

行政院國家科學委員會應用科技學術合作研究計畫

結案報告

適用於衛星通信之高頻譜效益正交分頻多工系統架構
之研究

Research on High Bandwidth-Efficiency OFDM

Systems for Satellite Communications

計畫類別：個別型計畫 整合型計畫

計畫編號：NSC96-2623-7-009-005-D

執行期間：九十六年一月一日至九十六年十二月三十一日

計畫主持人：王忠炫 助理教授 交通大學電信系

共同主持人：李大嵩 教授 交通大學電信系

計畫參與人員：白政田、沈晏麟

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)：精簡報告 完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

赴國外出差或研習心得報告一份

赴大陸地區出差或研習心得報告一份

出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份

國際合作研究計畫國外研究報告書一份

執行單位：國立交通大學電信工程系

計畫中文摘要

關鍵詞：衛星通訊、正交分頻多工、循環字首、空時通道編碼技術

近年來為因應國軍戰場數位化的目標，軍用通訊系統的傳輸率必須有效地提高，如此才能與戰場上的士兵進行多媒體聯繫，藉以進行戰場現況即時監控。有鑒於衛星通訊無遠弗屆的通訊能力與正交分頻多工 (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) 的高資料量傳輸特性，結合此兩種技術將是未來軍用通訊系統的主流。現存正交分頻多工技術需在每一傳送幅元前加入額外的循環字首 (Cyclic Prefix)，方能在面對多路徑通道環境時確保子載波間之正交性並改善通道所造成的符元間干擾，但此舉卻會導致整體系統吞吐量 (Throughput) 降低。然而，縮短循環字首雖能有效地提升正交分頻多工系統之頻寬效益 (Bandwidth Efficiency)，但亦會造成該系統對通道效應更加敏感，因而大幅限制其整體系統表現。因此，如何縮短(甚或去除)循環字首以改善現存正交分頻多工調變技術之頻譜效益，便成為極具挑戰性的議題。

在本計劃中，吾人針對縮短循環字首後系統所產生的不完美特性進行理論分析，並結合空時編碼、盲蔽式通道估測與多重使用者偵測等技術於正交分頻多工系統中，以提出一種適用於衛星通訊之高頻譜效益正交分頻多工傳輸架構。同時亦將針對此架構發展包括通道等化及補償都普勒效應之高效能、低複雜度收發機演算法，並進行全系統在不同通訊環境下之效能評估及整體運算複雜度之計算。預期所得新一代高頻譜效益傳輸架構將能在不影響整體系統效能的前提下，大幅提昇系統吞吐量，進而滿足未來國軍數位戰士之需求。

計畫英文摘要

Keywords : Satellite communications, orthogonal frequency division multiplexing, cyclic prefix, space-time coding

Owing to the demand for multimedia service on the battlefields, e.g., the real-time monitoring and information gathering, the trend of military communication toward high data rate transmission is inevitable. On account of the wide coverage of satellite communication and the high transmission rate of orthogonal frequency division multiplexing (OFDM), researches on combining both of the techniques have become the mainstream for future military communication systems. However, OFDM necessitates extra cyclic prefix (CP) to avoid the inter-carrier interference and to mitigate the inter-symbol interference due to multi-path channels, which results in the undesired decrement of system throughput. A direct reduction of CP can improve the bandwidth efficiency but makes OFDM systems more sensitive to the channel impairments, hence limiting the overall system performance. In this project, we combine OFDM with space-time coding, blind channel estimation, and multi-user detection to construct a CP-reduced (or even CP-free) OFDM transmission structure with high bandwidth efficiency. A low-complexity transceiver with algorithms for channel equalization and compensation of the Doppler effect in satellite communications are also investigated for performance optimization.

目錄

第一章 簡介.....	5
第二章 正交分頻多工系統架構與空時編碼.....	8
2.1 正交分頻多工系統.....	8
2.2 使用保護區間之正交分頻多工系統.....	10
2.3 正交分頻多工系統發展現狀.....	11
2.4 空時編碼系統架構.....	11
第三章 短保護區間之正交分頻多工系統.....	15
3.1 前置編碼正交分頻多工系統.....	15
3.1.1 基本前置編碼正交分頻多工系統架構.....	15
3.1.2 特殊前置編碼系統.....	19
3.1.3 特殊前置編碼系統搭配么正矩陣調變.....	20
3.2 電腦模擬.....	21
第四章 無保護區間之正交分頻多工系統.....	23
4.1 多使用者連續干擾消除系統.....	23
4.1.1 連續干擾消除的多使用者偵測系統.....	23
4.1.2 電腦模擬.....	27
4.2 重建循環字首系統.....	28
4.2.1 重建循環字首演算法.....	28
4.2.2 電腦模擬.....	30
4.3 系統綜合比較.....	35
第五章 消除載波間干擾之空頻編碼.....	38
5.1 頻率偏移與載波間干擾.....	38
5.2 頻率偏移下之空頻編碼設計準則.....	41
5.3 抑制載波間干擾的空頻編碼.....	45
5.3.1 多項式干擾消除編碼.....	46
5.3.2 抑制載波間干擾的空頻編碼.....	46
5.4 電腦模擬.....	47
第六章 結論.....	51
參考文獻	

第一章

簡介

近年來，由於無線多媒體通訊的蓬勃發展，高速率的資料傳輸需求更顯得重要，其中，正交分頻多工系統(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)是一種非常具有頻譜使用效率的傳輸技術。在新一代的軍事通訊系統中，為了能夠即時進行戰場情蒐、快速傳遞監控影像和訊息，使用衛星搭配此系統進行高速率的傳輸是十分恰當的選擇。

在傳統的分頻多工(Frequency Division Multiplexing, FDM)平行資料傳輸系統中，可使用的訊號總頻寬會被切割成幾個彼此相互沒有重疊的子頻帶，如圖 1-1(a)FDM，而每個子頻帶各自傳送調變資料。由於這種分頻多工系統的操作在頻譜上是不相交的，因此具有非常低的通道間干擾效應。然而，對於實際上的頻譜使用率來說，此方法是非常不具有效率的。正交分頻多工系統是在 60 年代[1]-[3] 中期所發展的一種多載波傳輸系統，其透過載波彼此正交的特性，允許子頻帶在頻譜上交疊，如圖 1-1(b)OFDM，藉此改善傳統的分頻多工系統在頻譜使用效率上的問題。

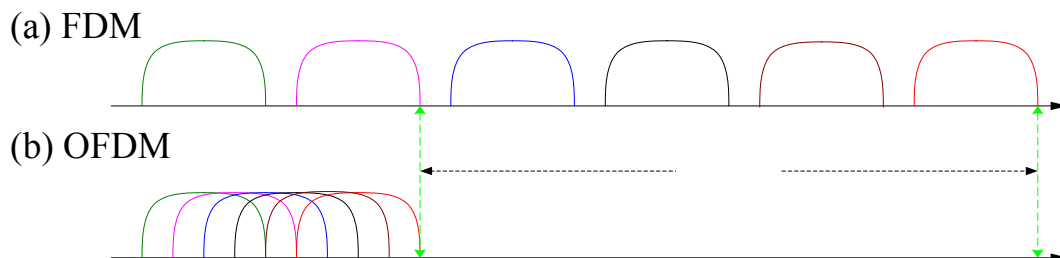


圖 1-1： FDM 與 OFDM 之頻譜使用示意圖

然而正交分頻多工系統對於載波間的正交性非常敏感，尤其是操作在複雜的地理環境中，會很容易讓多重路徑通道所合成的接收訊號失去子載波正交性(如圖 1-2(a))，進而產生符號間干擾(Inter-symbol Interference, ISI)和載波間干擾(Inter-carrier Interference, ICI)，降低系統效能。文獻[4]-[6]中提出藉由加入冗餘時間訊號(Guard Time, GT)當作抗干擾的保護區間(Guard Interval)，試圖改善這種現象，其中比較特殊的方式是使用循環字首(Cyclic Prefix, CP)(如圖 1-2(b))。當加入的循環字首時間大於通道最長的延遲時間時，我們可以在接收端將訊號的循環字首去除，藉此完全消除符號間干擾和載波間干擾。此外，對於訊號處理的系統觀點來說，在加入了循環字首當作保護區間之後，接收訊號會等於傳送訊號和通道響應作迴旋摺積(Circular Convolution)，因此可將原本具頻率選擇性衰褪特性

的頻帶(Frequency Selective Fading)，在每一個子載波上面轉變成平坦式衰褪(Flat Fading)，使得接收端可以使用簡易的等化器來克服通道衰褪響應。

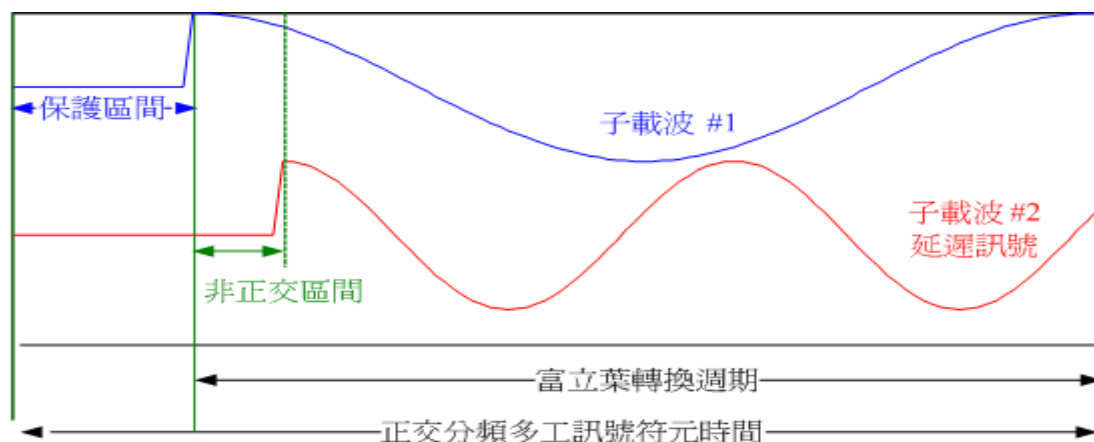


圖 1-2：(a) 多路徑延遲通道造成載波間失去正交性

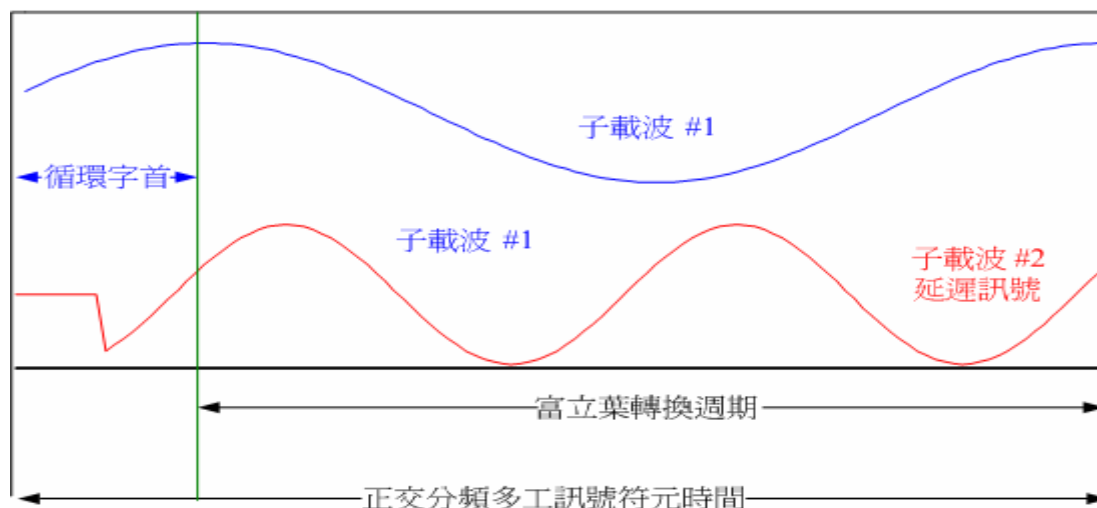


圖 1-2：(b) 加入循環字首後，可維持載波間正交性

儘管具循環字首的正交分頻多工系統帶給我們許多好處，但是在加入了冗餘的時間訊號之後，卻會使系統整體的吞吐量降低，降低頻譜使用率。有鑒於此，過去已有不少的研究試著解決上述的問題，縮短循環字首抑或不使用循環字首的正交分頻多工系統因應而生。然而，縮短循環字首雖能有效地提升正交分頻多工系統之頻寬效益(Bandwidth Efficiency)，但亦會造成該系統對通道效應更加敏感，因而大幅限制其整體系統表現。因此，如何縮短(甚或去除)循環字首以改善現存正交分頻多工調變技術之頻譜效益，便成為極具挑戰性的議題。

縮短或不使用循環字首之正交分頻多工符號於多重路徑通道中傳輸將產生嚴重的符號間干擾以及載波間干擾，這些不理想的通道效應可透過抗干擾的傳收機(Transceiver)設計進行等化(Equalization)補償搭配具強健抗干擾能力之時空編碼獲得分集增益(Diversity Gain)來確保可靠的傳輸，在此份研究計畫中，我們針

對衛星傳送系統結合具短循環字首的正交分頻多工技術作一系列的效能探討與系統設計，同時亦針對此架構發展包括通道等化及補償都普勒效應之高效能、低複雜度收發機演算法，並進行全系統在不同通訊環境下之效能評估，考慮高速移動對低軌衛星所造成的都卜勒效應發展補償演算法。並且在系統設計中加入空時編碼架構，藉由空時編碼能透過相同的訊號在不同的通道響應中傳送獲取分集增益。本計劃發展縮短循環字首甚至不使用循環字首的正交分頻多工系統傳收機制並提供抗干擾之空頻編碼設計，於非時變通道(Time-invariant Channel)以及瑞雷衰褪通道(Rayleigh Fading Channel)中檢視其效能表現和特性，達到提高頻譜使用效率的前提下之可靠傳輸系統，以有效節省通訊資源。

本結案報告書之章節組成簡述如後，首先，在第二章中簡介傳統正交分頻多工系統以及空時編碼之核心概念，第二章內文說明使用保護區間的正交分頻多工系統的系統架構，簡述目前正交載波多工系統的發展現況，並且介紹空時編碼設計的準則和操作原理。第三章探討縮短循環字首的收發機設計，吾人採用前置編碼(Precoding)技術[7]對傳送符號進行預編碼，藉由多重相位分解(Polyphase Decomposition)的觀點，等效將單一輸入單一輸出(Single Input Single Output, SISO)的系統視為 $M \times M$ 的多重輸入多重輸出(Multiple Input Multiple Output, MIMO)系統，此觀點可等效縮短通道的響應階數為原來階數的 $1/M$ 倍，然而前置編碼引入了傳送符號的內部干擾，必須在接收端使用額外設計的信號偵測補償干擾。使用無保護區間的正交分頻多工系統，可更進一步提高系統的吞吐量，但是傳送端不加入任何的保護區間，接收端的干擾現象將更為嚴重，我們使用兩種接收機技術做無保護區間的信號偵測，於第四章分析多使用者連續干擾消除演算法(Successive Interference Cancellation, SIC)[8]與剩餘符號間干擾消除演算法(Residual Interference Cancellation, RISIC)[9]結合無循環字首之正交分頻多工系統中的設計概念。直序展頻-分碼多工存取(Direct Sequence Spread Spectrum-Code Division Multiple Access, DSSS-CDMA)系統與正交分頻多工系統在系統架構和通道傳輸引起的不理想效應有諸多相似之處，文獻顯示直序展頻-分碼多工存取系統可以利用多重使用者偵測技術(Multi-user Detection, MUD)[10]來克服不理想的通道引入的多重存取干擾(Multiple Access Interference, MAI)，吾人可將不使用循環字首致使的干擾視為多重存取干擾，利用此種觀點引入多重使用者偵測技術用於無循環字首系統中進行干擾消除和信號偵測。第四章介紹的第二個無循環字首系統採用剩餘載波干擾消除演算法，藉由前次估測出的信號正確值重建干擾，從目前傳送符號中扣去符號間干擾後，進行信號的初步估計並由初步估計的正確信號遞迴地重建出循環字首以達到信號偵測的正確收斂，此演算法亦可適用於短循環字首系統。抗干擾的空頻編碼於第五章介紹，首先由解析的角度探討在頻率偏移下的空頻碼設計準則，並提出可對抗頻率偏移下之干擾的空頻編碼，空頻編碼設計採用多項式干擾消除編碼(Polynomial Coding Cancellation, PCC)[11][12]概念，結合具有良好分集增益的空頻編碼共同設計，以達到強健的抗干擾能力。最後於第六章總結計畫執行成果。

第二章

正交分頻多工系統與空時編碼簡介

2.1 系統基本架構

正交分頻多工系統和分頻多工雖然都是使用多載波傳遞訊號，但是正交分頻多工系統的每個子載波（Subcarrier）之間具有正交性（Orthogonality），因此子載波之間不會互相干擾，頻譜可以重疊；然而傳統分頻多工系統子載波間頻譜並沒有重疊，所以正交分頻多工系統比傳統分頻多工系統具有較好的頻寬效益（Bandwidth Efficiency），兩種系統頻譜比較如圖 2.1-1 所示。

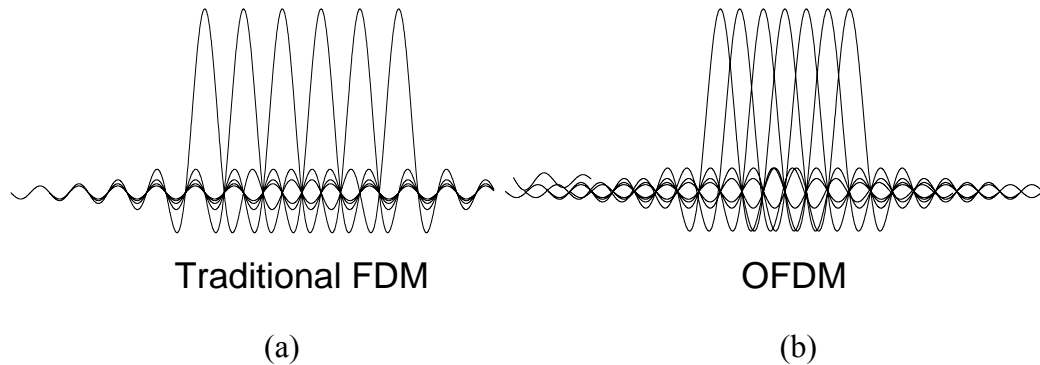


圖 2.2-1：(a) 傳統 FDM 頻譜 (b) OFDM 的頻譜

正交分頻多工信號是由調變後的子載波疊加構成，調變的符元使用相移鍵控（Phase-Shift Keying, PSK）或正交振幅調變（Quadrature Amplitude Modulation, QAM），所有子載波的符元構成一個正交分頻多工區塊（OFDM Block），正交分頻多工時域信號的基頻數學表示式為

$$s(t) = \sum_{k=0}^{Q-1} d_k e^{j2\pi f_k t}, 0 \leq t < T, f_k = k/T \quad (2.1.1)$$

其中 d_k 調變的複數符元， N ：子載波的各數， T ：OFDM 符元區間，見圖 2.2-2OFDM 傳送端調變器示意圖，下述為基本的連續時間正交多載波調變系統，需要多組的震盪器傳送正交分頻多工信號，但要同時設計多組的震盪器複雜度太高。因此，實際上的正交分頻多工系統採用離散時間的快速反傅立葉轉換方式來實現之，如下式所示。

$$T_s = T/N_s$$

$$D_\rho = s(t) \Big|_{t=\rho T_s} = \sum_{k=0}^{Q-1} d_k e^{j2\pi \frac{k}{N_s} \rho}, 0 \leq \rho < Q \quad (2.1.2)$$

其中 T_s 表示取樣時間， D_ρ 代表時域信號被取樣的離散點。因此，正交分頻多工系統可以用快速反傅立葉轉換之方式實現，正交分頻多工的離散信號為時域波形取樣點，為了以數位方式作快速反傅立葉，就必須對類比信號取樣，而且取樣信號必須滿足取樣定理（Sampling Theorem），即取樣頻率必須大於等於兩倍信號頻寬，也就是說， $1/T_s$ 必須大於等於兩倍信號頻寬。

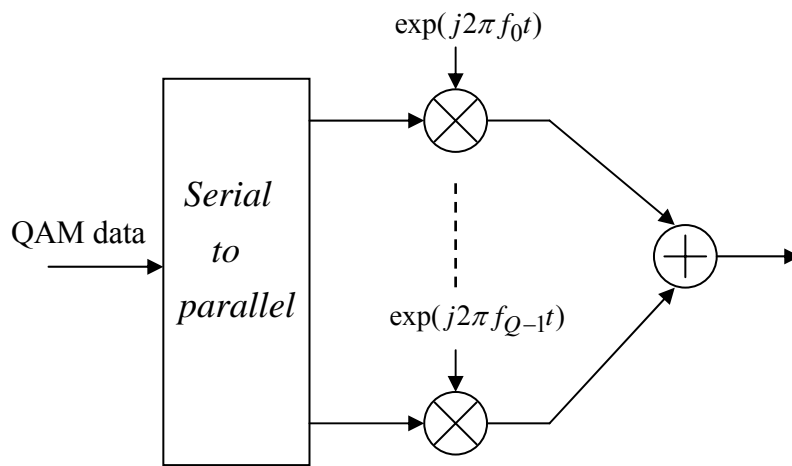


圖 2.2-2：OFDM 傳送端調變器示意圖

正交分頻多工技術是一個很有效解決多重路徑延遲擴散的方法，多重路徑延遲擴散會造成符元之間的互相干擾，讓系統效能變低；正交分頻多工技術為了消除多重路徑延遲擴散的效應，會在每一個正交分頻多工符元前加上一段保護時間，保護時間的長度至少要大過最大的多重路徑延遲擴散預期時間，才能避免多重路徑延遲擴散造成下一個符元受到上一個符元干擾，如圖 2.2-3 所示。

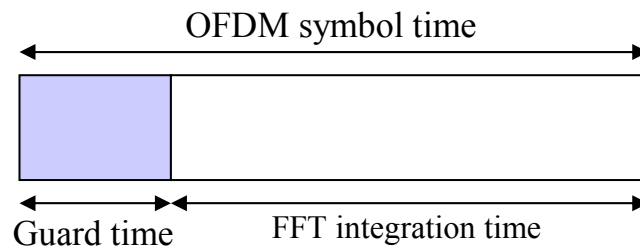


圖 2.2-3：OFDM 之保護時間示意圖

2.2 使用保護區間之正交分頻多工系統

文獻[4]-[6]中提出了一些藉由加入冗餘的時間訊號來當作保護區間，較常使用的兩種方法為補零(Zero Padding)與循環字首(Cyclic Prefix)。

2.2.1 使用補零 (Zero padding)

藉由在每一個正交分頻多工符號間加入一段補零的保護區間，正交分頻多工可以幾乎避免符號間干擾。由於通道具有延遲擴散(Delay Spread)的效應，此效應會造成前一個正交分頻多工符號延遲並且疊加於下一個正交分頻多工符號。當加入的保護區間的時間大於通道最長延遲時間時，保護區間可以避免前一個正交分頻多工符號疊加於下一個正交分頻多工符號的前端，因此，可以有效避免符號間干擾。圖 2.2-1 為補零保護區間避免符號間干擾的示意圖。

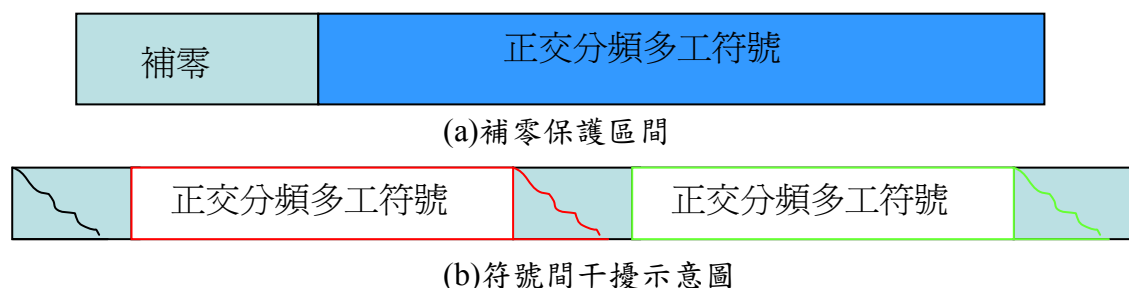


圖 2.2-1: 補零保護區間避免符號間干擾的示意圖

2.2.2 使用循環字首(Cyclic Prefix)

我們將一個正交分頻多工符號尾端的一部分取出，此部分的訊號稱為循環字首(Cyclic Prefix)，並以循環字首做為保護區間。以循環字首做為保護區間亦可以避免前一個正交分頻多工符號疊加於下一個正交分頻多工符號所造成的符號間干擾。在加入循環字首當作保護區間後，接收訊號會等於傳送訊號和通道響應做迴旋摺積，因此可以將原本具頻率選擇性衰退特性的頻帶，在每一個子載波上轉變成平坦式衰退，使得接收端可以不需要使用一個很複雜的等化器來克服通道響應。

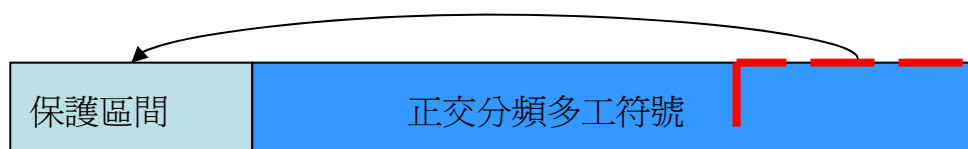


圖 2.2-2: 以循環字首做為保護區間之示意圖

2.3 正交分頻多工系統發展現狀

今年來，由於數位信號處理(Discrete-Time Signal Process, DSP)的進步，正交分頻多工系統已經成功的應用於 Digital Audio Broadcasting (DAB)、Asymmetric Digital Subscriber Line (ADSL)、High Definition Television (HDTV)、Wireless Local Area Network (WLAN)、Wireless Local Loop (WLL)等系統。1999 年，IEEE 802.11 a 通過 5GHz 的無線區域網標準，採用正交分頻多工調變技術將其作為物理層標準。1992 年，Nokia、Ericsson 等七家公司發起國際 OFDM 論壇。2000 年，OFDM 論壇的固定無線存取工作小組向 IEEE 802.16.3 的無線區域網路委員提議將正交分頻多工調變技術作為 IEEE 802.16.3 區域網的物理層標準。由於正交分頻多工技術頻譜利用率高且成本低，隨著通信數位化、寬頻化與行動化的需求，正交分頻多工系統在無線存取領域中將得到廣泛的應用。

2.4 空時編碼系統架構

在無線傳輸環境中，除了接收機本身熱雜訊可能引起訊號干擾，傳輸通道與生俱來的非理想衰褪特性(Channel Fading)，亦常造成嚴重的訊號失真。傳統上欲解決此一問題，多半是在接收端設置多根接收天線再搭配信號分集(Diversity)的概念進行信號解調。新一代時空編碼技術(Space-Time Coding)[13]-[18]結合通道編碼與調變系統並採用多重傳送及接收天線的架構，將傳送及接收分集技術一併應用於無線系統。藉由從空間及時間維度對傳送資料進行適當的通道編碼，時空編碼技術不僅可在不增加信號頻寬及傳輸功率的情況下同時獲得分集增益(Diversity Gain)及編碼增益(Coding Gain)，其多重天線架構還能將原本單載波的窄頻無線通道轉換成可供高資料量傳輸之寬頻管道。此外，時空編碼技術因具備下列多項優點，已被眾多無線傳輸系統，例如：IEEE 802.11n、IEEE 802.16e、IMT-Advanced、3GPP-LTE 等，選定為標準的通道編碼方式：

- I. 對行動通訊系統而言，輕薄短小與低功率耗損為設計手機的主要考量。時空編碼技術利用傳送分集(Transmitter Diversity)的概念，可免除在手機上設置多重天線的需求，同又時能獲得空間分集增益(Spatial Diversity Gain)以改善下傳鏈路(Downlink)的通訊品質。
- II. 在閉迴路(Close Loop)系統中，通常需要建立反向鍊路(Reverse Link)來獲得通道狀態資訊(Channel State Information)以決定傳輸信號。然而反向鍊路的建置不但十分昂貴，其可靠度在快速衰褪通道(Fast Fading Channel)中又不見得能令人滿意。時空編碼技術採用開迴路(Open Loop)操作模式，不需額外的通道狀態資訊即可運作，因此免除了建立反向鍊路的需求。

III. 時空編碼技術已被證明對於系統非理想性，例如天線相關性(Antenna Correlation)、通道估計誤差、都卜勒效應(Doppler Effect)，具有相當程度的抵抗力(Robustness)，因此可提升系統實際操作時的可靠度。

以下介紹空時編碼系統的設計法則：

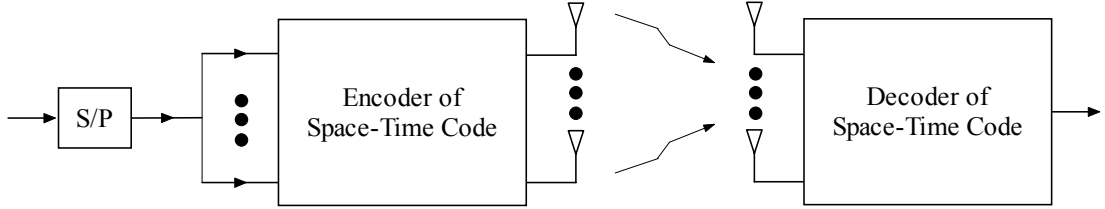


圖 2.5-1：多天線時空編碼系統

考慮一時空編碼系統，如圖2.5-1所示，其中傳送與接收端各配備 n 及 m 根天線。首先將資料經由一序/並列轉換器(Serial-to-Parallel Converter)切分成 n 群子群。利用通道編碼器於各子群內及各子群之間加入適當的控制位元，再將調變後的各子群信號同時由 n 根天線送出。依據通道編碼形式的不同，時空碼可區分成兩大類：時空籬柵碼(Space-Time Trellis Codes)[13]-[14]和時空區塊碼(Space-Time Block Codes)[15]-[18]。時空籬柵碼採用籬柵編碼技術(Trellis Coding)進行編碼，其設計及解碼原理如下。令 $\sqrt{E_s}c_{i,t}$ 為第 i 根天線在時刻 t 所送出的信號，其中 E_s 代表調變信號之平均能量。假設傳輸通道具有衰褪(Fading)的非理想特性，接收端第 j 根天線在時刻 t 所收到的信號 $d_{j,t}$ 可表示如下：

$$d_{j,t} = \sum_{i=1}^n \alpha_{i,j} \sqrt{E_s} c_{i,t} + \eta_{j,t} \quad (2.4.1)$$

其中為 $\alpha_{j,t}$ 第 i 根傳送天線至第 j 根接收天線間的路徑增益(Path Gain)， $\eta_{j,t}$ 為第 j 根接收天線所受到的可加性白色高斯雜訊(Additive White Gaussian Noise, AWGN)。

若在進行最大相關性(Maximum Likelihood)解碼的情況下，接收機誤將一傳輸時間為 l 之傳送信號

$$\underline{c} = (c_{1,1}, c_{1,2}, \dots, c_{1,l}, c_{2,1}, c_{2,2}, \dots, c_{2,l}, \dots, c_{n,1}, c_{n,2}, \dots, c_{n,l})$$

解碼成

$$\underline{e} = (e_{1,1}, e_{1,2}, \dots, e_{1,l}, e_{2,1}, e_{2,2}, \dots, e_{2,l}, \dots, e_{n,1}, e_{n,2}, \dots, e_{n,l}).$$

假設對所有 j 和 t 來說， $\alpha_{j,t}$ 為已知，則解碼錯誤發生的機率可近似為

$$\Pr\{\underline{c} \rightarrow \underline{e} \mid \alpha_{i,j} \forall i, j\} \leq \exp\left(-d^2(\underline{c}, \underline{e}) \frac{E_s}{4N_0}\right) \quad (2.4.2)$$

其中 $N_0/2$ 為高斯雜訊之功率頻譜密度(Power Spectral Density)，而

$$d^2(\underline{c}, \underline{e}) = \sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^l \left| \sum_{i=0}^n \alpha_{i,j} (c_{i,t} - e_{i,t}) \right|^2 \quad (2.4.3)$$

令 $\Omega_j = \{\alpha_{1,j}, \alpha_{2,j}, \dots, \alpha_{n,j}\}$ ，將其代入(2.4.3)式之中可得

$$d^2(\underline{c}, \underline{e}) = \sum_{j=1}^m \Omega_j A(\underline{c}, \underline{e}) \Omega_j^*$$

其中 $A(\underline{c}, \underline{e}) = [A_{p,q}]$ ， $\forall 1 \leq p, q \leq n$ $A_{p,q} = \sum_{t=1}^l (c_{p,t} - e_{p,t})(c_{q,t} - e_{q,t})^*$ ，因此(2.4.2)

式中之錯誤率可表示成

$$\Pr\{\underline{c} \rightarrow \underline{e} \mid \alpha_{i,j} \forall i, j\} \leq \prod_{j=1}^m \exp\left(-\Omega_j A(\underline{c}, \underline{e}) \Omega_j^* \frac{E_s}{4N_0}\right) \quad (2.4.4)$$

假設通道為瑞雷衰褪(Rayleigh Fading)，將(2.4.4)式中之條件機率對 $\alpha_{j,t}$'s 平均之後可得解碼錯誤率為

$$\Pr\{\underline{c} \rightarrow \underline{e}\} \leq \left(\prod_{i=0}^n \left(1 + \lambda_i \frac{E_s}{4N_0}\right) \right)^{-m} \quad (2.4.5)$$

其中 λ_i ， $\forall 1 \leq i \leq n$ ，為 $A(\underline{c}, \underline{e})$ 之特徵值(Eigenvalue)。令 r 為 $A(\underline{c}, \underline{e})$ 之秩(Rank)，

在不失一般性的情況下，假設 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$ 為 $A(\underline{c}, \underline{e})$ 之非零特徵值；(2.4.5)式可進一步化簡成

$$\Pr\{\underline{c} \rightarrow \underline{e}\} \leq \left(\prod_{i=1}^r \lambda_i \right)^{-m} \left(\frac{E_s}{4N_0} \right)^{-rm} \quad (2.4.6)$$

而達到 rm 之分集成效及 $(\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_r)^{1/r}$ 之編碼成效。因此，依據(2.4.6)，吾人可

增加 r 及 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$ 之值以降低解碼之錯誤率，而得下列時空籬柵碼之設計準則。

(1) 秩準則(The Rank Criterion):

對於所有相異的碼字(codeword) \underline{c} 及 \underline{e} ，需儘可能提升其對應 $A(\underline{c}, \underline{e})$ 之秩，以增加時空碼之分集增益。

(2) 行列式準則(The Determinant Criterion):

由線性代數之結果可知 $\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_r = |A(\underline{c}, \underline{e})|$ 。因此，對於所有相異的碼字 \underline{c} 及 \underline{e} ，需儘可能提升其對應 $A(\underline{c}, \underline{e})$ 之行列式，以增加時空碼之編碼增益。

依照此二準則，已有相關研究針對不同編碼率(Code Rate)及解碼複雜度的時空籬柵碼進行最佳碼之搜尋工作[13]-[14]。此外，除了時空編碼系統之外，近期亦有相關研究投入結合空間及頻率分集技術之空頻編碼技術(Space-Frequency Coding)[19]-[22]。

第三章

短保護區間之正交分頻多工系統

3.1 前置編碼正交分頻多工系統

為了避免符號間干擾與載波間干擾，加入冗餘的時間當作保護區間是解決此問題的一種方法。然而，為了有效避免符號間干擾與載波間干擾，保護區間的時間長必須大於或等於通道的最大延遲時間。在一個通道的最大延遲時間很大的環境下，加入保護區間可以有效避免載波間干擾與符號間干擾，卻也會使整個系統的吞吐量嚴重下降。加入前置編碼(precoding)的概念於正交分頻多工系統，可以在不影響太多系統效能下有效縮短保護區間的時間長度。

3.1.1 基本前置編碼正交分頻多工系統架構

圖 3.1-1 為基本前置編碼正交分頻多工系統的方塊圖。訊息位元(Information Bit)進入正交分頻多工系統前先進行編碼的動作。訊息序列(Information Sequence) $x(n)$ 在編碼前需先將其位元順序重新擺放，新的位元序列為 $\bar{x}(n)$ ，

$\bar{x}(n)$ 的數學式為

$$\begin{aligned}\bar{x}(n) &= (x_0(n), x_1(n), \dots, x_{K-1}(n))^T \\ &= (x(Kn), x(Kn+1), \dots, x(Kn+K))^T\end{aligned}\tag{3.1.1}$$

我們有一前置編碼器 $G(z)$ ， $G(z)$ 為一 $K \times M$ 多項式矩陣(Polynomial Matrix)，

K 、 M 皆為正整數，則前置編碼向量序列(Precoded Vector Sequence) $\tilde{x}(n)$ 與 $\bar{x}(n)$

之間的關係式為 $\tilde{X}(z) = G(z)\bar{X}(z)$ ，其中 $\tilde{X}(z)$ 與 $\bar{X}(z)$ 分別為 $\tilde{x}(n)$ 與 $\bar{x}(n)$ 的 z

轉換，而 $\tilde{x}(n)$ 為一 $M \times 1$ 向量序列。前置編碼向量序列進入正交分頻多工系統前

需將其位元順序重新擺放，新的向量序列為 $\hat{x}(n)$ 。 $\hat{x}(n)$ 為一 $MN \times 1$ 向量序列，

其數學式為

$$\begin{aligned}\hat{x}(n) &= \left(\tilde{x}_0^T(n), \tilde{x}_1^T(n), \dots, \tilde{x}_{N-1}^T(n) \right)^T \\ &= \left(\tilde{x}^T(n), \tilde{x}^T(n+1), \dots, \tilde{x}^T(n+N-1) \right)^T\end{aligned}\quad (3.1.2)$$

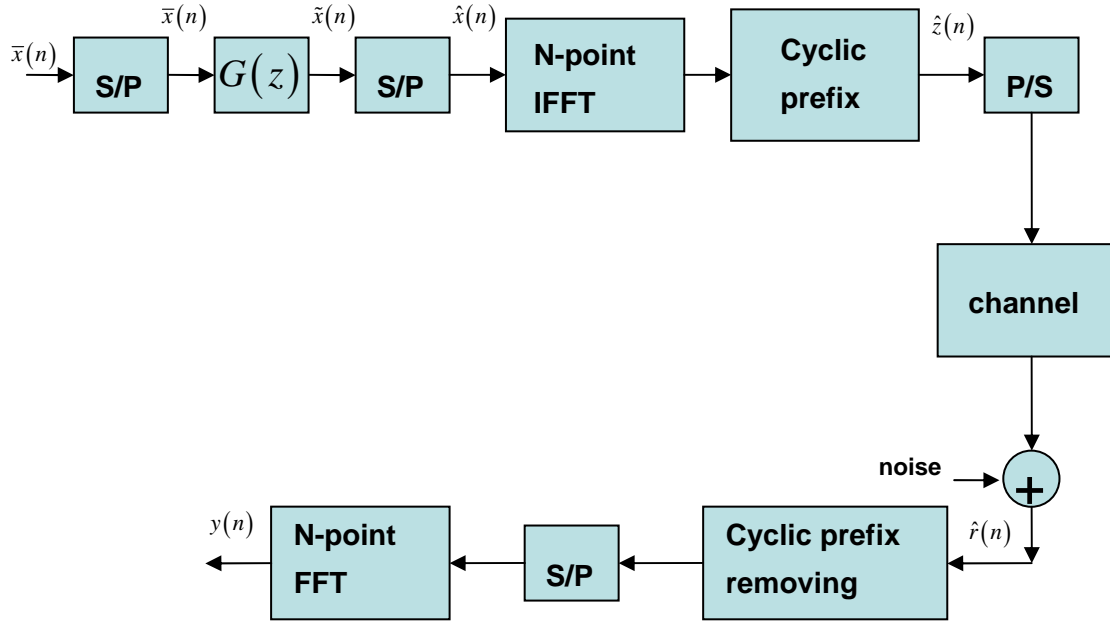


圖 3.1-1：基本前置編碼正交分頻多工系統方塊圖

觀察集合

$$\begin{aligned}& \left(\tilde{x}_0(n), \tilde{x}_1(n), \dots, \tilde{x}_{N-1}(n) \right) \\ &= \begin{pmatrix} \tilde{x}_{01}(n) & \tilde{x}_{11}(n) & \cdots & \tilde{x}_{(N-1)1}(n) \\ \tilde{x}_{02}(n) & \tilde{x}_{12}(n) & \cdots & \tilde{x}_{(N-1)2}(n) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \tilde{x}_{0(M-1)}(n) & \tilde{x}_{1(M-1)}(n) & \cdots & \tilde{x}_{(N-1)(M-1)}(n) \end{pmatrix}\end{aligned}$$

我們分別對每個列向量做反離散富立葉轉換(Inverse Discrete Fourier Transform, IDFT)。為了避免符號間干擾與載波間干擾，加入一長度為 $\tilde{\Gamma}$ 循環字首保護區間。

$$\begin{aligned}\hat{z}(n) &= \left(\tilde{z}_0^T(n), \tilde{z}_1^T(n), \dots, \tilde{z}_{N-1}^T(n), \tilde{z}_0^T(n), \tilde{z}_2^T(n), \dots, \tilde{z}_{\tilde{\Gamma}-1}^T(n) \right) \\ z_l(n) &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{x}_k(n) \exp\left(\frac{j2\pi kl}{N}\right), \forall 0 \leq k < N\end{aligned}$$

於接收端，我們收到 $MN \times 1$ 向量序列 $\hat{r}(n)$ ，其數學式為

$$\hat{r}(n) = \left(r_0^T(n), r_2^T(n), \dots, r_{N-1}^T(n), r_0^T(n), r_1^T(n), \dots, r_{\tilde{\Gamma}-1}^T(n) \right)$$

其中 $r_k(n) \forall 0 \leq k < \tilde{\Gamma}$ 為一 $M \times 1$ 向量序列。除去保護區間後，藉由使用離散富立葉轉換(Discrete Fourier Transform, DFT)，我們可以移除 $\hat{r}(n)$ 中的正交載波，其數學表示式為

$$y(n) = \left(y_0(n), y_1(n), \dots, y_{N-1}(n) \right)$$

$$y_k(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{l=0}^{N-1} r_l(n) \exp\left(\frac{-j2\pi lk}{N}\right), \forall 0 \leq k < N \quad (3.1.3)$$

$y(n)$ 經過解碼後即可得到所要的訊息序列。

一個線性非時變(Time-Invariant)的單一輸入單一輸出(Single Input Single Output, SISO)系統其通道脈衝響應的 z 轉換為 $H(z)$ ，可以等效視為一個多重輸入多重輸出(Multiple Input Multiple Output, MIMO)系統，通道脈衝響應的 z 轉換為 $\mathcal{H}(z)$ 。圖 3.1-2 為其示意圖， $\mathcal{H}(z)$ 的數學表示式為

$$\mathcal{H}(z) = \begin{bmatrix} h_0(z) & z^{-1}h_{M-1}(z) & \dots & z^{-1}h_1(z) \\ h_1(z) & h_0(z) & \dots & z^{-1}h_2(z) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{M-2}(z) & h_{M-3}(z) & \dots & z^{-1}h_{M-1}(z) \\ h_{M-1}(z) & h_{M-2}(z) & \dots & h_0(z) \end{bmatrix} \quad (3.1.4)$$

$h_k(z)$ 是第 k 個多重相位成分(Polyphase component)， $h_k(z) = \sum_l h(Ml+k)z^{-l}$

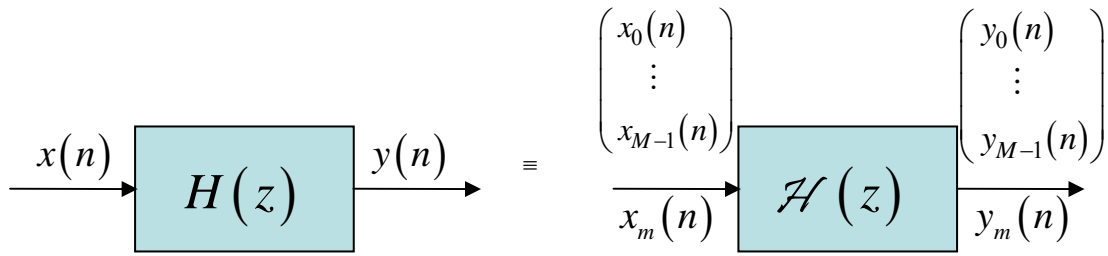


圖 3.1-2：SISO 系統等效 MIMO 系統示意圖

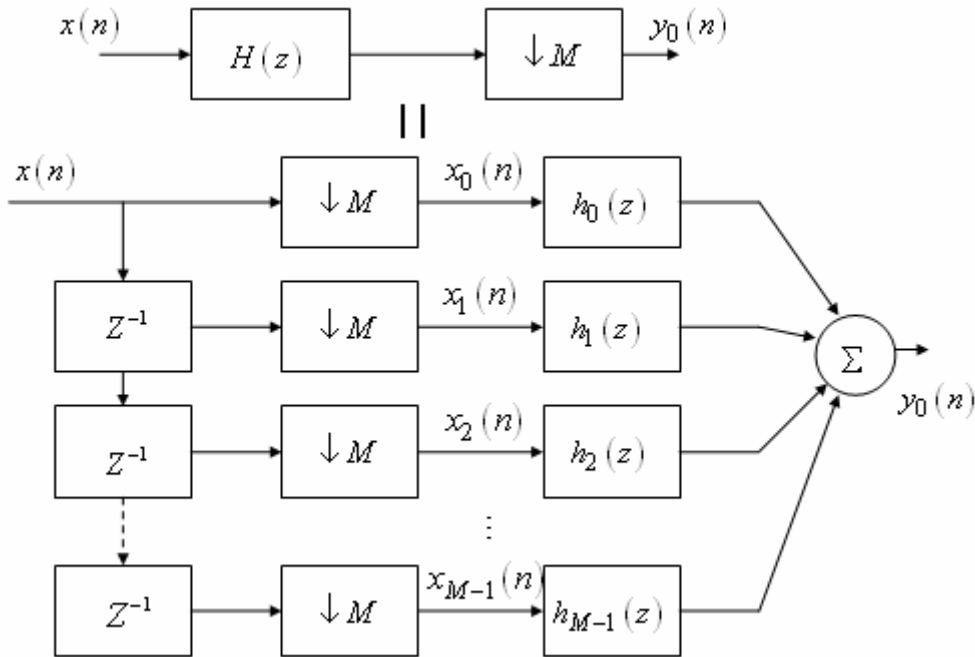


圖 3.1-3：多重相位分解示意圖

假設 $H(z)$ 的最大延遲時間為 L ，經過多重相位分解 (Polyphase Decomposition) 後，任一子通道的最大延遲時間為 $\left\lceil \frac{L}{M} \right\rceil$ ，圖 3.1-3 為多重相位分解示意圖。若我們傳送正交分頻符號於每一子通道中，則我們所需要的保護區間的時間長僅需大於或等於 $\left\lceil \frac{L}{M} \right\rceil$ 。訊息位元序列經前置編碼後所產生的前置編碼向量序列，可以視為於每一子通道中傳送不同的正交分頻符號。則我們所需要的保護區間長僅需通道最大延遲時間長的 $\frac{1}{M}$ 倍，就可以有效的避免每 M 組正交分頻多工符號與其前後 M 組正交分頻多工符號的互相干擾，但此 M 組正交分頻多工符號仍會互相干擾。於接收端我們可以使用最小平方估計法 (Least square estimation) 取得較佳的估計值，以消除此影響。圖 3.1-4 為等效的前置編碼正交分

頻多工系統方塊圖。

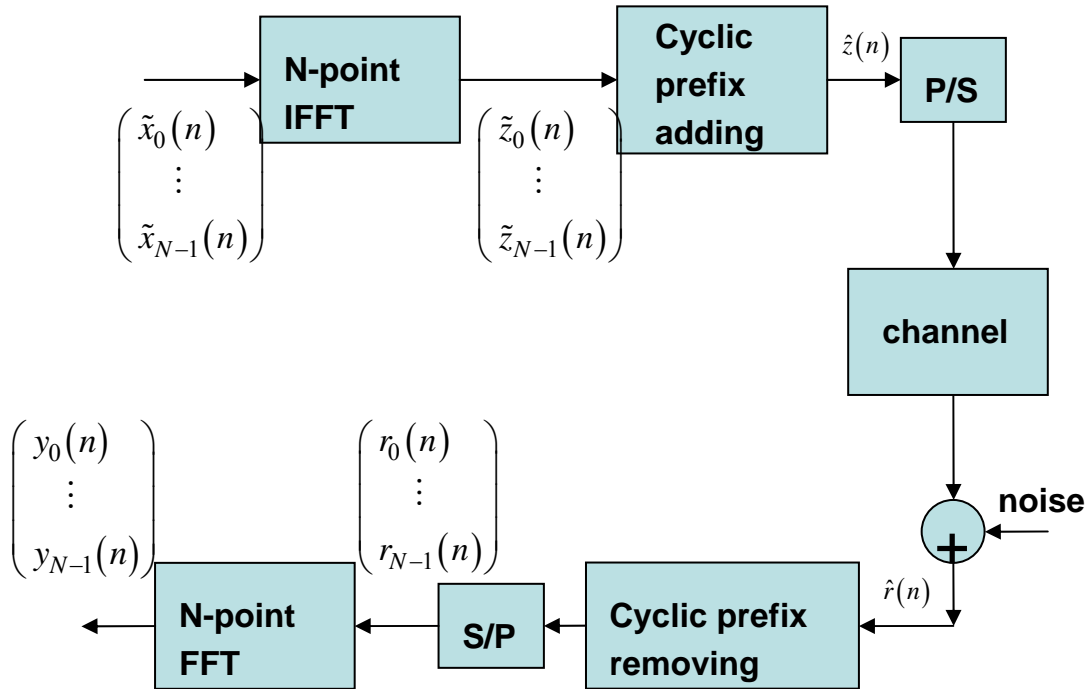


圖 3.1-4：等效前置編碼正交分頻多工系統方塊圖

引入上述概念，重新推導 $\tilde{x}_k(n)$ 與 $y_k(n)$ 之間的關係，我們可以得到以下的數學式

$$y_k(n) = \mathcal{H}_k \tilde{x}_k(n) + \tilde{\xi}_k(n) \quad (3.1.5)$$

其中 $\mathcal{H}_k = \mathcal{H}(z)|_{z=\exp(j2\pi k/N)}$ ，假設我們所受到的雜訊為可加性高斯白雜訊

(Additive White Gaussian Noise, AWGN)時，則所有的 $\tilde{\xi}_k(n)$ 為互相獨立同分佈 (Independent Identical Distributed, IID) 的複數高斯隨機變數 (Complex Gaussian Random Variable, GRV's)。由式子(3.1.6)可以得到最小平方估計之方程式為

$$\hat{\tilde{x}}_k(n) = (\mathcal{H}_k^* \mathcal{H}_k)^{-1} \mathcal{H}_k^* y_k(n)。$$

3.1.2 特殊前置編碼系統

假設前置編碼器 $G(z)$ 的元素為 $g_{ij}(z)$ ， $g_{ij}(z)$ 為 z^{-1} 的多項式，則我們可

以由前置編碼器 $G(z)$ 的脈衝響應與重新排列位元順序後的消息序列 $\bar{x}(n)$ 摺積得到前置編碼向量序列 $\tilde{x}(n)$ 。當任意 $g_{ij}(z)$ 皆不為常數時，摺積後的結果與 H_k 相乘會引入符號間干擾，造成接收端的複雜度增加。當任意 $g_{ij}(z)$ 皆為常數時，我們可以簡化 $G(z)$ 為 G ， $y_k(n)$ 的數學表示式為 $y_k(n) = H_k G \bar{x}_k(n) + \tilde{\xi}_k(n)$ 。假設在充分得知通道資訊的狀況下，我們可以設計 G 使得 $H_k G$ 的奇異值 (Singular value) 達到最大，以得到最佳化的訊雜比 (Signal to Noise Ratio, SNR)。

我們發現當前置編碼器 $G(z)$ 為下列形式時，可以降低頻譜映零通道 (Spectrum Null Channel) 的影響。

$$G(z) = G = \begin{bmatrix} I_{K \times K} \\ 0_{(M-K) \times K} \end{bmatrix} \quad \text{其中 } M > K. \quad (3.1.6)$$

此前置編碼器只是在訊息位元間插入一些值為 0 的位元。當加入的 0 位元的位置與通道的頻率響應 $H(z)$ 的值為 0 的位置相等時，此前置編碼可以有效避免頻譜映零通道的影響。

3.1.3 特殊前置編碼系統搭配么正矩陣調變

前置編碼器可搭配么正矩陣調變 (Unitary Matrix Modulation) 進行設計，么正矩陣調變可以分成下列兩種：

1. 同調 (Coherent) 么正矩陣調變：接收端充分得知通道資訊，可以搭配使用空時編碼。
2. 差分 (Differential) 么正矩陣調變：接收端沒有通道資訊，可以搭配使用差分空時調變 (Differential Space-Time Modulation)。

若使用同調么正矩陣調變則圖 3.1-4 中的 $\bar{x}(n)$ 與 $\tilde{x}(n)$ 關係為

$$A(n) = P(S(n)), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

其中

$$\begin{aligned} A(n) &= (\tilde{x}(Kn - K - 1), \dots, \tilde{x}(Kn - 1), \tilde{x}(Kn)) \\ S(n) &= (\bar{x}(Kn - K - 1), \dots, \bar{x}(Kn - 1), \bar{x}(Kn)) \end{aligned} \quad (3.1.7)$$

$P(S(n))$ 將 $S(n)$ 一對一對應至一么正矩陣 U_l 。若使用差分么正矩陣調變則圖

3.1-4 中的 $\bar{x}(n)$ 與 $\tilde{x}(n)$ 關係為

$$\begin{cases} A(0) = I_{K \times K} \\ A(n) = P(S(n))A(n-1), n=1, 2, \dots \end{cases}$$

$$\text{其中} \quad A(n) = (\tilde{x}(Kn - K - 1), \dots, \tilde{x}(Kn - 1), \tilde{x}(Kn)) \quad (3.1.8)$$

$$S(n) = (\bar{x}(Kn - K - 1), \dots, \bar{x}(Kn - 1), \bar{x}(Kn))$$

$P(S(n))$ 將 $S(n)$ 一對一對應至一么正矩陣 U_l 。

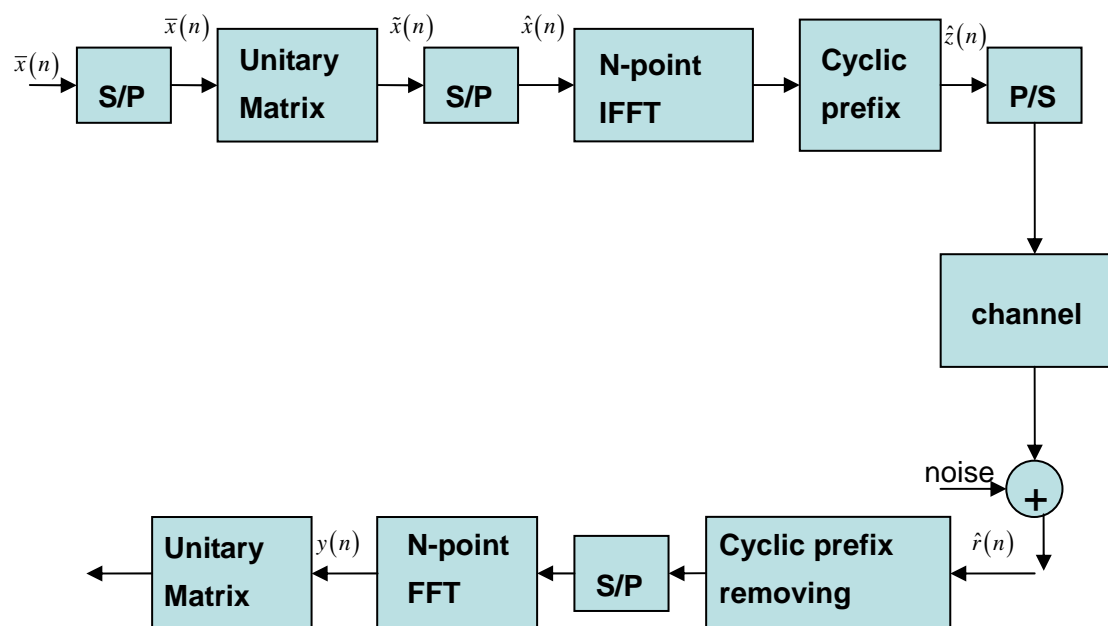


圖 3.1-4：使用么正矩陣調變正交分頻多工系統方塊圖

3.2 電腦模擬

考慮兩種不同的通道。通道 $A(h=[0.407, 0.815, 0.407])$ 為頻譜映零通道，通道 $B(h=[0.8, 0.6])$ 則為非頻譜映零通道。我們使用 $N=256$ 的 OFDM 系統分別搭配 1×2 的前置編碼器與 2×2 的么正矩陣調變做比較。圖 3.2-1 與圖 3.2-2 分別為各種正交分頻多工系統模擬於於通道 A 與通道 B 的效能圖。由圖 3.2-1 我們發現使用常數前置編碼的正交分頻多工系統的確可以改善頻譜映零通道的影響，相對於一般的正交分頻多工系統，使用常數前置編碼的正交分頻多工系統

增進不少系統效能。比較圖 3.2-1 與圖 3.2-2，搭配么正矩陣調變的正交分頻多工系統在頻譜映零通道與非頻譜映零通道下都有不錯的系統效能。

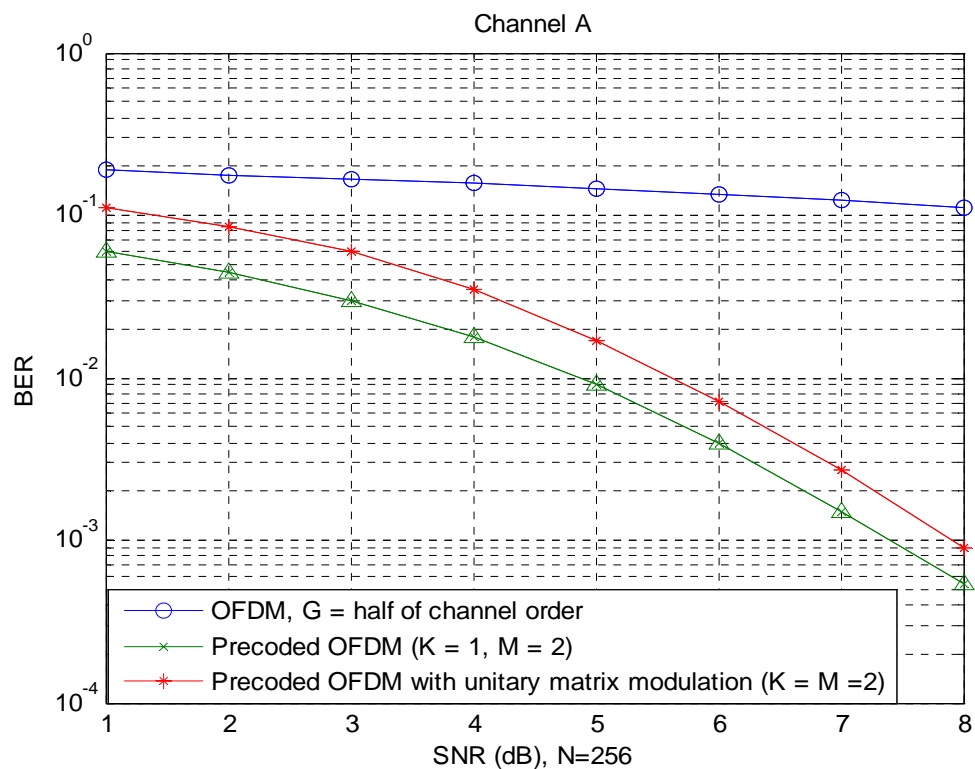


圖 3.2-1：系統模擬於通道 A 之效能圖

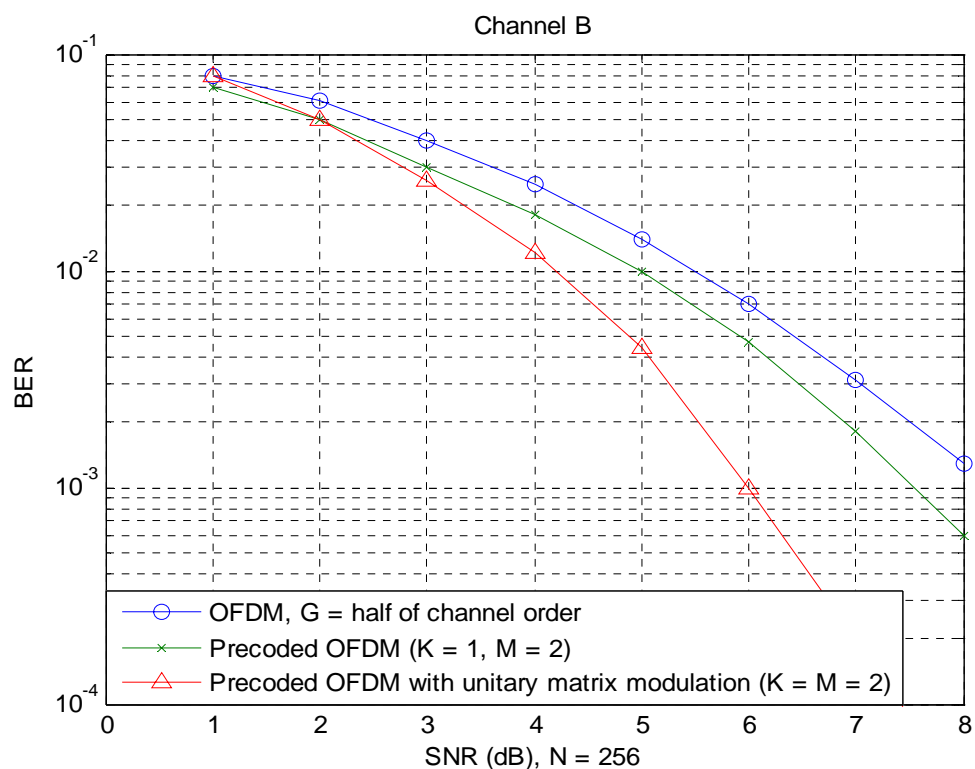


圖 3.2-2：系統模擬於通道 B 之效能圖

第四章

無保護區間之正交分頻多工系統

4.1 多使用者連續干擾消除系統

我們可以在直序展頻-分碼多工存取(Direct Sequence Code Division Multiple Access, DS-CDMA)系統和正交分頻多工系統間找到許多共通的現象：

1. 區分多重使用者的方法是使用彼此正交的展頻碼(Spreading Code)來載送資料，而在正交分頻多工系統中則是利用不同且彼此正交的載波來區分多重使用者訊號。
2. 這兩種系統在遭遇到不理想的通道響應後，皆會使得接收訊號喪失原本的正交性，進而引起多重存取干擾(Multiple Access Interference, MAI)、符號間干擾及載波間干擾等現象。

在直序展頻-分碼多工存取系統中，過去的文獻顯示出可以利用多重使用者偵測技術(Multi-user Detection, MUD)[10]來克服這些不好的效應，由於這兩個系統有如此多的共通點，因此刺激想要將多重使用者偵測技術推廣到正交分頻多工系統的想法，後來發現同樣也可以發展出一個適用的多重使用者偵測技術來抵抗相對應的問題。

4.1.1 連續干擾消除的多使用者偵測系統

首先考慮一沒有保護區間的正交分頻多工系統，如圖 4.1-1 所示，資料串經過正交振幅調變或正交相移鍵(QPSK)後，通過串並轉換器並聯平行輸出，用一矩陣 $\mathbf{x} = [x_1 \dots x_K]^T$ 表示，緊接著 \mathbf{x} 乘上 IDFT 矩陣得到系統的離散 OFDM 時域符號 \mathbf{y} ：

$$\mathbf{y} = [y_1 \dots y_N]^T = \sum_{k=1}^K x_k \mathbf{f}_k = \mathbf{F} \mathbf{x}$$
$$\mathbf{f}_k = 1/\sqrt{N} \begin{bmatrix} e^{-j\frac{2\pi(k-1)0}{N}} & e^{-j\frac{2\pi(k-1)1}{N}} & \dots & e^{-j\frac{2\pi(k-1)(N-1)}{N}} \end{bmatrix}^T$$
$$\mathbf{f}_i \cdot \mathbf{f}_j^H = \delta(i-j) \quad (4.1.1)$$

(4.1.1)中 K 表示使用的正交載波個數， N 為反富立葉轉換的點數($N \geq K$)，

而 $\mathbf{F} = [\mathbf{f}_1 \ \dots \ \mathbf{f}_K]$ 為 IDFT 矩陣。傳送符號 \mathbf{y} 經過多重路徑通道後，在接收端加上可加成性白色高斯雜訊 \mathbf{n} 即接收符號。這裡假設離散通道的脈衝響應(Channel Impulse Response, CIR)點數 L ，比傳送的離散 OFDM 符號 \mathbf{y} 的取樣數 N 要少，即 $N \leq L$ ，其中 $N = T/T_s$ ，且 $L = \text{ceil}(T_m/T_s) - 1$ ， T 為符號週期 T_s 為取樣週期， $\text{ceil}(\cdot)$ 代表取最小整數的函數。傳送信號經過衰退的多重路徑通道，導致符號間干擾和載波間干擾，在接收機設計中我們將先消除符號間干擾，再消除載波間干擾。

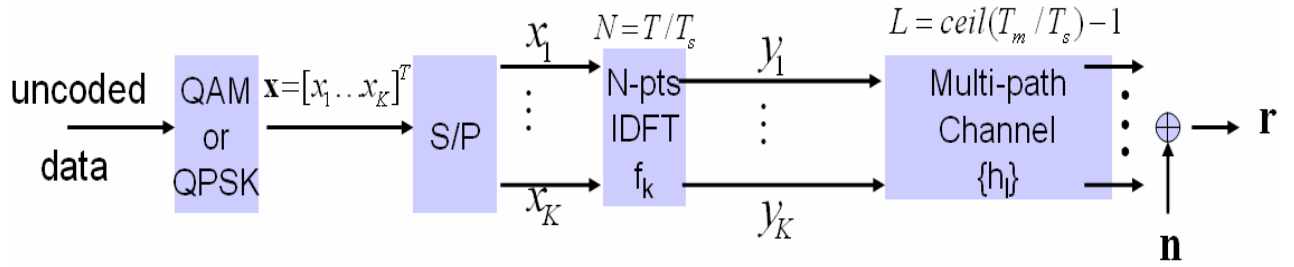
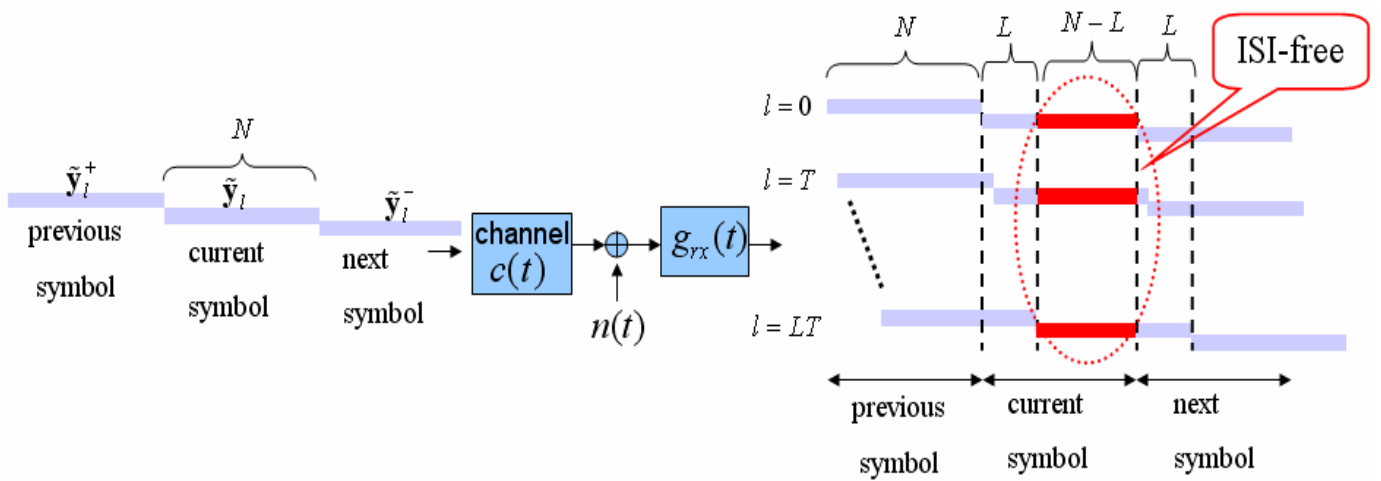


圖 4.1-1：多使用者偵測的 OFDM 系統模型



假設頻率和時間在接收端達完美的同步，讓我們考慮過去、現在、未來，三個傳送符號 $\tilde{\mathbf{y}}_l^+$ 、 $\tilde{\mathbf{y}}_l$ 、 $\tilde{\mathbf{y}}_l^-$ ，並且觀察以 $\tilde{\mathbf{y}}_l$ 開始的 $N + L$ 個信號點，見圖 4.1-2：

圖 4.1-2：傳送符號 \mathbf{y} 於多重路徑通道傳輸示意圖

如圖所示，因此接收訊號 \mathbf{r} 可寫成

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= \sum_{l=0}^L h_l (\tilde{\mathbf{y}}_l + \tilde{\mathbf{y}}_l^+ + \tilde{\mathbf{y}}_l^-) + \mathbf{n} \\ &= \sum_{k=1}^K \sum_{l=0}^L h_l (x_k \tilde{\mathbf{f}}_k + x_k^+ \tilde{\mathbf{f}}_{k,l}^+ + x_k^- \tilde{\mathbf{f}}_{k,l}^-) + \mathbf{n} \end{aligned} \quad (4.1.2)$$

其中

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{y}}_l = [\mathbf{0}_{1 \times l} \ y_1 \ \cdots \ y_N \ \mathbf{0}_{1 \times (L-l)}]^T; \\ \tilde{\mathbf{y}}_l^+ = [y_{N-l+1} \ \cdots \ y_N \ \mathbf{0}_{1 \times (N+L-l)}]^T, l \neq 0 \\ \quad = [\mathbf{0}_{1 \times (N+L)}]^T, l = 0; \\ \tilde{\mathbf{y}}_l^- = [\mathbf{0}_{1 \times (N+1)} \ y_1 \ \cdots \ y_{L-l}]^T; \end{cases} \quad (4.1.3)$$

分別對應到補零的反富立業轉換矩陣行向量

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{f}}_{k,l} = \frac{1}{\sqrt{N}} [\mathbf{0}_{1 \times l} \ e^{-\frac{j2\pi(k-1)l}{N}} \ \cdots \ e^{-\frac{j2\pi(k-1)(N-l)}{N}} \ \mathbf{0}_{1 \times (L-l)}]^T; \\ \tilde{\mathbf{f}}_{k,l}^+ = \frac{1}{\sqrt{N}} [e^{-\frac{j2\pi(k-1)(N-l)}{N}} \ \cdots \ e^{-\frac{j2\pi(k-1)(N-1)}{N}} \ \mathbf{0}_{1 \times (N+L-l)}]^T; \\ \tilde{\mathbf{f}}_{k,l}^- = \frac{1}{\sqrt{N}} [\mathbf{0}_{1 \times (N+1)} \ e^{-\frac{j2\pi(k-1)(N-l)}{N}} \ \cdots \ e^{-\frac{j2\pi(k-1)(L-l-1)}{N}}]^T; \end{cases} \quad (4.1.4)$$

將通道響應 h_l 和 (4.1.4) 形成合成的通道響應，並將其寫成矩陣式

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{f}}_k &= \sum_{l=0}^L h_l \tilde{\mathbf{f}}_{k,l}, \quad \bar{\mathbf{f}}_k^+ = \sum_{l=0}^L h_l \tilde{\mathbf{f}}_{k,l}^+, \quad \bar{\mathbf{f}}_k^- = \sum_{l=0}^L h_l \tilde{\mathbf{f}}_{k,l}^- \\ \bar{\mathbf{F}}_{(N+L) \times K} &= [\bar{\mathbf{f}}_1 \ \cdots \ \bar{\mathbf{f}}_k], \quad \bar{\mathbf{F}}^+ = [\bar{\mathbf{f}}_1^+ \ \cdots \ \bar{\mathbf{f}}_k^+], \quad \bar{\mathbf{F}}^- = [\bar{\mathbf{f}}_1^- \ \cdots \ \bar{\mathbf{f}}_k^-] \end{aligned} \quad (4.1.5)$$

因此我們能改寫 \mathbf{r} 為

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= \sum_{k=1}^K (x_k \bar{\mathbf{f}}_k + x_k^+ \bar{\mathbf{f}}_k^+ + x_k^- \bar{\mathbf{f}}_k^-) + \mathbf{n} \\ &= \bar{\mathbf{F}} \mathbf{x} + \bar{\mathbf{F}}^+ \mathbf{x}^+ + \bar{\mathbf{F}}^- \mathbf{x}^- + \mathbf{n} \end{aligned} \quad (4.1.6)$$

在圖 4.1-2 中，我們可以看到 $\bar{\mathbf{F}}^+ \mathbf{x}^+$ 和 $\bar{\mathbf{F}}^- \mathbf{x}^-$ 代表前一個和後一個正交載波多工符號對目前訊號所造成的符號間干擾，釐清符號間干擾的原因之後，現在考慮消除符號間干擾的系統如圖 4.1-3，

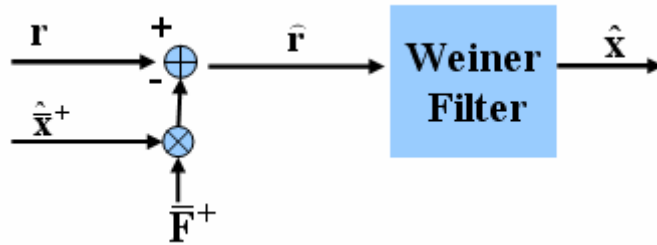


圖 4.1-3：消除 ISI 系統圖

令 $\hat{\mathbf{x}}^+$ 是前一個正交分頻多工訊號所解出來的硬式決策值(Hard Decision Value)，

將 $\hat{\mathbf{x}}^+$ 乘上 $\bar{\mathbf{F}}^+$ 從(4.1.6)中扣去，我們可以得到

$$\hat{\mathbf{r}}_{(N+L) \times 1} = \bar{\mathbf{F}}\mathbf{x} + \bar{\mathbf{F}}^+ (\mathbf{x}^+ - \hat{\mathbf{x}}^+) + \bar{\mathbf{F}}^- \mathbf{x}^- + \mathbf{n} \quad (4.1.7)$$

令 $E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^H\} = \mathbf{I}_K$ 、 $E\{\mathbf{x}^- \mathbf{x}^{H-}\} = \mathbf{0}$ 及 $E\left\{(\mathbf{x}^+ - \hat{\mathbf{x}}^+)^H (\mathbf{x}^+ - \hat{\mathbf{x}}^+)\right\} \approx 0$ ，用最小均方差法則 (Minimum Mean Square Error, MMSE)，則可以解出傳送訊號 $\hat{\mathbf{x}}$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}} &= \mathbf{W}^H \hat{\mathbf{r}} \\ \mathbf{W} &= \hat{\mathbf{R}}^{-1} \bar{\mathbf{F}}, \quad \hat{\mathbf{R}} = \bar{\mathbf{F}}\bar{\mathbf{F}}^H + \bar{\mathbf{F}}^- \bar{\mathbf{F}}^{-H} + \sigma^2 \mathbf{I}_N \\ E\{\hat{\mathbf{r}}\mathbf{x}^H\} &= \bar{\mathbf{F}} \end{aligned} \quad (4.1.8)$$

透過上述步驟後，我們可以得到一個初步的傳送符號硬式決策值 $\hat{\mathbf{x}}$ ，接下來我們利用 $\hat{\mathbf{x}}$ 進行連續消除載波間干擾 (Successive Interference Cancellation, SIC)。

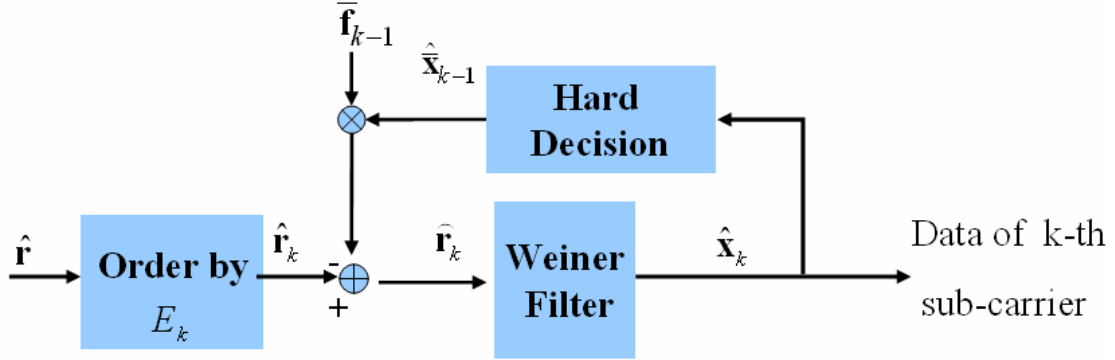


圖 4.1-4：SIC-DF 系統圖

系統圖見圖 4.1-3，首先，系統計算所有載波上的信號強度 $E_k = \bar{\mathbf{f}}_k^H \bar{\mathbf{f}}_k$ ，並進行排序，為了方便討論，我們假設信號強度的大小排序和載波編號一致。連續消除載波干擾將對信號最強的信號開始解調，由前面的假設，我們依序對 $k=0$ 到 $k=K-1$ 進行解調，系統操作步驟整理如下：

1. $\hat{\mathbf{r}}_k = \hat{\mathbf{r}}_{k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k-1} \cdot \bar{\mathbf{f}}_{k-1}$ ，我們定義 $\hat{\mathbf{x}}_0 \cdot \bar{\mathbf{f}}_0 \triangleq \mathbf{0}$

2. 對 k -th 載波作 MMSE 得到估算子 $\hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{w}_k^H \hat{\mathbf{r}}_k$ ，其中 $\mathbf{w}_k = \hat{\mathbf{R}}_k^{-1} \bar{\mathbf{f}}_k$ ，

$$\hat{\mathbf{R}}_k = E\{\hat{\mathbf{r}}_k \cdot \hat{\mathbf{r}}_k^H\} = \bar{\mathbf{F}}_k \cdot \bar{\mathbf{F}}_k^H + \bar{\mathbf{F}}_k^- \cdot \bar{\mathbf{F}}_k^{-H} + \sigma^2 \mathbf{I}_N, \quad \text{且 } \bar{\mathbf{F}}_k = [\bar{\mathbf{f}}_k \ \bar{\mathbf{f}}_{k+1} \cdots \bar{\mathbf{f}}_K]$$

3. 對步驟 2 得到的軟式決策值 (Soft decision Value) $\hat{\mathbf{x}}_k$ ，進行硬式決策並將硬式決策值 $\hat{\mathbf{x}}_k$ 迴授，重複步驟 1 到步驟 3，依序解出信號能量次強到能量最小的資料。

4.1.2 電腦模擬

以下說明電腦模擬的系統參數，本系統使用 QPSK 調變，子載波的總數總共有 64 個，但是我們只選用其中的 62 個子載波。衰退的多重路徑通道是用 Slow Clark 的瑞雷衰褪通道，假設通道脈衝響應為指數衰減，而最大的均方根(Root Mean Square, RMS)通道延遲為 $\tau_{rms} = 3T_s$ 。在上述的系統設定下，我們將本系統(以下稱 SIC-DF)和常見的使用一階頻率等化器(One Tap Frequency Domain Equalizer, 1-Tap FEQ)的正交分頻多工系統(以下稱 FEQ-OFDM)，比較兩者的錯誤率表現，FEQ-OFDM 使用循環字首的長度為 $16T_s$ ，恰好是四分之一的正交分頻多工週期。

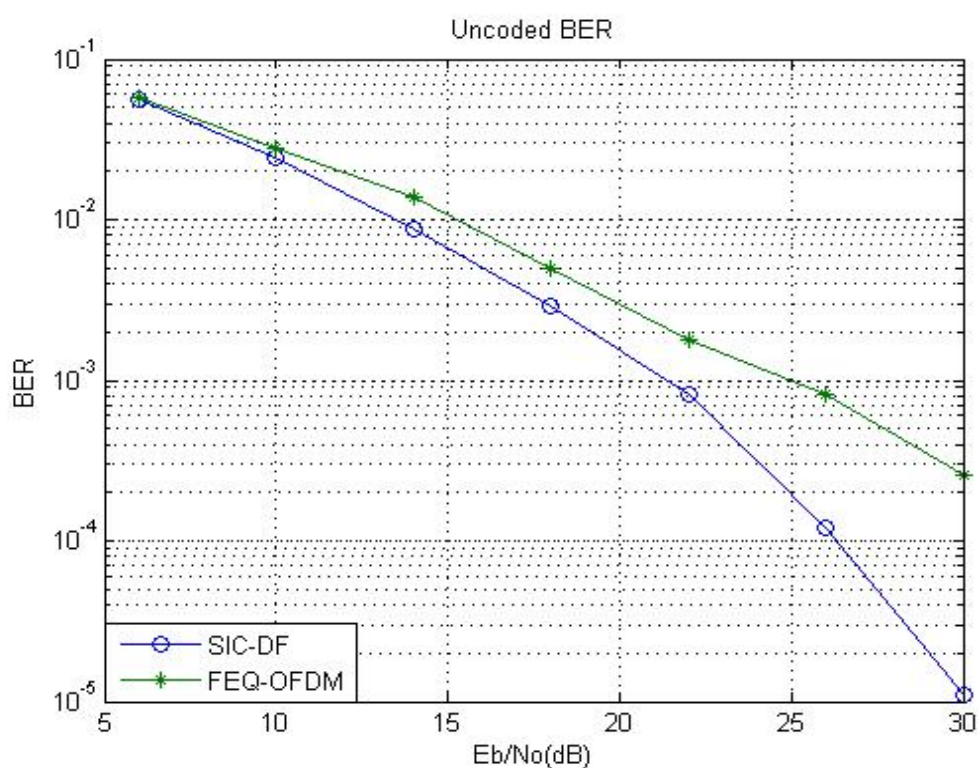


圖 4.1-5：一般 OFDM 系統和多使用者偵測系統的效能比較圖

模擬圖如圖 4.1-5 所示，兩系統在接收端都假設完美的時間和頻率的同步下，可從模擬圖中，看到不使用循環字首的 SIC-DF 在相同的 SNR 下有較好的錯誤率表現。雖然我們並沒有使用到全部的載波造成了少量的冗餘頻寬(Guard Band)，但是相較於不使用循環字首所節省下的傳送能量，SIC-DF 載波上平均所得到的能量仍然有相當的提升，因此錯誤率有較好的表現。

4.2 重建循環字首系統

正交分頻多工系統在通道響應時間大於使用循環字首長度而產生的載波間干擾和符號間干擾分析，可類比推廣到不使用循環字首的正交分頻多工系統在多重路徑通道下傳輸的效應。吾人發展適用於無循環字首之正交載波多工系統下的遞迴式(Iteratively)循環字首重建演算法(Cyclic Prefix Reconstruction, CPR)，從接收端沒有載波間干擾的正交分頻多工符號點中重建出循環字首，彌補常見正交分頻多工符號所具備的循環性(Cyclicity)。由於此演算法亦可適用於縮短循環字首的正交分頻多工系統，因此於下面將納入縮短的循環字首 G 進行討論。

4.2.1 重建循環字首演算法

考慮不使用循環字首的時域正交載波分頻多工符號為

$$x_{i,k} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} X_{i,n} \exp\left\{j \frac{2\pi nk}{N}\right\}, \quad 0 \leq k \leq N-1 \quad (4.2.1)$$

其中 N 為載波個數， $\{X_{i,n}\}_{n=0}^{N-1}$ 為頻域調變信號。符號經過響應時間長度為 LT_S (T_S 為正交分頻多工符號的取樣週期， L) 的多重路徑通道後，於接收端進行信號決策。信號通過多重路徑通道所產生的符號間干擾會隨著正交分頻多工符號長度而減輕其影響程度，然而在時變的衰褪通道中主要影響效能的因素為載波間干擾，使用增長的符號來消弭符號間干擾的不理想反而導致更大的載波間干擾。改善系統效能，吾人需要新的信號偵測演算法，此演算法必須能夠有效的去除符號間干擾和載波間干擾。參考迴音消除(Echo Cancellation)的概念[23]，吾人發展階段性消除干擾的演算法，其系統圖如圖 4.2-1，見上圖，假設通道響應在一個正交分頻多工符號區間為常數(即 $h_{m,k} = h_m$, $0 \leq k \leq N-1$)，通道響應的估測值將由訓練序列在決策導向模式(Decision-directed Mode)下進行週期性的更新。現在我們對第 i 個接收的正交分頻多工符號執行重建循環字首演算法後解調此符號。吾人若以向右平移視為通道延遲，則正交分頻多工符號在多重路徑通道中的傳輸可如圖 4.2-2 所示，這裡所討論的通道延遲皆不大與正交分頻多工的符號區間，因此載波間干擾將限制於鄰近兩相鄰符號間。首先，由上次解調出的時域正交分頻多工符號 $\{\hat{x}_{i,k}\}_{k=0}^{N-1}$ 與估測出的通道 \hat{h}_m 的摺積(Convolution)，吾人可以得到上個時刻對於此時刻正交分頻多工符號的符號間干擾，將其從此刻的接收符號中扣去以進行載波間干擾的初步消除，數學表示式列於(4.2.2)

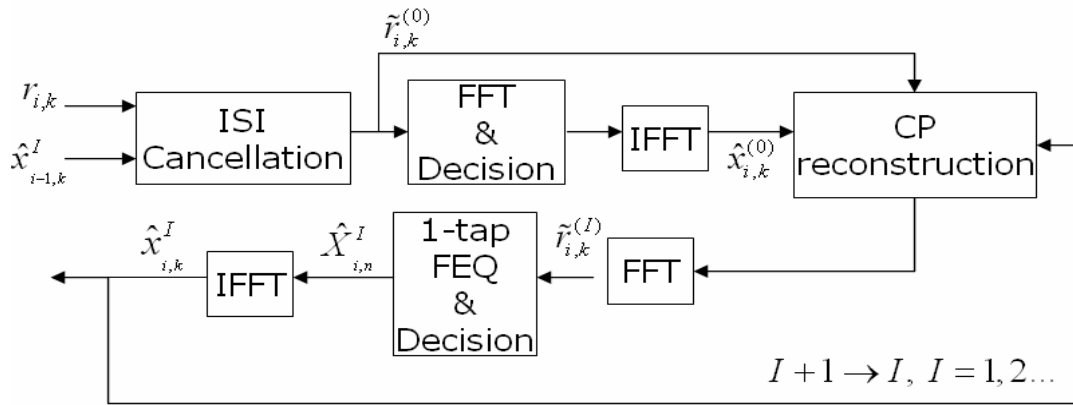


圖 4.2-1：重建循環字首演算法

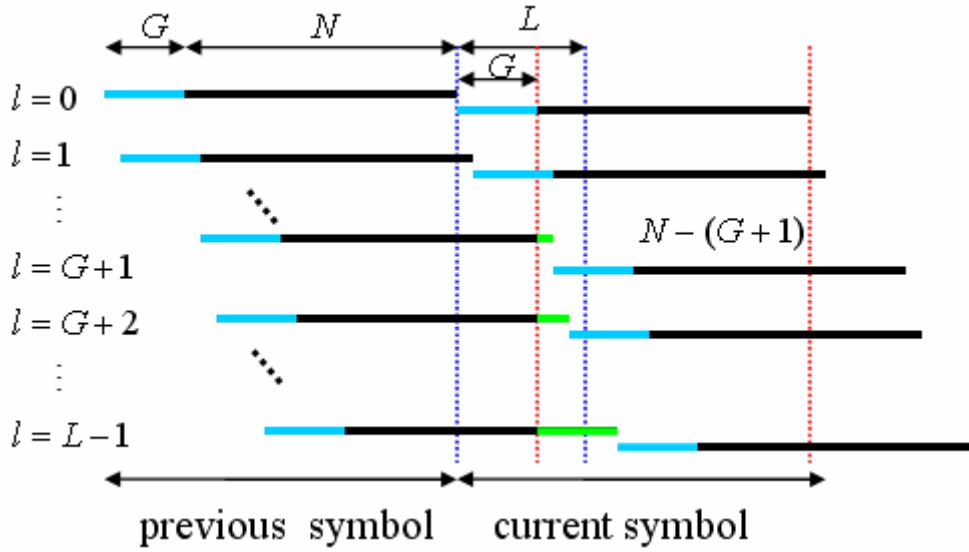


圖 4.2-2：載波間干擾消除示意圖

$$\tilde{r}_{i,k}^{(0)} = r_{i,k} - \sum_{l=G+1}^L \hat{h}_l \hat{x}_{i-1,(k-l+G) \bmod N} \cdot (1 - u(k - l + G)), \quad 0 \leq k \leq N - 1 \quad (4.2.2)$$

(4.2.2)中， $u(\cdot)$ 代表階梯函數(Step Function)，若使用縮短的循環字首，此處應扣除的載波間干擾即圖 4.2-2 中綠色標記的接收符號資料。載波間干擾扣除後，將 $\tilde{r}_{i,k}^{(0)}$ 和通道的估測值轉換到頻域，此處使用一階頻率等化器對無載波間干擾的符號，進行通道效應的補償，補償後的符號藉由硬式決策值初步偵測信號，並將硬決策值轉換回時域，即為 $\{\hat{x}_{i,k}^{(0)}\}_{k=0}^{N-1}$ 。

接下來我們將遞迴地進行循環字首的重建，由於此系統在縮短循環字首或是不使用循環字首皆適用，因此此處的循環字首重建代表的意義應廣泛的視為重建回復因消除載波間干擾而被扣除的資料點。重建的信號點從 $\{\hat{x}_{i,k}^{(0)}\}_{k=0}^{N-1}$ 中取出對應的傳送資料點，和通道估測值進行摺積後取出重建循環字首對應的 $L - G$ 點，

將這些資料加到扣除完載波間干擾但未經過等化器補償和信號決策的接收符號 $\tilde{r}_{i,k}^{(0)}$ 中，達成初步循環字首的重建，同樣的，把重建好循環字首的正交分頻多工符號轉換到頻域，使用一階頻率等化器補償通道效應後的硬式決策值得到第一次遞迴所需的傳送資料點 $\{\hat{x}_{i,k}^{(1)}\}_{k=0}^{N-1}$ ，將遞迴的指標加 1(即 $I \leftarrow I+1$)後，完成一次的遞迴。遞迴式如(4.2.3)

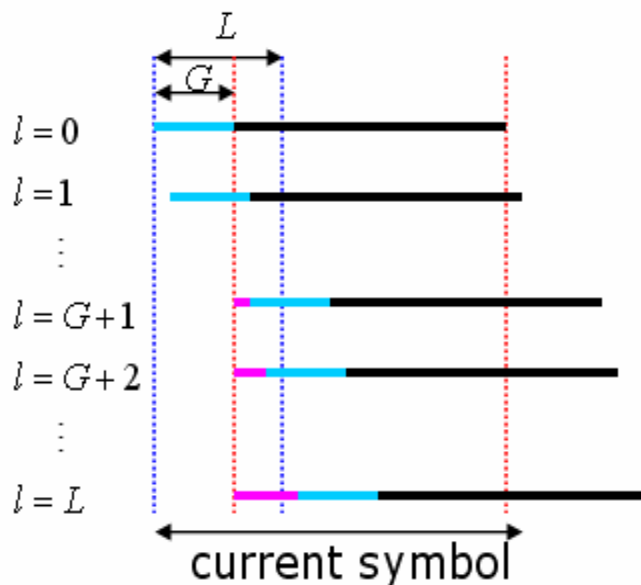


圖 4.2-3：重建循環字首示意圖

$$\tilde{r}_{i,k}^{(I)} = \tilde{r}_{i,k}^{(0)} + \sum_{l=G+1}^L \hat{h}_l \hat{x}_{i,(k-l) \bmod N}^{(I-1)} \cdot (1 - u(k-l+G)), \quad 0 \leq k \leq N-1 \quad (4.2.3)$$

(4.2.3)數學式中的上標代表遞迴重建的次數，在每次的遞迴中，利用反覆的重建循環字首(圖 4.2-3 的粉紅色標記處)和信號偵測來恢復正交載波多工系統的循環性，信號偵測的準確度和遞迴的次數有直接的關係，系統設計者可由系統要求之錯誤率選取適用的遞迴次數。

4.2.2 電腦模擬

吾人分別對不同通道環境以及不完美的通道估測進行重建循環字首演算法的效能評估討論。模擬的系統的傳輸速率為 20Mb/s，調變系統使用 16-QAM，因此信號的頻寬為 5Mhz，通道環境採用非時變通道和時變的瑞雷衰褪通道兩種，其中瑞雷衰褪通道使用 Jakes 模型[24]建立二維的等向散射(Isotropic Scattering)環境模擬六個路徑的 COST207 典型城市(COST 6-TU)通道模型[25]，通道的功率和延遲分佈列於下表：

1. 非時變通道：

Tap #	Delay (μs)	Normalized Channel Power
1	0.0	0.15
2	0.2	0.65
3	0.4	0.15
4	0.6	0.05

2. 瑞雷衰退通道：

Tap #	Delay (μs)	Normalized Channel Power
1	0.0	0.1897
2	0.2	0.3785
3	0.5	0.2388
4	1.6	0.0951
5	2.3	0.0600
6	5.0	0.0379

此外，通道的估測流程見圖 4.2-4 所示

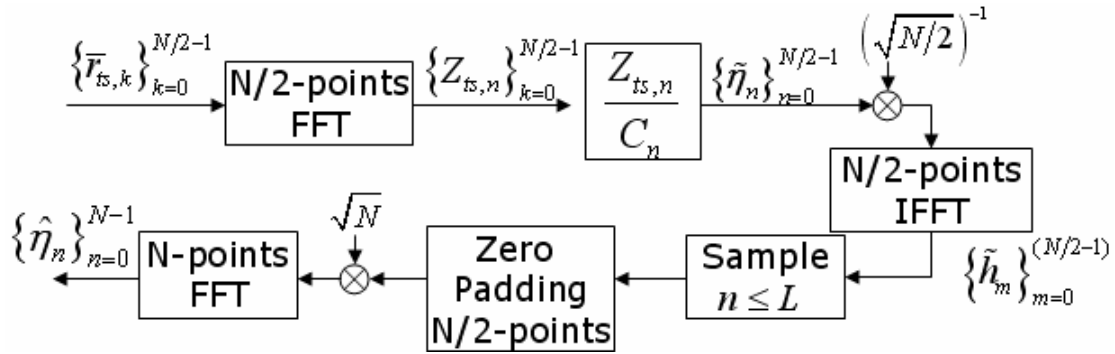


圖 4.2-4：通道估測示意圖

$$D_n = \begin{cases} \sqrt{2}C_n, & n = 0, 2, \dots, N-2 \\ 0 & , n = 1, 3, \dots, N-1 \end{cases}, \text{ where } C_n = \exp(j \frac{2\pi n^2}{N}) \quad (4.2.4)$$

$$d_k = \exp(j \frac{2\pi c^2 (k \bmod N/2)}{N}), \quad 0 \leq k \leq N-1 \quad (4.2.5)$$

頻域和時域的通道估計子列於(4.2.4)、(4.2.5)，藉由(4.2.4)的設計使訓練序列的時

域響應有每 $\frac{N}{2}$ 點週期重複的波型，因此我們可將前 $\frac{N}{2}$ 點的資料視為訓練序列的循環字首，在接收端將其去除後，得到 $\frac{N}{2}$ 到 $N-1$ 點接收信號， $\{\bar{r}_{ts,k}\}_{k=0}^{N/2-1}$ 。

如圖 4.2-4，將 $\bar{r}_{ts,k}$ 轉換到頻域後除以 C_n ，即可得到通道在頻域的估測值

$\{\tilde{h}_n\}_{n=0}^{N/2-1}$ ，將 $\{\tilde{h}_n\}_{n=0}^{N/2-1}$ 經過倍率調整後轉換回時域信號，從這些時域訊號取出通

道階數長度的點數，將這些點數補零至子載波個數 N 並轉換回頻域，即為通道估測的頻率響應資料。此訓練序列所估計出的通道響應將在載波間干擾消除、一階頻率等化器以及循環字首重建中被使用，並隨著訓練序列的週期傳送做更新。

了解各通道的設定和通道估計的方法後，現在讓我們就不同通道環境與通道偵測的準確度，分析這些變因對於循環字首重建系統的效能影響。

A. 非時變通道：

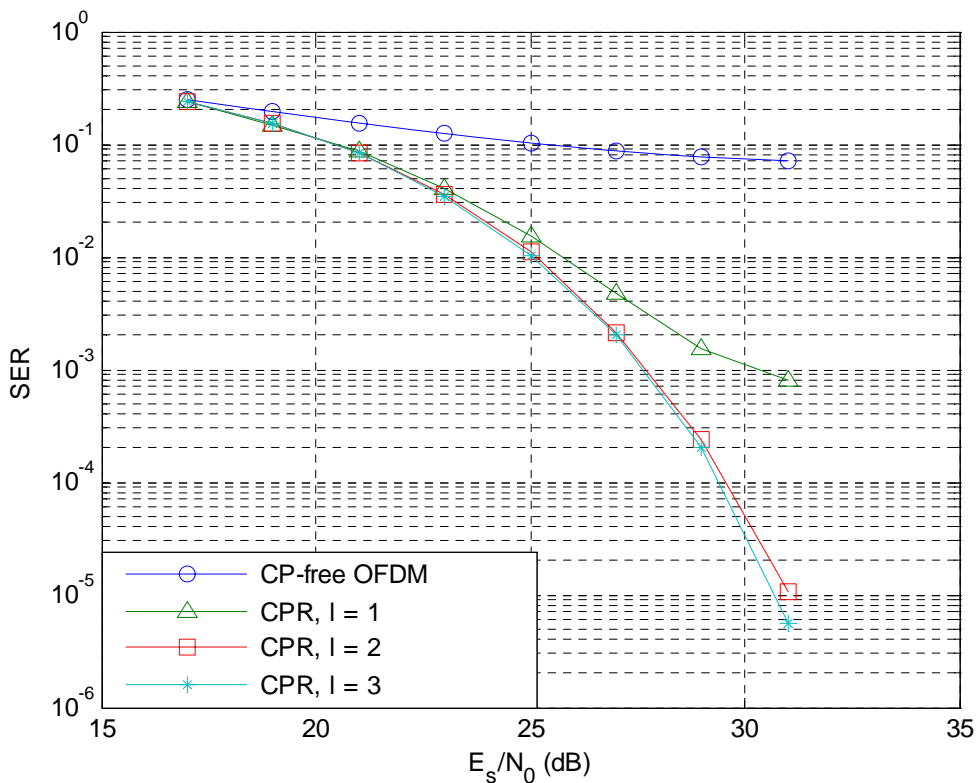


圖 4.2-5：重建循環字首系統使用完美通道估測之效能模擬圖

假設在接收端能夠得到完美的通道狀態資訊，系統使用 128 個子載波下，重建循環字首系統在非時變通道下的錯誤率模擬圖如圖 4.2-5 所示，從模擬圖中，可以看到使用重建循環字首系統的錯誤率比不使用循環字首的正交分頻多工系

統的要低的多，並且錯誤率隨遞迴次數 I 的增加而降低。當 $I=1$ 時，錯誤率相對於不使用循環字首的正交分頻多工系統已有相當的效能提升，這個效能提升來自於符號間干擾的扣除，但 $I=1$ 和 $I=2$ 以及 $I=3$ 的錯誤率曲線在高訊雜比下的效能仍有落差，顯示 $I=1$ 的遞迴重建次數仍稍嫌不足。此外，從圖中我們可以看出 $I=2$ 以及 $I=3$ 的錯誤率相當的貼近彼此，顯示重建循環字首演算法有良好的收斂性，當遞迴次數大於 3 以上即可正確的重建出循環字首，且有不錯的信號偵測能力。

B. 瑞雷衰退通道：

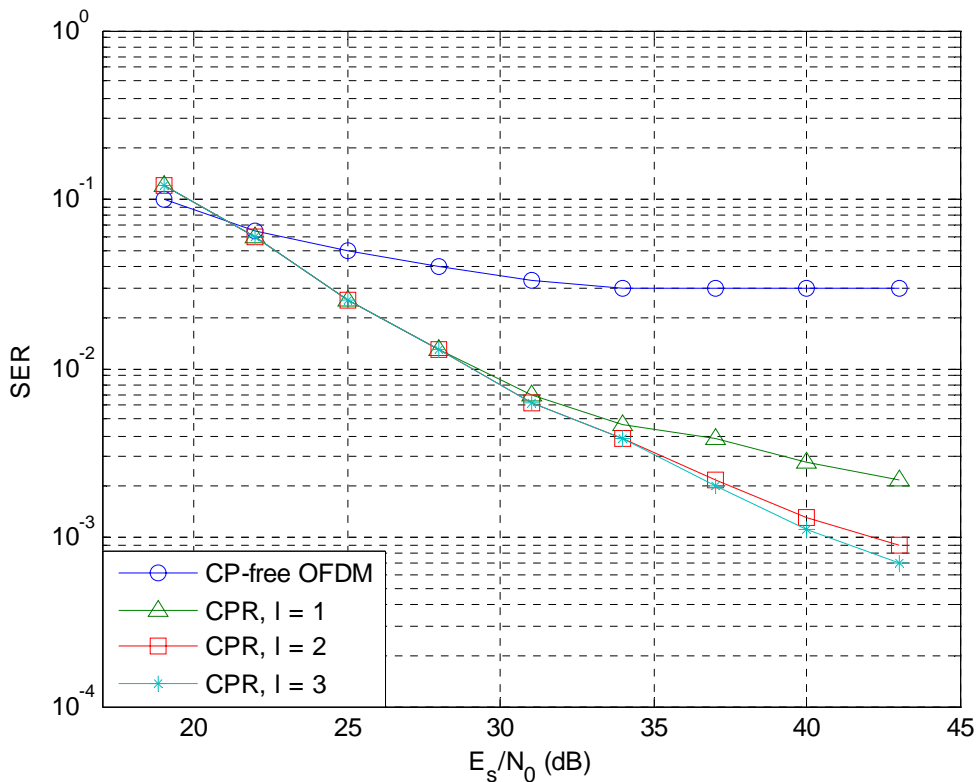


圖 4.2-6：重建循環字首系統在 COST207-6TU 之效能模擬圖

我們使用六階 COST207 典型城市的通道模型討論重建循環字首系統在子載波個數 $N=1024$ 下的錯誤率效能，此系統使用 5% 的訓練序列估計時變衰退通道的響應，此模擬設定通道響應至少在一個正交分頻多工符號間為常數增益，並且設定歸一化的都卜勒偏移 $f_D N T_s = 0.001$ 。從圖 4.2-6 中可看到在時變衰退通道中，重建循環字首系統的收斂性和非時變通道下的表現一致，遞迴次數為兩次和三次的效能仍然差不多，相較於只有一次遞迴的效能要好很多，由於通道的衰退和時變以及通道階數變多，使得扣除完載波間干擾的信號做初步的信號偵測時，出現了較多的錯誤信號，導致循環字首的重建資料點出現錯誤，使得遞迴產生了錯誤散播(Error Propagation)，因此系統效能不如非時變通道下的錯誤率。

C. 不準確的通道估測：

在此模擬中，吾人將探討不準確的通道資訊對於重建循環字首系統之間的影響。在非時變通道中，我們在每次演算法執行前使用 4 個訓練序列的估測平均值當作我們使用的通道響應，正交分頻多工使用 $N=128$ 個子載波，從模擬圖 4.2-7 中可看出在非時變通道中使用前述的通道估計子，即可達到和完美通道資訊相當的錯誤率表現，因此在實務上重建循環字首演算法在非時變通道中將有趨近於理論值的錯誤率表現。緊接著讓我們檢視通道估測的準確性在衰褪通道中的影響，和前面 B 例中系統設定一樣，吾人於圖 4.2-7 中採用 $N=1024$ 個子載波，討論在 $f_D N T_s = 0.001$ 的慢速衰褪(Slow Fading)通道中的錯誤率表現，此處我們循環的使用一個訓練序列估測每 20 個正交載波多工符號的通道響應。圖 4.2-7 可見，錯誤率曲線在低訊雜比下錯誤率表現相差甚遠，在高訊雜比下錯誤率才達到收斂。由於重建循環字首演算法中的載波間干擾消除、一階頻率等化器以及循環字首重建皆需要使用準確的通道響應來進行信號的補償和偵測，因此通道估測的準確與否是此演算法是否成功的關鍵因素。吾人欲模擬較快的通道衰褪，因此歸一化頻率偏移加大到 $f_D N T_s = 0.005$ ，比對圖 4.2-7 和圖 4.2-8，使用完美通道狀態資訊的錯誤率曲線在 $f_D N T_s = 0.005$ 的通道下雖有效能下降，但下降的幅度並不甚大，然而使用通道估計子估測通道響應的錯誤率表現卻呈現相當大的落差，由於通道衰退嚴重使得通道偵測誤差變大，不準確的通道響應使得各步驟的信號偵測產生了嚴重的錯誤傳播，因此錯誤率變差。

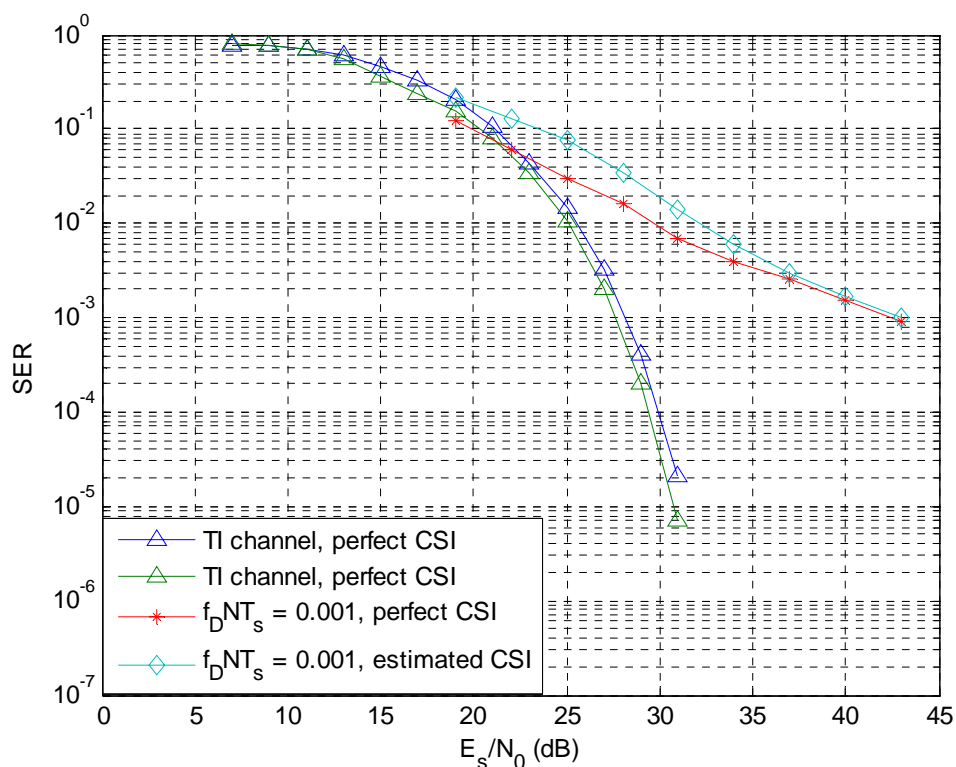


圖 4.2-7：重建循環字首系統對於完美/估測通道資訊之效能模擬圖

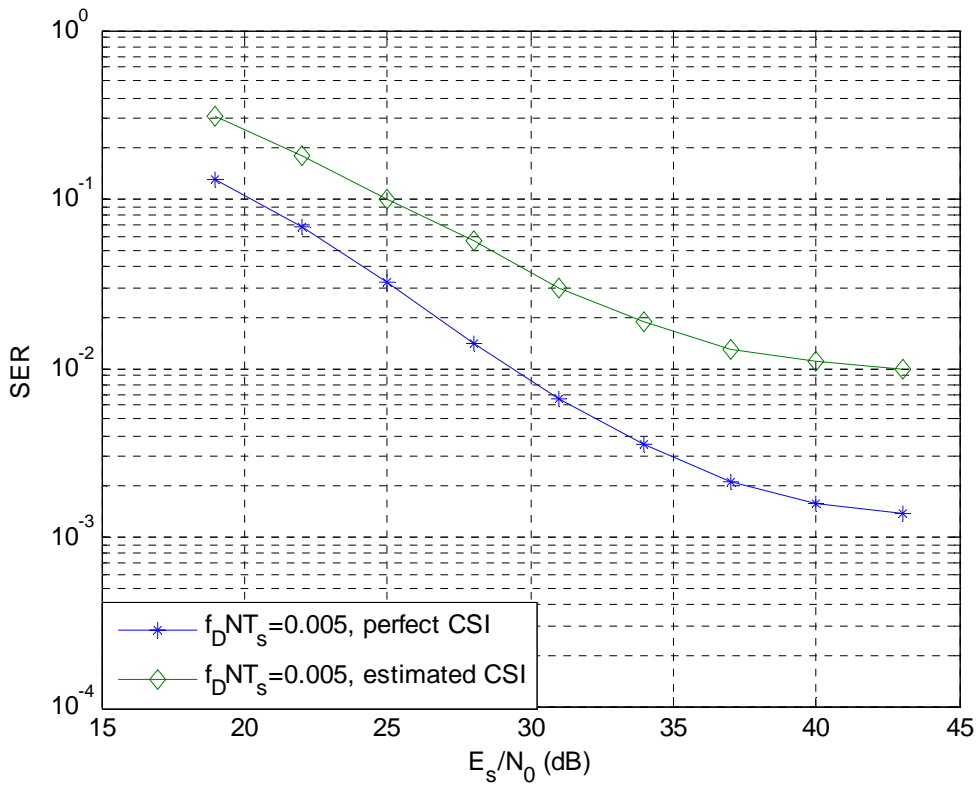


圖 4.2-8：重建循環字首系統對於完美/估測通道資訊之效能模擬圖

4.3 系統綜合比較

吾人將三、四章所討論的系統，從電腦模擬結果，討論各系統的效能表現。系統比較分別在衰褪與非時變通道中進行模擬，通道設定和子載波個數皆與 4.3.2 一致，所有的系統皆使用(4.2.5)的訓練序列。為了提升預編碼系統的傳輸速率，我們使用[26]中創造么正矩陣的模式，使用八個位元選擇一個 2×2 的么正矩陣，此處 $L=16$ ，么正矩陣如(6.1)所示

$$V = \begin{bmatrix} e^{j(2\pi/L)u_1} & 0 \\ 0 & e^{j(2\pi/L)u_2} \end{bmatrix}, \text{ where } u_m = \{0, \dots, L-1\}; m=1,2 \quad (6.1)$$

正交分頻多工調變在每個子載波上傳送么正矩陣的一個元素，故每個子載波上帶有兩個位元的資訊量，若吾人欲更進一步提升傳輸資訊量，則可選擇較大的 L 代入(6.1)產生更多的么正矩陣已達到更高的傳輸率。為了在相同的消息傳輸率下做比較，其他系統使用 QPSK 調變，因此所有的系統同樣在一個子載波上傳送兩個位元的資料。

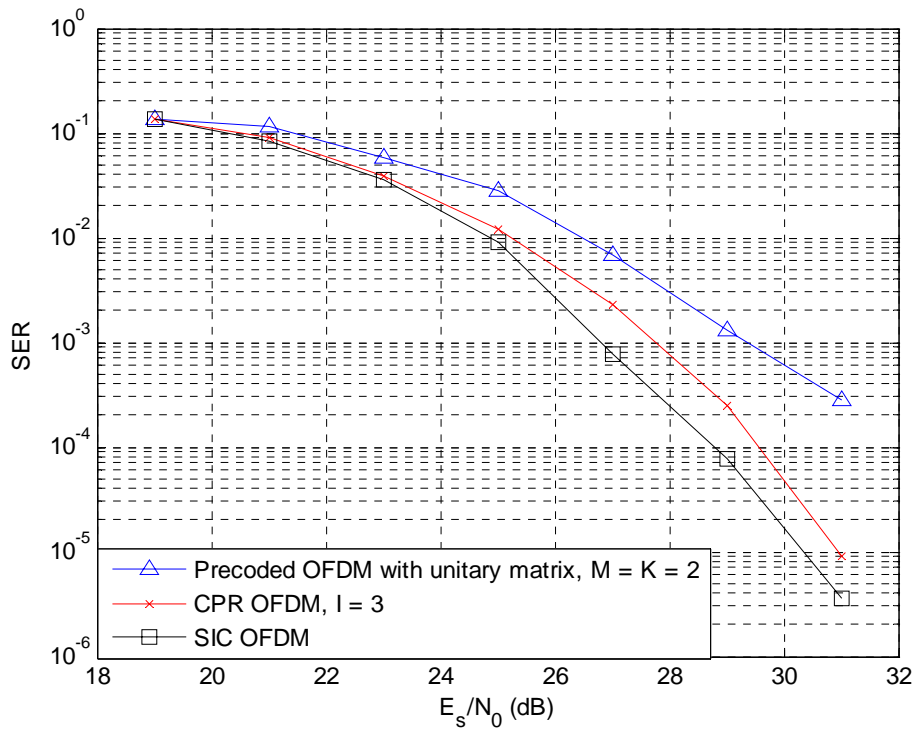


圖 6-1 各系統在非時變通道下之比較效能圖

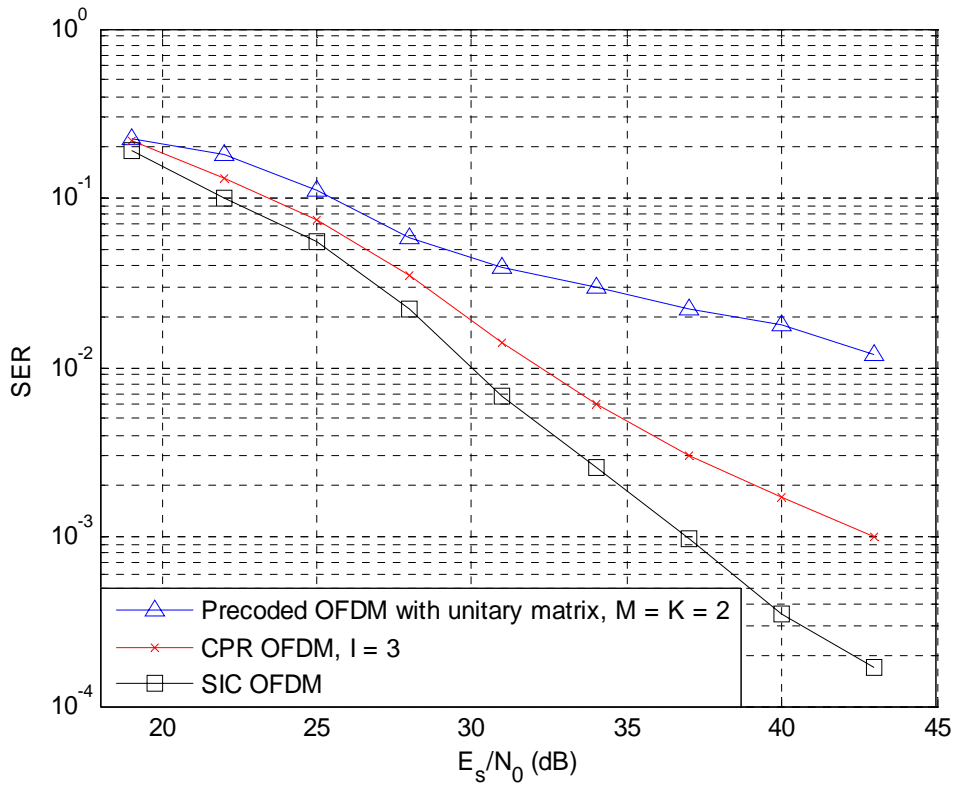


圖 6-2 各系統於 COST207 6-TU 下之比較效能圖

各系統於非時變通道以及 COST207 典型城市通道模型在 $f_D NT_s = 0.001$ 下的模擬圖見圖 6-1 和圖 6-2，從模擬圖中，我們可以看到前置編碼系統對於通道估計誤差較其他系統敏感，因此錯誤率表現和擁有完美的通道資訊前置編碼系統的效能相去甚遠。在三個系統當中，多使用者連續干擾消除系統(以下簡稱 SIC)和重建循環字首系統(以下簡稱 CPR)有較好的錯誤率表現，值得注意的是，這兩個系統對於接收信號的皆進行階段性干擾消除，讓我們針對這兩個系統分別就各階段干擾處理討論系統的設計與錯誤率表現上的關聯。

首先，SIC 和 CPR 第一階段的處理皆為符號間干擾扣除，兩者的干擾消除演算法皆用前次估測出的正確信號重建符號間干擾並於目前的符號中扣去。不同的是 SIC 一次考慮目前正交分頻多工符號開始的 $N + L$ 點信號，符號間干擾消除的討論只專注於消除過去訊號的符號間干擾，從圖 4.1-2 和(4.1.6)式中，可以觀察到符號間干擾的分量其實包含了下一個正交載波多工符號的信號，但符號間干擾的扣除動作，卻沒有對其做任何的處理，相對於 CPR 只考慮一個完整的正交分頻多工符號，因此在能夠得到正確偵測的前一個符號之前提下，CPR 系統相較 SIC 系統擁有較為準確的符號間干擾消除。雖然 SIC 的符號間干擾較 CPR 嚴重，但 SIC 針對傳送符號做完所有的干擾扣除後，才進行信號偵測，第二階段的連續載波間干擾消除並不需要使用任何初步偵測的信號，因此可避免因初步偵測信號錯誤而產生的錯誤傳播。反觀 CPR 系統在進行遞迴式信號點重建的正確性卻和扣除完載波間干擾的初步信號偵測的正確性息息相關，此系統的設計在消除載波間干擾後便直接逕行信號偵測，並沒有對於正交分頻多工符號的被扣除的點數做任何的補償動作，因此系統在通道階數較長或是低訊雜比時，將由於初步的信號偵測錯誤使後面遞迴式重建循環字首的演算法不能夠正確的重建。CPR 錯誤傳播的現象在衰褪通道中更加嚴重，因此圖 6-2 中 CPR 與 SIC 的錯誤率表現產生較大落差。此外，CPR 使用一階頻率濾波器來等化通道效應，SIC 使用最小均方差等化器進行信號偵測，就通道等化器的效能比較，也是 SIC 優於 CPR。雖 CPR 錯誤率表現不如 SIC，但相較 SIC 而言 CPR 有較好的頻譜效益，因為 CPR 完全不使用循環字首，而 SIC 雖不使用循環字首，卻必須使用冗餘頻寬，造成了部份傳輸速率的浪費，除此之外，CPR 相較於 SIC 等化器設計的複雜度較低，系統設計者可視複雜度和錯誤率之間權衡使用 CPR 或是 SIC 系統。

第五章

消除載波間干擾之空頻編碼

縮短使用保護區間抑或不使用保護區間的正交分頻多工系統於多重路徑傳輸所產生的載波間干擾和符號間干擾，相較一般正交分頻多工系統的干擾更為強烈，因此除了接收機設計之外，吾人欲發展能夠對抗干擾的空時編碼，此空時編碼必須能夠得到良好的分集增益，並具有抗干擾的能力。吾人觀察到頻率偏移所造成的載波間干擾和縮短保護區間所造成的載波間干擾，有諸多類似之處，故立足於傳統的正交分頻多工系統，分析載波偏移對於空時編碼設計準則的影響。

5.1 頻率偏移與載波間干擾

考慮多重輸入輸出(Multiple Input Multiple Output, MIMO)正交分頻多工系統，如圖 5.1-1 所示：

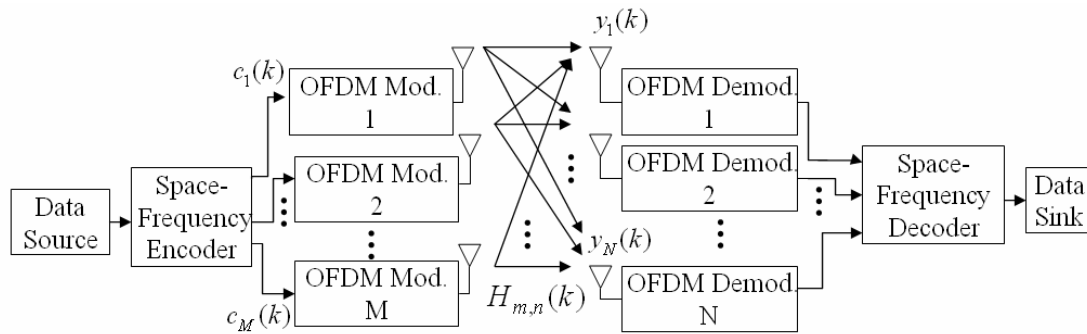


圖 5.1-1：多重輸入輸出正交分頻多工系統

首先簡述系統圖的運作，訊號源由空頻編碼器編碼後通過正交分頻多工調變器，空頻編碼碼字經由 K 個子載波調變形成正交分頻多工時域符號，符號加入保護區間後，分別從 M 根傳送天線傳送至通道中。吾人在接收端，使用 N 根天線接收訊號，接收訊號先去除保護區間，通過正交分頻多工的解調，再經過空頻分碼的解碼後，我們得到原始的傳送訊號。此系統的多重路徑通道設定為 L 重準統計特性的瑞雷衰褪通道(L-path Quasistatic Rayleigh Fading Channel)，此處準統計特性的定義為，假設所有天線在空間上不相關(Spatially Uncorrelated)，且假設通道響應在一個正交載波分頻多工符號區間(Symbol Duration)內為常數增益。上述通道的時域及頻域響應分列如下

$$h_{m,n}(t, \tau) = \sum_{\ell=0}^{L-1} \alpha_{m,n}(t, \ell) \delta(\tau - \tau_{\ell}) \quad (5.1.1)$$

$$H_{m,n}(k) = \sum_{\ell=0}^{L-1} \alpha_{m,n}(\ell) e^{-j2\pi k \Delta f \tau_{\ell}}, \quad j = \sqrt{-1} e^{i\theta} \quad (5.1.2)$$

在(5.1.1)中， τ_{ℓ} 為第 ℓ 條通道的路徑延遲($\ell = 0, \dots, L-1$)， $\delta(\bullet)$ 為脈衝函數(Dirac's delta function)， $\alpha_{m,n}(t, \ell)$ 表示從編號為 m 的傳送天線到編號為 n 的接收天線通道路徑上的通道增益，在此設定 $\alpha_{m,n}(t, \ell)$ 為平均值為零，變異數為

$E[|\alpha_{m,n}(t, \ell)|^2] = \delta_{\ell}^2$ 的複數高斯隨機變數，由上面準統計特性的定義可知

$\alpha_{m,n}(t, \ell)$ 變數彼此間互相獨立，且 $\alpha_{m,n}(t, \ell)$ 於一個符號區間內為常數，因此參數 t 可省略不用。此外吾人不失一般性將 L 重通道路徑上的功率歸一化

(Normalization)，即 $\sum_{\ell=0}^{L-1} E[|\alpha_{m,n}(\ell)|^2] = 1$ 。在(5.1.2)中， Δf 為正交載波分頻多工

符號區間 T_s 的倒數，其它參數定義同(5.1.1)。

經過上面的環境設定，以下討論在沒有頻率偏移下此系統輸入與輸出之間的關係，首先令 $c_m(k)$ 代表將被第 k 個子載波調變，第 m 根天線傳送，未加入保護區間的一個正交載波多工頻域符號，定義碼字矩陣 \mathbf{C} 為

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_1(0) & c_2(0) & \cdots & c_M(0) \\ c_1(0) & c_2(0) & \cdots & c_M(0) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_1(K-1) & c_2(K-1) & \cdots & c_M(K-1) \end{pmatrix} \quad (5.1.3)$$

接收訊號去除保護區間後，於接收端的天線 n ，我們表示接收信號為

$$y_n(k) = \sum_{m=1}^M c_m(k) H_{m,n}(k) + z_n(k), \quad k = 0, \dots, K-1 \quad (5.1.4)$$

(5.1.4)中， $z_n(k)$ 代表在第 k 個子載波，第 n 根天線上的熱雜訊取樣， $z_n(k)$ 這裡設定成統計獨立且同分佈，平均值是零的複數高斯雜訊，吾人在傳送端控制每根傳送天線的傳送功率為1(Watt)，因此雜訊的功率為 $M/2\rho$ ，其中， ρ 定義為每根接收端天線上的平均訊雜比。為了簡化討論，吾人將不同接收天線上所有載波的調變訊號合併成為行向量，我們將系統I/O寫成矩陣表示式如下

$$\mathbf{Y} = \mathbf{D}\mathbf{H} + \mathbf{Z} \quad (5.1.5)$$

(5.1.5)式各矩陣定義為

$$\mathbf{Y} = [y_1(0) \dots y_1(K-1) \quad \dots \quad y_N(0) \dots y_N(K-1)]^T \quad (5.1.6)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_1 D_2 \cdots D_M & & & \\ & D_1 D_2 \cdots D_M & & \\ & & \ddots & \\ & & & D_1 D_2 \cdots D_M \end{bmatrix} \quad (5.1.7)$$

(5.1.7)中，矩陣空白部分皆為 0

$$\mathbf{H} = [H_{1,1}^T \cdots H_{M,1}^T \quad H_{1,2}^T \cdots H_{M,2}^T \quad \cdots \quad H_{1,N}^T \cdots H_{M,N}^T]^T \quad (5.1.8)$$

$$\mathbf{Z} = [z_1(0) \cdots z_1(K-1) \quad \cdots \quad z_N(0) \cdots z_N(K-1)]^T \quad (5.1.9)$$

其中

$$D_m = \text{diag}[c_m(0), c_m(1), \dots, c_m(K-1)] \quad (5.1.10)$$

($\text{diag}(\bullet)$ 代表對角矩陣(Diagonal Matrix))

$$H_{m,n} = [H_{m,n}(0)H_{m,n}(1) \cdots H_{m,n}(K-1)]^T \quad (5.1.11)$$

有了上面的矩陣表示式，現在我們將頻率偏移納入討論，首先定義歸一化的頻率偏移 (Normalization Frequency Offset, NFO)

$$\varepsilon = \delta f / \Delta f \quad (5.1.12)$$

從文獻[27][28]中，得到歸一化的頻率偏移為 ε 的單傳單收(Single Input Single Output, SISO)正交載波多工統中，在第 k 個子載波的接收信號為

$$y(k) = \underbrace{S(0)H(k)c(k)}_{\text{desired signal}} + \underbrace{I(k)}_{\text{ICI}} + z(k) \quad (5.1.13)$$

其中 $I(k)$ 為子載波間干擾

$$I(k) = \sum_{p=0, p \neq k}^{K-1} S(p-k)H(p)c(p)$$

$$S(k) = \frac{\sin[\pi(k+\varepsilon)]}{K \sin[\frac{\pi}{K}(k+\varepsilon)]} \exp[j\pi(1-\frac{1}{K})(k+\varepsilon)] \quad (5.1.14)$$

令 $\varepsilon_{m,n}$ 為傳送天線 m 到接收天線 n 的歸一化的頻率偏移，定義同(5.1.5)，並將

(5.1.13)，(5.1.14)延伸到 NFO 為 $\varepsilon_{m,n}$ 的多重傳送接收的正交載波多工系統，我們

可以得到對於接收端天線 n 的載波間干擾為

$$I_n(k) = \sum_{m=1}^M I_{m,n}(k)$$

$$I_{m,n}(k) = \sum_{p=0, p \neq k}^{K-1} c_m(p) H_{m,n}(p) S_{m,n}(p-k) \quad (5.1.15)$$

且

$$S_{m,n}(k) = \frac{\sin[\pi(k + \varepsilon_{m,n})]}{K \sin[\frac{\pi}{K}(k + \varepsilon_{m,n})]} \times \exp[j\pi(1 - \frac{1}{K})(k + \varepsilon_{m,n})] \quad (5.1.16)$$

從(5.1.15)中，我們可以看出接收天線 n 的載波間干擾為所有傳送/接收天線對的載波間干擾的疊加(superposition)。修正(5.1.13)，吾人得到接收訊號表示式

$$y_n(k) = \sum_{m=1}^M c_m(k) \underbrace{H_{m,n}(k) S_{m,n}(0)}_{\tilde{H}_{m,n}(k)} + \underbrace{I_n(k) + z_n(k)}_{\tilde{z}_n(k)} \quad (5.1.17)$$

在(5.1.17)中，由於 $S_{m,n}(0)$ 為常數，吾人令

$$\tilde{H}_{m,n}(k) = S_{m,n}(0) H_{m,n}(k) \quad (5.1.18)$$

同前述(5.1.8)和(5.1.11)組成通道矩陣的方式，我們可以用(5.1.18)組成有頻率偏移下的等效通道矩陣，即

$$\tilde{\mathbf{H}} = [\tilde{H}_{1,1}^T \dots \tilde{H}_{M,1}^T \quad \tilde{H}_{1,2}^T \dots \tilde{H}_{M,2}^T \quad \dots \quad \tilde{H}_{1,N}^T \dots \tilde{H}_{M,N}^T]^T$$

$$\tilde{H}_{m,n} = \left[\tilde{H}_{m,n}(0) \tilde{H}_{m,n}(1) \dots \tilde{H}_{m,n}(K-1) \right]^T \quad (5.1.19)$$

此外，從(5.1.17)可看出在頻率偏移下，接收天線 n 的等效雜訊為所有載波間干擾以及於天線 n 的熱雜訊總和，即

$$\tilde{z}_n(k) = I_n(k) + z_n(k) \quad (5.1.20)$$

由(5.1.18-20)，吾人得到 MIMO-OFDM 在頻率偏移下的系統 I/O 矩陣表示式為

$$\mathbf{Y} = \mathbf{D} \tilde{\mathbf{H}} + \tilde{\mathbf{Z}} \quad (5.1.21)$$

其中， \mathbf{D} 定義如(5.1.7)所示。

5.2 頻率偏移下之空頻編碼設計準則

空頻編碼針對空間和頻率兩個維度進行編碼，空頻編碼達到最大分級增益的文獻中，空頻編碼可以一次針對數個正交分頻多工符號進行編碼動作，如文獻[29][30]所示，亦可一次針對一個正交分頻多工符號進行編碼，如文獻[31][32][33]

所述。以下基於[33]的討論，吾人將引入頻率偏移量，考慮其對於空頻編碼設計準則的影響。

在[33]中，輸入資料符號每 b 個位元形成一個資料符號，並將資料符號按照(5.1.3)對應成為空頻碼字，在接收端使用最大相關性 (Maximum Likelihood, ML) 解碼器進行解碼，ML 解碼器選擇擁有最小度量(Metric)的空頻碼字 E 為解碼輸出，度量定義如下

$$Me = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{n=1}^N \left| y_n(k) - \sum_{m=1}^M e_m(k) H_{m,n}(k) \right|^2 \quad (5.2.1)$$

以下討論成對錯誤機率(Pairwise Error Probability, PEP)以及空頻碼設計準則，首先定義參數如下

$$\mathbf{Q} \triangleq \mathbf{\Delta} \circ \mathbf{R} \quad (5.2.2)$$

此處， \circ 是矩陣元素對乘符號(Hadamard Product)[33]，定義 $\mathbf{\Delta}$ 與 \mathbf{R} 為

$$\mathbf{\Delta} = (\mathbf{C} - \mathbf{E})(\mathbf{C} - \mathbf{E})^H \quad (5.2.3)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \mathbf{R}_{m,n} = E[H_{m,n} H_{m,n}^H] \\ &= \mathbf{W} \text{diag}(\delta_0^2, \delta_1^2, \dots, \delta_{L-1}^2) \mathbf{W}^H \end{aligned} \quad (5.2.4)$$

\mathbf{W} 矩陣定義於(5.2.5)式

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ w^{\tau_0} & w^{\tau_1} & \dots & w^{\tau_{L-1}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ w^{(K-1)\tau_0} & w^{(K-1)\tau_1} & \dots & w^{(K-1)\tau_{L-1}} \end{bmatrix}, w = e^{-j2\pi\Delta f} \quad (5.2.5)$$

假設在接收端可得到精確的通道狀態資訊(Channel State Information, CSI)，並達到完美的同步，由[33]可得傳送碼字 \mathbf{C} 誤判為碼字 \mathbf{E} 之成對錯誤機率的錯誤上界(Upper Bound)為

$$P(\mathbf{C} \rightarrow \mathbf{E}) \leq \binom{2\Gamma N - 1}{\Gamma N} \left(\prod_{i=1}^{\Gamma} \lambda_i \right)^{-N} \rho^{-\Gamma N} \quad (5.2.6)$$

(5.2.6)中， Γ 為(5.2.2)中 \mathbf{Q} 矩陣的秩(Rank)， λ_i ($i=1, \dots, \Gamma$) 為 \mathbf{Q} 矩陣非零的特徵植(Eigenvalue)。

從(5.2.6)式可以得到此空頻編碼的分集增益為 ΓN ，最大可以達到的分級增益為 $\min(LMN, KN)$ ，吾人可將空頻碼的設計準則分為

(1)分集準則(Diversity Criterion):

對於所有不同的空頻碼字對(Codeword Pair)計算 \mathbf{Q} 矩陣，所有 \mathbf{Q} 矩陣中最小的秩必須越大越好。

(2)乘積準則(Product Criterion):

對於所有不同的空頻碼字對(Codeword Pair)計算 Q 矩陣，其最小的

$$\prod_{i=1}^{\Gamma} \lambda_i \text{ 必須越大越好。}$$

下面討論頻率偏移對於成對錯誤機率的影響，一開始我們有幾項假設以簡化問題討論，這些假設如下

AS1:

通道補償後，剩餘的(Residual)歸一化頻率偏移 $\varepsilon_{m,n}$ 和通道係數互相獨立。

AS2:

不同天線對的載波間干擾 $I_{m,n}(k)$ 及接收天線上的載波間干擾 $I_n(k)$ 獨立。

AS3:

歸一化頻率偏移 $\varepsilon_{m,n}$ 對於所有的天線對皆為常數，即 $\varepsilon_{m,n} = \varepsilon_0$ 。

一般來說，同調接收器(Coherent Receiver)執行通道估測後對於接收信號作通道補償，因此補償後的剩餘載波頻率偏移和通道估測方式以及估測出的通道係數間的相依性(Dependent)已經很輕微，因此 AS1 是很合理的假設。讓我們接著討論 AS3，AS3 的頻率偏移為一常數值，理論上，可利用常數的頻率偏移推導成對錯誤機率當做錯誤機率的上界，在後面的電腦模擬中我們可以看到這個現象。

回到 AS2 的討論，AS2 使載波間干擾 $I_{m,n}(k)$ 在各個接收端天線擁有一樣的變異數，故(5.2.1)在引入頻率偏移後仍然適用於此系統。讓我們從數學解析的觀點證明之。

常見正分頻多工系統的子載波數目 K 通常為 64 或是更多，由中央極限定理我們能夠將 $I_{m,n}(k)$ 近似為複數高斯隨機變數[28]。此討論中，系統必須選擇傳送

符號平均值為零(即 $E[I_{m,n}(k)] = 0$)的調變方式，符合的調變有 M 維脈衝振幅響應(M-ary Pulse Amplitude Modulation, M-PAM)，M 維相位鍵移調變(M-ary Phase Shift Keying, M-PSK)，或是 M 維正交振幅調變(M-ary Quadrature Amplitude Modulation, M-QAM)...等。下面計算(5.1.15)的變異數 $\sigma_{I_{m,n}}^2$ 。

$$\begin{aligned} \sigma_{I_{m,n}}^2 &= E\left[|I_{m,n}(k)|^2\right] \\ &= E\left[\left|\sum_{p=0}^{K-1} c_m(p)H_{m,n}(p)S_{m,n}(p-k)\right|^2\right] - E\left[|c_m(k)H_{m,n}(k)S_{m,n}(0)|^2\right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{p=0}^{K-1} E\left[|c_m(p)|^2\right] E\left[|H_{m,n}(p)|^2\right] E\left[|S_{m,n}(p-n)|^2\right] \\
&\quad - E\left[|c_m(k)|^2\right] E\left[|H_{m,n}(k)|^2\right] E\left[|S_{m,n}(0)|^2\right]
\end{aligned} \tag{5.2.7}$$

由 5.1 節內文，可以知道信號能量和通道功率皆被歸一化，也就是 $E\left[|c_m(p)|^2\right]=1$ 且 $E\left[|H_{m,n}(p)|^2\right]=1$ ，因此進一步簡化(5.2.7)可得

$$\sigma_{I_{m,n}}^2 = \sum_{p=0}^{K-1} E\left[|S(p-k)|^2\right] - S_0 \tag{5.2.8}$$

這裡的 $S_0 = E\left[|S_{m,n}(0)|^2\right] = |S_{m,n}(0)|^2$ ，因為剩餘的歸一化頻率偏移通常很小 ($\varepsilon \leq 0.2$)[28]，且子載波個數 K 通常遠大於 ε ，因此 $K \sin(\pi\varepsilon/K) \approx \pi\varepsilon$ ，在常數頻率偏移的情況下，我們可以得到

$$S_0 = \left(\frac{\sin(\pi\varepsilon_0)}{\pi\varepsilon_0}\right)^2 = [\text{sinc}(\varepsilon_0)]^2 \tag{5.2.9}$$

此外，文獻[35]證明了 $\sum_{p=0}^{K-1} E\left[|S(p-k)|^2\right]=1$ ，分別代入(5.2.8)的兩個項次， $\sigma_{I_{m,n}}^2$ 如下所示

$$\sigma_{I_{m,n}}^2 = 1 - S_0 \tag{5.2.10}$$

從(5.2.10)可以得到 $\sigma_{I_{m,n}}^2$ 不隨天線對而變的事實。

由(5.2.10)式略加計算， $I_n(k)$ 成為平均值為零，變異數為 $M(1-S_0)$ 的複數高斯隨機變數，(5.1.20)亦為平均值為零，變異數為 $M(1-S_0+1/\rho)$ 的複數高斯隨機變數，現在我們可計算在頻率偏移下等效的平均訊雜比 $\tilde{\rho}$ 為

$$\tilde{\rho} = \frac{MS_0}{\sigma_z^2} = \left(\frac{S_0}{(1-S_0)\rho+1}\right)\rho \tag{5.2.11}$$

為了推導出頻率偏移下的成對錯誤機率，讓我們由(5.1.18)改寫(5.2.4)式，得到等效的通道自相關函數 \tilde{R}

$$\begin{aligned}
\tilde{R} &= \tilde{R}_{m,n} = E\left[\tilde{H}_{m,n}(\tilde{H}_{m,n})^H\right] \\
&= S_0 E\left[H_{m,n}H_{m,n}^H\right] = S_0 R_{m,n}
\end{aligned} \tag{5.2.12}$$

由上式，我們得到 $\tilde{\mathbf{Q}}$

$$\tilde{\mathbf{Q}} = \Delta \circ \tilde{\mathbf{R}}_{m,n} = S_0(\Delta \circ \mathbf{R}_{m,n}) = S_0 \mathbf{Q} \quad (5.2.13)$$

吾人稍加推論可以得到:

(1) $\text{rank}(\tilde{\mathbf{Q}}) = \text{rank}(\mathbf{Q}) = \Gamma$ 。

(2) 若 λ_i 為 \mathbf{Q} 的特徵值，則 $\tilde{\lambda}_i = S_0 \lambda_i$ 為 $\tilde{\mathbf{Q}}$ 的特徵值。

將(5.2.11~13)代入(5.2.6)，得到在頻率偏移下的成對錯誤機率如(5.2.14)所示

$$P(C \rightarrow E) \leq L_0 \binom{2\Gamma N - 1}{\Gamma N} \left(\prod_{i=1}^{\Gamma} \lambda_i \right)^{-N} \rho^{-\Gamma N} \quad (5.2.14)$$

其中因為頻率偏移產生的修正項 L_0 為

$$L_0 = \left(\frac{S_0^2}{\rho(1-S_0)+1} \right)^{-\Gamma N} \quad (5.2.15)$$

在(5.2.14)的成對錯誤機率式以及前面的討論，我們可以歸納結論如下:

- (1) 空頻碼的設計準則同樣適用於有頻率偏移的正交分頻多工系統，為獲得最大分集增益，設計準則依然遵從 5.2 節內文中的分集準則和乘積準則。
- (2) 成對錯誤機率的曲線將隨著頻率偏移變大而逐漸右移，系統效能亦隨之下降，然而，分集增益越大的空頻碼越能夠對抗頻率偏移所產生的載波間干擾，因此右移的幅度將較分集增益小的空頻碼為小，證明吾人的確能夠使用分集增益對抗載波間干擾。
- (3) 若 $(1-S_0)\rho \gg 1$ ，代表在傳送端使用高功率傳輸，亦或頻率偏移非常嚴重的情形下，此條件中(5.1.14)式可化簡成

$$P(C \rightarrow E) \leq \binom{2\Gamma N - 1}{\Gamma N} \left(\prod_{i=1}^{\Gamma} \lambda_i \right)^{-N} \times \left(\frac{S_0^2}{1-S_0} \right)^{-\Gamma N} \quad (5.2.16)$$

上式可看出，成對錯誤機率已經不再和訊雜比呈現反比的比例，也就是說，此空頻碼在此狀況下，達到了成對錯誤機率的錯誤地板現象(Error Floor)。這是很合理的推論，在傳送端使用高功率傳輸，此系統引入偏移量正常的頻率偏移後所產生的載波間干擾功率是非常強烈難以消除的，在另一個情況中，如果頻率偏移量非常大，子載波的正交性被破壞的相當嚴重，因此載波間干擾也會非常嚴重。因此兩種情形都會造成空頻碼的錯誤地板現象。

5.3 抑制載波間干擾的空頻編碼

5.3.1 多項式干擾消除編碼

在 5.2 節中，我們引入頻率偏移分析成對錯誤機率，討論獲得最大分集增益下的設計準則，在離開 5.2 節前的結論(3)指出一般的空頻碼在頻率偏移量大時將達到其極限，因此只利用分集增益對抗載波間干擾是不夠的，吾人需要從結構上設計能夠消除載波間干擾的空頻碼。在此節中，我們將介紹多項式干擾消除編碼 (Polynomial Cancellation Coding, PCC) 的原理，之後結合多項式干擾消除編碼和空頻編碼，共同設計在結構上可消除干擾，並可獲得良好分集增益的空頻碼。

多項式干擾消除編碼首見於[12]，多項式干擾消除編碼使用 r 個相鄰子載波 ($r \geq 2$) 傳送乘上權重 (Weighting) 的一個正交分頻多工符號，文獻[36]針對不同 r 討論其載波間干擾，並找出在不同 r 下使載波間干擾最小的對應權重，由[12]可知對於使用 r 個子載波的最佳權重設計為 $(1-D)^{r-1}$ 多項式的係數，此程序因此得名。為了使多項式干擾消除編碼的操作流程更為清楚，舉 $r=2$ 說明編碼的流程，選擇 $r=2$ 因此同一個正交載波多工符號將乘上 +1 和 -1 後由兩個相鄰的子載波調變後傳送到通道中。值得注意的是，[12]的模擬中指出，使用 $r=2$ 串接碼率為 1/2 的迴旋碼，此編碼對於大量的歸一化頻率偏移(20%)有非常好的系統效能，然而，多項式干擾消除編碼是針對大量的頻率偏移所設計的程序，其對於中量和少量的頻率偏移(少於 10%)效能並不是很好，為了提昇效能，可加上糾錯能力良好的錯誤更正碼。因此，吾人尋求擁有理想分級增益的時空碼和多項式干擾消除編碼搭配設計。

5.3.2 抑制載波間干擾的空頻編碼

此處搭配設計的空頻碼參考[33]，文獻中指出，任給達到全(Full)分集增益的空時編碼，透過重複空時編碼碼字的列向量 r 次 ($1 \leq r \leq L$ ， L 為最長路徑延遲) 形成空頻編碼的碼字，若重複 r 次的列向量不足子載波的個數，此時空頻編碼碼字矩陣列向量必須進行補零向量的動作使列數和子載波數匹配。此空頻編碼至少能達到 rMN (M 為傳送天線數， N 為接收天線數) 的分集增益。

考慮上述 $r=2$ 的空頻編碼，令子載波個數為 $K = 2\hat{K}$ ，這裡假設空頻編碼的非零列向量即為子載波個數 K ，則我們可得到空頻編碼碼字為

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} c_1(0) & c_2(0) & \cdots & c_M(0) \\ c_1(0) & c_2(0) & \cdots & c_M(0) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \cdot \\ c_1(\hat{K}-1) & c_2(\hat{K}-1) & \cdots & c_M(\hat{K}-1) \\ c_1(\hat{K}-1) & c_2(\hat{K}-1) & \cdots & c_M(\hat{K}-1) \end{bmatrix} \quad (5.3.1)$$

由 5.3.1 小節所舉 $r=2$ 的多項式干擾消除編碼例子出發，吾人將(5.3.1)做適當的修正，使得空頻編碼的碼字具備多項式干擾消除編碼的特性，其中一個明顯的權重方式即奇數列與偶數列正負號相反，此碼字如下所示

$$\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} c_1(0) & c_2(0) & \cdots & c_M(0) \\ -c_1(0) & -c_2(0) & \cdots & -c_M(0) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_1(\hat{K}-1) & c_2(\hat{K}-1) & \cdots & c_M(\hat{K}-1) \\ -c_1(\hat{K}-1) & -c_2(\hat{K}-1) & \cdots & -c_M(\hat{K}-1) \end{bmatrix} \quad (5.3.2)$$

得到新的空頻編碼方式後，吾人必須檢驗(5.3.2)與(5.3.1)是否具有相同的分集增益編碼增益，以保證加入多項式干擾消除編碼並不影響原來的空頻編碼效能。

簡化起見，我們稱(5.3.1)的空頻編碼程序為 SC1，(5.3.2)的空頻編碼程序為 SC2。吾人必須證明由 \mathbf{C}_1 和 \mathbf{C}_2 經由(5.2.2)創造出的 \mathbf{Q}_1 和 \mathbf{Q}_2 擁有相同的秩並且具有相同的非零特徵值才能保證兩空頻碼有相同效能。首先分別將(5.3.1)和(5.3.2)分別代入(5.2.3)中，我們得到 Δ_1 和 Δ_2 。令 $a_{i,j}$ 為 Δ_1 的元素， $b_{i,j}$ 為 Δ_2 的元素，觀察 Δ_1 和 Δ_2 可得

$$b_{i,j} = \begin{cases} a_{i,j}, & \text{if } (i+j) \text{ is even} \\ -a_{i,j}, & \text{if } (i+j) \text{ is odd} \end{cases} \quad (5.3.3)$$

而 \mathbf{R} 對於兩個空頻編碼程序是一樣的，至此得到 $\mathbf{Q}_1 = \Delta_1 \circ \mathbf{R}$ 和 $\mathbf{Q}_2 = \Delta_2 \circ \mathbf{R}$ ，觀察 \mathbf{Q}_1 和 \mathbf{Q}_2 ，可以得到下列兩種關係：

- (1) 如果 $X_1 = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_K]$ 為 $\mathbf{Q}_1 = \Delta_1 \circ \mathbf{R}$ 的特徵向量，則 $X_2 = [x_1 \ -x_2 \ x_3 \ \dots \ -x_K]$ 將為 $\mathbf{Q}_2 = \Delta_2 \circ \mathbf{R}$ 的特徵向量。
- (2) 如果 λ 為 X_1 的特徵向量，則 λ 亦為 X_2 的特徵向量。

因此我們得到 $\text{rank}(\tilde{\mathbf{Q}}) = \text{rank}(\mathbf{Q}) = \Gamma$ ，以上證明確立了 SC1 與 SC2 擁有相同的分集增益和編碼增益。

5.4 電腦模擬

先讓我們將系統各項參數設定清楚，首先模擬的通道設定為六個路徑的 COST207 典型城市通道模型[36]，我們使用的空時碼為代數(Algebraic)空時迴旋碼[37][32]，其碼率為 1/2，編碼器產生多項式(Generator Polynomial)為(5,7)[38]，但不使用通道交織器(Channel Interleaver)，解碼器使用斐特比(Viterbi)解碼器[37][38][39]進行解碼。各種不同的變因模擬討論列舉如下。

A. 模擬常數頻率偏移：

在這個模擬中，我們使用 64 個子載波，在傳送端有兩根傳送天線，接收端則有兩個系統其一配備一根接收天線(因此至少有分集增益 $D=2$)，其一配備兩根接收天線(至少有分集增益 $D=4$)，我們模擬歸一化的頻率偏移量分別為 0%，1%，10%，和 20% 下，空頻碼在兩系統中的成對錯誤機率。

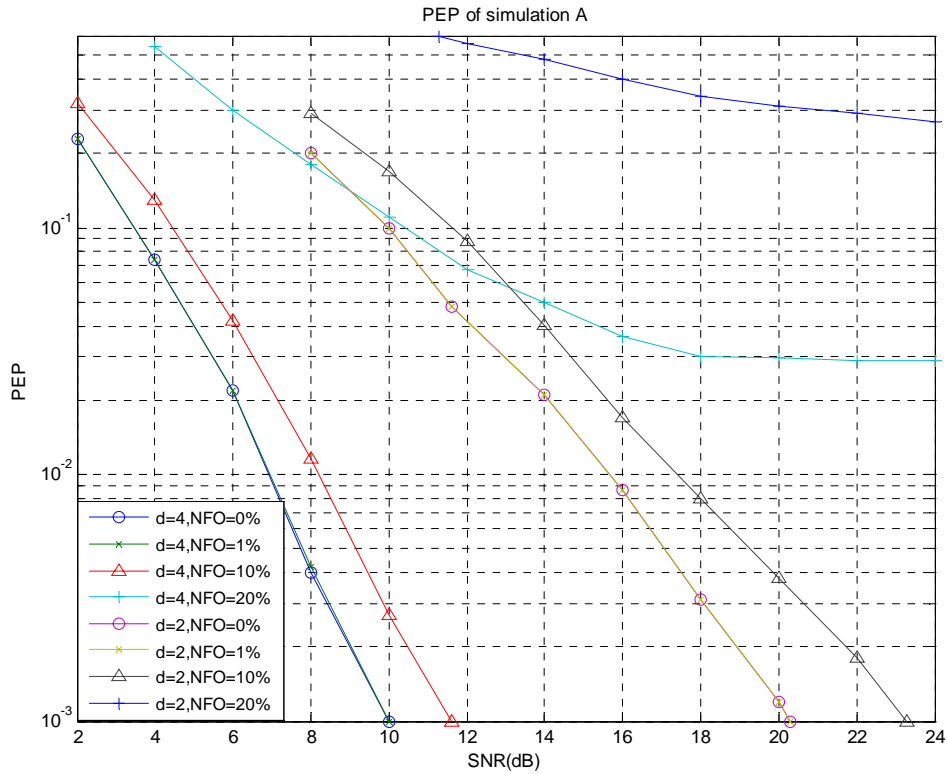


圖 5.4-1 常數頻率偏移下的 PEP 模擬圖

從模擬圖可看出，總體來說，擁有較大分集增益的系統效能比分集增益較小的系統好。在歸一化頻率偏移為 1% 的成對錯誤機率曲線和沒有頻率偏移的曲線幾乎完全重合，令 $\varepsilon_0 = 1\%$ 代入(5.2.15)式，得 $L \approx 1$ ，理論值和模擬數據皆顯示效能損失甚小。在歸一化頻率偏移 10% 時，載波間干擾較為嚴重，因此在圖中 NFO=10% 的曲線皆往右移，我們可以看到擁有 $D=4$ 分集增益的系統右移的幅度，較分集增益 $D=2$ 的系統右移量少。歸一化頻率偏移 20% 下，載波間干擾變得非常的嚴重，空頻碼差不多在 22dB 出現錯誤地板現象，此時增大訊雜比並不會使錯誤率有顯著的下降。

B. 比較使用與不用抑制載波干擾的空頻碼：

這個模擬中，我們使用 128 個子載波，在傳送端有兩根傳送天線，接收端皆

為一根接收天線，模擬歸一化的頻率偏移量分別為 0%，1%，10%，和 20%，這個模擬的目的在於觀察 SC1 與 SC2 空頻碼的效能差異。

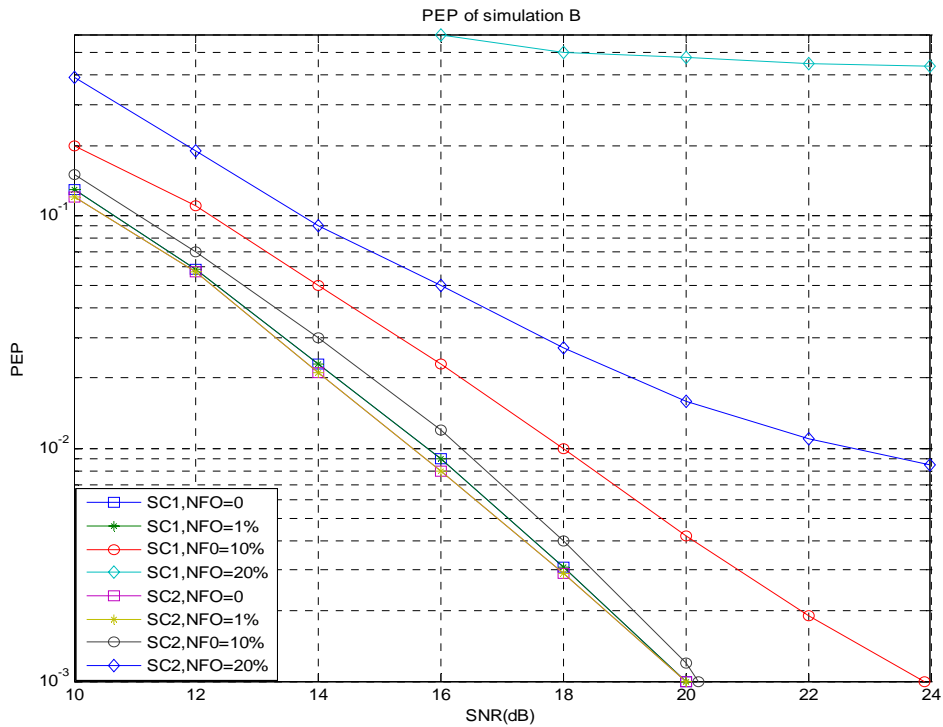


圖 5.4-2 抑制載波干擾空頻碼在常數頻率偏移下的 PEP 模擬圖

從圖 5.4-2 中，可得到成對錯誤機率曲線在 $NFO = 0\%$ 和 1% 幾乎完全重疊，和 A 模擬一致。值得注意的是，在 $NFO = 0\%$ 時，SC1 和 SC2 的成對錯誤機率曲線差異非常小 ($< 0.2\text{dB}$)，這個現象符合 5.3.2 小節的證明，SC1 和 SC2 可達到相同的分集增益和編碼增益。從 $NFO = 10\%$ 的成對錯誤機率曲線和觀察錯誤率為 10^{-3} 的交點，我們可以看出 SC2 只有很小的效能損失，差不多 0.8dB ，然而 SC1 卻有相當大的效能損失，差不多 1.4dB 左右，此外 SC2 大大降低了在 $NFO = 20\%$ 的錯誤地板現象。

C. 模擬變數頻率偏移：

在現實的通道中，頻率偏移量對於不同的天線對和不同的正交載波多工符號可有不同的偏移，我們使用在 $[-E_0, E_0]$ 間均勻分布的頻率偏移變數來模擬時變的頻率偏移量。我們針對 $|E_0|$ 為 0% ， 1% ， 10% ， 20% 進行模擬，使用 64 個子載波，在傳送端有兩根傳送天線，接收端則有兩個系統其一配備一根接收天線(分集增益 $D = 2$)，其一配備兩根接收天線(分集增益 $D = 4$)，模擬圖如圖 5.4-3。

將圖 5.4-3 與圖 5.4-1 比較，以成對錯誤機率 10^{-3} 為例，我們可以看到，空頻

編碼效能在隨機的頻率偏移下，只有約 1.7dB 的效能下降，而常數頻率偏移量的成對錯誤機率曲線則是約 3dB 的效能下降，因此同 5.2 節 AS3 的討論所述，我們的確可以將常數頻率偏移的成對錯誤機率當作隨機頻率偏移的成對錯誤機率之上界。

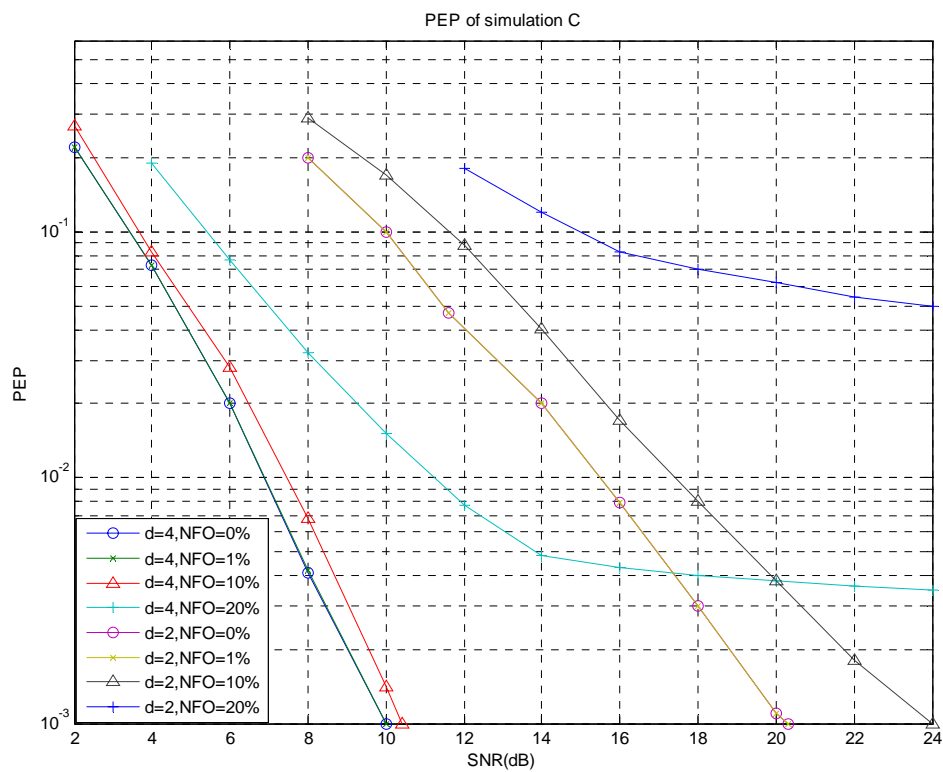


圖 5.4-3 變數頻率偏移下的 PEP 模擬圖

第六章

結論

本計劃提出了縮短循環字首的前置編碼系統，利用多重相位分解觀念一次針對多個傳送符號進行預編碼，前置編碼後的傳送符號使用與通道階數相當的循環字首長度，但針對原傳送符號來說可達到等效縮短循環字首的效果，預編碼引入了傳送符號的內干擾，因此在接收端必需額外使用最小平方法則來偵測信號。為了更進一步的提升頻譜使用率，本計劃應用直序展頻-分碼多工存取中多重使用者偵測觀念以及迴音消除之觀念，發展不使用循環字首的多使用者連續干擾消除演算法與重建循環字首演算法。多使用者連續干擾消除演算法分別就頻域和時域扣除載波間干擾以及符號間干擾，達到正確的信號偵測。重建循環字首演算法，利用扣除完載波干擾之初步偵測信號進行循環字首的重建，利用遞迴式的信號偵測與信號重建達到恢復不使用循環字首之正交分頻多工系統符號的循環性。此外，因應近年來多重輸入輸出的系統開發，吾人利用多項式編碼概念搭配空頻編碼設計，並提出在頻率偏移下之空頻碼設計準則，獲得對頻率偏移有強健抗干擾能力以及擁有良好分集增益之空頻編碼。

吾人從理論分析以及電腦模擬探討在各種通道環境下的不理想效應，探討這些效應與縮短循環字首長度之正交分頻多工系統收發機設計的影響，同時針對此架構發展包括通道等化及補償都普勒效應之高效能、低複雜度收發機演算法，並進行全系統在不同通訊環境下之效能評估及整體運算複雜度之計算。本計劃論述之技術不僅有較佳的頻譜效率，同時也具備簡單的傳送和接收架構。

國防科技學術合作計畫研發成果資料表

日期：96年12月31日

計畫名稱：適用於衛星通信之高頻譜效益正交分頻多工系統架構之研究 計畫主持人：王忠炫 計畫編號：NSC96-2623-7-009-005-D		
論文	期刊	0
	研討會	1
技術報告		1
專利	申請	0
	獲得	0
	應用	0
與軍方研發機構互動之具體研發成果		(1) 計畫執行期間與軍方合作單位進行技術討論，不斷修正計畫方向，使得本計畫所提出之高頻譜效益正交分頻多工系統確實符合軍方單位之應用需求。 (2) 計畫成果已投稿至中科院所舉辦之技術研討會，與軍方與會人員進行深入之技術研討，並擬定未來技術發展之方向。
可推廣於民間產業之技術或可開發之產品		(1) 高頻譜效益之正交分頻多工系統。 (2) 頻譜利用率與錯誤率效能權衡機制。
可推廣之產業別（如無限通訊、微機電等）或可能技轉之廠商		(1) 行動無線通訊產業。 (2) 展頻通訊產業。

計畫成果自評部份

本計畫分別提出短保護區間之正交分頻多工系統、無保護區間之正交分頻多工系統與消除載波間干擾之空頻編碼，以完成適用於寬頻衛星傳輸之高頻譜效益正交分頻多工系統架構。短保護區間系統中，前置編碼正交分頻多工系統與重建循環字首系統透過些微的收發機參數調整，可隨意的調整循環字首長度，以達不同通訊系統設定的頻譜使用率，致使錯誤率表現、通訊頻寬和收發機複雜度之間能夠有更為彈性的權衡調整。無保護區間之正交分頻多工系統中，吾人採用直序展頻-分碼多工處理多重使用者偵測技術以抗衡不使用循環字首所引入的干擾，並分級對於傳送符號間與載波間進行決策回授式的最小均方差法則信號偵測，建立連續的干擾消除機制。最後，吾人提出消除載波間干擾的空頻編碼，討論空頻編碼在頻率偏移下該如何修正設計準則，並結合多項式編碼發展對於載波間干擾有強健對抗能力且擁有良好分集增益的空頻編碼。原訂預期之工作項目、成果以及完整理論與效能分析，皆已完成。

本計畫發展短循環字首與無循環字首之正交分頻多工系統以提供更有效率的頻譜利用，此外，發展抗干擾之空頻編碼，進一步提高系統對抗干擾的能力，並進行全系統於不同通訊傳輸環境下之效能評估與整體運算複雜度計算，結合本計畫提出的通道等化演算法以及都卜勒補償設計，致使能在不同的通訊環境中大幅提高數位作戰能力。此份計畫內容亦可充分應用於國防軍事用途之中，相關技術報告可作為研究人員學理訓練及後續研發之重要參考，研究成果亦可作為國內未來衛星高速多媒體通訊發展之礎石；所累積的技術能提供業界諮詢，所培育人員亦可給予國內通訊產業(或國防)運用。除此之外，本計畫著重於具實用性、低複雜度等化器與收發機架構設計，將提供給軍事需求單位相關建議，以協助其國軍戰略佈局之高頻譜效益、低複雜度的高速率傳輸系統。本計畫所發展之新一代高頻譜效益傳輸架構將能在不影響整體效能的前提下，大幅提升系統吞吐量，滿足國軍數位作戰之需求。

參考資料

- [1] B. R. Salzberg, "Performance of an efficient parallel data transmission system," *IEEE Trans. Comm.*, vol. com-15, pp. 805-813, Dec. 1967.
- [2] R. R. Mosier and R. G. Clabaugh, "Kineplex, a bandwidth efficient binary transmission system," *IEEE Trans.*, vol. 76, pp. 723-728, Jan. 1958.
- [3] "Orthogonal Frequency Division Multiplexing," U.S. Patent No. 3, 488, 4555 filed November 14, 1966, issued Jan. 6, 1970.
- [4] A. PELED, and A. RUIZ, "Frequency domain data transmission using reduced computational complexity algorithms," *Proc. ICASSP*, pp. 964-967, 1980.
- [5] A. RUIZ, I.M. CIOFFI and S. KASTURIA, "Discrete multiple tone modulation with coset coding for the spectrally shaped channel," *IEEE Trans. Comm.*, vol. com-40, pp.1012-1019, 1992.
- [6] A. Vahlin and N. Holte, "Use of a guard interval in OFDM on multipath channels," *Electronics Letters*, vol. 30, no. 24, pp. 2015-2016, Nov. 1994.
- [7] X. G. Xia, "Precoded and vector OFDM robust to channel spectral nulls and with reduced cyclic prefix length in single transmit antenna systems," in *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, pp.1363-1374, August 2001.
- [8] B. Xu, C.Y. Yang and S. Mao, "A multi-carrier detection algorithm for OFDM systems without guard time," *IEEE Int. Conf. Comm.*, ICC '03, vol.5, pp.3377-3381, May 2003.
- [9] D. Kim and G. L. Stüber, "Residual ISI cancellation for OFDM with application to HDTV broadcasting," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 16, pp. 1590-1599, Oct. 1998.
- [10] S. Verdu, "Multiuser Detection". Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 1998. 3381
- [11] D. N. Dao, and Tellambura, C., "Intercarrier interference self-cancellation space-frequency codes for MIMO-OFDM", *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol.54, pp. 1729-1738, Sept. 2005
- [12] Y. Zhao and S Haggman, "Intercarrier interference self-cancellation scheme for OFDM mobile communication systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol.49, pp.1185-1191, Jul. 2001.
- [13] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication: performance criterion and code construction," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 44, pp. 744-765, Mar. 1999.
- [14] V. Tarokh, A. Naguib, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication: performance criterion in the presence of channel estimation errors, mobility, and multiple paths," *IEEE Trans.*

- Commun.*, vol.47, pp.199-207, Feb. 1999.
- [15] S. M. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 16, pp. 1451-1458, Oct. 1998.
- [16] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank, "Space-time block coding for wireless communications: performance results," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 17, pp.451-460, Mar. 1999.
- [17] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank, "Space-time block coding from orthogonal designs," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 45, pp. 1456-1467, July 1999.
- [18] H. Jafarkhani, "A quasi-orthogonal space-time block code," *IEEE Trans. Commun.*, vol.49, pp. 1-4, Jan. 2001.
- [19] H. Bolcskei and A.J. Paulraj, "Space-frequency coded broadband OFDM systems," in *Proc. IEEE Wireless Communications and Networking Conf. (WCNC)*, Chicago, IL, 2000, pp. 1-6.
- [20] H. Bolcskei and A.J. Paulraj, "Space-frequency codes for broadband fading channels," in *Proc. IEEE Int. Symp. Information Theory (ISIT) 2001*, Washington, DC, p.219.
- [21] L. Shao, S. Roy, and S. Sandhu, "Rate-one space frequency block codes with maximum diversity gain for MIMO-OFDM," in *Proc. IEEE Global Telecommunications Conf. (GLOBECOM)*, December 2003, Vol. 2, pp. 809-813.
- [22] L. Shao and S. Sandhu, "Rate-one space-frequency block codes with maximum diversity for MIMO-OFDM," in *Trans. IEEE Wireless Communications*, July 2005, Vol. 4, pp.1674–1687.
- [23] J. M. Cioffi and A. C. Bingham, "A data-driven multitone echo canceller," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 42, pp. 2853-2869, Oct. 1994
- [24] W. C. Jakes, Ed., *Microwave Mobile Communications*. New York: IEEE, 1994.
- [25] COST 207 Management Committee, "COST 207: Digital land mobile radio communications," Commission of the European Communities, Luxembourg, Belgium, Final Report, 1989.
- [26] B. Hochwald and W. Sweldens, "Differential unitary space time modulation," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 48, pp. 2041-2052, Dec. 2000.
- [27] P.H. Moose, "A technique for orthogonal frequency division multiplexing frequency offset correction," *IEEE Trans. Commun.*, vol.42, no.10, pp.2908-2914, Oct. 1994
- [28] T. Keller and L. Hanzo, "Adaptive multicarrier modulation: A convenient framework for time-frequency processing in wireless communications," *IEEE Proc.*,

- vol.88, pp.611-640, May 2000.
- [29] Z. Liu, Y. Xin, and G.B. Giannakis, "Space-time-frequency coded OFDM over frequency selective fading channels," *IEEE Trans. Inform. Theory.*, vol. 49, pp. 2277-2292, Sep. 2003.
 - [30] Y. Gong and K. B. Letaief, "An efficient space-frequency coded OFDM system for broadband wireless communications," *IEEE Trans. Commun.*, vol.51, pp.2019-2029, Dec. 2003.
 - [31] H. Bolcskei and A. J. Paulraj, "Space-frequency coded broadband OFDM systems," in Proc. *IEEE Wireless Communications and Networking Conf.*, Chicago, IL, vol.1, Sep. 2000, pp.1-6.
 - [32] H. E. L. Gamal, A. R. Hammons Jr., Y. Liu, M.P. Fitz, and O. Y. Takeshita, "On the design of space-time and space-frequency codes for MIMO frequency selective fading channels," *IEEE Trans. Inform. Theory.*, vol.49, pp.2277-2292, Sep. 2003.
 - [33] W. Su, Z. Safar, M. Olfat, and K. J., "Obtaining full-diversity space-frequency codes from space-time codes via mapping," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 51, pp. 2905-2916, Nov. 2003.
 - [34] R. A. Horn and C. R. Johnson, *Matrix Analysis*. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 1985.
 - [35] T. Pollet, M.V. Bladel, and M. Moeneclaey, "BER sensitivity of OFDM systems to carrier frequency offset and wiener phase noise," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 43, no. 2/3/4, pp.191-193, Feb./Mar./Apr. 1995.
 - [36] H. E. Gamal and A. R. Hammons Jr., "On the design of algebraic space-time codes for MIMO block-fading channels," *IEEE Trans. Inform. Theory.*, vol.49, pp. 151-163, Jan. 2003.
 - [37] G. L. Stuber, *Principles of Mobile Communications*, 2nd ed., Norwell, MA: Kluwer, 2001.
 - [38] A. R. Hammons Jr. and H. El Gamal, "On the theory of space-time codes for PSK modulation," *IEEE Trans. Theory.*, vol. 46, pp.524-542, Mar. 2000.
 - [39] J. G. Proakis, *Digital Communications*, 4th ed., New York: McGraw-Hill, 2001.