。Gagnon and Lypny (1997)比較靜態避險策略及雙變量GARCH(1,1)動態避險策略之避險有效性，結果發現動態模型之解釋能力顯著優於靜態模型。Chen, Chou, Liu & Shyy (2006)使用具有因時而異特性(Time-varying)的DCC(Dynamic Conditional Correlation)模型(Engle, 2002)，利用避險比率的計算來分析避險效果，推論出以變幅為基礎的DCC模型所計算出來的變異數低於其它模型所估計的結果，支持考慮變異數因時而異之下的動態模型所估的避險比率比一般的更有效率。

本文實證研究的主要目的是要比較不同投資策略下使投資組合報酬變異數最小的策略模式，此種避險比率為最適避險比率，最適避險策略又可分為靜態避險和動態避險，而靜態避險策略包含了OLS、Naive及CCC(Bollerslev, 1990)模型；而動態避險則包括DCC(Engle, 2002)模型及MIDAS模型。另外在資料型態方面，利用報酬率來當做波動性的代理變數，應用這個觀念配適於Ghysels, Santa-Clara, and Valkanov (2006a)所提出的MIDAS(Mixed-Data Sampling)模型中，並藉由指數、外匯市場及農產品市場的期貨與現貨交易進行避險策略方面的實證分析。

二. 研究動機

典型的時間序列模型，樣本資料的選取都為相同頻率，例如用五分鐘的歷史交易資料來預測五分鐘的波動性、利用日資料來預測每日的波動性等等。而欲預測的資料通常是和總體經濟變數相關，總體經濟變數的預測區間通常比較長，因此，諸多計量模型的發展，其目的是希望能夠預測較長時間的波動性，例如年、季、月或週波動。但是，受限到交易資料的屬性，大部分都是屬於相對較高頻率的資料，例如日以及日內資料。此種交易樣本紀錄的限制往往增加預測上的困難度。為了解決此一限制，Ghysels, Santa-Clara, and Valkanov(2006a) 提出 MIDAS(Mixed-Data Sampling)模型，該模型的特殊模型規劃可以有效地克服此一限制。

MIDAS 是一個自我迴歸時間序列模型，它引入不同資料頻率的概念，得以在自變數與應變數分屬不同的頻率之下，共同納入模型中，成功解決了資料受限的問題。再者，高頻的資料在預測結果比低頻資料的預測結果好，如果使用過去傳統的時間序列模型，也必須引入相當頻率的非日內資料(低頻資料)，預測能力往往相對降低。然而，如果引入 MIDAS 模型，即使是預測非日內資料，也可引入日內的樣本資料觀察值，進而提升模型預測的精準度。Geweke(1975)討論不同頻率的自變數，是最早與 MIDAS 類似的概念。

在資料型態部份，如前所述，報酬的資料型態常用來引入波動模型做為波動代理變數，例如日內報酬平方加總，可以當做當天日波動性的代理變數。將這樣的資料型態使用於 MIDAS 模型中，可以進行其他延伸，並將這樣的觀念引入避險分析方面的討論，直觀而言可以採用報酬資料來計算變異數以及共變異數，再與其它模型報酬型態作比較，對實證結果進行分析。

三.研究方法

3.1 基礎模型

Ghysels, Santa-Clara, and Valkanov(2006a)的 MIDAS 模型，其模型架構簡單說明如下：

$$\tilde{Q}_{t+H}^{(Hm)} = \mu_H + \phi_H \sum_{k=0}^{k \max} b_H(k, \theta) \tilde{X}_{t-k, t-k-1}^{(m)} + \varepsilon_{Ht} \quad (1)$$

$\tilde{Q}_{t+H}^{(Hm)}$: 波動性的測度

$b_H(k, \theta)$: 待估參數

$\tilde{X}_{t-k, t-k-1}^{(m)}$: 不同頻率下，樣本資料波動性

(1)式中，以 t 為起始日，t+H 代表預測第 t+H 天的波動。舉例來說，當 H=1 時，指預測明天之波動；H=5 時，指預測一週之波動；H=20 時，指預測一個月之波動，依此類推。

m 代表資料的頻率，以一天為基準，當 m=1，代表所選取的資料為日資料；當 m=288，即一天中有 288 筆資料，也代表所選取的資料為五分鐘資料(一天當中有交易的時段有 288 個五分鐘)，依此類推。

與傳統的模型比較下，MIDAS 模型有三個重要的特性，第一，應變數與自變數的資料頻率可以不同，例如，將日資料引入自變數中，即可預測單週，雙週、三週及四週頻率之應變數，此與傳統模型有很大的差異，也解決了資料受限的問題；第二，估計參數精簡。一般的估計參數如果太過於複雜，加上資料取樣較大，會增加程式計算的時間，導致計算時間過長而無效率，但在 MIDAS 模型中，自變數的估計參數 b_H (權重函數)為 的函數，因此，在較長的資料取樣中不會使參數激增，需計算的參數也不會過於龐大，權重函數之介紹將在下段說明。第三，

自變數的型態可以是幾種過去不同的報酬率型態之變數的其中之一，亦即可以隨時調整自變數的資料類型，如歷史波動率、真實波動率、報酬率、變幅等等。

3.2 權重函數

權重函數的選取在模型中扮演相當重要的腳色，在 MIDAS 的模型中，權重函數的設計與一般的時間序列模型並不相同，因此，本文將由下段文章中粗略的介紹該模型權重函數的架構，以及此架構的優點。

3.2.1 權重函數的優點

在 MIDAS 模型中，與傳統的時間序列模型相當類似，而主要不同的地方有兩點，第一點是前文所提及關於資料頻率不一致的問題，傳統的時間序列模型資料頻率是相同的，而 MIDAS 的資料頻率可以是不相同的；第二點，也是這個模型中相當重要的一點，即是 MIDAS 引入參數精簡的概念，主要利用 beta 函數，將 beta 函數當作計算模型權重係數的函數，除了 beta 函數基本假設符合權重加總等於一，函數恆正之條件外，使用此函數的優點如下：

1. 符合估計波動性之參數定義(恆正)。
2. 參數不會因為預測期間增加而激增。
3. 處理的彈性大，必要時可用其他相關的函數替代(ex. 指數函數)。

3.2.2 權重函數介紹

$$b_H(k, \theta) = \frac{f\left(\frac{k}{k_{\max}}, \theta_1, \theta_2\right)}{\sum_{j=1}^{k_{\max}} f\left(\frac{j}{k_{\max}}, \theta_1, \theta_2\right)}$$

$$f(z, a, b) = z^{a-1} (1-z)^{b-1} / \beta(a, b) \quad (2)$$

$$\beta(a, b) = \Gamma(a)\Gamma(b) / \Gamma(a+b)$$

$b_H(k, \theta)$ 為波動性測度 $Q_{t+1}^{(Hm)}$ 的函數，當 $\theta_1 = \theta_2 = 1$ 時，代表每個落後期變數之權重相等 (equally weight)，此時，若資料為高頻率時，所需計算的參數個數將會相當龐大，因此，必須將參數盡量精簡，以期能夠降低計算的參數個數與時間，這也是 Ghysels 使用 gamma 及 beta 函數做為參數 b 之函數架構的主要理由。

Ghysels, Santa-Clara, and Valkanov (2006b) 提到另一個參數 $b_H(k, \theta)$ 的算法，主要是採用指數函數代替 beta 函數來估計權重參數，估計方式如下：

$$w_d(\kappa_1, \kappa_2) = \frac{\exp\{\kappa_1 d + \kappa_2 d^2\}}{\sum_{i=1}^{\infty} \exp\{\kappa_1 i + \kappa_2 i^2\}} \quad (3)$$

此時 $w_d(\kappa_1, \kappa_2)$ 即為參數 $b_H(k, \theta)$ ，而 $w_d(\kappa_1, \kappa_2)$ 是採用指數函數為架構， d 為期數， κ_1 與 κ_2 為待估參數，Ghysels 在進行變異數估計時，所搭配的是利用指數函數來估計權重係數。本研究擬採用上述做法進行模型權重的估計，再代入 MIDAS 變異數的估計式中，做進一步的比較。

3.3. 避險模型

本文使用五個不同的靜態與動態避險模型做避險實證分析，首先，將介紹實證中主要比較參數以及參數的計算方式，之後將簡單敘述五個避險模型的模型架構。

3.3.1 主要比較參數

最適避險比率

本文計算所界定的最適避險比率，主要以買賣一單位現貨需要多少比率的期貨，來使得投資組合之變異數最小的方式計算。因此，最適避險比率 h_t^* (optimal hedge ratio) 的計算方式可定義為：

$$h_t^* = \text{cov}(s_t, f_t) / \text{var}(f_t) \quad (4)$$

s_t : 現貨報酬率

f_t : 期貨報酬率

$\text{cov}(s_t, f_t)$: 現貨與期貨的共變異數

$\text{var}(f_t)$: 期貨報酬率的變異數

投資組合變異數

另外，將一單位的現貨報酬與 h_t^* 單位的期貨報酬來組成一個避險投資組合，計算方式如下：

$$\text{Var}(s_t - h_t f_t) \quad (5)$$

此變異數越小則代表投資組合的風險越小。

避險效率

避險效率的計算方式是採用避險前的變異數與避險後變異數的差量，除上避險前的變異數而得，亦即可視為進行避險工作後風險下降的百分比，如下式：

$$\text{避險效率} = \frac{\text{Var}(N) - \text{Var}(H)}{\text{Var}(N)} \quad (6)$$

Var(N)為未避險前之現貨變異(N代表none)，而Var(H)即為採用避險策略後之投資組合變異(H代表Hedge)，由此可以計算出避險效率，此一數值越大代表風險降低越多，亦即越有效率。

3.3.2 模型介紹

避險模型主要分為兩類，一為靜態避險，包含Naive與OLS兩種；二為動態避險，包含CCC_GARCH、DCC_GARCH與MIDAS三種。

1. 靜態避險

Naive hedge strategy

估計避險係數的模型有很多種，其中最簡單的模型為Naive 避險策略。這個策略是建議投資者買入一單位現貨配合賣出一單位期貨的方式來進行避險，亦即將當天的現貨報酬與期貨報酬直接進行差分，為完全避險，故避險比率為1。

Linear regression model

靜態避險模型除了Naive避險策略以外，傳統的避險策略是採用線性迴歸模型來予以輔助：

$$s_t = \alpha + \beta f_t + \varepsilon_t \quad (7)$$

β 的估計值為OLS最小變異之避險比率，這個方法被廣泛的應用在相關文獻上。但是，OLS方法的主要缺點在於OLS之避險比率與非條件的二階動差是相依的，當變異數為time-varying時，此避險比率就無效率。但也有部分文獻支持使用OLS模型即可達到最佳避險績效，如Lien, Tse與 Tsui (2002)比較OLS法與固定相關係數的VGARCH(vector generalized autoregressive conditional heteroscedasticity)模型之避險績效，研究對象包括商品期貨及金融期貨，實證結果顯示，採用VGARCH模型所估的避險效率不如OLS模型。

2. 動態避險

The CCC-GARCH model

Bollerslev(1986)將ARCH模型擴充為一般自我迴歸條件異質變異數模型 (generalized ARCH, GARCH)，即殘差項的條件變異數取決於前期條件變異數和前期干擾項，使估計的參數變得精簡而模型也更具有彈性。GARCH的主要模型如下：

$$\begin{aligned}\varepsilon_t &= \sigma_t z_t \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 = \alpha_0 + \alpha(L)\varepsilon_t^2 + \beta(L)\sigma_t^2\end{aligned}\quad (8)$$

其中 $z_t \sim iid N(0,1)$ ， $\alpha_i \geq 0$ ， L 為落後因子 (lag operator)， ε_{t-i}^2 為干擾項的落後期數， σ_{t-j}^2 為條件變異數的落後期數。然而，線性GARCH模型並無考慮報酬率變動所帶來的訊息和波動性之間的關係。且由於資產評價和投資組合配置都涉及到許多資產，因此多變量模型的使用較適合。因此在1988年Bollerslev, et.al 提出了多變量GARCH 模型，但由於研究方法上的限制，使得條件共變異數矩陣與參數的估計變得複雜，Bollerslev (1990) 提出了固定條件相關模型 (CCC, constant Conditional correlation) 的估計方式：

$$\begin{aligned}H_t &= D_t R_t D_t \\ D_t &= \text{diag}\{r_t\}\end{aligned}\quad (9)$$

H_t 為報酬率的共變異數矩陣，由相關係數矩陣 R_t 前後各乘上一個 D_t (報酬的對角化矩陣)， r_t 為報酬率的波動變數 (volatility)。

Bollerslev(1990)為了簡化GARCH 模型之估計, 假設條件相關係數為固定, 但此假設可能太嚴格, 並不被實際資料所支持。因此, Engle (2002) 提出了動態條件相關模型, 利用兩階段估計的方法, 並且簡化了GARCH 模型裡條件共變異數矩陣的估計。

The DCC-GARCH model

Dynamic Conditional Correlation (DCC)模型是Engle(2002)所提出, 此方法包括了兩個步驟: 一、先估計每個資料的單變量GARCH; 二、使用第一步驟估計出的標準化殘差來估計DCC的參數。模型的主要的特點是time-varying的相關係數矩陣, 為一動態預測波動的模型。模型設計如下:

$$\begin{aligned}
 r_t | \Omega_{t-1} &\sim N(0, H_t), \quad H_t = D_t R_t D_t \\
 R_t &= \text{diag}\{Q_t\}^{-1/2} Q_t \text{diag}\{Q_t\}^{-1/2} \\
 Q_t &= S o (u' - A - B) + A o Z_{t-1} Z_{t-1}' + B o Q_{t-1}, \quad Z_t = D_t^{-1} \times r_t
 \end{aligned} \tag{10}$$

H_t 為報酬率的共變異數矩陣, 由相關係數矩陣 R_t 前後各乘上一個 D_t (報酬的對角化矩陣), 在上式中, I 為單位矩陣, " o " 為 Hadamard product (相同維度的兩個矩陣對應元素相乘), Q_t 為標準化殘差的共變異數矩陣, r_t 報酬率的波動變數(volatility)。

CCC與DCC模型其實相當類似, 而兩模型最大的不同點在於CCC模型的相關係數矩陣為一個常數, 而DCC模型之相關係數矩陣則為動態調整。

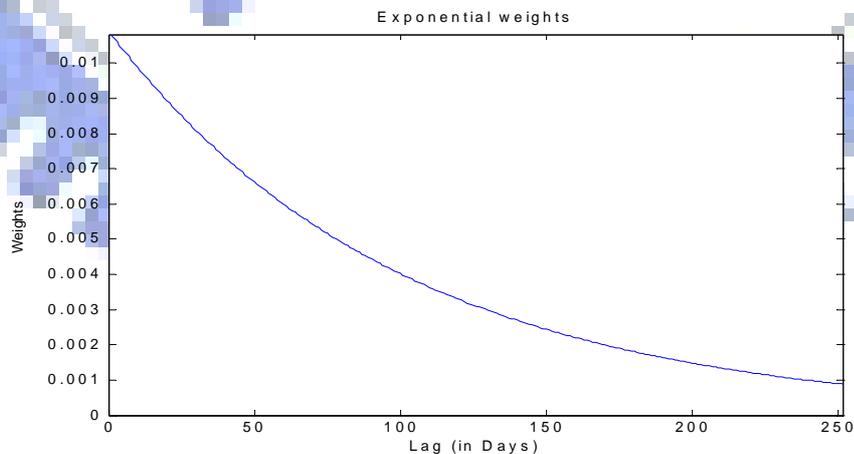
The MIDAS model

在前面的文章已說明過MIDAS的基本模型架構，在此主要針對變異數的估計方法進行說明。

Ghysels, Santa-Clara, and Valkanov(2006b)的變異數估計方法，其方式如下：

$$V_t^{MIDAS} = 22 \sum_{d=0}^{\infty} w_d r_{t-d}^2 \quad (11)$$

上式為利用日報酬率變數來進行月報酬率變異數的估計，此處的 w_d 如前述，是第(t-d)天報酬的權重估計參數，因為模型估計的落後期數為無限大在實務操作不易處理，Ghysels, Santa-Clara, and Valkanov(2006b)指出使用一年做為落後期數的基礎，不會有太大的估計偏誤，並且採用252天做為落後期來估計月報酬，值得一提的是，Ghysels, Santa-Clara, and Valkanov(2006b)計算出權重參數 κ_1 與 κ_2 分別是-0.01與0，而學生將此權重函數的圖形描繪出來，如下圖所示：



由上圖可發現該權重函數到252天時突然被截斷，並沒有完全趨近於零，因此，本研究基於計量的完整性另外又加上另一個長度的落後期數，即兩年落後(504天)期做為比較的依據，來進行變異數與共變異數的估計。其中， r 為日報酬，在上式中，為了利用日報酬計算月報酬，故乘上22進行月化，由(11)式可推得MIDAS之共變異數 C_t 的估計方式為：

$$C_t^{MIDAS} = 22 \sum_{d=0}^{\infty} w_d r_{t-d}^s r_{t-d}^f \quad (12)$$

(r_{t-d}^s 為第(t-d)天現貨的報酬， r_{t-d}^f 為第(t-d)天期貨的報酬)

將兩種計算出的變異數(252期落後期與504期落後期)與共變異數利用避險比率的計算方式相除以後，可得到該模型之最適避險比率。

本篇論文中，利用上述公式計算各個模型之避險比率後，再計算投資組合的變異(及期貨與現貨之投資組合)及避險效率，針對上述五個不同的模型來做實證，依結果做進一步的比較。

四. 資料選取

在資料選取方面，本文選取三種不同交易資料的期貨與現貨，包括代表金融指數的期貨與現貨價格資料-S&P500 (SP)、代表外匯市場的外匯期貨與現貨的瑞士法郎(Swiss Franc ,SF)和代表農產品的期貨與現貨的大豆(Soybean)來進行實證比較，資料來源為datastream。樣本期間為1986年1月4日到2005年12月30日，一共5,212個日資料觀察值。利用本文所界定的日報酬率變數，計算公式如下：

$$100 \times \log(P_t^{close} / P_{t-1}^{close}) \quad (13)$$

P_t^{close} 為第t天之收盤價，在此，採用日資料是因為MIDAS模型的特點為可以使用高頻率的變數去預測低頻率的變數，而高頻率的資料所包含的資訊遠比低頻率資料來的多，在這個特性下，模型的預測能力可以因為使用較高頻率的變數而提高。

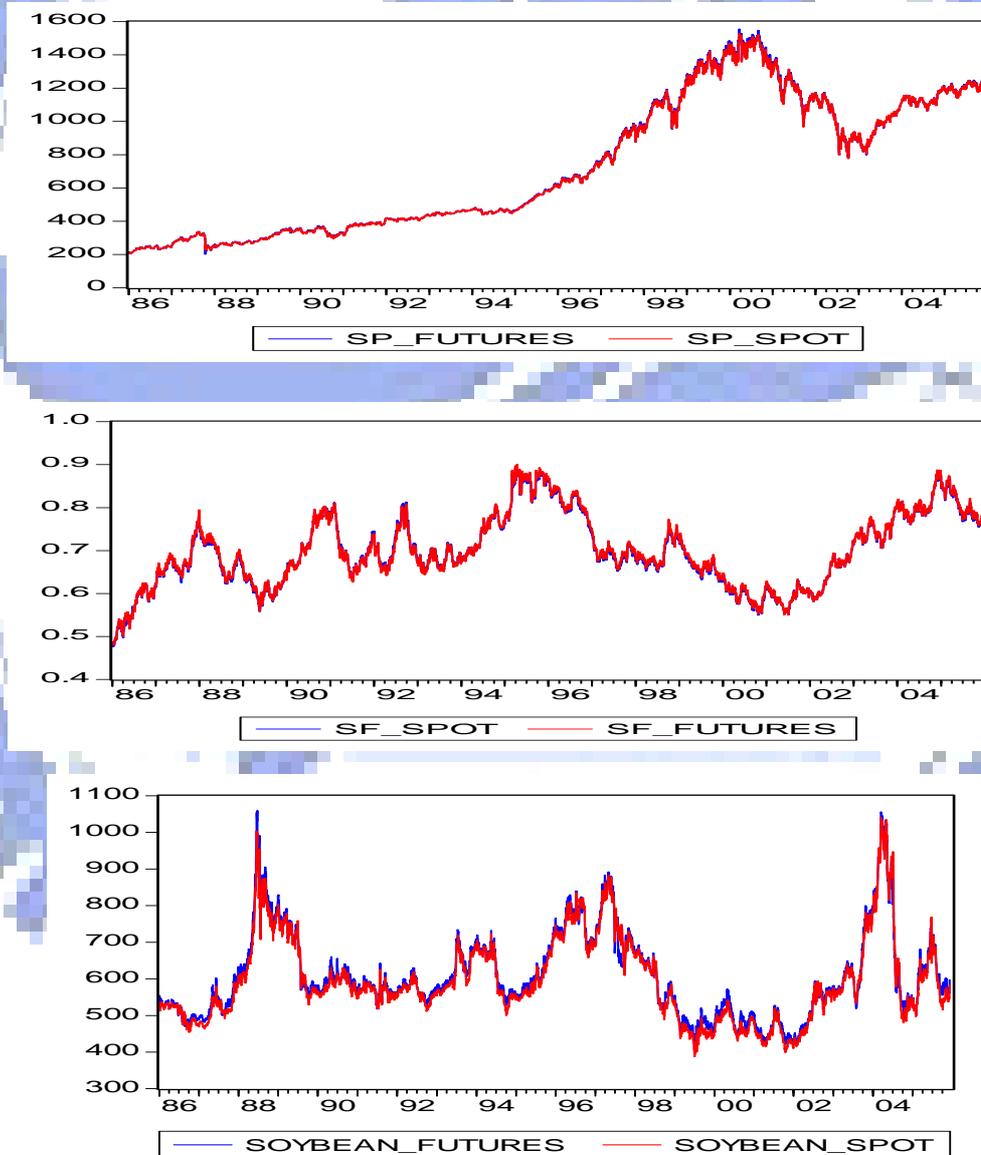
在月報酬方面，計算方式是假設一個月中包含22天之交易日，將此22天交易日之日報酬加總，即為當月之月報酬，計算月報酬的主要目的是要代入計算投資組合變異以及除了MIDAS模型之外的其他模型計算之所需。

另外，使用期貨資料的原因是因期貨資料較現貨似乎更能反應市場訊息，以及避險工作較容易進行，反應的訊息也較完全。

五. 實證分析

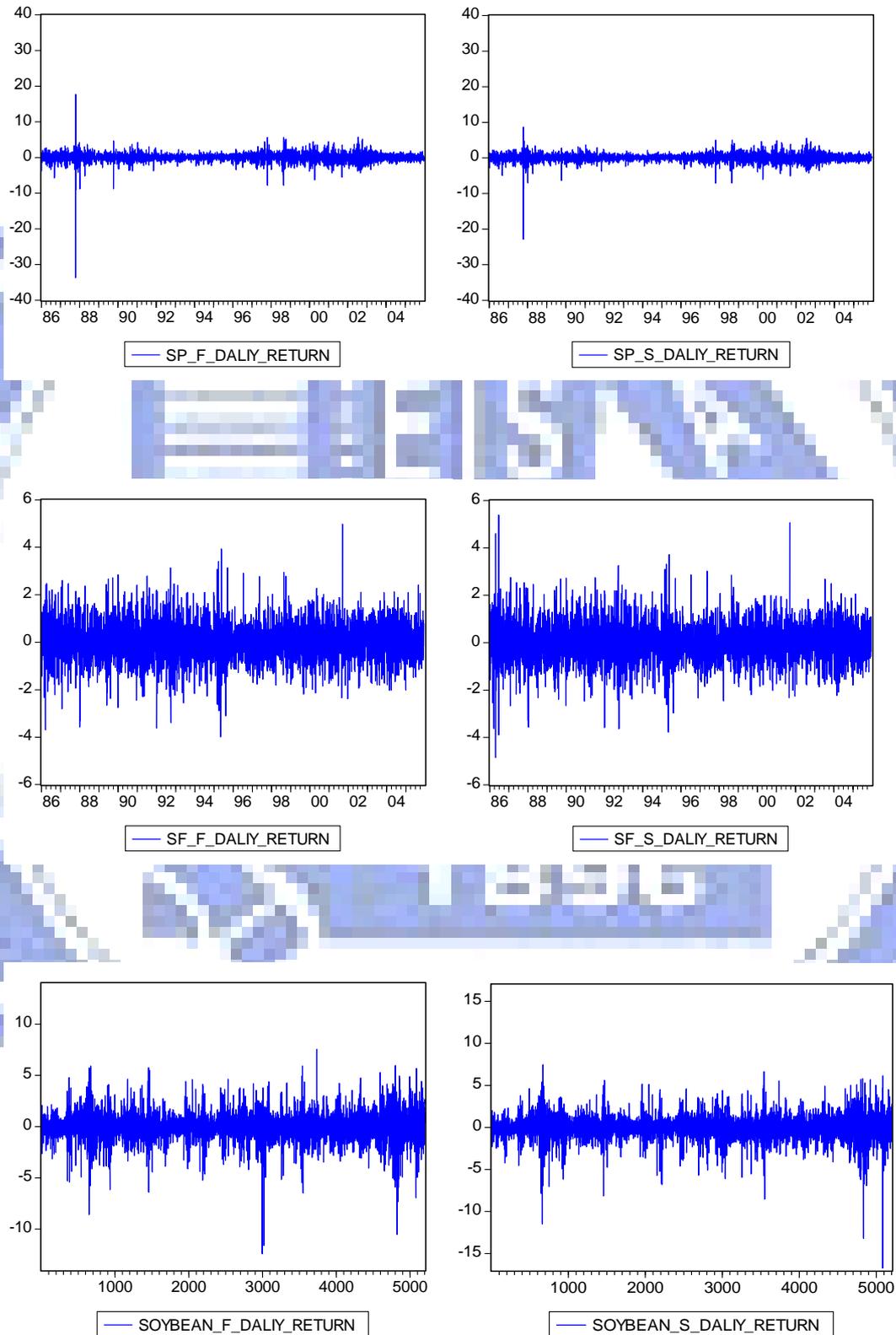
5.1 基本資料分析

首先,原始資料的期現貨價格如圖一,如圖所示,圖一中第一個圖為 SP_SPOT 與 SP_FUTURES 分別代表 S&P500 之現貨與期貨之價格走勢。圖一中另外兩個圖形即分別代表瑞士法郎與大豆之期貨與現貨走勢,由圖可看出三種資料的期貨與現貨價格走勢都相當接近。



圖一:日價格走勢

而我們將原始資料經由轉換成為日報酬資料，顯示於圖二，而由圖形觀察可知，期貨報酬的波動性往往會大於現貨報酬的波動。



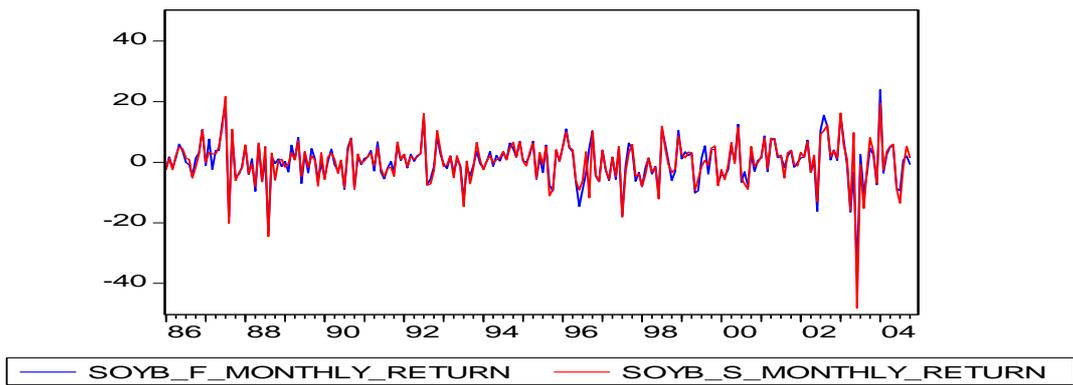
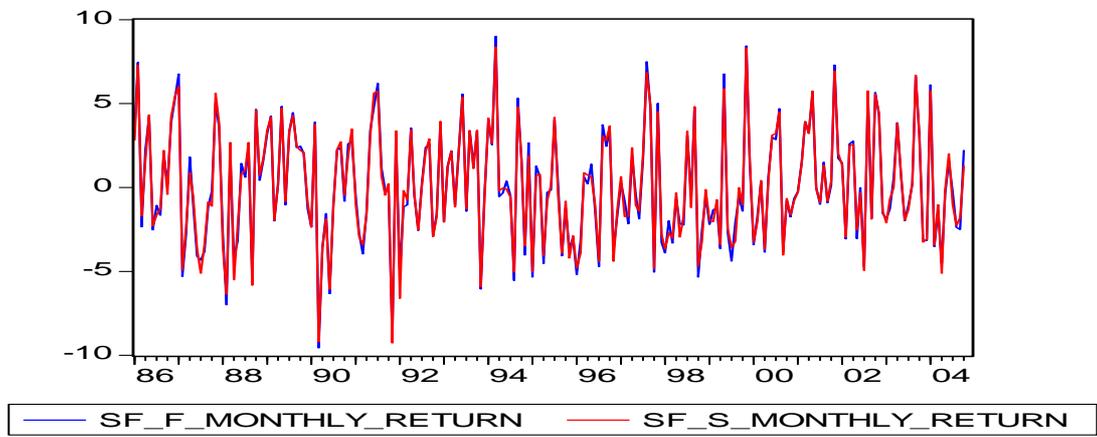
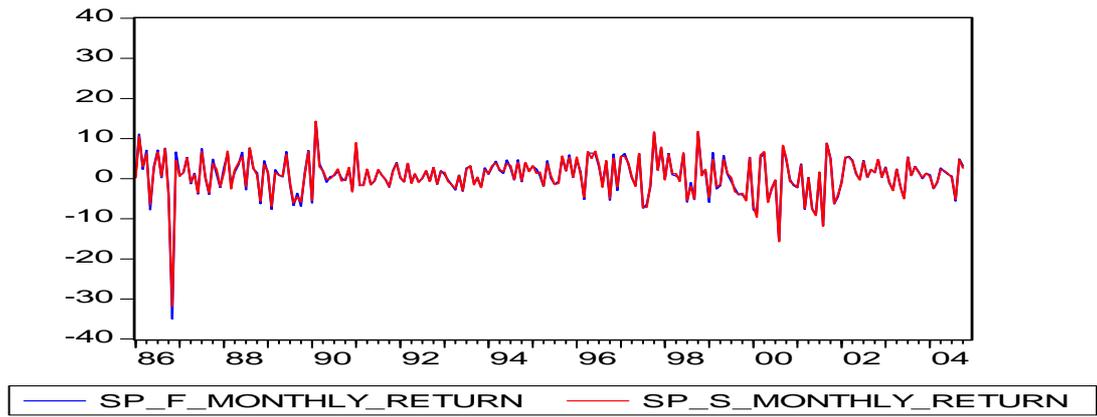
圖二. 日報酬走勢

本文假設每月有 22 天，利用加總每月 22 日的日報酬率來當做該月的月報酬率，再將此月報酬率放入投資組合中做避險後各模型投資組合變異數的計算，因此，我們必須分析月報酬率的走勢，進一步了解月報酬波動的波幅是否與日報酬有差異，而月報酬波動幅度的大小也可能影響實證結果。

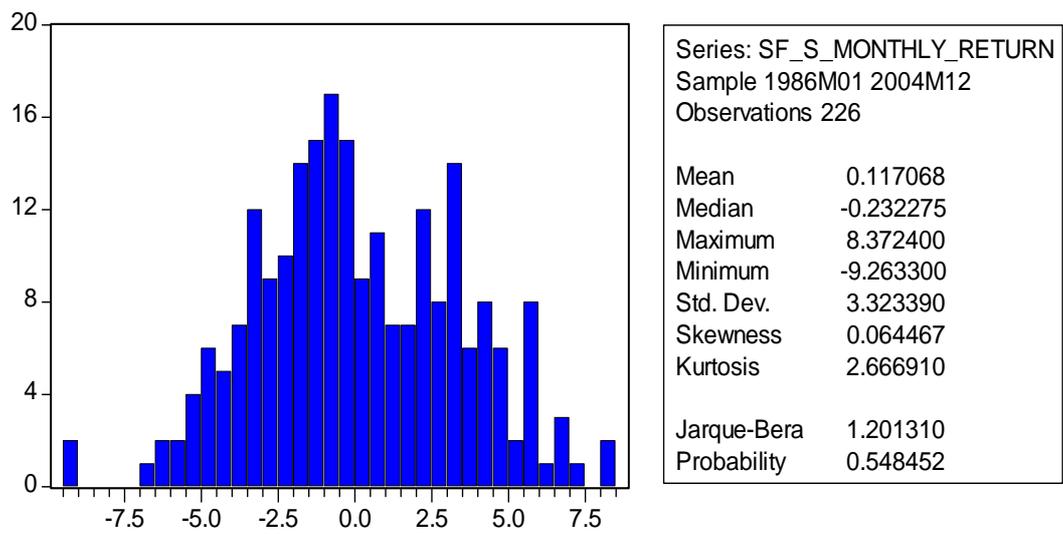
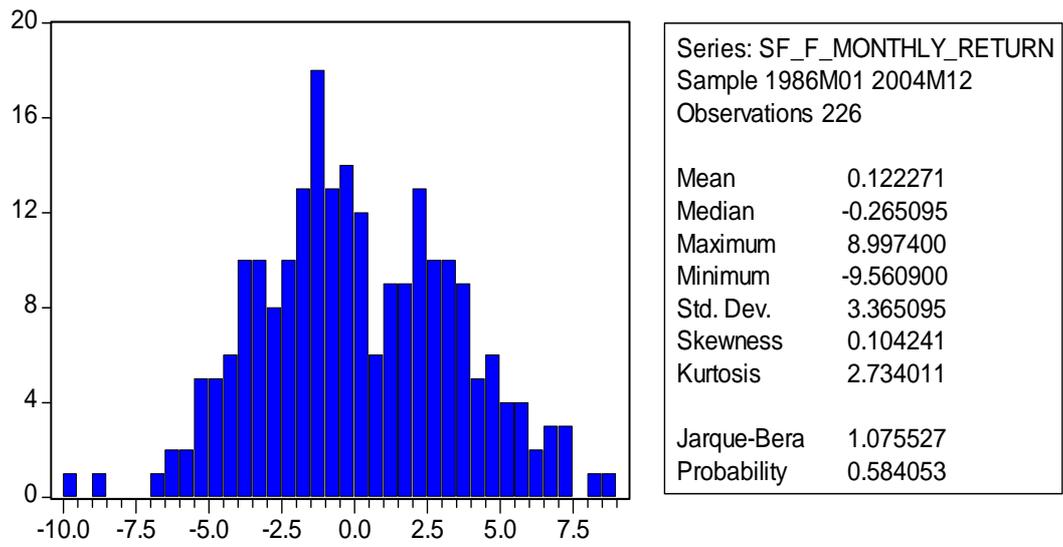
在加總的月報酬分析方面，前文有提及因為一年的落後期數使得權重函數可能呈現一個被切斷的狀態，因此加入兩年的落後期來做比較。將此區分為兩個部分，第一個部分是採用 252 筆日報酬為落後期所計算出的月報酬，第二個部分是採用 504 筆日報酬為落後期所計算出的月報酬。

(1) 第一部分-一年落遲

圖三為 S&P500、瑞士法郎與美元兌換匯率以及大豆的月報酬走勢圖，如圖，與日報酬率相似，期貨報酬率與現貨報酬率的走勢也相當一致。表一整理出相關的敘述統計值。首先，平均數、中位數、最大值與最小值，於期貨與現貨的統計數據中並沒有太大的差異。其次，除了大豆之外，期貨的波動(標準差)大致上都比其對應的現貨來得高，最後，在常態分配的檢定上，使用 Jarque-Bera 的檢定統計量來做是否為常態分配的依據，由表知 S&P500 與大豆的期貨與現貨都明顯拒絕常態分配的假設，唯有瑞士法郎的期貨與現貨報酬率資料，不拒絕常態分配的假設，其報酬率的直方圖如圖四所示，是呈現接近常態分配的走勢。



圖三.月報酬走勢(一年落遲)



圖四. 瑞士法郎期貨與現貨月報酬率之直方圖(一年落遲)

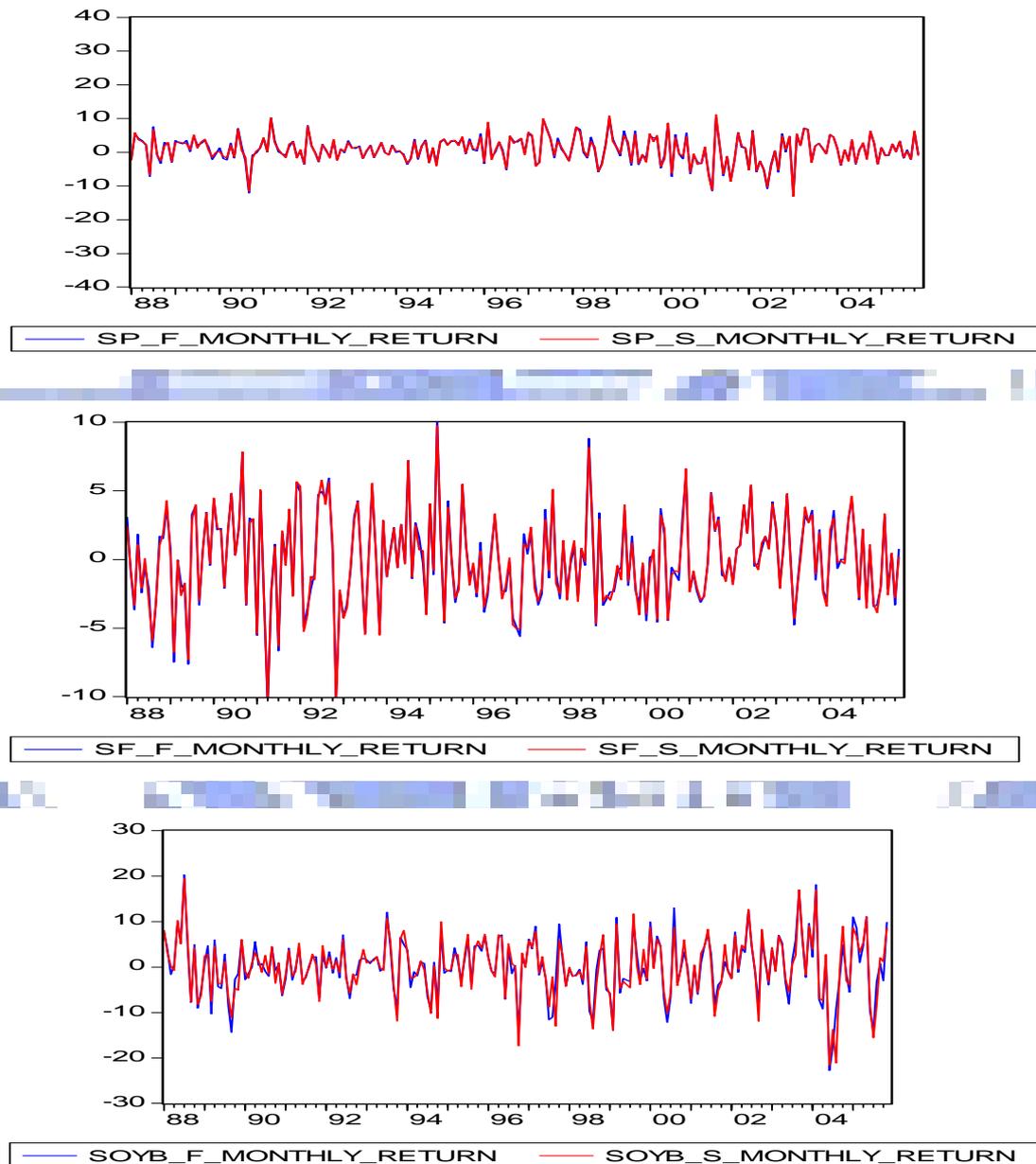
表一. 期貨與現貨月報酬之敘述統計量(一年落遲)

	S&P 期貨	瑞士法郎期貨	大豆期貨
平均數	0.7308	0.1223	0.0806
中位數	1.0376	-0.2651	0.5773
最大值	14.2960	8.9974	23.8712
最小值	-34.9850	-9.5609	-36.6812
標準差	4.9168	3.3650	6.7512
偏態係數	-1.8176	0.1042	-0.7364
峰態係數	14.6447	2.7340	7.4873
Jarque-Bera	1401.3340	<u>1.0755</u>	210.0440
(P 值)	(0.000)***	<u>(0.584)</u>	(0.000)***
	S&P 現貨	瑞士法郎現貨	大豆現貨
平均數	0.7257	0.1171	0.0813
中位數	0.9616	-0.2323	0.8264
最大值	14.2930	8.3724	21.7032
最小值	-31.6970	-9.2633	-48.1004
標準差	4.7338	3.3234	7.1497
偏態係數	-1.5594	0.0645	-1.5234
峰態係數	12.3880	2.6669	12.1685
Jarque-Bera	921.4740	<u>1.2010</u>	879.0041
(P 值)	(0.000)***	<u>(0.548)</u>	(0.000)***

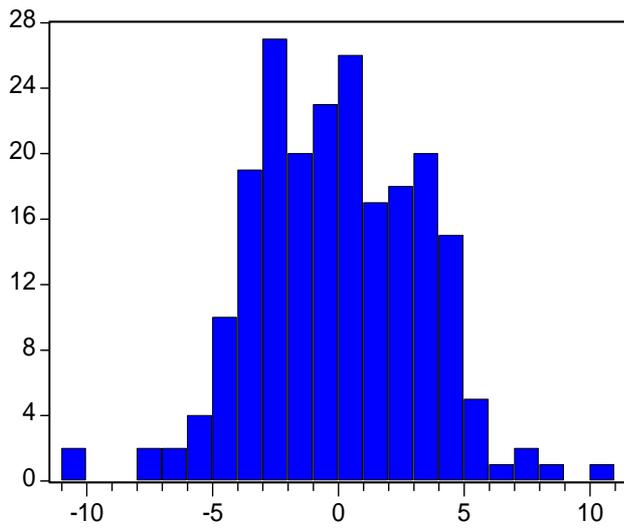
(***代表 P 值<0.01)

(2) 第二部分-兩年落遲

圖五為 S&P500、瑞士法郎與美元兌換匯率及大豆的月報酬走勢圖，而表二也列出基本敘述統計量。而此部分大致上的推論與一年落遲的情況下相似。如圖六所示，瑞士法郎期貨報酬率與現貨報酬率仍然呈現接近常態的分配。



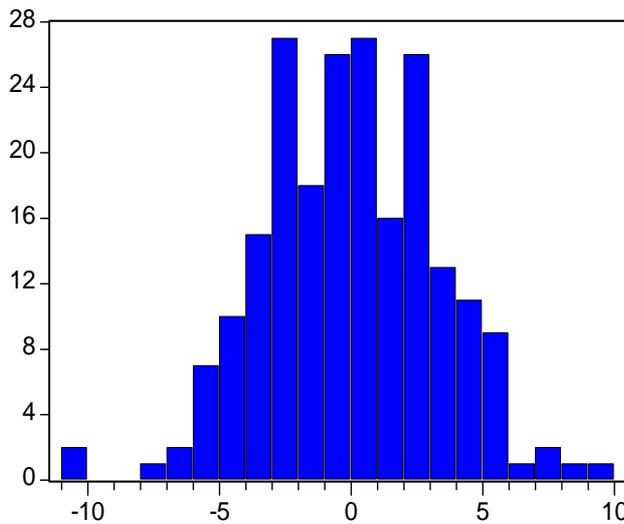
圖五. 月報酬走勢(二年落遲)



Sample 1988M01 2005M12
Observations 215

Mean	0.018112
Median	-0.031255
Maximum	10.23600
Minimum	-10.67300
Std. Dev.	3.315969
Skewness	-0.041366
Kurtosis	3.316480

Jarque-Bera	0.958582
Probability	0.619222



Series: SF_S_MONTHLY_RETURN
Sample 1988M01 2005M12
Observations 215

Mean	0.016090
Median	-0.094014
Maximum	9.740100
Minimum	-10.59900
Std. Dev.	3.286748
Skewness	-0.031615
Kurtosis	3.240775

Jarque-Bera	0.555151
Probability	0.757618

圖六. 瑞士法郎期貨與現貨報酬率之直方圖(二年落遲)

表二. 期貨與現貨月報酬綠之敘述統計量(二年落遲)

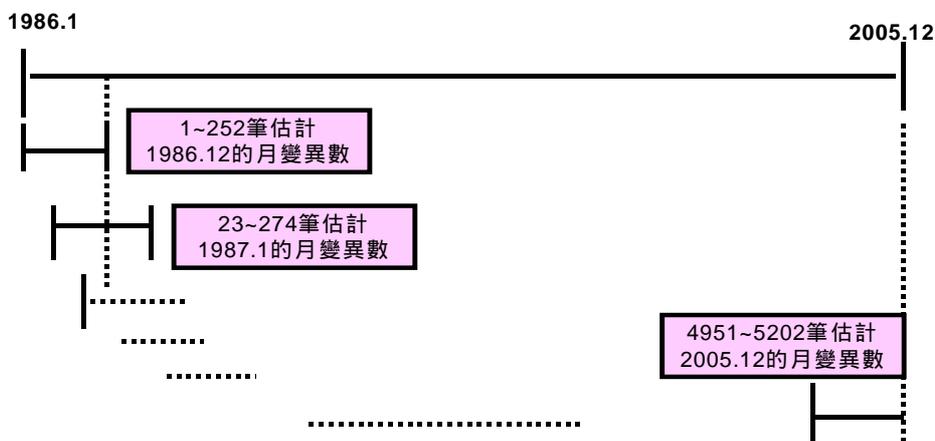
	S&P 期貨	瑞士法郎期貨	大豆期貨
平均數	0.7739	0.0181	0.0449
中位數	0.8470	-0.0312	-0.0499
最大值	10.2680	10.2360	20.2478
最小值	-12.6350	-10.6730	-21.6089
標準差	3.9900	3.3160	6.2662
偏態係數	-0.3963	-0.0041	-0.1349
峰態係數	3.7825	3.3165	3.9641
Jarque-Bera	11.1110	<u>0.9590</u>	8.9778
(P 值)	(0.004)***	<u>(0.619)</u>	(0.01)***
	S&P 現貨	瑞士法郎現貨	大豆現貨
平均數	0.7719	0.0161	0.0531
中位數	0.8145	-0.0940	0.0000
最大值	11.1240	9.7401	19.5006
最小值	-13.0880	-10.5990	-21.6089
標準差	3.9209	3.2867	6.3545
偏態係數	-0.3486	-0.0316	-0.3315
峰態係數	3.9712	3.2408	3.9992
Jarque-Bera	12.8060	<u>0.5550</u>	12.8804
(P 值)	(0.002)***	<u>(0.758)</u>	(0.001)***

(***代表 P 值<0.01)

5.2 變異數與共變異數之計算(MIDAS)

在 MIDAS 方法之下，可以計算變異數與共變異數，這部分我們一樣區分為一年落遲與兩年落遲來解說。一年落遲所選取的資料區間方式如圖七所示，選取的方式以抓取一年資料為估計期來計算該期間最後一個月的月變異數，然後，向後移動 22 筆資料，再取樣 252 天以計算此區間內最後一個月的月變異。舉例來說，第 1~252 筆的資料估計該區間最後一個月的月變異數，也就是 1986 年 12 月的月變異數，第 23~274 筆的資料估計該區間最後一個月的月變異數，也就是 1987 年 1 月的月變異數，依此類推。

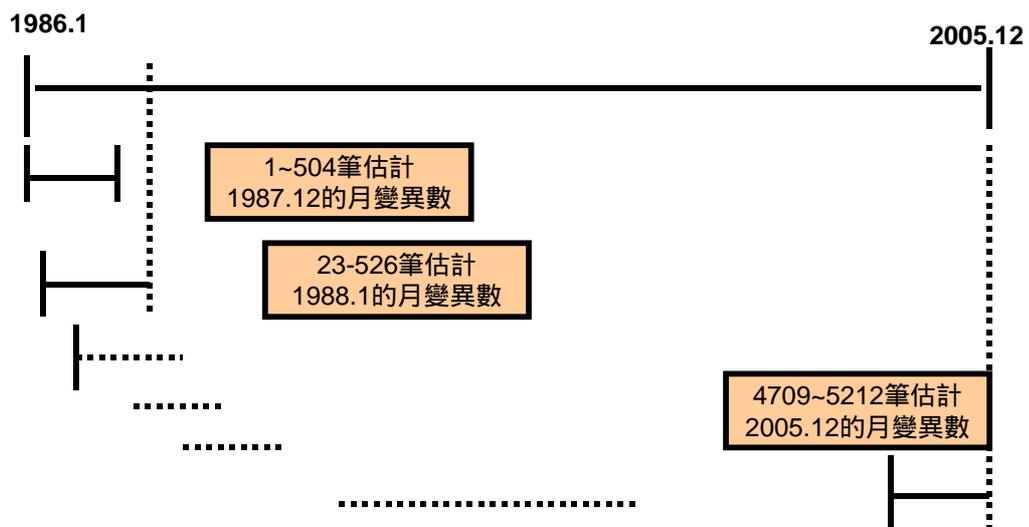
資料選取 (一年落遲)



圖七. MIDAS 計算月變異數之資料選取方法 (一年落遲)

同理，二年落遲所選取的資料區間方式如圖八所示，選取的方式以抓取兩年資料為估計期來計算該期間最後一個月的月變異數，而後，向後移動 22 筆資料，再取樣 252 天以計算此區間內最後一個月的月變異。舉例來說，第 1~504 筆的資料估計該區間最後一個月的月變異數，也就是 1987 年 12 月的月變異數，第 23~526 筆的資料估計該區間最後一個月的月變異數，也就是 1988 年 1 月的月變異數，依此類推。

資料選取(2年落遲)



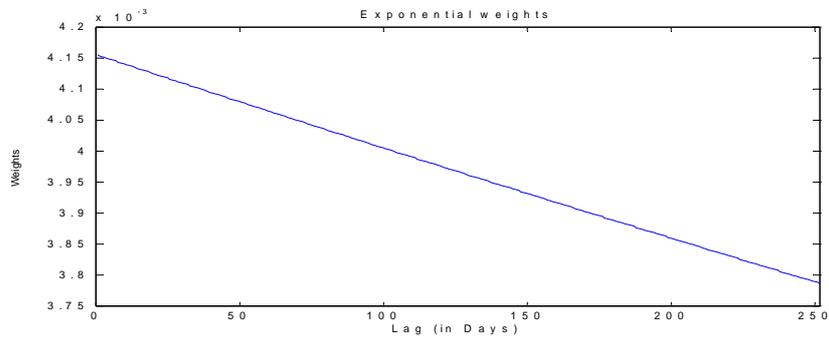
圖八. MIDAS 計算月變異數之資料選取方法(二年落遲)

下方圖示(圖九)代表權重函數的圖形,因每組資料(S&P 瑞士法郎與大豆)所選取的權重之估計參數(即 κ_1 與 κ_2)並不相同,因此各組資料的權重參數 κ_1 與 κ_2 都要分別求取,一共有六組參數。在此簡述 κ_1 與 κ_2 之求法,可以利用迴圈的設計將 κ_1 與 κ_2 各 1000 個值帶入 MIDAS 的變異數與共變異數估計,計算出避險比率後代入投資組合計算投資組合變異數,取變異數最小時所對應的 κ_1 與 κ_2 ,此即為該資料的估計參數。另外,在 Ghysels, Santa-Clara, and Valkanov(2006b)建議可以帶入 $\kappa_1=-0.01$ 和 $\kappa_2=0$,而經過代入參數值後,發現 $\kappa_2=0$ 時大部分會使投資組合變異數為最小,因此沿用 Ghysels, Santa-Clara, and Valkanov(2006b)的 $\kappa_2=0$ 這個部分,而 κ_1 則取 1000 個值帶入權重函數,再帶入投資組合變異數做比較;本文所估計的參數如表三所示:

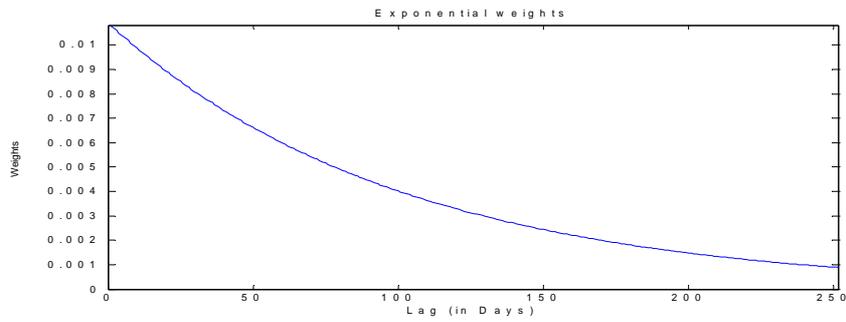
表三. 權重函數之參數估計(一年落遲)

資料類型	κ_1	κ_2
S&P	-0.0037	0
瑞士法郎	-0.01	0
大豆	-0.006	0

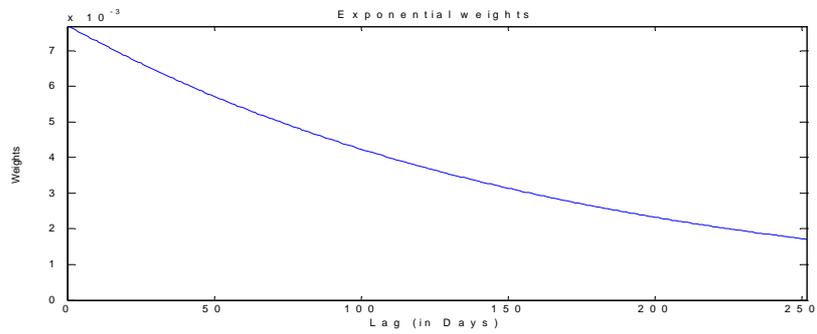
sp_weight(k1=-0.00037,k2=0)



sf_weight(k1=-0.01,k2=0)



soyb_weight(k1=-0.006,k2=0)



圖九. 權重函數圖形(一年落遲)

由上圖(圖九)，可以明顯看出，權重函數呈現遞減的形式，並且當落後期越長，權重係數估計值也越小，符合長記憶形式的假設，但當落後期為 252 天時，若以 $\kappa_1 = -0.01$ ， $\kappa_2 = 0$ 為參數之權重函數為例，權重函數好像被切尾一般，沒有與零非常接近，而切掉的那個部分也可能影響估計結果，因此值得再增加一年的落遲項，也就是落後期為兩年之下，再進行估計一次。同理，與先前估計方式相同，將 $\kappa_2 = 0$ 代入參數值後，發現 $\kappa_2 = 0$ 同樣會使投資組合變異數為最小，因此延用前述(一年落遲)的估計方式，將兩年落後期的估計參數列於表四：

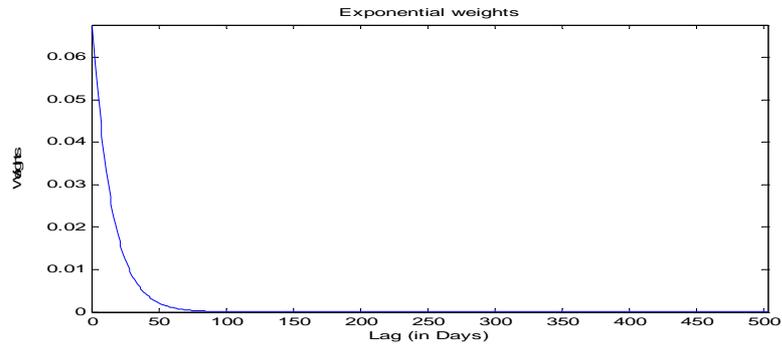
表四. 權重函數之參數估計(兩年落遲)

資料類型	κ_1	κ_2
S&P	-0.07	0
瑞士法郎	-0.0055	0
大豆	-0.1	0

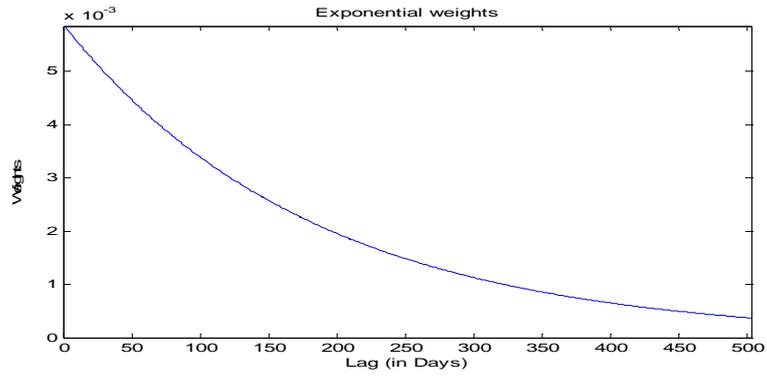
圖十也同樣畫出取樣的圖示以及權重函數的圖形，可以明顯看出，在權重函數的部分，切尾的情形明顯改善許多。

利用上述估計出的權重參數，帶入權重函數，即可推得 MIDAS 模型下所設定的變異數與共變異數估計值。

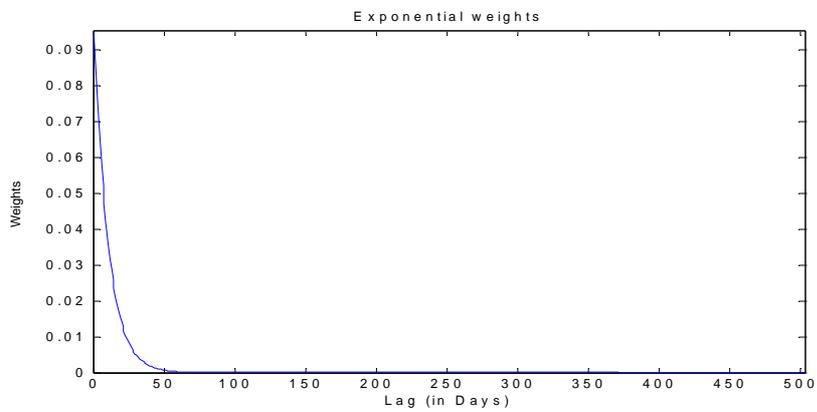
sp_weight(k1=-0.07,0)



sf_weight(k1=-0.0055,k2=0)



soyb_weight(k1=-0.1,k2=0)

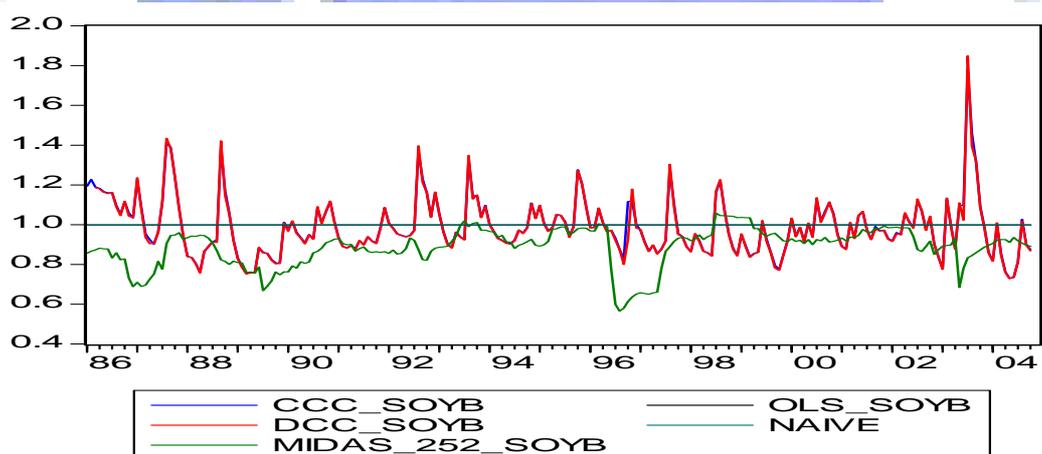
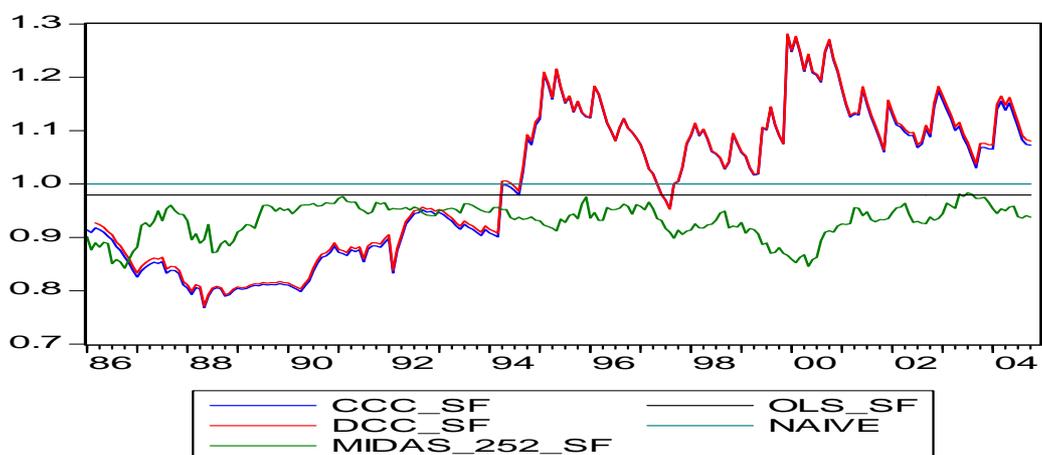
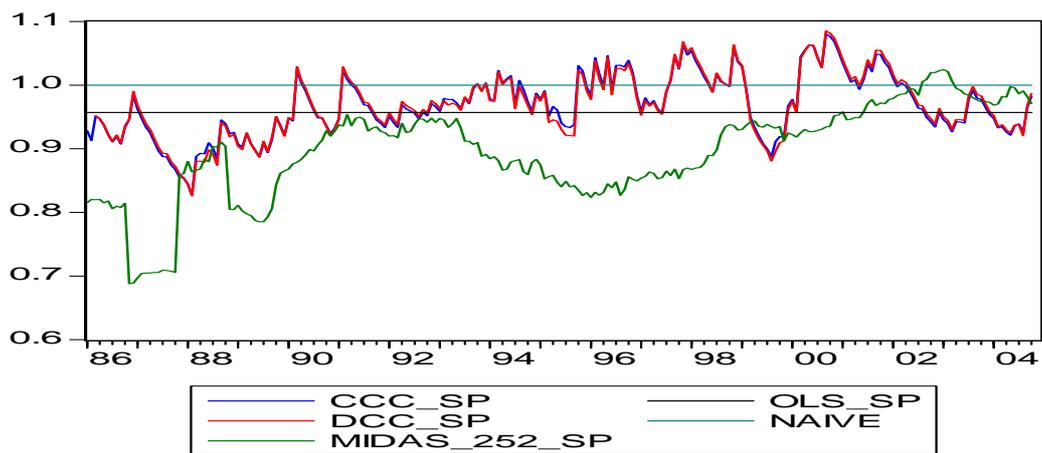


圖十. 權重函數圖形(兩年落遲)

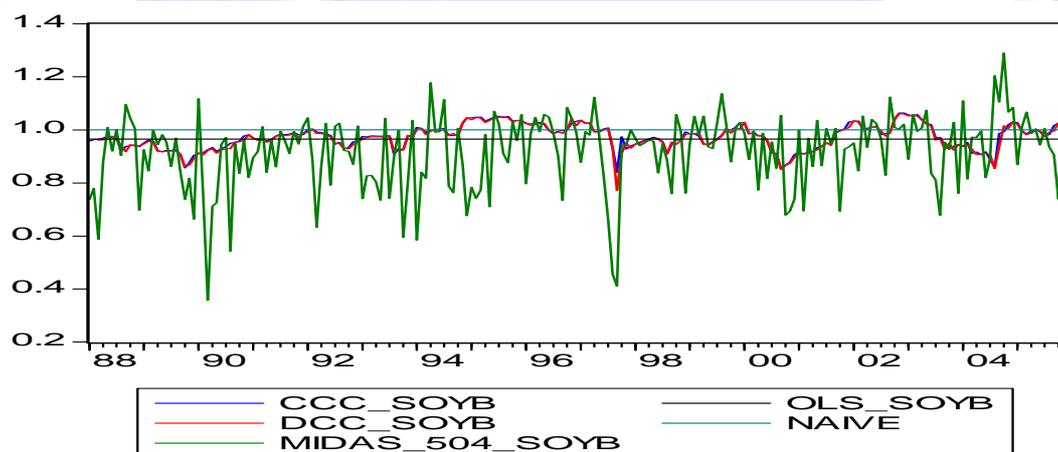
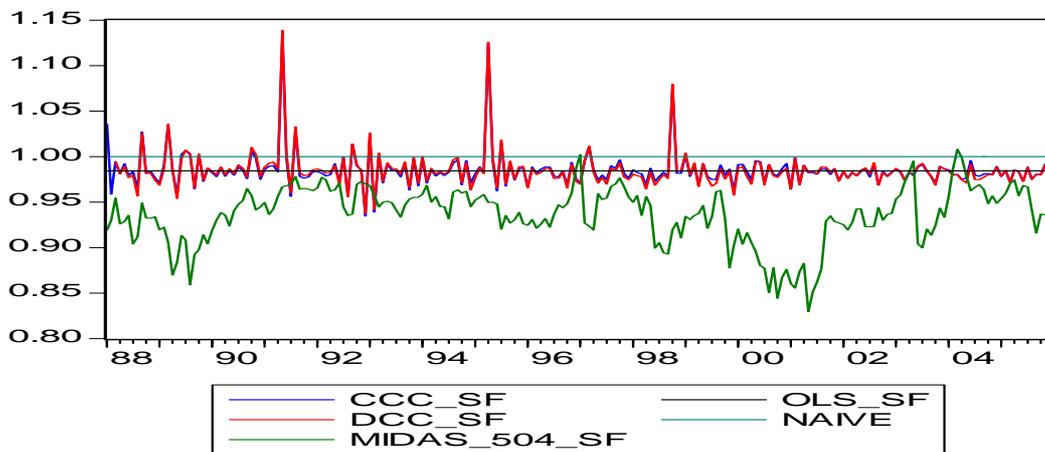
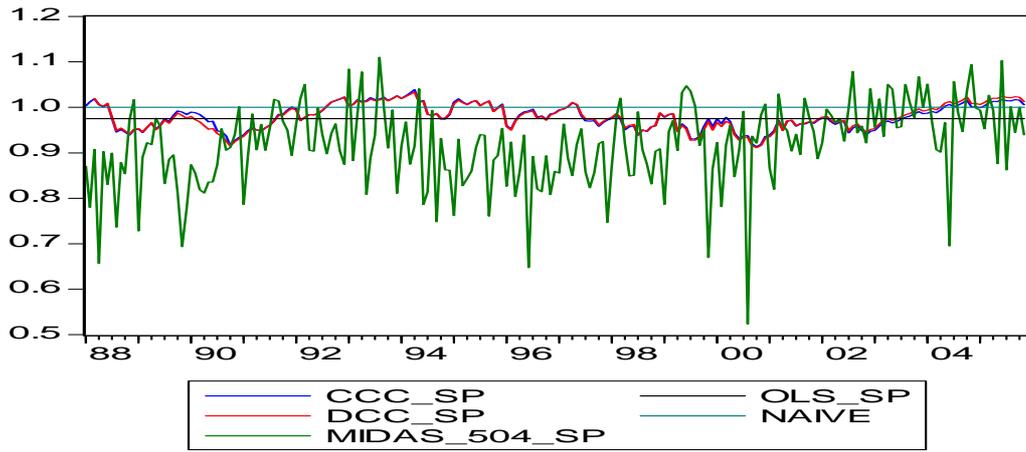
5.3 避險比率

在避險比率的部分，Naive 避險模型主要設定避險比率為 1，而 OLS 則是設定為 OLS 方程式的 β 值。另外，CCC、DCC 及 MIDAS 的避險比率計算方式則如前述，由共變異數除以變異數而得，如圖十一，為五個模型的避險比率走勢圖。在正常的狀況下，動態避險比率應該依附在線性 OLS 的避險比率上下波動，由一年落遲的避險比率圖形可看出，DCC 模型與 CCC 模型的走勢大致相同，都是繞著 OLS 的避險比率上下震盪，但 MIDAS 的避險比率卻大部分都在 OLS 的下方，由此也可看出，MIDAS 在一年落遲之估計期的避險效果上可能不佳。

而兩年落遲的部分，如圖十二，相較於一年落遲的比較可發現，兩年落遲的 MIDAS 避險比率在大豆及 S&P 上有明顯依附 OLS 上下波動，而瑞士法郎也有小幅改善。從這裡也可看出，將落後期延長為兩年，以日報酬預測月變異數與共變異數這樣的資料型態設定方面，可能可以得到比一年落遲更好的結果。



圖十一. 避險比率走勢圖(一年落遲)



圖十二. 避險比率走勢圖(兩年落遲)

5.4 投資組合變異數與避險效率

一般而言，投資組合變異數越小則避險效率值越大，如表五所示，在一年落遲的模型中，變異數值在 S&P 與瑞士法郎中是線性迴歸模型(OLS)最小，分別為 0.27501 與 0.18131，而大豆則是由 CCC 模型的變異數值最小，為 5.6440；而 MIDAS 模型的投資組合變異數值在 S&P 中則是遠大於線性迴歸模型與其他模型，大豆的變異數值也較其他各模型來得大，整體效果不佳。在避險效率值方面，線性迴歸模型在 S&P 與瑞士法郎模型中的避險效率最好，高達 98.77% 以及 98.36%，而 CCC 模型則是在大豆中表現最佳，達 87.08%。

在兩年落遲方面，結果如表六所示，如同一年落遲，變異數值在 S&P 與瑞士法郎中是線性迴歸模型(OLS)最小，分別是 0.2223 及 0.14084；而大豆的變異數值 MIDAS 模型中數值最小，為 3.5832。在 MIDAS 部分，比較 S&P 與大豆在一年落遲與兩年落遲的變異數，可看出大幅改善，這也呼應了在避險比率分析時提及的狀況，兩年落遲之避險比率圍繞線性迴歸模型上下波動的結果。

表五. 投資組合變異數與避險效率(一年落遲)

註:計算方式為 $Var(H) = Var(s_t - h_t f_t)$, 資料頻率為月資料

	S&P	瑞士法郎	大豆
Naïve	0.3200	0.1861	5.6513
OLS	<u>0.2750</u>	<u>0.1813</u>	5.6512
DCC	0.2873	0.3691	5.9464
CCC	0.2863	0.3703	<u>5.6440</u>
MIDAS	0.6584	0.2154	6.6112

一年估計期-月避險

註:計算方式為 $effectiveness = [Var(N) - Var(H)]/Var(N)$, 資料頻率為月資料

	S&P	瑞士法郎	大豆
Naïve	0.9857	0.9832	0.8894
OLS	<u>0.9877</u>	<u>0.9836</u>	0.8895
DCC	0.9872	0.9666	0.8837
CCC	0.9872	0.9665	<u>0.8896</u>
MIDAS	0.9706	0.9805	0.8708

一年估計期-月避險

表六. 投資組合變異數與避險效率(兩年落遲)

註:計算方式為 $Var(H) = Var(s_t - h_t f_t)$, 資料頻率為月資料

	S&P	瑞士法郎	大豆
Naïve	0.2316	0.1434	3.6645
OLS	0.2223	0.1408	3.6191
DCC	0.2457	0.1467	3.9599
CCC	0.2460	0.1486	3.9249
MIDAS	0.3337	0.1711	3.5832

二年估計期-月避險

註:計算方式為 $effectiveness = [Var(N) - Var(H)]/Var(N)$, 資料頻率為月資料

	S&P	瑞士法郎	大豆
Naïve	0.9849	0.9867	0.9093
OLS	0.98554	0.9870	0.9104
DCC	0.9840	0.9864	0.9019
CCC	0.9840	0.9862	0.9028
MIDAS	0.9783	0.9842	0.9113

二年估計期-月避險

綜合上述，大致上可以得到以下三點推論：

1. 利用 MIDAS 做避險分析時，資料取兩年落遲較一年落遲佳

Ghysels, Santa-Clara, and Valkanov(2006b)曾提出 252 筆日資料估計月變異數已經足夠，而在本文中，避險的效果在使用兩年落遲(504 筆)的估計結果明顯比一年落遲(252 筆)佳，因此，本文認為資料取兩年落遲在避險分析的模型計算上應該比較合理。

2. 線性迴歸模型(OLS)在以月的頻率避險的方法上，效果較佳

無論是在一年落遲或兩年落遲，OLS 的投資組合變異數平均最小，避險效率值平均最高。這或許是因為在月報酬的波動已經相當平緩(smooth)，因此靜態避險已能捕捉月報酬大部分的波動，所以避險效果反而會比動態避險來得好。

3. MIDAS 在利用日報酬估計月變異數之方法下的避險結果不佳

在 MIDAS 模型上，此模型的設計原理大致上就是要比其他過去的傳統模型納入更多傳統時間序列模型無法納入的歷史資訊，經由這些過去的歷史資訊，大部分是採用高頻率的歷史資料，預測頻率較低的波動，但是在本文使用日報酬率估計月變異數的架構中，MIDAS 似乎無法得到較好的結果，甚至相較於其他模型是較差的，在月報酬波動已經呈現平緩的狀態下，相較於 DCC 模型，雖然 MIDAS 也為動態避險，但它使用比其他動態避險模型更多的歷史資訊，因此可能是此模型納入多餘的雜訊(noise)，造成估計結果不佳。

然而，針對上述的第三點推論，MUDAS 的避險效果雖然不如預期，但本文認為效果不佳的主要原因，與資料所預測的頻率有高度相關，因此，接下來本文將改變欲預測的資料頻率，同樣以日報酬的原始資料，來估計頻率相對較高(與月變異比較)的週變異數，將避險策略由月避險的方式改為週避險的策略，並且進行與上述相同步驟的實證研究。

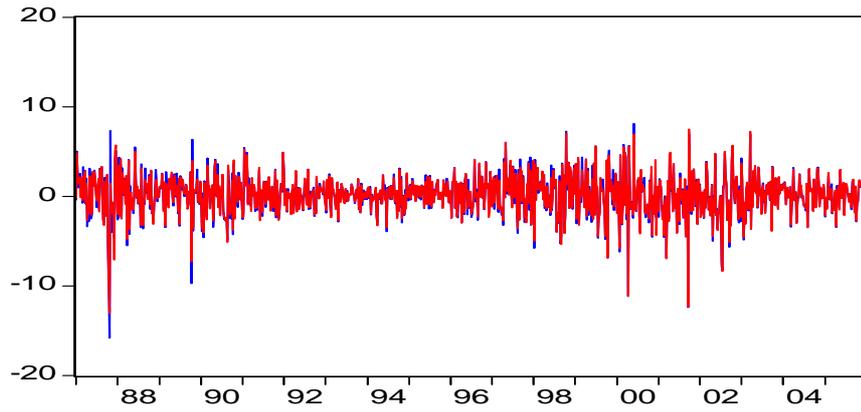


5.5 週避險策略之實證

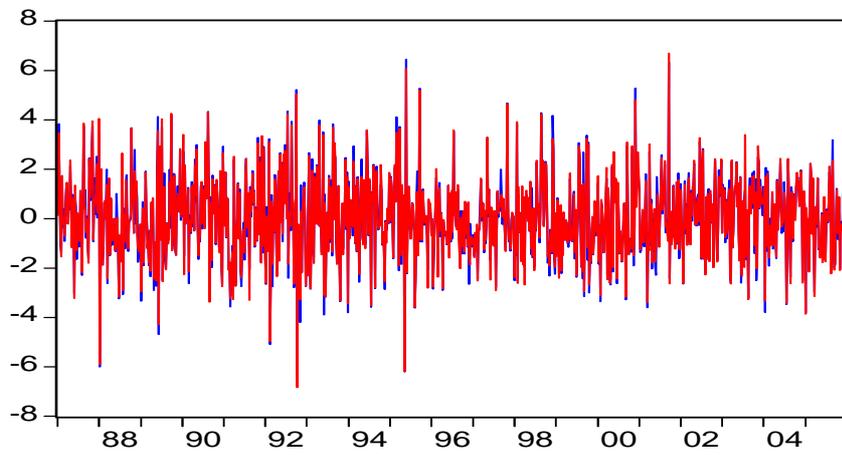
首先，進行週報酬率期貨與現貨資料的實證分析之前，先陳述週資料的來源處，週資料之來源處同樣由 datastream 資料庫抓取，樣本期間為 1986 年 1 月 10 日到 2005 年 12 月 30 日，一共 1044 個週資料觀察值。因為將資料轉成報酬率的轉換公式已經在資料分析中提及，在此便不贅述。其次，週報酬率的避險效果分析同樣採取兩個落遲期間進行分析，即一年落後期(252 天)及兩年落後期(504 天)這兩種不同期間長度的日報酬率資料來估計 MIDAS 之週報酬的變異數以及週報酬率資料的共變異數，進而計算 MIDAS 之週避險比率，另外，除了 MIDAS 模型之外，其他避險模型則使用週報酬率資料直接計算避險比率，與前述使用月報酬率的做法相同。最後，求出各模型投資組合的避險比率後，將各模型的避險比率帶入計算投資組合變異數的公式中，計算避險後各模型的投資組合變異數及避險效率來作整體效果的分析。

5.5.1 走勢圖與基本敘述統計分析

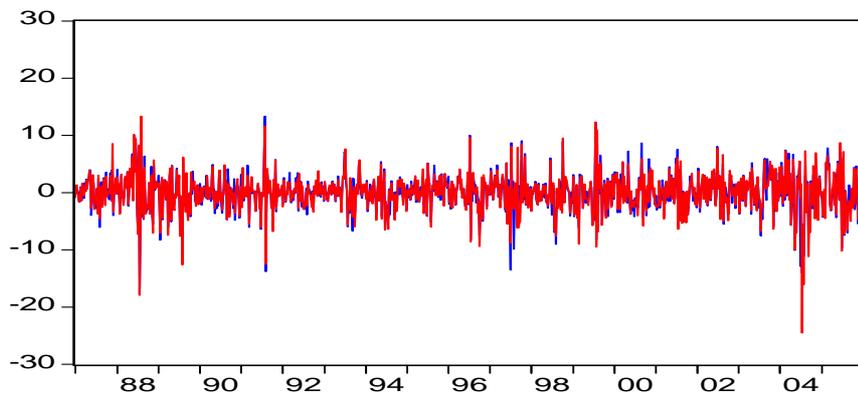
週報酬資料走勢圖形方面，將原始資料經由轉換成為週報酬資料，顯示於圖十三(一年落遲)及圖十四(兩年落遲)，而由圖形觀察可知，無論是一年落後期或是兩年落後期的報酬率資料，期貨週報酬率的波動性往往會大於現貨週報酬率的波動性，且報酬率上下幅度的走勢大致上相同。表七(一年落遲)與表八(兩年落遲)整理出相關的敘述統計值。平均數、中位數、最大值與最小值，於期貨與現貨的統計數據中差異不大，除了大豆以外，期貨的波動(標準差)也都比其對應的現貨來得高，最後，在常態分配的檢定上，由表知 S&P500、瑞士法郎與大豆的期貨與現貨都明顯拒絕常態分配的假設。



— SP_F_WEEKLY_RETURN — SP_S_WEEKLY_RETURN

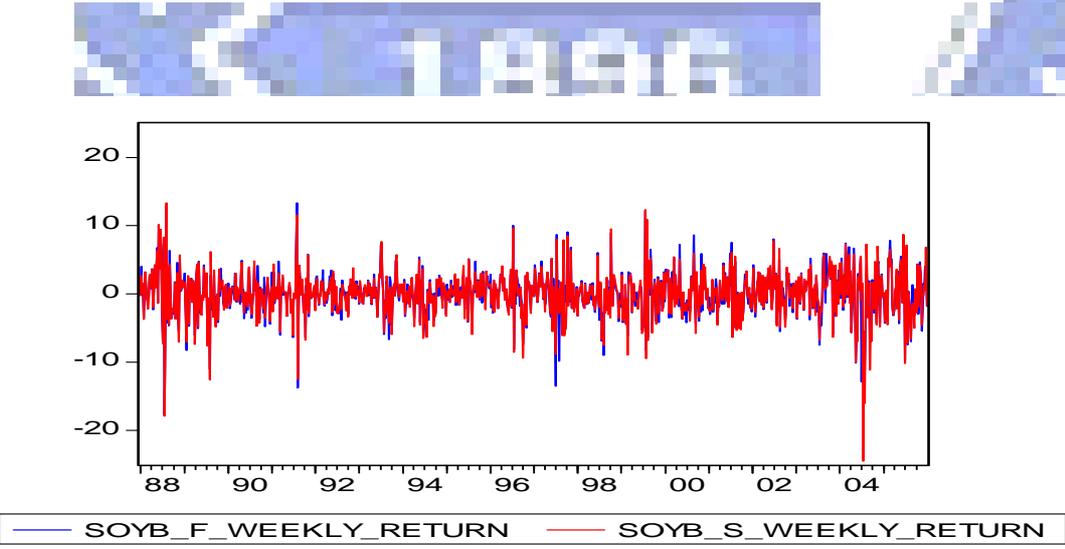
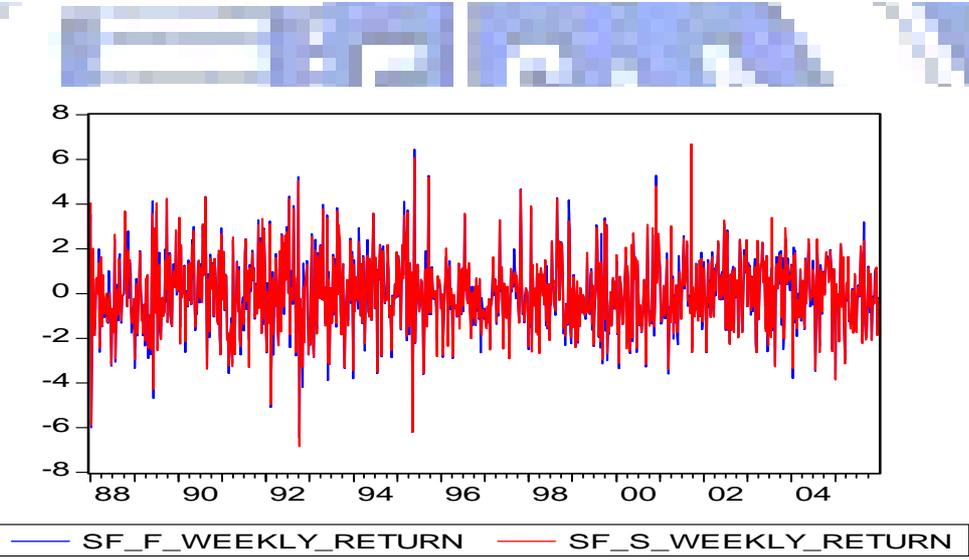
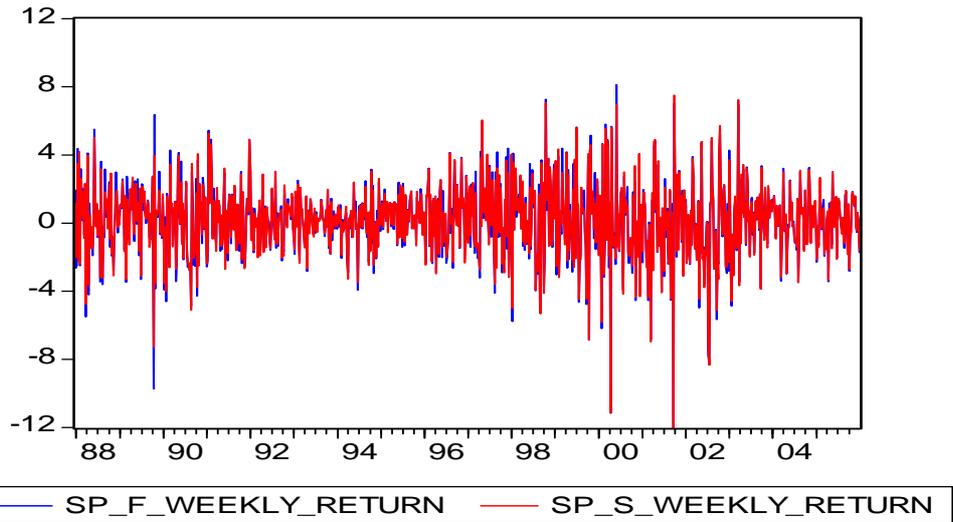


— SF_F_WEEKLY_RETURN — SF_S_WEEKLY_RETURN



— SOYB_F_WEEKLY_RETURN — SOYB_S_WEEKLY_RETURN

圖十三.週報酬走勢(一年落遲)



圖十四.週報酬走勢(二年落遲)

表七. 期貨與現貨週報酬敘述統計量(一年落遲)

	S&P 期貨	瑞士法郎期貨	大豆期貨
平均數	0.1640	0.0220	0.0201
中位數	0.3010	-0.0340	0.1353
最大值	8.1240	6.4434	13.3365
最小值	-15.8034	-6.4574	-17.7211
標準差	2.2782	1.6436	3.1884
偏態係數	-0.7974	0.1132	-0.3183
峰態係數	7.7012	3.8698	6.0887
Jarque-Bera	1016.6404	33.3346	411.0862
(P 值)	(0.000)***	(0.000)***	(0.000)***
(***)代表 P 值<0.01)			
	S&P 現貨	瑞士法郎現貨	大豆現貨
平均數	0.1631	0.0225	0.0210
中位數	0.3153	-0.0225	0.1380
最大值	7.4924	6.6856	13.3365
最小值	-13.0071	-6.8362	-24.5063
標準差	2.1786	1.6141	3.2694
偏態係數	-0.7081	0.1235	-0.6875
峰態係數	6.8155	3.9361	8.5557
Jarque-Bera	684.3465	38.7271	1353.9400
(P 值)	(0.000)***	(0.000)***	(0.000)***
(***)代表 P 值<0.01)			

表八. 期貨與現貨週報酬敘述統計量(兩年落遲)

	S&P 期貨	瑞士法郎期貨	大豆期貨
平均數	0.1720	0.0006	0.0017
中位數	0.2890	-0.0701	0.1017
最大值	8.1242	6.4395	13.3364
最小值	-12.3955	-6.4573	-17.7211
標準差	2.1661	1.6497	3.2314
偏態係數	-0.4755	0.1142	-0.3046
峰態係數	5.9011	3.8907	6.0420
Jarque-Bera	365.2764	33.1241	377.3704
(P 值)	(0.000)***	(0.000)***	(0.000)***
(***)代表 P 值<0.01)			
	S&P 現貨	瑞士法郎現貨	大豆現貨
平均數	0.1712	0.0009	0.0026
中位數	0.3075	-0.0631	0.1108
最大值	7.4925	6.6851	13.3365
最小值	-12.3312	-6.8364	-24.5063
標準差	2.0934	1.6195	3.3157
偏態係數	-0.4671	0.1234	-0.6960
峰態係數	5.8993	3.9570	8.4491
Jarque-Bera	363.6824	38.2671	1240.1640
(P 值)	(0.000)***	(0.000)***	(0.000)***
(***)代表 P 值<0.01)			

5.5.2 變異數與共變異數之計算(MIDAS)

在 MIDAS 方法之下，因為預估計的數值的頻率已經由月變異改為週變異了，因此，計算的公式也有微幅的調整，其公式更改為下式：

$$v_t^{MIDAS} = 5 \sum_{d=0}^{\infty} w_d r_{t-d}^2 \quad (14)$$

(r_{t-d}^s 為第(t-d)天現貨的報酬， w_d 是第(t-d)天報酬的權重估計參數)

$$c_t^{MIDAS} = 5 \sum_{d=0}^{\infty} w_d r_{t-d}^s r_{t-d}^f \quad (15)$$

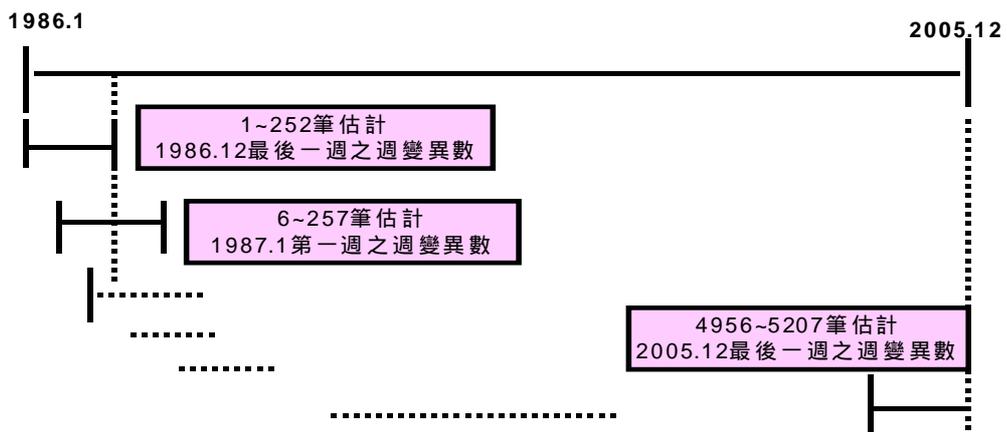
(r_{t-d}^s 為第(t-d)天現貨的報酬， r_{t-d}^f 為第(t-d)天期貨的報酬)

其中 v_t^{MIDAS} 代表估計的週變異數， c_t^{MIDAS} 代表估計的每週共變異數，另外，為了將日報酬轉為週變異數，故乘上 5 進行週化。而資料取樣方式以及權重函數的參數與圖形分析會在下頁詳述。

最後，將週頻率的變異數與共變異數計算出後，即可由避險比率公式((4)式)來求得 MIDAS 之避險比率。

MIDAS 模型計算變異數與共變異數這個部分，一年落遲所選取的資料區間方式如圖十五所示，選取的方式以抓取一年資料為估計期來計算該期間最後一週的週變異數，而後，向後移動 5 筆資料，再取樣 252 天以計算此區間內最後週的週變異。舉例來說，第 1~252 筆的資料估計該區間最後一個週的週變異數，也就是 1986 年 12 月最後一週的週變異數，第 6~257 筆的資料估計該區間最後一週的週變異數，也就是 1987 年 1 月第一週的週變異數，依此類推。

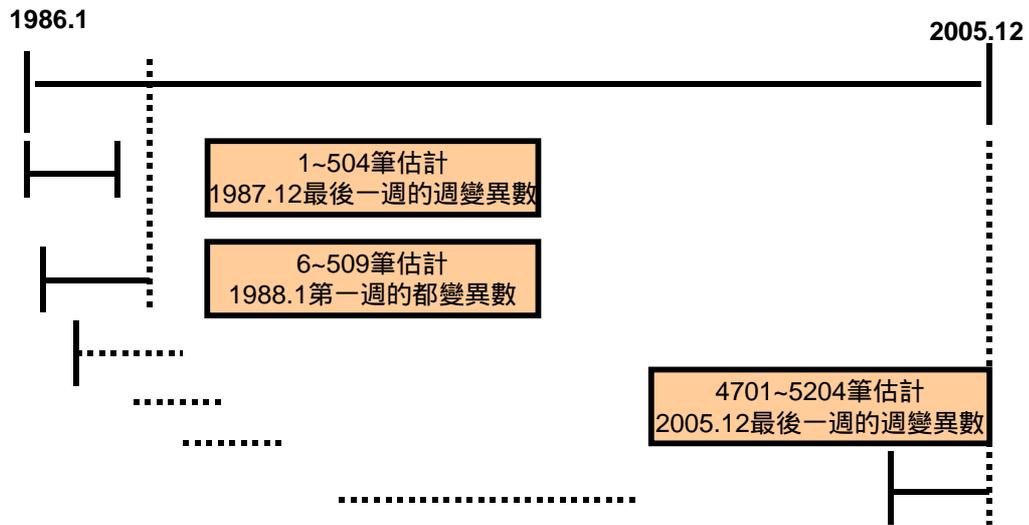
資料選取 (一年落遲)



圖十五. MIDAS 計算月變異數之資料選取方法(一年落遲)

同理，二年落遲所選取的資料區間方式如圖十六所示，選取的方式以抓取兩年資料為估計期來計算該期間最後一週的週變異數，而後，向後移動 5 筆資料，再取樣 504 天以計算此區間內最後一週的週變異數。舉例來說，第 1~504 筆的資料估計該區間最後一週的週變異數，也就是 1987 年 12 月最後一週的週變異數，第 6~509 筆的資料估計該區間最後一週的週變異數，也就是 1988 年 1 月第一週的週變異數，依此類推。

資料選取(2年落遲)



圖十六. MIDAS 計算週變異數之資料選取方法(二年落遲)

權重函數的參數估計沿用前述估計的方式，即採 Ghysels, Santa-Clara, and Valkanov(2006b)的 $\kappa_2=0$ 這個部分，而 κ_1 則取 1000 個值帶入權重函數，分別找出 S&P、瑞士法郎及大豆的投資組合最小變異之參數，結果如表九(一年落遲)與表十(兩年落遲)所示，並將各組圖形顯示於下方圖示(圖十七與圖十八)，由權重函數圖形可看出，：

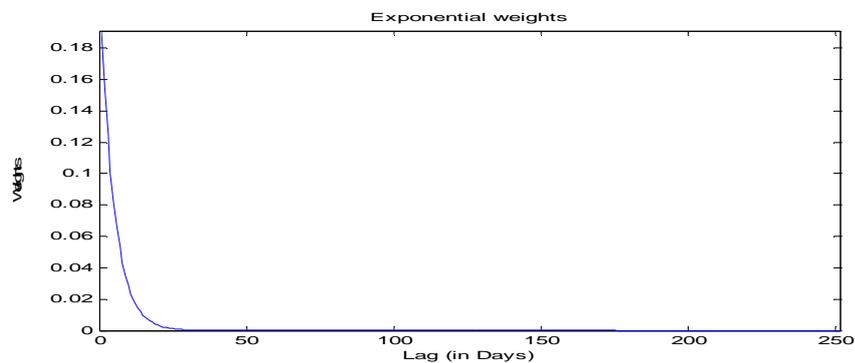
表九. 權重函數之參數估計(一年落遲)

資料類型	κ_1	κ_2
S&P	-0.212	0
瑞士法郎	-0.105	0
大豆	-0.377	0

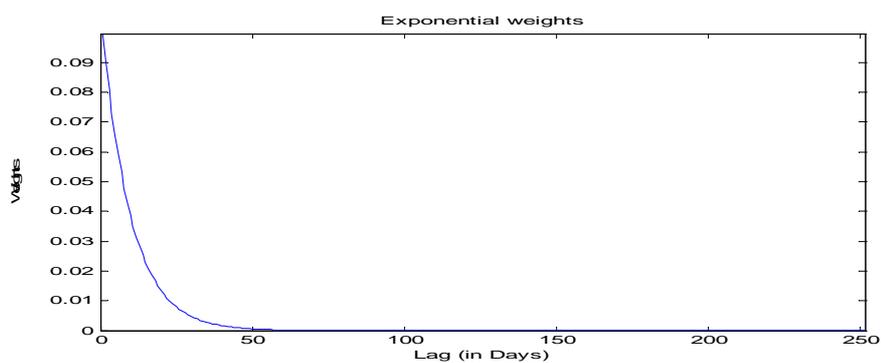
表十. 權重函數之參數估計(二年落遲)

資料類型	κ_1	κ_2
S&P	-0.185	0
瑞士法郎	-0.115	0
大豆	-0.363	0

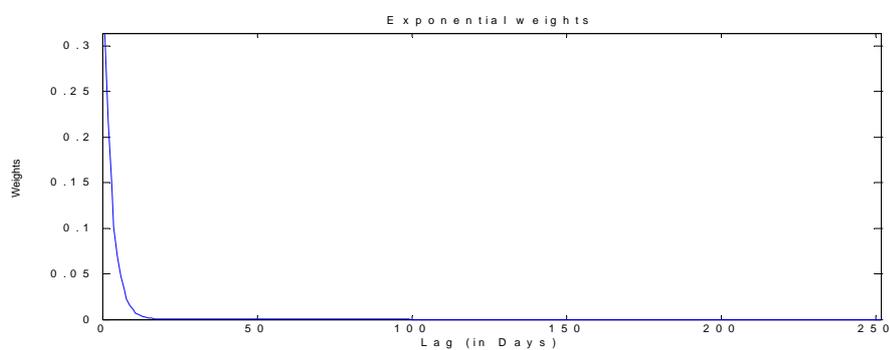
sp_weight(k1=-0.212,0)



sf_weight(k1=-0.105,k2=0)

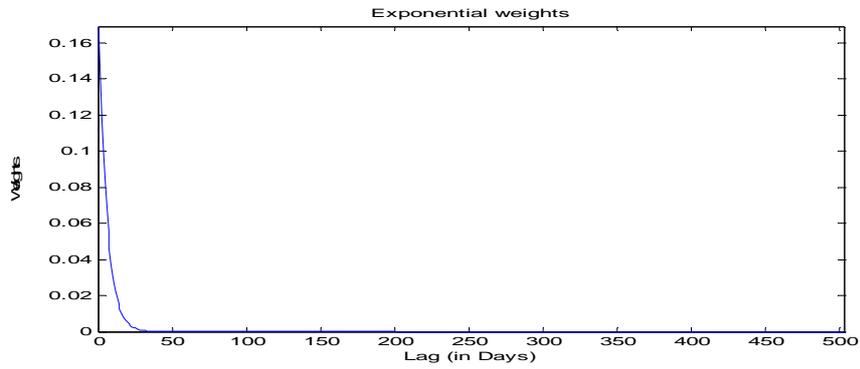


soyb_weight(k1=-0.377,k2=0)

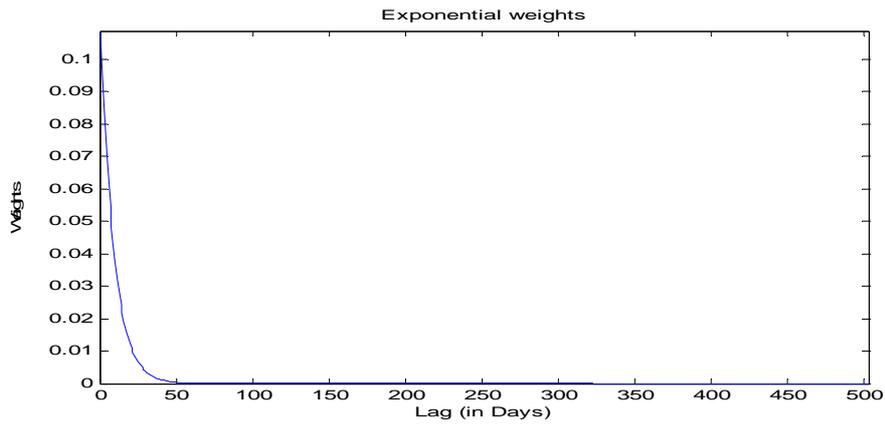


圖十七. 權重函數圖形(一年落遲)

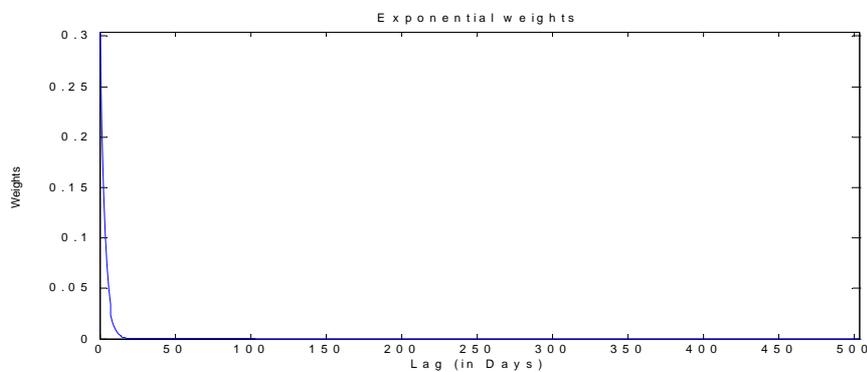
sp_weight(k1 =-0.185,k2=0)



sf_weight(k1=-0.115,k2=0)



soyb_weight(k1=-0.363,k2=0)

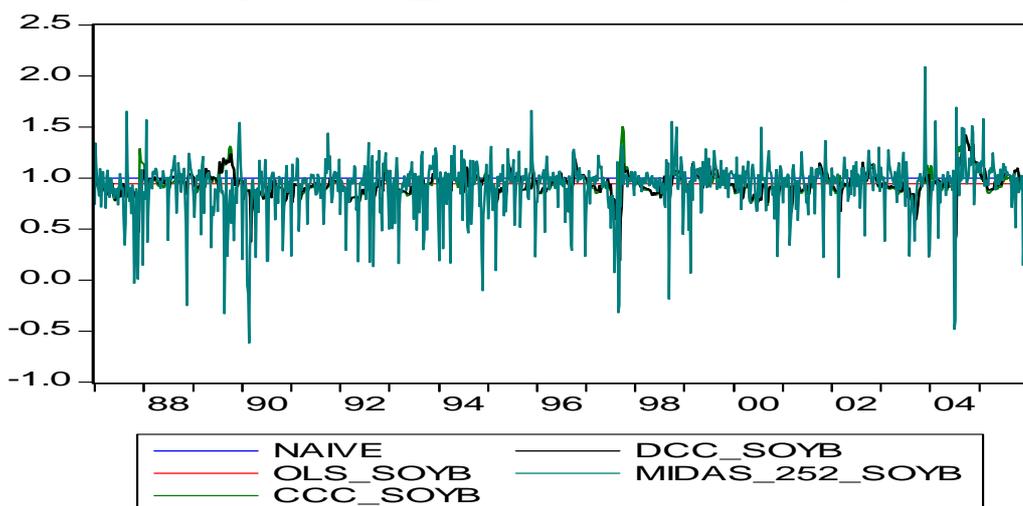
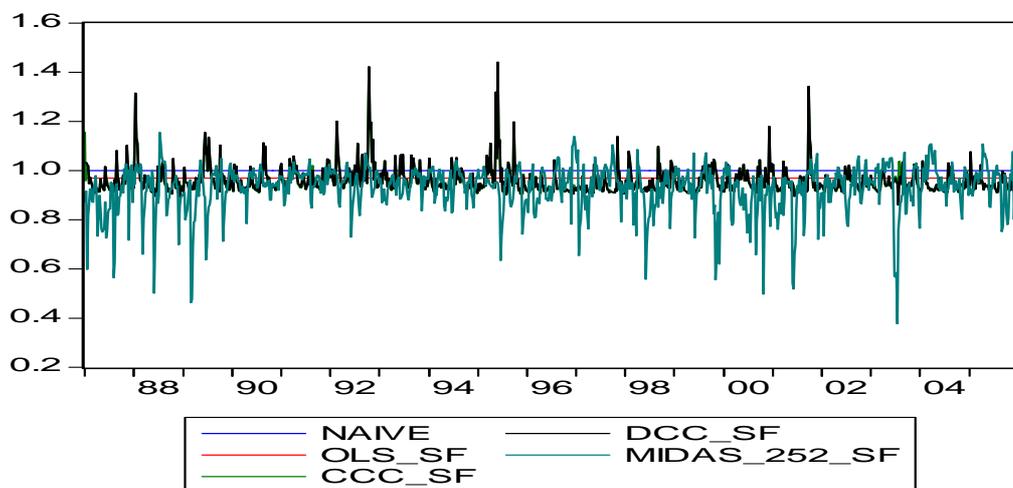
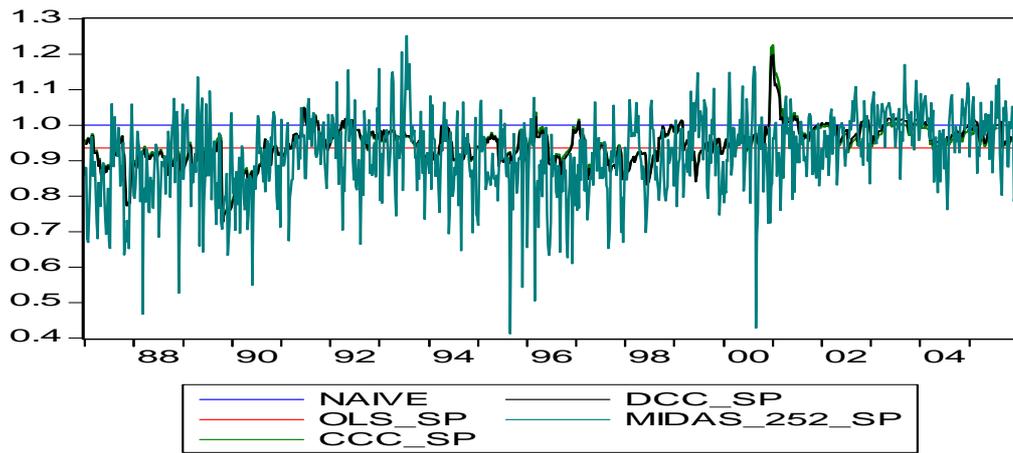


圖十八. 權重函數圖形(一年落遲)

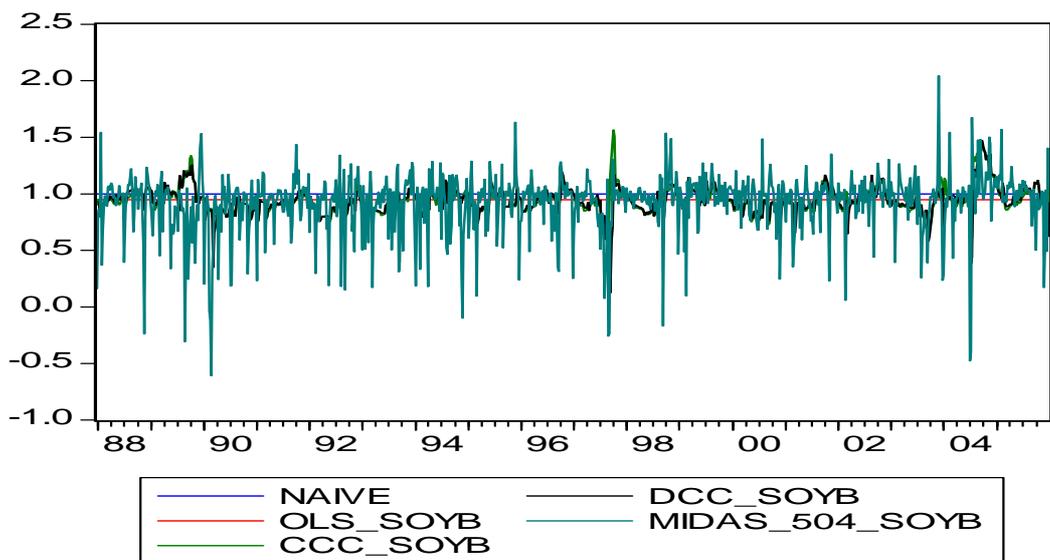
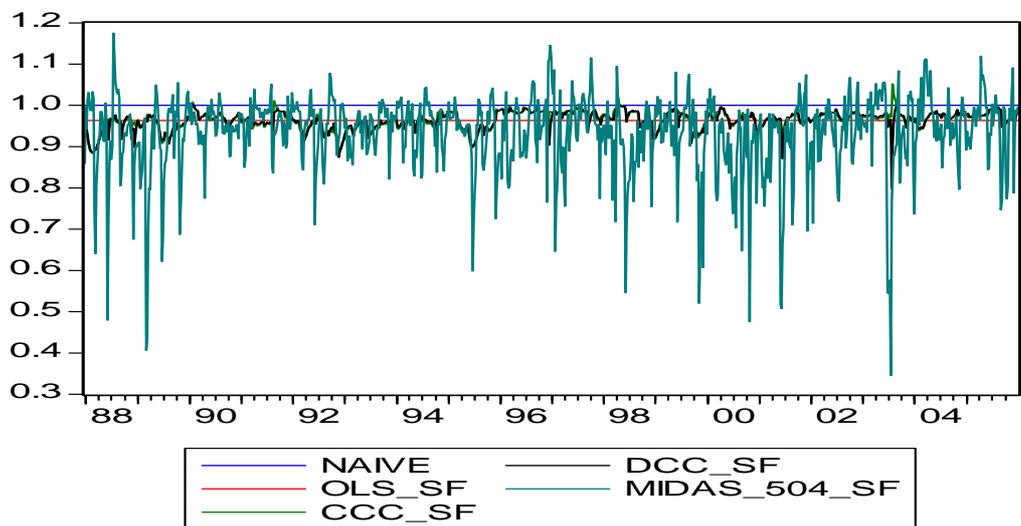
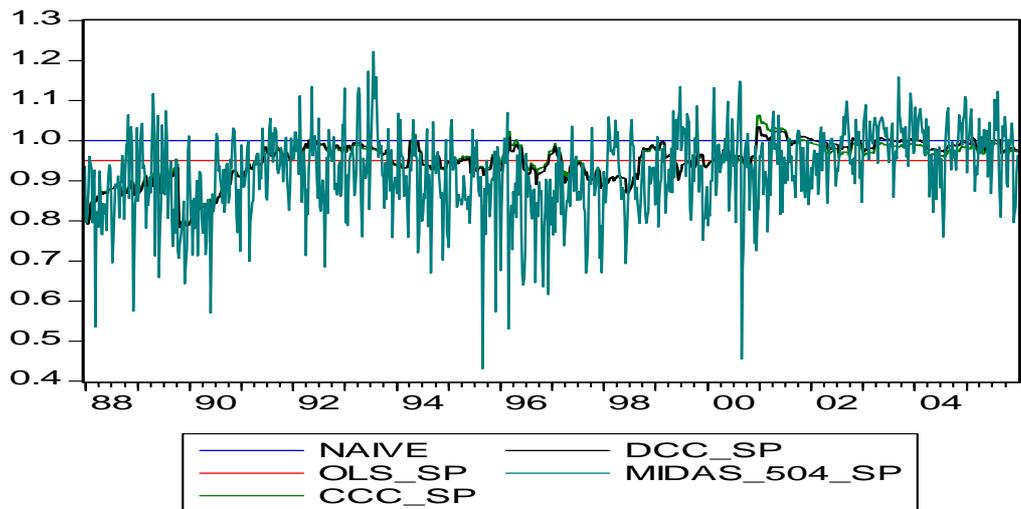
5.5.3 避險比率

在避險比率的部分，如圖十九，為五個模型的避險比率走勢圖。由一年落遲的避險比率圖形可看出，DCC 模型與 CCC 模型的走勢大致相同，都是繞著 OLS 的避險比率上下震盪，而 MIDAS 模型再此也是繞著 OLS 上下震盪，且上下穿透 OLS 水平線的次數也比月避險策略多，無論是在 S&P、瑞士法郎以及大豆都有相當明顯的改善，由此也可看出，改用每週避險的策略後，MIDAS 模型在避險效果上可能較每月避險的策略來得好。

而兩年落遲的部分，如圖二十，與一年落遲相同，兩年落遲的 MIDAS 避險比率在 S&P、瑞士法郎與大豆皆有明顯依附 OLS 水平線上下波動，與先前的月避險策略比較後，可明顯發現在 S&P、瑞士法郎及大豆這三種資料上有相當大的不同，上下穿透 OLS 水平線的次數也增加非常多，避險效果在週避險策略上也可預測將會得到比先前的月避險策略更佳。



圖十九. 避險比率走勢圖(一年落遲)



圖二十. 避險比率走勢圖(1年落遲)

5.5.4 投資組合變異數與避險效率

資料設定在一年落遲，週避險策略的避險投資組合變異數以及避險效率的結果列於表十一，在一年落遲的模型中，變異數值在 S&P、瑞士法郎與大豆中都是 MIDAS 模型最小，分別為 0.1716、0.0986 與 1.5041，在避險效率值方面，MIDAS 模型在 S&P、瑞士法郎與大豆模型中的避險效率最好，高達 96.5%、96.29% 以及 85.60%，由此可見，在一年落遲的假設中，使用週避險策略時，MIDAS 模型避險效果最佳，模型效率最高。

表十一：投資組合變異數與避險效率(一年落遲)

註：計算方式為 $Var(H) = Var(s_t - h_t f_t)$ ，資料頻率為週資料

	S&P	瑞士法郎	大豆
Naïve	0.2213	0.1023	1.6375
OLS	0.1999	0.0987	1.6069
DCC	0.1921	0.1099	1.8149
CCC	0.1916	0.1050	1.7402
MIDAS	0.1716	0.0986	1.5041

一年估計期-週避險

註：計算方式為 $effectiveness = [Var(N) - Var(H)] / Var(N)$ ，資料頻率為週資料

	S&P	瑞士法郎	大豆
Naïve	0.9549	0.9614	0.8432
OLS	0.9593	0.9628	0.8462
DCC	0.9608	0.9585	0.8263
CCC	0.9610	0.9604	0.8334
MIDAS	0.9650	0.9629	0.8560

一年估計期-週避險

兩年落遲方面，結果如表十二所示，相同的，S&P、瑞士法郎與大豆中都是 MIDAS 模型之投資組合變異數值最小，分別為 0.1716、0.0986 及 1.0458，MIDAS 模型在所有的資料中之表現為此五模型中最好，在模型避險效率方面，S&P、瑞士法郎與大豆在 MIDAS 模型中效率最高，達 97%、96.46%及 90.49%。我們比較月避險策略在兩年落遲的結果後，可看出大幅改善。而 MIDAS 模型在週避險策略中，在兩年落遲的假設下，是表現最佳的模型。此外，在一年落遲與兩年落遲的分析中，週避險策略使用一年落遲或是兩年落遲的結果，不同於月避險策略，兩者差異並不是很大。

表十二. 投資組合變異數與避險效率(兩年落遲)

註:計算方式為 $Var(H) = Var(s_t - h_t f_t)$, 資料頻率為週資料

	S&P	瑞士法郎	大豆
Naïve	0.1538	0.1002	1.6370
OLS	0.1424	0.0966	1.6088
DCC	0.1378	0.0977	1.8302
CCC	0.1380	0.0930	1.7601
MIDAS	<u>0.1314</u>	<u>0.0928</u>	<u>1.0458</u>

二年估計期-週避險

註:計算方式為 $effectiveness = [Var(N) - Var(H)] / Var(N)$, 資料頻率為週資料

	S&P	瑞士法郎	大豆
Naïve	0.9649	0.9618	0.8511
OLS	0.9675	0.9632	0.8537
DCC	0.9686	0.9627	0.8335
CCC	0.9685	0.9645	0.8399
MIDAS	<u>0.9700</u>	<u>0.9646</u>	<u>0.9049</u>

二年估計期-週避險

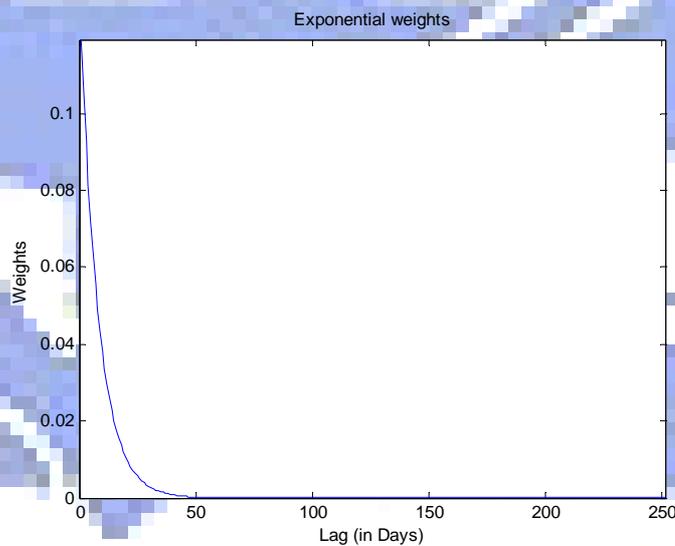
由上述的分析中，我們不難看出，在這個以每週為避險頻率的實證分析中，MIDAS 模型的避險效果是五個模型當中最好的，不同於先前月避險的結果，MIDAS 模型在 S&P、瑞士法郎與大豆上的表現都最佳，因此，我們可以知道，MIDAS 模型應用在週避險的策略中比起其他模型，是相對有效率的，也是一個良好的避險模型。



5.5.5 樣本外預測

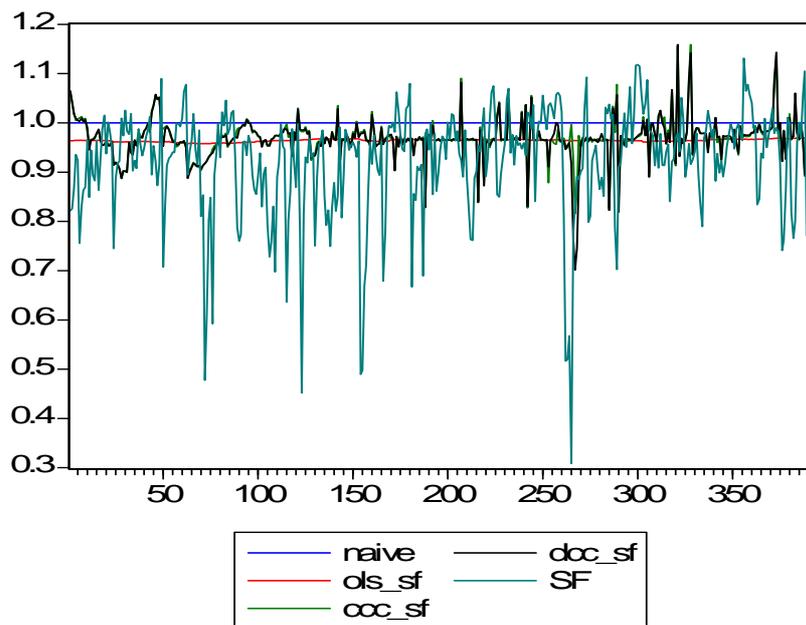
為了讓 MIDAS 模型之避險效果實證分析更加一般化，我們從三筆資料中挑選一筆來進行樣本外預測，在此三種資料裡，瑞士法郎的避險效果較沒有其他兩者佳，因此選取瑞士法郎的為樣本預測的標的。至於資料頻率部分，MIDAS 在週避險策略中的避險效果比月避險策略好，為了驗證 MIDAS 模型週避險策略的避險效果，因此採取瑞士法郎的週報酬資料來進行樣本外的分析，另外，MIDAS 的預測區間採用一年落遲為代表。

首先，我們重新計算 MIDAS 模型在樣本外的避險參數，分別為 $\kappa_1 = -0.127$ 及 $\kappa_2 = 0$ ，圖形如圖二十一所示。



圖二十一．樣本外權重函數圖形(瑞士法郎)

下一步我們要觀察樣本外的避險比率走勢圖，我們已經知道，動態避險模型的避險比率走勢圖必須圍繞 OLS 模型之避險比率走勢圖上下波動，上下穿透的次數多，避險的效果就越好，而圖二十二為瑞士法郎樣本外的避險比率走勢圖：



圖二十二. 樣本外避險比率走勢圖 (瑞士法郎)

我們可以發現，MIDAS 模型的避險比率圖上下幅度相當大，且 MIDAS 的避險比率上下穿透 OLS 的避險比率次數相當多，因此，我們推論，MIDAS 模型樣本外的避險效果應該不至於太差。

最後，我們列出瑞士法郎在樣本外週避險策略中的投資組合變異數(越小越好)以及避險效率(越大越好)，避險效率的計算方式如(6)式所示，但在樣本外的預測中，投資組合變異數的計算方式與前述樣本內的方式有些許不同，主要是在避險比率的期數不同，其公式如下：

$$Var(s_t - h_{t-1}f_t) \tag{16}$$

說明了投資組合變異數的計算差異以後，我們計算出瑞士法郎在樣本外週避險策略中的投資組合變異數以及避險效率，並列於表十三中：

表十三. 樣本外之投資組合變異數與避險效率(瑞士法郎)

(瑞士法郎)	投資組合變異數	避險效率
Naïve	0.1081	0.9528
OLS	0.1047	0.9544
DCC	0.1059	0.9539
CCC	0.1063	0.9537
MIDAS	0.1023	0.9554

一年估計期-週避險

註:投資組合變異數之計算方式為 $Var(H) = Var(s_t - h_{t-1}f_t)$, 避險效率的計算方式為 $effectiveness = [Var(N) - Var(H)] / Var(N)$, 資料頻率為週資料

我們可以看到, 在投資組合變異數方面, MIDAS模型為0.1023, 是五個避險模型中最小的, 避險效率為0.9554, 也是五個避險模型中最高的, 因此, 這個樣本外的實證結果再次證實MIDAS模型在避險分析的有效性, 也更加強MIDAS在週避險策略中的避險效果優於其他四個模型的假設。

六. 結論

在本文中使用了五個不同的靜態與動態避險模型，搭配金融指數、外匯資料及農產品三種不同屬性的資料來進行避險效果實證以及分析，整合得到下列結果：

1. 實證資料顯示，MIDAS 在每週避險的策略中，避險效率，平均比其他的避險模型效率更高，為良好的避險模型。
2. 由實證可知，MIDAS 在 S&P、瑞士法郎及大豆中，避險效果最佳的是大豆，其次是 S&P，而最差的是瑞士法郎。因此，本文認為 MIDAS 模型在避險分析中，適用於資料特性為波動程度較大的資料，如大豆以及 S&P；而資料變動幅度較平緩時，如瑞士法郎，可能會造成避險效果較其他資料差的情況。
3. 月避險分析方面，MIDAS 模型在考慮資料落遲期間應拉長至兩年估計，如此可使避險的效果提升，在使用兩年落遲的估計結果明顯比一年落遲佳。
4. 在月避險的策略中，線性迴歸模型(OLS)平均來說是表現最佳的模型，因此，傳統的線性 OLS 模型在低頻(月避險策略)的避險上，為良好的估計模型。
5. 作低頻波動預測時，包含較多的相關資訊可能會造成資料受到大量的干擾而產生非預期效果。例如實證中在月避險策略上，動態避險模型的避險效果不如靜態的傳統線性迴歸模型，即為最好的證明。

風險管理目前在企業的營運中已經是必要的一環，尤其是金融業，更是需要好的風險控管，在本文中，我們可以清楚看出，在不同的資料下，以及不同的避險頻率中，避險模型的選取是重要的。沒有任何一種避險模型可以在不同的資料以及不同的頻率中做到最好，例如在月避險方面，必須使用線性迴歸模型；而在週避險策略方面，則可以使用 MIDAS 模型做為避險的工具。因此，本文比較不同的模型來做為避險模型的依據，在實證的五個模型中，有過去傳統做研究上時常使用的經典線性迴歸模型，還有近年來預測波動性極有影響力的 CCC_GARCH 與 DCC_GARCH 模型，更重要的是，學生引入了目前相當新穎的 MIDAS 模型來做實證，此模型目前尚未有應用在避險效果分析的文獻，而結果也顯示，MIDAS 模型在週避險分析中，模型表現是最好的，這也證實了該模型在避險分析上為一良好的應用模型。而雖然這只是一個簡單的研究，但在此希望能夠藉由此篇文章，為欲使用 MIDAS 這個模型的後續研究做一個微小的開端，讓後續研究的學者能夠再更深入的進行其他更精深的研究。

參考文獻

Bollerslev, T.(1986), “Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity,”
Journal of Economics, 31,307-327.

Bollerslev, T., R. Engle, and J.M. Wooldridge (1988), “A Capital Asset Pricing
Model with Time Varying Covariance.” *Journal of Political Economy*, 96,
116-131.

Bollerslev, T. (1990). “Modeling the Coherence in Short-Run Nominal Exchange
Rates: A Multivariate Generalized ARCH Model,” *Review of Economics and
Statistics*, 72, 498-505.

Gagnon, L., & Lypny, G.,(1997). “The Binefits of Dynamically Hedging the Toronto
35 Stock Index, ” *Canadian Journal of Administrative Sciences*,.14(1), 69-78.

Castelino, M. (1990). “Basis Specualtion in Commodity Futures: The Maturity
Effect, ” *Journal of Future Markets*, 2, 195-207.

Chan, N.Y., Chou, R., Liu, N. ,and Shyy, G. ,(2006). “Estimating Time-Varying
Hedge Ratios with A Range-Based Multivariate Volatility Model,” working
paper.

Chou, R. (2005), “Forecasting Financial Volatilities with Extreme Values: The
Conditional Autoregressive Range (CARR) Model, ”*Journal of Money Credit
and Banking*, 37.

Engle, R. F., (1982), "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation," *Econometrica*, 50,987-1007

Engle, R. (2002) "Dynamic Conditional Correlation:A Simple Class of Multivariate GARCH Models," *Journal of Business and Economic Statistics*, 20, 339-350.

Edwards, F. R., (1988), "Futures Trading and Cash Market Volatility: Stock Index and Interest Rate Futures," *Journal of Futures Markets*, 8, 421-440.

Engle, R. (2002) "Dynamic Conditional Correlation: A Simple Class of Multivariate GARCH Models," *Journal of Business and Economic Statistics*, 20, 339-350.

Geweke, J., (1975), "Employment Turnover and Wage Dynamics in U.S. Manufacturing," Ph.D. dissertation, University of Minnesota.

Ghysels, E., Santa-Clara, P., and Valkanov, R., I.,(2006a), "Predicting Volatility: How to Get Most Out of Returns Data Sampled at Different Frequencies," *Journal of Econometrics*, 131, 59-95.

Ghysels, E., Santa-Clara, P., and Valkanov, R., I.,(2006b), " There is a Risk-Return Tradeoff After All," *Journal of Financial Economics*, 76, 509-548.

Kroner, K., F., & Sultan, J.(1993), " Timing Varying Distributions and Dynamic Hedging with Foreign Currency Futures," *Journal of Financial and Quantitative*, 28(4) , 535-551.

Lien, D., Y. K. Tse, K. C. Tsui (2002), "Evaluating the Hedging Performance of the Constant-Correlation GARCH Model," *Applied Financial Economics*, 12, 791-798.

Markowitz, H.(1952), "Portfolio Selection," *Journal of Finance*, 7(1), 77-91.

Park, T. H., & Switzer, L. N. (1995), " Bivariate GARCH Estimation of the Optimal Hedge Ratios for Stock Index Futures:A note," *Journal of Futures Market*, 15, 61-67.

