

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

結合限制規劃與數學規劃求解捷運系統人員排班問題之研究

計畫編號：96-2211-E-009-124

執行期限：96年8月1日至97年7月31日

計畫主持人：韓復華 國立交通大學運輸科技與管理學系 教授

計畫參與人員：李俊德 國立交通大學運輸科技與管理學系 博士生

中文摘要

大眾運輸組員排班問題為運輸業所面臨的重要課題之一。本研究以台北捷運公司為例，探討並構建其捷運司機員排班問題模式。不同於以往多以網路模式為基礎的變數產生法架構，本研究利用限制規劃法(Constraint Programming, CP)構建勤務產生模式，提出以限制規劃為基礎的變數產生法架構來求解捷運司機員排班問題。本研究以台北捷運94年11月的淡水—中和線為測試範例，結果顯示，以限制規劃為基礎的變數產生法架構能在13分鐘內求解出57個涵蓋所有列車任務的勤務集合，效率優於需花費一星期的人工排班，且在總勤務數上亦少於捷運公司的59個勤務，可節省司機員的僱用成本；另外在勤務涵蓋的班別上，本研究亦可改善司機員輪值的換班頻率。原個案需要14個不同班別，本研究結果僅需11個班別即可涵蓋所有勤務。証實本研究構建的以限制規劃為基礎的變數產生法架構能有效求解捷運司機員排班問題。

關鍵字：捷運司機員排班、網路模式、限制規劃法、變數產生法

Abstract

The crew scheduling problem is an important issue in mass transit systems. In this research, we proposed a constraint programming (CP) based column generation approach for solving Taipei Metro's crew (driver) scheduling problem. Instead of using network flow models, we developed CP models to generate effective feasible duties during the column generation process. This approach is applied to a real-world case of Taipei Metro's Danshui-Zhonghe line. In the case, the Taipei Metro manually generated the crew schedule with 59 duties in a week. Applying our approach, we can generate a schedule with 57 duties in only 13 minutes. Moreover, our results require only 11 different shifts as compared 14 required by previous schedule.

Keywords : Crew Scheduling Problem, Constraint Programming, Column Generation, Network Flow Model.

一、緒論

大眾運輸的組員勤務安排為運輸業相當重要的課題之一，合適的勤務安排，除能減少人事成本外，更可讓值勤人員有充足的休息時間，增加運具營運時的安全。

由於組員的勤務安排需考量眾多的法律、公司規定與組員需求，因此以往在處理此類問題上，多將其分為排班(Scheduling)問題與輪值(Rostering)問題兩部份來探討。其中，組員排班問題為在已知運具的時刻表(如列車時刻表、航班表等)下，將所有的工作任務(Task)劃分為最小成本的可行勤務(Duty)集合，每個勤務由一連串的工作任務所組成，且必須滿足所有相關法律與公司規定，如休息時間、用餐時間、駕駛時數等。而輪值問題則為決定每位組員的輪值班表與值班日所需值勤之勤務，並滿足法律、公司規定與儘量滿足個人偏好等限制。本研究主要針對組員排班問題，並以台北捷運司機員為例，建立其司機員排班模式並求解。

有關大眾運輸排班問題，於60年代開始即有學者針對航空組員排班進行探討，然而在都市捷運系統的排班上，相較於航空與公車的排班，其研究仍屬少數(Chu and Chan, 1998 [3]; 盧宗成, 2000 [21]; Ernst *et al.*, 2004 [7], Park and Ryu, 2006 [12])。在求解排班問題上，主要分為兩部分，第一部分為勤務產生模式，係為產生所有的可行勤務集合，第二部分則匯入第一部份所產生的可行勤務集合，並將其列式為集合涵蓋(Set Covering)或集合分割(Set Partition)模式求解。其中，集合涵蓋的數學模式定義如下：

1. 參數定義

T 工作任務集合

FD 可行勤務集合

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{表勤務 } j \text{ 涵蓋任務 } i \\ 0 & \text{其他} \end{cases},$$

其中 $i \in T, j \in FD$

c_j 可行勤務 j 之成本

2. 集合涵蓋模式

$$\text{Min } \sum_{j \in FD} c_j \times x_j \quad (1)$$

s. t.

$$\sum_{j \in FD} a_{ij} \times x_j \geq 1 \quad \forall i \in T \quad (2)$$

$$x_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in FD \quad (3)$$

於模式中，式(1)為最小化勤務成本目標式，即代表以最少成本來滿足所有工作任務；式(2)為集合涵蓋限制式，即最後求解的所有勤務中，每個列車任務至少需被涵蓋一次，若限制式(2)改為等式，則為集合分割模式，即每個列車任務僅能被一個勤務涵蓋；式(3)為變數限制式， x_j 為二元決策勤務變數，表若最後排班結果包含可行勤務 j ，其值為 1，否則為 0。

在實務的排班問題中，勤務集合通常相當龐大，以 100 個任務，每個勤務包含 4 個任務為例，其勤務組合即高達 3.9×10^6 ，為一大規模 (Large-scale) 的排班問題。目前在此類問題的求解上，大多以啟發式的架構來求解，方法大致可分為以下幾類：

1. 以數學規劃為基礎 (MP Based) 的變數產生法 (Column Generation) 求解架構：為多數研究所使用的方法。變數產生法是由 Dantzig 與 Wolfe (1960) [4] 兩位學者提出，其概念為將原來的大規模主問題分為受限制主問題與子問題，然後運用線性規劃的對偶理論將受限制主問題與子問題串連並求解。而在排班問題中，主要即先利用人工或其他方法求得一組涵蓋所有任務的可行勤務 (變數) 集合，然後將產生的可行勤務集合加入放鬆的受限制主問題，藉以求解一組對應每個限制式的對偶變數向量，接著利用此對偶變數向量於子問題中尋找對放鬆的受限制主問題目標有貢獻的新變數，並將其加入放鬆的受限制主問題中，如此反覆運算至無改善的勤務為止，所得之解即為放鬆後受限制主問題的最佳解。最後再檢查所求解出的最佳解是否為整數解，若是則此解即為該問題的最佳解，若否則需利用其他方法求解其整數解。而在此架構中，受限制主問題主要列式為集

合涵蓋 (分割) 模式，其最大的差異係在勤務產生 (子問題) 的方法。在勤務產生上，以往多將之轉換為網路模式的型態。即將勤務產生構建成一考慮公司與法規限制的網路，網路中的每個節點代表一個工作任務，每條路徑代表一可行的勤務組合。透過放鬆受限制主問題所求解出的對偶變數值與最短路徑演算法，找尋最佳改善的可行勤務集合。相關研究如 Desrochers and Soumis (1989) [6] 與 Desrochers *et al.* (1992) [5] 探討加拿大蒙特婁市 (Montreal) 的公車人員排班問題；林錦翌 (1995) [18] 探討單基地空勤組員排班問題；湯敦台 (1996) [20] 探討多基地空勤組員排班問題；Barnhart *et al.* (1998) [1] 探討長程航線之空服員排班問題；盧宗成 (2000) [21] 探討台北捷運司機員排班問題；Huisman *et al.* (2005) [8] 探討多場站之車輛與人員排班問題。Mesquita and Paia (2008) [10] 探討公車與人員排班問題。或是將勤務產生問題轉換為動態規劃模式求解其勤務集合，如 Boschetti *et al.* (2004) [2] 探討多場站的組員排班問題。

2. (巨集) 啟發式解法：不同於變數產生法利用集合涵蓋 (分割) 模式求解排班問題，啟發式解法主要在產生一組起始解後，利用不同的交換改善法來逐步改善目標值，求解近似最佳的勤務集合。相關研究如 Chu 與 Chan (1998) [3] 利用三階段啟發式解法求解香港輕軌組員排班。其中，前兩階段為利用最短路徑法與最小加權配對法產生勤務集合，第三階段則將尚未指派的工作任務組合成新勤務或加入現有勤務中，或是改善現有的勤務集合；Park and Ryu (2006) [12] 則是利用基因演算法來求解地鐵組員排班問題；Vaidyanathan *et al.* (2007) [14] 利用連續限制產生法與二次分成本擾動的兩階段啟發式求解北美鐵路組員排班問題。
3. 以限制規劃為基礎 (CP Based) 的變數產生法 (Column Generation) 求解架構：為近幾年發展的變數產生法求解架構。不同於以往利用網路模式來產生可行勤務，由於組員的勤務係在滿足公司與法律規定下的工作任務組合，其本質為一限制滿足問題，故有學者即利用求解限制滿足問題的限制規劃法 (Constraint Programming, CP) 做為排班問題的勤務集合模式，且有不錯的結果。相關研

究如 Silva (2000) [13]、Yunes *et al.* (2000[15], 2005[16])與 Laurent and Hao (2007) [9]求解公車組員排班；Niklas (2000) [11]、王國琛 (2002) [17]與唐依伶(2003)[19]求解航空組員排班。

另外，由王國琛(2000) [17]的研究可知，相較於網路模式的方法，利用限制規劃法構建勤務產生模式有下列之優點：

- (1) 模式構建的彈性：網路模式的勤務產生法在求解前需先將列車任務轉換為一考慮各項法規的網路時空架構。除構建較複雜外，若問題的限制有改變，模式則不易修改。反觀限制規劃係以宣告式語言(Declarative Language)來構建模式，可讓使用者容易建立並增減問題的限制。
- (2) 求解效率：限制規劃除可快速產生良好的起始勤務集合外，因限制規劃法主要為求解可行解，因此，在變數產生法的遞迴架構中，限制規劃法可求解在特定目標值下的多組可行解，相較於網路模式會有更佳的收斂速度。

有鑑於此，本研究即以限制規劃法來構建勤務產生模式，建立以 CP 為基礎的變數產生法架構求解捷運司機員排班問題。本研究首先於第二節介紹台北捷運司機員排班問題與個案相關資料，第三節則探討捷運排班問題的模式構建與模式求解架構，第四節對其求解結果進行分析，最後提出本研究之結論與建議。

二、台北捷運司機員排班問題

本節主要為介紹研究的個案對象。首先針對台北捷運司機員排班所需匯入的資料與模式所對應的參數進行探討，進而敘述排班問題的目標與相關限制。

2.1 台北捷運司機員排班問題描述

捷運司機員排班問題主要係在已知捷運列車時刻表下，求解涵蓋所有列車任務並滿足所有相關法律與公司規定的最小勤務集合。台北捷運公司把每個勤務稱作「任務卡」，每張任務卡定義一組當天值勤司機員從報到至簽退期間的所有任務內容，其中包括休息、駕駛列車與用餐的時間，如圖 1 所示。圖 1 中即表示值勤此張任務卡的司機員當天需駕駛四個列車任務，並於 11:00 至 12:00 間用餐。

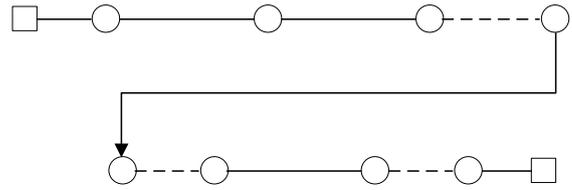


圖 1 任務卡內容示意圖

長時間且跨日的連續營運需要多個班別(Shift)的人員排班，這些班別的時段前後重複，無法分割，使問題更行複雜。本研究以淡水線與中和線做為模式測試路線，資料來源為民國 94 年 11 月訪談所得，其相關資料與參數定義如下：

1. 列車資料參數：

令列車時刻表上的總列車數為 N_t ，茲定義第 i 列車的相關參數如下： $(i = 1, 2, \dots, N_t)$

- (1) Number_{*i*} 表該列車的車次編號。
- (2) Dept_{*i*} 表該列車的開始時間。
- (3) Arr_{*i*} 表該列車的結束時間。
- (4) OT_{*i*} 表該列車的總運行時間。
- (5) Org_{*i*} 表該列車的起始站。
- (6) Des_{*i*} 表該列車的結束站。

以 101 車次為例，測試的列車資料如表 1 所示：

表 1 101 車次列車任務資料

編號	Number	Dept	Arr	OT	Org	Des
1	101	05:13	05:53	40	R28*	R28
2	101	05:53	07:26	93	R28	R26
3	101	07:26	08:03	37	R26**	R26
4	101	08:03	10:09	126	R26	R26
5	101	10:09	12:09	120	R26	R26
6	101	12:09	14:09	120	R26	R26
7	101	14:09	16:09	120	R26	R26
8	101	16:09	18:15	126	R26	R26
9	101	18:15	20:18	123	R26	R28
10	101	20:18	20:48	30	R28	R28
11	101	20:48	21:18	30	R28	R28

*表復興崗站；**表北投站。

2. 班別資料參數：

令班別的集合為 S ，茲定義第 j 個班別的相關參數如下： $(j \in S)$

- (1) Start_{*j*} 表該班別的開始時間。
- (2) End_{*j*} 表該班別的結束時間。
- (3) dine_LB_{*j*} 表該班別最早開始用餐時間。

- (4) $dine_UB_j$ 表該班別最晚開始用餐時間。
 (5) $max_rest_time_j$ 表該班別最大休息時間。

個案的班別分成早班(D)、午班(N)、夜班(M)與動班(F)四類共 14 種班別。但因動班時間橫跨中午與晚餐的用餐時間，因此本研究再將動班分成中午用餐與晚上用餐兩類。測試的 16 種班別與輸入資料如表 2 與表 3 所示：

表 2 排班班別資料

班別	Start	End	dine_LB
早 A	7:00	15:00	10:00
早 B	7:30	15:30	10:00
早 C	6:30	14:30	10:00
早 D	5:30	13:30	10:00
早 G	8:00	16:00	10:00
午 A	14:30	22:30	16:00
午 B	15:00	23:00	16:00
午 C	14:00	22:00	16:00
午 D	15:30	23:30	16:00
夜 A	22:00	8:00	NA
夜 B	22:30	8:30	NA
夜 C	21:30	7:30	NA
動 A1	11:00	19:00	10:00
動 A2	11:00	19:00	16:00
動 B1	11:30	19:30	10:00
動 B2	11:30	19:30	16:00

於表 3 中，夜班的最大休息時間不同於其他班別，主要係由於台北捷運非 24 小時營運，末班車的結束時間與第一班車的開始時間相差約 3 小時半，因此夜班的最大休息時間必會遠大於其他班別的休息時間。本研究將夜班最大休息時間設定為 270 分鐘。

3. 排班法規資料參數：

- (1) min_rest_time 表最少的休息時間。係指在兩個非連續的列車任務間，應給予司機員的最少休息時間。以圖 1 為例，列車 3 與列車 4 為非連續駕駛的列車任務，因此在這兩任務間，需給予一定的休息時間。
 (2) min_dine_time 表最少用餐時間。指若班別橫跨用餐時間，則應給予司機員的最少用餐時間。
 (3) max_dine_time 表最多用餐時間。
 (4) $max_cont_driving_time$ 表最大可連續駕車時間。以圖 1 為例，列車 1 與

列車 2 為連續的列車任務，此兩任務的運行時間總和不得大於最大可連續駕車時間。

表 3 排班班別資料(續)

班別	dine_UP	max_rest_time
早 A	13:00	30
早 B	13:00	30
早 C	13:00	30
早 D	13:00	30
早 G	13:00	30
午 A	19:00	30
午 B	19:00	30
午 C	19:00	30
午 D	19:00	30
夜 A	NA	270
夜 B	NA	270
夜 C	NA	270
動 A1	13:00	30
動 A2	19:00	30
動 B1	13:00	30
動 B2	19:00	30

- (5) $booking_on_time$ 表司機員簽到所需時間。
 (6) $booking_off_time$ 表司機員簽退所需時間。

排班法規的輸入資料如下所示：

- (1) $min_rest_time = 15$ 。
 (2) $min_dine_time = 30$ 。
 (3) $max_dine_time = 60$ 。
 (4) $max_cont_driving_time = 180$ 。
 (5) $booking_on_time = 5$ 。
 (6) $booking_off_time = 5$ 。

2.2 個案問題目標與限制

台北捷運司機員排班問題主要在尋求司機員的成本最小化，且由於每個司機員的薪資均相同，因此本研究的目標即定義為最小化勤務數，且每個勤務的成本(C_j)為 1。目標式如下所示：

$$\text{Min} \sum_{j \in \text{FD}} x_j \quad (4)$$

在排班限制方面，可分為時間限制與換班地點限制兩類，敘述如下：

1. 時間限制：

H1: 各班別指派的任務其開始時間需大於該班別開始時間。

- H2: 各班別指派的任務其結束時間需小於該班別結束時間。
- H3: 休息時間需大於最少休息時間並小於最多休息時間。
- H4: 用餐時間需大於最少用餐時間並小於最多用餐時間。
- H5: 若班別有用餐，則用餐的開始時間需介於可用餐的時間區間中。
- H6: 連續駕車時間不得超過最長可連續駕駛時間上限。

2. 換班地點限制：

- H7: 休息與復勤應在同一地點，否則應給予空載的旅行時間。
- H8: 司機員上班及下班應在同一地點，否則應給予空載的旅行時間。

故台北捷運司機員排班問題即在已知列車、班別與法規的資料下，求解滿足上述公司與法規限制的最小化勤務集合。

三、模式構建

本研究主要參考王國琛(2000) [17]所構建以CP為基礎之變數產生法的空勤組員排班模式，將其概念應用於台北捷運司機員排班問題。本節首先探討以CP為基礎的變數產生法求解架構，繼而說明如何構建捷運排班的勤務產生CP模式。

3.1 以CP為基礎之變數產生法求解架構

本研究與以往以網路流量模式為基礎的變數產生法最大差異為起始解與子問題的勤務集合均由限制規劃法來求解，且當受限制主問題的目標值已無法再改善時，則將產生的所有可行勤務匯入集合涵蓋模式求解其整數解。求解架構如圖2所示，步驟說明如下：

- 步驟1. 起始勤務集合產生：匯入列車時刻表、班別資料與排班法規資料於勤務產生CP模式，產生每個列車任務被5個勤務包含的起始解勤務集合。
- 步驟2. 受限制主問題求解：將所產生的勤務集合讀入受限制主問題，即放鬆的集合涵蓋線性規劃模式，求解每個任務的對偶變數值 π 。
- 步驟3. 子問題求解：匯入每個列車任務的 π^* 值至具改善目標的勤務產生CP模式，求解改善的目標值 Z_S^* 。若 $Z_S^* \geq 0$ 代表受限制主問題已收斂，無可改善勤務存在，則至步驟5；反之則代表尚有可改善的勤

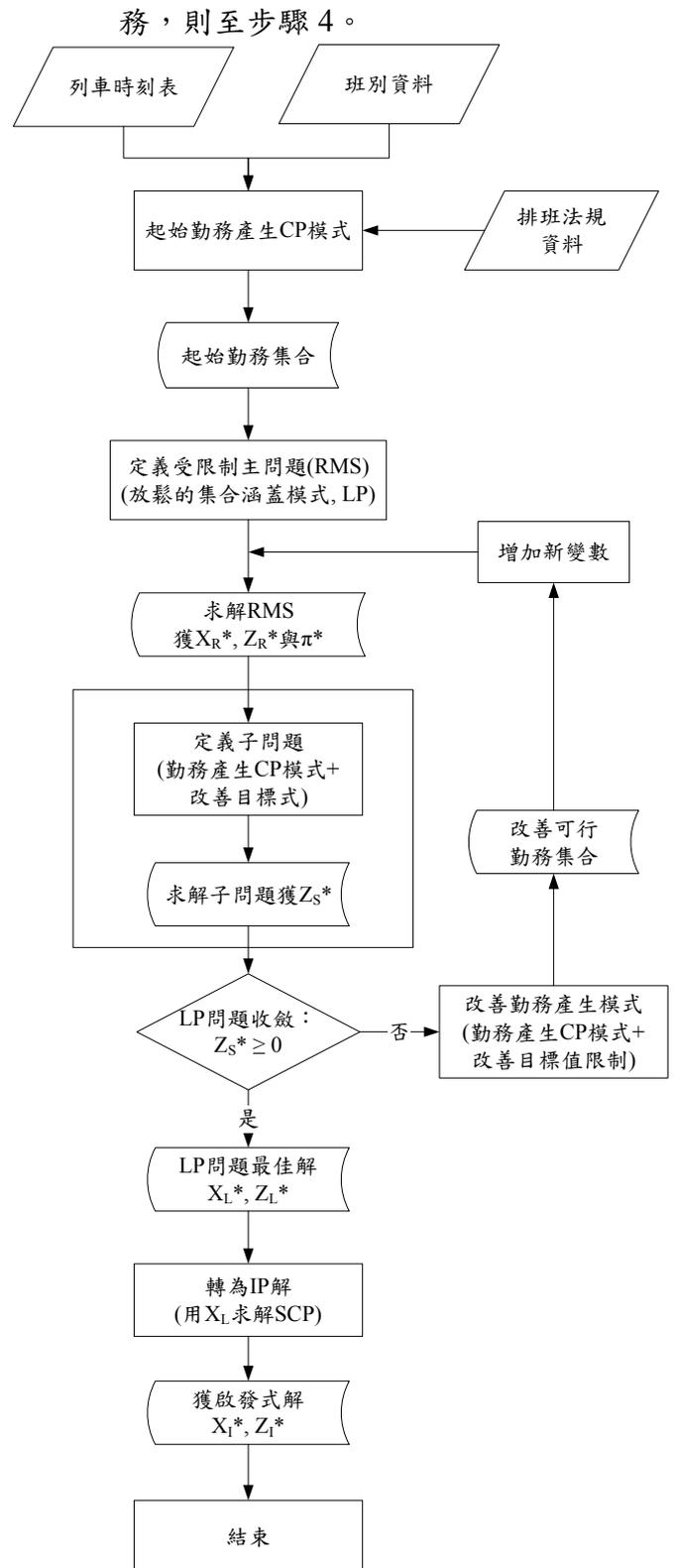


圖2 以CP為基礎之變數產生法求解架構圖

步驟4. 改善勤務產生模式：將改善目標值 Z_S^* 當作限制式加入勤務產生CP模式，產生優於目標值 Z_S^* 的所有勤務集合，接著回到步驟2重複求解。

步驟5. 集合涵蓋模式求解：在確定無改善勤務後，即為受限制主問題的最佳解 Z_L^* 與 X_L^* 。接著將目前產生的所有勤務(X_L)匯

入集合涵蓋整數規劃模式，求解啟發式架構的最小勤務集合(任務卡數)整數解 Z_1^* 與 X_1^* ，即完成求解。

3.2 勤務產生 CP 模式

不同於網路模式需先將工作任務轉為時空網路架構的勤務產生法，限制規劃法提供一直覺且容易建構限制滿足問題的方法，並藉由智慧型的搜尋策略快速刪除不可行的解空間，繼而找尋可行解。本研究的捷運司機員勤務產生模式構建如下：

1. 參數說明：

除第二節的列車、班別與法規參數外，勤務產生模式尚需其他參數如下：

N_t 表總列車任務數。

Depot 表司機員換班地點集合。
 $Depot = \{R28, R26, O19, CH, G3\}$
 ，其中 R28 表復興崗站；R26 表北投站；O19 表南勢角站；CH 表中和站；G3 表七張站。

Task 表列車任務集合。
 $Task \in \{1, \dots, N_t\}$ 。

$dine_j$ 表該班別是否用餐，其定義如下：

$$dine_j = \begin{cases} 1 & \text{表班別 } j \text{ 有用餐} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad \forall j \in S$$

$deadhead_num$ 表勤務中可空載的次數。

$min_total_in_car_time_j$ 表勤務最少總車上時間，其中 $j \in S$ 。

$max_total_in_car_time$ 表勤務最多總車上時間。

$Dtrip_time_{Org, Des}$ 表不同場站間的空載時間。

2. 變數與值域：

$x_i \in Task$ 表在勤務 x 中，第 i 個指派的列車任務，其中 $i \in N$ 。

$rest(x_i, x_{i+1}) \in N$ 表兩接續任務間的休息時間。

$dine_T_i(x_i, x_{i+1}) \in N$ 表兩接續任務間的用餐時間。

$Cont_driving_time_i \in N$ 用於記錄第 i 段連續駕駛時間的變數，其中 $i \in N$ 。

$Fin_DT \in N$ 用於記錄最後工作任務結束時的空載時間變數。

$TDT(OT_{x_i}, Dtrip_time_{Des_{x_i}, Org_{x_{i+1}}}, Fin_DT) \in N$

用於記錄總車上時間的變數，由每個工作任務的運行時間與空載時間所組成。

3. 限制式：

(1) 用餐與空載啟動限制：

C1: 用餐啟動限制，即若勤務 x 可用餐，則勤務需給予一次的用餐時段；若勤務 x 無用餐，則無用餐時段。此限制式定義如下：

$$\sum_i (dine_T_i > 0) = dine_j \quad \forall i \in N, j \in S$$

C2: 空載啟動限制，即在勤務 x 中，空載次數需小於等於設定的可空載次數。此限制不包含最後任務結束後的空載，限制式定義如下：

$$\sum_{i=1}^{penultimate\ task} (Des_{x_i} \neq Org_{x_{i+1}}) \leq deadhead_num \quad \forall i \in N$$

(2) 排班法規限制：

C3: 對應硬限制 H1，即勤務 x 所指派的任務其開始時間需大於該班別開始時間加簽到時間。此限制式定義如下：

$$Dept_{x_i} \geq start_j + booking_on_time \quad \forall i \in N, j \in S$$

C4: 對應硬限制 H2，即勤務 x 所指派的任務的結束時間加上空載時間需小於該班別結束時間加簽退時間。此限制式定義如下：

$$Arr_{x_i} + Fin_DT \leq End_j - booking_off_time \quad \forall i \in N, j \in S$$

C5: 對應硬限制 H3、H4、H5 與 H7，休息與用餐時間限制，共分為兩部份。即若第 i 個任務的到達時間不等於第 $i+1$ 個任務的開始時間，則需給予休息時間，且休息時間需介於最少休息時間與最多休息時間之間；或是給予用餐時間，且用餐時間需介於最少用餐時間與最多用餐時間之間，開始時間需介於可用餐時

間之間。另外，因本研究的模式有考慮空載，因此休息與用餐時間的計算均需扣除兩任務間的空載時間。此限制式定義如下：

$$\begin{aligned} & \text{if } \text{Arr}_{x_i} \neq \text{Dept}_{x_{i+1}} \text{ then} \\ & \quad \text{min_rest_time}_j \leq (\text{rest}(x_i, x_{i+1}) - \\ & \quad \quad \text{Dtrip_time}_{\text{Des}_{x_i}, \text{Org}_{x_{i+1}}}) \leq \\ & \quad \quad \text{max_rest_time} \\ & \quad \vee \\ & \quad (\text{min_dine_time} \leq (\text{dine_}T_i(x_i, x_{i+1}) - \\ & \quad \quad \text{Dtrip_time}_{\text{Des}_{x_i}, \text{Org}_{x_{i+1}}}) \leq \\ & \quad \quad \text{max_dine_time} \wedge \\ & \quad \quad \text{dine_LB}_j \leq \text{Arr}_{x_i} \leq \text{dine_UB}_j) \\ & \quad \forall i \in N \ \& \ (i+1) \text{ isn't finish task, } j \in S \end{aligned}$$

C6: 對應硬限制 H6，連續駕車時間不得超過其時間上限。此限制式定義如下：

$$\begin{aligned} & \text{cont_driving_time}_i \leq \\ & \quad \text{max_cont_driving_time} \\ & \quad \forall i \in N \end{aligned}$$

C7: 對應硬限制 H8，上下班地點限制，即依據司機員最後一個任務與第 i 個任務的換班地點，給予最後空載時間變數值。此限制式定義如下：

$$\begin{aligned} & (\text{Des}_{x_i} \neq \text{Org}_{x_i}) \Rightarrow \\ & \quad \text{Fin_DT} = \text{Dtrip_time}_{\text{Des}_{x_i}, \text{Org}_{x_i}} \\ & \quad \text{for } i \text{ is finish task of duty} \end{aligned}$$

(3) Redundant 限制：此類限制主要用來刪除較無可能發生的可行解勤務，以減少集合涵蓋模式的規模，加快求解速度。其限制如下：

C8: 連續駕駛車次限制。即中間無休息或用餐的兩連續任務，其車次需相同。此限制式定義如下：

$$\begin{aligned} & \text{if } \text{Arr}_{x_i} = \text{Dept}_{x_{i+1}} \text{ then} \\ & \quad \text{number}_{x_i} = \text{number}_{x_{i+1}} \\ & \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

C9: 最少車上時間限制。即駕駛列車與空載的時間總和，需大於最少總車上時間與小於最多總車上時間。此限制主要為預先刪除不可能發生的可行解，藉以縮小最佳化模式的解空間，如僅含有一個列

車任務的勤務，可知這是一不可能發生的可行解，故可利用最少駕駛時間限制予以刪除。限制式定義如下：

$$\begin{aligned} & \text{min_total_in_car_time} \leq \\ & \quad \text{TDT}(\text{OT}_{x_i}, \text{Dtrip_time}_{\text{Org, Des}}, \text{Fin_DT}) \\ & \quad \leq \text{max_total_in_car_time} \\ & \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

四、個案問題參數設定與結果分析

1. 模式參數設定

本研究模式所使用的參數設定如表 4 所示。從表中可知，本研究測試例題的列車任務為 247 個，且模式允許勤務中可包含至多 1 個空載任務，即允許 1 次休息或用餐的前後兩個任務其換班地點不同。而在最小車上時間的設定，考量不同班別所包含的列車任務數與台北捷運公司期望司機員的平均駕駛時數，本研究將夜班的最小車上時間設定為 200 分鐘，其他班別為 300 分鐘。

表 4 模式設定參數

模式參數	設定值	使用班別
Nt	247	NA
max_num_task	10	全部班別
dine	1	除夜班之外的其他班別
	0	夜 A、夜 B、夜 C
deadhead_num	1	全部班別
min_total_in_car_time	300	除夜班之外的其他班別
	200	夜 A、夜 B、夜 C
max_total_in_car_time	360	全部班別

在不同場站間的空載時間(Dtrip_time_{Org, Des})的數值設定，主要依據捷運兩站間的行駛時間，如表 5 所示：

表 5 場站間空載時間表(分)

	R28	R26	O19	CH	G3
R28	0	30	70	80	70
R26	30	0	40	50	40
O19	70	40	0	10	30
CH	80	50	10	0	40
G3	70	40	30	40	0

註：R28 表復興崗站；R26 表北投站；O19 表南勢角站；CH 表中和站；G3 表七張站。

2. 求解時間與結果分析

本研究於 ILOG OPL Studio 3.7.1 軟體上撰寫程式，並於 1.8GHz 的處理器上求解。模式各階段的執行時間與結果如表 6 所示。由表中可知，以 CP 為基礎的變數產生法其求解時間約為 13 分鐘，相較於人工排班約需一星期的時間，本研究所構建的排班模式可快速的求解司機員所需執行的勤務集合。

在總勤務數(即任務卡張數)的結果分析上，由表 6 亦可知線性規劃模式的最佳解為 56.92，證明本研究所求解出的 57 個勤務數卻為最佳的整數解，且少於捷運公司人工所排的 59 個勤務。證明本研究所構建的模式除可確保解品質外，亦可實際減少公司營運時所需的司機員數，即減少司機員僱用成本。

表 6 變數產生法求解時間表

起始解	產生勤務數	1209
	CP 勤務產生時間(秒)	93.56
	目標值	70.87
	LP 求解時間	4.5
變數產生法架構	總運算回合數	2
	總新增勤務	16544
	目標值	56.92
	總運算時間(秒)	589.91
整數最佳解	總求解勤務數	17753
	目標值	57
	IP 求解時間(秒)	54.2
總運算時間(秒)		742.17

就勤務結果在班別的分佈上來分析，班別的勤務數分布如圖 2 所示，在 16 個班別中，本研究所求解出的勤務僅需 11 個班別即可全部涵蓋。此結果在下一階段組員輪值問題的換班問題上則有相當大的助益，因所使用的班別越少，即代表司機員連續值班日的上班時間與下班時間越固定，故可減少司機員經常性的換班。

勤務數

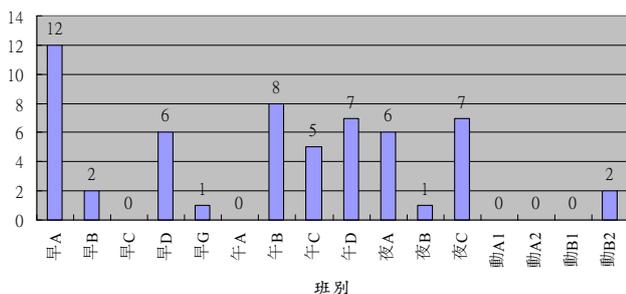


圖 2 班別所含勤務數分佈圖

另外，由於勤務的總車上時數，會直接影響

下一階段組員輪值問題的車上時間公平性，因此若能求解出駕駛時數差異小的勤務組合，也可進一步提升最後司機員輪值班表的公平性結果。本研究勤務的總車上時間結果如表 7 所示，由表中可知，早班、午班與動班的平均總車上時間均在 330 分鐘以上，其標準差差異亦不大，分別為早班 16.78 分；午班 17.05 分與動班 2.12 分，意味就司機員的車上時間來說，會有比較公平的分配。就夜班而言，其平均車上時間為 294 分，遠少於其他種班別，探其原因，主要係因夜班所能涵蓋的列車任務原本即不多，而造成此差異。另外，雖然夜班勤務的最小與最大車上時間相差 76 分鐘，但在時間的標準差上亦只差 28.69 分，故在夜班上的車上時間亦可有較公平的分配。

表 7 勤務結果之總車上時間結果分析表

早班	勤務平均總車上時間(分)	338.76
	勤務車上時間標準差(分)	16.78
	勤務最小車上時間(分)	315
	勤務最大車上時間(分)	360
午班	勤務平均總車上時間(分)	332.2
	勤務車上時間標準差(分)	17.05
	勤務最小車上時間(分)	303
	勤務最大車上時間(分)	360
夜班	勤務平均總車上時間(分)	294
	勤務車上時間標準差(分)	28.69
	勤務最小車上時間(分)	250
	勤務最大車上時間(分)	326
動班	勤務平均總車上時間(分)	357.5
	勤務車上時間標準差(分)	2.12
	勤務最小車上時間(分)	356
	勤務最大車上時間(分)	359

由上述結果可之，以 CP 為基礎的變數產生法不論在求解效率、勤務數、班別分佈與總車上時間的分配上，均有不錯之結果，可作為實務排班參考之用。

五、結論與建議

本研究以台北捷運為例，構建以 CP 為基礎的變數產生法求解捷運司機員排班問題，並以淡水線與中和線為範例，測試本研究模式。茲整理相關結論如下：

1. 模式構建：有別於以往利用網路模式為基礎的變數產生法，本研究構建以 CP 為基礎的變數產生法來求解台北捷運司機員排班。相較於網路模式需建立網路時空架構，利用限

制規劃法可簡單地構建勤務產生模式。且在起始解與改善勤務的求解上，亦可產生多組勤務來加快收斂速度。

2. 求解效率：本研究的排班模式能在約 28 分鐘求解出捷運淡水—中和線的最小勤務解，相較於人工排班需花費約一星期的時間，本研究的模式能提供一快速求解的方法。
3. 求解結果：本研究除能產生少於個案的勤務數外，於 57 個勤務的涵蓋班別與平均車上時間的分配上，均有良好的結果。證實本研究的排班模式除可減少人事成本外，亦可減少司機員經常性換班與增加公平性。

在後續研究上，由於本研究為在給定現有班別的狀況下，求解司機員的排班問題，建議後續可針對班別の種類或是無班別來探討勤務結果的狀況，以提升整體結果的品質。

致謝

本研究得以順利完成，承蒙台北捷運公司淡水段劉段長、陳先生與蔡小姐之協助，提供本研究個案參考資料與模式構建之建議，使本研究更加完善，在此一並致謝。

參考文獻

1. Barnhart, C. and R. Shenoi (1998), "An Approximate Model and Solution Approach for the Long-Haul Crew Pairing Problem," *Transportation Science*, Vol. 32, No. 3, pp. 221-231.
2. Boschetti, M. A., A. Mingozzi, and S. Ricciardelli (2004), "An exact algorithm for the simplified multiple depot crew scheduling problem," *Annals of Operations Research*, Vol. 127, No. 1, pp. 177-201.
3. Chu, S. and E. Chan (1998), "Crew Scheduling of Light Rail Transit in Hong Kong: From Modeling to Implementation," *Computers and Operations Research*, Vol. 25, No. 11, pp. 887-894.
4. Dantzig, G. B. and P. Wolfe (1960), "The Decomposition Algorithm for Linear Programming," *Operations Research*, Vol. 8, pp. 101-111.
5. Desrochers, M., J. Gilbert, M. Sauve, and F. Soumis (1992), "Crew-OPT: Subproblem Modelling in a Column Generation Approach to Urban Crew Scheduling," In M. Desrochers and J. Rousseau (eds.), *Computer-Aided Transit Scheduling*, Springer, pp. 395-406.
6. Desrochers, M. and F. Soumis (1989), "A Column Generation Approach to the Urban Transit Crew Scheduling Problem," *Transportation Science*, Vol. 23, No. 1, pp. 1-13.
7. Ernst, A. T., H. Jiang, M. Krishnamoorthy, B. Owens, and D. Sier (2004), "An Annotated Bibliography of Personnel Scheduling and Rostering," *Annals of Operations Research* 卅 Vol. 127, No. 1, pp. 21-144.
8. Huisman, D., R. Freling, A. P. M. Wagelmans (2005), "Multiple-depot integrated vehicle and crew scheduling," *Transportation Science*, Vol. 39, No. 4, pp. 491-502.
9. Laurent, B. and J. K. Hao (2007), "Simultaneous vehicle and driver scheduling: A case study in a limousine rental company," *Computer & Industrial Engineering*, Vol. 53, No. 3, pp. 542-558.
10. Mesquita, M. and A. Paias (2008), "Set partitioning/ covering-based approaches for the integrated vehicle and crew scheduling problem," *Computer & Operations Research*, Vol. 35, No. 5, pp. 1562-1575.
11. Niklas, K. (2000), "Application of OR and CP Techniques in a Real World Crew Scheduling System," *Proceedings of CP-AI-OR' 2000*, pp. 105-108.
12. Park, T., K. R. Ryu (2006), "Crew pairing optimization by a genetic algorithm with unexpressed genes," *Journal of Intelligent Manufacturing*, Vol.17, No.4, pp. 375-383.
13. Silva, A. D. (2000), "Bus Driver Duty Optimization by Combining Constraint Programming and Linear Programming," ILOG(S) Pte Ltd. Singapore.
14. Vaidyanathan, B., K.C. Jha, and R. K. Ahuja (2007), "Multicommodity network flow approach to the railroad crew-scheduling problem," *IBM Journal of Research & Development*, Vol. 51, No. 3, pp. 325-344.
15. Yunes, T. H., A. V. Moura, and C. C. Souza (2000), "A Hybrid Approach for Solving Large Scale Crew Scheduling Problems," In E. Pontelli, V. Santos Costa (Eds.), *Practical Aspects of Declarative Languages: Second International Workshop*, Springer, pp. 293-307.
16. Yunes, T. H., A. V. Moura, and C. C. Souza (2005), "Hybrid Column Generation Approaches for Urban Transit Crew Management Problems," *Transportation*

Science, Vol. 39, No. 2, pp. 273-288.

17. 王國琛(2002)，「結合限制規劃與數學規劃求解大型後艙空勤組員排班問題」，國立交通大學運輸科技與管理學系碩士論文。
18. 林錦翌(1995)，「空服員排班組合最佳化之研究」，國立中央大學土木工程研究所。
19. 唐依伶(2003)，「以限制規劃求解公平性空服組員派遣問題—以座艙長為例」，國立交通大學運輸科技與管理學系碩士論文。
20. 湯敦台(1996)，「多基地空服員排班組合最佳化」，*中華民國運輸學會第十一屆論文研討會論文集*，頁 73-84。
21. 盧宗成(2000)，「捷運司機員排班問題之研究—以台北捷運公司為例」，國立交通大學碩士論文。