國 立 交 通 大 學

財 務 金 融 研 究 所

碩 士 論 文

違約機率模型之實證研究-離散時間危險模型與Merton模型之比較

An Empirical Study on Default Probability Models-Comparing Discrete-Time Survival Model and Merton's Model

研 究 生：張瓈元

指導教授：王克陸 博士

中 華 民 國 九 十 六 年 六 月

違約機率模型之實證研究—離散時間危險模型與 Merton 模型之比較分析

研究生：張璨元　　　　　　　　　　　　　　指導教授：王克陸

國立交通大學財務金融研究所

摘要

本文針對台灣上市上櫃公司的資料，以因素分析法選取變數的組合，另外再根據股價資料，別分建立離散時間危險模型與 Merton 模型，進而估計公司發生違約的機率值，並比較兩種模型的預測準確度。本研究將變數分為四個因子，依序為財務結構、償債能力、經營效能與獲利能力。衡量模型預測準確度的方法有 K-S 檢定、ROC 曲線與 AUC 值的分析。實證結果發現，兩模型皆可以有效地將違約公司與正常公司區分開來，且離散時間危險模型預測違約機率的表現能力比 Merton 模型還要來的好。

關鍵字: Merton 模型；離散時間危險模型；ROC 曲線與 AUC；因素分析法

An Empirical Study on Default Probability Models—Comparing Discrete-Time Survival Model and Merton's Model

Student: Li-Yuan Chang **Advisor: Kehluh Wang**

Institute of Finance

National Chiao Tung University

Abstract

Based on the data of Taiwan corporations trading in TSE and OTC，this study used factor analysis to choose variables and according to stock data to construct financial distress prediction models, such as discrete-time survival model and Merton's model and then estimated the default probability when company went into bankruptcy. Furthermore, I compared the accuracy of two models. This study classified the variables into four categories, which are financial structure、ability to pay、efficiency of administration and ability to profit. The methods used in analyzing the Models' prediction accuracy are K-S test、ROC curve and AUC.

The empirical results showed that these two models can both validate the distribution of independent variables of non-default group differ from that of default group and the discrete-time survival model actually predict the default probability better than Merton's model.

Keywords: Merton，Discrete-Time Survival，ROC Curve，AUC，Factor Analysis

誌　謝

經過幾個月的努力總算將這篇論文完成，這段日子要感謝的人很多很多，有打氣的、有教我寫程式的、有幫我解答各種難題的，因為有大家的幫忙與鼓勵，我才能順利且及時的完成此篇論文。

首先，要感謝王克陸老師這段時間的指導，在不斷地與老師 MEETING 的過程當中，我的論文也才能一次又一次的改進不足之處。另外，也很感謝口試委員們：張焯然老師、周幼珍老師、彭雅惠老師對於我的論文內容給的任何意見與指導。除此之外，在這段寫論文的過程中，難免會遇到許多瓶頸與低潮的情緒，我很感謝大家的班長廷峻還有楷文的陪伴，你們兩個好哥們總是給我很多很多的加油，這段時間辛苦你們了。而王克陸的導生們：維峻、小慈、廷峻、佳琪、嘉琳、小尤，寫論文期間能與你們共處真的很不錯，可以互相打氣、互相解決論文上的各種問題，尤其是維峻與小慈幾乎是扮演著指導教授的角色，給予我在論文上許多該改進的意見，你們兩人的辯論賽我看了覺得很精采；另外，還有施冠宇學長、詹益宗學長、張伯勳學長、李騰正學長、陳志揚學長你們曾經的幫助，每週的 MEETING 真是辛苦你們了!

還有，謝謝尉如與阿萬教我如何使用資料庫，謝謝明琪、小光、凱秩口試當天的幫忙，謝謝廷峻、小光、楷文很有耐心地每次教我寫統算程式作業，這份工程很浩大，你們很真的不簡單！也謝謝漢儒，淑霞，牛奶糖、貴香、阿 SAM 學弟、嘉宏一直以來的鼓勵再鼓勵。最後，當然還是要感謝一直默默在身邊陪伴的家人，爸爸與媽媽的提醒與幫助，我也都會銘記在心的!

璨元

目錄

圖目錄

表目錄

第一章 緒論

第一節 研究背景與動機

台灣的金融業自 1991 年開放 16 家新銀行設立以後,銀行業即進入戰國時代，其間歷經許多的內憂(新舊銀行間的競爭)與外患(如 1997 年亞洲金融風暴等)，加以國內外金融環境瞬息萬變與金融自由化、全球化，金融產品不斷的創新、資產證券化、衍生性金融商品快速成長下，金融市場的競爭更加激烈，所面臨的風險也日趨複雜且多變。由此可見金融機構的風險管理是目前極為重要的新課題。另外，為配合政府的二五八方案(即二年內逾放比率降低到 5%以下，BIS 提高到 8%以上)，許多銀行在累積大量的不良債權，又侵蝕其資本額狀況下，雖已經由合併金控，仍有許多銀行仍未完全消化呆帳，再加上大量打銷呆帳與民間投資意願低落下,多家銀行資本適足率逼近 8%,甚或跌破 8%,面臨「資本適足率保衛戰」。然而巴塞爾監理委員會又預計在 2006 年以後，正式實施新版巴塞爾資本協定。新版規定除了原有信用與市場風險外，又加列作業風險。銀行將因作業不當所導致的風險加入計算，當然會使其 BIS 再下降。對銀行業更是考驗。除此之外,金管會銀行局已決定從 2006 年起全面實施新巴塞爾資本協定(Basel II)以控管銀行的信用、市場、作業風險。我國金融相關事業，不論是業者、監理機關或一般社會大眾在歷經近年來逾期放款增加及呆帳打銷的困頓與挫折後，應藉由新資本協定的施行，徹底檢討與提升銀行的風險管理知識與系統。

而目前市場上有四種衡量信用風險值的信用模型，分別為由摩根大通公司（JP Morgan Chase & Co）於 1997 年所開發出以風險值（VaR）為核心的動態量化風險管理系統的『信用計量法』(CreditMetrics™)、以及由穆迪KMV公司於 1993 年運用Merton（1974）的模型及Black & Scholes（1973）的選擇權訂價理論所發展出預期違約機率（expected default frequency，EDF)，用以衡量未來一年內公司發生違約的機率的『KMV模型』、以及由麥肯錫公司於 1997 年所

發展的『信用投資組合觀法』(Credit Portfolio View)，其將總體經濟狀況納入考慮，以過去總體經濟變數的歷史資料為基礎，來預測違約機率，以及由瑞士信貸第一波士頓銀行(CSFB)於 1996 年所提出的『信用風險加成模型』(Credit Risk+ Model)，以違約機率及波動性計算投資組合中信用暴險的預期違約損失分配，可應用於放款、衍生性金融商品等信用風險的衡量。

現行我國銀行自有資本與風險性資產計算之法定規範是依循國際清算銀行巴塞爾委員會分別於 1988 年及 1996 年制訂，以提供銀行衡量其信用風險及市場風險的資本協定（Basel I）。惟近年來隨著資訊科技日新月異，銀行業之經營環境產生極重大的改變，一方面各國持續推動金融自由化及國際化，擴大金融業之業務範圍，並促進金融業之發展；另一方面，銀行應用科技之蓬勃發展，積極開發新種金融產品，各項衍生性商品快速汰舊換新，因此當前金融機構所面臨的各項風險也遠超過過去之經營環境。有鑑於現行資本協定已明顯不足以反映金融機構所面臨的真實風險，巴塞爾委員會於 1999 年發佈第一版之新巴塞爾資本協定（Basel II）諮詢文件，並預定 2006 年底正式開始實施 Basel II。目前用來衡量信用風險的方法有標準法、基礎內部評等基準法與進階內部評等基準法。標準法對主權、金融機構及公司的授信，設定風險權數，採用國外信用評等機構之評等為基準。風險權數按信用評等之高低分為 0%、20%、50%、100%以及 150%五種，加以調整以反映實際風險程度。而基礎法其違約機率（PD）需由銀行自行估計，至於違約損失率（LGD）、違約暴險金額（EAD）及有效到期日（M）則取決於監理機關的估計值，且銀行必須提列 PD 的計算標準；進階法則是銀行利用其自行建立的風險控管模型，設定風險權數，並考慮有關資訊，來計算自有資本比率、違約機率（PD）、違約損失率（LGD）、違約暴險金額（EAD）及有效到期日（M）均需由銀行自行估計。由於內部評等法可以依據銀行本身的情況來提列資本，可以降低銀行資金的閒置，使資金的運用可以更加靈活，基於這樣的因素，目前各加銀行無不致力於這方面的研究，這也使得估算違約機率顯得更為重要。

第二節 研究目的

政府機構規定企業編制財務報表，主要是希望可以協助大眾了解企業的營運狀況，作為是否投資的一種根據。只是現今有一連串的弊案發生，讓許多投資者與金融機構遭遇到重大的損失、逾期呆帳大增、血本無歸的命運。例如：跳票、違約交割、掏空、股價慘跌等財務弊案，這些都引起了金融大恐慌。從一些著名的財務危機事件中：東隆五金、安鋒集團、廣三集團到 93 年的博達科技，財務危機事件仍層出不窮，財務報表的可信度遭到懷疑，財務報表充滿人為操縱的空間。只不過，財物報表現階段依然是資本市場中最重要的媒介，在資金交流與企業的運作中還是扮演相當重要的角色。

另外，有鑑於企業違約預警對貨幣市場的重要性，本文介紹具市場資訊與即時性等優點的 Merton 選擇權評價模型，進行違約機率估算與違約預警模式之建立。本研究主要目的就是去探討說以財務比率為基礎的 discrete-time survival model，因為其能將公司過去每一年的違約機率都納入考慮，也就是說其違約機率值會隨著時間的變化而變化，在估計違約機率時其正確性會比較高；而以股價市場為基礎的 Merton 模型，因為能即時掌握公司變化，做出適當的因應，具有即時偵測與危機預警的特性優點…究竟哪一個財務危機預警能力比較優，則為本研究的主要研究目的。

第三節 研究架構

研究動機與目的

↓

建立研究架構

↓

相關文獻探討

↓

建立研究方法

↓

Discrete-Time Survival Model　　Merton's Model

↓

模型的評量

↓

樣本資料

↓

實證結果與分析

↓

結論與建議

第二章 文獻探討

第一節 信用評等法

以信用評等估計參考部位違約機率的作法，是將參考部位各信用等級每期的「實際違約率」平均數，當作是參考部位各信用等級的違約機率估計值。為符合長期平均的要求，在計算「實際違約率」平均數所使用的年度應包含經濟循環中高違約率與低違約率的年度。

例如：S&P 利用過去數十年與數千家公司的資料，統計出信用評等等級與違約機率關係如下：

[表 3] 信用評等公司違約機率之統計

Term(yrs)	平均累積違約率(%)							
	1	2	3	4	5	7	10	15
AAA	0.00	0.00	0.04	0.07	0.12	0.32	0.67	0.67
AA	0.01	0.04	0.10	0.18	0.29	0.62	0.96	1.39
A	0.04	0.12	0.21	0.36	0.57	1.01	1.86	2.59
BBB	0.24	0.55	0.89	1.55	2.23	3.60	5.20	6.85
BB	1.08	3.48	6.65	9.71	12.57	18.09	23.86	27.09
B	5.94	13.49	20.12	25.36	29.58	36.34	43.41	48.81
CCC	25.26	34.79	42.16	48.18	54.65	58.64	62.58	66.12

資料來源：S&P(2001) January, 2001

由表中可以發現：隨著信用等級變差與時間的拉長，違約機率皆隨之增加。以評等 BBB 的公司為例子，其在未來一年內違約機率為：

Prob（1 年內違約，BBB）

=0.24%

因此我們可以說在今年評等為 BBB 的公司，在未來一年內違約的機率約為 0.24%；換言之，也就是 10000 家 BBB 的公司中可能會有 24 家在未來一年內發生違約的情事。相同的，我們可以算二年內違約、或是在第二年違約的機率，如下所示：

Prob（2 年內違約，BBB）

=0.55%

Prob（第 2 年違約，BBB）

=0.55%-0.24%

=0.31%

另外，我們也發現：評等好的公司（例如：AA 評級），隨著時間的增加，其違約機率增加的幅度持續在遞增；反之，信用評等較差的公司（例如：CCC 評級），隨著時間的增加，其違約機率增加幅度則呈現遞減的現象。對於這個現象，或許可以解讀為：現在是好公司，不代表以後仍為好公司；而對於評等較差的公司而言，要違約早就違約了，若短時間內沒有違約則可是公司體質已經改善，以後違約機率可望減低。

另一種以信用評等估計參考部位違約機率的作法，是直接將各信用等級的「多年實際違約率」，當作是參考部位各信用等級的違約機率估計值，這其實是以各年的樣本數對每年實際違約率做加權，以求得參考部位違約機率的作法，與對每年實際違約率都給予均等加權的做法相比較，這種做法可能會低估違約機率，因為假如在景氣衰退時借款人數減少，如此以借款者人數加權時，將會降低景氣衰退年度在資料期間的影響；因此，監理導引摘要規定，只有在銀行能夠證明此作法能提供一個比「每年實際違約率」平均數更好的結果，此作法才可以使用。

第二節 多變量區別模型

區別分析模型是早期信用評等分類領域中最為普遍運用的方法，此方法主要是根據樣本之個別特性，將其歸類於數個事前群體中的某個群體，並建立區別函數，利用區別函數值座落在不同區間來對樣本進行分類，即就是對於混合在一起的樣本，設法找出一個區別的法則或是模型，使各個獨立個體經過此一模型後，就能按其各自所屬的群體，清楚區分開來。

此種方法首見於 Altman（1968）所提出的 Z-Score 模型，主要是以計量方

法找出對於財務危機最有預測能力的幾種財務比率，並根據這幾種比率建構財務危機的預測模型。以 1946 年至 1965 年間 33 家破產公司為樣本，再依產業別和規模大小為基準，篩選出 33 家健全公司為配對樣本。其將 22 個財務比率分成流動性、獲利性、財務槓桿、償債能力和週轉力等五大類，再利用逐步區別分析法篩選出營運資金／總資產、保留盈餘／總資產、息前稅前盈餘／總資產、市值／負債面值、銷貨收入／總資產等五個最具預測能力的財務比率來建立區別函數模型。

該公式可以表示如下：

$$Z=1.2X_1+1.4X_2+3.3X_3+0.6X_4+1.0X_5$$

其中Z為Z-Score，而X_1到X_5的定義分別如下：

X_1：營運資金／總資產

X_2：保留盈餘／總資產

X_3：息前稅前盈餘／總資產

X_4：市值／負債面值

X_5：銷貨收入／總資產

要得到某公司在某一時點上的 Z-Score，只要將該公司該時點上 X1 至 X5 的值代入上述公式即可以。

第三節 Logit 迴歸分析模型

Logit 迴歸模型係由線性機率模型（Linear Probability Model，LPM）引伸而出。此模型由 Berkson（1944）所發展，而 Ohlson（1980）首先採用 Logit Model 來預測公司財務危機。Logit 模型是假設事件發生機率服從標準 Logistic 的累積機率分配函數。其以美國 1970 年到 1976 年間 105 家破產公司與 2058 家正常公司為研究樣本。排除零售業、運輸業、和金融業進行公司破產預測。模型的預測變數有 9 個，包括：

1、log（總資產／物價指數）

2、負債比率

3、營運資金佔總資產比

4、流動比率

5、總資產報酬率

6、營業現金流量佔總資產比

7、虛擬變數 1（負債大於資產為 1，反之為 0）

8、虛擬變數 2（稅後淨利小於 0 為 1，反之為 0）

9、淨收入的變動

其模型正確率達 84%。另外，Ohlson 在該研究提出「財報時間點」的問題，認為以前的文獻皆假設公司的年報可以在財務年底獲得，但實際上，財報需要會計師簽證，因此會有延遲，如此一來使用較晚公布的財報，或使用那些會計報告中已揭露公司將破產的財報來預測已發生的破產事件似乎不合理。而對於變數的選取，Ohlson 認為任何模型的預測能力很大的部分取決於該模型所採用預測變數，過去所採用皆為會計資訊，或許使用股價或是股價的變動等非會計資訊可以提升模型的預測能力。

Ederington（1985）利用了四個統計方法來對 Moody' 評等過的新發行公司債做分析。樣本為 346 家，期間是 1975~1979 年間的公司債。模型分別為 Unodered Logit Model、多元迴歸模型、多元區別分析、Ordered Probit Model。經由實證的結果發現當公司的信評為 Baa 和 Ba 等級時，四種模型在評估時準確度都比較差。而且，Ordered Probit model 與 Undered Logit Model 都相對比較精確。

Martin（1977）於 1977 年利用 Logit 建立財務預警模型。其選出 25 個財務比例來預測發生財務危機前兩年可能倒閉的機率，結果發現有五個財務比例具有顯著的預測能力。分別為：總資產／風險性資產、費用／營業收入、壞帳／營業淨利、商業放款／總放款、淨利／總資產。

Summers and Sweeney（1998）使用 cascaded logistic model 將華爾街日報所報導的 51 家違約公司為樣本，分析期間為 1980-1987 年間。以 SIC code 所對照相同家數的正常公司為對照樣本,然後來跟傳統的 Logit Model 做比較。但這個模型有個缺點，就是其無法表現出單一變數對模型的顯著關係與對財務危機影響相關性的預測。

Mensah（1984）則認為在總體經濟景氣變動下，不同的經濟環境，應建立不同的企業失敗預警模型。其將經濟情況劃分為兩個時期—景氣擴張期及景氣衰退期。總體因子分別有通貨膨脹、利率與信用額度、景氣循環這三種。另外，Mensah 也用 38 種財務比率，景氣循環及產業別做區分來探討企業失敗的預警模型，期間為 1972 年 1 月～1980 年 6 月礦業、製造業、零售業之總資產和產業資料進行配對,結果證實一些非財務之因子對企業發生危機應具有一定影響。

第四節 KMV 模型

1.KMV 模型的介紹：

KMV 模型法是由穆迪 KMV 公司於 1993 年運用 Merton(1974)的模型及 Black & Scholes（1973）的選擇權定價理論所發展出「預期違約機率」（Expected Default Frequency；EDF），以衡量未來一年內公司發生違約的機率。

KMV 是一種結合財務報表的資訊，與負債與權益市場價值資訊所發展出來的信用風險評量法。在財務報表中反應出公司在過去某一期間內的財務狀況；負債與權益市場價值的資訊反應了買賣雙方藉由相關資訊，經由市場機制下所決定的。所以市場價值代表著投資人對公司的預測能力。也就是說，KMV 模型將事前的預測與事後的分析結合在一塊。

在 KMV 模型信用風險衡量中，決定一家公司的違約風險有以下五個決定因素：

（1）、資產價值（value of assets）:

指得是公司資產的市場價值,通常是以資產未來收益的現金流量折現值加總而

來。

（2）、資產風險（asset risk）：

資產價值波動的程度，通常以資產價值變動率的標準差來衡量。

（3）、權益市值（market value of equity）與權益市值變動率的波動性（volatility of equity）。

（4）、槓桿程度（leverage）：

槓桿程度就是債務佔總資產的比例，債務比例越高就越容易發生違約問題。

（5）、違約點（default point）：

即公司發生違約的資產價值。

根據 Bohn（2000）的實證發現，違約點的金額通常會位於總負債及短期負債之間-即流動負債加上二分之一的長期負債。通常，一家公司的違約點即為負債總額，即當公司資產市場價值低於負債總額時，公司即會違約。所謂市場淨價值（Market Net Worth）就是公司資產市場價值（V_A）與違約點的距離。也因此，可以用市場淨價值（Market Net Worth）衡量出一家公司的信用風險，但是，事實上，因為每一家公司各有不同的行業屬性，經營的方式不同所產生風險的原因也會有所不同，通常會選擇以高槓桿的方式來管理公司，負債比例很大，雖然市場淨價值低，並不代表公司信用風險就比較高，所以必須再將行業風險納入考慮，才可以更有效衡量信用風險，所以將市場淨價值用來衡量違約機率的方法做了調整。定義違約間距（Distance to Default，DD）為市場淨價值（Net Worth）除以行業風險（σ_A）與資產市場價值（V_A），此稱為實證違約間距（Empirical DD）

$$\text{違約間距(DD)}=\frac{\mathrm{V_A}-DPT}{\mathrm{V_A}\sigma_{\mathrm{A}}}$$

其中，σ_A與V_A在市場資訊中無法直接取得，所以 KMV 模型運用選擇權評價法，利用財務報表的資訊與負債與權益市場價值的資訊求得σ_A與V_A。

2.KMV 預期違約機率的估算步驟：

（2.1）估計資產價值與資產價值的波動性

首先，由 Merton（1974）評價模型說明公司資產價值與權益市值之間的關係。公司的股票可以視為是一個以公司資產為標的買權，此買權的執行價格為公司的債務，而該選擇權的到期日就是負債的到期日，所以當負債到期時，若資產價值大於負債，則公司會選擇償還負債，若資產價值小於負債，則公司不會去選擇償還負債，因此就會倒閉，公司進行清算程序並轉手讓給債權人去處理。

依 Merton（1973）使用選擇權訂價理論求算公司資產價值及其變動率的標準差，假設公司標的資產的市值變動循一隨機過程：

$$dV_A = \mu V_A dt + \sigma_A V_A dz$$

另將 Black-Scholes 的選擇權定價公式應用在權益價格的定價上：

$$V_E = V_A N(d_1) - e^{-rfT} X N(d_2) \text{............................}(1)$$

$$d_1 = \frac{\ln(\frac{V_A}{X}) + (rf + \frac{\sigma_A}{2})T}{\sigma_A \sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_A \sqrt{T}$$

V_A　：公司資產價值

dV_A　：資產價值的變動

μ　：資產價值變動的平均值

t ：時間

dt ：無線微小的時間變動

σ_A ： 資產價值變動的率的波動性

$\sigma_A V_A$ ：為資產價值變動的波動性

z ：隨機變數，其變動 dz 循韋納布朗尼移動過程 (Wiener-Brownian motion process)

X ：造成公司違約的觸發價值

rf ：無風險利率

T ：公司到期清算的時間

另外根據 Ito’s Lemma，權益的波動性與資產的波動性存在著有下式的關係，槓桿程度越高的企業其權益的風險越高：

$$\sigma_{\mathrm{E}} = \frac{V_A}{V_E} N(d_1)\sigma_A \text{......................................(2)}$$

其中， $N(d_1)$ 為避險比率（hedge ratio）。已知市場上交易的股票價格（V_E 與 σ_E），最後，兩個未知數（$\mathrm{V_A}$ 與 σ_A）透過以上兩個方程式（1）及（2），即可以解出隱含的資產市場價值（$\mathrm{V_A}$）與資產波動性（σ_{A}）。

（2.2）估計出違約距離

違約距離代表一種標準化後的違約發生的可能性，分子為資產數量距離違約點的數量，以分母的波動性來標準化之。

$$DD = \frac{\ln(A_t) - \ln(DPT)}{\sigma_A}$$

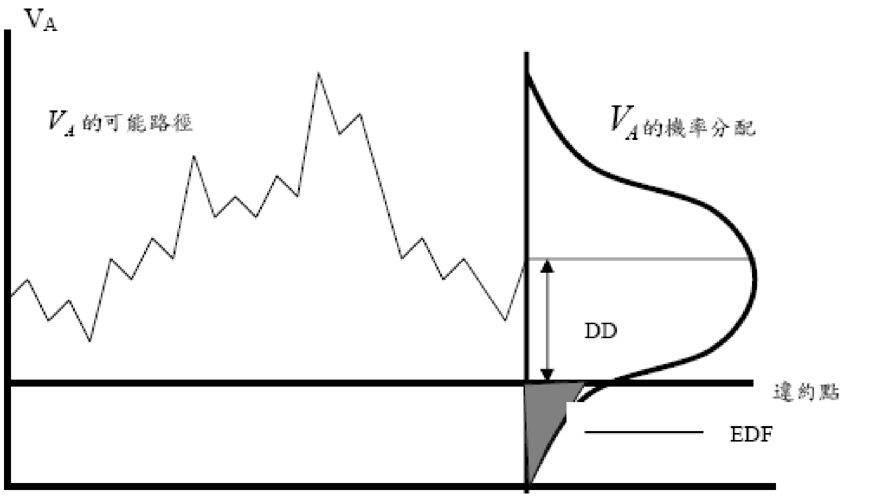
DD：違約距離

DPT：違約點(default point)

（2.3）估計違約機率

利用計算出來的違約距離(DD),假設公司市場價值是一以市場價值的平均為中點的常態分配，就可以用 DD 來計算出 KMV 模型中的”期望違約頻率”（Expected default frequency，EDF），即 EDF 就是違約機率，為資產價值在時間 T 時小於違約點部分的累積機率。

圖（一）KMV 模型圖



但事實上，違約間距可以用更具數學理論基礎的方式推導出來，然後再結合風險破產模式，假設破產為資產市場價值低於負債總額，則資產市場價值低於負債總額的機率為：

$$P_t = P[V_A^t \le X_t \mid V_A^0 = V_A]$$

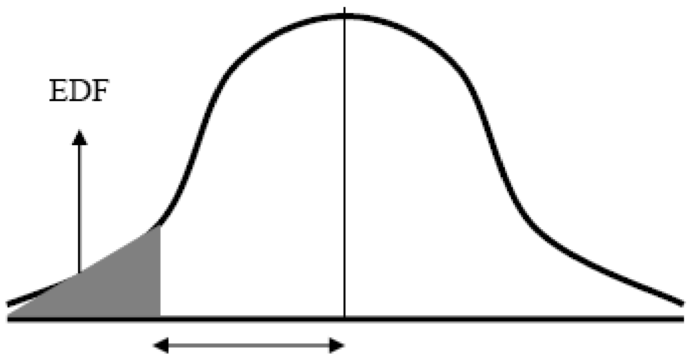
藉由假設V_A的變動服從對數常態分配，可以得到以下的結果：

$$P_t = P_r[V_A^t \le X_t \mid V_A^0] = N[-\frac{\ln\frac{V_A}{X_t} + (\mu - \sigma_A^2)t)}{\sigma_A\sqrt{t}}]$$

所以P_t為公司在 t 年後破產的機率，即理論的預期違約機率（EDF），而理論違約間距則如下所示：

$$\text{理論違約間距(Theoretical DD)=}\ \frac{\ln\frac{V_A}{X_t}+(\mu-\frac{\sigma_A^2}{2})t}{\sigma_A\sqrt{t}}$$

圖（二）理論違約間距圖示



$$\textbf{Theoretical DD)=}\frac{\ln\frac{V_A}{X_t}+\left(\mu-\frac{\sigma_A^2}{2}\right)t}{\sigma_A\sqrt{t}}$$

將V_A、σ_A、μ、X、t 這五個變數代入模型中，則可求得理論違約間距(Theoretical DD)，再利用常態分配表即可以求得預期違約機率(EDF)。

第五節 類神經網路

類神經網路(Neural Network)是一般認為一種計算系統，包括軟體與硬體，使用大量簡單且相互連結的人工神經元來模仿生物的神經網路，可從外界環境或其他人工神經元取得資訊，並加以簡單的運算後，輸出其結果到外界環境或其他神經元。

其行為類似一大量平行計算的處理器，而這些簡單處理單元具有儲存經驗

得來的知識可供使用之特性，類神經網路與大腦具有兩個相似之處：

1.類神經網路所獲得的知識是來自外在環境，並經由學習過程所得到。

2.神經元之間的聯接強度，也就是所謂的聯接權重，即是用來儲存所獲得知識的位置。

而在眾多的類神經網路模型中，最被廣為應用的就屬倒傳遞網路，目前已知最早的倒傳遞類神經網路模型，是由P.Werbos於1974年在其博士論文中所提出在感知機中加入隱藏層的學習演算法，而直到1985年D.Parker再次提出倒傳遞網路及D.Rumelhart et al.發表一篇倒傳遞網路的文章，才使其廣為人知。

倒傳遞網路是將 Widro-Hoff 學習規則廣義化到多層具非線性可微分轉移函數網路中而創造出來的。標準的倒傳遞演算法是利用最陡坡降法(the gradient steepest descent method)的概念，將誤差函數予以最小化，網路權重值是沿著性能函數相反的梯度方向移動，將誤差函數予以最小化，網路學習的過程便成為使誤差函數最小化的過程，每當輸入一個訓練範例，網路即小幅調整權重值的大小，權重調整幅度視誤差函數對權重值的靈敏程度而定。倒傳遞網路可從事件中學習因與果的對應規則，並利用該對應規則進行結果推論，屬於監督式學習的網路，因此適合診斷、預測、分類等方面的應用。

而倒傳遞的組織架構可分為三個部份：

1.輸入層(Input Layer)：用以代表網路的輸入變數，輸入層的神經元個數依問題而定。

2.隱藏層(Hidden Layer)：用以表現神經元之間的交互影響，神經元的數目及層數並無標準方法可以決定，經常須以試驗方式決定神經元最佳數目，網路可以不只一層隱藏層，也可以沒有隱藏層，而神經元通常是採用非線性轉換函數。

3.輸出層(Output Layer)：用以代表網路的輸出變數，神經元數目依問題而定，可以使用線性或非線性的轉換函數。

第三章 研究方法

第一節 選擇權理論法

依據 Black and Scholes（1973）與 Merton（1974）的選擇權定價模型，公司舉債經營，就如同公司股東持有一買權，其標的資產為公司價值，履約價格則為負債。當負債到期時，如果公司資產價值高於負債（履約價格），股東會清償債務，繼續持有公司經營權；若公司資產價值低於應償還金額，股東則無力償還負債，而會選擇違約，也就是說公司破產機率，就是公司資產價值低於負債價值的機率。所以透過 Black—Scholes 選擇權定價理論，公司股東權益價值就是買權在到期時的價值。這裡有幾個在使用 Merton’s Model 的假設

1. 假設 Vt 為公司的資產價值，Dt 為與時間正相關的停損點，用來判定公司是否發生違約。如果 Vt ＞ Dt，則公司會繼續營運；反之，則公司會倒閉。
2. 市場是完整且無摩擦力的，也就是說，所有的投資者都可以在此買賣任何資產。
3. 資本資產訂價模型成立。
4. 無風險利率假設為常數。

假設公司資產價值為 W，當到期日 T 需償還負債 D。所以在負債到期時，該公司的權益價值 E：

$$E_T=\mathrm{Max}\{V_T—D，0\}$$

也就是說，如果公司價值高於負債價值，則股東將選擇償還負債，所以權益價值為V_T—D，相反的，則股東將選擇違約，宣告破產，所以權益價值為 0。透過Black—Scholes Model我們可以導出公司權益市場價值為：

$$E = V\ N(d_1)+e^{-rT}D\ N(d_2)$$

$$d_1=\frac{\ln(V/D)+(r+0.5\sigma_v^2)T}{\sigma_v\sqrt{T}}=d_2+\sigma_v\sqrt{T}$$

其中r為無風險利率，σ_v為資產價值的波動性，N(•)為標準常態累積分配

函數，另外，其違約機率則如下所示：

$$\begin{aligned} &\Pr(V_T < D \mid V_0) \\ &= \int_0^D g(V_T \mid V_0) dV_T \\ &= 1 - N(d_2) \\ &= N(-d_2) \end{aligned}$$

式中，g(‧)為資產價格的機率密度函數，其為對數常態分配形式，d2 則定義於(B)式。因此為了計算違約機率，我們必須有以下參數：V、σv、r、T、D，其中r、T、D為已知，但是公司資產價值V與資產價值的波動性σv未知，並無法直接觀察的到，同時因為在財務報表中，資產價值多為歷史資料，與目前的市場價值有所差異，所以公司資產價值無法以財務報表中之資產帳面價值來計算，必須以估計的方式得出。因為一個方程式無法解出兩個未知參數，Merton（1974）利用股價資料計算出權益價值E和權益變動σ_E，再以Ito’s lemma探討資產變異與股價變異的關係，進一步引入一個關係式如（F）所示，並與（D）式聯立求解求得V與σv兩個未知參數的解，然後再帶入（E）式，就可以求得公司的違約機率。

$$\sigma_E E = \frac{\partial \mathrm{E}}{\partial \mathrm{V}} \sigma_{\mathrm{V}} \mathrm{V} = \mathrm{N}(\mathrm{d}_1) \sigma_{\mathrm{V}} V$$

另外，可以進一步以選擇權定價理論為基礎算出違約距離（distance to default，DD)，如（G）式所示，所謂違約距離表示資產與負債的接近程度，此數字越大則代表資產的價值距離負債越遠，則公司違約的機率越小。

$$DD = \frac{V_T - D}{V_T \cdot \sigma_V}$$

在既有關於Merton模型的研究中，KMV公司所發展的預期違約頻率EDF™（expected default frequency）為主要代表，根據所計算的違約距離和歷史違約機率，描繪出公司可能違約分配情形，並計算出預期違約頻率。

第二節 離散時間危險模型

1.離散時間危險模型的介紹：

根據以往的文獻，學者們多半都是運用 MDA 模型與 Logit 模型來對財務預警模型做進一步研究。而近幾年來，將存活分析運用在生物統計上的方法也越來越廣泛，這也使得預測方法越來越多元廣泛。由於存活分析在計算違約機率值時，必須將公司過去每一年的違約機率都納入考慮，而且每一年的違約機率都可以從其財務報表中表現出來。所以存活分析的預測結果會比 MDA 模型與 Logit 模型來的準確。在 Shumway 的文獻中，將模型分為兩種，一種為靜態模型，另一種則為動態模型。因為離散時間模型有將時間列入考慮，所以在估計參數時不會產生偏誤，Shumway 將其稱為「動態模型」。相對於動態模型，MDA 模型與 Logit 模型則稱為「靜態模型」。離散時間危險模型的違約機率值會隨著時間的變動而變化，而且其所估計出來的參數亦是不偏估計量(unbiased)。由於利用離散時間危險模型計算違約機率時，只要將危險函數取為 Logistic 函數的累積機率密度函數，就可以證明出離散時間危險模型的概似函數會等同於多期 Logit 模型的概似函數。運用這個模型，便可以修正 MDA 模型與 Logit 模型估計參數的偏差問題了。

2.離散時間危險模型的估計：

2.1 存活函數的定義：

存活函數（Survival Function）是指公司的存活時間≧t的機率函數。我們用$S_T(t)$來表示存活函數，$f_T(t)$是公司在t時的違約機率密度函數。$F_T(t)$則為$f_T(t)$的累積機率密度函數（CDF）。以式子（2.1）、（2.2）、（2.3）分別表示之。

$$S_T(t) = P(T \ge t) = \int_t^{\infty} f_T(u)du \text{.............................}(2.1)$$

$$F_T(t) = \int_0^t f_T(u)du = 1 - \int_t^{\infty} f_T(u)du = 1 - S_T(t) \text{.....}(2.2)$$

$$\frac{d}{dt}F_T(t) = \frac{d}{dt}[1 - S_T(t)] \Rightarrow F_T(t) = -S_T(t) \text{...........}(2.3)$$

根據PDF與CDF之間的關係：

$$f_T(t) = F_T^{'}(t)$$

再利用微積分的基本定義可以得到（2.4)：

$$F^{'}_T(t) = \lim_{\Delta \to 0^+} \frac{F_T(t+\Delta) - F_T(t)}{\Delta} = \lim_{\Delta \to 0^+} \frac{P(t \le T \le t+\Delta)}{\Delta}$$

$$\Rightarrow f_T(t) = \lim_{\Delta \to 0^+} \frac{P(t \le T \le t+\Delta)}{\Delta}$$

$$\Rightarrow f_T(t) = -S_T^{'}(t) \text{..}(2.4)$$

2.2 危險函數的定義：

從以上的式子，可以定義危險函數（Hazard Function）$h_T(t)$為：

$$h_T(t) = \lim_{\Delta \to 0^+} \frac{P(t \le T \le t+\Delta \mid t \le T)}{\Delta}$$

$$= \lim_{\Delta \to 0^+} \frac{\frac{P[(t \le T \le t+\Delta) \cap (t \le T)]}{P(t \le T)}}{\Delta}$$

$$= \lim_{\Delta \to 0^+} \frac{\frac{P(t \le T \le t+\Delta)}{P(t \le T)}}{\Delta}$$

$$= \frac{1}{P(t \le T)} \cdot \lim_{\Delta \to 0^+} \frac{P(t \le T \le t+\Delta)}{\Delta}$$

$$= \frac{1}{S_T(t)} \cdot f_T(t)$$

$$= \frac{f_T(t)}{S_T(t)} \text{...}(2.5)$$

（2.5）就是危險函數的定義，意思指的是公司在存活至t時的條件機率下，公

司瞬間發生財務危機的機率。離散時間危險模型的參數估計可以利用危險函數估計出來。接下來，進一步推導出存活機率S_T（t）：

$$\Rightarrow h_T(t)=\frac{f_T(t)}{S_T(t)}=\frac{F_T^{'}(t)}{S_T(t)}=\frac{-S_T^{'}(t)}{S_T(t)}$$
$$=-d\ln S_T(t)$$
$$\Rightarrow -\int_0^t h_T(u)du=\int_0^t d\ln S_T(u)$$
$$\Rightarrow -\int_0^t h_T(u)du=\ln S_T(t)-\ln S_T(0)$$
$$\Rightarrow -\int_0^t h_T(u)du=\ln S_T(t)$$
$$\Rightarrow S_T(t)=e^{-\int_0^t h_T(u)du}=e^{-H_T(t)}$$
$$(\because \text{在}t=0\text{的存活機率}=1\therefore \mathrm{S_T}(0)=1\Rightarrow \ln\mathrm{S_T}(0)=0)$$
$$(H_T(t)\text{是}h_T(t)\text{的CDF})$$

2.3 離散型的危險模型：

資料型態除了前述的連續型之外，尚須考慮離散型的資料。因為是離散型，所以t=1, 2, 3, 4, 5…。因為S_T(t)的定義為在時間t的存活機率，也就是說發生違約機率的時間點在t+1，t+2，t+3……。因此，可以找出存活函數與違約機率密度函數之間的關係。

$$\mathrm{S_T}(t)=f_T(t+1)+f_T(t+2)+f_T(t+3)+.....................(2.6)$$

根據危險函數的定義，可以得到離散型危險函數的表示：

$$h_T(t)=\frac{f_T(t)}{S_T(t)}=\frac{f_T(t)}{f_T(t+1)+f_T(t+2)+f_T(t+3)+........}$$

進一步可以得到危險函數的累積機率密度函數：

$$H_T(t)=\sum_{i=1}^{t}h_T(i)$$

$$\because h_T(t)\rightarrow 0$$

$$\Rightarrow h_T(t)\approx -\ln[1-h_T(t)]$$

$$\therefore H_T(t)=-\sum_{i=1}^{t}\ln[1-h_T(i)]=-\ln\prod_{i=1}^{t}[1-h_T(i)]$$

因為已知　$S_T(t)=e^{-H_T(t)}$，所以可以得到式子(2.7)

$$S_T(t)=e^{-H_T(t)}=e^{\ln\prod_{i=1}^{t}[1-h_T(i)]}=\prod_{i=1}^{t}[1-h_T(i)]\text{.....................}(2.7)$$

所以最後將 1－S_T(t)即為離散時間危險模型下的違約機率估計值。

3.模型參數的理論估計值：

3.1 證明多期 Logit Model 概似函數＝離散時間危險模型

將危險機率密度函數f_T(t)取為Logistic分配後，則 $f_T(t)=\frac{e^t}{(1+e^t)^2}$

危險函數=> $h_T(t)=\frac{f_T(t)}{S_T(t)}=\frac{\frac{e^t}{(1+e^t)^2}}{\frac{1}{1+e^t}}=\frac{e^t}{1+e^t}=\frac{1}{1+e^{-t}}$

存活函數=> $S_T(t)=\int_t^{\infty}f_T(u)du=\int_t^{\infty}\frac{e^u}{(1+e^u)^2}du=\frac{1}{1+e^t}$

所以h_T(t)即為Logistic函數的累積機率密度函數，也就是Logit機率分配。

離散時間危險模型的概似函數可以表示成(2.8)式：

$$L=\prod_{i=1}^{n}\left\{h(t_i,x_i;\theta)^{y_i}[1-h(t_i,x_i;\theta)]^{1-y_i}\prod_{j=1}^{t_i-1}[1-h(t_j,x_j;\theta)]\right\}$$

$$=\prod_{i=1}^{n}\left\{[\frac{h(t_i,x_i;\theta)}{1-h(t_i,x_i;\theta)}]^{y_i}\cdot\prod_{j=1}^{t_i}[1-h(t_j,x_j;\theta)]\right\}$$

$$=\prod_{i=1}^{n}\left\{[\frac{h(t_i,x_i;\theta)}{1-h(t_i,x_i;\theta)}]^{y_i}\cdot S(t_i,x_i;\theta)\right\}$$

$y_i=1$ 表示公司i在t時發生財務危機，$y_i=0$ 表示公司i在t時為正常營運。多期Logit模型的概似函數則表示為(2.8)式：

$$L=\prod_{i=1}^{n}\left\{F(t_i,x_i;\theta)^{y_i}\cdot[1-F(t_i,x_i;\theta)]^{1-y_i}\cdot\prod_{j=1}^{t_i-1}[1-F(t_j,x_j;\theta)]\right\}$$
$$=\prod_{i=1}^{n}\left\{[\frac{F(t_i,x_i;\theta)}{1-F(t_i,x_i;\theta)}]^{y_i}\cdot\prod_{j=1}^{t}[1-F(t_j,x_j;\theta)]\right\}\text{.......................}(2.8)$$

其中 $F(t_i,x_i;\theta)=\dfrac{1}{1+e^{-\beta'\cdot x}}$, $\beta=\begin{pmatrix}\beta_1\\ \beta_2\\ \beta_3\\ \bullet\\ \bullet\\ \beta_k\end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix}X_1\\ X_2\\ X_3\\ \bullet\\ \bullet\\ X_k\end{pmatrix}$,K 為自變數個數

因為危險函數 $h_T(t_i,x_i;\theta)=\dfrac{1}{1+e^{-\beta'\cdot X}}$ 取為 Logit 機率分配，所以可將(2.8)式子的 $F(t_i,x_i;\theta)$ 替換成危險函數，所以式子(2.8)變成：

$$L=\prod_{i=1}^{n}\left\{[\frac{h(t_i,x_i;\theta)}{1-h(t_i,x_i;\theta)}]^{y_i}\cdot\prod_{j=1}^{t}[1-h(t_j,x_j;\theta)]\right\}$$
$$=\prod_{i=1}^{n}\left\{[\frac{h(t_i,x_i;\theta)}{1-h(t_i,x_i;\theta)}]^{y_i}\cdot S(t_i,x_i;\theta)\right\}$$

所以可以證明出離散時間危險模型與多期 Logit 模型的概似函數相同。

3.2 離散時間危險模型的參數估計：

前一段證明出離散時間危險模型與多期 Logit 模型的概似函數相同,所以可

以直接利用多期 Logit 模型的概似函數來推導離散時間危險模型的參數估計值。一間公司在時間 t 時只有正常營運和違約兩種情形，所以為一離散型的 Bernoulli 分配。其機率密度函數為：

$$f(y)=h^{y}(1-h)^{1-y};y=0,1;h\in[0,1]..................(2.9)$$

式子中的 h 就是所定義的危險函數。藉由(2.9)的定義，離散時間危險模型的蓋似函數可以表示為：

$$L(\theta;t,x)=\prod_{t=1}^{m}\prod_{t=1}^{n}\left\{[h(t,x_{it};\theta)^{y_i}(1-h(t,x_{it};\theta))^{1-y_i}]^{I(t_i=t)}[1-h(t,x_{it};\theta)]^{I(t_i>t)}\right\}....(2.10)$$

式子(2.10)中的 $I(t_i=t)=1$ 表示公司 i 存活至 t 時而發生財務危機，此時公司 i 在概似函數的形式為 $\left\{\prod_{k=1}^{t-1}[1-h(k,x;\theta)]\right\}\cdot h(t,x;\theta)$；若公司 i 在 t 時沒有發生財務危機，則公司 i 的概似函數的形式為：

$\prod_{k=1}^{m}[1-h(k,x;\theta)]$：公司 i 在樣本期間內沒有發生財務危機

$\{\prod_{k=1}^{p-1}[1-h(k,x;\theta)]\}\cdot h(p,x;\theta)$：公司 i 在第 t 期之後的第 p 期發生財務危機，t<p<m

根據上面的敘述，式子(2.10)可以再將它簡化成(2.11)：

$$L(\theta;t,x)=\prod_{i=1}^{n}\left\{[h(t_i,x_{it};\theta)^{y_i}(1-h(t_i,x_{it};\theta))^{1-y_i}]\cdot\prod_{t=1}^{t_i-1}[1-h(t_i,x_{it};\theta)]\right\}.....(2.11)$$

式子(2.11)的最後一項乘積$\prod_{t=1}^{t_i-1}[1-h(t_i,x_{it};\theta)]$表示公司i在$t_i-1$之前皆為正常營運；若在t i時發生財務危機，則y i =1，否則為0。I代表每一間公司，t_1，t_2，…. ，t_n 代表每一間公司的營運在 t_i時的情形。

接著，對(2.11)式子取自然對數，再將危險函數代入Logit機率模型，則會得到：

$$
\begin{aligned}
\ln L(\theta;t,x) &= \sum_{i=1}^{n}\left\{ y_i \cdot \ln h(t_i,x;\theta) + (1-y_i)\cdot \ln[1-h(t_i,x;\theta)] + \sum_{t=1}^{t_i-1}\ln[1-h(t,x;\theta)] \right\} \\
&= \sum_{i=1}^{n}\left\{ y_i \cdot \ln\frac{h(t_i,x;\theta)}{1-h(t_i,x;\theta)} + \left\{ \ln[1-h(t_i,x;\theta)] + \sum_{t=1}^{t_i-1}\ln[1-h(t,x;\theta)] \right\}\right\} \\
&= \sum_{i=1}^{n}\left\{ y_i \cdot \ln\frac{h(t_i,x;\theta)}{1-h(t_i,x;\theta)} + \sum_{t=1}^{t_i}\ln[1-h(t,x;\theta)] \right\} \\
&= \sum_{i=1}^{n}\left\{ y_i \cdot \ln\frac{h(t_i,x;\theta)}{1-h(t_i,x;\theta)} \right\} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}\left\{ \ln[1-h(t,x;\theta)] \right\} \\
&= \sum_{i=1}^{n}[y_i \cdot \ln\frac{\frac{1}{1+e^{-\theta\cdot\tilde{x}_{t_i}}}}{\frac{e^{-\theta\cdot\tilde{x}_{t_i}}}{1+e^{-\theta\cdot\tilde{x}_{t_i}}}}] + \sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}[\ln\frac{e^{-\theta\cdot\tilde{x}_{it}}}{1+e^{-\theta\cdot\tilde{x}_{it}}}] \\
&= \sum_{i=1}^{n}[y_i \cdot \theta \cdot \tilde{x}_{t_i}] + \sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}[\ln\frac{1}{1+e^{\theta\cdot\tilde{x}_{it}}}] \text{.......................................}(2.12)
\end{aligned}
$$

其中θ是估計的參數，$\tilde{x}_{it}$是樣本值。為了求取θ的 MLE，對式子(2.12)做θ的一階導數偏微分：

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L(\theta;t,x)}{\partial\theta} &= \sum_{i=1}^{n}(y_i\cdot\tilde{x}_{t_i}) + \sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}[\frac{-e^{\theta\cdot\tilde{x}_{it}}}{1+e^{\theta\cdot\tilde{x}_{it}}}] \\
&= \sum_{i=1}^{n}(y_i\cdot\tilde{x}_{t_i}) - \sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}[\frac{1}{1+e^{-\theta\cdot\tilde{x}_{it}}}\cdot\tilde{x}_{it}]
\end{aligned}
$$

$$=\sum_{i=1}^{n}(y_i\cdot\tilde{x}_{t_i})-\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}[h(t,x;\theta)\cdot\tilde{x}_{it}]=0\text{...........}(2.13)$$

從(2.13)式中可以知道函數h(t , x ;θ)存在參數θ，所以可以利用此式子來求解θ的MLE。

此外，還可以進一步利用大數法則求取θ估計值$\tilde{\theta}$的漸進分配為$N(\theta,\frac{1}{I_n(\theta)})$。$\frac{1}{I_n(\theta)}$為參數$\theta$的不偏估計量的變異數的理論下界，稱 CRLB (Cremer-Rao Lower Bound)。

$$I_n(\theta)=E[\frac{\partial}{\partial\theta}\ln L(\theta;t,x)]^2=-E[\frac{\partial^2}{\partial\theta\partial\theta}\ln L(\theta;t,x)](\theta=(\gamma, \alpha, \beta))$$

$$\Rightarrow\frac{\partial\ln L(\theta;t,x)}{\partial\theta}=\sum_{i=1}^{n}(y_i\cdot\tilde{x}_{t_i})-\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}[h(t,x;\theta)\cdot\tilde{x}_{it}]$$

$$\Rightarrow\frac{\partial^2}{\partial\theta\partial\theta}\ln L(\theta;t,x)=-\frac{\partial}{\partial\theta}\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}[h(t,x;\theta)\cdot\tilde{x}_{it}]$$

$$=-\frac{\partial}{\partial\theta}\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}[\frac{1}{1+e^{-\theta\cdot\tilde{x}_{it}}}\cdot\tilde{x}_{it}]$$

$$=-\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}[\frac{\partial}{\partial\theta}(\frac{1}{1+e^{-\theta\cdot\tilde{x}_{it}}})\cdot\tilde{x}_{it}]$$

$$=-\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}\left\{[\frac{e^{-\theta\cdot\tilde{x}_{it}}}{(1+e^{-\theta\cdot\tilde{x}_{it}})^2}]\cdot\tilde{x}_{it}\right\}$$

$$=-\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}\left\{\frac{1}{1+e^{-\theta\cdot\tilde{x}_{it}}}\cdot\frac{e^{-\theta\cdot\tilde{x}_{it}}}{1+e^{-\theta\cdot\tilde{x}_{it}}}\cdot\tilde{x}_{it}\cdot\tilde{x}_{it}'\right\}$$

$$=-\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}\left\{h(t,x;\theta)\cdot[1-h(t,x;\theta)]\cdot\tilde{x}_{it}\cdot\tilde{x}_{it}'\right\}$$

$$\Rightarrow I_n(\theta)=-E[\frac{\partial^2}{\partial\theta\partial\theta}\ln L(\theta;t,x)]$$

$$=-E\left\{-\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}\left\{h(t,x;\theta)\cdot[1-h(t,x;\theta)]\cdot\tilde{x}_{it}\cdot\tilde{x}_{it}'\right\}\right\}$$

$$=E\left\{\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{t_i}\left\{h(t,x;\theta)\cdot[1-h(t,x;\theta)]\cdot\tilde{x}_{it}\cdot\tilde{x}_{it}'\right\}\right\}\text{.............}(2.14)$$

利用(2.13)和(2.14)就可以得到$\tilde{\theta}$的漸進分配$N(\theta, \frac{1}{I_n(\theta)})$，再進一步可以得到參數$\theta$的區間估計值與假設檢定，其 100(1-$\alpha$)%的區間估計值＝

$$\left(\tilde{\theta} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{I_n(\theta)}}, \tilde{\theta} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{I_n(\theta)}}\right)$$

第三節 最大概似估計法(MLE)

在估計無法觀察到的公司資產價值相關問題時，通常會利用到資料移轉的最大概似估計法(簡稱 MLE)。Duan 在 1994 年首次發表這個方法。這個方法有兩個主要的優點。第一、在樣本夠大的情況下，估計出來的估計值是有效性的。第二、在計算信賴區間或是做假設檢定時，抽樣分配很容易地可以取得。

在最大概似估計法中，將 L(θ，data)定義為在特定模型中的觀測資料集合，θ指的是估計模型中未知的參數。MLE 最主要的目的就是解出利用資料集合求得θ最高可能發生的數值。假設在 Merton’s model(1974)，而且公司的資產價值是可以直接觀察得到的$\{V_0, V_h, V_{2h}, \ldots, \mathrm{V_{nh}}\}$，則概似函數曲 log 之後可以表示為：

$$L^V(\mu,\sigma;V_0,V_h,V_{2h},\ldots,\mathrm{V_{nh}}) = -\frac{n}{2}\ln(2\pi\sigma^2 h) - \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\frac{(R_k-(\mu-\frac{\sigma^2}{2})h)^2}{\sigma^2 h} - \sum_{k=1}^{n}\ln V_{kh}$$

$$R_k = \ln(V_{kh}/V_{(k-1)h})$$

在這個函數中假設資產價值在樣本期間沒有違約的情況下服從布朗尼運動。假使一間公司遭遇一次或更多次以上的融資情況，繼續經營與否就成為一個很重要的議題。Duan 在 Merton’s model(1974)提供了繼續經營與否的調整問題。

然而，一般的條件下，公司的資產是無法觀察得到，而公司的權益價值是可以獲得到的資訊。在 Merton’s model 中隱含提供一個權益價值與資產價值

一對一的關係在。可以利用可觀察到的權益資料，然後用可微分轉換的結果取得概似函數。將資產價值的機率密度函數定義為 f(V)，而和權益價值相關的機率密函數為 $f(V)/|\frac{\partial g(V;\sigma)}{\partial V}|$。根據以上的定義可以得到以下可觀察到權益價值的概似函數：

$$L^S(\mu,\sigma;S_0,S_h,...,S_{nh}) = L^V(\mu,\sigma;\hat{V}_0(\sigma),\hat{V}_h(\sigma),...,\hat{V}_{nh}(\sigma)) - \sum_{k=1}^{n}\ln(\Phi(\hat{d}_{kh}(\sigma))).....(1)$$

$$\hat{V}_{kh}(\sigma) = g^{-1}(S_{kh};\sigma)$$

$$\hat{d}_{kh}(\sigma) = \frac{\ln(\hat{V}_{kh}(\sigma)/F) + (r+\frac{\sigma^2}{2})(T-kh)}{\sigma\sqrt{T-kh}}$$

值得注意的一點是反函數不需要利用到 μ，主要原因是因為在權益定價函數中並沒有包含 μ 這個參數在（ $S_t = V_t\Phi(d_t) - Fe^{-r(T-t)}\Phi(d_t - \sigma\sqrt{T-t})$ ）。另外，$\frac{\partial g(V_{kh};\sigma)}{\partial V_{kh}} = \Phi(d_{kh})$ 。

將式子(1)數值最大化就可以容易地求出 ML 的估計參數 μ 和 σ。另外，可以利用 ML 推論去計算出所估計出的參數 $\hat{\mu}$ 和 $\hat{\sigma}$ 的信賴區間以及其他有興趣的值例如隱含的資產價值 $\hat{V}_{nh}(\hat{\sigma})$，風險性債卷價格 $\hat{D}_{nh}(\hat{V}_{nh}(\hat{\sigma}),\hat{\sigma})$，以及違約機率值 $\hat{P}_{nh}(\hat{V}_{nh}(\hat{\sigma}),\hat{\mu},\hat{\sigma})$ 。

第四節 因素分析法挑選模型變數

因素分析（factor analysis）是用來縮減變數維度（dimension）的技術，其主要目的在將原有很多變數（維度）之資料，縮減成較少的維度數，但又能保持原資料所提供之大部分資訊。

將變數之數目變少後，於後續之研究報告中，將較容易進行解釋或繪圖。且還可以拿來進行各種檢定，或拿來作為後階段判別分析、集群分析、……之依據。故而，因素分析結果，通常並不是整個報告之最終分析結果；而只是一個中間過程，用以濃縮產生後階段分析所需之變數而已。

在對變數進行因素分析之前，應先進行 KMO（Kaiser-Meyer-Olkin）取樣適當性檢定及巴氏球形檢定（Bartlett Teat of Sphericity)，以確定資料的分析效果及是否適合進行因素分析？KMO 值越高表示進行因素分析的效果越好，其值在 0.9 以上表示效果極佳，0.8 以上表示是有價值的，0.7 以上是中度的，0.6 以上是不好也不壞，0.5 以上是不太好的，若值在 0.5 以下，就表示其效果是無法接受的。而巴氏球形檢定則是在檢定資料是否合適進行因素分析？

於變數中萃取因素的方法有：主成分、未加權最小平方法、概化權最小平方法、最大概率法、……。但以主成分最為簡單，最常被選用。

至於,應縮減為幾個因素？H Kaiser 所倡之方法為依以能解釋之變異數(特徵值）達 1.0 為選取標準，自動判斷應縮減為幾個因素？這應是最常被選用的之判斷方法。

而 R. Cattell 則認為當變數少於 20 時,H Kaiser 法所萃取之因素會過少;但是當變數多於 50 時，H Kaiser 法所萃取之因素會過多。故提倡使用『陡坡法』(scree test)，它將每一因素能解釋之變異安排於縱軸；橫軸為各因素。將各因素解釋之變異數連乘一線，會成一逐漸遞減之線條。最後，將陡降趨於平坦之因素捨棄不用，因為其等可解釋之變異太少。不過，最後還是得由研究者主觀判斷，以決定應縮減為幾個因素？

由於，因素分析的結果一般很難加以解釋。因此，得將各因素軸加以旋轉。常用的因素轉軸方法為『直交轉軸』(orthogonal rotation）與『斜交轉軸』（oblique rotation)，前者讓各軸均維持於 90 度的關係，各軸互相獨立；後者則否。何者為佳？也是研究者個人偏好的問題。

『直交轉軸』分為：四方最大法（quartimax）與最大變異法（varimax)。其中，以『最大變異法』所轉軸後的因素結構較為簡單，應是最廣為使用的轉軸方法。『斜交轉軸』又分為：四方最小法（quartimax)、共變異最小法（covarimin)、……等多種。

因素分析假定樣本單位在某一變數上之反應是由二個部分所組成：一個是各變

數共有的部分，稱為共同因素（common factor），另一個是各變數所獨有的部分，稱為獨特因素（unique factor），獨特因素與共同因素無關聯，與其他變數的獨特因素亦無關聯。

其基本原理如下：

設 Z_{ji} 為第 i 個樣本單位在第 j 個變數之分數，F_{ki} 為第 i 個樣本單位在第 k 個共同因素之分數，U_{ji} 為第 i 個樣本在第 j 個變數之獨特因素之分數，令 Z、F、U 均為標準化的分數，則第 i 個樣本單位在變數 j 之分數可用下式表示：

$$Z_{ji} = a_{j1}F_{1i} + a_{j2}F_{2i} + ...a_{jk}F_{ki} + d_jU_{ji}$$

在上式中，a_{jk} 是因素權重（factor weight），表示第 k 個共同因素對第 j 個變數之變異數之貢獻，因素權重又稱為「組行負荷量」（pattern loading）。d_j 是指第 j 個變數之獨特因素之權重。

至於分析步驟為：

計算各變數間之積差相關係數，形成一相關矩陣，並算出共同性。

因素模式之選定：利用分次抽取法或一次抽取法來估計共同性。

因素抽取法之選擇：

有主成分法（principal components method）、最大概似法（maximum likelihood method）、或主因素法（principal factor method）等。本文擬採主成分法，利用 Kaiser（1960）標準，保留特徵值（eigenvalue）大於一之因素。

因素軸之旋轉：因素抽取完成後，為使因素之意義更加清楚，通常會進行因素轉軸。一般有直交轉軸法或斜交轉軸法，其中直交轉軸法最常用的是採最大變異法（variamax rotation），即希望轉軸後的因素矩陣能達到簡單結構的標準（simple structure）。

結果之解釋：因素之命名是由因素中包含哪些重要變數來決定，或依據該一共同因素上負荷量最大之變數來命名。

因素分析法依其目的可分成兩類：一類是探索性因素分析(exploratory factor analysis)，另一種是驗證性因素分析（confirmatory factor analysis)。前者主要是從一組雜亂無章之變數中找出共同屬性以建立新的假設或理論；後者是驗證已有之理論架構。

第五節 模型評量的準則

3.5.1 K-S test

Kolmogoroc-Smirnov(K-S)檢定法是以樣本的平均數、變異數作為估計常態母體參數時的不偏估計值，以作為計算理論機率分配時的根據。K-S 檢定統計量 D 的計算法則如下：

$$S(x)=\frac{a}{n}$$

x：樣本觀察值

a：總樣本中，小於 x 之個數

n：樣本總數

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{\sqrt{2\pi s^2}}e^{\frac{1}{2}(\frac{x-\bar{x}}{s})^2}$$

$$D=\max|F(x)-S(x)|$$

F(x)表示累積的理論分配函數

S(x)表示累積的樣本分配函數

$\bar{X}$ ：母體分配平均

S：母體變異數

Ho：隨機變數 x 之分配適合常態分配

H1：隨機變數 x 之分配不適合常態分配

當 $D > D_{(\frac{\alpha}{2},n)}$ 時拒絕虛無假設，意指樣本並不符合常態分配

3.5.2 ROC(Receiver Operating Characteristic)曲線

設定一家在營運的公司只會產生兩種狀況：發生財務危機與未發生財務危機。目前利用評等分數來決定哪些公司在下一期間會倒閉，哪些公司又會持續經營。首先 C 為研究過程中選取的一個實數值，當選取的觀察變數小於 C 時，則判定此間公司會違約；當變數大於 C 時，則判定此間公司為正常公司。

表 3 為四種決策可能的情形。

（表三）

		發生財務危機	未發生財務危機
評　等分數	X<C	預測正確(a)	預測錯誤(b)
	X>C	預測錯誤(c)	預測正確(d)

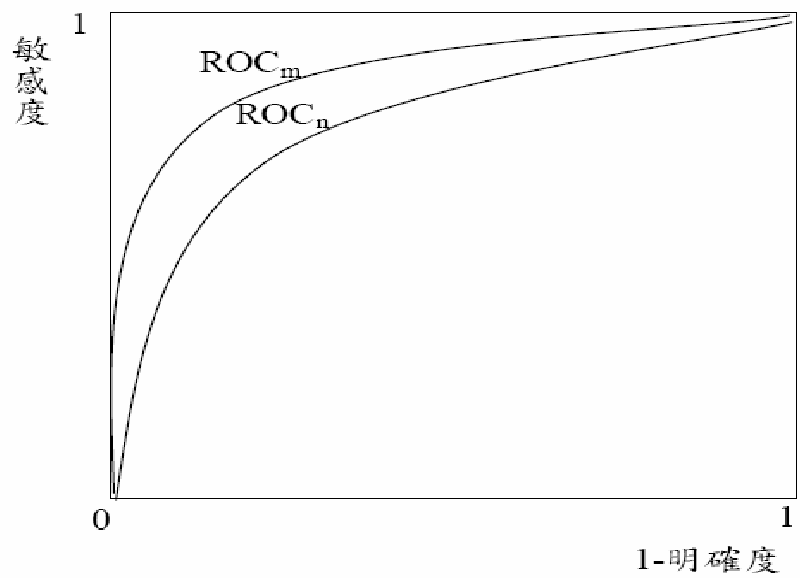
根據表三可以很清楚看到分類的結果。在主對角線上（a＋d）的數值表示正確的分類結果，而其餘數值（b＋c）則為錯誤的分類。由此可知，如果模型的預測結果越準確的話，(a ＋ d）的值會越大。

敏感度：P(X<C|實際上為財務危機公司)=HIT RATE(HR)

明確度：P(X>C|實際上為正常營運公司)

錯誤警訊比率(False Alarm Rate；FAR)=1-P(X>C|實際上為正常公司)=P(X<C|實際上為正常公司)。

ROC 曲線就是將 FAR 當作 X 軸，敏感度當作 Y 軸，依據每一個 C 值而描繪出的圖形。根據定義，HR(C)= $\frac{d}{c+d}$ ，FAR(C)= $\frac{b}{a+b}$ ，敏感度與明確度的值皆會介於 0 到 1 之間。所以 ROC 曲線的 X 值= $\frac{b}{a+b}$ ，Y 值= $\frac{d}{c+d}$ 。ROC 曲線如下所示。



曲線 ROC_m 與 ROC_n 分別表示模型 M 與 N 所產生的 ROC 曲線，圖中表示模型 M 比模型 N 有較佳之區別能力。ROC 曲線下的面積稱為 Area Under Curve(AUC)。令 S_D：違約者的信用評等分數，S_{ND}：未違約者的信用評等分數。曲線以下的面積 = $\int_x f(x)dx$，所以 ROC 曲線以下的面積為：

$$\int_x f(x)dx = \int_0^1 HR(FAR)d(FAR) = \int_0^1 P(S_D < C)dP(S_{ND} < C) \qquad \text{（式 A）}$$

$P(S_{ND} < C)$ 為未違約者的累積機率密度函數，其隨著 C 值大小而變化，所以可將其表示成 $F_{S_{ND}}(C)$。故 $dP(S_{ND} < C) = dF_{S_{ND}}(C) = f_{S_{ND}}(C)dC$，其中 $f_{S_{ND}}(C)$ 為 S_{ND} 的機率密度函數。(式 A)= $\int_{-\infty}^{\infty} P(S_D < C) \cdot f_{S_{ND}}(C)dC$。$f_{S_{ND}}(C)$ 表示在 S_{ND} 的機率密度函數分配下，給定一個 C 值，使得 $S_D < S_{ND}$ 的機率，即 $P(S_D < S_{ND})$。ROC 曲線下的面積就等於在積分區域 $C \in (-\infty, \infty)$ 之下，$P(S_D < S_{ND})$ 的機率，即 $A = P(S_D < S_{ND})$。A 區域的涵義為違約者的評等分數小於未違約者的評等分數。

第四章 研究設計

第一節 財務危機之定義

4.1.1 TEJ 資料庫之財務危機定義

Ⅰ、財務危機事件：

項目：倒閉破產、重整、跳票擠兌、紓困求援、接管、CPA 對其繼續經營有疑慮、公司淨值為負數、全額下市（因每股淨低於 5 元而轉為全交股者除外)、財務吃緊停工。

事件日之選定：事件見報之日，並歸屬至最近一期之已評等財報年月。一旦見報即歸為此項時，便不再改類別。

Ⅱ、準財務危機事件：

項目：淘空挪用、暫停交易、銀行緊縮、嚴重虧損（含每股淨低於 5 元而轉為全交股者)、董事長跳票、景氣不佳停工。

事件日之選定：事件見報之日，並歸屬至最近一期之已評等財報年月。一旦見報即歸為此項時，需追蹤後續發展，若後續發展演變至前項各類時，便改為前項各類，但事件日不變。

Ⅲ、財務危機前兆：

項目：關係企業財務危機(有前財務危機 9 項事件之一)、非董事長的董監跳票、外人違約交割、謠傳危機、股價暴跌、內控不當、員工挪用公款、工安、品管等。

事件日之選定：事件見報之日，並歸屬至最近一期之已評等財報年月。

4.1.2 財務預警與財務困境

I、財務預警的定義：

目前理論界對財務預警的定義主要有以下幾種觀點：

1、財務預警是以企業信息作為基礎，對企業在經營管理活動中的潛在風險進行

實際監控預測。

2、財務預警系統是以企業財務信息數據為基礎，以財務指標體系為中心，通過對財務指標的綜合分析、預測、及對反映企業經營情況和財務狀況的變化，並對企業還未發生或將可能發生的經營風險發出預警信號，為管理者、投資人和債權人提供決策依據。

3、財務預警就是通過對企業財務報表及相關經營資料的分析，利用即時的財務數據和相應的數據化管理方式，將企業所面臨的危險情況預先告知企業經營管理者和其他利益關係人，並分析企業發生財務危機的原因和企業財務經營體系隱藏的問題，以提早做好防範措施的財務分析系統。

以上觀點各有側重和特點。第一種觀點強調財務預警的風險控制功能，主要用於企業的財務管理中。第三種觀點實際上接近整個企業管理預警，面向企業高層管理者，用於支持去業決策管理，但在實際中維以模型化。第二種觀點特點是基於財務指標體系分析，對於上市公司的財務數據是公開的，便於量化和建模，而且它可以面向上市公司各方面的利益關係人，更有實際意義。

從財務預警的含意可以看出，財務預警的實質就是預測公司發生財務困境的可能性，因此準確定義財務困境是財務預警的前提。

II、財務困境的定義：

財務困境也稱「財務危機」或「財務失敗」，是指企業缺乏償還到期債務的能力，包括從資金管理的技術性失敗到破產以及處於兩者之間的各種情況。

關於財務困境的具體定義，也有不同的觀點。Carmichael（1972）認為財務困境是企業履行義務時受阻，具體表現為流動性不足、權益不足、債務拖欠及資金不足四種形式。Ross 等人（1999;2000）從四方面定義企業的財務困境：第一、企業失敗，即企業清算後仍無力支付債權人的債務；第二、法定破產，即企業和債權人向法院申請申請企業破產；第三、技術破產，及企業無法按期履行債務合約付息還本；第四、會計破產，即企業的帳面淨資產出現負數，資不抵債。從防範財務風險的角度來看，財務困境是指技術破產，「財務困境是指

一個企業處於經常性現金流量不足以抵償現有到期債務」，即技術破產。

在 Beaver（1996）的研究中，79 家財務困境公司包括 59 家破產公司、16 家拖欠優先股股利和 3 家拖欠債務的公司，由此可見，Beaver 把破產、拖欠優先股股利、拖欠債務界定為財務困境。Altman（1968）定義的財務困境是「併入法定破產的企業」。Deakin（1972）則認為財務困境公司「總包括已經經歷破產、無力償還或為債權人利益而已經進行清算的公司」。

國外的研究為了將研究對象量化、客觀化，大致是以法定破產作為界定財務困境的標準。

第二節 樣本資料

4.2.1　研究變數的定義

(一)應變數定義

本研究以上市上櫃公司發生危機事件發生之定義，並以 default 為危機與正常公司之虛擬變數，其中危機公司設為 1，正常公司設為 0。

(二)自變數定義

財務變數：

本研究引用國內外相關文獻中常使用之財務變數作為離散時間模型的投入變數。共五大類 14 項財務變數。

(表 4.1)預測變數彙總表

類 別	變 數	比 率 計 算 說 明
財務結構	X1	淨值/資產總額
	X2	固定資產/淨值
	X3	淨值/負債總額
	X4	固定資產/資產總額

償債能力	X5	流動資產/流動負債
	X6	總負債/總資產
經營效能	X7	營業成本/存貨
	X8	營業收入淨額/總資產
獲利能力	X9	營業毛利/營業收入淨額
	X10	營業利益/營業收入淨額
	X11	(營業利益-利息費用)/營業收入淨額
	X12	(折舊+攤提)/營業收入淨額
	X13	利息費用/營業收入淨額
成長率	X14	(稅後淨利+折舊)/總負債

4.2.2 樣本公司定義與資料來源

本研究需要「發生危機事件公司」及「未發生危機事件公司」的資料來進行 PD 的估計，在這裡本研究將「發生危機事件公司」定義為在股票交易中規定要「全額交割」的公司，而全額交割亦有上市與上櫃之差別，本研究則取上市與上櫃的資料，其中資料取自台灣經濟新報資料庫(簡稱 TEJ)中「全額交割股」資料庫。該「全額交割股」資料庫中這些全額交割股所發生的危機事件包括：外部人違約、董監事跳票、公司跳票擠兌、倒閉破產、有繼續經營疑慮、被掏空挪用、紓困求援、重整、接管、暫停交易、董事長跳票、謠傳危機、銀行緊縮等 12 個類別，但排除金融保險公司，因該產業其業務性質特殊，其營運方式本就以高財務槓桿比率經營與一般產業不同，除此之外，樣本公司選取的準則是依據資料的完整性來取捨。由於在 TEJ 資料庫中，有些公司的資料不是很齊全，只要有一個在本研究中需要用到的資料是遺漏值時就會將此公司刪除。取樣期間為西元 1996 年至 2005 年，經由這樣的篩選步驟可得到 879 間上市上櫃公司，其中有 717 間正常公司，162 間違約公司。另外，一間公司的財務危機傾向應該可以從公司財務結構看出端倪，並會隨著時間而逐漸顯現出來，利用離散時間危險模型正需要利用公司過去的歷史資料，所以本研究多出一個動態

資料：多期資料。其取樣公司與先前相同，但由於要包括過去十年的公司歷史資料，所以總觀測值為 6792 筆公司年度，其中有 5978 間正常公司，814 間違約公司。

第五章 實證結果與分析

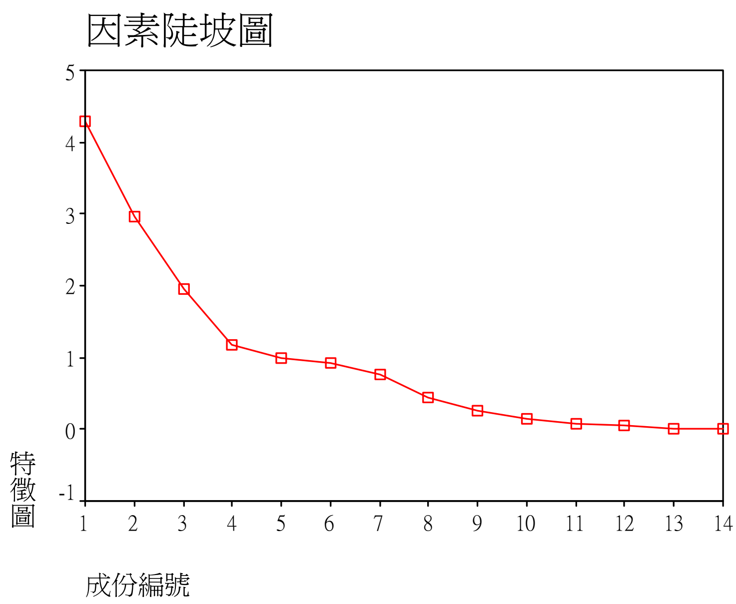
第一節 因素分析變數選取實證結果

(表 5.1)因素分析挑選變數結果

變數	因素 1	因素 2	因素 3	因素 4
固定資產/總資產%	0.038	0.051	0.795	0.014
淨值/總負債%	0.023	0.870	0.010	0.079
淨值/總資產%	0.144	0.879	0.079	0.077
固定資產/淨值%	0.007	0.068	0.451	0.176
流動資產/流動負債%	0.055	0.715	-0.146	-0.126
總負債/總資產%	-0.144	-0.879	0.079	0.077
營業成本/存貨%	0.009	0.012	0.011	0.947
營業收入淨額/總資產%	0.084	0.080	-0.699	0.173
營業毛利/營業收入淨額%	0.470	0.406	0.049	0.036
營業利益/營業收入淨額%	0.938	0.001	0.003	0.040
（營業利益－利息費用）/營業收入淨額%	0.977	0.013	0.000	0.021
（折舊＋攤提）/營業收入淨額%	-0.734	0.010	0.062	0.076
利息費用/營業收入淨額%	-0.980	0.027	0.002	0.001
（稅後淨利＋折舊）/總負債%	0.057	0.656	0.010	0.048

(表 5.2)因子分類結果

因素/變數名稱	因素負荷量	特徵值	解釋變異量
因素一、獲利能力			
1、利息費用/營業收入淨額%	-0.980		
2、(營業利益－利息費用)/營業收入淨額%	0.977		
3、營業利益/營業收入淨額%	0.938		
4、(折舊＋攤提)/營業收入淨額%	-0.734	4.057	28.98%
5、營業毛利/營業收入淨額%	0.470		
因素二、償債能力			
1、總負債/總資產%	-0.879		
2、淨值/總資產%	0.879		
3、淨值/總負債%	0.870	2.990	21.358%
4、流動資產/流動負債%	0.715		
5、(稅後淨利＋折舊)/總負債%	0.656		
因素三、營運槓桿			
1、固定資產/總資產%	0.795		
2、營業收入淨額/總資產%	-0.699	1.374	9.817%
3、固定資產/淨值%	0.451		
因素四、經營效能			
1、營業成本/存貨%	0.947	1.001	7.151%



（圖一）

表 5.2 說明了因素一主要是由『利息費用/營業收入淨額%』、『(營業利益－利息費用）/營業收入淨額%』、『營業利益/營業收入淨額%』、『(折舊＋攤提）/營業收入淨額%』、『營業毛利/營業收入淨額%』五個相關程度較高的變數所構成，其因素負荷量絕對值介於 0.980～0.470，特徵值為 4.570，可解釋變異為 28.98%。由於，前三者之因素負荷量較高，故將此命名為「獲利能力」。

因素二主要是由『總負債/總資產%』、『淨值/總資產%』、『淨值/總負債%』、『流動資產/流動負債%』、『(稅後淨利＋折舊）/總負債%』五個相關程度較高的變數所構成，其因素負荷量絕對值介於 0.879～0.656 之間，特徵值為 2.990，可解釋變異為 21.358%。由於，第一個變數之因素負荷量較高，故將此命名為「償債能力」。

因素三主要是由『固定資產/總資產%』、『營業收入淨額/總資產%』、『固定資產/淨值%』三個相關程度較高的變數所構成的，其因素負荷量絕對值介於 0.795～0.451 之間，特徵值為 1.374，可解釋變異為 9.817%，。由於第一個變數的因素負荷量比較高，故將此因素命名為『營運槓桿』。

因素四主要是由『營業成本/存貨%』單一個變數所構成，其因素負荷量為

0.974，特徵值為 1.001，可解釋變異為 7.151%，。並將此因素命名為『經營效能』。

第二節 離散時間危險模型實證結果

由於本研究將違約機率密度函數定義為 Logistic 分配,所以根據定義可使得危險函數成為 Logit 機率分配。利用求取 Logit 模型的相同方法來求取危險函數，得到的危險函數如下：

$$h_T(i) = [1 + \exp(4.801 + 1.87X1 + 0.17X2 - 0.2X3 + 0.686X4)]^{-1}$$

(表 5.3)離散時間危險模型

變數	變數名稱	係數	標準差	卡方統計量	p-value
Fac1_1	獲利能力	-1.870	0.146	164.395	0.000
Fac2_1	償債能力	-0.170	0.152	1.256	0.003
Fac3_1	營運槓桿	0.200	0.062	10.360	0.001
Fac4_1	經營效能	-0.686	0.101	46.398	0.000
	常數項	-4.801	0.155	961.741	0.000

χ^2 適合度檢定： χ^2=270.234，p-value<0.000，自由度=4

表 5.3 為危險函數的四個因子變數的係數顯著性檢定，檢定結果顯示這四個變數皆為顯著因子，且係數正負號關係也與違約機率呈現一致現象。在得到危險函數後，根據第三節關於離散時間危險模型求取違約機率的方式，一間公司在第 i 年的違約機率值=$1-S_T(i)$，其中 $S_T(i)$ 為公司在第 i 年的存活機率，其值為 $\prod_{i=1}^{t}[1\text{-h}_T(\text{i})]$。經由上述步驟即可計算出每個公司年度的違約機率值。

第三節 K-S 檢定結果

本研究將總樣本分成兩個群體，其代表的分別為正常公司與違約公司。虛無假設為檢定此兩群體是否為相同的分配函數。表 5.4 為兩個模型的 K-S 檢定結果

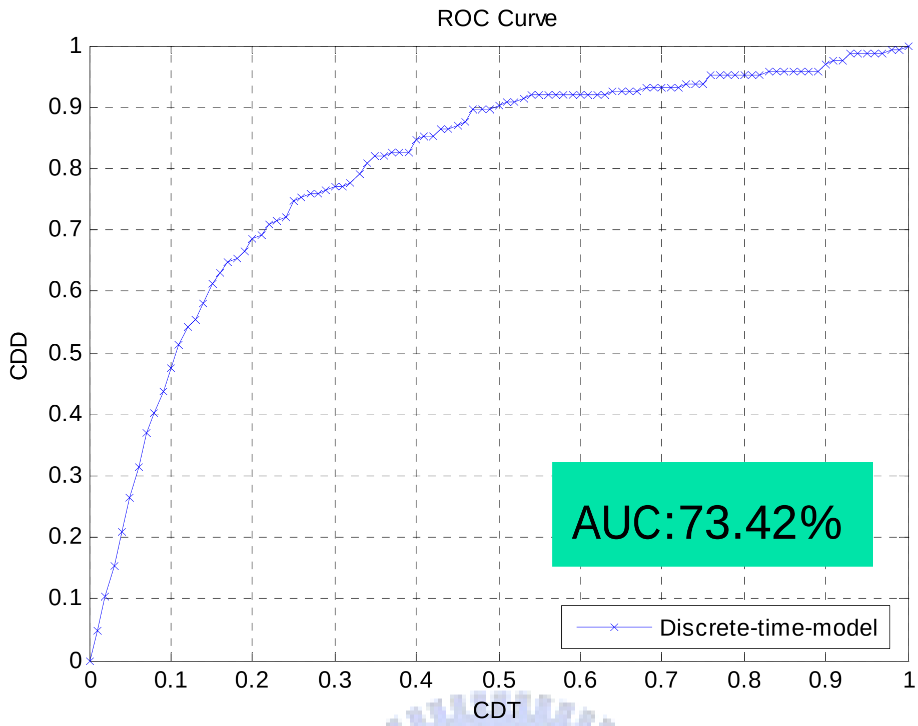
表(5.4)兩模型 K-S 檢定結果

	Discrete-Time Hazard Model	Merton's Model
K-S Value	5.377	6.923
P-Value	0	0

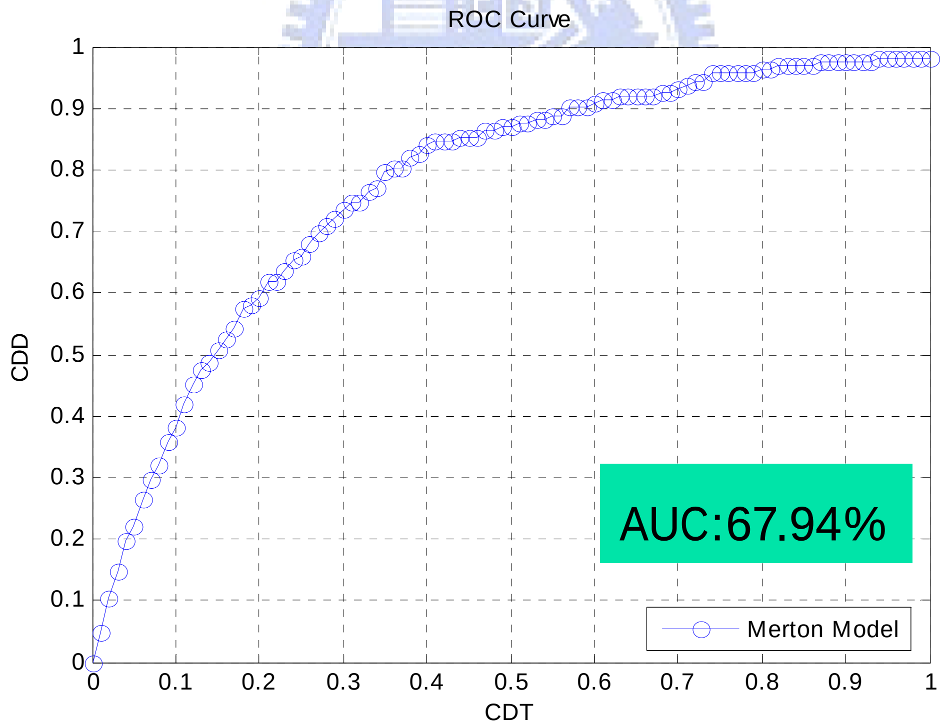
從表 5.4 可以看到離散時間危險模型與 Merton 模型的 K-S 值分別為 5.377 與 6.923，顯示兩模型都可以正確地將有違約的公司與正常公司區分開來。

第四節 ROC 曲線與 AUC 值的分析

ROC 曲線是沿著每一個不同的切割點依序描繪出來的圖形。縱軸代表預測模型正確預測出違約公司的比率，橫軸則是刑二誤差率，故整條 ROC 曲線就是將每一個不同切割點所對應的座標點(Hit Ratio，型二誤差率)連接起來的圖形，圖形以下的面積即為 AUC 值。圖形中間的對角線為一參考線，代表對任意一切割點的 Hit Ratio 與型二誤差率皆是相同的。如果模型的 ROC 曲線正好等於此條對角線，則表示此預測模型完全沒有區別能力，為一隨機模型。圖(一)、圖(二)分別為離散時間危險模型與 Merton 模型上市上櫃資料的 ROC 曲線。


ROC Curve
AUC:73.42%
Discrete-time-model
CDD
CDT
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1

圖(一)


ROC Curve
AUC:67.94%
Merton Model
CDD
CDT
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1

圖(二)

(表 5.5)兩模型 AUC 值

模　　型	曲面下的面積(AUC 值)
離散時間危險模型	0.7342
Merton 模型	0.6794

從表(5.5)可以看出兩模型的 AUC 值，相對於 Merton 模型，離散時間危險模型的 AUC 值 0.7342 比起 Merton 要高出一些，這表示在本研究中離散時間危險模型對於違約的預測能力表現比 Merton 來的優。由於離散時間危險模型可以將同一間公司過去的資訊納入每一個觀測年度，也就是所謂的動態模型。當時間改變時，靜態模型必須將資料全部更新，但離散時間危險模型則只需要增加資料即可，所以在預測維約機率時會比較準確。而 Merton 模型預測能力較差的可能原因之一是因為所採用的是 Merton 所發展出來的公式。因為此模型隱含很多假設，例如：無風險利率為固定不變，如果可以放寬這些假設，採用比較合理的評價模型，則應該可以提高預測的準確度。

第六章 結論與建議

先前的文獻多利用單期的資料來建構財務危機預警模型，而無法與過去的資料做連結，導致後續學者對這樣的模型提出質疑，認為這樣的模型無法隨著資訊的變動而改變其參數。在 2001 年 Shumway 學者提出了利用離散時間危險模型建立財務危機預警模型將可以改善這樣的缺失。本研究利用倖存資料分析方法證明離散時間危險模型可以將同一間公司過去的資訊納入每一個觀測年度，也就是所謂的動態模型。當時間改變時，靜態模型必須將資料全部更新，但離散時間危險模型則只需要增加資料即可。所以就理論而言，離散時間危險模型的預測準確度理當應該優於靜態模型。

此外，本研究也運用 Merton’s model 檢視國內信用風險評估之實用性，希望透過此一預警模型的應用，使企業在發生財務危機前，金融機構有充分時間採取應變措施，減少金融機構之損失，進一步改善金融機構之信用風險管理。

在本文中，我們以台灣 1996 年至 2005 年上市上櫃公司的資料來檢驗 Merton’s model 與離散時間危險模型法在財務危機的預測上何者較佳。其中在 Merton’s model 中，正常公司有 879 間，違約公司有 162 間。由於離散時間危險模型的建立需要公司過去的歷史資料，所以從 TEJ 資料庫中擷取共計 6792 個樣本觀測年度，正常公司共有 5978 個年度，而違約公司共有 814 個年度。本研究先採用 K-S 檢定，來檢測離散時間危險模型與 Merton’s model 是否能將正常公司與違約公司分別開來。實證結果為兩模型的 K-S 檢定分別為 5.377 與 6.923，顯示這兩個模型都可以顯著地將好壞公司分開來。接著再利用 ROC 曲線與 AUC 來比較兩者相對的預測能力。結果發現在上市上櫃的資料中，離散時間危險模型在財務危機的預測上優於 Merton 模型。

本文的實證結果值得進一步拓展。首先，就研究方法來說，未來的研究可以採取與本文不同的方法來計算企業的違約機率或是違約距離。本研究中，上市上櫃資料中，Merton 模型預測能力較差的可能原因之一是因為所採用的是

Merton 所發展出來的公式。因為此模型隱含很多假設，例如：無風險利率為固定不變，如果可以放寬這些假設，採用比較合理的評價模型，則應該可以提高預測的準確度。其次，就對結果的闡釋來說，未來的研究可以進一步探究造成本文結果的主要原因。如果能找出這些答案，則未來在預測企業危機時，將更清楚在哪些情況下應該採取哪一種預測方法。最後，未來的研究可以針對本文所探討的主題進行跨國比較。另外，本研究認為「在預測企業危機時，Merton 模型的準確度是否會受到該國股市效率的影響」也是值得進一步探討的主題。如果能對許多股市發展程度不同的國家進行分析，並比較各國結果，則能有更進一步的了解。

參考文獻

1. 沈中華、林公韻，2005，「違約機率預測與極端值」，Journal of Financial Studies Vol.13 No.3
2. 黃明祥、許光華、黃榮彬、陳鈺鈴，2005，「KMV 模型在台灣金融機構信佣風險管理機制有效性之研究」，財金論文叢刊，第三期，29-50
3. 陳業寧、王衍智、許鴻英，2004，「台灣企業財務危機之預測：信用評分法與選擇權評價法孰優？」，風險管理學報 第六卷 第二期
4. 周世燁，2004，「運用決策樹於財務危機預警模型之研究」，國立台灣大學會計學系碩士論文
5. 林左裕、劉長寬，2003，「應用 Logit 模型於銀行授信違約行為之研究」，中華民國住宅學會第十二屆年會論文集
6. 薛人瑞、陳漢沖，2004，「新巴塞爾協定之違約機率量化研究」，風險管理專題
7. 張大成，2003，「違約機率與信用評等模型」，台灣金融財務季刊 第四輯 第一期
8. 彭昭英、唐麗英，2003，SAS 1-2-3，第四版，台北儒林圖書有限公司
9. 詹益宗，2005，「財務危機預警模型之比較」，交通大學財務金融研究所論文
10. Altman， E.(1968)，”Financial Ratios， Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy” ，The Journal of Finance，pp.589-609.
11. Cox，D.R. and Oakes，D. ，1984，Analysis of Survival Data (New York，Chapman & Hall). Hopwood，W. ,McKeown，J.C. and Mutchler， J.F.，1994，A Reexamination of Auditor versus Model Accuracy within the Context of the Going-concern Opinion Decision， Contemporary Accounting Research 10:409-431

12. Duan，J.C. ，G. Gauthier， J.G. Simonato and S. Zaanoun，2003，”Estimating Merton’s Model by Maximum Likelihood with Survivorship Consideration”， JEL classification code：C22

13. Duan，J.C. ，G. Gauthier and J.G. Simonato，2004，”On the Equivalence of the KMV and Maximum Likelihood Methods for Structural Credit Risk Models”， JEL classification code：C22,G13

14. Engelmann，B. ，E. Hayden and D.Tasche，2003，”Measuring the Discriminative Power of Rating Systems”， Banking and Financial Supervision

15. Shumway，T.， 2001，”Forecasting Bankruptcy More Accurately：A Simple Hazard Model” ，The Journal of Business 74:101-124.