行政院國家科學委員會補助專題研究計畫成果報告

計畫名稱：數學學門研究發展推動小組

計畫類別：■ 個別型計畫　　□ 整合型計畫
計畫編號：NSC － 96－2114 － M －009 － 001
執行期間：　96 年 1 月 1 日至 96 年 12 月 31 日
計畫主持人：　傅恆霖
共同主持人：
計畫參與人員：

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)：■精簡報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：
□赴國外出差或研習心得報告一份
□赴大陸地區出差或研習心得報告一份
□出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份
□國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢
□涉及專利或其他智慧財產權，□一年■二年後可公開查詢

執行單位：　交通大學應用數學系

中　華　民　國　九十七　年　五　月　一　日

中文摘要

本計畫主要是在教學各研究領域的研究推動；整體而言，這年度都有具體的研究成果。因此，在這報告中，我們依以下七個次領域分別描述重要成果：(1)機率 (2)代數與數論 (3)幾何與拓樸 (4)分析 (5)微分方程與動態系統 (6)離散數學 (7)數值分析與科學計算。

成果報告

在研究的推動方面，成果主要是以個人計畫的表現為主，以下就分別概述重要成果。

機率

一、機率論在財務問題的應用

對於擴散過程長時間的控制，有趣的問題包含 Risk-Sensitive 控制問題及 Average-Per-Unit-Time 控制問題，這類問題可利用動態規劃的方法得到一個非線性橢圓微分方程，在過去幾年中研院機率研究群對該類非線性橢圓微分方程的研究得到很有趣的結果，其結果及方法均與一般的偏微分方程理論有很大的差異，這結果近期內即將發表。這些結果有其他的應用，這些分析的方法可用在最佳投資組合問題的研究。這些分析的方法也應用到非隨機動態系統的控制問題。

二、隨機分析方面的研究

證明 Lévy 白噪聲的機率測度的存在性並於核空間(nuclear space)的對偶空間上建構 Lévy 白噪聲的機率測度並刻劃其支撐集的性質。此結果為建構 Segal-Bargmann 變換與研究 Lévy 白噪聲泛函的決定性的一步。

代數與數論

頂點算子代數的研究是近幾年來代數的焦點之一，尤其是頂點算子代數與有限群的關係的研究。Frenkel，Lepowsky 和 Meurman 在一九八十年代發現一個相當微妙的關係，關於“月光頂點算子代數”跟“怪獸

群”(最大的 sporadic 群)，這是一個很重要的突破，過後頂點算子代數在群論的研究上是變成一個不能避免的工具。在這個方面成功大學數學系林正洪教授近幾年來有很重要的貢獻，利用 Virasoro 頂點算子代數的表現理論來研究“怪獸群”一些的 conjugacy classes 的結構。關於一般的頂點算子代數的結構理論他和合作著也得到一些漂亮的結果。

幾何與拓樸

一、　林惠雯, 王金龍與李元斌(Utah)證明在 ordinary flops 的空間手術之下, 其量子上同調環在解析延拓的意義之下具有不變性. 這個工作開創了高維度代數幾何學一個新的研究方向, 也是近年來關於 Gromov-Witten 理論最好的結果之一. 它於 2007 年 2 月為數學年鑑(Annals of Mathematics)所接受.

二、　陳榮凱與 Meng Chen(上海復旦), De-Qi Zhang(新加坡)在一般形式三維代數多樣體的多重典型映射|mK|上取得關於最佳常數 m 的重要估計. 在具有 Gorenstein 奇異點之極小多樣體, 他們證明|5K|給出雙有理映射. (J. Reine Angrew. Math. 2007.) 一般情形下, 他們也得到相當具體的結果.

分析

一、　姚任之教授在特徵值問題的研究有很好的研究成果，這些成果在定點理論、平衡點問題及不等式的研究都有很大的影響力。

二、　吳培元教授則是在 Numerical Range 上有更進一步的研究成果，同時在 Compact operators 上的研究也有很出色的表現。

微分方程與動態系統

一、　微分方程方面，今年無論在 Toda system、逆問題以及複合非線性薛丁格方程組等問題上都有豐碩的成果發表，因篇幅有限無法一一敘述。僅以中研院數學所劉太平教授研究 Boltzmann 方程的成果

為代表。劉教授與游釋賢教授近年來合作研究 Boltzmann 方程獲得許多有趣的結果。他們提出 macro-micro decomposition 的概念，發展出新的分析技巧並獲得突破性的結果發表。

二、 動態系統方面，清大數學系陳國璋教授運用變分方法證明了三體問題在大部分的質量選取之下 retrograde 解的存在性，並同時涵蓋了雙星系統中一些奇異的行星軌跡的存在性，這項結果已被 Annals of Mathematics 接受。他獨立地發展一套新方法突破變分方法在多體問題上的兩項關鍵瓶頸，一是奇異點附近的極小解行為刻畫，二是對空間與質量對稱性的依賴。

離散數學

一、群作用的可辨識標號

假設群 Γ 作用在集合 X 上，設 f 是一個從 X 到 $\{1, 2, . . . , k\}$ 的映射。如果對任意的 $\sigma \in \Gamma$，當 $\sigma \neq id_X$ 時均存在 $x \in X$ 使得 $f(x) \neq f(\sigma (x))$，則稱 f 為該群作用的可辨識 k-標號。該群作用的「可辨識標號數」是存在可辨識 k-標號的最小整數 k，記為 $d(\Gamma,X)$。本研究確定了當 Γ 為對稱群 S_n 或交錯群 A_n 時，$d(\Gamma,X)$ 的所有可能值。在此之前僅有當 $\Gamma = S_4, S_5$ 的特殊情形時，有通過繁複計算才得到的解答。

二、群試與圖分解

在群試方面利用樓瓦施局部定理得到檢驗 disjunt 矩陣的更優界；利用特殊 disjunt 矩陣尋找有關 threshold 群試的 nonadaptive 算法；發展可重組隱藏圖的算法，並應用到群試問題。在圖分解方面建構稀疏的四圈系統，並把圖分解應用到同步光學網路。

數值分析與計算科學

一、非線性薛丁格方程的特徵值計算，具有一定的難度。張勝麟教授（南台科技大學）、簡澄陞教授（國立中興大學）與鄭博文教授（國立交通大學）針對這類問題，利用一次項係數當作延續參數，使用

Liapunov–Schmidt 方法來探討其分支點的局部性質。他們證明了它的解分支是叉型的，且解分支的彎曲方向由非線性項的係數來決定。另外他們也使用中央差分法配合延續法有效的追蹤其分支解，用以驗證理論分析的正確性。此論文已發表於 SIAM J. Sci. Comput.。

二、界面問題是指那些組合由界面分開成幾個區塊的物理問題。這些界包括材 料界、相界面、燃燒界面、物理邊界等等。這類問題在流體、固體、彈性體、電磁、生化…等均常遇到。在連續體力學的層次裡，界面外的數學模型常是橢圓型。國立臺灣大學陳宜良教授與舒宇宸博士對這類問題發展了一個高階的數值方法，可以在直線(Cartesian)網格上作數值計算，應用層面相當廣泛。此論文已被 Jour. of Comput. Phys. 接受發表。