

國立交通大學

資訊科學與工程研究所

碩 士 論 文

以 Gradient Vector Flow 與 Distance
Transform 為基礎的中軸演算法

A method for computing the centerline based on Gradient
Vector Flow and Distance Transform

研 究 生：翁啟騰

指 導 教 授：荊宇泰 博士

中 華 民 國 九 十 七 年 一 月

以 Gradient Vector Flow 與 Distance Transform 為基礎的中軸演算法

學生：翁啟騰

指導教授：荊宇泰 博士

國立交通大學資訊科學與工程研究所

摘 要

中軸是一種用來描述物體形狀的方法，由於具有精簡化的結構且保留原物體的拓撲等特性，所以在很多方面都可拿來應用，如分析影像、圖形辨識等。但是由於中軸沒有明確的定義，所以計算上仍然是不容易的。本文提出一個結合 Gradient Vector Flow 與 Distance Transform 作為尋找中軸的方法，並且在具有不同特徵的影像上做實驗，也顯示結果符合大部分用來尋找中軸的條件。



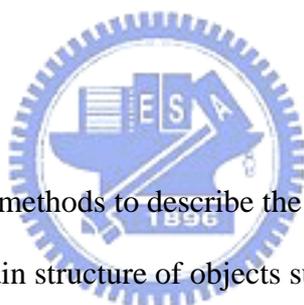
A method for computing the centerline based on gradient vector flow and distance transform

Student: Chi-Teng Weng

Advisor: Dr. Yu-Tai Ching

Institute of Computer Science and Engineering
National Chiao Tung University

ABSTRACT



Centerline is one of many methods to describe the shape of objects. The method simplifies and maintains the main structure of objects such as topological characteristics. Therefore, the preference of searching for centerlines in image analysis and pattern recognition is mostly applicable. However, centerline method is not well-defined and consequently causes the difficulties of calculation. The thesis provides a way to search for centerline of objects by integrating gradient vector flow and distance transform. In addition, we apply the method on the images with various figures and the result indicates great match with centerline conditions.

誌 謝

感謝我的指導教授荊宇泰教授，在這兩年多來的細心指導，使我在學業上有大幅成長並完成此論文。同時感謝醫學影像實驗室的學長姐以及學弟妹，在這兩年多給予許多建議跟幫助，讓我研究所的生活過得很充實且快樂。

感謝我的家人，在這兩年多裡的照顧和包容與支持。

最後感謝我的朋友們，在遇到瓶頸的時候給我的加油與鼓勵，謝謝你們。



目 錄

| | | |
|-------|-----------------------------------|-----|
| 中文摘要 | | i |
| 英文摘要 | | ii |
| 誌謝 | | iii |
| 目錄 | | iv |
| 圖目錄 | | vi |
| 第一章 | 緒論 | 1 |
| 1.1 | 研究背景 | 1 |
| 1.2 | 論文架構 | 2 |
| 第二章 | 相關研究 | 3 |
| 2.1 | 前言 | 3 |
| 2.2 | Homotopic thinning | 4 |
| 2.3 | Voronoi graph methods | 5 |
| 2.3.1 | Voronoi region | 5 |
| 2.3.2 | Voronoi graph | 6 |
| 2.3.3 | Voronoi skeleton | 7 |
| 2.4 | Distance map | 8 |
| 2.4.1 | Distance function | 8 |
| 2.4.2 | Distance transform based skeleton | 9 |
| 第三章 | Method | 12 |
| 3.1 | Snake | 12 |
| 3.2 | Gradient vector flow | 13 |
| 3.3 | 結合 distance map 與 GVF 建立向量場 | 15 |
| 3.4 | 以 distance map 與 GVF 尋找中軸 | 18 |
| 3.4.1 | 尋找影像中的中軸候選點 | 18 |
| 3.4.2 | 連結中軸候選點 | 19 |
| 3.5 | 結論 | 22 |

| | | |
|------|---------------|----|
| 第四章 | 實驗結果 | 23 |
| 4.1 | 前言 | 23 |
| 4.2 | 實驗結果與分析 | 23 |
| 第五章 | 結論與未來展望 | 28 |
| 參考文獻 | | 29 |



圖目錄

| | | |
|--------|--|----|
| 圖 2.1 | 不同選擇點的標準產生不同中軸 | 4 |
| 圖 2.2 | [3]使用平行處理的 Homotopic Thinning 得出的中軸結果... | 5 |
| 圖 2.3 | 黑點形成的 Voronoi Graph | 6 |
| 圖 2.4 | b 至 e 為取樣率對結果的影響，f 為雜訊對結果的影響 ... | 7 |
| 圖 2.5 | 各種距離標準的示意圖 | 8 |
| 圖 2.6 | 最大內切圓與中軸的關係 | 9 |
| 圖 2.7 | 由某區域最大值至另一區域最大值範例 | 10 |
| 圖 2.8 | 在 $z = x^2 - y^2$ 圖中的 saddle point | 11 |
| 圖 2.9 | saddle point 範例 | 11 |
| 圖 3.1 | [9]使用 potential forces 產生的向量場 | 14 |
| 圖 3.2 | [9]使用 GVF 產生的向量場 | 15 |
| 圖 3.3 | 一張二值化的測試影像 | 16 |
| 圖 3.4 | 經過 GVF 處理的結果 | 16 |
| 圖 3.5 | Euclidean distance transform 的結果 | 17 |
| 圖 3.6 | 用 distance transform 當成輸入的 GVF 結果 | 17 |
| 圖 3.7 | 尋找 local min | 18 |
| 圖 3.8 | 過濾不正確的點 | 19 |
| 圖 3.9 | 尋找路徑範例 | 19 |
| 圖 3.10 | 尋找路徑流程圖 | 20 |
| 圖 3.11 | 尋找路徑後的中軸 | 21 |
| 圖 4.1 | 槌子的二值影像 | 23 |
| 圖 4.2 | GVF 處理的結果 | 24 |
| 圖 4.3 | 中軸的結果 | 24 |
| 圖 4.4 | 蝴蝶的二值影像 | 25 |
| 圖 4.5 | GVF 處理的結果 | 25 |
| 圖 4.6 | 中軸的結果 | 25 |

| | | |
|--------|--------------|----|
| 圖 4.7 | S 型的圖案 | 26 |
| 圖 4.8 | 馬的圖案 | 26 |
| 圖 4.9 | 剪刀的圖案 | 27 |
| 圖 4.10 | 手的圖案 | 27 |



一、緒 論

1.1 研究背景

在許多數位影像處理應用上，正確以及有效率的由儲存在電腦中的數位影像資料去自動辨識或描述影像中的物體形狀是非常重要的，這也一直是長久以來被拿來研究的題目，用以利於在處理影像時，對不同的描述方法去設計出適當的演算法，好的描述物體的方法有時還能有效的簡化計算複雜度，對實作上會有很好的幫助。

物體的中軸就是用來描述物體的一種精簡結構，其最早的概念是由 Blum[1] 在 1967 年提出。物體的中軸指的是位在物體中間的細線，由於中軸有精簡化表示物體及一些幾何上的特性，所以在很多方面都可以拿來應用，如圖形辨識 (pattern recognition)、機器人視覺(robot vision)、動畫製作、資料壓縮、模型幾何運算等。而在醫學影像應用上，中軸也有助於分析和辨識影像中的血管存在的位置，可作為影像分割的依據；或者做虛擬內視鏡(virtual endoscopy) 時，中軸會有助於在影像資料中的移動路線，使其在檢查時更為順利。

中軸的概念雖然已經提出很多年了，但是並沒有一個明確的定義來定義中軸，只能用條件式的方法去設計演算法，所以不同的演算法產生的中軸都不完全相同。在過去許多尋找中軸的文獻中，提出的中軸演算法就可能會根據應用情況的不同來做調整。一般來說在設計中軸演算法的時候會希望符合三個基本的條件：(1) 中軸必須要在物體中央(centered)、(2) 中軸要和物體有相同結構(homogeneous)、(3) 中軸要是盡量細的(thin)。除了以上的三個基本條件之外，也有其他用來配合來源或未來應用的條件會加入，用來找出符合需求的中軸，例如影像旋轉後找出的中軸要不受影像旋轉的影響、中軸對邊界雜訊的敏感

度、由中軸重建原始影像的需求等等。

形成中軸的某些條件有時候會是互斥的，例如中軸是細的與能由中軸重建影像這兩個條件，當尋找到的中軸過細，則重建的資訊就會少很多，導致重建上的困難，所以如何衡量條件的重要性，在結果與應用面上取得最佳的比例也是在設計演算法時需要謹慎考慮的。

1.2 論文架構

本篇論文共分為五個章節：第一章為緒論。第二章為相關研究，即介紹各種不同的方法尋找中軸。第三章為介紹 GVF 基礎與理論，以及介紹提出的結合 distance transform 與 GVF 的方法尋找中軸。第四章為實驗結果，將看提出的尋找中軸的演算法在不同影像上的結果。第五章為結論與未來展望。



二、相關研究

2.1 前言

雖然過去已經有許多尋找中軸的文獻，但由於目前還沒有明確的中軸定義，所以直到現在計算中軸仍然是很有挑戰性的研究。由對中軸直覺的想法來說，要設計一個最佳的中軸演算法必須盡量滿足一些可能構成中軸的條件，例如：

- 應要盡量接近正確中軸的位置
- 應要保留原來物體的樣式，即與原物體有相同拓撲結構
- 應要是可逆的計算，即給予計算出的中軸和有相關聯的範圍函數，能重建回接近原來的物體
- 應要在旋轉或平移的情況下，計算的結果不變
- 應要具有處理雜訊的能力
- 應要是有效率的計算過程

儘管已經存在滿足這些標準的演算法，但大部分的演算法可能在有小的邊界擾動時產生的結果是不穩定的或者是需要大量的計算導致執行效率下降等。

本章將簡介過去提出尋找中軸的演算法，其依不同的計算方法可以約略分為三類：Homotopic Thinning、Voronoi Graph Methods 和 Distance Map，其中 Homotopic Thinning 概念可由 Blum's (1973) grass fire 想法去了解，即由邊界開始，藉由對特殊的點作定義，然後保留特殊的點將物體的邊界層層移除掉。Voronoi Graph Methods 利用取樣點以及 Voronoi Graph 尋找中軸。Distance Map 則利用中軸點的位置會出現在 Distance Map 中突起處的特性尋找中軸。以下將對這三種方法做更詳細的解說。

2.2 Homotopic Thinning

Homotopic Thinning 是由外而內即從物體的邊界開始一層一層去除邊界上的點的重複步驟，直到獲得細的且在物體中間的結構才停止。在每個重複去除點的步驟中，應該要如何判斷點是否可以移除是很重要的，可以移除的點需要滿足兩種情況：

1. 去除此點不會改變物體的拓撲結構，此種點稱為 simple point
2. 此點不是重覆步驟裡面中軸結構的末端，此種點稱為 non terminal point

滿足這兩種情況的點稱為 non terminal simple points，尋找中軸過程就是不斷去除 non terminal simple points，直到沒有可去除的點時才停止。去除這種點可以保證找出來の中軸會和原來的物體有相同的拓撲結構而且不會太過精簡無法更正確表示物體，但缺點就是需要花費較多的時間。一般偵測點時，計算上是 local 的，即主要會由此點與此點的鄰居之間的關係去做判斷，但是之間存在怎樣的關係條件才算成立，需要依照對 simple point 以及 non terminal point 的定義決定，定義不同得到的結果就會不相同，其中 simple point 在 2D 以及 3D 上已經存在良好的理論定義[2]，但是對於 non terminal point 來說，其理論定義依然是不清楚的。

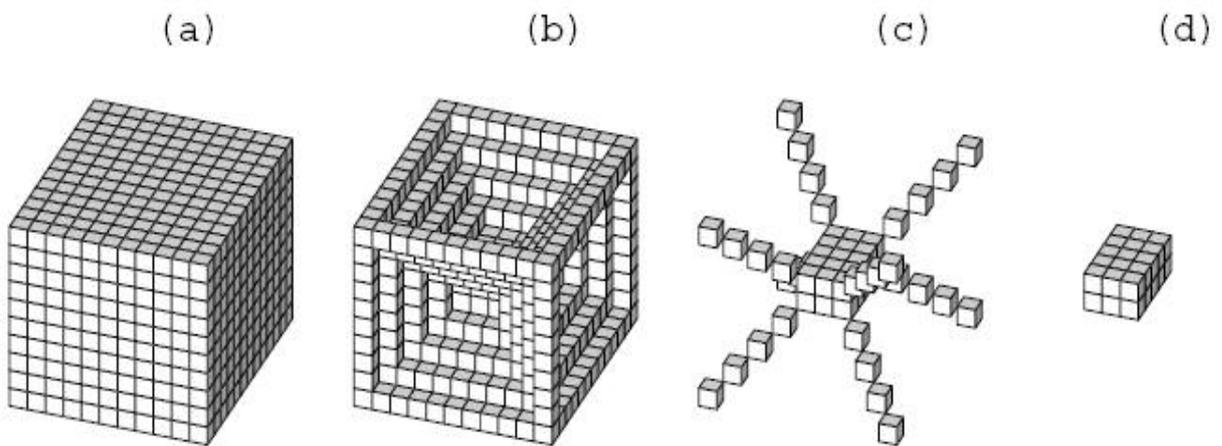


圖 2.1 不同選擇點的標準產生不同中軸

由於去除點都是從邊界上開始的而且計算上是 local 且是重複的步驟，所以可以使用平行處理的方法去實作[3]，這樣可以大幅提高 Homotopic Thinning 的效率。

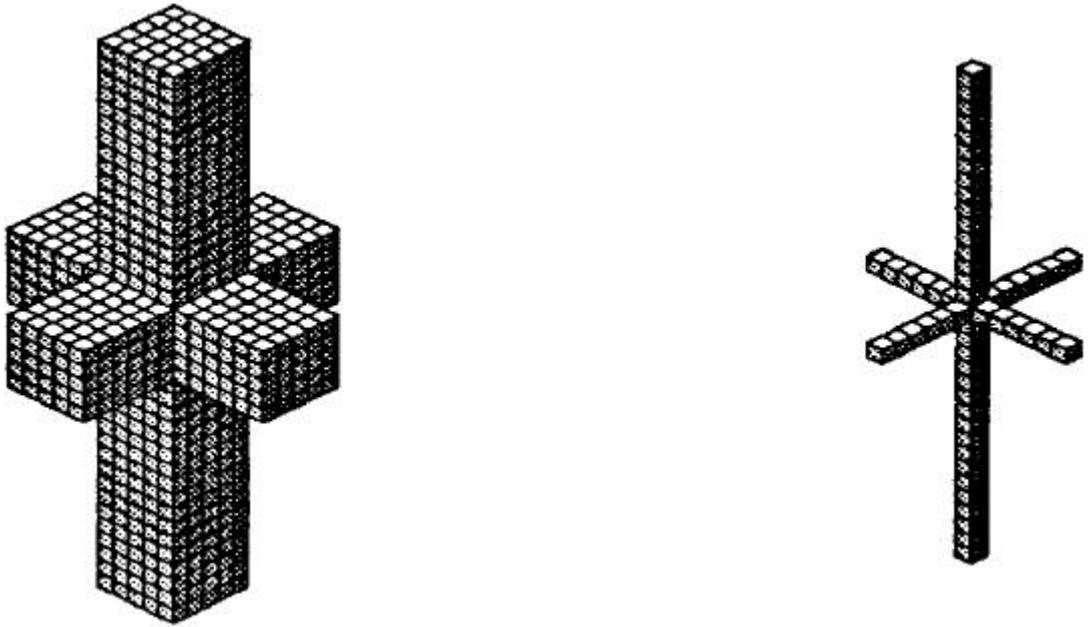


圖 2.2 使用平行處理的 Homotopic Thinning 得出的中軸結果



2.3 Voronoi Graph Methods

Voronoi Graph 的定義可由 Okabe et al.,1992[4]去了解，以下將對此做敘述。

2.3.1 Voronoi Region

首先定義 Voronoi Region，令 E 為 R^N 中的有限集合(finite set)， x 是 E 中的一個點，則在 x 的 Voronoi Region 中， $V(x,E)$ ，的任一點，與 x 的距離會比任何一個其他在 E 集合中的點的距離還近，即：

$$V(x, E) = \{ z \in R^N, \forall y \in E - \{x\}, d(z, x) \leq d(z, y) \}, \quad (1)$$

其中 $d(\cdot)$ 為 Euclidean distance function。

2.3.2 Voronoi Graph

集合 E 的 Voronoi Graph, $Vor(E)$, 是由集合 E 的點的 Voronoi Region 之間的邊界線組成, 即:

$$Vor(E) = \bigcup_{x \in E} \partial V(x), \quad (2)$$

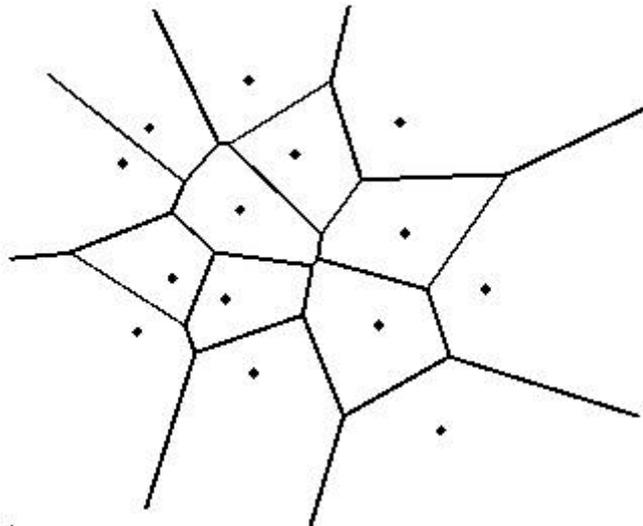


圖 2.3 黑點形成的 Voronoi Graph

由圖 2.3 可以知道在 2D 的情況中, Voronoi Region 就是包含樣本點的凸多邊形, 且在該區域中的每個點都離樣本點最近, Voronoi Graph 則是由很多剛好分隔兩個 Voronoi Regions 的線所組成, 意思即為在 Voronoi Graph 線上的點與最近的兩個樣本點的距離是相同的, 且這些線之間彼此連接的地方上的點至少分隔三個 Voronoi Regions, 並與剛好三個樣本點的距離相同。在 3D 中情況也類似, Voronoi Region 是包含樣本點 x 的凸多面體, Voronoi Graph 由很多剛好分隔兩個 Voronoi Regions 的多邊形組成, 每個多邊形上的線剛好分隔三個 Voronoi Regions, 以及線的交界上的點至少分隔四個 Voronoi Regions。

2.3.3 Voronoi skeleton

從上述可知道 Voronoi Graph 建立時的特徵與中軸上的點一樣, 所以將 Voronoi

Graph用來尋找中軸是可行的方法，而且可以滿足許多中軸條件，如中軸位置正確、可重建物體、不受旋轉及平移影響、及保留物體的拓樸結構，但是這種方法對物體的雜訊是非常敏感的，所以常會出現許多不需要的分支，因此通常會在最後加入簡化多餘分支的方法。由於大部分的演算法會在物體的邊界取樣本點，再使用樣本點建立 Voronoi Graph 來尋找中軸，所以樣本點的取樣好壞便會直接影響到結果，如圖 2.4[5]。

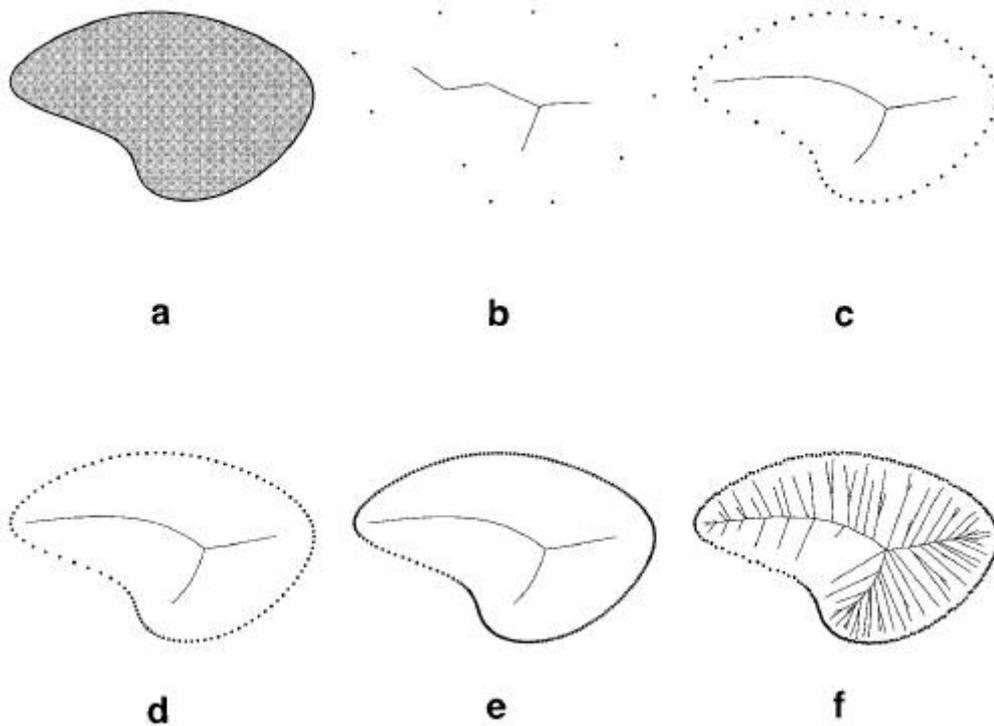


圖 2.4 b 至 e 為取樣率對結果的影響，圖 f 為雜訊對結果的影響

由圖 2.4 可知，在沒有雜訊且取樣良好的情況下，產生的結果還不錯，不過大部分的影像都會有雜訊存在，當有雜訊存在的時候，產生的結果就會多許多不必要的分支，在移除不必要的分支時，很容易會錯把中軸尾端當成分支一起砍掉，所以後續設計去除分支的演算法時必須要特別注意。

2.4 Distance Map

Distance Map 的方法是對影像作距離轉換(distance transform)，即對物體中的每個點標記該點相對於物體邊界的距離值，再利用區域性的特徵直接尋找中軸。

2.4.1 Distance Function

在二維的影像中，令兩點 $p = (p_1, p_2), q = (q_1, q_2)$ ，則在計算點的距離值的時候，以點與此點的鄰居間的加權值為依據，比較廣泛被使用的三個距離函數及其數學定義如下：

City-block distance :

$$d_{ci}(p, q) = |p_1 - q_1| + |p_2 - q_2| \quad (3)$$

Chessboard distance :

$$d_{ch}(p, q) = \max(|p_1 - q_1|, |p_2 - q_2|) \quad (4)$$

Euclidean distance :

$$d_e(p, q) = \sqrt{(p_1 - q_1)^2 + (p_2 - q_2)^2} \quad (5)$$

如圖 2.5 所示，由左至右分別為 City-block distance、Chessboard distance、以及 Euclidean distance 的示意圖。



圖 2.5 各種距離標準的示意圖

由距離函數定義以及圖 2.5 可以看出使用的距離函數不同對計算距離值的影響變化，其中 City-block distance 和 Chessboard distance 的計算效率雖高，但是當影像旋轉時得到的結果可能有差異，所以一般都會選用較精確的 Euclidean distance 當距離轉換函數，但是計算 Euclidean distance 時，因為有複雜的根號運算，所以要花費的時間甚鉅，為了增加演算法的效率，常會使用計算速度較快且計算結果近似歐式距離的方法，例如在 2D 有 2-3 metric、3-4 metric，以及 3D 的 3-4-5 metric 等等，

2.4.2 Distance transform based skeleton

對影像作 distance transform 得到每個點相對於最近邊界的距離值後，在連續空間的情形下可以發現，區域中最大內切圓的圓心(3D 影像為最大內切球的球心)，理論上即為中軸的位置，剛好會對應符合為輸入影像的 distance map 中每個區域裡的最大值，如圖 2.6 所示：

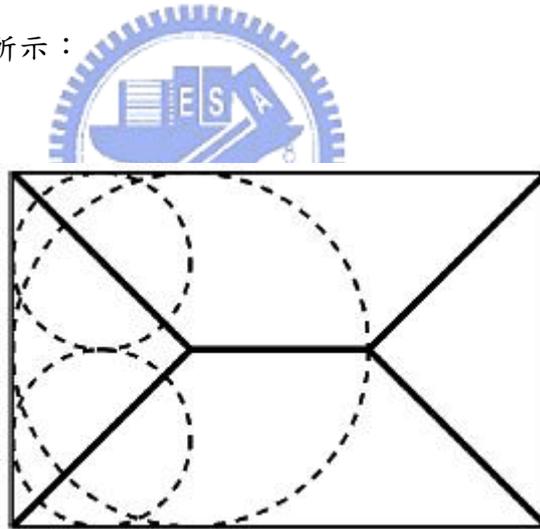


圖 2.6 最大內切圓與中軸的關係

最大內切圓的圓心與 distance map 中區域的最大值相符合的這個特徵，提供直覺的想法利用 distance map 去尋找中軸，即尋找 distance map 中隆起的地方作為中軸。但是由於資料是離散的，所以如果只使用單純的臨界值方法尋找 distance map 裡區域中的最大值就當成中軸結果的話，則會造成中軸結果可能會太厚或者會破壞原來物體的拓撲結構。

由於利用 distance map 的方法尋找中軸初步通常會有太厚或破壞拓樸結構的問題，所以在設計演算法時會伴隨有重建連結性以及細線化的程序，讓中軸結果滿足各種條件，其中重建連結性的意思即為將已經選出來的各個中軸候選人集合互相連結起來使得結果更完整，而細線化意思就是將過厚的地方消除使中軸更細。

重建連結性的方法有許多，最後目的都是希望能與原來的物體有相同的拓樸結構，舉例來說，Malandain, et al.[6]利用兩種不同標準的臨界值得到兩個中軸候選人集合，低的臨界值可以得到和原物體有相同拓樸但雜訊較多的結果，高的臨界值可以得到比較精確的中軸位置但拓樸結構會和原物體有很大差異的結果，再利用這兩種結果的資訊作拓樸重建的程序。另一種方法會先找出由區域中的最大值所組成的許多集合，再由影像中選出種子(seed)當成連結各個集合間的依據，所以判斷點是不是連結種子的規則就會對結果影響很大。例如 Niblack, et al.[7]在其提出的演算法中首先說明若某個區域的最大值具有和本身有相同距離值的鄰居，則由此區域的最大值到另一個區域的最大值是可行的方法，如下圖：

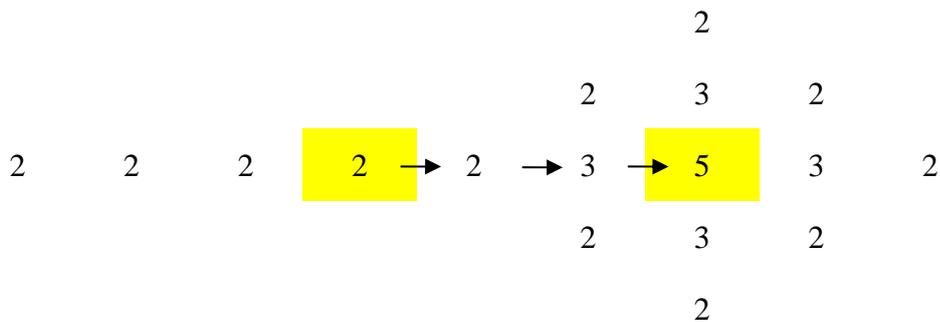


圖 2.8 由某區域最大值至另一區域最大值範例

另外也定義了一種特殊的點，稱為 saddle point，並用來作為連結點的依據，此種點的特徵就是點的鄰居中會接連不斷出現距離值都大於此點的距離值、再來會出現都小於、再來會出現都大於、最後出現都小於的點，形成類似馬鞍的形狀，如下圖 2.9 的示意圖：

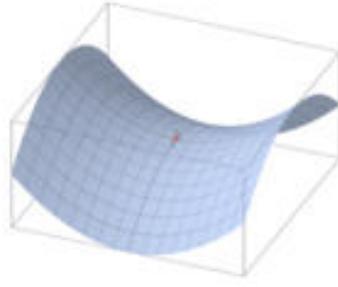


圖 2.9 在 $z = x^2 - y^2$ 圖中的 saddle point

由 2.9 的示意圖，可以知道由 saddle point 為起始點時，會有兩個方向的距離值較大，分別對這兩個方向尋找有較大的距離值作為連接的路徑時，最後在每個方向上會遇到某個 local maximal 作為路徑終點。

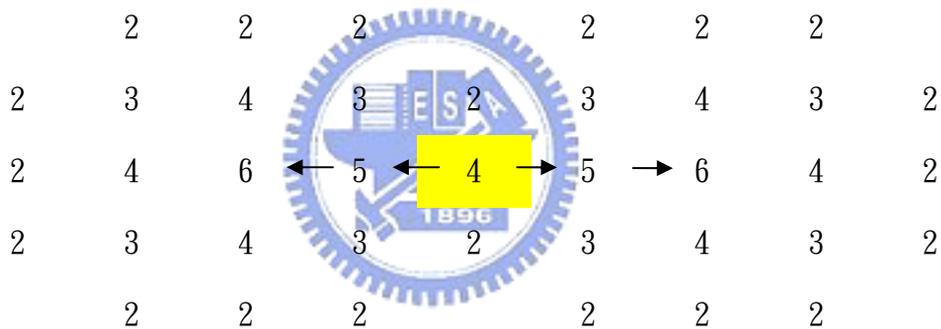


圖 2.10 saddle point 範例

利用 distance map 中的資訊將所有從區域的最大值與 saddle point 為起點的路徑尋找出來，最後即可將各個集合連結起來形成中軸。

雖然利用 distance map 的方法能得到不錯的結果，但是要一般化套用到三維空間的資料的時候還有許多問題要解決，例如各種特殊點的定義或者尋找路徑的方法，另外也容易得到大量的平面形成複雜的結構，所以如何去除多餘的點得到想要的結果也是需要解決的問題。

三、Method

第二章已經介紹過 Distance Transform 的概念以及應用在尋找中軸演算法上的方式，本章將會先簡介 Snake[8]的觀念，再來會介紹原先用來當成尋找 Snake 外力依據的 Gradient Vector Flow，然後利用 Distance Transform 以及 Gradient Vector Flow Field 的特性提出尋找中軸的演算法。

3.1 Snake

Snake，或稱為”Active Contours”，其觀念最早由 Kass et al.[8]提出的，主要是一種將偵測物體邊緣問題轉換成為能量最小化的問題。傳統上，在影像中移動的 snake 曲線為 $\mathbf{v}(s) = [x(s), y(s)]$, $s \in [0,1]$ ，其中 s 是一個長度參數，其能量函數定義為：

$$E = \int_0^1 \{E_{int}[\mathbf{v}(s)] + E_{ext}[\mathbf{v}(s)]\} ds \quad (6)$$

在(6)中， E_{int} 為 snake 的內在能量， E_{ext} 為 snake 的外在能量。由能量函數可知藉由定義 snake 的內在能量與外在能量與解方程式使能量最小化的程序便可讓 snake 的曲線能夠變形到所希望的特徵上，其中內在能量來自於 snake 曲線本身，外在能量則由影像中的資料得到，通常會定義較小的能量值在感興趣的影像特徵上，這樣才能使其收斂在期望的特徵上，例如物體的邊界。Snake 被廣泛的運用在各種應用上，如邊界的偵測、影像分割、以及行動追蹤等。

3.2 Gradient Vector Flow

傳統的 snake 有兩個主要的問題，第一個是初始的問題(initialization)，第二個是對邊界凹處的收斂效果不佳(poor convergence)，為了解決傳統 snake 的問題，Chenyang et al. [9]提出了 Gradient Vector Flow(GVF)作為找尋 snake 的外力依據。GVF 解決了許多傳統找尋 snake 的主要問題，同時由 GVF 產生的向量場中也可發現有對於找尋中軸候選人相當有幫助的特性。本篇論文就是利用 GVF 對輸入資料處理後所產生之 Gradient Vector Flow Field 的特性，並將此特性作為尋找中軸候選人的基礎。

在了解 GVF 之前，需要先定義 GVF 的基礎，即 edge map。Chenyang et al. [9] 裡定義 edge map 為 $f(x,y)$ ， $f(x,y)$ 是由影像中的資料計算出來的，計算時可使用任何影像處理的技術，計算結果會在期望的特徵上有較大的值，例如物體的邊界。Edge map 有三個重要的性質，首先 edge map 的梯度向量(∇f)會指向物體的邊界，且會和邊界的邊互相垂直。第二，向量的值只會在邊界的近鄰有較大的值。第三，在 homogeneous 的區域中， ∇f 的向量值趨近於零。Edge map 的三個性質中，只有第一個性質是強烈期望有的，第二個性質會使捕獲範圍(capture range)太小，第三個性質則會使 homogeneous 的區域裡沒外力存在。因此 GVF 希望能保留第一個性質，並擴大 gradient map，且在 homogeneous 的區域中作數學上的處理使其有外力存在。

Gradient vector flow field 定義為一向量場 $\mathbf{v}(x,y) = [u(x,y), v(x,y)]$ ，此向量場最小化下面這個能量函式：

$$\varepsilon = \iint \mu(u_x^2 + u_y^2 + v_x^2 + v_y^2) + |\nabla f|^2 |\mathbf{v} - \nabla f|^2 dx dy \quad (7)$$

這多變數的式子使得當原始資料沒有資料時，得到的結果是平穩的(smooth)。

就能量式子和結果的分析上來說，當 $|\nabla f|$ 是小的時候，整個能量由第一項決定，即對向量空間 \mathbf{v} 的偏微分的平方和決定，會產生變化緩慢的空間，而當 $|\nabla f|$ 是大的時候，能量則由第二項決定，此時可以藉由設定 $\mathbf{v} = |\nabla f|$ 達到整個能量最小化。如此一來，GVF 的結果會保留 edge map 中梯度值大的地方，另外在 homogeneous 的區域中也會出現有變化緩慢的向量空間，使得 GVF 的捕獲區域更廣。參數 μ 用來調整能量式子中第一項與第二項之間的比例，當影像中雜訊多的時候，則設定較大的 μ 值。

接著來看資料經過傳統 snake 與 GVF 處理後的比較例子[9]，圖 3.1 為使用傳統的 potential forces 的結果，圖 3.2 則為使用 GVF 處理後的結果。

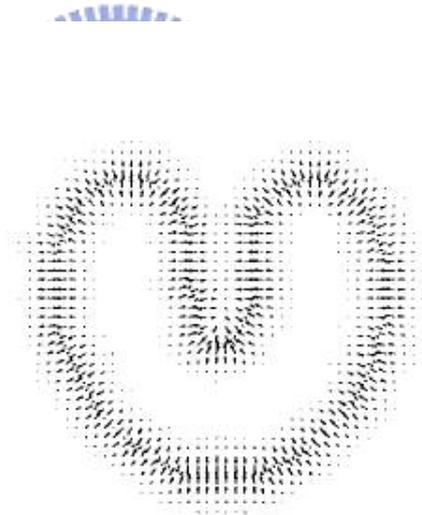


圖 3.1 使用 potential forces 產生的向量場

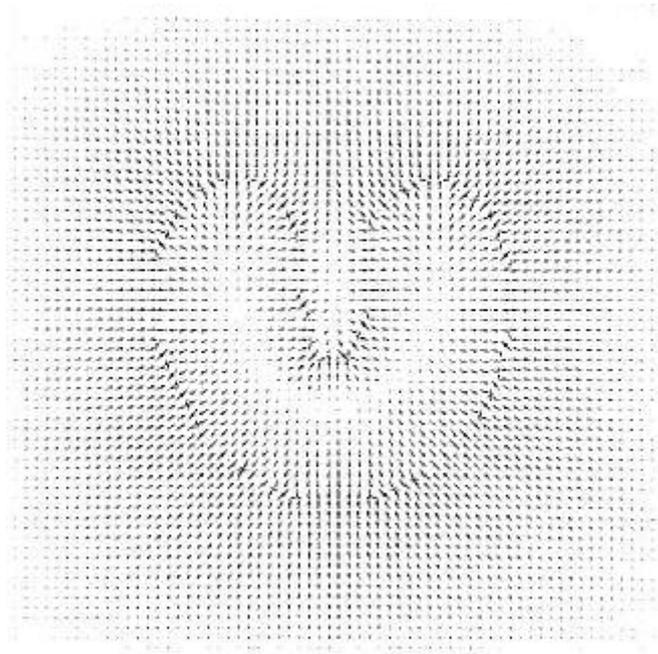


圖 3.2 使用 GVF 產生的向量場

由圖 3.1 以及圖 3.2 可以知道，GVF 不只保留了 edge map 裡邊界附近梯度值的強度，而且在 homogeneous 的區域中也有向量存在，增加了 capture region，這是良好的結果也是本篇論文會用到的特性；由於向量場中越遠離邊界的向量強度會越小，所以理論上在物體中央部分的點之向量值會相對小於該點近鄰點的向量值，這提供了一個直覺的想法作為尋找中軸候選人點的方法。

3.3 結合 Distance map 與 GVF 建立向量場

在 3.2 節中，已經介紹過 GVF 的基礎以及特性，雖然使用 GVF 產生的向量場中，越往物體中央部分的向量會有越小的強度，但是由於遠離邊界後的強度值變得很小且變化量也很小，所以若直接把影像作 GVF 的結果用來尋找中軸，將可能使得中軸結果很厚，在本節中將會討論實際的例子並介紹結合原來影像的 distance map 與 GVF 的結果。

下圖 3.4 為圖 3.3 經過 GVF 處理產生的結果，由圖 3.4 可以了解經過 GVF 處理後，在物體邊界附近的向量值很強，但在物體內部的向量值則非常趨近於零。

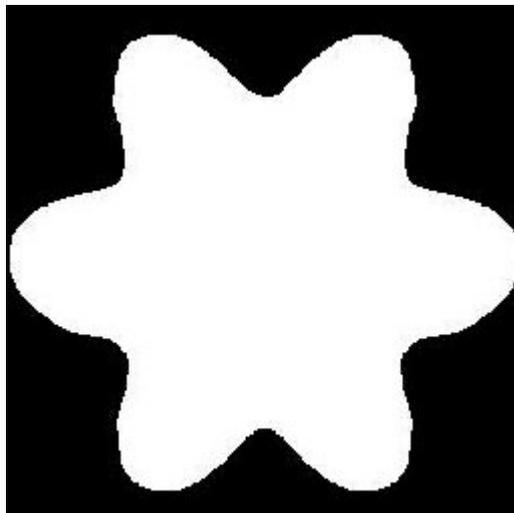


圖 3.3 一張二值化的測試影像

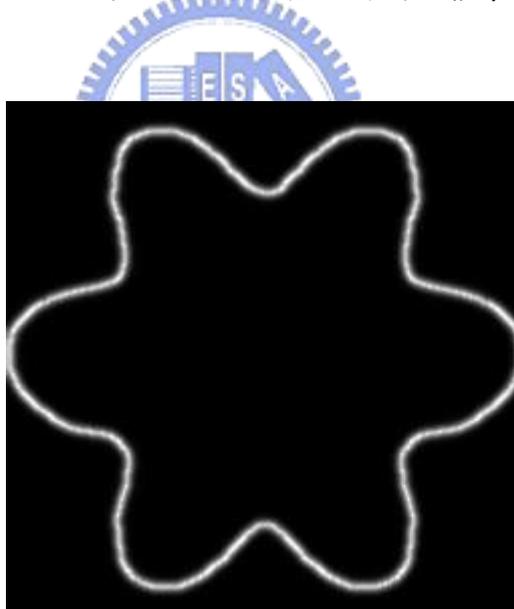


圖 3.4 經過 GVF 處理的結果

要使 GVF 的結果更加突顯尋找中軸的特性，則需要增加物體內部的變化量，所以先對影像作 distance transform，如圖 3.5，使物體內部有相對的灰階值變化，如此一來在計算 GVF 時，便會讓物體內部也有明顯的向量存在，如圖 3.6。



圖 3.5 Euclidean distance transform 的結果



圖 3.6 用 distance transform 當成輸入的 GVF 結果

由圖 3.6 可以了解影像經過 distance transform 與 GVF 後，在物體內部會有明顯的向量存在，並且在物體中央的部分的強度也明顯的較該近鄰的強度小，這樣的結果更加適合用來尋找中軸。

3.4 以 Distance map 與 GVF 尋找中軸

3.4.1 尋找影像中的中軸候選人

因為影像經過 distance transform 與 GVF 後的結果在物體中央部分會有較小的強度，所以首先計算出每個向量的強度後，再去尋找區域中的最小值 (local min) 當成可能的中軸候選人，如下圖：

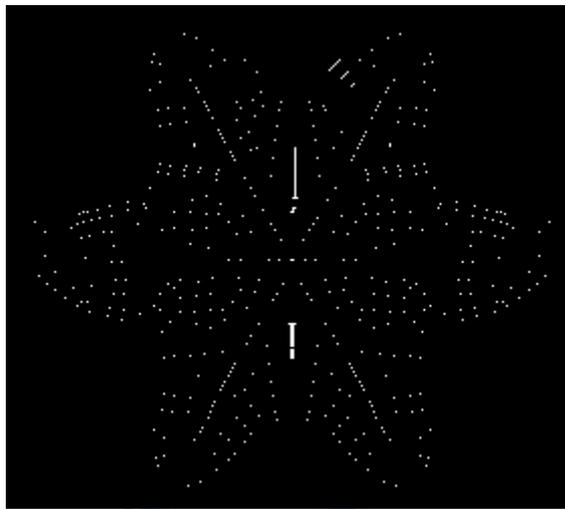


圖 3.7 尋找 local min

由圖 3.7 中發現得到的中軸候選人的雜訊很多，這是因為用的是區域性的特徵，所以不能精確的找到正確的位置，但是在中央部分還是有明顯的中軸形狀，接著將需要過濾不是正確位置的點。

由第二章中知道 distance map 裡，比較正確的中軸位置會在 distance map 中 local max 的地方，所以利用這特性將圖 3.7 中不是正確中軸位置的點過濾，如下圖 3.8：

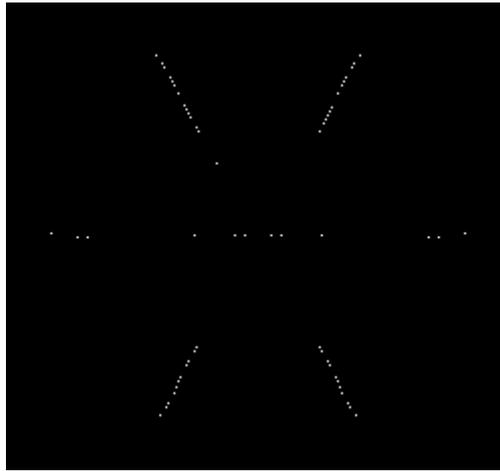


圖 3.8 過濾不正確的點

這時候已經有初步的中軸形狀了，接下來就以這些點當成初步中軸的候選人。

3.4.2 連結中軸候選人

得到初步的中軸候選人點後，接著就是將中軸候選人互相聯結的步驟，即重建物體的拓樸。由於目前已選擇的中軸候選人在影像的 distance map 中，都是所有區域中的最大值的子集合，所以連結的方式即由某個區域的最大值當成起點，和目前的中軸候選人之間尋找一條路徑作連接，路徑上的點也盡量需要是物體的中央並且盡可能越短越好。

| | | | | | | | |
|----|------|------|------|------|------|----|----|
| 85 | 84 | 83 | 82 | 82 | 81 | 80 | 79 |
| 85 | 85 | 84 | 83 | 82 | 81 | 81 | 80 |
| 86 | ← 85 | ← 84 | ← 83 | ← 82 | ← 82 | 81 | 80 |
| 85 | 84 | 83 | 83 | 82 | 81 | 80 | 79 |

圖 3.9 尋找路徑範例

由於路徑上的點需要盡量保持在物體的中央，所以理論上在路徑上的這些點，在其區域中也會有較大的距離值，所以選擇路徑點的方式即不斷重複尋找鄰居中有較大距離值的點，直到到達某個中軸候選人為止。為了使路徑更正確，在尋找下個連接點時，選擇的方向需要和上個連接點與此點形成的 x 分量與 y 分量的方向至少有一個相同，避免路徑往回連，另外，當遇到有相同距離值的鄰居點時，則分別計算這些具有相同距離值的點與其鄰居的距離值加總當成判斷值，並選擇最大的加總值當成下一個連接點。

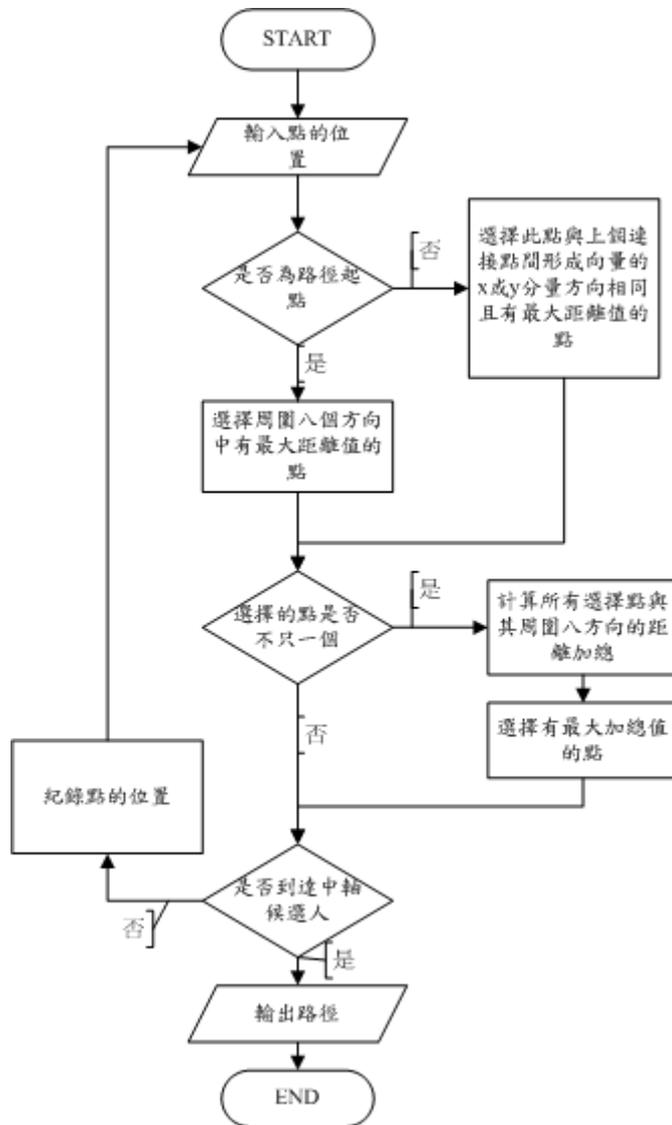


圖 3.9 尋找路徑流程圖

利用此尋找路徑的方法連結各中軸候選人，則可以得到如下圖 3.10 的結果。

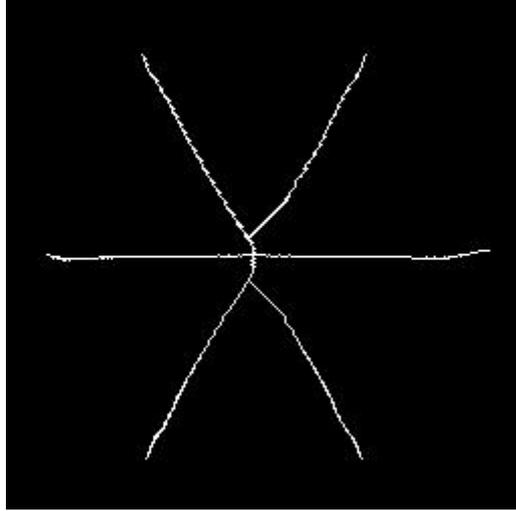


圖 3.10 尋找路徑後的中軸

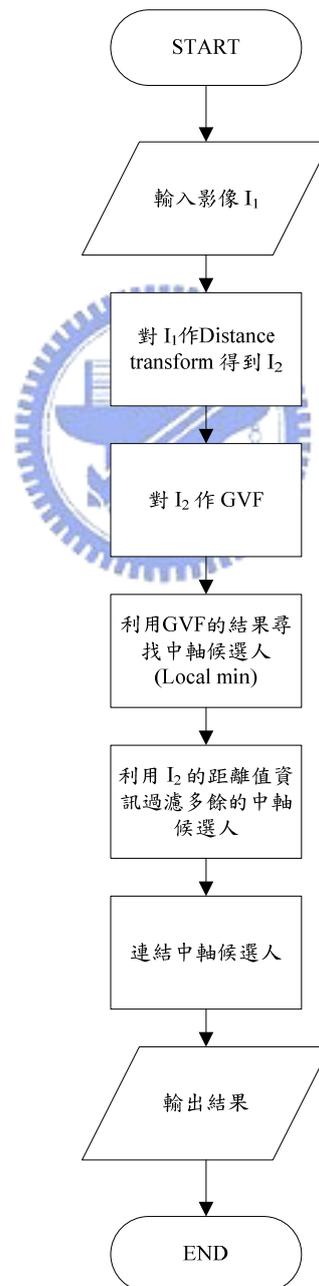


3.5 結論

綜合以上本章所提的中軸演算法，尋找中軸利用到的條件與方法為：

1. 中軸位置會出現在 GVF field 中向量強度較小的地方
2. 中軸位置會出現在 distance transform 中有較大距離值的地方
3. 由中軸候選人為起點朝著 distance map 中突出的點尋找路徑，使得中軸結果的點能維持在物體的中央

整個流程圖如下：



四、 實驗結果

4.1 前言

本章將以第三章所提的中軸演算法來做一些實際影像的實驗，並且分析實驗的結果，包含細長的管狀物、較為複雜的形狀等特徵不一樣的圖形。

4.2 實驗結果與分析

首先對具有長條形狀的物體作中軸的尋找，圖 4.1 為一張槌子的二值化影像，圖 4.2 為經過 GVF 處理的結果，由於手把底部的部分明顯的比較寬，所以在 GVF 的結果中，手把底部會找到兩個分支代表有變寬的情形，在手把中央較直的地方因為沒什麼太大的變化，所以在中央部分就較乾淨沒有分支出現，中軸候選人間的路徑也都在中央的位置，圖 4.3 即為最後連接的中軸結果。

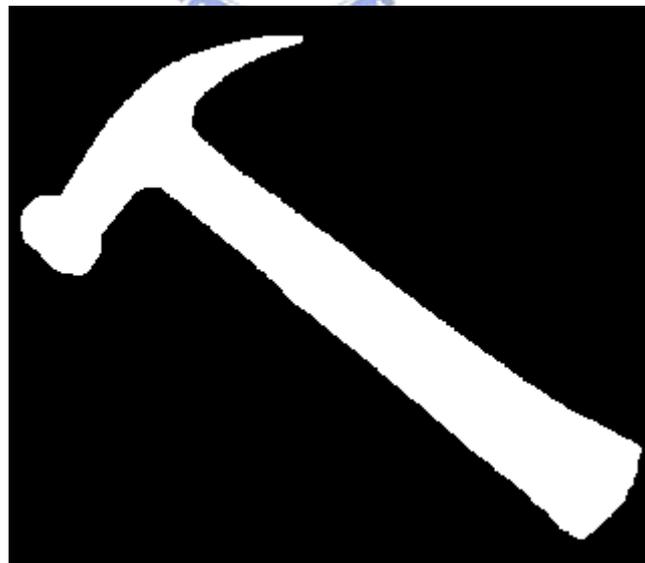


圖 4.1 槌子的二值影像

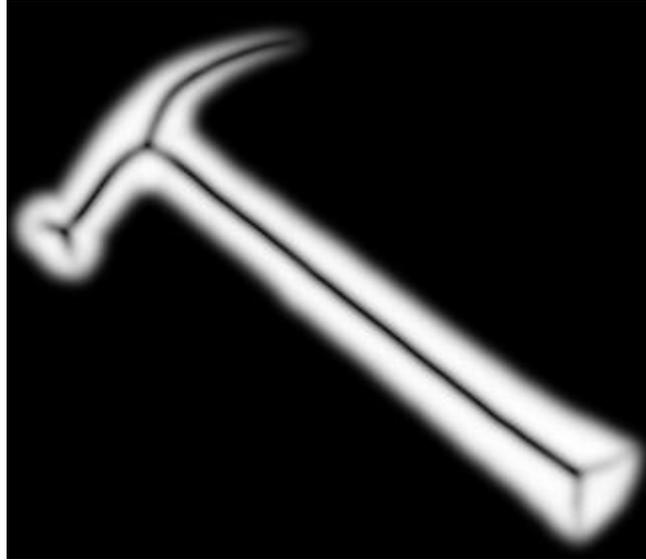


圖 4.2 GVF 處理的結果

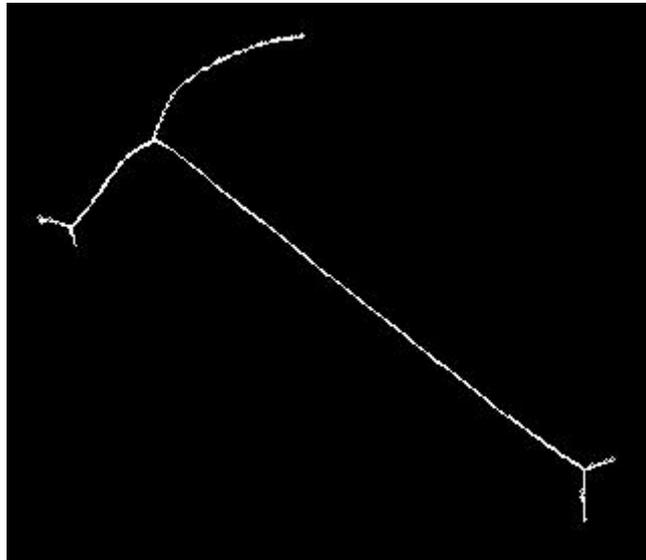


圖 4.3 中軸的結果

接著來看形狀比較複雜的情況，圖 4.4 為一張蝴蝶的二值化影像，圖 4.5 為經過 GVF 處理的結果，可以看到有幾個比較突出的地方有明顯的分支存在，但是在突出變化比較不明顯的地方分支就比較模糊，所以在選擇中軸候選人時就可能會被過濾掉，圖 4.6 為中軸的結果。



圖 4.4 蝴蝶的二值影像

圖 4.5 GVF 處理的結果

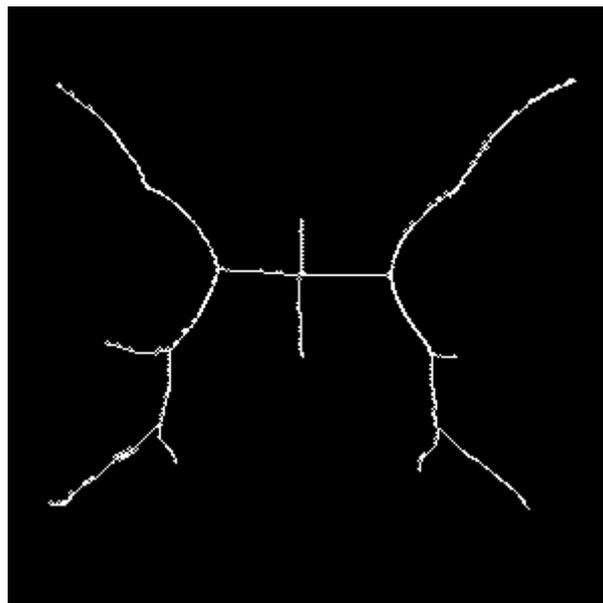


圖 4.6 中軸的結果

由實驗結果可以知道找到的中軸大概描述了物體的形狀以及有較大變化的地方，但是對於變化較小的地方則會被過濾掉，以致沒有精確的結果，不過這樣的好處是不會出現許多複雜的分支，對有邊界的雜訊時，影響也不大。接下來為其它測試影像與其結果。



圖 4.7 S 型的圖案

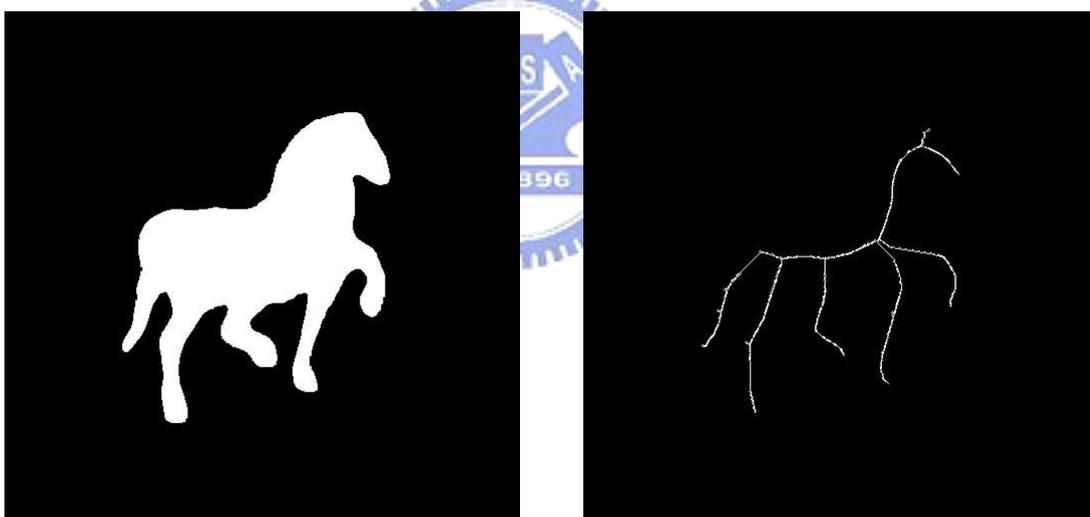


圖 4.8 馬的圖案

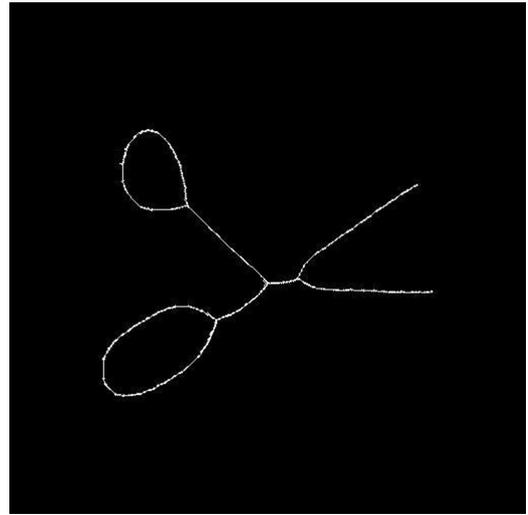
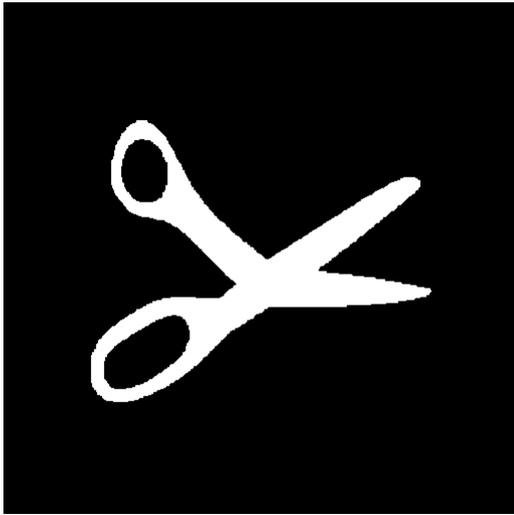


圖 4.8 剪刀的圖案

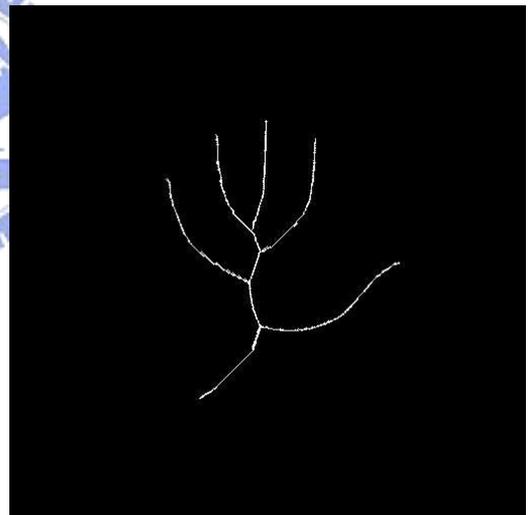
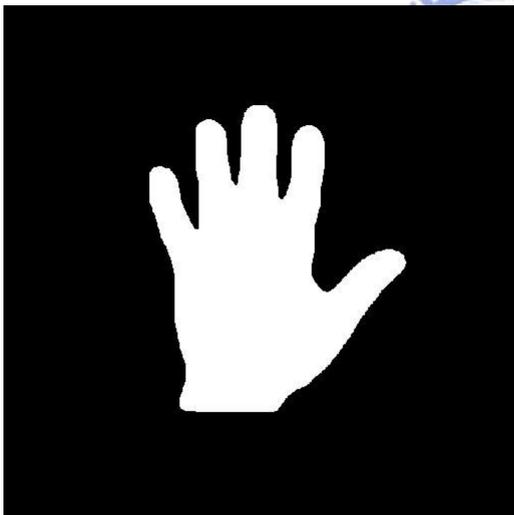


圖 4.8 手的圖案

五、結論與未來展望

本篇論文提出一個基於 gradient vector flow 與 distance transform 的中軸演算法，利用兩者的特性尋找出能表示物體形狀的中軸，所得到的中軸也顯示有不錯的結果，此方法在計算的過程中不需要針對不同特徵的影像調整參數，結果也不用再經過細線化的程序，而且不會受到物體旋轉或者邊界雜訊的影響，這是這個演算法的好處與方便的地方。

然而如第四章的實驗結果顯示，在處理比較複雜的圖形時，一些相對變化比較小的地方，在經過 GVF 處理的結果中會比較不明顯，導致這部分的變化不會被找出來，所以要如何找到更為細緻的結果而不會增加太多的雜訊是將來可以努力的目標。

另外，延伸到三維影像時，由於鄰居點數增加為 26 個，所以當在判斷連接端點或者可移除點時，複雜度提高許多，這方面也值得研究該如何找出正確以及有效率的判斷方法。



參 考 文 獻

- [1] H. Blum, “A Transformation for Extracting New Descriptors of Shape”, Models for Perception of Speech and Visual Form, pp. 280-362, 1967.
- [2] G. Malandain, G. Bertrand, N. Ayache, “Topological Segmentation of Discrete Surfaces”, International Journal of Computer Vision, vol. 10, no. 2, pp.183-197, 1993.
- [3] C. M. Ma, M. Sonka, “A Fully Parallel 3D Thinning Algorithm and Its Applications”, Computer Vision and Image Understanding, vol. 64, pp. 420-433, 1996.
- [4] A. Okabe, B. Boots, K. Sugihara, Spatial Tessellations: Concepts and Applications of Voronoi Diagrams, 1992.
- [5] D. Attali, A. Montanvert, “Computing and simplifying 2D and 3D continuous skeletons”, Computer Vision and Image Understanding, vol. 67, pp. 261-273, 1997.
- [6] G. Malandain, S. Fernandez-Vidal, “Euclidean Skeletons”, Image and Vision Computing, vol. 16, pp. 317-327, 1998.

- [7] C. W. Niblack, P. B. Gibbons, D.W. Capson, “Generating Skeletons and Centerlines from the Distance Transform”, CVGIP: Graphical Models And Image Processing, vol. 54, pp.420-437, 1992.
- [8] M. Kass, A. Witkin, D. Terzopoulos, “Snakes: Active contour models”, International Journal of Computer Vision, vol. 1, pp. 321-331, 1988.
- [9] C. Xu, J. L. Prince, “Snakes, shapes, and gradient vector flow”, IEEE Transactions on Image Processing, vol. 7, pp. 359-369, 1998.
- [10] Y. Zhou, A. E. Kaufman, A. W. Toga, “Three-dimensional skeleton and centerline generation based on an approximate minimum distance field”, The Visual Computer, vol. 14, pp. 303-314, 1998.
- [11] G. Borgefors, “Distance Transformations in Arbitrary Dimensions”, Computer Vision, Graphics, and Image Processing, vol. 27, pp. 321-345, 1984.
- [12] G. Borgefors, I. Nystrom, G. S. D. Baja, “Computing Skeletons in Three Dimensions”, Pattern Recognition, vol. 32, pp. 1225-1236, 1999.
- [13] C. Pudney, “Distance-Ordered Homotopic Thinning: A Skeletonization Algorithm for 3D Digital Images”, Computer Vision and Image Understanding, vol. 72, no. 3, pp. 404-413, 1998.