

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

## 以干涉相位測量法探討對掌物質的特性及其相關應用(3/3)

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC94-2215-E-009-002-

執行期間：94年08月01日至95年07月31日

執行單位：國立交通大學光電工程學系(所)

計畫主持人：蘇德欽

報告類型：完整報告

報告附件：出席國際會議研究心得報告及發表論文

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 95 年 9 月 29 日

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫  成果報告  
 期中進度報告

(計畫名稱)

以干涉相位測量法探討對掌物值的特性極其相關應用

計畫類別： 個別型計畫  整合型計畫

計畫編號：NSC 94-2215-E-009-002-

執行期間：92年8月1日至95年7月31日

計畫主持人：蘇德欽

共同主持人：

計畫參與人員：

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)： 精簡報告  完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

赴國外出差或研習心得報告一份

赴大陸地區出差或研習心得報告一份

出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份

國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、  
列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢

涉及專利或其他智慧財產權， 一年 二年後可公開查詢

執行單位：

中華民國 95 年 9 月 20 日

## 摘要

結合外差干涉術與光學偏極計的原理，發展四種新穎的光學外差偏極計，且應用於量測對掌性物質的平均折射率、對掌參數、微小光學旋轉角及散射性對掌性物質等。本報告所提出的新穎光學外差偏極計，都具有高穩定度、高精確度、操作容易與快速量測的優點。

(1) 提出一種測量對掌性物質新型光學外差偏極計。其特點是利用旋光外差干涉術結合特殊設計且裝置對掌性物質的玻璃盒，使得此偏極計可以同時測量出對掌性物質的對掌參數與平均折射率。

(2) 提出對測量掌性物質高精確度光學外差偏極計。此偏極計利用放大待測相位差的方式，使得測量光學旋轉角的解析度提高，因此可以用於測量微小的光學旋轉角。

(3) 提出可測量散射性對掌性物質的光學外差偏極計。其特點是利用 post-configuration 的原理，使得光因散射所產生的額外相外差可被去除，如此可精確得到光學旋轉角。

(4) 提出測量對掌性物質反射式光學外差偏極計。此偏極計利用光入射至對掌性物質介面且入射角接近臨界角時，反射光的 p-與 s-偏光之間的相位差會放大的特性，使得待測相位差放大到可測範圍內，而將對掌性物質的對掌參數與平均折射率求出。

## ABSTRACT

Based on principles of heterodyne interferometry and optical polarimeter, four novel optical heterodyne polarimeters which can be applied to measure the average refractive index, the chiral parameter, and the small optical rotation angle of a chiral medium and a scattered chiral medium are proposed and evaluated. Namely, they have many merits, such as high stability, high resolution, easy operational endeavor, and real-time measurement.

(1) An optical heterodyne polarimeter which consists of a circularly polarized heterodyne interferometer and a particular glass box containing a chiral medium is developed and it can be used to estimate the average refractive index and the chiral parameter simultaneously.

(2) A high-accuracy optical heterodyne polarimeter is presented. In this interferometer, the phase difference associated to the optical rotation angle is enhanced very abruptly and it becomes detectable with a normal polarimeter. Consequently, this polarimeter can be used to measure a small optical rotation angle.

(3) A common optical heterodyne polarimeter for measuring a scattered chiral medium is improved. Because of its post-configuration, the extra phase difference induced by scattered media can be eliminated and the optical rotation angle can also be measured accurately.

(4) A reflection-type optical heterodyne polarimeter for measuring a chiral medium is demonstrated. The phase difference between p- and s- polarizations of the light reflected from a chiral medium become measurable as the incident angle is just smaller than the critical angle. The average refractive index and the chiral parameter can be estimated with only a small quantity of chiral medium.

# 目錄

	頁次
中文摘要 .....	I
英文摘要 .....	II
目錄 .....	III
表目錄 .....	V
圖目錄 .....	VI
第一章 緒論 .....	1
參考文獻 .....	3
第二章 外差干涉術 .....	4
2.1 前言 .....	4
2.2 外差干涉術的基本原理 .....	4
2.3 電光晶體調制原理與外差光源 .....	5
2.4 外差干涉儀的基本架構 .....	7
2.5 外差干涉術之誤差分析 .....	8
2.5.1 偏振旋轉誤差 .....	8
2.5.2 偏振混合誤差 .....	11
2.6 小結 .....	13
參考文獻 .....	14
第三章 光學偏極計與對掌性物質 .....	16
3.1 前言 .....	16
3.2 光學偏極計之原理 .....	16
3.2.1 光學偏極計之基本架構與原理 .....	16
3.2.2 對掌性物質 .....	17
3.3 高精確度通用偏極計(HAUP) .....	18
3.4 準光學外差偏極計 .....	19
3.5 一般光學外差偏極計 .....	20
3.6 小結 .....	22
參考文獻 .....	22
第四章 測量對掌性物質新型光學外差偏極計 .....	23
4.1 前言 .....	23
4.2 原理 .....	23
4.3 實驗與結果 .....	27
4.4 討論 .....	28
4.5 小結 .....	30
參考文獻 .....	31
第五章 測量對掌性物質高精確度光學外差偏極計 .....	32
5.1 前言 .....	32
5.2 原理 .....	32

5.3	實驗與結果 .....	35
5.4	討論 .....	37
5.5	小結 .....	37
參考文獻	.....	38
第六章	測量散射性對掌性物質之光學外差偏極計 .....	39
6.1	前言 .....	39
6.2	散射所引進之額外相位差 .....	39
6.3	原理 .....	45
6.4	實驗與結果 .....	48
6.5	討論 .....	49
6.6	小結 .....	49
參考文獻	.....	50
第七章	測量對掌性物質反射式光學外差偏極計 .....	51
7.1	前言 .....	51
7.2	原理 .....	51
7.3	實驗與結果 .....	56
7.4	討論 .....	58
7.5	小結 .....	60
參考文獻	.....	61
第八章	結論 .....	62

## 表目錄

Table 4.1	新型光學外差偏極計對葡萄糖與蔗糖溶液之量測結果.....	28
Table 5.1	高精確度光學外差偏極計對不同濃度的葡萄糖溶液之量測結果	36
Table 6.1	Pre- 及 post- configuration 之光學外差偏極計對散射性葡萄糖溶液之量測結果.....	48
Table 7.1	反射式光學外差偏極計對葡萄糖與蔗糖溶液之量測結果.....	58

# 圖目錄

Fig. 2.1	電光晶體調制外差光源的光學架構.....	5
Fig. 2.2	鋸齒波之電壓訊號.....	5
Fig. 2.3	外差干涉儀之基本架構圖.....	7
Fig. 2.4	偏振旋轉示意圖.....	9
Fig. 2.5	偏振旋轉誤差 $\Delta\phi_R$ 、 $\phi$ 與 $\theta_R$ 之間的關係圖.....	11
Fig. 2.6	偏振混合誤差 $\Delta\phi_R$ 與 $\Delta\phi_m$ 之關係圖.....	13
Fig. 3.1	光學偏極計的基本架構.....	16
Fig. 3.2	鏡像異構物與鏡像非異構物之比較.....	17
Fig. 3.3	氨基酸分子構造示意圖.....	18
Fig. 3.4	高精確度通用光學偏極計基本架構圖.....	18
Fig. 3.5	準光學外差偏極計架構圖.....	20
Fig. 3.6	一般光學外差偏極計架構圖.....	21
Fig. 4.1	新型光學外差偏極計.....	24
Fig. 4.2	裝置對掌性溶液之玻璃盒架構圖.....	25
Fig. 5.1	高精確度光學外差偏極計.....	33
Fig. 5.2	以二分之一波片為樣本的 $\phi$ 與 $\theta$ 之量測結果與理論曲線圖.....	36
Fig. 6.1	Pre-configuration 之光學外差偏極計.....	39
Fig. 6.2	Post-configuration 之光學外差偏極計.....	45
Fig. 7.1	(a)反射式光學外差偏極計.....	52
	(b)初始相位差量測裝置.....	52
Fig. 7.2	光在對掌性物質介面反射與穿透示意圖.....	54
Fig. 7.3	(a)50%葡萄糖溶液相位差 $\phi$ 對入射角 $\theta_i$ 之量測結果與理論曲線圖.....	56
	(b)50%蔗糖溶液相位差 $\phi$ 對入射角 $\theta_i$ 之量測結果與理論曲線圖.....	57
Fig. 7.4	(a) 50%葡萄糖溶液之 $\Delta g$ 與 $\theta_i$ 之關係圖.....	59
	(b) 50%蔗糖溶液之 $\Delta g$ 與 $\theta_i$ 之關係圖.....	59

# 第一章 緒論

對掌性物質(chiral medium)具有光學活性(optical activity)這個特性，早在十九世紀初年就由 Biot & Arago 發現[1,2]。從分子結構來看，光學活性是因為對掌性分子非對稱結構所造成[3-4]，因而使得一線性偏振光(可視為左右旋光的線性組合)在此介質中，因為左右旋光相速度(phase velocity)的不同，使得線性偏振光通過對掌性物質後，發生偏極平面旋轉，這個現象我們之稱為光學旋轉(optical rotation)，旋轉的角度稱為光學旋轉角(optical rotation angle)。許多材料如葡萄糖、果糖、蔗糖及酒石酸等都具有光學活性。測量光學活性除了可以知道對掌性分子的幾何組態(geometrical configuration)與量子構造(quantum structure)以應用於生物與製藥技術上外[5]，還能應用在化學與醫學方面，例如測量光學活性可以分析對掌性溶液的濃度[6]，也可用於測量人體血糖濃度，以判斷是否罹患糖尿病[7-9]。

要測量光學活性必須使用光學偏極計。傳統的方法是利用機械式地旋轉檢偏板來測量光學旋轉角[10]，但此方法的反應較慢，無法做即時量測；同時其精確度受限於檢偏板的消光比(extinction ratio)。近來的研究已經發展出許多可以做即時量測的光學偏極計，如有人使用 Pockels cell 對入射光強度做振幅調變[7]，並量測光信號的強度來換算旋轉角，但此方法需用回授系統使調制器穩定，較為麻煩；有人則利用 Mach-Zehnder 干涉儀及聲光調制器結合成準光學外差偏極計[1,6,11]或一般光學外差偏極計[9]來測量光學活性。準光學外差偏極計主要是測量光信號的強度變化，以取得光學旋轉角，但是因為測量的是光強度，所以精確度受限於光的穩定度，而且由於不是共光程的架構，所以干涉信號容易受到擾動。而一般光學外差偏極計因為是測量相位差，且由於環境的擾動可以被消除，所以精確度較準光學外差偏極計為高，但是這種光學外差偏極計卻無法同時測量對掌性物質的光學活性與平均折射率，而且對於微小光學旋轉角或是含有散射性物質的對掌性物質也不易量測。

為了改善上述光學偏極計的一些缺點，以滿足量測對掌性物質光學活性上的各種需要，本報告提出了以外差干涉術為基礎[12]的各種光學偏極計之研究，包括了新型的光學外差偏極計、高精確度光學外差偏極計、測量散射性對掌性物質的光學外差偏極計及反射式光學外差偏極計等，其原理與實驗結果分別敘述於第四、五、六與七章中。本論文除了本章之外，其餘各章內容簡述如下：

在第二章中，首先說明了外差干涉術的基本原理。接著說明了外差光源如何產生，其中也包括了外差干涉術中所使用的各種移頻器，以及本論文所使用之電光晶體的調制原理。其次，說明了外差干涉儀的基本架構。最後探討了外差干涉儀系統中所引進的偏振旋轉與偏振混合之週期非線性誤差。本論文除了本章之外，其餘各章內容簡述如下：

在第三章中，說明了光學偏極計的基本原理及對掌性物質的定義。接著並介紹幾種常見光學偏極計，如高精確度通用偏極計(HAUP)、準光學外差偏極計及一般光學外差偏極計等。

在第四章中，提出了一種測量對掌性物質新型的光學外差偏極計，其原理主要是利用特殊設計並裝有待測液的玻璃盒，使得本架構能夠同時測量對掌性物質的對掌參數(chiral parameter：與光學旋轉角成正比關係)及平均折射率。在本章中，我們除了說明其工作原理外，並且實際去量測葡萄糖溶液與蔗糖溶液，最後分析了與光學活性相關的對掌參數與平均折射率的量測精確度。

在第五章中，提出了測量對掌性物質高精確度光學外差偏極計，其原理主要是將光學系統中某些偏光元件設置在特殊條件下，使得含有對掌性物質的光學旋轉角之相位差被放大，因而使得量測解析度也被提高。為了驗證方法的可行性，我們首先以二分之一波片取代對掌性物質，最後再針對不同濃度的葡萄糖溶液去量測並且分析其精確度。此偏極計因為量測解析度較一般光學偏極計為高，所以適合用於測量較小的光學旋轉角。

在第六章中，提出了可測量散射性對掌性物質的光學外差偏極計，其原理主要是利用 post-configuration，即是將待測物置於移頻器之前，如此可將因散射物質所引進的額外相位差與訊號消除。此外，由於系統中某些偏光元件設置在特殊條件下，所以可使與光學旋轉角相關的相位差被放大，也因為這個關係，使得待測物的厚度可以被縮短，如此更能減低散射效應。為了驗證本方法的可行性，我們測量了含有聚苯乙烯微小散射球的葡萄糖溶液。此外，我們也討論了本方法的量測精確度與分析將調變器置於待測物前對量測相位差的影響。

在第七章中，提出了測量對掌性物質反射式光學外差偏極計，其原理主要是根據光在對掌性物質介面反射，當其入射角接近臨界角時，反射光的耦合係數會發生放大的特殊現象，並且利用系統中一些設置在特定條件下的偏光元件，使得反射光的相位差被放大到可測範圍內，而將對掌性物質的對掌參數與平均折射率同時求出。為了驗證本方法的可行性，我們測量了葡萄糖溶液和蔗糖溶液的對掌參數及平均折射率，並且分析兩者的精確度。本方法除了可將對掌參數與平均折射率同時求出，並且所需之待測物的量很少。

本報告除了上述各章外，還有第八章的結論，將本研究作一總結。本研究主要是提出了各種不同的光學外差偏極計，除了有各自使用目的外，還具有幾項共同的優點：

1. 光學結構簡單及容易操作。
2. 測量的對象是相位差而非強度並且是共光程結構，所以不受光源穩定度與外界擾動的影響。
3. 可即時量測。
4. 因為外差光源的頻差較低，所以在製作處理電子信號的電路上較為簡單，並且有較高的相位解析度。

## 參考資料

1. C. Chou, Y. C. Huang, C. M. Feng, and M. Chang, "Amplitude sensitive optical heterodyne and phase lock-in technique on small optical rotation angle detection of chiral liquid", *Jpn. J. Appl. Phys.* **36**, 356-359 (1997).
2. L. Velluz, M. Legrand, and M. Grosjean, "*Optical Circular Dichroism*", Academic, New York (1965), Ch.1-Ch.3.
3. M. P. Silverman, "Reflection and refraction at the surface of a chiral medium comparison of gyrotropic constitutive relations invariant or noninvariant under a duality transformation", *J. Opt. Soc. Am A* **3**, 830-837 (1986).
4. B. E. A. Salech, and M. C. Tecich, "*Fundamentals of Photonics*", JohnWiley & Sons, New York (1991), Ch.6.
5. M. P. Silverman, N. Ritchie, G. M. Cushman, and B. Fisher, "Experiment configurations using optical phase modulation to measure chiral asymmetries in light specularly reflected from a naturally gyrotropic medium", *J. Opt. Soc. Am. A* **5**, 1852-1862 (1988).
6. H. J. King, C. Chou, H. Chang, and Y. C. Huang, "Concentration measurements in chiral media using optical heterodyne polarimeter", *Opt. Commun.* **110**, 259-262 (1994).
7. T. W. King, G. L. Cote, R. McNichols, and M. K. Goetz, "Multispectral polarimetric glucose detection using a single Pockels cell", *Opt. Eng.* **33**, 2746-2753 (1994).
8. G. L. Cote, M. D. Fox, and, and R. B. Northrop, "Noninvasive optical polarimetric glucose sensing using a true phase technique", *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **39**, 752-756 (2000).
9. C. M. Feng, Y. C. Huang, J. G. Chang, M. Chang, and C. Chou, "A true phase sensitive optical heterodyne polarimeter on glucose concentration measurement", *Opt. Commun.* **141**, 314-321 (1997).
10. K. Iizuka (Ed.), "*Elements of Photonics: Free Space and Special Media, vol11.*," John Wiley, New York (2002).
11. T. Mitusi, and K. Sakurai, "Precise measurement of the refractive index and optical rotatory power of a suspension by a delayed optical heterodyne technique", *Appl. Opt.*, **35**, 2253-2258 (1996).
12. M. H. Chou, J. Y. Lee, and D. C. Su, "Refractive-index measurement based on the effects of total internal reflection and the uses of heterodyne interferometry", *Appl. Opt.* **36**, 2936-2939 (1997).

## 第二章 外差干涉術

### 2.1 前言

雷射干涉術[1-5]已經發展成一項重要的量測工具，從微小角度、微小位移、絕對距離、表面輪廓、到生化上的光學活性等，皆廣泛地使用雷射干涉技術。在各種的干涉術中，外差干涉術[6] 是一種極為重要且廣泛使用的技術。它具有快速反應、易與其它技術結合及量測精確度高的優點。

在本章中，我們將對外差干涉術的基本原理、電光晶體的移頻方式、外差光源的形成與外差干涉儀的基本架構做簡單的說明。最後，並對外差干涉術的誤差來源做討論與分析。

### 2.2 外差干涉術的基本原理

一般干涉術是由兩束頻率相同的雷射光起干涉作用，因此干涉條紋的變化是空間的函數，而外差干涉術則是由兩束頻率稍微不同的雷射光做干涉，以獲得差頻訊號，由此差頻信號中相位的變化，就能得到我們所需之待測訊息。以下以數學模式解釋之。

假設參考光與測試光的電場形式分別為

$$E_r(t) = A_r \exp(i\omega_1 t), \quad (2.1)$$

與

$$E_t(t) = A_t \exp[i(\omega_2 t + \phi)], \quad (2.2)$$

其中， $A_r, A_t$  分別為參考光及測試光之振幅，而 $\omega_1, \omega_2$  分別為其角頻率， $\phi$  為待測物所引起之相位差，當兩波互相重疊時，根據重疊原理，可得光強度之表示式如下：

$$I(t) = |E_r + E_t|^2 = A_r^2 + A_t^2 + 2A_r A_t \cos(\omega t + \phi), \quad (2.3)$$

其中 $\omega = |\omega_2 - \omega_1|$ ，由上式可知待測訊息（即相位差）會被記錄在拍頻信號的相位裏，因此只要利用電子電路處理技術（如相位計或鎖相放大器等）將之與參考信號相比較，即可得到相位差 $\phi$ 。

## 2.3 電光晶體調制原理與外差光源

在外差干涉術中，需要兩個具有不同頻率光束來互相干涉；欲將頻差引入光頻之中，需使用移頻器。一般移頻的方式可分成：

- (a) 機械式：包括了旋轉偏光元件法[7,8]及移動繞射光柵法[9,10]等。這類移頻法的缺點，就是它們容易引進機械式的振動，在需要穩定的量測系統中，極易引起誤差。此外，它們的移頻量大概只有幾 kHz 而已，並不適合於快速量測。
- (b) 電子式：包括了聲光調制器[11-13]、光彈調制器[14,15]、Zeeman 雷射[16,17]與電光晶體調制器[18]。電子式移頻法的移頻量較大，適合於快速量測系統。

目前大都使用電子式的移頻技術，以避開機械式振動與轉動所引起的誤差。本研究是以電光晶體當作移頻器，電光晶體是一種主動元件，隨著外加電壓的不同，會改變出射光的相位延遲度 (phase retardation)，當電光晶體所引進的相位延遲度與外加電壓成正比時，稱為一次電光效應 (or Pockels effect) [19,20]；與外加電壓平方成正比時，稱為二次電光效應 (or Kerr effect)，本研究的電光晶體屬於一次電光效應。

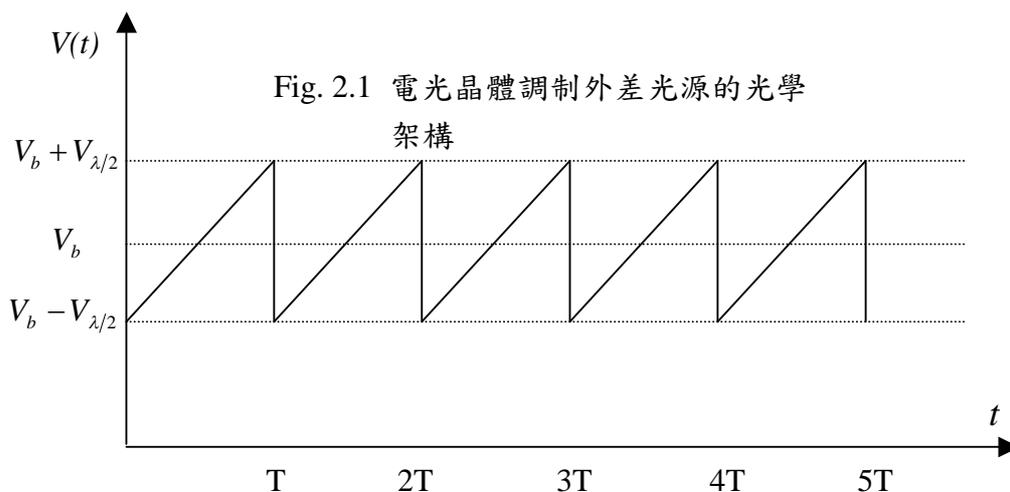
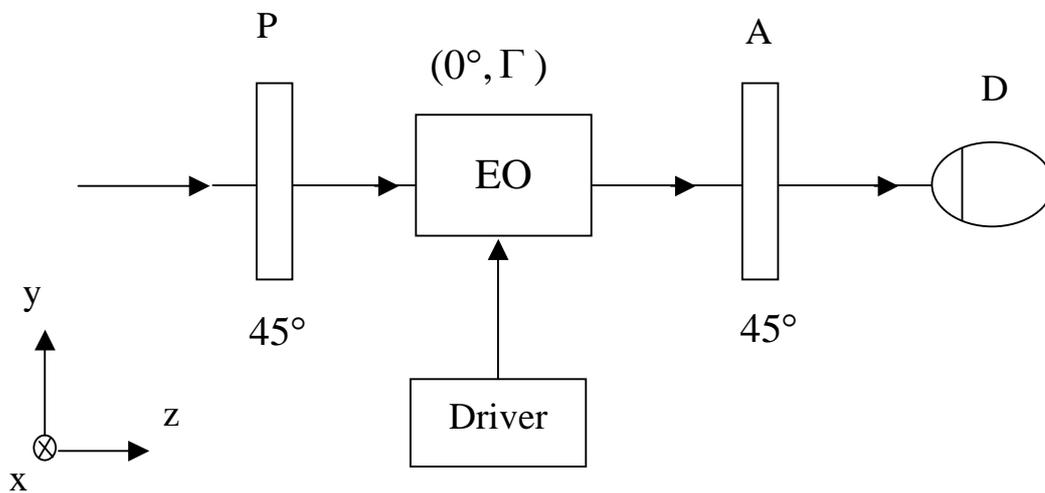


Fig. 2.2 鋸齒波之電壓信號

如 Fig. 2.1 所示，假設 z 軸為光前進方向，x 軸為水平方向，y 為鉛直方向。首先將電光晶體的快軸轉至水平方向，其 Jones matrix[21]可以表示為：

$$EO(\Gamma) = \begin{pmatrix} e^{i\frac{\Gamma}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\Gamma}{2}} \end{pmatrix}, \quad (2.4)$$

其中， $\Gamma$  為電光晶體快軸與慢軸間的相位延遲。若使用一振幅為晶體半波電壓，角頻率為  $2\pi f$ ，波形如 Fig. 2.2 所示的鋸齒狀之電壓信號  $V(t)$  來驅動此電光晶體，其數學形式可表示為

$$V(t) = \frac{2V_{\lambda/2}}{T}(t - mT) + (V_b - V_{\lambda/2}), \quad mT \leq t \leq (m+1)T. \quad (2.5)$$

其中  $m$  為整數， $T = \frac{1}{f}$  為信號之週期。將此電壓信號代入上式後，可得到隨時間變化的相位延遲為

$$\Gamma(t) = \frac{2\pi}{T}(t - mT) + \pi \left( \frac{V_b - V_{\pi}}{V_{\pi}} \right) + \Gamma_0, \quad (2.6)$$

上式的後兩項為初始相位延遲，只要選擇適當之直流偏壓  $V_b$ ，即可去除初始相位。因此電光晶體相位延遲的 Jones matrix 可改寫為

$$EO(\omega t) = \begin{pmatrix} e^{-im\pi\frac{i2\pi ft}{2}} & 0 \\ 0 & e^{im\pi\frac{-i2\pi ft}{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{i\frac{\omega t}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\omega t}{2}} \end{pmatrix}, \quad (2.7)$$

其中  $\omega = 2\pi f$ 。當一偏振方向與 x 軸夾  $45^\circ$  之線性偏振光通過電光晶體後，其電場的 Jones vector 可表示為

$$\begin{aligned} E &= EO(\omega t) \cdot E_{in} \\ &= \begin{pmatrix} e^{i\frac{\omega t}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\omega t}{2}} \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{i\omega_0 t}, \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\frac{\omega t}{2}} \\ e^{-i\frac{\omega t}{2}} \end{pmatrix} e^{i\omega_0 t}, \end{aligned} \quad (2.8)$$

其中  $\omega_0$  為光的角頻率。由上式可發現，在這種驅動的方式下，電場的 x 分量與 y 分量間就產生出  $\omega$  的角頻差，此即我們所謂的外差光源。這與 Zeeman 雷射相似，同樣是在兩正交偏振分量上產生頻差；然而電光晶體所調制的外差光源中，其頻差可由驅動的電壓信號來控制，約在幾十 Hz 到幾百 MHz 之間。因此可以根據系統需要，選擇適當的頻差。

## 2.4 外差干涉儀的基本架構

本研究中所使用的光學架構是共光程外差干涉儀，其基本架構如 Fig. 2.3 所示。一外差光源的光束被分光鏡 (BS) 分為反射光與穿透光兩部份。反射光通過穿透軸與 x 軸夾  $45^\circ$  的檢偏板  $AN_r$  後，由光偵測器  $D_r$  接收，其電場形式為

$$\begin{aligned}
 E_r &= AN_r \cdot BS \cdot E_{in} \\
 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\phi_{BS}/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\phi_{BS}/2} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{\frac{i\omega t}{2}} \\ e^{-\frac{i\omega t}{2}} \end{pmatrix} e^{i\omega_0 t} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cos\left(\frac{\omega t + \phi_{BS}}{2}\right) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{i\omega_0 t}, \tag{2.9}
 \end{aligned}$$

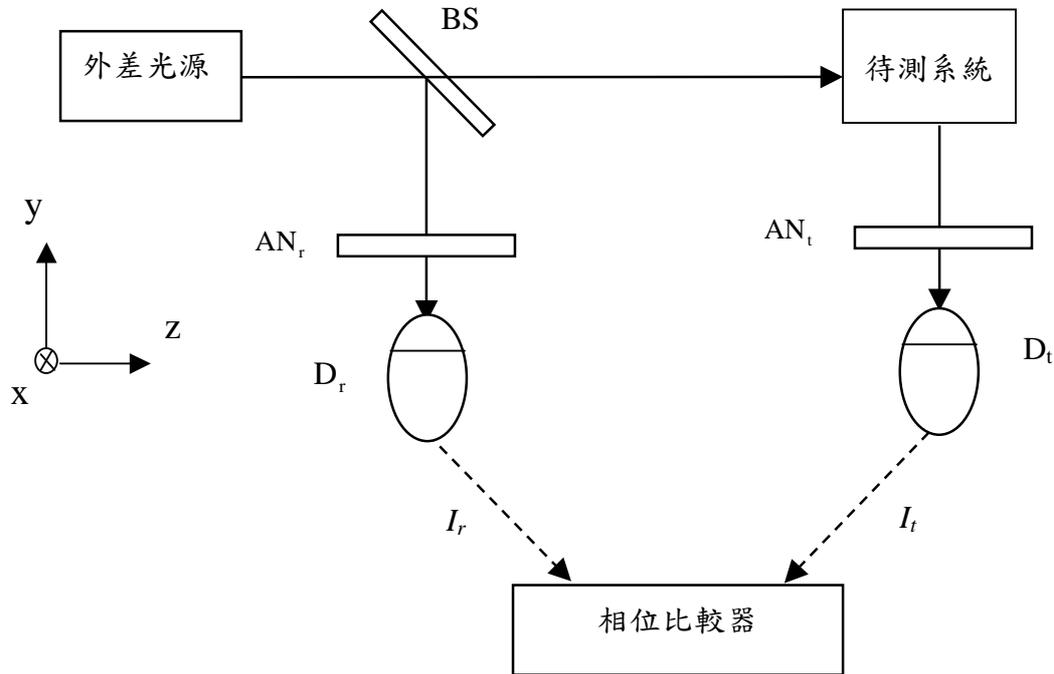


Fig. 2.3 外差干涉儀之基本架構圖

光偵測器所測得之光強度為

$$I_r = \frac{1}{2} [1 + \cos(\omega t + \phi_{BS})]. \quad (2.10)$$

此強度輸入相位比較器，做為參考信號。另一方面，穿透分光鏡的光束則進入待測系統，待測系統因為會對兩正交偏振光分別引進不同的相位移，而使得兩正交偏振光之間產生相位差，此相位差即帶有待測系統中所欲測量的參數。通過待測系統的光束接著再通過穿透軸與 x 軸夾 45° 的檢偏板 AN<sub>t</sub> 後，再由光偵測器 D<sub>t</sub> 接收，其電場形式為

$$\begin{aligned} E_t &= AN_t \cdot S \cdot E_{in} \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_p e^{i\phi_p} & 0 \\ 0 & A_s e^{-i\phi_s} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{\frac{i\omega t}{2}} \\ e^{-\frac{i\omega t}{2}} \end{pmatrix} e^{i\omega_o t} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \left( A_p e^{\frac{i\omega t}{2} + i\phi_p} + A_s e^{-\frac{i\omega t}{2} + i\phi_s} \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{i\omega_o t}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

光偵測器所測得之光強度為

$$I_t = \frac{1}{2} [1 + \cos(\omega t + \phi)], \quad (2.12)$$

其中 S 為待測物的 Jones matrix,  $A_i$  及  $\phi_i$  ( $i=p,s$ ) 分別為偏光的振幅係數與相位移，而  $\phi (= \phi_p - \phi_s)$  為兩正交偏光之間的相位差。將此測試信號輸入相位比較器，與參考信號做相位比較即可得到相位差  $\phi - \phi_{BS}$ ，而相位差  $\phi_{BS}$  可利用將待測系統移開，讓光束直接由光偵測器 D<sub>t</sub> 接收的方法，從相位比較器得到數值，如此即可求得待測系統中所引進的相位差  $\phi$ 。在本架構中，因為具有頻差的兩正交偏振光在干涉儀中走的是相同路徑，對於外界的擾動較不易受影響，穩定度因此較高。

## 2.5 外差干涉術之誤差分析

在外差干涉術中，其誤差來源除了相位計本身誤差之外，還有系統的週期性非線性誤差。系統週期性非線性誤差有外差光源的偏振旋轉混合效應與偏振態混合效應。

### 2.5.1 偏振旋轉誤差

偏振旋轉誤差也稱作二次諧波誤差(second harmonic error)[22,23]。主要形成原因是外差光源的兩正交偏振光與實驗室座標有偏移量所致。如 Fig. 2.4 所示，假設 z 軸為光行進方

向，x 軸為水平軸，則理想的兩正交偏振光應在 x 及 y 方向。當兩正交偏振光與 x 或 y 軸有一旋轉角度  $\theta_R$  時，則 x 軸上會出現兩頻率不同的偏振分量，y 軸也會有兩個頻率不同的偏振分量。此時 s-與 p-偏光不再是單一頻率，則 Eq. (2.8) 的外差光源之電場形式可改寫為

$$\begin{aligned} E'_o &= R \cdot E_o = \begin{pmatrix} \cos \theta_R & \sin \theta_R \\ -\sin \theta_R & \cos \theta_R \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{\frac{i\omega t}{2}} \\ e^{-\frac{i\omega t}{2}} \end{pmatrix} e^{i\omega_o t} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \cos \theta_R e^{\frac{i\omega t}{2}} + \sin \theta_R e^{-\frac{i\omega t}{2}} \\ -\sin \theta_R e^{\frac{i\omega t}{2}} + \cos \theta_R e^{-\frac{i\omega t}{2}} \end{pmatrix} e^{i\omega_o t}, \end{aligned} \quad (2.13)$$

其中 R 為旋轉矩陣。在參考光路徑中，光束通過穿透軸為  $45^\circ$  的檢偏板  $AN_r$  後，光的振幅與強度分別可表示為

$$\begin{aligned} E_r &= AN_r(45^\circ)E'_o = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \cos \theta_R e^{\frac{i\omega t}{2}} + \sin \theta_R e^{-\frac{i\omega t}{2}} \\ -\sin \theta_R e^{\frac{i\omega t}{2}} + \cos \theta_R e^{-\frac{i\omega t}{2}} \end{pmatrix} e^{i\omega_o t} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[ (\cos \theta_R - \sin \theta_R) e^{\frac{i\omega t}{2}} + (\cos \theta_R + \sin \theta_R) e^{-\frac{i\omega t}{2}} \right] \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{i\omega_o t}, \end{aligned} \quad (2.14)$$

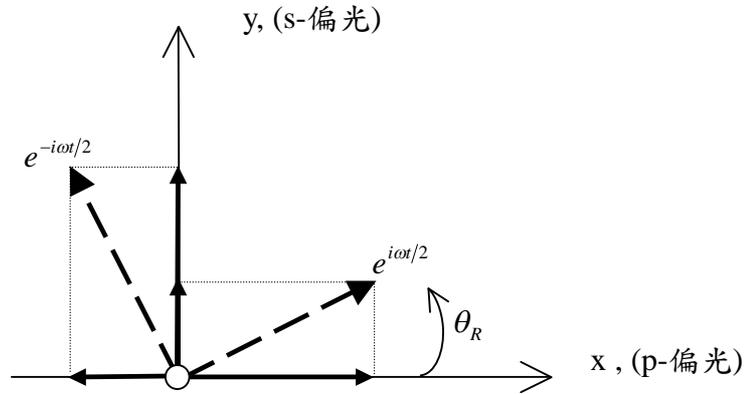


Fig. 2.4 偏振旋轉示意圖

與

$$\begin{aligned} I_r &= |E_r|^2 \\ &= \frac{1}{2} (1 + \cos 2\theta_R \cos \omega t), \end{aligned} \quad (2.15)$$

由 Eq. (2.15) 可以發現，參考信號交流部份的振幅為  $\cos 2\theta_R$ ，而相位項並沒有改變。另一方面，光束通過待測系統引進相位差後，再經過穿透軸為  $45^\circ$  的檢偏板  $AN_t$  後，所得測試光的

振幅與其強度分別可表示為

$$\begin{aligned}
 E_t &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\phi} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \cos\theta_R e^{\frac{i\omega t}{2}} + \sin\theta_R e^{-\frac{i\omega t}{2}} \\ -\sin\theta_R e^{\frac{i\omega t}{2}} + \cos\theta_R e^{-\frac{i\omega t}{2}} \end{pmatrix} e^{i\omega_0 t} \\
 &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[ \left( e^{i\phi} \cos\theta_R - \sin\theta_R \right) e^{\frac{i\omega t}{2}} + \left( \cos\theta_R + e^{i\phi} \sin\theta_R \right) e^{-\frac{i\omega t}{2}} \right] \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{i\omega_0 t},
 \end{aligned}
 \tag{2.16}$$

與

$$\begin{aligned}
 I_t &= |E_t|^2 \\
 &= \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{\cos^2 2\theta_R \cos^2 \phi + \sin^2 \phi \cos(\omega t + \phi')} \right),
 \end{aligned}
 \tag{2.17}$$

其中

$$\phi' = \tan^{-1} \left( \frac{\tan \phi}{\cos 2\theta_R} \right),
 \tag{2.18}$$

在此  $\phi'$  為測試信號相對於參考信號的相位差，而非待測系統所引入的相位差  $\phi$ ，僅有在沒有偏振旋轉角的情形下，即  $\theta_R=0$ ， $\phi'$  才會等於  $\phi$ 。在偏振旋轉存在的情況下，相位差之誤差量為

$$\Delta\phi_R = \phi' - \phi = \tan^{-1} \left( \frac{\tan \phi}{\cos 2\theta_R} \right) - \phi,
 \tag{2.19}$$

將  $\Delta\phi_R$ ， $\phi$  與  $\theta_R$  之間的關係以 Fig. 2.5 來表示，從圖中可看到誤差量  $\Delta\phi_R$  是

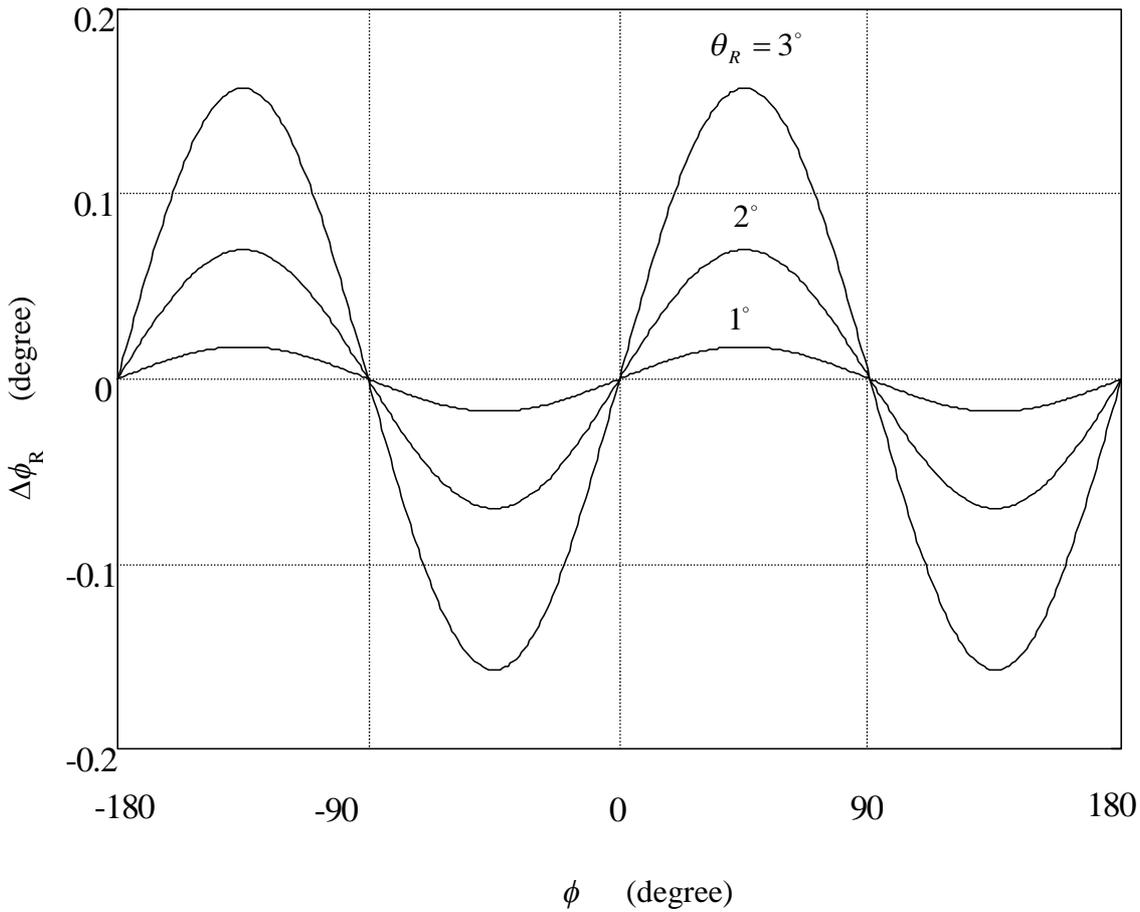


Fig. 2.5 偏振旋轉誤差  $\Delta\phi_R$ 、 $\phi$  與  $\theta_R$  之間的關係圖

一個週期函數，當相位差  $\phi$  經過一個  $2\pi$  的週期時，誤差量  $\Delta\phi_R$  已經過了兩個週期，因此，才有二次諧波誤差的稱呼。由此圖中也可看出，當偏振旋轉  $\theta_R$  的情況越大時，引進的誤差量  $\Delta\phi_R$  也越大。欲將此項誤差減低，則必須在架設光學系統時，仔細調整與校正各個元件。圖中有一些特別的相位差值  $\phi$ ，例如  $\pm 180^\circ$ ， $\pm 90^\circ$  與  $0^\circ$  的地方，誤差量為 0，也就是說，若設計一待測系統使測試相位差為  $0^\circ$  時，可以有最小的誤差量。

### 2.5.2 偏振混合誤差[23-25]

當光線通過如偏極板或偏極分光鏡等偏光元件時，受到這些元件消光比(extinction ratio)的影響，常會發生偏極混合(polarization mixing)的現象。在實驗室座標中的 x 軸，除了主要的 x 方向的偏極光 (p-)外，尚有小部份的 y 方向 (s-)會耦合過來；同理，座標的 y 軸，除了有主要的 y 方向之偏極光(s-)外，也會有小部份 x 方向的偏極光(p-)會耦合過來，因此通過偏光元件後的 Jones vector 可表示

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Ae^{i\omega t/2} + \beta e^{-i\omega t/2} \\ Be^{-i\omega t/2} + \alpha e^{i\omega t/2} \end{pmatrix} e^{i\omega_0 t}, \quad (2.20)$$

其中  $A = |A|e^{i\phi_A}$  與  $B = |B|e^{i\phi_B}$  分別是 x 軸方向與 y 軸方向的主要偏極振幅；而  $\alpha = |\alpha|e^{i\phi_\alpha}$  與  $\beta = |\beta|e^{i\phi_\beta}$  分別是在 y 方向與 x 方向的混合雜訊之偏極振幅。參考信號光路上經檢偏板  $AN_t$  之後的光強度為

$$\begin{aligned} I_r = & |A|^2 + |B|^2 + |\alpha|^2 + |\beta|^2 + 2|A||\alpha| \cos(\phi_A - \phi_\alpha) + 2|B||\beta| \cos(\phi_B - \phi_\beta) \\ & + 2|A||B| \cos(\omega t + \phi_A - \phi_B) + 2|A||\beta| \cos(\omega t + \phi_A - \phi_\beta) + 2|\alpha||B| \cos(\omega t + \phi_\alpha - \phi_B) \\ & + 2|\alpha||\beta| \cos(\omega t + \phi_\alpha - \phi_\beta), \end{aligned} \quad (2.21)$$

就參考光束而言，兩正交偏光走相同路徑，且經分光鏡 BS 反射之故，所以  $|A| \neq |B|$ ；  
 $\phi_A - \phi_B = \phi_{BS}$ ， $\phi_\alpha - \phi_\beta = \phi_{BS}$ ， $\phi_A - \phi_\alpha = 0$ ， $\phi_B - \phi_\beta = 0$ ，也就是  $\phi_A - \phi_B = \phi_{BS}$ ， $\phi_\alpha - \phi_\beta = \phi_{BS}$   
 皆為定值，且  $|A|/|B| = |\alpha|/|\beta|$ ，其中  $\phi_{BS}$  為分光鏡 BS 反射所引起的相位差。所以 Eq. (2.21)  
 可寫為

$$I_r = (|A| + |\alpha|)^2 + (|B| + |\beta|)^2 + 2(|A||B| + |A||\beta| + |\alpha||B| + |\alpha||\beta|) \cos(\omega t + \phi_{BS}); \quad (2.22)$$

另一方面，測試光經過檢偏板  $AN_t$  後，光強度為

$$\begin{aligned} I_t = & |A|^2 + |B|^2 + |\alpha|^2 + |\beta|^2 + 2(|A||\alpha| + |B||\beta|) \cos(\phi) \\ & + 2\sqrt{[(|A||B| + |\alpha||\beta|) \cos(\phi) + |A||\beta| + |B||\alpha|]^2 + (|A||B| - |\alpha||\beta|)^2 \sin^2(\phi)} \cos(\omega t + \phi'), \end{aligned} \quad (2.23)$$

其中相位差  $\phi$

$$\phi' = \tan^{-1} \left[ \frac{(|A||B| - |\alpha||\beta|) \sin \phi}{|A||\beta| + |B||\alpha| + (|A||B| + |\alpha||\beta|) \cos \phi} \right], \quad (2.24)$$

由 Eq. (2.23) 所示的測試信號與 Eq. (2.22) 所示的參考信號 ( $\phi_{BS}$  值需預先測得) 相比較，所得的相位差為  $\phi'$  而非待測相位差  $\phi$ 。所以由偏極混合所引起的相位誤差為

$$\Delta\phi_m = \phi' - \phi, \quad (2.25)$$

若  $|A|=|B|$ ， $|\alpha|=|\beta|$  且  $|\alpha|/|A|=0.001$  與  $0.005$  的情況下， $\Delta\phi_m$  與  $\phi$  的關係圖如 Fig. 2.6 所示。由圖我們可見到，當比值越小，偏振混合誤差越小；而在相位差  $\phi$  為  $\pm 180^\circ$  與  $0^\circ$  之處，誤差量為 0，所以我們若設計一待測系統使測試相位差為  $0^\circ$  時，即可把誤差量減至最低。

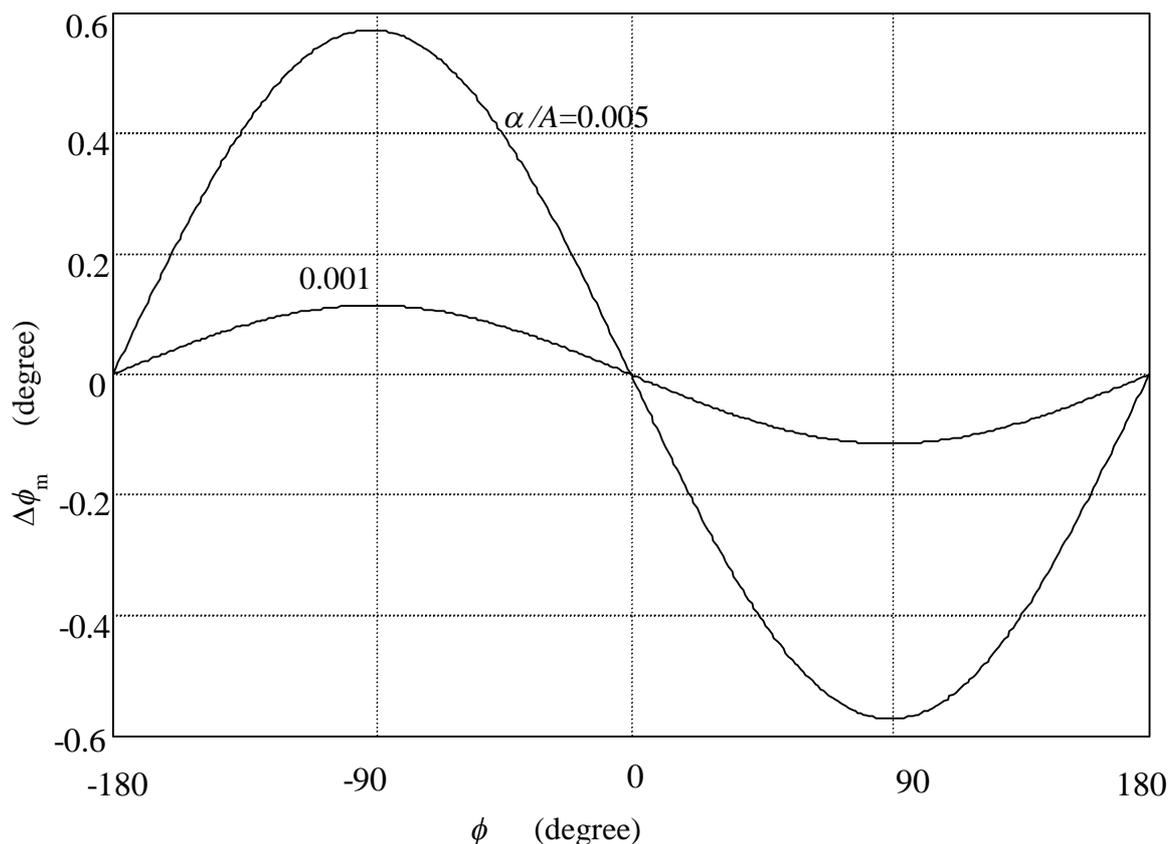


Fig. 2.6 偏振混合誤差  $\Delta\phi_m$  與  $\phi$  的關係圖

## 2.6 小結

在本章中，我們說明了外差干涉術的基本原理與外差光源，其中也包括了各種移頻器，以及本論文所使用的電光晶體調制器的工作原理；此外也說明了外差干涉儀的基本架構。最後，探討了外差干涉術的週期非線性誤差，包括偏振旋轉誤差及偏振混合誤差。

## 参考文献

1. G. E. Sommargren, "Optical heterodyne profilometry," *Appl. Opt.* **20**, 610-618 (1981).
2. D. Pantzer, J. Politch, and L. Ek, "Heterodyne profiling instrument for the angstrom region," *Appl. Opt.* **25**, 4168-4172 (1986).
3. H. Kikuta, S. Asai, H. Yasukochi, and K. Iwata, "Force microscopy using common-path optical-heterodyne interferometer," *Jap. J. Appl. Phys.* 587-590 (1991).
4. C. H. Lin, C. Chou, and K. S. Chang, "Real time interferometric ellipsometry with optical heterodyne and phase lock-in techniques," *Appl. Opt.* **29**, 5159-5162 (1990).
5. Y. Lin, Z. Zhou, and R. Wang, "Optical heterodyne measurement of the phase retardation of a quarter-wave plate," *Opt. Lett.*, **13**, 553-555 (1988).
6. R. S. Sirohi and M. P. Kothiyal, "Optical Components, Systems, Measurement Techniques," *Marcel Dekker, Inc.*, New York (1992), 219-246.
7. J. C. Suits, "Magneto-optical rotation and ellipticity measurements with a spinning analyzer," *Rev. Sci. Instrum.* **42**, 19-22 (1971).
8. M.P. Kothiyal and C. Delisle, "Optical frequency shifter for heterodyne interferometry using counterrotating wave plates," *Opt. Lett.* **9**, 319-321 (1984).
9. W. H. Stevenson, "Optical frequency shifting by means of a rotating diffraction grating," *Appl. Opt.* **9**, 649-652 (1970).
10. T. Suzuki and R. Hioki, "Translation of light frequency by a moving grating," *J. Opt. Soc. Am.*, **57**, 1551 (1967).
11. M. J. Ehrlich and L. C. Philips, and J. W. Wanger, "Voltage-controlled acousto-optic phase shifter," *Rev. Sci. Instrum.*, **59**, 2390-2392 (1988).
12. M. G. Gazalet, M. Raveg, F. Haine, C. Bruneel, and E. Bridoux, "Acousto-optic low frequency shifter," *Appl. Opt.*, **33**, 1293-1298 (1994).
13. P. Dirksen, J. V. D. Werf, and W. Bardoel, "Novel two-frequency laser," *Prec. Eng.* **17**, 114-116 (1995).
14. J. C. Kemp, "Piezo-optical birefringence modulators:new use for a long known effect," *J. Opt. Sci. Am.* **59**, 950-954 (1969).
15. S. N. Jasperson and S. E. Schnatterly, "An improved method for high reflectivity ellipsometry base on a new polarization modulation technique," *Rev. Sci. Instrum.* **40**, 761-767 (1969).
16. H. Takasaki, N. Umeda, and M. Tsukiji, "Stabilized transverse Zeeman laser as a new light source for optical measurement," *Appl. Opt.* **19**, 435-441 (1980).
17. N. Umeda, M. Tsukiji, and H. Takasaki, "Stabilized He-Ne transverse Zeeman laser," *Appl. Opt.* **19**, 442-450 (1980).
18. D. C. Su, M. H. Chiu, and C. D. Chen, "Simple two frequency laser," *Prec. Eng.*, **18**, 161-163 (1996).
19. H. Takasaki, M. Isobe, T. Masaki, A. Konda, T. Agatasuma, and Y. Watanable, "An automatic retardation meter for automatic polarimetry by means of an ADP polarization modulator," *Appl. Opt.* **3**, 371-377 (1964).

20. B. H. Billings, "The electro-optic effect in uniaxial crystal of the type  $\text{XH}_2\text{PO}_4$ . I. Theoretical," *J. Opt. Sci. Am.* **39**, 127-133 (1949).
21. A. Yariv and P. Yeh, "Optical waves in crystals," John Wiley & Sons, New York (1984), Chap.5.
22. J. M. De Freitas and M. A. Player, "Importance of rotational beam alignment in the generation of second harmonic errors in laser heterodyne interferometry," *Meas. Sci. Technol.*, **4**, 1173-1176 (1993).
23. C. M. Wu and R. D. Deslattes, "Analytical modeling of the periodic nonlinearity in heterodyne interferometry", *Appl. Opt.* **37**, 6696-6700 (1998).
24. W. Hou and G. Wilkening, "Investigation and compensation of the nonlinearity of heterodyne interferometers", *Prec. Eng.* **14**, 91-98 (1992).
25. A. E. Rosenbluth and N. Bobroff, "Optical sources of nonlinearity in heterodyne interferometers", *Prec. Eng.* **12**, 7-11 (1990).

## 第三章 光學偏極計與對掌性物質

### 3.1 前言

對掌性物質在生化科技與醫藥科技的應用上佔有重要的地位。對掌性物質可將通過的線性偏振光旋轉，這種現象稱之為光學活性(optical activity)。光學活性是瞭解對掌性分子內部構造的一項重要特性。我們可以根據此一現象來判斷對掌性物質分子的旋轉方向與旋轉能力。而要測量光學活性，則必須使用光學偏極計。目前較為人所使用的光學偏極計，主要有高精確度通用偏極計(High-accuracy universal polarimeter)，簡稱 HAUP[1-4]、準光學外差偏極計[5-7]及一般光學外差偏極計[8,9]。在本章中，我們首先說明光學偏極計的基本架構與對掌性物質的特性，之後再針對上述幾種方法加以說明。

### 3.2 光學偏極計之原理

#### 3.2.1 光學偏極計之基本架構與原理

光學偏極計基本架構主要是由偏極板、裝有對掌性物質的試管與檢偏板所組成，如 Fig. 3.1 所示[10,11]。當一光源通過偏極板後產生線性偏振光，然後通過試管及檢偏板，而最後達到偵測器。假設偏極板與檢偏板的穿透軸最初設置為互相平行，當試管不裝物質時，我們發現大量的光線會到達偵測器。若將對掌性物質裝入試管中，從偏極板出射的線偏光通過試管後，會旋轉一個角度，此時通過檢偏板到達偵測器的光線量就不會是最大。若我們將檢偏板的穿透軸旋轉至與

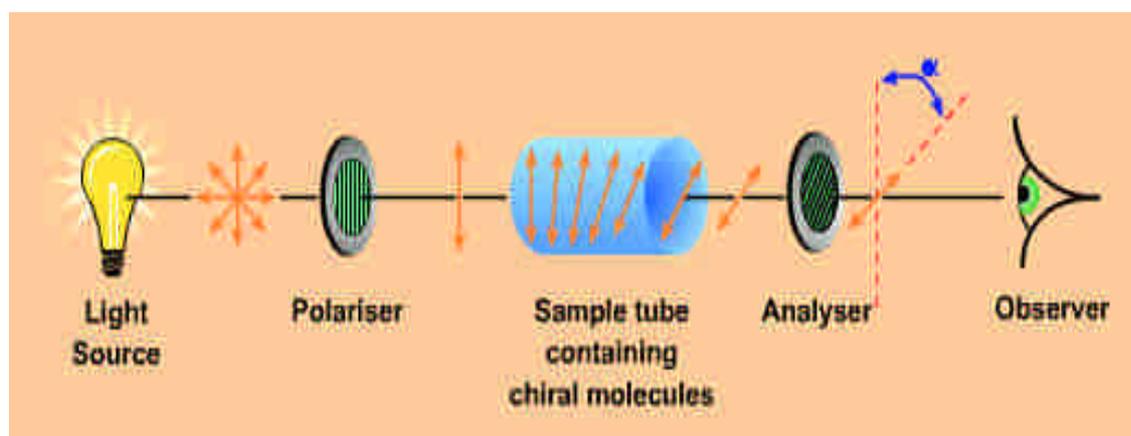


Fig. 3.1 光學偏極計的基本架構[10]

線偏光的偏振方向一致，則到達偵測器的光線量就會是最大。這時，我們可由檢偏板支架

的角度刻度變化來判斷對掌性物質的旋轉方向與旋轉能力。因此這種傳統光學偏極計有穩定度低與解析度不高的缺點。

### 3.2.2 對掌性物質

在自然界中，有些物質不能使線性偏振光旋轉，何以有些物質卻可以？這是因為能使偏振光旋轉的物質分子是具有對掌性。要瞭解對掌性，首先必須要瞭解鏡像異構(mirror-asymmetric structure)物。何謂鏡像異構物？我們可以由 Fig. 3.2 來說明。由圖中可以看到，假若在手、腳、杯子、球與球棒的中間加了一面鏡子，它們會產生互相對應的像，我們稱為鏡像。而在這些物體與其鏡像之間，我們發現一個差異性，即是杯子、球及球棒，它們與自己的鏡像可以互相重疊，但是手及腳與自己的鏡像卻無法重疊，我們稱這些無法與自己鏡像重疊的物質稱為鏡像異構物。鏡像異構物又可稱為對映異構物(enantiomer)[10]，而具有對映異構體的物質，即具有對掌性(chirality)。Fig. 3.3 為氨基酸分子與其鏡像分子的示意圖，由圖中可以看到，左旋組態與右旋組態的氨基酸分子彼此互為鏡像分子，而兩者之間也無法重疊，所以互為對映異構物，因此氨基酸分子即具有對掌性。許多物質都具有對掌性，如水晶、 $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_2$  及  $\text{TeO}_2$  等。有機化合物也有許多物質具有此一特性，如葡萄糖、蔗糖、果糖、酒石酸及氨基酸等。

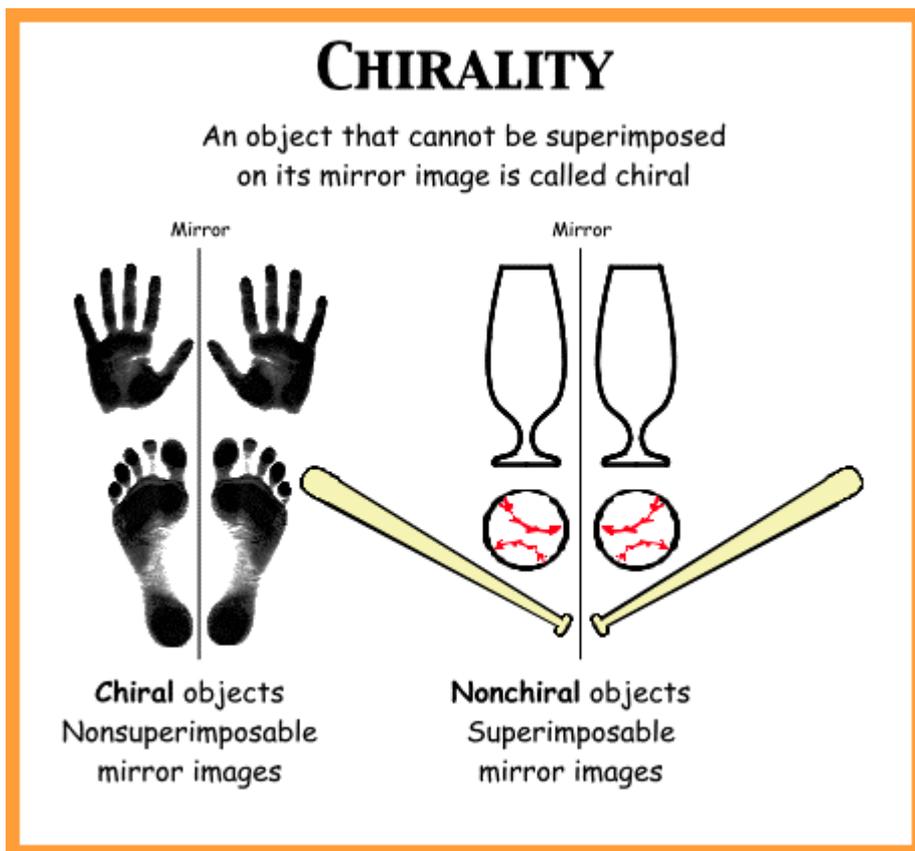


Fig. 3.2 鏡像異構物與鏡像非異構之比較[10]

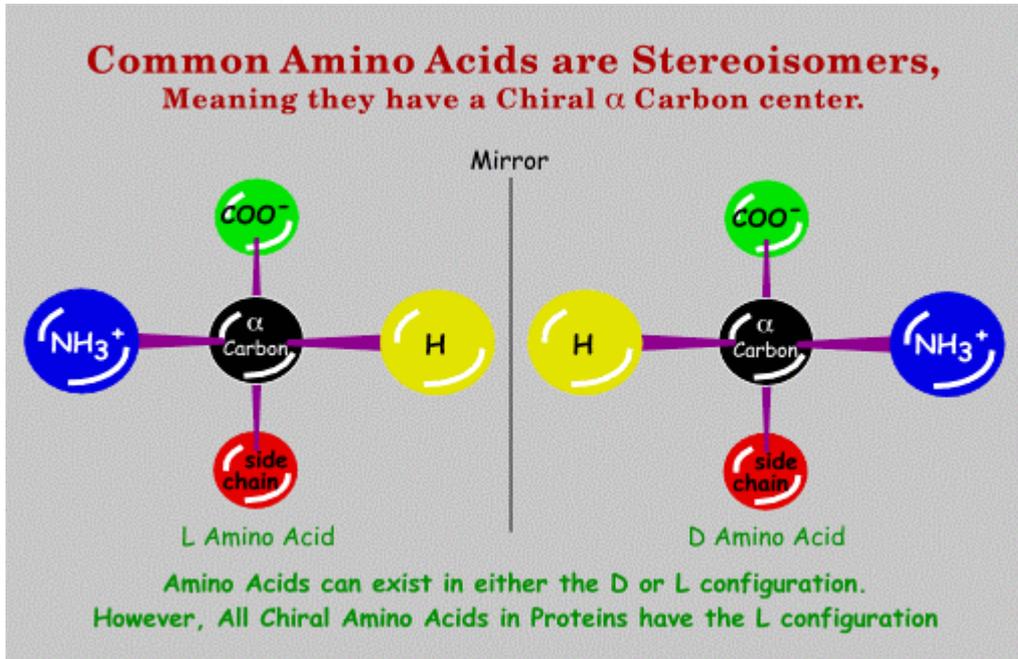


Fig. 3.3 氨基酸分子構造示意圖[10]

### 3.3 高精確度通用偏極計 (HAUP)

高精確度通用偏極計(HAUP: High-accuracy universal polarimeter)[1-4]可用於測量晶體的光學活性與雙折射性。HAUP 的基本架構與傳統光學偏極計相同，是由一偏極板 P、待測物系統 S (含有對掌性物質)及檢偏板 A 所組成(如 Fig. 3.4)。當一光束沿 z 軸傳播，令偏極板 P 的穿透軸與 y 軸夾  $\theta$  角，而檢偏板 A 的穿透軸與 x 軸夾  $\gamma + \theta$  角。其量測原理是藉由旋轉器分別去旋轉偏極板 P 與檢偏板 A 之穿透軸的方位角，當 P 及 A 的穿透軸在不同方位角的情形下，分別去測量由檢偏板 A 出射的相對光強度  $\Gamma$  (出射光與入射光強之比值)，其表示式如下所示

$$\Gamma(\theta, \gamma, p, q) = A(\theta, p, q) + B(\theta, p, q)\gamma + \gamma^2, \quad (3.1)$$

其中

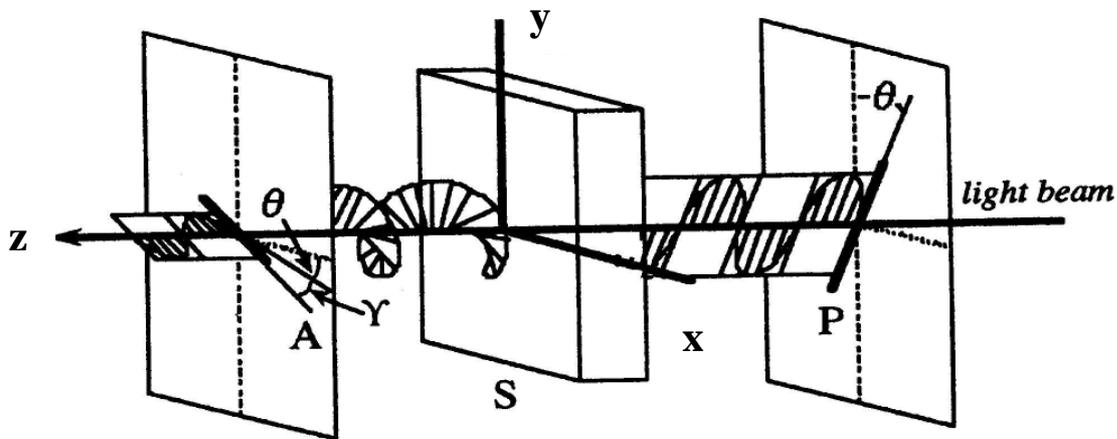


Fig. 3.4 高精確度通用光學偏極計基本架構圖[2]

$$A(\theta, p, q) = A_0 + (p + q)^2 + 4\{k^2 - k(p - q) - pq\}\sin^2(\Delta/2) + 2(p + q)\sin \Delta\theta + 4\sin^2(\Delta/2)\theta^2, \quad (3.2)$$

$$B(\theta, p, q) = -2(k - p)\sin \Delta + \sin^2(\Delta/2)\theta, \quad (3.3)$$

$$k = \frac{\delta n^{cir}}{2\delta n^{lin}}, \quad (3.4)$$

及

$$\Delta = \frac{2\pi d}{\lambda_0} \delta n^{lin}, \quad (3.5)$$

上式中的  $\delta n^{cir}$  代表與對掌性物質之光學活性相關的參數， $\delta n^{lin}$  則表示對掌性物質的雙折射參數，而  $p$  及  $q$  分別表示因偏光元件 P 與 A 所引進的系統誤差。欲將光學活性與雙折射性的相關參數求出，可將所量到的相對強度  $I$  值對方位角  $\theta$  與  $\gamma$  分別作圖，並利用曲線擬合法(curve fitting) 與參考晶體法[12] 分別將 Eqs. (3.1)至 Eq. (3.2)中的各個係數及系統誤差  $p$  與  $q$  求出，如此便可得到  $k$  與  $\Delta$ ，進而解出光學活性與雙折射性的相關參數。雖然 HAUP 法的解析度高，但其量測過程過於麻煩，所以無法用於即時量測上。

### 3.4 準光學外差光學偏極計[5-7]

準光學外差偏極計(Quasi-optical heterodyne polarimeter) 原理是以移頻器(如 AO 或 EO 等)對 s-與 p-偏光調變或用 Zeeman 雷射，使兩正交偏光之間產生頻差，並讓調變光源通過待測物，使測試信號產生強度變化，而由此強度變化，求得對掌性物質的光學旋轉角。Fig. 3.5 是一種以 Mach-Zehnder 干涉儀所組成的準光學外差偏極計[7]。當雷射光源經過偏極分光器 PBS 後，分成了 p-與 s-偏光，而兩偏光分別藉由干涉儀中的兩聲光晶體 AO1 與 AO2 調變，使得兩偏光之間產生頻差。之後 p 偏光經過面鏡  $M_1$ 、偏極板 P1 與分光器 BS 後，被分成反射與穿透光；同時，s- 偏光經過面鏡  $M_2$ 、偏極板 P2 與分光器 BS 後，同樣也被分成穿透與反射光。p- 偏光的穿透光與 s- 偏光的反射光經過檢偏板  $AN_r$  後，最後由光偵測器  $D_r$  接收，做為參考信號  $I_r$ ；p- 偏光的反射光與 s- 偏光的穿透光則通過待測物與檢偏板  $AN_t$ ，最後由光偵測器  $D_t$  接收，做為測試信號  $I_t$ 。參考信號  $I_r$  與測試信號  $I_t$  的表示式分別如下：

$$I_r = a_1 a_2 \sin(2\theta_r) \cos(\Delta\omega t + \Delta\phi), \quad (3.6)$$

及

$$I_t = a_1 a_2 \sin 2(\theta_t + \theta_m) \cos(\Delta\omega t + \Delta\phi'), \quad (3.7)$$

其中 $\Delta\omega$  為角頻差， $a_1 a_2$ 、 $\Delta\phi'$  及 $\Delta\phi$  分別表示振幅與光學元件所引進的相位差， $\theta_r$  及 $\theta_t$  則是代表檢偏板  $AN_r$  與  $AN_t$  穿透軸的方位角，而 $\theta_m$  為對掌性物質的光學旋轉角。當檢偏板  $AN_t$  穿透軸的方位角 $\theta_t$ 與光學旋轉角 $\theta_m$ 不大時，Eq. (3.7)可表示為

$$I_t \cong 2a_1a_2(\theta_t + \theta_m)\cos(\Delta\omega t + \Delta\phi'). \quad (3.8)$$

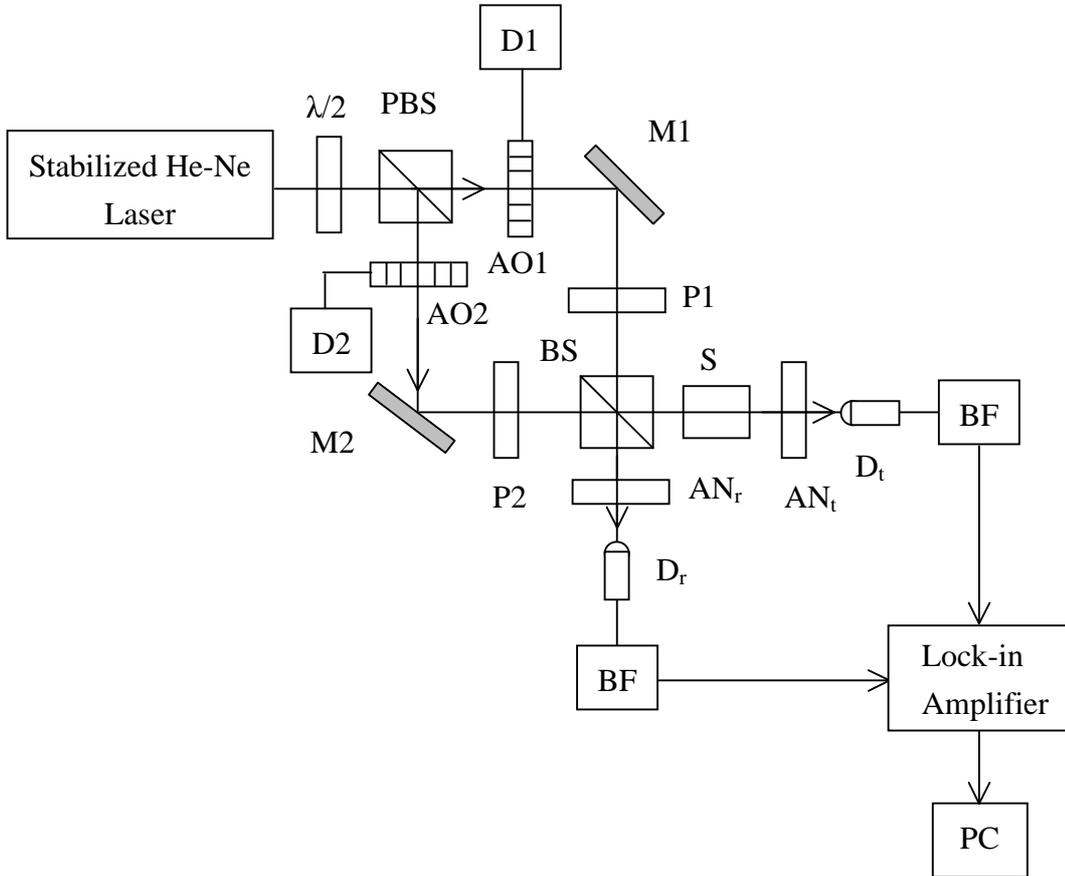


Fig. 3.5 準光學外差偏極計架構圖[7]

準光學外差偏極計的量測步驟是先將待測物移開( $\theta_m=0$ )，此時可以由鎖相放大器可測得最大強度  $I_{t1} = 2a_1a_2\theta_t$ 。之後再將對掌性物質置入系統中，最後所測得之最大強度為

$I_{t2} = 2a_1a_2(\theta_t + \theta_m)$ 。將兩者強度相減得  $\Delta I = |I_{t2} - I_{t1}| = 2a_1a_2\theta_m$ ，因此可以求得  $\theta_m = \Delta I / 2a_1a_2$ 。

因為準外差干涉術是測量強度變化而求得光學旋轉角，所以容易受環境擾動與光源穩定度的影響，使得精確度降低。

### 3.5 一般光學外差偏極計[8-9]

一般光學外差偏極計的原理與準光學外差偏極計相似，也是以移頻器將 s-與 p-兩正交偏極光調變或使用 Zeeman 雷射，使兩者之間產生頻差，並讓調變光源通過待測物，使測試信號引進一相位差，藉由測量相位差，而將對掌性物質的光學旋轉角求出。Fig. 3.6 是一

種 Mach-Zehnder 干涉儀所組成的光學外差偏極計[9]。一偏振方向與水平軸夾  $45^\circ$  的雷射光源入射至由兩分光器 BS1 與 BS2 及兩面鏡 M1 及 M2 所組成 Mach-Zehnder 干涉儀中，光束被分光器 BS1 分成兩路徑：(a) BS1→AO1→M1→S→BS2 及 (b) BS1→AO2→M2→BS2，其中待測物放在路徑(a)中。(a)路徑經 BS2 反射的光束與(b)路徑經 BS2 穿透的光束重疊，並經過四分之一波片及偏極分光器 PBS 後，分成了 s-與 p-偏光：p- 偏光通過偏極板  $P_1$ ，最後由光偵測器  $D_p$  接收，得到光強度  $I_p$ ；另一方面，s- 偏光則經過偏極板  $P_2$  後，由光偵測器  $D_s$  接收，得到光強度  $I_s$ 。兩信號  $I_p$  及  $I_s$  分別為

$$I_p = 2A_r A_s \cos(\Delta\omega t + \theta_m + \phi'), \quad (3.9)$$

及

$$I_s = 2A_r A_s \cos(\Delta\omega t - \theta_m + \phi'), \quad (3.10)$$

其中  $\Delta\omega$ 、 $\theta_m$  與  $\phi'$  分別為角頻差、光學旋轉角與干涉儀光程差所引進的相位差。兩信號在鎖相放大器所得到的相位差為  $\delta=2\theta_m$ ，所以由相位差即可求得對掌性物質的光學旋轉角  $\theta_m=\delta/2$ 。這種光學外差偏極計是藉由量測相位差而得到光學旋轉角，雖然它有不易受擾動及較為精確的優點，但對於微小的光學旋轉角或是含散射物質之對掌性物質的光學旋轉角，有不易量測的缺點。此外，這種光學外差偏極計僅能測出光學旋轉角而無法同時測量出對掌性物質的折射率。

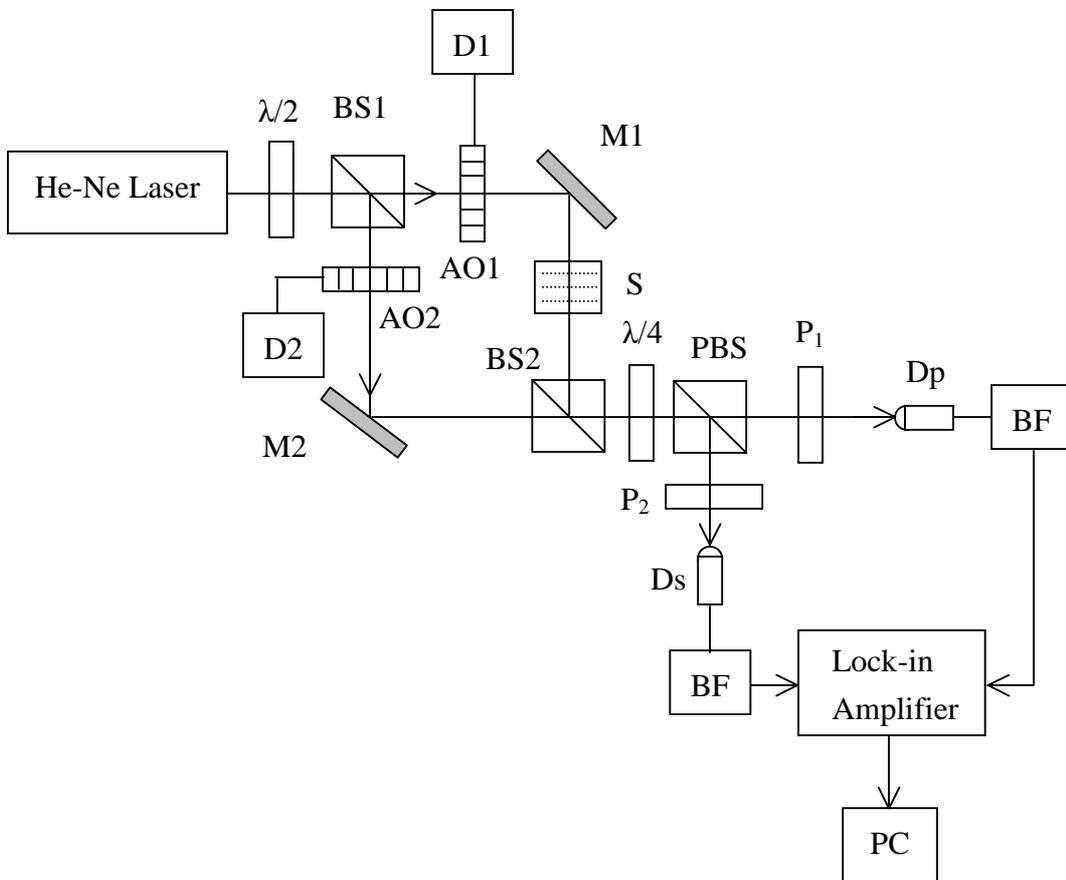


Fig. 3.6 一般光學外差偏極計架構圖[9]

### 3.6 小結

這一章首先說明了光學偏極計的基本原理及對掌性物質的定義。此外，我們也說明了高精確度通用偏極計、準光學外差偏極計與一般光學外差偏極計的架構、基本原理與缺點。本研究將在第四、五、六、七章針對這些缺點，提出各種不同的光學外差偏極計。

### 參考文獻

1. E. Dijkstra, H. Meekes, and M. Kremers, "The high-accuracy universal polarimeter," *J. Phys. D: Appl. Phys.* **24**, 1861-1868 (1991).
2. W. S. Weiglhofer, and A. Lakhtakia, "Introduction to Complex Mediums for Optics and Electromagnetics," SPIE, Bellingham (2003), 645-676.
3. Y. Asahi, T. Osaka, and J. Kobayashi, "Optical study on a phase transition of fersnoite  $\text{Ba}_2\text{Si}_2\text{TiO}_8$ ," *Phys. Rev. B* **63**, 09104-1~09104-13 (2001).
4. J. Kobayashi, T. Asahi, M. Sakurai, M. Takahashi, K. Okubo, and Y. Enomoto, "Optical properties of superconducting  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ ," *Phys. Rev. B* **53**, 11 784-11 795 (1996).
5. H. J. King, C. Chou, H. Chang, and Y. C. Huang, "Concentration measurements in chiral media using optical heterodyne polarimeter," *Opt. Commun.* **110**, 259-262 (1994).
6. T. W. King, G. L. Cote, R. McNichols, and M. K. Goetz, "Multispectral polarimetric glucose detection using a single Pockels cell," *Opt. Eng.* **33**, 2746-2753 (1994).
7. C. Chou, Y. C. Huang, C. M. Feng, and M. Chang, "Amplitude sensitive optical heterodyne and phase lock-in technique on small optical rotation angle detection of chiral liquid," *Jpn. J. Appl. Phys.* **36**, 356-359 (1997).
8. G. L. Cote, M. D. Fox, and R. B. Northrop, "Noninvasive optical polarimetric glucose sensing using a true phase technique," *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **39**, 752-756 (2000).
9. C. M. Feng, Y. C. Huang, J. G. Chang, M. Chang, and C. Chou, "A true phase sensitive optical heterodyne polarimeter on glucose concentration measurement," *Opt. Commun.* **141**, 314-321 (1997).
10. Molecular History Research Center,  
<http://www.creation-science-prophecy.com/amino/index.html>.
11. N. Berova, K. Nakanishi, R. W. Woody (Eds.), "Circular Dichroism: Principles and Applications," 2nd ed., Wiley, New York (2000), ch.1.
12. J. Kobayashi, H. Kumomi, and K. Saito, "Improvement of the accuracy of HAUP, high-accuracy universal polarimeter: Application to ferroelectric  $[\text{N}(\text{CH}_3)_4]_2\text{ZnCl}_4$ ," *J. Appl. Cryst.* **19**, 377-381(1986).

## 第四章 測量對掌性物質新型光學外差偏極計

### 4.1 前言

對掌性溶液常被使用於生物科技、醫學與製藥等領域。對掌性物質的對掌參數(chiral parameter)與平均折射率，是對於瞭解對掌性分子的量子結構與幾何構造之一項極為重要的特徵[1,2]。一般的光學偏極計僅能測量對掌性參數而無法同時將平均折射率測出[4-6]，此時必須藉由其它方法如全反射法與布魯斯特角法才能將其測出[7,8]。針對此一缺點，本章提出了一種新型的光學外差偏極計，其原理主要是利用旋光外差干涉術並在裝有待測液的玻璃盒中加入一長條玻璃，使得測試信號的相位差為對掌性物質之對掌參數與折射率的函數，最後用數值方法，而將兩參數求出。本架構除了能夠同時測量對掌性物質的對掌參數與平均折射率外，同時具有共光程干涉儀不受環境擾動的優點。

### 4.2 原理[8-10]

Fig. 4.1 為新型光學外差偏極計的設計架構圖。為了方便起見，我們令+z 軸為光的行進方向，x 軸為水平方向。一個在 s-與 p-偏光之間具有角頻差 $\omega$  的外差光源經過一個快軸與 x 軸夾  $45^\circ$  的四分之一波片 Q 後，光的 Jones vector 可寫為[8]

$$\begin{aligned} E_i &= Q(45^\circ) \cdot E_{in} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\omega t/2} \\ e^{-i\omega t/2} \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} e^{i\omega t/2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} e^{-i\omega t/2 + i\pi/2}, \end{aligned} \quad (4.1)$$

由 Eq. (4.1) 我們可以看到右旋光與左旋光分別有  $\omega/2$  與  $-\omega/2$  的角頻率偏移。因此兩旋光之間存在著角頻差  $\omega$ 。此旋光外差光源入射至一分光器 BS 後，分成兩部分：反射光及穿透光。反射光進入檢偏板  $AN_r$  且進入光偵測器  $D_r$ 。若  $AN_r$  的穿透軸設置在與 x 軸夾  $45^\circ$  的方向，則到達  $D_r$  的光之 Jones vector 可寫為

$$\begin{aligned} E_r &= AN_r(45^\circ) \cdot BS \cdot E_i \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\phi_{BS}/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\phi_{BS}/2} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} e^{i\omega t/2} + \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} e^{-i\omega t/2 + i\pi/2} \right] \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[ (ie^{-i\phi_{BS}/2} + e^{i\phi_{BS}/2}) e^{i\omega t/2} + (ie^{i\phi_{BS}/2} + e^{-i\phi_{BS}/2}) e^{-i\omega t/2} \right] \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (4.2)$$

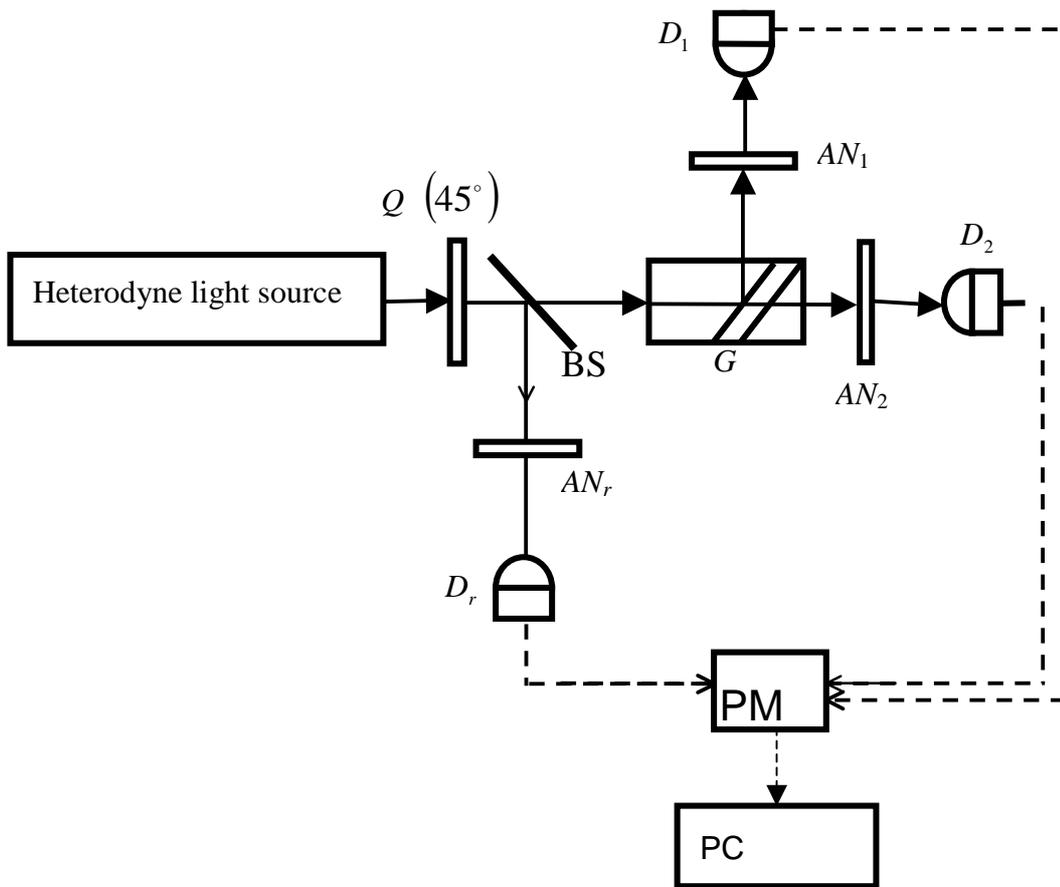


Fig. 4.1 新型光學外差偏極計

$D_r$  所測得之光強度為

$$I_r = |E_r|^2 = \frac{1}{2}(1 + 2 \cos \phi_{BS} \cdot \cos \omega t), \quad (4.3)$$

在此  $I_r$  為參考信號， $\phi_{BS}$  為 p-偏光與 s-偏光之間經 BS 反射後所引進的相位差。另一方面，BS 的穿透光進入一裝有平均折射率  $n$  及對掌參數  $g$  之對掌性溶液的方形玻璃盒及一折射率為  $n_g$  且與玻璃盒邊夾  $45^\circ$  的玻璃平板 G，如 Fig. 4.2 所示。在這裡，對掌參數定義為[11]

$$g = \frac{(n_l - n_r)}{2}, \quad (4.4)$$

其中  $n_l$  及  $n_r$  分別表示左右旋光的圓偏極折射率。光在對掌性溶液經過一段距離  $d$  後，其 Jones vector 可表示為

$$E'_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} e^{i(\omega t/2 - k_r d)} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} e^{-i(\omega t/2 + k_l d - \pi/2)} , \quad (4.5)$$

其中  $k_l$  及  $k_r$  分別表示左旋光及右旋光的波數 (wavenumber)。然後該光束再被玻璃平板 G 分成兩道光: 反射光與穿透光。這兩道光分別在對掌性溶液中通過  $d_1$  與  $d_2$  長的距離, 並穿過檢偏板  $AN_1$  及  $AN_2$ , 最後分別進入光偵測器  $D_1$  與  $D_2$ 。令  $r$  與  $t$  為光從對掌性溶液到玻璃板 G 的反射係數與穿透係數,  $t'$  則表示光由 G 到溶液的穿透係數, 下標 p 與 s 代表 p-及 s-偏光。若檢偏板  $AN_1$  及  $AN_2$  的穿透軸設置在  $45^\circ$ , 則到達偵測器  $D_1$  與  $D_2$  的光之 Jones vector 可分別表示

$$\begin{aligned} E_1 &= AN_1(45^\circ) \cdot S(\theta_1) \cdot G \cdot E'_i \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_p & 0 \\ 0 & r_s \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} e^{i(\omega t/2 - k_r d)} + \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} e^{-i(\omega t/2 + k_l d - \pi/2)} \right] \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}} A \left( e^{i(\omega t/2 - k_r d + \phi_1)} + e^{-i(\omega t/2 + k_l d + \phi_1 - \pi/2)} \right) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} , \end{aligned} \quad (4.6)$$

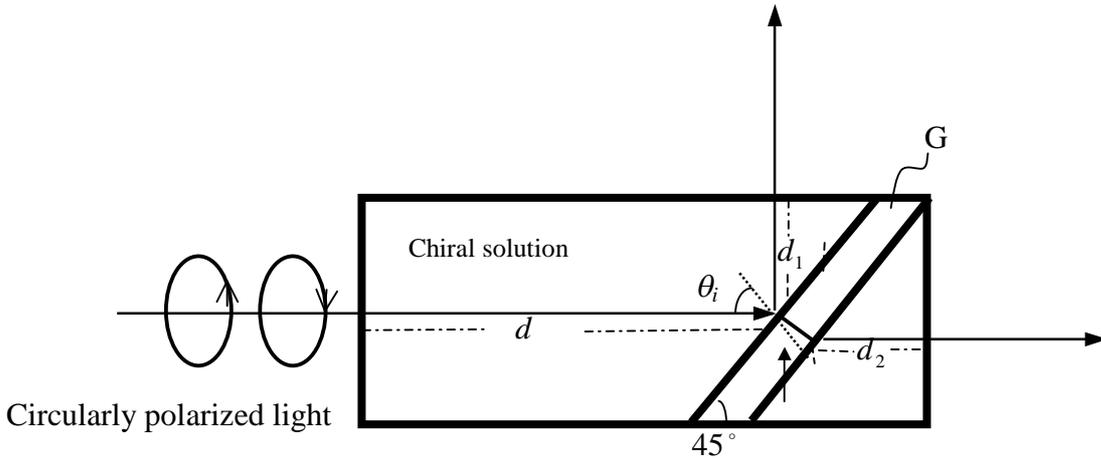


Fig. 4.2 裝置對掌性溶液之玻璃盒架構圖

及

$$E_2 = AN_2(45^\circ) \cdot S(\theta_2) \cdot G \cdot E'_i$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t'_p & 0 \\ 0 & t'_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_p & 0 \\ 0 & t_s \end{pmatrix} \\
&\times \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} e^{i(\omega t / 2 - k_r d)} + \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} e^{-i(\omega t / 2 + k_l d - \pi / 2)} \right] \\
&= \frac{1}{2\sqrt{2}} B \left( e^{i(\omega t / 2 - k_r d + \phi_2)} + e^{-i(\omega t / 2 + k_l d + \phi_2 - \pi / 2)} \right) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \tag{4.7}
\end{aligned}$$

其中  $S(\theta_1)$  與  $S(\theta_2)$  分別表示對掌性溶液之光學旋轉角的 Jones matrices，且

$$A = \sqrt{[r_p (\cos \theta_1 + \sin \theta_1)]^2 + [r_s (\cos \theta_1 - \sin \theta_1)]^2}, \tag{4.8}$$

$$\phi_1 = \tan^{-1} \left[ \frac{r_s (\cos \theta_1 - \sin \theta_1)}{r_p (\cos \theta_1 + \sin \theta_1)} \right], \tag{4.9}$$

$$\theta_1 = (k_r - k_l) d_1 = \frac{2\pi}{\lambda} (n_r - n_l) d_1, \tag{4.10}$$

$$r_p = \frac{n'^2 - \sqrt{2n'^2 - 1}}{n'^2 + \sqrt{2n'^2 - 1}}, \tag{4.11}$$

$$r_s = \frac{1 - \sqrt{2n'^2 - 1}}{1 + \sqrt{2n'^2 - 1}}, \tag{4.12}$$

$$B = \sqrt{[t_p t'_p (\cos \theta_2 + \sin \theta_2)]^2 + [t_s t'_s (\cos \theta_2 - \sin \theta_2)]^2}, \tag{4.13}$$

$$\phi_2 = \tan^{-1} \left[ \frac{t_s t'_s (\cos \theta_2 - \sin \theta_2)}{t_p t'_p (\cos \theta_2 + \sin \theta_2)} \right], \tag{4.14}$$

$$\theta_2 = (k_r - k_l) d_2 = \frac{2\pi}{\lambda} (n_r - n_l) d_2, \tag{4.15}$$

$$t_p = \frac{1}{n'} (r_p + 1), \tag{4.16}$$

$$t_s = r_s + 1, \tag{4.17}$$

$$t'_p = \frac{2n'' \cos \alpha}{n''^2 \cos \alpha + \sqrt{n''^2 - \sin^2 \alpha}}, \tag{4.18}$$

$$t'_s = \frac{2 \cos \alpha}{\cos \alpha + \sqrt{n''^2 - \sin^2 \alpha}}, \tag{4.19}$$

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2} \cdot n'}\right), \quad (4.20)$$

$n' = n_g/n$  及  $n'' = (n')^{-1}$ 。最後光偵測器  $D_1$  與  $D_2$  所測得之光強度為

$$I_1 = |E_1|^2 = \frac{1}{8} A^2 [1 + \cos(\omega t + \psi_1)], \quad (4.21)$$

及

$$I_2 = |E_2|^2 = \frac{1}{8} B^2 [1 + \cos(\omega t + \psi_2)], \quad (4.22)$$

其中

$$\psi_1 = 2\phi_1 + \phi - \frac{\pi}{2}, \quad (4.23)$$

$$\psi_2 = 2\phi_2 + \phi - \frac{\pi}{2}, \quad (4.24)$$

且

$$\phi = (k_l - k_r)d = \frac{2\pi}{\lambda} (n_l - n_r)d = \frac{4\pi}{\lambda} gd. \quad (4.25)$$

將兩組訊號  $(I_r, I_1)$  及  $(I_r, I_2)$  送入相位計  $PM$  後，可以得到相位差  $\psi_1$  及  $\psi_2$ 。

由 Eqs. (4.9)~(4.12), (4.14)~(4.20) 及 (4.25) 可以明顯看出， $\psi_1$  及  $\psi_2$  是  $n$ 、 $g$ 、 $d$ 、 $d_1$ 、 $d_2$  及  $n_g$  的函數。若是在已知  $d$ 、 $d_1$ 、 $d_2$  及  $n_g$  的情況下，實驗上所測得的相位差  $\psi_1$  及  $\psi_2$  為

$$\psi_1 = \psi_1(n, g), \quad (4.26)$$

$$\psi_2 = \psi_2(n, g), \quad (4.27)$$

此兩組方程式可用數值方法[12]解出參數  $n$  及  $g$ 。

### 4.3 實驗與結果

為了驗證這個方法的可行性，我們在 20°C 下測量了葡萄糖溶液與蔗糖溶液的平均折射率與對掌性參數。外差光源是由波長 632.8nm 的氬氖雷射與電光晶體所組成。左旋光與右旋光的頻差為 1kHz。折射率為 1.4507 的石英玻璃平板被置入對掌性溶液，而長度  $d$ 、 $d_1$  及  $d_2$  分別為 50mm、10mm 及 10mm。自製相位計的角解析度為 0.01°。除此之外，個人電腦用於紀錄與分析資料。實驗結果與參考數值如同 Table 4.1 所示，其中  $g_{ref}$  是由比光旋度

(specific rotation)的定義[1,13]與待測物的參考值推導而得[4]。其結果與所對應的參考值相當符合，因此可看出本方法的可行性。

**Table 4.1** 新型光學外差偏極計對葡萄糖與蔗糖溶液之量測結果

Solutions	$\psi_1$	$\psi_2$	$g (\times 10^8)$	$g_{ref} (\times 10^8)$	$n$	$n_{ref}$
					(at 632.8nm)	(at 589.3nm)
Glucose(w=5%)	-258.84°	2.44°	4.07	4.01 <sup>a</sup>	1.3394	1.3402 <sup>b</sup>
Glucose(w=10%)	-257.12°	5.31°	8.22	8.17 <sup>a</sup>	1.3472	1.3477 <sup>b</sup>
Sucrose(w=5%)	-258.25°	3.18°	5.16	5.11 <sup>c</sup>	1.3396	1.3403 <sup>b</sup>
Sucrose(w=10%)	-256.01°	6.77°	10.35	10.43 <sup>c</sup>	1.3483	1.3478 <sup>b</sup>

Note: 1.上標 a 及 b 分別表示由參考論文 1 及 13 所得之參考值。

2.上標 c 表示由參考論文 13 並利用曲線擬合方法所得之估計值。

## 4.4 討論

由 Eq. (4.25)我們得到

$$|\Delta g| = \left| \frac{\lambda}{4\pi d} \right| \cdot |\Delta \phi| + \left| \frac{\lambda \phi}{4\pi d^2} \right| \cdot |\Delta d|, \quad (4.28)$$

其中 $\Delta g$ 、 $\Delta \phi$ 及 $\Delta d$ 分別是 $g$ 、 $\phi$ 及 $d$ 的誤差。考慮相位計的角解析度、二次諧波誤差及偏振混合誤差後，可以得到系統相位誤差 $|\Delta \phi| \cong 0.03^\circ$  [14]。此外，長度誤差 $|\Delta d|=0.01\text{mm}$ 也必須考慮在實驗中。代入實驗結果、誤差與實驗條件到 Eq. (4.28) 可以得到 $|\Delta g| \cong 5.5 \times 10^{-10}$ 。

由 Eqs. (4.23)及(4.24)，可以得到

$$\begin{aligned} \psi' = \psi_2 - \psi_1 &= 2 \tan^{-1} \left[ \frac{t_s t'_s (\cos \theta_2 - \sin \theta_2)}{t_p t'_p (\cos \theta_2 + \sin \theta_2)} \right] - 2 \tan^{-1} \left[ \frac{r_s (\cos \theta_1 - \sin \theta_1)}{r_p (\cos \theta_1 + \sin \theta_1)} \right] \\ &= 2 \tan^{-1} \left[ \frac{(\cos \theta_2 - \sin \theta_2)(\cos \theta_1 + \sin \theta_1) r_p t_s t'_s - (\cos \theta_1 - \sin \theta_1)(\cos \theta_2 + \sin \theta_2) r_s t_p t'_p}{(\cos \theta_2 + \sin \theta_2)(\cos \theta_1 + \sin \theta_1) r_p t_p t'_p + (\cos \theta_2 - \sin \theta_2)(\cos \theta_1 - \sin \theta_1) r_s t_s t'_s} \right] \end{aligned} \quad (4.29)$$

由 Eq. (4.29)，我們得到

$$\Delta n \cong \frac{\left| \sec^2\left(\frac{\psi'}{2}\right) \cdot \Delta\psi' \right| + \left| \frac{\partial h}{\partial \theta_i} \cdot \Delta\theta_i \right| + \left| \frac{\partial h}{\partial \theta_1} \cdot \Delta\theta_1 \right| + \left| \frac{\partial h}{\partial \theta_2} \cdot \Delta\theta_2 \right|}{\left| \frac{\partial h}{\partial n} \right|}, \quad (4.30)$$

其中 $\Delta n$ 、 $\Delta\psi'$ 、 $\Delta\theta_i$ 、 $\Delta\theta_1$ 及 $\Delta\theta_2$ 分別為 $n$ 、 $\psi'$ 、 $\theta_i$ 、 $\theta_1$ 及 $\theta_2$ 的誤差。上式中的 $|\Delta\theta_1|$ 、 $|\Delta\theta_2|$ 及 $h$ 分別表示如下

$$|\Delta\theta_1| = \left| \frac{4\pi}{\lambda} (n_r - n_l) \cdot \Delta d_1 \right| = \left| \frac{4\pi}{\lambda} g \cdot \Delta d_1 \right|, \quad (4.31)$$

$$|\Delta\theta_2| = \left| \frac{4\pi}{\lambda} (n_r - n_l) \cdot \Delta d_2 \right| = \left| \frac{4\pi}{\lambda} g \cdot \Delta d_2 \right|, \quad (4.32)$$

且

$$h = h(n, \theta_i, \theta_1, \theta_2) = \frac{m_1 \cdot n_2 \cdot r_p(\theta_i) t_s(\theta_i) t'_s(\theta_i) - n_1 \cdot m_2 \cdot r_s(\theta_i) t_p(\theta_i) t'_p(\theta_i)}{m_1 \cdot m_2 \cdot r_p(\theta_i) t_p(\theta_i) t'_p(\theta_i) + n_1 \cdot n_2 \cdot r_s(\theta_i) t_s(\theta_i) t'_s(\theta_i)}, \quad (4.33)$$

其中

$$m_1 = \cos\theta_1 + \sin\theta_1, \quad (4.34)$$

$$n_1 = \cos\theta_1 - \sin\theta_1, \quad (4.35)$$

$$m_2 = \cos\theta_2 + \sin\theta_2, \quad (4.36)$$

$$n_2 = \cos\theta_2 - \sin\theta_2, \quad (4.37)$$

$$r_p(\theta_i) = \frac{n'^2 \cos\theta_i - \sqrt{n'^2 - \sin^2\theta_i}}{n'^2 \cos\theta_i + \sqrt{n'^2 - \sin^2\theta_i}}, \quad (4.38)$$

$$r_s(\theta_i) = \frac{\cos\theta_i - \sqrt{n'^2 - \sin^2\theta_i}}{\cos\theta_i + \sqrt{n'^2 - \sin^2\theta_i}}, \quad (4.39)$$

$$t_p(\theta_i) = \frac{1}{n'} [r_p(\theta_i) + 1], \quad (4.40)$$

$$t_s(\theta_i) = r_s(\theta_i) + 1, \quad (4.41)$$

$$t'_p(\theta_i) = \frac{2n'' \cos\alpha}{n''^2 \cos\alpha + \sqrt{n''^2 - \sin^2\alpha}}, \quad (4.42)$$

$$t'_s(\theta_i) = \frac{2 \cos\alpha}{\cos\alpha + \sqrt{n''^2 - \sin^2\alpha}}, \quad (4.43)$$

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{\sin\theta_i}{n'}\right). \quad (4.44)$$

將實驗條件 $|\Delta\psi'|\cong 0.03^\circ$ 、 $|\Delta\theta_i|=0.001^\circ$ 、 $|\Delta d_1|=|\Delta d_2|=0.001^\circ$ 及所測量的對掌性溶液的  $n$  與  $g$  值代入 Eq. (4.30)，可得到 $|\Delta n|\cong 5\times 10^{-4}$ 。

由 Eqs. (4.8)、(4.11)、(4.12)及(4.21)可看出，當  $n'$  接近 1 時，信號  $I_1$  會變得太弱而無法測到。為了克服這個缺點，玻璃平板  $G$  的折射率必須適當的選擇，使得  $G$  的折射率與溶液的平均折射率之間的差愈大愈好。

## 4.5 小結

在本章中，我們提出了一種新型的光學外差偏極計並對其操作原理及結果加以說明。當旋光光源穿過對掌性溶液或經一非吸收材料反射，會產生相位差變化。相位差的變化可經由旋光外差干涉術精確的測出。將此量到的相位差代入推導的公式，並利用數值方法即可同時計算出對掌性物質的對掌參數與平均折射率。這種新的偏極計除了可同時測出兩參數外，且同時有共光程干涉儀及外差干涉儀的優點。

## 參考資料

1. G. L. Cote, M. D. Fox, and, and R. B. Northrop, "Noninvasive optical polarimetric glucose sensing using a true phase technique," *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **39**, 752-756 (2000).
2. P. K. Yang, and J. Y. Huang, "Sum-frequency generation from an isotropic chiral medium," *J. Opt. Soc. Am. B* **15**, 1698-1706 (1998).
3. M. P. Silverman, N. Ritchie, G. M. Cushman, and B. Fisher, "Experiment configurations using optical phase modulation to measure chiral asymmetries in light specularly reflected from a naturally gyrotropic medium," *J. Opt. Soc Am. A* **5**, 1852-1862 (1988).
4. T. W. King, G. L. Cote, R. McNichols, and M. K. Goetz, "Multispectral polarimetric glucose detection using a single Pockels cell," *Opt. Eng.* **33**, 2746-2753 (1994).
5. H. J. King, C. Chou, H. Chang, and Y. C. Huang, "Concentration measurements in chiral media using optical heterodyne polarimeter," *Opt. Commun.* **110**, 259-262 (1994).
6. C. Chou, Y. C. Huang, C. M. Feng, and M. Chang, "Amplitude sensitive optical heterodyne and phase lock-in technique on small optical rotation angle detection of chiral liquid," *Jpn. J. Appl. Phys.* **36**, 356-359 (1997).
7. M. H. Chou, J. Y. Lee, and D. C. Su, "Refractive-index measurement based on the effects of total internal reflection and the uses of heterodyne interferometry," *Appl. Opt.* **36**, 2936-2939 (1997).
8. M. H. Chou, J. Y. Lee, and D. C. Su, "A method for measuring Brewster's angle by circularly polarized heterodyne interferometry," *J. Opt.* **29**, 349-353 (1998).
9. D. J. Caldwell ,and H. Eyring, "*Theory of Optical Activity*", Wiley, New York (1971), Ch. 1.
10. S. Huard, "*Polarization of Light*", Wiley, New York (1997), Ch.5.
11. M. P. Silverman, and J. Badoz, "Multiple reflection from isotropic chiral media and the enhancement of chiral asymmetry," *J. Electromagn. Wave Appl.* **6**, 587-601 (1992).
12. S. E. Koomin, and D. C. Meredith, "*Computational Physics*," Addison-Wesley, MA (1990), Ch.2.
13. R. C. Weast (ed), "*CRC Handbook of Chemistry and Physics*," Chemical Rubber, Boca Raton, 61<sup>st</sup>, ed. (1981), D227-270, E418.
14. M. H. Chiu, J. Y. Lee, and D. C. Su, "Complex refractive-index measurement based on Fresnel's equations and the uses of heterodyne interferometry," *Appl. Opt.* **38**, 4047-4052 (1999).

# 第五章 測量對掌性物質高精確度光學外差偏極計

## 5.1 前言

在生物科技的檢測中，生物體中的對掌性物質濃度往往都不高，例如人類的血糖濃度 [1]，因此造成光學旋轉角的旋轉角度也不大，一般的光學偏極計的量測精確度有限 [2-7]，所以對於旋角角度很小的對掌性物質，較不易量測。

為了克服此一困難，本章提出一種高精確度光學外差偏極計，可用於測量光學旋轉角度很小的對掌性物質。其原理是當經過待測物並且由 Mach-Zehnder 干涉儀所輸出的兩組外差光源，分別經過幾個偏光元件後再干涉；當偏光元件的方位角在適當的條件下，干涉信號中關於光學旋轉角的相位差會被放大，而被放大的相位差可利用外差干涉術測量出來，同時光學旋轉角也可被估計出來。由於相位差放大的關係，光學旋轉角的量測解析度也會被提高。同時，因為量測解析度提高，所以所需待測物的厚度可以縮短，使得所需待測物的量也跟著減少。

## 5.2 原理

本方法的設計架構圖如 Fig. 5.1 所示。為了方便起見，定+z 軸為光行進方向，x 軸為水平方向。一水平偏振光經過一快軸與 x 軸夾  $\theta_h/2$  的二分之一波片 H 後，其 Jones vector 可表示為

$$E_i = \begin{pmatrix} \cos \theta_h \\ \sin \theta_h \end{pmatrix}. \quad (5.1)$$

此線性偏振光繼續通過快軸在 x 方向上的電光調制器。外加驅動器產生一個鋸齒波電壓訊號驅動電光晶體。鋸齒波的角頻率與振幅分別為  $\omega$  及  $V_{\lambda/2}$ 。因此經過電光晶體後，光的 Jones vector 變成

$$\begin{aligned} E'_i &= EO(\omega t) \cdot E_i \\ &= \begin{pmatrix} e^{i\omega t/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\omega t/2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_h \\ \sin \theta_h \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos \theta_h \cdot e^{i\omega t/2} \\ \sin \theta_h \cdot e^{-i\omega t/2} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (5.2)$$

其次，此光束進入如 Fig. 5.1 所示，由偏極分光鏡 PBS、兩個面鏡  $M_a$  及  $M_b$  與分光器 BS 所組成的 Mach-Zehnder 干涉儀中，待測物 S 放在其中一光程中。光束被偏極分光器 (PBS) 分成兩路徑：(a)  $PBS \rightarrow M_a \rightarrow S \rightarrow BS$  及 (b)  $PBS \rightarrow M_b \rightarrow BS$ ，其中待測物置於路徑 (a) 中。穿透的

p-偏光與反射的 s-偏光在分光器處重疊產生電場  $E_t$ ，可表示為

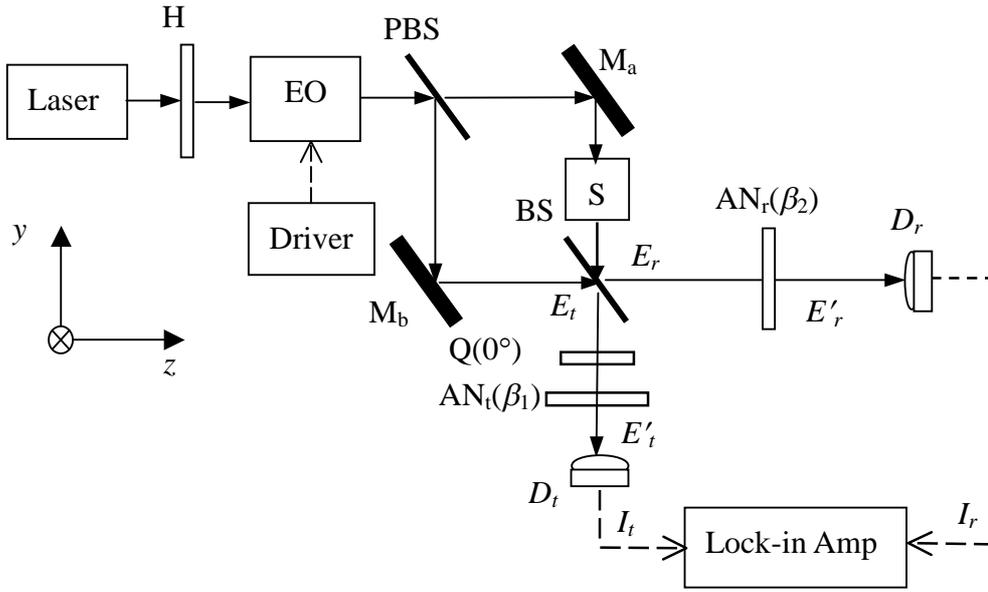


Fig. 5.1 高精確度光學外差偏極計

$$\begin{aligned}
 E_t &= E_{p1} + E_{s1} \\
 &= \cos \theta_p \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} e^{i[(\omega t/2) - \phi_{Ma}]} + \sin \theta_p \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-i[(\omega t/2) + kd + \phi_{Mb} + (\phi_{BS}/2)]}, \quad (5.3)
 \end{aligned}$$

而穿透的 s-偏光與反射的 p-偏光則在 BS 處合成為電場  $E_r$ ，可表示為

$$\begin{aligned}
 E_r &= E_{p2} + E_{s2} \\
 &= \cos \theta_p \begin{pmatrix} \cos \theta \cdot e^{i\phi_{BS}/2} \\ \sin \theta \cdot e^{-i\phi_{BS}/2} \end{pmatrix} e^{i[(\omega t/2) - \phi_{Ma}]} + \sin \theta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-i[(\omega t/2) + kd + \phi_{Mb}]}, \quad (5.4)
 \end{aligned}$$

其中下標 p 與 s 代表 p-與 s-偏光，1 與 2 代表從 BS 輸出的光，而  $\theta$  對掌性物質的光學旋轉角。令  $d$  為兩臂的光程差、 $\phi_{BS}$  為 p-與 s-偏光在 BS 反射所引進的相位差， $\phi_{Ma}$  與  $\phi_{Mb}$  則是面鏡  $M_a$  與  $M_b$  所引進的相位差。振幅為  $E_t$  的光束經過一個快軸在 x 軸的四分之一波片  $Q(0^\circ)$  與一穿透軸和水平軸夾  $\beta_1$  角的檢偏板  $AN_t(\beta_1)$  後可表示為

$$\begin{aligned}
 E'_t &= AN_t(\beta_1) \cdot Q(0^\circ) \cdot E_t \\
 &= \begin{pmatrix} \cos^2 \beta_1 & \sin \beta_1 \cos \beta_1 \\ \sin \beta_1 \cos \beta_1 & \sin^2 \beta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \\
 &\times \left\{ \cos \theta_p \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} e^{i[(\omega t/2) - \phi_{Ma}]} + \sin \theta_p \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-i[(\omega t/2) + kd + \phi_{Mb} + (\phi_{BS}/2)]} \right\}
 \end{aligned}$$

$$= [A_1 \cos \theta_p \cdot e^{i[(\omega t/2)+\phi_t-\phi_{Ma}]} + A_2 \sin \theta_p \cdot e^{-i[(\omega t/2)+kd-(\pi/2)+\phi_{Mb}+(\phi_{BS}/2)]}] \begin{pmatrix} \cos \beta_1 \\ \sin \beta_1 \end{pmatrix}. \quad (5.5)$$

而光偵測器  $D_t$  所測得的強度為

$$I_t = |E'_t|^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\omega t + \psi_t), \quad (5.6)$$

其中

$$\psi_t = \phi_t + kd + (\phi_{BS}/2) + (\phi_{Mb} - \phi_{Ma}) - (\pi/2), \quad (5.7)$$

$$\phi_t = \tan^{-1}(\tan \beta_1 \tan \theta), \quad (5.8)$$

$$A_1 = \cos \theta_p \sqrt{(\cos \beta_1 \cos \theta)^2 + (\sin \beta_1 \sin \theta)^2}, \quad (5.9)$$

且

$$A_2 = \sin \theta_p \sin \beta_1. \quad (5.10)$$

另一方面，振幅為  $E_r$  的光束通過穿透軸與  $x$  軸夾  $\beta_2$  的檢偏板  $AN_r(\beta_2)$  後，其 Jones vector 可寫為

$$\begin{aligned} E'_r &= AN_r(\beta_2) \cdot E_r \\ &= \begin{pmatrix} \cos^2 \beta_2 & \sin \beta_2 \cos \beta_2 \\ \sin \beta_2 \cos \beta_2 & \sin^2 \beta_2 \end{pmatrix} \\ &\times \left\{ \cos \theta_p \begin{pmatrix} \cos \theta \cdot e^{i\phi_{BS}/2} \\ \sin \theta \cdot e^{-i\phi_{BS}/2} \end{pmatrix} e^{i[(\omega t/2)-\phi_{Ma}]} + \sin \theta_p \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-i[(\omega t/2)+kd+\phi_{Mb}]} \right\} \\ &= [B_1 \cos \theta_p \cdot e^{i[(\omega t/2)+\phi_r-\phi_{Ma}]} + B_2 \sin \theta_p \cdot e^{-i[(\omega t/2)+kd+\phi_{Mb}]}] \begin{pmatrix} \cos \beta_2 \\ \sin \beta_2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (5.11)$$

其中

$$\psi_r = kd + (\phi_{Mb} - \phi_{Ma}) + \phi_r, \quad (5.13)$$

$$\phi_r = \tan^{-1} \left[ \frac{\cos(\beta_2 + \theta)}{\cos(\beta_2 - \theta)} \tan\left(\frac{\phi_{BS}}{2}\right) \right], \quad (5.14)$$

$$B_1 = \cos \theta_p \sqrt{\cos^2 \beta_2 \cos^2 \theta + \sin^2 \beta_2 \sin^2 \theta + \frac{1}{2} \sin 2\theta \sin 2\beta_2 \cos \phi_{BS}}, \quad (5.15)$$

且

$$B_2 = \sin \theta \sin \beta_2. \quad (5.16)$$

接著信號  $I_r$  與  $I_t$  則送入鎖相放大器做相位分析，則可得到兩信號之間的相位差  $\Delta\psi (= \psi_t - \psi_r)$  之值；由於  $\Delta\psi$  可以寫為

$$\begin{aligned} \Delta\psi &= \psi_t - \psi_r \\ &= (\phi_t - \phi_r) - (\pi/2) + (\phi_{BS}/2) \\ &= \phi - (\pi/2) + (\phi_{BS}/2). \end{aligned} \quad (5.17)$$

因此要得到相位差  $\phi (= \phi_t - \phi_r)$ ，則必須要先知道  $\phi_{BS}$ 。為了求得  $\phi_{BS}$ ，可先將系統中的待測物移開，讓兩信號  $I_r$  與  $I_t$  直接送入鎖相放大器，因為沒有待測物的關係，所以相位差  $\phi=0$ ，而由鎖相放大器可以讀到相位差  $\Delta\psi'$ 。將此結果代入 Eq. (5.17)，即可求得  $\phi_{BS}$  [8]。將所獲得的  $\phi_{BS}$  值代入 Eq. (5.17)，即可得到  $\phi = \Delta\psi + (\pi/2) - (\phi_{BS}/2)$ 。

最後，將 Eqs (5.8) 與 (5.14) 兩式相減可得

$$\begin{aligned} \phi &= \tan^{-1}(\tan \beta_1 \tan \theta) - \tan^{-1}\left(\frac{(\cos \beta_2 + \theta)}{(\cos \beta_2 - \theta)} \tan\left(\frac{\phi_{BS}}{2}\right)\right) \\ &= \tan^{-1}\left(\frac{\tan \beta_1 \cdot \tan \theta \cdot \cos(\beta_2 - \theta) - \tan(\phi_{BS}/2) \cdot \cos(\beta_2 + \theta)}{\cos(\beta_2 - \theta) + \tan \beta_1 \cdot \tan(\phi_{BS}/2) \cdot \tan \alpha \cdot \cos(\beta_2 + \theta)}\right), \end{aligned} \quad (5.18)$$

由上式可知，光學旋轉角  $\theta$  為相位差  $\phi$  的函數，所以可以解得光學旋轉角為

$$\theta = -\tan^{-1}\left\{\frac{[C(1-EF) - D(E-F)] - \sqrt{[C(1-EF) - D(E-F)]^2 + 4CD(1+EF)(E+F)}}{2CD(1+EF)}\right\}. \quad (5.19)$$

其中  $C = \tan \beta_1$ ,  $D = \tan \beta_2$ ,  $E = \tan \phi$ , 及  $F = \tan(\phi_{BS}/2)$ 。

### 5.3. 實驗與結果

在本實驗中，我們測量二分之一波片在不同方位角下所產生的光學旋轉角及重量百分比濃度分別為：0.1%、0.5%、1%、10%、15%及 20%的六種不同葡萄糖溶液。每種溶液置放於一長 10mm 的石英玻璃盒中。波長 632.8nm 的氬氫雷射被電光晶體調制器所調制，做為外差光源。外差光源的 p- 與 s-偏光間的頻差為 1kHz。為了有較佳的對比度，我們選擇

$\theta_h=3.5^\circ$ 、 $\beta_1=88.0^\circ$  及  $\beta_2=85.0^\circ$  且  $\phi_{BS}=25.5^\circ$  已先被測量出。首先，我們將二分之一波片置入干涉儀當做測試樣本。測量結果如 Fig. 5.2 中之“o”所示，曲線則為理論計算值。Fig. 5.2 的縱軸代表相位差  $\phi$ ，橫軸代表光學旋轉角  $\theta$  且  $\theta$  為二分之一波片快軸方位角  $\theta_h$  的 2 倍。為了比較，我們將本方法(曲線 A)與一般光學外差偏極計(曲線 B)的  $\phi$  對  $\theta$  之理論曲線表示於圖中，由圖中可以看到，在小角度的區域內，曲線 A 的斜率幾乎為曲線 B 的 15 倍，因此本方法的解析度約比一般光學外差偏極計高一個級數。

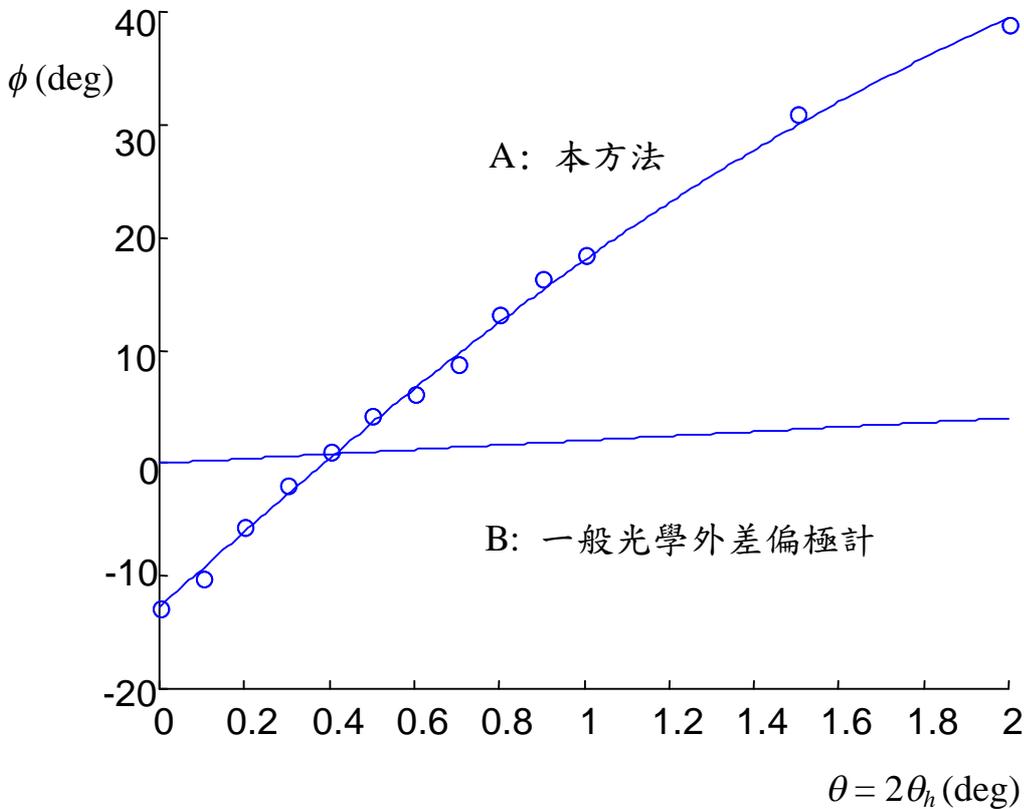


Fig. 5.2 以二分之一波片為樣本的  $\phi$  與  $\theta$  的測量結果與理論曲線圖

Table 5.1 高精確度光學外差偏極計對不同濃度的葡萄糖溶液之量測結果

Solutions	$\phi$	$\theta$	$\theta_{ref}$
Glucose(w=0.1%)	-12.880	-0.00389	-0.00448
Glucose(w=0.5%)	-13.563	-0.02415	-0.02240
Glucose(w=1%)	-14.322	-0.04677	-0.04480
Glucose(w=10%)	-28.660	-0.47499	-0.46502
Glucose(w=15%)	-37.080	-0.73489	-0.71187
Glucose(w=20%)	-44.790	-0.98510	-0.96858

$\phi$  (degree): 量測相位差 ;  $\theta$  (degree): 光學旋轉角;

$\theta_{ref}$  (degree): 由參考論文 9,12 及 13 所計算而得之光學旋轉角

[ $\theta_s$ ]: 比旋光度:  $44.8 \text{ deg} \cdot (\text{g/cc})^{-1} \cdot \text{dm}^{-1}$ .

至於不同濃度的葡萄糖液量測之 $\phi$ 對 $\theta$ 值則列於 Table 5.1 中，比光旋度  $[\theta_s]$ 也列於其中。

比光旋度的定義為 $[\theta_s]=\frac{\theta}{C \cdot L}$ ，其中 C 為對掌性物質的濃度，L 為光通過物質的光程長。 $[\theta_s]$

的值可由 Ref.[6,9,10]獲得。我們將所得之參考數值代入 $[\theta_s]=\frac{\theta}{C \cdot L}$ 計算，可得旋轉角 $\theta_{\text{ref}}$ 的相關參考值，並將其列於 Table 5.1 以便比較。

## 5.4 討論

為了得到解析度 $\Delta\theta$ ，我們計算  $\tan\phi$  與其微分。由 Eq. (5.18)，我們得到

$$\tan\phi = \left( \frac{\tan\beta_1 \cdot \tan\theta \cdot \cos(\beta_2 - \theta) - \tan(\phi_{BS}/2) \cdot \cos(\beta_2 + \theta)}{\cos(\beta_2 - \theta) + \tan\beta_1 \cdot \tan(\phi_{BS}/2) \cdot \tan\alpha \cdot \cos(\beta_2 + \theta)} \right). \quad (5.20)$$

當 $\theta$ 不大( $\theta < 1^\circ$ )，Eq. (5.20)可寫成

$$\tan\phi \cong \left( \frac{\tan\beta_1 \cdot \tan\theta - \tan(\phi_{BS}/2)}{1 + \tan\beta_1 \cdot \tan(\phi_{BS}/2) \cdot \tan\theta} \right), \quad (5.21)$$

且誤差  $\Delta\theta$  and  $\Delta\phi$  為

$$\Delta\theta \cong \frac{1}{\sec^2\theta} \left[ \frac{\sec^2(\phi_{BS}/2)\sec^2\phi}{(1 - \tan\phi_{BS} \tan\phi)\tan\beta_1} \right] \Delta\phi. \quad (5.21)$$

考慮二次諧波誤差、偏振混合誤差[11]與鎖相放大器角解析度，則系統相位誤差 $\Delta\phi$ 為 $0.0014^\circ$ 。將實驗條件  $\beta_1=88.0^\circ$ 、 $\beta_2=85.0^\circ$ 、 $\phi_{BS}=25.5^\circ$  及  $\Delta\phi=0.0014^\circ$ 代入 Eq. (5.21)，我們可以得到  $\Delta\theta=6 \times 10^{-5}$  度。

## 5.5 小結

在本章中，我們提出了一種方法，可將光學旋轉角的量測解析度提高，而應用於測量光學旋轉角不大時。當經過待測物並且由 Mach-Zehender 干涉儀所輸出的兩外差光束，分別經過幾個偏光元件後再干涉；當偏光元件的方位角在適當的條件下，干涉信號中關於光學旋轉角的相位差會被放大，而被放大的相位差可利用外差干涉術測量出來同時光學旋轉角也可被估計。由於相位差放大的關係，光學旋轉角的量測解析度也會提高。同時，因為量測解析度提高，因此所要求之待測物的厚度可以減小。本架構僅需一般外差光學偏極計厚度的 1/15。本方法所得到之光學旋轉角的量測解析度為  $6 \times 10^{-5}$  度。

## 參考文獻

1. A. Lakhtakia (Ed.), “*Selected Papers on Natural Optical Activity*,” SPIE, Bellingham (1990).
2. E. Charney(Ed.), “*The Molecular Basis of Optical Activity*,” Krieger, Malabar (1985), Ch.1.
3. H. J. King, C. Chou, H. Chang, and Y. C. Huang, “Concentration measurements in chiral media using optical heterodyne polarimeter,” *Opt. Commun.* **110**, 259-262 (1994).
4. T. W. King, G. L. Cote, R. McNichols, and M. K. Goetz, “Multispectral polarimetric glucose detection using a single Pockels cell,” *Opt. Eng.* **33**, 2746-2753 (1994).
5. C. Chou, Y. C. Huang, C. M. Feng, and M. Chang, “Amplitude sensitive optical heterodyne and phase lock-in technique on small optical rotation angle detection of chiral liquid,” *Jpn. J. Appl. Phys.* **36**, 356-359 (1997).
6. G. L. Cote, M. D. Fox, and, and R. B. Northrop, “Noninvasive optical polarimetric glucose sensing using a true phase technique,” *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **39**, 752-756 (2000).
7. C. M. Feng, Y. C. Huang, J. G. Chang, M. Chang, and C. Chou, “ A true phase sensitive optical heterodyne polarimeter on glucose concentration measurement,” *Opt. Commun.* **141**, 314-321 (1997).
8. M. H. Chou, J. Y. Lee, and D. C. Su, “Refractive-index measurement based on the effects of total internal reflection and the uses of heterodyne interferometry,” *Appl. Opt.* **36**, 2936-2939 (1997).
9. N. Berova, K. Nakanishi, R. W. Woody (Eds.), “*Circular Dichroism: Principles and Applications*,” 2nd ed., Wiley, New York (2000), Ch.1.
10. R. C. Weast (ed), “*CRC Handbook of Chemistry and Physics*,” Chemical Rubber, Boca Raton, 61<sup>st</sup> (1981), ed., D227-270, E418.
11. M. H. Chiu, J. Y. Lee, and D. C. Su, “Complex refractive-index measurement based on Fresnel’s equations and the uses of heterodyne interferometry,” *Appl. Opt.* **38**, 4047-4052 (1999).

# 第六章 測量散射性對掌性物質之光學外差偏極計

## 6.1 前言

一般光學外差偏極計測量對掌性物質的光學旋轉角主要是針對非散射性的對掌性物質而言。然而在實際生命體中，往往都有其它的雜散物質存在，而且由於一般的光學外差偏極計都是 pre-configuration 架構[1-5]（即移頻器置於待測物之前）的關係，使得在量測時，因為光在含有雜散物質的對掌性物質中產生多重散射[6-8]，而引進額外的誤差，造成光學偏極計無法精確測出光學旋轉角。

在本章中，首先說明一般光學外差偏極計如何引進額外的相位差。同時，為了克服此一缺點，本章也提出了 post-configuration 的架構[9]（即是將移頻器置於待測物之後的架構），先讓線性偏光通過待測物，再經過四分之一波片與一快軸在特殊角度的二分之一波片，並由電光晶體調制穿透光束中含有偏光的部分，最後經過檢偏板，讓 p-與 s-偏光干涉，得到干涉信號。由於四分之一波片與二分之一波片的關係，干涉信號中用於決定光學旋轉角的相位差會被放大。之後將干涉信號經過帶通濾波器後，可將因非偏光(unpolarized light)所引進的額外信號去除，只剩欲求的信號與相位差被測到，如此可避免額外的誤差。此外，由於所測量的相位差可被放大，因此除了光學旋轉角的量測解析度提高，也可使測試物的厚度縮減，如此更可減低因散射所造成的解偏極(depolarization)與解同調(decoherence)的困擾[8]。

## 6.2 散射所引進的額外相位差

基於 pre-configuration 的一般光學偏極計系統架構可如 Fig. 6.1 所示。當一雷射光源經過一個由外加驅動器(由波形產生器 FG 與線性電壓放大器 LVA 所組成)

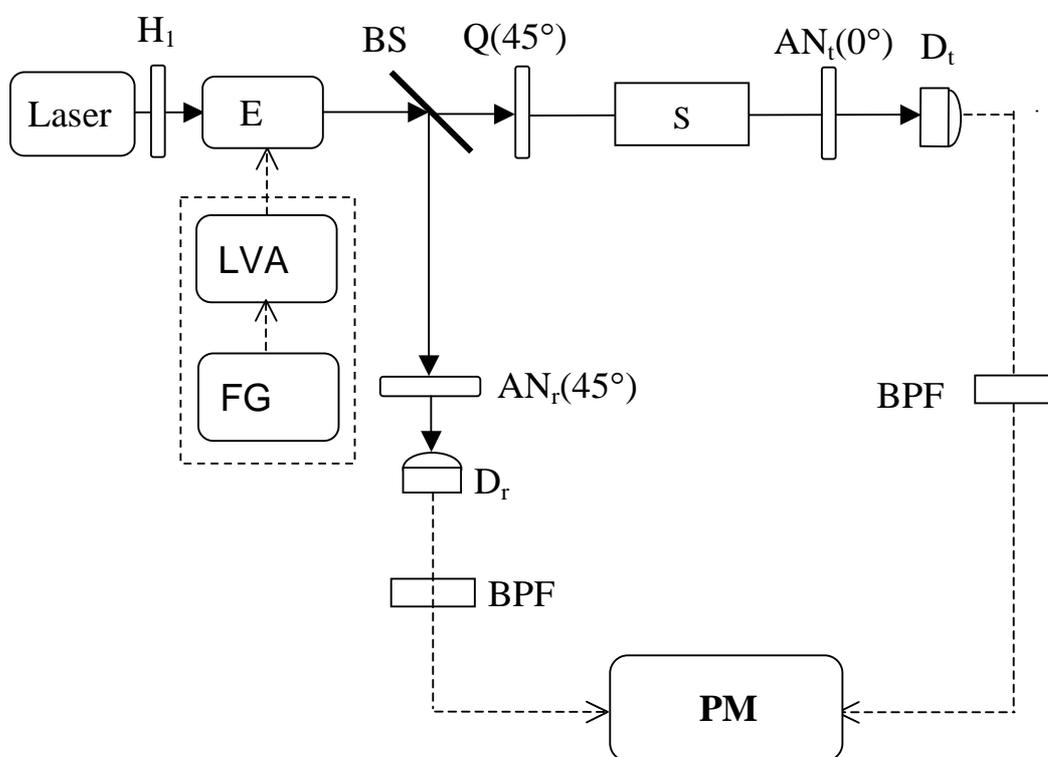


Fig. 6.1 Pre-configuration 之光學外差偏極計

所驅動的電光晶體 EO 調變後，產生外差光源，其 Jones vector 可表示為

$$\begin{aligned}
 E_0 &= EO(\omega t) \cdot E_{in} \\
 &= \begin{pmatrix} e^{i\frac{\omega t}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\omega t}{2}} \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\frac{\omega t}{2}} \\ e^{-i\frac{\omega t}{2}} \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

之後外差光源被分光器 BS 分成兩道光束：反射光束經過穿透軸與 x 軸夾 45° 的檢偏板 AN<sub>r</sub> 後，由光偵測器 D<sub>r</sub> 接收，其電場形式為

$$\begin{aligned}
 E_r &= AN_r(45^\circ) \cdot BS \cdot E_0 \\
 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\phi_{BS}/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\phi_{BS}/2} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\frac{\omega t}{2}} \\ e^{-i\frac{\omega t}{2}} \end{pmatrix} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cos\left(\frac{\omega t}{2} + \frac{\phi_{BS}}{2}\right) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix},
 \end{aligned} \tag{6.2}$$

光偵測器 D<sub>r</sub> 所測得的強度為

$$I_r = \frac{1}{2} [1 + \cos(\omega t + \phi_{BS})]. \tag{6.3}$$

其中  $\phi_{BS}$  為 p-與 s-偏光於 BS 反射時，所引進的相位差。將此信號送入相位計 PM，做為參考信號；另一方面，穿透光經過快軸與 x 軸夾 45° 的四分之一波片後，產生旋光外差光束，其 Jones vector 可表示為

$$\begin{aligned}
 E_1 &= Q(45^\circ) \cdot E_0 \\
 &= \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\omega t/2} \\ e^{-i\omega t/2} \end{pmatrix} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} e^{i\omega t/2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} e^{-i\omega t/2}.
 \end{aligned} \tag{6.4}$$

旋光外差光束通過未含散射物質之對掌性物質及穿透軸在 x 軸的檢偏板 AN<sub>t</sub> 後，由光偵測器 D<sub>t</sub> 接收，其 Jones vector 可表示為

$$E_t = AN_t(0^\circ) \cdot S \cdot E_1$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} e^{i\omega t/2} + \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} e^{-i\omega t/2+i\pi/2} \right] \\
&= \frac{1}{2\sqrt{2}} \left( e^{i[(\omega t/2)-\theta]} + e^{-i[(\omega t/2)-\theta-\pi/2]} \right) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{6.5}
\end{aligned}$$

光偵測器所測得之光強度為

$$\begin{aligned}
I_t &= |E_t|^2 = \frac{1}{4} [1 + \cos(\omega t - 2\theta - \pi/2)] \\
&= \frac{1}{4} [1 + \cos(\omega t + \psi - \pi/2)], \tag{6.6}
\end{aligned}$$

其中  $\theta$  為對掌性物質的光學旋轉角。此強度經過帶通濾波器並送入相位計後，做為測試信號。相位計將參考信號與測試信號做相位比較，即可得到相位差並求得光學旋轉角。

上述的量測步驟主要是針對待測物為非散射性，但當旋光外差光束經過具有散射性的待測物後，由於解偏極與解同調的關係，使得旋光外差光束產生旋光與非偏光的混合[10]。而非偏光經過檢偏板後又變成具有調變頻率的偏光，進而干涉產生了額外的信號，此結果我們可用 Mueller matrices 的方法來說明。假設旋光外差光束經過只含散射物質而不具對掌性物質的待測物後，其 Stokes vector 為[11-13]

$$\begin{aligned}
S_1 &= M \cdot M_{\lambda/4}(45^\circ) \cdot M_{EO}(\omega t) \cdot S_0 \\
&= M_{11} \begin{pmatrix} 1 & M_{12} & 0 & 0 \\ M_{21} & M_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{33} & M_{34} \\ 0 & 0 & M_{43} & M_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \omega t & -\sin \omega t \\ 0 & 0 & \sin \omega t & \cos \omega t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
&= M_{11} \begin{pmatrix} 1 - M_{12} \sin \omega t \\ M_{21} - M_{22} \sin \omega t \\ M_{33} \cos \omega t \\ M_{43} \cos \omega t \end{pmatrix}, \tag{6.7}
\end{aligned}$$

其中  $M$ 、 $M_{\lambda/4}$  及  $M_{EO}$  分別表示散射物質、慢軸與 x 軸夾  $45^\circ$  的四分之一波片與調變角頻差為  $\omega$  之電光晶體調變器的 Mueller matrices， $S_0$  則表示線性偏振光之 Stokes vector。根據偏極度(degree of polarization)的定義[11]，我們有

$$p = \frac{\sqrt{(M_{21} - M_{22} \sin \omega t)^2 + (M_{33}^2 + M_{43}^2) \cos^2 \omega t}}{1 - M_{12} \sin \omega t}, \tag{6.8}$$

因為  $M_{12}$ 、 $M_{21}$  與  $M_{43}$  的值和  $M_{33}$  及  $M_{22}$  相比是非常小且接近 0，所以為了計算方便，我們將其忽略不計，因此上式可得

$$p \cong \sqrt{(M_{22} \sin \omega t)^2 + (M_{33} \cos \omega t)^2}. \quad (6.9)$$

所以非偏光的程度可表為

$$p_{unp} \cong 1 - p = 1 - \sqrt{M_{22}^2 \sin^2 \omega t + M_{33}^2 \cos^2 \omega t}. \quad (6.10)$$

由 Eqs. (6.9)及(6.10)，則 Eq. (6.7)可表示成

$$S_1 = S_p + S_{unp} \cong M_{11} \begin{pmatrix} p \\ -M_{22} \sin \omega t \\ M_{33} \cos \omega t \\ 0 \end{pmatrix} + M_{11} \begin{pmatrix} P_{unp} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (6.11)$$

其中  $S_p$  表示偏光的 Stokes vector，而  $S_{unp}$  表示非偏光的 Stokes vector。由於在散射物質濃度低的情況下， $M_{22}$  與  $M_{33}$  相等，但在濃度高的情況下， $M_{22}$  與  $M_{33}$  數值接近，但不相等[14]。為了方便分析起見，我們仍假設  $M_{22} \approx M_{33}$ ，因此  $p \approx M_{22} \approx M_{33}$ ，所以 Eq. (6.11) 的第一項之 Stokes vector 即可近似為經過調變且頻差為  $\omega$  的左右旋光(形式如 Eq. (6.4))。為了瞭解旋光與非偏光在通過檢偏板並且干涉之後的相位差，所以我們用 Jones vector 來表示偏光與非偏光通過穿透軸在 x 方向的檢偏板後的電場，其形式為[11]

$$E_{out} = \left( A_L e^{i\omega t/2} + A_R e^{-i\omega t/2} + \sqrt{\frac{M_{11} P_{unp}}{2}} \right) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (6.12)$$

而光偵測器  $D_t$  所測得之強度為

$$I_{out} = |E_{out}|^2 = A_L^2 + A_R^2 + \frac{M_{11} P_{unp}}{2} + 2A_L A_R \cos(\omega t) + (A_L + A_R) \sqrt{\frac{M_{11} P_{unp}}{2}} \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right). \quad (6.13)$$

我們令  $M_{33} = M_{22} + \Delta M$  並將 Eq. (6.9) 代入上式可得

$$\begin{aligned}
I_{out} = & (A_L^2 + A_R^2) \\
& + \frac{M_{11} \left[ 1 - \sqrt{M_{22}^2 + (2\Delta MM_{22} + \Delta M^2) \cos^2 \omega t} \right]}{2} + 2A_L A_R \cos(\omega t) \\
& + (A_L + A_R) \sqrt{\frac{M_{11} P_{ump}}{2}} \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right).
\end{aligned} \tag{6.14}$$

經過整理可得

$$I_{out} = I_0 + I_1 \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right) + (I_2 + 2A_R A_L) \cos(\omega t), \tag{6.15}$$

其中

$$I_0 = A_L^2 + A_R^2, \tag{6.16}$$

$$I_1 = (A_L + A_R) \sqrt{\frac{M_{11} P_{ump}}{2}}, \tag{6.17}$$

且

$$I_2 = \frac{M_{11}}{2} \left[ 1 - \sqrt{M_{22}^2 + (2\Delta MM_{22} + \Delta M^2) \cos^2 \omega t} \right]. \tag{6.18}$$

利用泰勒展開式對  $I_2$  展開，可以得到

$$\begin{aligned}
I_2 = & \frac{M_{11}}{2} \left[ 1 - M_{22} \left( 1 - \frac{\left( \frac{(2\Delta MM_{22} + \Delta M^2)}{M_{22}} \right)^2}{\sqrt{1 - \left( \frac{(2\Delta MM_{22} + \Delta M^2)}{M_{22}^2} \right)}} \cos \omega t + \dots + \right) \right] \\
= & \frac{M_{11}(1 - M_{22})}{2} + \frac{M_{11}(2\Delta MM_{22} + \Delta M^2)}{2M_{22} \sqrt{1 - \left( \frac{(2\Delta MM_{22} + \Delta M^2)}{M_{22}^2} \right)}} \cos \omega t + \dots + \\
= & C_0 + C_1 \cos \omega t + \dots +,
\end{aligned} \tag{6.19}$$

將 Eq. (6.19) 代入 Eq. (6.15) 可以得到

$$I_{out} = I_0 + I_1 \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right) + [(C_1 + 2A_R A_L) \cos \omega t + C_0 + \dots]. \quad (6.20)$$

輸出信號經過中心頻率為 $\omega$ 的帶通率波器後，得到

$$I'_{out} = (C_1 + 2A_R A_L) \cos \omega t. \quad (6.21)$$

Eq. (6.21) 是假設只含散射物質而不含對掌性物質所推得。當含有對掌性物質時，必須考慮光學旋轉角所引入的相位差，因此 Eq. (6.21) 變為

$$I'_{out} = C_1 \cos \omega t + 2A_R A_L \cos(\omega t + \psi). \quad (6.22)$$

其中  $\psi = -2\theta$  為對掌性物質之光學旋轉角所引進的相位差。經過整理上式可表示為

$$I'_{out} = I'_2 \cos(\omega t + \psi'), \quad (6.23)$$

其中

$$\psi' = \tan^{-1}\left(\frac{2A_R A_L \sin \psi}{C_1 + 2A_R A_L \cos \psi}\right). \quad (6.24)$$

因此額外的相位差為

$$\begin{aligned} \Delta\psi = \psi' - \psi &= \tan^{-1}\left(\frac{2A_R A_L \sin \psi}{C_1 + 2A_R A_L \cos \psi}\right) - \psi \\ &= -\tan^{-1}\left(\frac{C_1 \tan \psi}{C_1 + 2A_R A_L \sec \psi}\right). \end{aligned} \quad (6.25)$$

由 Eq. (6.25) 可知，若將散射性掌性物質置於調變器之後，會因為非偏光的影響產生額外相位差，而影響量測結果。

### 6.3 原理

根據前面所述，一般光學外差偏極計無法精確測量散射性對掌性物質的光學旋轉角。為了克服此一問題，提出了 post-configuration [9] 的光學外差偏極計，其設計架構圖如 Fig. 6.2 所示。為了方便起見，我們以光的行進方向做為 +z 軸，水

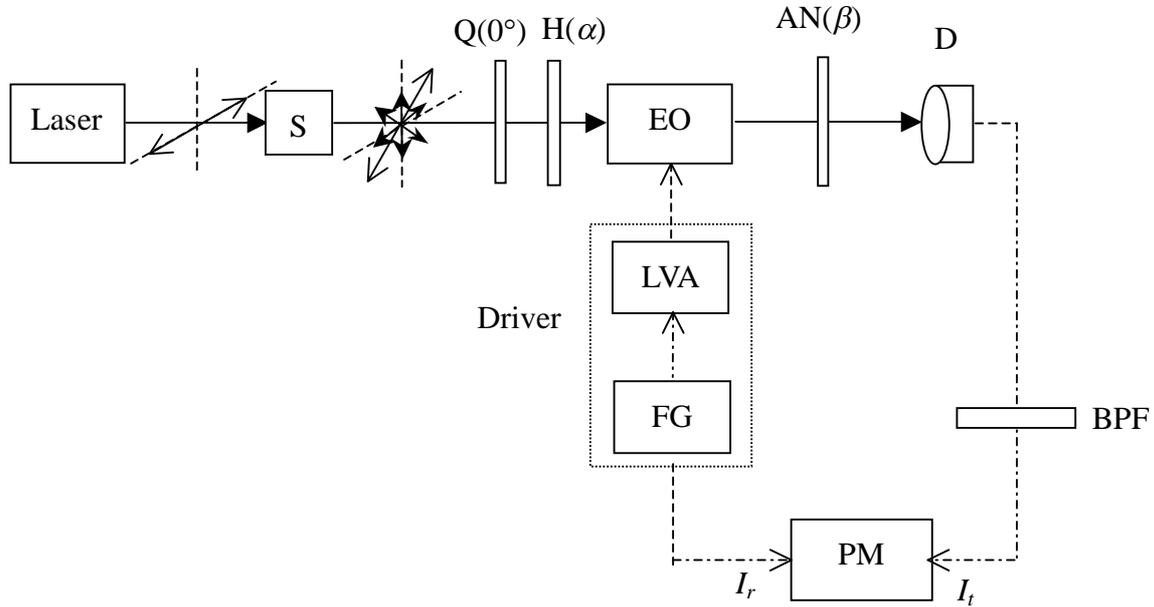


Fig. 6.2 Post-configuration 之光學外差偏極計

平軸為 x-軸。一偏極方向在水平方向的雷射光，經過長度為  $L$  並且含有散射物質的對掌性溶液的玻璃盒 (S)。因為受散射物質的影響，所以穿透光會變成部分偏極，而部分偏極光又可視為偏極光與非偏極光互不影響的混合。偏光部份的電場形式可表示如下

$$\begin{aligned}
 E_1 &= S(\theta) \cdot E_{in} \\
 &= A_1 \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 &= A_1 \begin{pmatrix} \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 \end{pmatrix} e^{i\phi}, \tag{6.26}
 \end{aligned}$$

其中  $\theta_1$  代表對掌性物質對線偏光所產生的光學旋轉角， $\phi$  則代表散射物質在某個光頻下所引進的相位差[15]。因為偏光會受延遲器(retarder)的影響，所以當電場  $E_1$  的光分別經過一快軸在 x 軸上的四分之一波片 Q 和一快軸與 x 軸夾  $\alpha$  的二分之一波片 H 後，其 Jones vector 可表示為

$$\begin{aligned}
 E_2 &= H(\alpha) \cdot Q(0^\circ) E_1 \\
 &= \begin{pmatrix} \cos 2\alpha & \sin 2\alpha \\ \sin 2\alpha & -\cos 2\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \left[ A_1 \begin{pmatrix} \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 \end{pmatrix} e^{i\phi} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= A_1 \begin{pmatrix} \cos 2\alpha \cos \theta_1 + i \sin 2\alpha \sin \theta_1 \\ \sin 2\alpha \cos \theta_1 - i \cos 2\alpha \sin \theta_1 \end{pmatrix} e^{i\phi} \\
&= \begin{pmatrix} B_1 e^{i\phi_1} \\ B_2 e^{i\phi_2} \end{pmatrix} e^{i\phi}, \tag{6.27}
\end{aligned}$$

其中

$$\phi_1 = \tan^{-1}(\tan 2\alpha \cdot \tan \theta_1), \tag{6.28}$$

$$\phi_2 = -\tan^{-1}(\cot 2\alpha \cdot \tan \theta_1), \tag{6.29}$$

$$B_1 = A_1 \sqrt{(\cos 2\alpha \cos \theta_1)^2 + (\sin 2\alpha \sin \theta_1)^2}, \tag{6.30}$$

及

$$B_2 = A_1 \sqrt{(\sin 2\alpha \cos \theta_1)^2 + (\cos 2\alpha \sin \theta_1)^2}. \tag{6.31}$$

當電場  $E_2$  的光經過電光晶體 EO 調變後，其 Jones vector 可如下所示

$$\begin{aligned}
E_3 &= EO(\omega t) E_2 \\
&= \begin{pmatrix} e^{i\omega t/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\omega t/2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_1 e^{i\phi_1} \\ B_2 e^{i\phi_2} \end{pmatrix} e^{i\phi} \\
&= \begin{pmatrix} B_1 e^{i(\omega t/2 + \phi_1)} \\ B_2 e^{-i(\omega t/2 - \phi_2)} \end{pmatrix} e^{i\phi}. \tag{6.32}
\end{aligned}$$

之後偏光的電場  $E_3$  與非偏光部份經過穿透軸與水平軸夾  $\beta$  的檢偏板 AN 後，由光偵測器 D 接收。最後偏光與非偏光的 Jones vector 為

$$\begin{aligned}
E_{out} &= AN(\beta) \cdot (E_3 + \text{unpolarized light}) \\
&= [\cos \beta \cdot B_1 e^{i(\omega t/2 + \phi_1 + \phi)} + \sin \beta \cdot B_2 e^{-i(\omega t/2 - \phi_2 - \phi)} + u] \cdot \begin{pmatrix} \cos \beta \\ \sin \beta \end{pmatrix}. \tag{6.33}
\end{aligned}$$

其中  $u$  表示非偏光經過檢偏板後的強度。光偵測器 D 所測得之光強度可表示為

$$\begin{aligned}
I_{out} &= |E_{out}|^2 \\
&= (\cos \beta \cdot B_1)^2 + (\sin \beta \cdot B_2)^2 + u^2 + \sin 2\beta \cdot B_1 B_2 \cos(\omega t + \phi_1 - \phi_2) \\
&\quad + 2(u) \left[ \cos \beta \cdot B_1 \cos\left(\frac{\omega t}{2} + \phi_1 + \phi\right) + \sin \beta \cdot B_2 \cos\left(\frac{\omega t}{2} - \phi_2 - \phi\right) \right] \\
&= I_0 + U \cos\left(\frac{\omega t}{2} + \varphi_a\right) + 2B_1 B_2 \cos(\omega t + \psi_1), \tag{6.34}
\end{aligned}$$

其中

$$I_0 = (\cos \beta \cdot B_1)^2 + (\sin \beta \cdot B_2)^2 + u^2, \tag{6.35}$$

$$U = 2u \sqrt{(\cos \beta \cdot B_1)^2 + (\sin \beta \cdot B_2)^2 + \sin 2\beta \cdot B_1 B_2 \cos[(\phi_1 + \phi_2 + \phi)]}, \tag{6.36}$$

$$\varphi_a = -\tan^{-1} \left( \frac{\cos \beta \cdot B_1 \sin(\phi_1 + \phi) - \sin \beta \cdot B_2 \cos(\phi_2 + \phi)}{\cos \beta \cdot B_1 \cos(\phi_1 + \phi) + \sin \beta \cdot B_2 \sin(\phi_2 + \phi)} \right), \tag{6.37}$$

及

$$\begin{aligned}
\psi_1 &= \phi_1 - \phi_2. \\
&= \tan^{-1}(\tan 2\alpha \tan \theta_1) + \tan^{-1}(\cot 2\alpha \tan \theta_1). \tag{6.38}
\end{aligned}$$

為了要將 Eq. (6.34) 中之角頻率為  $\omega$  的信號濾出，讓信號經過一中心角頻率為  $\omega$  的帶通濾波器，則測試信號可變為

$$I'_{out} = 2B_1 B_2 \cos(\omega t + \psi_1). \tag{6.39}$$

另一方面，加在電光晶體的電子調制信號，可輸至相位計中作為參考信號  $I_r$ 。此參考信號可表示為：

$$I_r = \frac{1}{2} [1 + \cos(\omega t)]. \tag{6.40}$$

將測試信號  $I'_t$  與參考信號  $I_r$  送入鎖相放大器比較，可以得到由待測物的光學活性所引進的相位差  $\psi_1$ 。此外，由 Eq. (6.38) 可以知道，當二分之一波片的穿透軸  $\alpha$  接近  $45^\circ$  時，並且所測之光學旋轉角不大時，則相位差  $\psi$  可近似為

$$\psi_1 \cong \tan^{-1}(\tan 2\alpha \tan \theta_1), \tag{6.41}$$

因此只要得到相位差  $\psi_1$ ，即可求出旋轉角  $\theta_1$ 。

## 6.4 實驗與結果

為了驗證本方法的可行性，我們在室溫 22°C 下測量重量濃度分別為 5%、10% 及 15% 且含有濃度 0.5 mg/ml 的 polystyrene latex spheres 之葡萄糖溶液。波長 632.8nm 的氦氖雷射為實驗中所使用的光源。待測溶液置於長度  $L=5\text{mm}$  的方形玻璃盒中。電光晶體 EO (Model 4002 Broadband, Newfocus) 則是使用於調制偏振光，使測試光的 p-與 s-偏極之間產生頻差為 1kHz 的信號。為了放大相位差與考慮對比度的關係，我們令  $\alpha=42^\circ$  及  $\beta=8^\circ$ 。角解析度為  $0.01^\circ$  的自製相位計則用於測量相位差。實驗結果如 Table 6.1 所示。此外我們也以 Fig. 6.1 架構，測量不含散射物質與含散射物質之相同濃度的葡萄糖溶液，以比較將調制器置於前後的差異性，其結果也列於 Table 6.1 中。由表中的量測結果可以發現，當以 Fig. 6.1 的架構測量含散射性的葡萄糖溶液，其相位差  $\psi'$  會比不含散射性物質的葡萄糖溶液的相位差  $\psi$  多出約  $3\sim 4^\circ$ ，而將調制器置於散射性葡萄糖溶液後如 Fig. 6.2 所示，所測之相位差不受散射物質的影響。

Table 6.1 Pre- 及 post- configuration 之光學外差偏極計對散射性葡萄糖溶液之量測結果

Solutions	$\psi$	$\theta$	$\psi'$	$\psi_1$	$\theta_1$
Glucose(w=5%)	-0.24	-0.120	-3.25	-1.15	-0.121
Glucose(w=10%)	-0.48	-0.240	-3.68	-2.36	-0.248
Glucose(w=15%)	-0.73	-0.365	-4.15	-3.53	-0.372

$\psi$  (deg): 以 Fig. 6.1 測量不含散射物質之葡萄糖液的相位差;

$\psi'$  (deg): 以 Fig. 6.1 測量含散射物質之葡萄糖液的相位差

$\theta$  (deg): 由  $\psi$  計算所得之光學旋轉角;

$\psi_1$  (deg): 以 Fig. 6.2 測量含散射物質之葡萄糖溶液的相位差;

$\theta_1$  (deg): 由  $\psi_1$  計算所之光學旋轉角。

## 6.5 討論

為了得到解析度 $\Delta\theta$ ，我們計算  $\tan\theta$  並對其微分。由 Eq. (6.41)，可以得到

$$\tan\theta_1 = \frac{\tan\psi_1}{\tan 2\alpha}, \quad (6.42)$$

由上式可得誤差  $\Delta\theta_1$  與  $\Delta\psi_1$  的關係為

$$\Delta\theta_1 = \frac{\sec^2\psi_1}{\tan 2\alpha \sec^2\theta_1} \Delta\psi_1. \quad (6.43)$$

考慮偏振旋混合誤差、二次諧波誤差[16]與相位計解析度，可以得到系統總相位誤差約為  $\Delta\psi_1=0.01^\circ$ 。將實驗條件  $\alpha=42^\circ$ 、 $\Delta\psi_1$  與表中實驗結果到 Eq. (6.43)，我們可以得到  $\Delta\theta_1 \cong 0.001^\circ$ 。

## 6.6 小結

在本章中，說明了 pre-configuration 之光學外差偏極計如何產生額外的相位差而影響量測精確度，並且也提出了 post-configuration 之光學外差偏極計以解決此一問題，使得在測量散射性對掌性物質時，能夠精確得到光學旋轉角。此外，由於本架構中，一些設置在特殊條件下的偏光元件，使得待測相位差可被放大，因而也提高了光學旋轉角的量測解析度。

## 參考文獻

1. H. J. King, C. Chou, H. Chang, and Y. C. Huang, "Concentration measurements in chiral media using optical heterodyne polarimeter," *Opt. Commun.* **110**, 259-262 (1994).
2. T. W. King, G. L. Cote, R. McNichols, and M. K. Goetz, "Multispectral polarimetric glucose detection using a single Pockels cell," *Opt. Eng.* **33**, 2746-2753 (1994).
3. C. Chou, Y. C. Huang, C. M. Feng, and M. Chang, "Amplitude sensitive optical heterodyne and phase lock-in technique on small optical rotation angle detection of chiral liquid," *Jpn. J. Appl. Phys.* **36**, 356-359 (1997).
4. G. L. Cote, M. D. Fox, and R. B. Northrop, "Noninvasive optical polarimetric glucose sensing using a true phase technique," *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **39**, 752-756 (2000).
5. C. M. Feng, Y. C. Huang, J. G. Chang, M. Chang, and C. Chou, "A true phase sensitive optical heterodyne polarimeter on glucose concentration measurement," *Opt. Commun.* **141**, 314-321 (1997).
6. I. A. Vitkin, and E. Hoskinson, "Polarization studies in multiply scattering chiral media," *Opt. Eng.* **39** 383-362 (2000).
7. I. A. Vitkin, R. D. Laszlo, and C. L. Whyman, "Effects of molecular asymmetry of optically active molecules on the polarization properties of multiply scattered light," *Optics Express* **10**, 222-229 (2002).
8. G. Jarry, E. Steimer, V. Damaschini, M. Epifanie, M. Jurczak, and R. Kaiser, "Coherence and polarization of light propagating through scattering media and biological tissues," *Appl. Opt.* **37**, 7357-7367 (1998).
9. M. P. Silverman, "*Waves and grains*," Prinveton, New Jersey (1998), Ch.13.
10. B. E. A. Salech, and M. C. Tecich, "*Fundamentals of Photonics*," JohnWiley & Sons, New York (1991), Ch.10.
11. S. Huard, "*Polarization of Light*," Wiley, New York (1997), Ch.4.
12. B. Kaplan, E. Compain, and B. Drevillon, "Phase-modulated Mueller ellipsometry characterization of scattering by latex sphere suspensions," *Appl. Opt.* **39**, 629-636 (2000).
13. B. Kaplan, G. Ledanois, and B. Drevillon, "Mueller matrix of dense polystyrene latex sphere suspensions: measurements and Monte Carlo simulation," *Appl. Opt.* **40**, 2769-2777 (2001).
14. C. F. Bohren, and D. R. Huffman, "Absorption and Scattering of Light by Small Particles," John Wiley & Sons, New York (1983), Ch. 13.
15. C. Chou, W. C. Kuo, T. S. Hsieh, and H. K. Teng, "A phase sensitive optical rotation measurement in a scattered chiral medium using a Zeeman laser," *Opt. Commun.* **230**, 259-266 (2004).
16. M. H. Chiu, J. Y. Lee, and D. C. Su, "Complex refractive-index measurement based on Fresnel's equations and the uses of heterodyne interferometry," *Appl. Opt.* **38**, 4047-4052 (1999).

## 第七章 測量對掌性物質反射式光學外差偏極計

### 7.1 前言

光學活性是對掌性物質的一種特性。對一個均向性對掌性物質，可以用 Drude-Born-Fedorov 關係式[1-3]來描述

$$\bar{D} = \varepsilon[\bar{E} + \beta \nabla \times \bar{E}], \quad (7.1a)$$

$$\bar{B} = \mu[\bar{H} + \beta \nabla \times \bar{H}], \quad (7.1b)$$

其中  $\beta$  為對掌性物質的旋轉係數(gyrotropy)， $\varepsilon$  為平均介電常數(average dielectric constant) 而  $\mu$  為磁導率(permeability)。利用 Maxwell's 方程式並假設光波為角頻率  $\omega_0$  的平面波且波向量為  $\bar{k} = k\hat{k}$ ，則 Eqs. (7.1a)與(7.1b)可表示為

$$\bar{D} = \varepsilon[\bar{E} + if(\bar{k} \times \bar{E})/nk_0], \quad (7.2a)$$

$$\bar{B} = \mu[\bar{H} + if(\bar{k} \times \bar{H})/nk_0], \quad (7.2b)$$

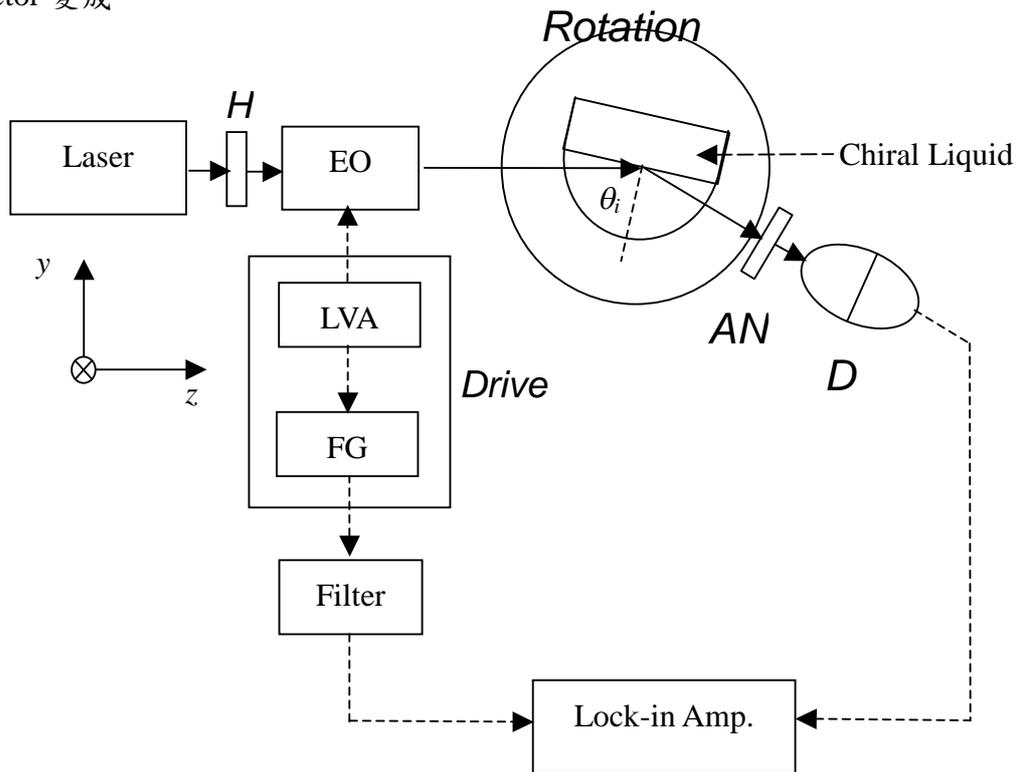
其中  $k_0 = \omega_0/c$ ， $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$  為平均折射率而  $f = (\varepsilon\mu)^{-1/2}k_0\beta$ 。若  $n_+$  及  $n_-$  分別代表對掌性液體中的左右圓偏極折射率，則可以得到  $n_{\pm} = n \pm g$ 。在這裡  $g$  代表對掌參數， $g$  也可表示為  $g = nf$ 。對許多有機與無機材料而言，對掌參數  $g$  遠小於 1 ( $g \approx 10^{-4} \sim 10^{-7}$ )[4]。由於對掌參數極小，以致於對從其介面反射的反射光強度或相位皆無明顯的影響。因此一般測量對掌參數的光學偏極計幾乎都是用光穿透的方式[5-8]。然而，若是待測物具有強吸收的特性，則要用穿透式光學偏極計測量對掌參數，會因為光不易穿透的關係，而無法量測。為了克服這些困難，本章提出反射式光學外差偏極計，希望將來能應用於測量強吸收性的對掌性物質的對掌參數。本方法的原理是讓一線性偏振光在半球玻璃與對掌性物質之間的介面反射，反射光經過一方位角在特定方向的檢偏板後干涉。當光的入射角微小於臨界角且入射光的偏極平面與檢偏板的穿透軸接近垂直的情形下，反射光 s-與 p-偏極之間的相位差會被放大 2 個數量級以上，並且使得相位差可以達到外差干涉術之可測範圍內[9,10]。將所測得之值代入推導的方程式中，即可求出對掌參數。此外，由於入射角接近臨界角時，相位差會發生急遽變化，所以根據此一特性，將所測得之最大相位差值的入射角訂為臨界角，並利用 Snell's law 將平均折射率求出。本方法的優點是能將對掌參數及平均折射率在同一架構下求出。此外，因為所使用的方式是反射式，所以待測物所需的量不多，並且可避免在測量強吸收性對掌性物質時光會被吸收的缺點。

### 7.2 原理

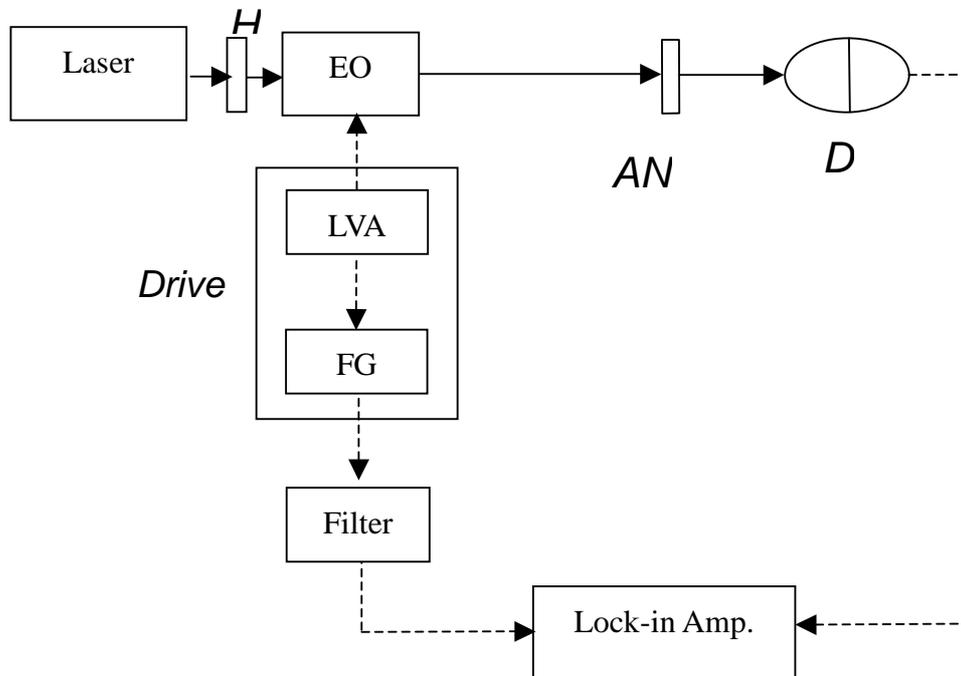
設計架構圖如 Fig. 7.1(a)所示。為了方便起見，我們令光的行進方向為+z，x 軸則為水平方向。一線性偏光經過一快軸與 x 軸夾  $\theta_h/2$  角的半波片 H 後，其 Jones vector 可表示為

$$E_i = \begin{pmatrix} \cos \theta_h \\ \sin \theta_h \end{pmatrix}. \quad (7.3)$$

之後，此線性偏振光經過一快軸在  $x$  軸方向的電光晶體 EO。電光晶體由波形產生器 FG 與線性電壓放大器 LVA 組成的驅動器產生鋸齒波驅動。驅動器所產生的鋸齒波角頻率與振幅分別為  $\omega$  與  $V_{\lambda/2}$  (電光晶體的半波電壓)。當電場  $E_i$  的光通過電光晶體調變後，其 Jones vector 變成



(a) 反射式光學外差偏極計



(b) 初始相位差量測裝置

Fig. 7.1

$$\begin{aligned}
E'_i &= EO(\omega t) \cdot E_i \\
&= \begin{pmatrix} e^{i\omega t/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\omega t/2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_h \\ \sin \theta_h \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \cos \theta_h \cdot e^{i\omega t/2} \\ \sin \theta_h \cdot e^{-i\omega t/2} \end{pmatrix}.
\end{aligned} \tag{7.4}$$

之後電場  $E'_i$  入射至折射率為  $n_0$  的半球玻璃，且在玻璃底面與對掌性液體之間以入射角  $\theta_i$  入射並反射。反射光經過穿透軸在  $\alpha$  角的檢偏板 AN 並進入一光偵測器 D 後，光的 Jones vector 可表示為

$$\begin{aligned}
E_t &= AN(\alpha)T_{ag}(0^\circ) \cdot S(R) \cdot T_{ga}(0^\circ) \cdot E'_i \\
&= \begin{pmatrix} \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t'_0 & 0 \\ 0 & t'_0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} t_0 & 0 \\ 0 & t_0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta_h \cdot e^{i\omega t/2} \\ \sin \theta_h \cdot e^{-i\omega t/2} \end{pmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} Ae^{i\left(\frac{\omega t}{2} + \delta_1\right)} + Be^{-i\left(\frac{\omega t}{2} - \delta_2\right)} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix},
\end{aligned} \tag{7.5}$$

其中  $S(R)$  表示光在對掌性液體介面反射的反射矩陣， $T_{ga}(0^\circ)$  及  $T_{ag}(0^\circ)$  分別表示空氣至半球玻璃與半球玻璃至空氣的 Jones matrices， $t_0$  及  $t'_0$  則分別表示所對應的穿透係數。由 Drude-Born-Fedorov 關係式、Maxwell 的方程式與 electrodynamic 邊界條件，對掌性物質的反射係數  $r_{11}$ 、 $r_{12}$ 、 $r_{21}$  及  $r_{22}$  可分別寫為[11,12]

$$r_{11} \cong \left[ (n/n_0)^2 \cos \theta_i - q_1 \right] / \left[ (n/n_0)^2 \cos \theta_i + q_1 \right], \tag{7.6a}$$

$$r_{22} \cong (\cos \theta_i - q_1) / (\cos \theta_i + q_1), \tag{7.6b}$$

$$r_{12} = -r_{21} = \frac{i \left[ \left( \frac{n}{n_0} \right)^2 (z_+ - z_-) \cos \theta_i \right]}{\left[ (\cos \theta + q_1) \left\{ \left( \frac{n}{n_0} \right)^2 \cos \theta_i + q_1 \right\} \right]}, \tag{7.6c}$$

且

$$q_1 = \left[ (n/n_0)^2 - \sin^2 \theta_i \right]^{1/2}, \tag{7.6d}$$

$$z_{\pm} = \cos \theta_{\pm}, \tag{7.6e}$$

$$z_+ - z_- \cong 2n_0 g \sin^2 \theta_i / n^2 q_1, \tag{7.6f}$$

$$A = t'_0 t_0 \cos \theta_h \cdot \sqrt{(r_{11} \cos \alpha)^2 - (r_{21} \sin \alpha)^2}, \quad (7.7a)$$

$$B = t'_0 t_0 \sin \theta_h \cdot \sqrt{-(r_{12} \cos \alpha)^2 + (r_{22} \sin \alpha)^2}, \quad (7.7b)$$

$$\delta_1 = \text{Arg}(r_{11} + r_{21} \cdot \tan \alpha), \quad (7.7c)$$

$$\delta_2 = \text{Arg}(r_{22} + r_{12} \cdot \cot \alpha), \quad (7.7d)$$

其中  $\theta_{\pm}$  分別代表左旋光與右旋光在對掌性溶液中的折射角，如 Fig. 7.2 所示[8]。因此偵測器 D 所測得的測試信號強度為

$$I_t = |E_t|^2 = A^2 + B^2 + 2AB \cos(\omega t + \phi), \quad (7.8)$$

其中  $\phi$  為

$$\phi = \delta_1 - \delta_2 = \text{Arg}(r_{11} + r_{21} \cdot \tan \alpha) - \text{Arg}(r_{22} + r_{12} \cdot \cot \alpha). \quad (7.9)$$

另一方面，由波形產生器 FG 所產生的電子信號經過濾波器後，可做為參考信號，其形式為

$$I_r = I[1 + \cos(\omega t + \phi_r)], \quad (7.10)$$

其中  $\phi_r$  為初始相位。如 Fig. 7.1(a)所示，參考與測試信號送入鎖相放大器，可以得到參考與測試信號之間的相位差

$$\phi' = \phi - \phi_r. \quad (7.11)$$

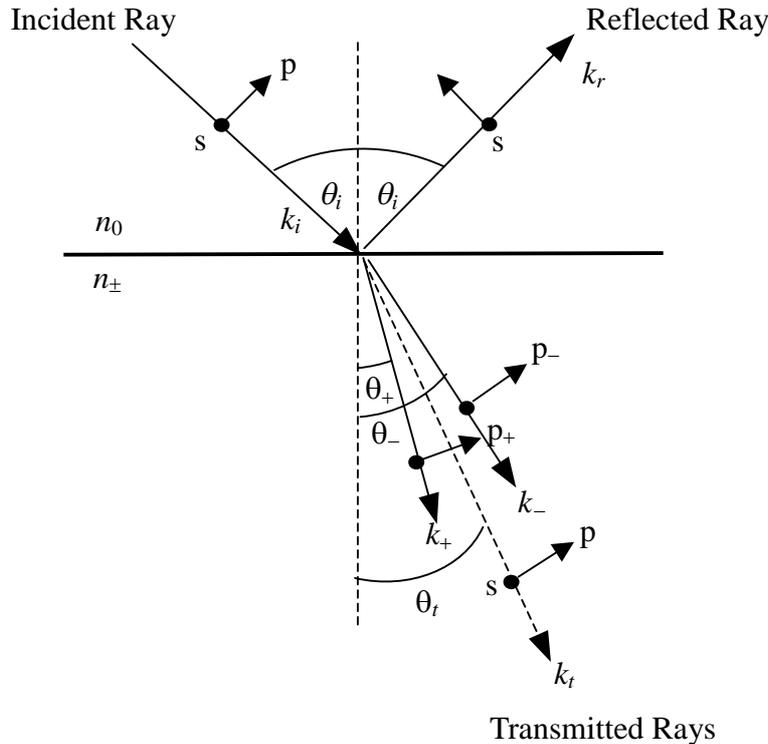


Fig. 7.2 光在對掌性質介面反射與穿透示意圖

為了要得到初始相位差 $\phi$ ，我們將半球玻璃與測試液體移開，讓光直接進入光偵測器 D，如 Fig. 7.1(b)所示。測試信號形式仍如 Eq. (7.8)所示，但此時相位差 $\phi=0$ 。由此可以在鎖相放大器上得到相位差 $-\phi$ 。將 $-\phi$ 代入 Eq. (7.11)，我們可以得到相位差 $\phi$ 。將 Eqs. (7.6a)-(7.6f)代入 Eq. (7.9)，我們可以得到

$$\begin{aligned}\phi &\cong -\tan^{-1}(M_1 g \tan \alpha) - \tan^{-1}(M_2 g \cot \alpha) \\ &= \tan^{-1}\left(\frac{-(M_1 \tan \alpha + M_2 \cot \alpha)g}{1 - M_1 M_2 g^2}\right),\end{aligned}\quad (7.12)$$

其中

$$M_1 = \frac{\sin 2\theta_i \cdot \sin \theta_i}{n_0 q_1 \left[ (\cos \theta + q_1) \left[ \left( \frac{n}{n_0} \right)^2 \cos \theta - q_1 \right] \right]},\quad (7.13a)$$

且

$$M_2 = \frac{\sin 2\theta_i \cdot \sin \theta_i}{n_0 q_1 \left[ (\cos \theta - q_1) \left[ \left( \frac{n}{n_0} \right)^2 \cos \theta + q_1 \right] \right]}.\quad (7.13b)$$

當 $\theta_i$  微小於臨界角 $\theta_c$ ，我們可以得到 $M_1 \cong M_2$ 。一般而言，對掌性溶液的對掌參數 $g$  小於 $10^{-4}$ ，而 $M_1$ 及 $M_2$  則在 $10^{-10^3}$ 的範圍內，因此我們可以知道 $M_1 M_2 \cdot g^2 \ll 1$ 。因此 Eq. (7.12)可以寫成

$$\begin{aligned}\phi &\cong \tan^{-1}[-(M_1 \tan \alpha + M_2 \cot \alpha)g] \\ &= \tan^{-1}\left\{ \frac{\sin 2\theta_i \sin \theta_i \cdot g}{n_0 q_1} \left[ \frac{\tan \alpha}{(\cos \theta_i + q_1) \left[ \left( \frac{n}{n_0} \right)^2 \cos \theta_i - q_1 \right]} + \frac{\cot \alpha}{(\cos \theta_i - q_1) \left[ \left( \frac{n}{n_0} \right)^2 \cos \theta_i + q_1 \right]} \right] \right\}.\end{aligned}\quad (7.14)$$

由上式可知，當 $\alpha$  接近 $0^\circ$ 或 $90^\circ$ 時， $|\phi|$  有極值。雖然相位差 $\phi$  與 $\theta_h$  無關，然而由 Eqs. (7.7a)及(7.7b)可知，測試信號的對比度與 $\theta_h$ 有關。為了增加測試信號對比度，下面兩種情況應該考慮：(i) 當 $\alpha$  接近 $0^\circ$ 時，則 $\theta_h$ 須接近 $90^\circ$ ；(ii)  $\alpha$  接近 $90^\circ$ 時， $\theta_h$ 須接近 $0^\circ$ 。結果，Eq. (7.14)可再寫為

$$g \cong \frac{n_0 q_1 \tan \phi}{\sin 2\theta_i \sin \theta_i} \left[ \frac{\tan \alpha}{(\cos \theta_i + q_1) \left[ \left( \frac{n}{n_0} \right)^2 \cos \theta_i - q_1 \right]} + \frac{\cot \alpha}{(\cos \theta_i - q_1) \left[ \left( \frac{n}{n_0} \right)^2 \cos \theta_i + q_1 \right]} \right]^{-1}.\quad (7.15)$$

由 Eq. (7.15)可知，若折射率 $n$ 與相位差 $\phi$  為已知，則可以得到對掌參數 $g$ 。

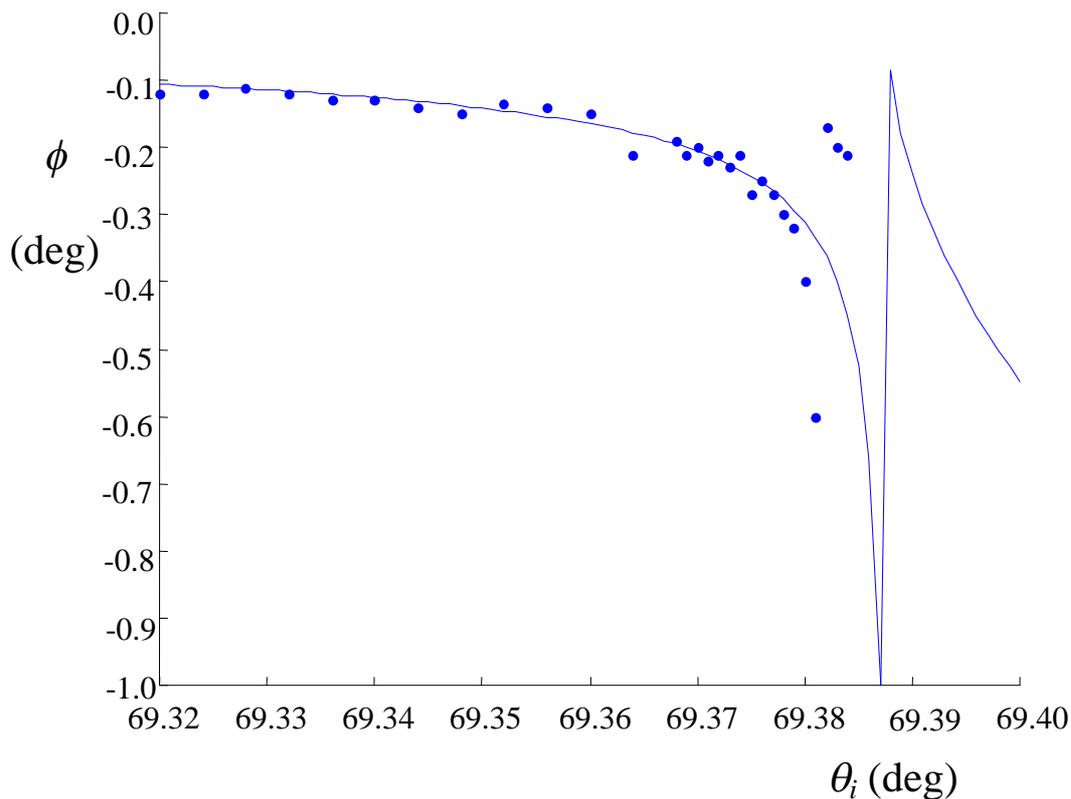
根據 Snell's law，我們可以得到  $n_+ = n_0 \sin \theta_{ic+}$  及  $n_- = n_0 \sin \theta_{ic-}$ ，其中  $\theta_{ic+}$  及  $\theta_{ic-}$  分別代表左旋光與右旋光的臨界角。由於  $n_+ - n_-$  的差極小，所以我們可以有  $\theta_{ic+} \cong \theta_{ic-} \cong \theta_{ic}$  的關係，其中  $\theta_{ic}$  是以對掌性溶液平均折射率計算所得到的臨界角。由 Eq. (7.14) 可以看到，當  $\theta_i \cong \theta_{ic}$  相位差  $\phi$  會急遽變化。根據這個現象， $\theta_{ic}$  可以精確的測到。將此量測值代入下式

$$n = n_0 \sin \theta_{ic}, \quad (7.16)$$

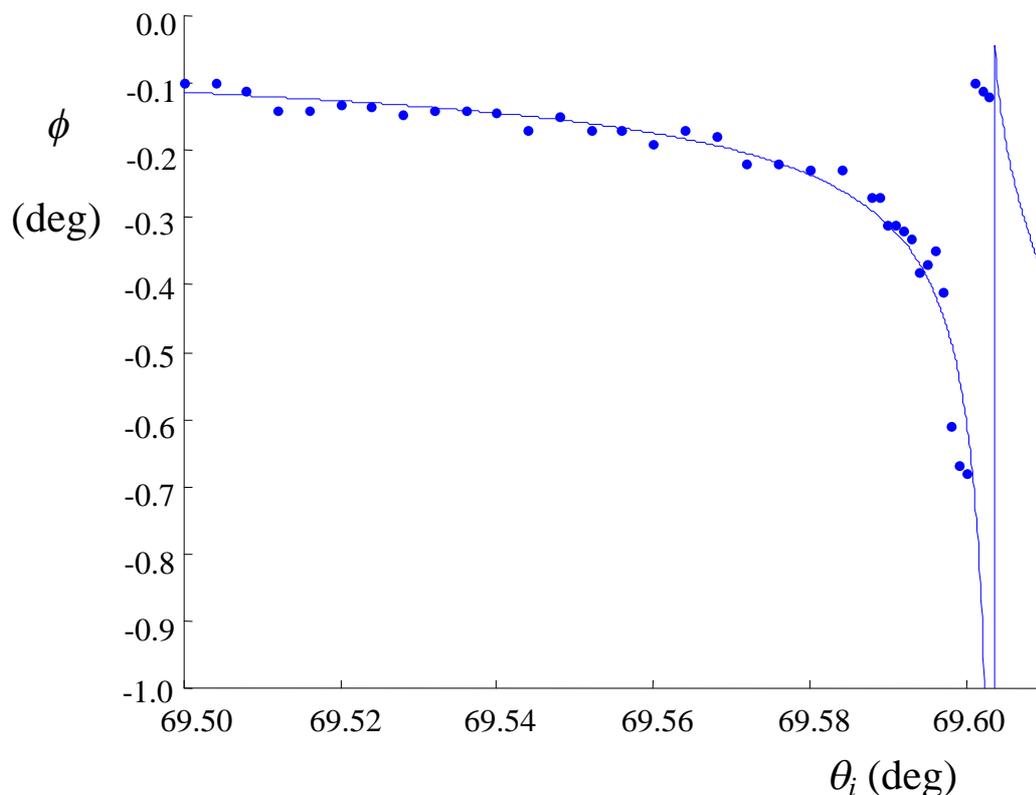
即可求得平均折射率  $n$ 。

### 7.3 實驗結果

為了驗證本方法的可行性，我們使用波長為 632.8nm 的氦氖雷射，並用半波電壓為 156V 的電光調制器 (Model 4002 Broadband, Newfocus) 調制雷射，使其產生頻差為 1kHz 的外差光源。待測物為重量百分均為 50% 的葡萄糖溶液與蔗糖溶液。折射率為  $n_0 = 1.51509$  的半球玻璃與對掌性液體一起被裝置在角解析度為  $0.001^\circ$  的精密旋轉台 (Model M-URM100PP, Newfocus) 上。角解度為  $0.001^\circ$  的鎖相放大器 (Model SR850, Standford) 則用於測量相位差。實驗是在  $\theta_i = 4^\circ$ 、 $\alpha = 88^\circ$  及室溫為  $20^\circ\text{C}$  的情況下操作。



(a) 50% 葡萄糖溶液相位差  $\phi$  對入射角  $\theta_i$  之量測結果與理論曲線圖



(b) 50% 蔗糖溶液相位差  $\phi$  對入射角  $\theta_i$  之量測結果與理論曲線圖

Fig. 7.3

首先，先讓待測物在旋轉台上緩慢旋轉以求出臨界角  $\theta_{ic}$ 。接下來在微小於臨界角  $\theta_{ic}$  附近，旋轉台以  $0.001^\circ$  旋轉，然後將相位差  $\phi$  測出。所測量的結果分別如 Figs. 7.3(a)與 7.3(b)所示，其中  $\bullet$  代表量測值，而實線是將參考值  $n_{ref}$  與  $g_{ref}$  代入 Eq. (7.14) 所得到。至於參考值  $n_{ref}$  是由 Ref. [13] 所求得，而  $g_{ref}$  可由下式獲得[14]

$$[\theta_s] = \frac{\theta(\text{deg})}{C_v \cdot L(\text{dm})} = \frac{\frac{2\pi}{\lambda} \cdot g_{ref} \cdot L(m) \cdot \frac{180}{\pi}}{C_v \cdot L(\text{dm})} = \frac{36}{\lambda} \frac{g_{ref}}{C_v}, \quad (7.17)$$

式中  $C_v(\text{g}/\text{cm}^3)$  代表體積濃度， $[\theta_s]$  ( $\text{deg}/(\text{dm g}/\text{cm}^3)$ ) 為比光旋度(可由 Ref. [6,13] 獲得)， $\theta$  為對掌性物質的光學旋轉角，而  $L$  為光通過對掌性液體的光程長。Table. 7.1 兩種待測物的實驗值與參考值。此外由 Ref. [6,13] 所得之  $[\theta_s]$  也列在其中。由 Fig. 7.3 可以明顯看到當  $\theta_i$  接近  $\theta_{ic}$  時， $|\phi|$  值會產生急遽變化。

Table 7.1 反射式光學外差偏極計對葡萄糖與蔗糖溶液之量測結果

Solution	$\theta_i$	$\phi$	$g(\times 10^7)$	$g_{ref}(\times 10^7)$	$\theta_{ic}$	$n$	$n_{ref}$
<hr/>							
saccharose							
( $C_w=50\%$ )	69.548°	-0.160°	6.4	6.2	69.600°	1.42007	1.4201
glucose							
( $C_w=50\%$ )	69.340°	-0.130°	4.9	4.8	69.381°	1.41804	1.4181

Note: 1.  $C_w$  : 重量百分比濃度

2. 葡萄糖在波長 632.8nm 下的比光旋度  $[\theta_s]=44.8$ 。

蔗糖溶液在波長 632.8nm 下的比光旋度  $[\theta_s]=55.85$ 。

## 7.4 討論

在一般偏極干涉儀中所使用  $\theta_i = \alpha = 45^\circ$  的條件下，當  $\theta_i < \theta_{ic}$  時，相位差  $|\phi|$  是在  $0-0.001^\circ$  的範圍內。 $\phi$  值在商業的高解析度相位計中極難測出。在我們的實驗中，我們可以將  $|\phi|$  的量測值增加到  $0.1-0.2^\circ$  的範圍內。由此結果可明顯看到  $|\phi|$  值提高了 2 個量級以上。當  $\theta_i > \theta_{ic}$  時，由於發生全反射，且相位差值  $\phi$  此時與對掌參數無關，在此情況下，對掌性液體的平均折射率也可藉 Ref. [9] 所提的全反射外差干涉術，從  $\phi$  值去求得。

由 Eq. (7.16) 我們可以得到

$$\Delta n = |n_0 \cos \theta_{ic}| \cdot \Delta \theta_i, \quad (7.18)$$

其中  $\Delta n$  及  $\Delta \theta_i$  分別表示  $n$  及  $\theta_i$  的誤差。將旋轉台的角解析度  $\Delta \theta_i = 0.001^\circ$  及 Table 7.1 中兩樣本的  $\theta_{ic}$  值分別代入 Eq. (7.18)，可以獲得實驗中兩測試樣本的平均折射率解析度  $\Delta n \cong 1 \times 10^{-5}$ 。

在我們的實驗條件下，Eq. (7.15) 可簡化成

$$g \cong - \frac{n_0 q_1 (\cos \theta_i + q_1) \left[ \left( \frac{n}{n_0} \right)^2 \cos \theta_i - q_1 \right] \phi}{2 \sin^2 \theta_i \cos \theta_i \tan \alpha}. \quad (7.19)$$

由上式，我們可以得到

$$\Delta g = \left| \frac{dg}{d\phi} \cdot \Delta \phi \right| + \left| \left( \frac{dg}{dq_1} \cdot \frac{dq_1}{d\theta} + \frac{dg}{d\theta} \right) \Delta \theta_i \right| + \left| \left( \frac{dg}{dq_1} \cdot \frac{dq_1}{dn} + \frac{dg}{dn} \right) \cdot \Delta n \right|, \quad (7.20)$$

其中  $\Delta g$ 、 $\Delta \phi$ 、 $\Delta \theta_i$  及  $\Delta n$  分別表示  $g$ 、 $\phi$ 、 $\theta_i$  及  $n$  的誤差。考慮二次諧波誤差、偏振混合誤差與鎖相放大器的解析度，實驗系統的相位誤差  $\Delta \phi$  為  $0.002^\circ$  [10]。將  $\Delta \theta = 0.001^\circ$ 、 $\Delta n \cong 1 \times 10^{-5}$ 、 $\alpha = 88^\circ$ 、 $n_0 = 1.51509$  及  $n$ 、 $g$  估計值代入 Eq. (7.20)，我們可以得到如 Fig. 7.4 所示之  $\Delta g$  對  $\theta_i$  的關係曲線圖。當  $\theta_i$  接近  $\theta_{ic}$  時，Eq. (7.20) 中的最末兩項會趨近無窮大，所以

$\Delta g$  會急遽變化，這個現象可由 Fig. 7.4 看出。此外，由圖中也可看到，當  $\theta_i$  分別在  $69.3\sim 69.35^\circ$  及  $69.45\sim 69.55^\circ$  的範圍內，兩測試樣本的解析度皆為  $\Delta g \cong 2 \times 10^{-8}$ 。

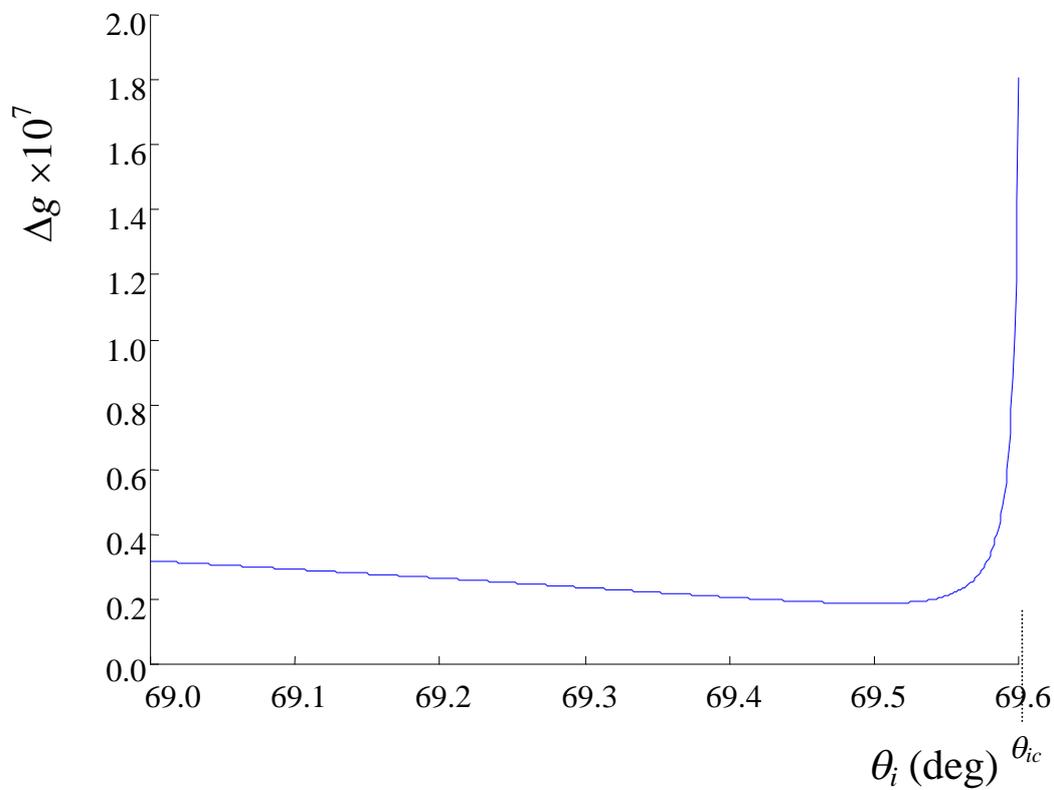
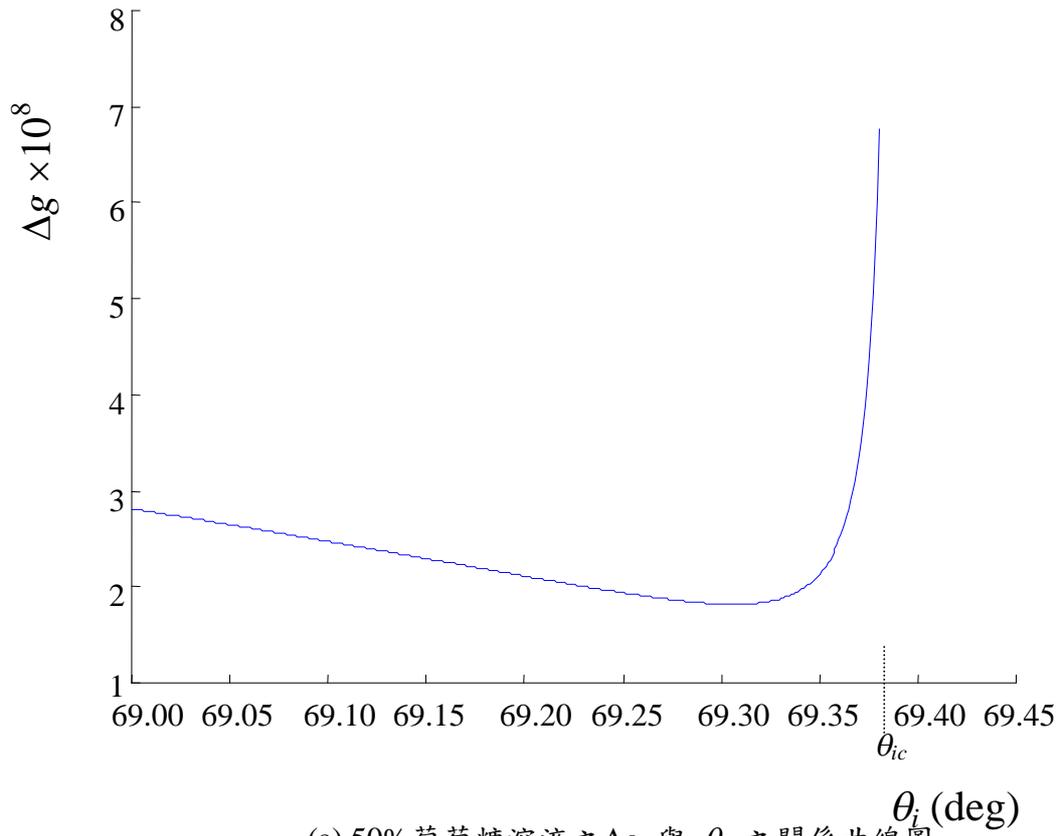


Fig. 7.4

## 7.5 小結

在本章中，我們提出了反射式光學外差偏極計測量對掌性物質的平均折射率與對掌參數。當光在半球玻璃與對掌性物質介面的入射角接近臨界角，且檢偏板的穿透軸設定於適當的條件下時，s-與 p- 偏極反射光之間的相位差會被增加到可測範圍。因為本架構是共光程且用外差干涉術量測，所以有高解析度與穩定度的優點。在實驗當中我們針對兩重量百分比皆為 50% 的葡萄糖溶液與蔗糖溶液分別去測量其平均折射率與旋轉參數，兩者的平均折射率與旋轉參數皆可得到  $1 \times 10^{-5}$  與  $2 \times 10^{-8}$  的精確度。

## 參考文獻

1. M. P. Silverman, J. Badoz, "Light reflection from a naturally optically active birefringent medium," *J. Opt. Soc. Am. A* **7**, 1163-1173 (1990).
2. M. P. Silverman, "Reflection and refraction at the surface of a chiral medium comparison of gyrotropic constitutive relations invariant or noninvariant under a duality transformation," *J. Opt. Soc. Am. A* **3**, 830-837 (1986).
3. M. P. Silverman, J. Badoz, and B. Briat, "Chiral reflection from a naturally optically medium," *Opt. Lett.* **17**, 886-888 (1992).
4. M. P. Silverman, N. Ritchie, G. M. Cushman, and B. Fisher, "Experiment configurations using optical phase modulation to measure chiral asymmetries in light specularly reflected from a naturally gyrotropic medium," *J. Opt. Soc. Am. A* **5**, 1852-1862 (1988).
5. H. J. King, C. Chou, H. Chang, and Y. C. Huang, "Concentration measurements in chiral media using optical heterodyne polarimeter," *Opt. Commun.* **110**, 259-262 (1994).
6. T. W. King, G. L. Cote, R. McNichols, and M. K. Goetz, "Multispectral polarimetric glucose detection using a single Pockels cell," *Opt. Eng.* **33**, 2746-2753 (1994).
7. C. Chou, Y. C. Huang, C. M. Feng, and M. Chang, "Amplitude sensitive optical heterodyne and phase lock-in technique on small optical rotation angle detection of chiral liquid," *Jpn. J. Appl. Phys.* **36**, 356-359 (1997).
8. G. L. Cote, M. D. Fox, and R. B. Northrop, "Noninvasive optical polarimetric glucose sensing using a true phase technique," *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **39**, 752-756 (2000).
9. M. H. Chiu, J. Y. Lee, and D. C. Su, "Refractive-index measurement based on the effects of total internal reflection and the uses of heterodyne interferometry," *Appl. Opt.* **36**, 2936-2939 (1997).
10. M. H. Chiu, J. Y. Lee, and D. C. Su, "Complex refractive-index measurement based on Fresnel's equations and the uses of heterodyne interferometry," *Appl. Opt.* **38**, 4047-4052 (1999).
11. M. P. Silverman, and J. Badoz, "Multiple reflection from isotropic chiral media and the enhancement of chiral asymmetry," *J. Electromagn. Wave Appl.* **6**, 587-601 (1992).
12. M. P. Silverman, and J. Badoz, "Large enhancement of chiral asymmetry in light reflection near critical angle", *Opt. Commun.* **74**, 129-133 (1989).
13. R. C. Weast (ed), "*CRC Handbook of Chemistry and Physics*," Chemical Rubber, Boca Raton, 61<sup>st</sup>, ed. (1981), D227-270, E418.
14. N. Berova, K. Nakanishi, R. W. Woody (Eds.), "*Circular Dichroism: Principles and Applications*," 2nd ed., Wiley, New York (2000), Ch.1.

## 第八章 結論

本報告探討了以外差干涉術為基礎的各種光學外差偏極計，包括了測量對掌性物質新型的光學外差偏極計、測量對掌性物質高精確度光學外差偏極計、測量散射性對掌性物質的光學外差偏極計及測量對掌性物質反射式光學外差偏極計等，其原理與實驗結果分別敘述於第四、五、六與七章中。

在第二章中，首先說明了外差干涉術的基本原理。接著說明了外差光源如何產生，其中也包括了外差干涉術中所使用的各種移頻器，以及本論文所使用之電光晶體的調制原理。其次，說明了外差干涉儀的基本架構。最後探討了外差干涉儀系統中所引進的偏振旋轉與偏振混合之週期非線性誤差。本論文除了本章之外，其餘各章內容簡述如下：

在第三章中，說明了光學偏極計的基本原理及對掌性物質的定義。接著並介紹幾種常見光學偏極計，如高精確度通用偏極計(HAUP)、準光學外差偏極計及一般光學外差偏極計等。

在第四章中，提出了一種測量對掌性物質新型的光學外差偏極計，其原理主要是利用特殊設計並裝有待測液的玻璃盒，使得本架構能夠同時測量對掌性物質的對掌參數與平均折射率。在本章中，我們除了說明其工作原理外，並且實際去量測葡萄糖溶液與蔗糖溶液，最後分析了與光學活性相關的對掌參數與平均折射率的量測精確度。

在第五章中，提出了測量對掌性物質高精確度光學外差偏極計，其原理主要是將光學系統中某些偏光元件設置在特殊條件下，使得含有對掌性物質的光學旋轉角之相位差被放大，因而使得量測解析度也被提高。為了驗證方法的可行性，我們首先以二分之一波片取代對掌性物質，最後再針對不同濃度的葡萄糖溶液去量測並且分析其精確度。此偏極計因為量測解析度較一般光學偏極計為高，所以適合用於測量較小的光學旋轉角。

在第六章中，提出了可測量散射性對掌性物質的光學外差偏極計，其原理主要是利用 post-configuration，即是將待測物置於移頻器之前，如此可將因散射物質所引進的額外相位差與訊號消除。此外，由於系統中某些偏光元件設置在特殊條件下，所以可使與光學旋轉角相關的相位差被放大，也因為這個關係，使得待測物的厚度可以被縮短，如此更能減低散射效應。為了驗證本方法的可行性，我們測量了含有聚苯乙烯微小散射球的葡萄糖溶液。此外，我們也討論了本方法的量測精確度與分析將調變器置於待測物前對量測相位差的影響。

在第七章中，提出了測量對掌性物質反射式光學外差偏極計，其原理主要是根據光在對掌性物質介面反射，當其入射角接近臨界角時，反射光的耦合係數會發生放大的特殊現象，並且利用系統中一些設置在特定條件下的偏光元件，使得反射光的相位差被放大到可測範圍內，而將對掌性物質的對掌參數與平均折射率求出。為了驗證本方法的可行性，我

們測量了葡萄糖溶液和蔗糖溶液的對掌參數及平均折射率，並且分析兩者的精確度。本方法除了可將對掌參數與平均折射率同時求出，並且所需之待測物的量很少。

綜合以上各章的理論與實驗結果，除了每種測量對掌性物質光學外差偏極計有其各自的應用及優點外，並可歸納出幾點結論：

- 光學結構簡單及容易操作。
- 測量的對象是相位差而非強度並且是共光程結構，所以不受光源穩定度與外界擾動的影響。
- 可即時量測。
- 因為外差光源的頻差較低，所以在製作處理電子信號的電路上較為簡單，並且有較高的相位解析度。

最後針對本報告的研究，未來仍有幾個值得研究的方向：

1. 利用測量散射性對掌性物質的光學外差偏極計，量測含有非球狀對稱的散射粒子之對掌性物質，目前本研究僅量測含球狀散射粒子的對掌性物質。
2. 提高反射式光學偏極計的量測解析度，使其能測量旋轉參數較小的對掌性物質。
3. 利用反射式光學外差偏極計測量吸收性與散測性的對掌性物質之旋轉參數。

