

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫  成果報告  
 期中進度報告

發展基於小波轉換之系統識別方法-線性系統

計畫類別： 個別型計畫  整合型計畫

計畫編號：NSC 93-2625-Z-009-006-

執行期間：93年8月1日至94年7月31日

計畫主持人：黃炯憲

共同主持人：

計畫參與人員：蘇威智

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)： 精簡報告  完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

赴國外出差或研習心得報告一份

赴大陸地區出差或研習心得報告一份

出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份

國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、  
列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢

涉及專利或其他智慧財產權， 一年 二年後可公開查詢

執行單位：國立交通大學

中華民國 94 年 10 月 31 日

## 目錄

摘要	I
第一章 背景及目的	1
第二章 小波分析	3
第三章 系統識別	10
第四章 系統識別程序驗證	22
第五章 實測訊號分析	31
第六章 結論	38
參考文獻	39
表格	42
圖	64

## 摘 要

利用現地量測動態反應，識別結構物之動態特性是相當重要的。識別結果可為結構物建立主動控制系統所須之重要數據；另外，識別結果亦可回饋確認設計階段所建立有限元素模式之準確性，並進而進行結構之健康診斷。近年來，小波轉換線已儼然取代 Fourier 轉換，成為信號分析之主流工具。

本研究旨在擴展小波轉換之應用領域，利用連續小波轉換於量測反應（地震監測反應或是自由振動反應），建構量測點間離散化之線性運動方程，識別該結構系統之動態特性。並探討不同小波函數對識別結果之影響以及量測反應中不可避免雜訊之處理。為驗證本研究所發展系統識別程序之正確性及可行性，首先分析六層樓剪力建築物之數值模擬地震反應，分別利用 Harr 及 Meyer 小波轉換信號至小波空間，配合小波函數中不同尺度因子之選擇；探討此等參數影響本研究所研發方法之識別效果。然後，本程序再應用至國家地震工程研究中心之震動台三層不對稱鋼構實驗資料與三跨連續萬板大橋之垂直向衝擊載重實驗數據，以驗證此識別流程應用至實際量測資料之可行性。

## Abstract

It is very important for academic interests and in practical engineering problems to identify the dynamic characteristics of a structure from its measured dynamic responses. The identified modal parameters are needed in establishing an active control system for the structure. These identified results can be applied to recheck the correctness of the finite element model developed in a design stage, and, furthermore, to assess the health of the structure. In the last two decades, wavelet transform has become a popular mathematical tool in many fields. Wavelet transform has shown its advantages over the Fourier transform in signal processing.

The main purpose of this work is to extend the application of the wavelet transform to the field of system identification. This work develops a new procedure of identifying the modal parameters of a structure via the continuous wavelet transform. The wavelet transform is applied to measured dynamic responses of a structure, and established the discrete linear equations of motion among the measured degrees of freedom. Then, the dynamic characteristics of the structure are identified from the coefficients in the discrete equations of motion. The proposed procedure is first applied to processing the numerically simulated earthquake responses of a six-story shear building to assure the correctness of the procedure. The effects of several factors, such as noise and the selection of the wavelet functions (i.e. Harr function and Meyer function) and their scale parameters, on the ability of the proposed approach to determine accurately the dynamic characteristics are also investigated. The feasibility of the proposed procedure to elucidate real structures is demonstrated through processing the measured responses of two 3-story steel frames through shaking table tests and the free vibration responses of a three-span continuous arch bridge.

**Key words:** continuous wavelet transform, linear system, earthquake responses, system identification

## 第一章 背景及目的

藉由現地量測資料，識別結構物動態特性於工程應用是十分重要地，因為識別出之模態參數將不只被用於驗證或修正於設計階段所建立之有限元素模型，也可用於各種載重（如強震）或材料的退化等對結構造成之損害評估。識別之動態特性亦是目前流行之主被動控制設計之必須資料。傳統之識別方法可概分為頻率域與時間域分析法。頻率域分析法，將量測反應歷時透過 FFT 轉換至頻率域，估算頻率響應函數。雖然於頻率域可很容易看出反應之頻率特性，但由於 FFT 之特性及量測歷時不夠長，常造成洩漏 (leakage) 及解析度不夠之問題，造成於具有強烈模態干擾系統的識別困難；另外，量測資料常為非穩態 (non-stationary)，不符頻率域分析中常用之穩態假設。於時間域分析法中，時間序列法如 ARX 或 ARMAX 模式(Safak, 1991; Loh, 1996; Satio, 1996)和次空間法(VanDerVeen, 1993 and Huang, 2001)亦常被應用於結構物之地震反應，估算其動態特性。Ibrahim (1977)時間域識別法，複數指數法(complex exponential approach)(Brown, 1979)和多重參照法(polyreference method)(Vold, 1982)則經常被使用於時間域分析自由振動反應。但當量測自由度較少時或反應具有較大雜訊時（常見於實際工程之現地量測），此些時間域分析方法常會因須提高識別模式階數，而導致求解過程中之數值困難，並會產生許多虛擬模態，增加精準得到系統真正動態特性之困難度。而為減少雜訊之干擾，亦常會轉換至頻率域濾波，再轉回時間域分析；如此，顯然浪費了計算時間。故尋找一時頻域分析工具乃大勢所趨。

近十年來，一個新的而且功能強大的數學工具被發展出來了，這個數學工具稱為小波轉換。小波轉換之發展史可以參考一些介紹性之文章(Frandrin, 1990 and Strang, 1993)和參考書(Combes, 1990; Barbara, 1994)。不同於僅能描述一組訊號在頻率域各種分量之 Fourier 轉換，小波轉換分解一組訊號，其頻率分量隨時間改變。小波轉換優於 Fourier 轉換之處已被闡述於各文獻中(例如 Frandrin, 1990; Strang, 1993; Combes, 1990 and Barbara, 1994)。小波轉換已被成功地應用於數學、物理和工程領域中，特別是訊號處理以及求解非線性問題；諸如此類的應用可參考文獻回顧之相關文章(Jawerth, 1994; Unser, 1996; Kobayashi, 2001)。

小波轉換也吸引了系統識別這個領域中研究學者的注意。已有些學者企圖利用此數學工具估算非時變線性系統之動態特性。Schoenwald (1993)應用連續小波轉換於單自由度二階常微分運動方程式，識別此運動方程式之各個參數。Ruzzene 等人(1997)利用連續小波轉換和 Hilbert 轉換技巧，從結構系統之自由振動反應中估算自然振動頻率和阻尼比，但未觸於振態之識別。Robertson 等人(1998a, 1998b)利用離散小波發展一套方法從結構之動力反應中淬取反應衝擊函數(impulse

function)，並且使用特徵系統識別演算法 (eigensystem realization algorithm) 識別結構動態特性。Gouttebroze 和 Lardies (2001)在時頻域下發展一套小波識別方法，從自由振動反應下估算結構物之自然振動頻率和阻尼比；但這套方法不能直接估算模態振形。Lardies 和 Gouttebroze (2002)應用他們發展出來的小波識別技巧，處理電視塔之微動量測數據；但須先用傳統的隨機遞減技巧 (random decrement method)，從微動反應中淬取自由振動訊號。Alvin 等人(2003)回顧檢討了使用小波轉換技巧淬取衝擊反應函數之方法，也回顧了識別比例阻尼和非比例阻尼參數之各種方法。Huang 等人(2005)則利用離散小波轉換，將離散化之運動方程式轉換至小波空間，識別結構系統之自然振動頻率、阻尼比以及模態。

從以上文獻中，可發現 Huang 等人(2005)之方法優於其他者。Huang 等人之方法可識別多自由度系統之自然振動頻率、阻尼比以及模態，且不須先估算反應衝擊函數。

本研究旨在擴展並改善吾人以前所提出之識別方法 (Huang 等人, 2003)，利用連續小波轉換替代離散小波轉換；如此，可有系統地進行濾波並利用小波轉換之平移不變性提高識別之效率。本研究所發展之系統識別程序將首先利用數值模擬之地震反應，驗證本程序之有效性。進一步考慮對含有雜訊信號之處理方式。最後應用至分析國家地震工程研究中心三層樓鋼構振動台試驗反應以及一拱橋之現地衝擊試驗反應，以期此套識別程序可應用至真正結構物之健康診斷。

## 第二章 小波分析

### 2.1 連續小波轉換

小波轉換在近 20 年，被廣泛地應用於各領域（如信號處理、醫學工程、非線性問題……等）；儼然取代了傳統之 Fourier 轉換。小波轉換可視為短時傅利葉轉換之擴展及改良。一屬於  $L^2(\mathbb{R})$  空間之函數  $f(t)$ ，均可做小波轉換，其定義為（參考 Chui, 1992）

$$W_f(a, b) = \langle f, \Psi_{(a,b)} \rangle = |a|^{-\frac{1}{2}} \int_{\mathbb{R}} f(t) \overline{\Psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt \quad (2.1)$$

逆轉換為

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{a^2} W_f(a, b) \overline{\Psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} da db \quad (2.2)$$

其中

$$C_\psi = \int_{\mathbb{R}} \frac{|\hat{\Psi}(\omega)|^2}{\omega} d\omega \quad (2.3)$$

$\Psi(t)$  稱為母小波函數 (mother wavelet)； $\Psi_{(a,b)}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$  為母小波函數  $\Psi(t)$

經伸縮和平移所得之基底函數； $a$  與  $b$  分別為尺度因子與平移因子； $\hat{\Psi}(\omega)$  與  $\overline{\Psi}(t)$  分別為  $\Psi(t)$  之富利葉轉換及共軛函數。

有別於富利葉轉換中之基底函數固定為  $e^{i\omega t}$ ，小波轉換之母小波函數則有多種選擇。但選擇之母小波必須滿足：

【1】 $\Psi(t)$  與它的各階導數均屬於  $L^\infty(\mathbb{R})$ 。

【2】 $\Psi(t)$  及它的各階導數在  $t \rightarrow \infty$  處速降，即為有限之支撐長度。

依式 (2.1) 之定義，若將  $\Psi(t)$  視為一中心為  $t^*$ ，半徑為  $\Delta$  之窗函數，則  $\Psi_{(a,b)}$  之中心在  $b + at^*$  且半徑為  $a\Delta$ 。因此式 (2.1) 表示之小波轉換，給出了一個訊號  $f(t)$

具有一個時間窗

$$[b + at^* - a\Delta, b + at^* + a\Delta] \quad (2.4)$$

之局部訊息。此窗對於較小之  $a$  值變窄，而對於較大之  $a$  值變寬。式 (2.4) 之窗中心及半徑定義為：

$$t^* = \frac{1}{\|f\|^2} \int_{-\infty}^{\infty} t |f(t)|^2 dt \quad (2.5)$$

$$\Delta = \frac{1}{\|f\|} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} (t - t^*)^2 |f(t)|^2 dt \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (2.6)$$

其中， $\|f\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt$ 。

由於

$$\frac{1}{2\pi} \hat{\Psi}_{(a,b)}(\omega) = \frac{a|a|^{-\frac{1}{2}}}{2\pi} e^{ib\omega} \hat{\Psi}(a\omega) \quad (2.7)$$

若  $\hat{f}$  為  $f(t)$  經由傅利葉轉換至頻率域之函數。利用 Parseval 等式，可證明

$\sqrt{W_f}(a,b)$  亦給出了  $\hat{f}$  具有一個頻率窗 (Chui, 1992)

$$\left[ \frac{\omega^* - \hat{\Delta}}{a}, \frac{\omega^* + \hat{\Delta}}{a} \right] \quad (2.8)$$

之局部訊息，其中  $\omega^*$  與  $\hat{\Delta}$  分別為依式 (2.5) 及 (2.6) 計算  $\hat{\Psi}$  之中心與半徑。此

窗具有中心頻率  $\frac{\omega^*}{a}$  且帶寬為  $\frac{2\hat{\Delta}}{a}$ 。因此，利用式 (2.1) 做小波轉換，其提供一

時間頻率窗：



$$\left[ b + at^* - a\Delta, b + at^* + a\Delta \right] \times \left[ \frac{\omega^*}{a} - \frac{\hat{\Delta}}{a}, \frac{\omega^*}{a} + \frac{\hat{\Delta}}{a} \right] \quad (2.9)$$

綜上可見， $\Psi_{a,b}(t)$ 所定義之時頻窗口之矩形形狀，隨伸縮因子 $a$ 之改變而改變。當 $a$ 值小時，為一時寬窄而頻寬大之高頻窗，適合描述高頻信號；而當 $a$ 值大時，為一時寬大而頻寬窄之低頻窗，適合描述低頻信號。由於小波函數 $\Psi(t)$ 是一個帶通函數，透過前述分析，可以得知伸縮因子 $a$ 之改變， $\Psi_{a,b}(t)$ 對應著一系列帶寬和中心頻率各亦之帶通系統。

連續小波轉換具有以下之數學重要性質：

1. 線性：一個多分量信號之小波轉換等於各分量小波轉換之和。
2. 平移不變性：若 $f(t)$ 之小波轉換為 $W_f(a,b)$ ，則 $f(t-\tau)$ 之小波轉換為 $W_f(a,b-\tau)$ 。
3. 伸縮共變性：若 $f(t)$ 之小波轉換為 $W_f(a,b)$ ，則 $f(ct)$ 之小波轉換為 $\frac{1}{\sqrt{c}}W_f(ca,cb)$ ，其中 $c > 0$ 。
4. 自相似性：對應不同尺度參數 $a$ 和不同平移參數 $b$ 之連續小波轉換之間是自相似。

## 2.2 離散小波轉換

於實際運用上，特別是運用計算機處理時，連續小波必須加以離散化。通常對伸縮因子 $a$ 和平移因子 $b$ 進行二進位如下之離散取樣

$$\left. \begin{aligned} a &= a_0^m, \text{ 取 } a_0 = 2, m \in Z \\ b &= nb_0 a_0^m, \text{ 取 } b_0 = 1, n \in Z \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

則小波分析 $\Psi_{a,b}(t)$ 即可離散成

$$\Psi_{m,n}(t) = 2^{\frac{-m}{2}} \Psi(2^{-m}t - n) \quad (2.11)$$

此稱為二進制小波 (Dyadic Wavelet)。如此，離散小波轉換定義為：

$$DW_{m,n} = \int_{\mathbb{R}} f(t) \Psi_{m,n}(t) dt \quad (2.12)$$

亦可以內積形式表示為：

$$DW_{m,n} = \langle f(t), \Psi_{m,n}(t) \rangle, m, n \in \mathbb{Z} \quad (2.13)$$

式中  $m, n$  分別稱為頻率範圍指數和時間間隔變化指數。由上式可見，離散小波轉換是從集中於某個區間上之基本函數開始，以固定之間隔向左或向右移動基本波形，並用尺度因子  $a$  擴張或壓縮，如此構造一函數系小波。

離散小波轉換  $DW_{m,n}$  實質上仍然是信號  $f(t)$  經過一系列帶通濾波器之輸出，只是帶通濾波器之中心頻路和帶寬由於  $a$  之離散取樣而成為一系列之離散值，並且濾波後之輸出也因  $b$  之離散取樣而成為若干離散取樣值。

若吾人取具有正交性之小波，即

$$\langle \Psi_{m,n}, \Psi_{j,k} \rangle = \begin{cases} 1 & \text{when } m = j \text{ and } n = k \\ 0 & \text{when } m \neq j \text{ or } n \neq k \end{cases} \quad (2.14)$$

則對任一函數  $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$ ，可透過小波轉換表示成：

$$f(t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N C(m,n) \Psi_{m,n} \quad (2.15)$$

當取用不同之  $m$  時，乃將  $L^2(\mathbb{R})$  分解成不同之空間，即如圖 2.1 所示。各不同分解空間之關係為：

$$\begin{aligned} L^2(\mathbb{R}) &= W_1 \oplus V_1 \\ &= W_1 \oplus W_2 \oplus V_2 \\ &= W_1 \oplus W_2 \oplus \cdots \oplus W_M \oplus V_M \end{aligned}$$

其中， $W_i \perp V_i$ ，且  $V_i = V_{i+1} \oplus W_{i+1}$ 。 $\Psi_{m,n}$  是  $W_m$  之正交基底。理論上，所選取之  $M$

夠大時， $V_M$  之空間將趨近於零空間。  $V_i$  空間之信號較  $W_i$  者低頻。

### 2.3 小波包分解

離散小波分析僅對訊號中之低頻分量做進一步分解，其對高頻之分量則不做進一步細分。而小波包分解則能有效改善離散小波於高頻部份解析度不佳之問題。利用小波包分解量測反應之觀念，基本上與離散小波者類似，惟分解空間及各空間中之基底函數不同。主要建立於將量測反應之信號空間（假設令為  $U_{j+1}^{(0)}$ ）分解成互為直交之子空間如圖 2.2 所示，其中

$$U_{j+1}^{(m)} = U_j^{(2m)} \oplus U_j^{(2m+1)} \quad (2.16)$$

於  $U_j^{(m)}$  子空間，其標準正交基為  $\left\{ 2^{\frac{j}{2}} \mu_m(2^j t - l) ; l \in Z \right\}$ ，即

$$U_j^{(m)} = \text{closespan} \left\{ \mu_{m,j,l}(t) = 2^{\frac{j}{2}} \mu_m(2^j t - l) ; l \in Z \right\} \quad (2.17)$$

其中  $\{\mu_m(t); m = 0, 1, 2, \dots\}$  即小波包。

小波包函數之決定，首先如同小波轉換中決定尺度函數（scaling function）， $\varphi(t)$ ；利用

$$\varphi(t) = \sqrt{2} \sum_{n \in Z} h_n \varphi(2t - n) \quad (2.18)$$

決定低通濾波器係數  $h_n$ 。然後取高通濾波係數  $g_n = (-1)^{n-1} h_{1-n}$ ，則對應之正交母小波為：

$$\psi(t) = \sqrt{2} \sum_{n \in Z} g_n \varphi(2t - n) \quad (2.19)$$

令  $\mu_0(t) = \varphi(t)$ ， $\mu_1(t) = \psi(t)$ ，則小波包函數可依下式構造：

$$\begin{aligned}\mu_{2m}(t) &= \sqrt{2} \sum_{n \in \mathbb{Z}} h_n \mu_m(2t-n) \\ \mu_{2m+1}(t) &= \sqrt{2} \sum_{n \in \mathbb{Z}} g_n \mu_m(2t-n)\end{aligned}\quad (2.20)$$

此小波包函數滿足以下之正交條件：

$$\langle \mu_{m,j,l}, \mu_{m,j,k} \rangle = \begin{cases} 1 & \text{when } k=l \\ 0 & \text{when } k \neq l \end{cases} \quad (2.21a)$$

且

$$\langle \mu_{m,j,l}, \mu_{n,i,k} \rangle = 0 \quad \text{when } n \neq m \quad (2.21b)$$

其中  $\langle \mu_n, \mu_m \rangle = \int_{\mathbb{R}} \mu_n(t) \mu_m^*(t) dt$ ；"\*" 為共軛運算。因此，若欲將量測信號  $x(t)$  分解

至圖 2.2 所示之第  $n+2$  層，即  $U_n^{(m)}$  各子空間：

$$x(t) = \sum_m \sum_l a(m, n, l) \mu_{m,n,l}(t) \quad (2.22)$$

## 2.4 小波分析與富利葉轉換之比較

小波分析是富利葉分析概念之發展與延拓。小波分析自產生以來，一直與富利葉分析密切相關。其存在性之證明，小波基底之構造以及結果分析皆仰賴富利葉分析。然而其特性卻截然不同，其相異點歸納如下：

- (1) 富利葉轉換之本質乃將能量有限之訊號  $f(t)$  分解至以  $\{e^{i\omega t}\}$  為正交基底之空間上去；而小波轉換之本質乃將能量有限之訊號  $f(t)$  分解至  $W_j (j = 1 \ 2 \ \dots \ J)$  (小波函數所定義之空間序列) 和  $V_j$  (尺度函數所定義之空間序列) 所構成之空間上。
- (2) 富利葉轉換使用之基本函數僅有  $\sin(\omega t)$ 、 $\cos(\omega t)$ 、 $\exp(i\omega t)$ ，具有唯一性；小波分析所使用之函數 (即小波函數)，則具有不唯一性，同一個工程問題用不同小波函數行進分析有時結果相差甚遠。小波函數的選用是小波分析應用到中的一個困難問題 (也是小波分析研究的一熱門問題)，目前往往通過經驗或不斷的試驗 (對結果進行對照分析) 來選擇小波函數。

- (3) 在頻率域中，富利葉轉換具有較好的局部化能力，特別是對於那些頻率成分比較簡單的穩定性信號，富利葉轉換很容易把信號表示成各頻率成分疊加總和的型式。例如， $\sin(\omega_1 t) + 0.345 \sin(\omega_2 t) + 4.23 \sin(\omega_3 t)$ 。但在時域中，富利葉轉換並沒有局部化的能力，及無法從信號  $f(t)$  富利葉轉換  $\hat{f}(\omega)$  中看出在  $f(t)$  任一時間點附近的性質。事實上， $\hat{f}(\omega)$  是關於頻率為  $\omega$  的諧波分量的振幅，由  $f(t)$  的整體性質所決定的。
- (4) 在小波分析中，尺度  $a$  的值越大相當富利葉轉換中  $\omega$  的值越小。

## 第三章 系統識別

系統識別長久以來被廣泛發展應用於各領域，包括控制、通訊、資訊科技上如系統控制、影像追蹤、語音識別等等。在土木結構範疇中，主要其乃應用於結構物特性之識別，識別的內容便是結構系統之參數。這些參數往往有著很深刻的物理意義，如振動頻率可以用來辨別是否因勁度之改變而有所不同。本章首先將對系統識別作一簡單介紹，如結構系統之運動方程離散化表示式等。接著，說明如何將這些系統識別模式應用於結構系統動態特性之估算。最後，介紹如何處理包含雜訊之模型。

### 3.1 結構系統運動方程式之離散化

為推導結構系統運動方程之離散化關係，以下先從單自由度系統導起，再推廣至多自由度系統。

#### 3.1.1 單自由度系統

一單自由度系統之運動方程可表示成：

$$m\ddot{q} + c\dot{q} + kq = f \quad (3.1)$$

其中， $m$ 、 $c$ 、和 $k$ 分別為系統之質量、阻尼係數、和勁度； $f$ 則代表外力。其衝擊反應函數（impulse response function）為

$$h(t) = \frac{1}{m\omega_d} e^{-\zeta\omega t} \sin \omega_d t \quad (3.2)$$

其中  $\omega$  = 自然振動頻率；

$\zeta$  = 阻尼比；

$$\omega_d = \text{阻尼振動頻率} = \sqrt{(1-\zeta^2)}\omega。$$

式（3.2）代表一時間連續系統之衝擊反應函數。而吾人希望找一個對應之時間離散系統，使其衝擊反應函數對等於連續系統者。

對式（3.2）作Z轉換（Z-transformation）得

$$\begin{aligned}
\tilde{H}(z) &= Z[\Delta t \cdot h(n\Delta t)] \\
&= Z\left[\frac{\Delta t}{m \omega_d} \cdot e^{-\zeta \omega (n\Delta t)} \sin \omega_d n \Delta t\right] \\
&= \frac{\Delta t}{m \omega_d} \frac{z e^{-\zeta \omega \Delta t} \sin(\omega_d \Delta t)}{z^2 - 2z e^{-\zeta \omega \Delta t} \cos(\omega_d \Delta t) + e^{-2(\omega \zeta \Delta t)}} \\
&= \frac{\Delta t}{m \omega_d} \frac{z^{-1} e^{-\zeta \omega \Delta t} \sin \omega_d \Delta t}{1 - 2z^{-1} e^{-\zeta \omega \Delta t} \cos \omega_d \Delta t + z^{-2} e^{-2(\omega \zeta \Delta t)}}
\end{aligned} \tag{3.3}$$

其中  $\Delta t$  為時間增量。

式 (3.1) 之解可以表示成 (假設零初始值)

$$q(t) = \int_0^\infty h(\tau) f(t-\tau) d\tau$$

經 Z 轉換得  $\tilde{Q} = \tilde{H}(z) \tilde{F}(z)$ 。從式 (3.3) 可得

$$\tilde{H} = \frac{\tilde{Q}}{\tilde{F}} = \frac{\Delta t}{m} \frac{b_1 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \tag{3.4}$$

其中  $a_1 = -2e^{-\zeta \omega \Delta t} \cos \omega_d \Delta t$  ;

$$a_2 = e^{-2(\zeta \omega \Delta t)} ;$$

$$b_1 = \frac{e^{-\zeta \omega \Delta t}}{\omega_d} \sin \omega_d \Delta t \circ$$

因此，

$$(1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}) \tilde{Q}(z) = \frac{\Delta t}{m} b_1 z^{-1} \tilde{F}(z) \tag{3.5}$$

經 Z 逆轉換得

$$q(t) + a_1 q(t-1) + a_2 q(t-2) = \frac{\Delta t}{m} b_1 f(t-1) \tag{3.6}$$

式 (3.6) 代表一離散系統，其位移衝擊反應函數等於式 (3.2)。

同理，吾人可得一離散系統如下，其速度衝擊反應函數對應於式 (3.1) 者：

$$\dot{q}(t) + a_1\dot{q}(t-1) + a_2\dot{q}(t-2) = \frac{\Delta t}{m} f(t) + \frac{\Delta t}{m} \bar{b}_1 f(t-1) \quad (3.7)$$

其中 
$$\bar{b}_1 = - \left( \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \omega_d \Delta t - \cos \omega_d \Delta t \right) e^{-\zeta \omega \Delta t}$$

當觀測量測值為加速度訊號時，則由於

$$\begin{aligned} \ddot{q}(t) &= \int_0^{\infty} \ddot{h}(\tau) f(t-\tau) d\tau + f(t) \dot{h}(0) \\ &= \int_0^{\infty} \left( \ddot{h}(\tau) + \frac{1}{m} \delta(\tau) \right) f(t-\tau) d\tau \\ &= \int_0^{\infty} h^*(\tau) f(t-\tau) d\tau \end{aligned} \quad (3.8)$$

其中 
$$h^*(t) = \frac{\omega}{m} e^{-\zeta \omega t} \left[ \frac{2\zeta^2 - 1}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \omega_d t - 2\zeta \cos \omega_d t \right] + \frac{1}{m} \delta(t) ;$$

$\delta(t)$  為 Dirac delta 函數；

$h^*(t)$  為加速度衝擊反應函數。經如同推導式 (3.6) 之過程，吾人可得一離散系統，其加速度衝擊反應函數對等於連續系統者：

$$\ddot{q}(t) + a_1\ddot{q}(t-1) + a_2\ddot{q}(t-2) = \hat{b}_1 f(t) + \hat{b}_2 f(t-1) + \hat{b}_3 f(t-2) \quad (3.9)$$

其中 
$$\hat{b}_1 = \frac{\Delta t}{m} (1 - 2\zeta \omega) ;$$



$$\hat{b}_2 = \frac{\Delta t}{m} \left\{ 2(\zeta\omega - 1)\cos\omega_d\Delta t + \frac{(2\zeta^2 - 1)\omega}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin\omega_d\Delta t \right\} \cdot e^{-\omega\zeta\Delta t} ;$$

$$\hat{b}_3 = \frac{\Delta t}{m} a_2 \text{。}$$

注意式 (3.9) 與 Sotoudeh (1986) 所得者略有不同。後者所得無  $f(t-2)$  項，蓋因其  $h^*(t)$  中少了  $\delta(t)$  項。此即為其推導有關如加速度訊號表示式所犯之基本錯誤。

從式 (3.6)、(3.7) 和 (3.9)，可發現，利用不同物理意義之量測訊號，使得對應離散系統差分方程結構亦不同。

其實，式 (3.6)、(3.7) 和 (3.9) 之結構亦可由傳統有限差分法得，惟式中之係數代表不同之意義。例如，若式 (3.1) 中之微分運算已如下表示是代表：

$$\dot{q}(t) = \frac{1}{\Delta t} [q(t) - q(t-1)]$$

$$\ddot{q}(t) = \frac{1}{(\Delta t)^2} [q(t+1) - 2q(t) + q(t-1)]$$

上式中函數  $q$  中之“1”及代表  $1 \cdot \Delta t$ ，則可推導得

$$q(t) + d_1 q(t-1) + d_2 q(t-2) = e_1 f(t-1)$$

$$\ddot{q}(t) + d_1 \ddot{q}(t-1) + d_2 \ddot{q}(t-2) = \hat{e}_0 f(t) + \hat{e}_1 f(t-1) + \hat{e}_2 f(t-2)$$

其中  $d_1 = -2 \left( 1 - \Delta t \zeta \omega - \frac{1}{2} \omega^2 (\Delta t)^2 \right) ;$

$$d_2 = 1 - 2\zeta\omega\Delta t ;$$

$$e_1 = \frac{(\Delta t)^2}{m} ;$$

$$\hat{e}_0 = \frac{1}{m} ; \hat{e}_1 = -\frac{2}{m} ; \hat{e}_2 = \frac{1}{m} \text{。}$$

最後，值得注意的是，因吾人之最終目的是識別結構系統之動態特性。該特

性均隱藏於衝擊反應函數中，故吾人利用該反應函數之對等，尋找相應於連續系統之離散系統。若是在乎於統計性質之對等，可利用協方對等 (covariance equivalence)；如此，所得到之離散系統 (Bartleet, 1946) 與以上所得有所不同。

### 3.1.2 多自由度系統

一多自由度系統之運動方程可表示成

$$[M][\ddot{X}] + [C][\dot{X}] + [K][X] = \{f\} \quad (3.10)$$

其中  $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$  分別為系統之質量、阻尼、和勁度矩陣； $\{f\}$  為外力向量。利用模態分解可得

$$\{\ddot{q}\} + \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & C^* & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \{\dot{q}\} + \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \omega^* & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \{q\} = \{F\} \quad (3.11)$$

其中  $\{X\} = [\psi]\{q\}$ ；

$$\{F\} = [\psi]^T \{f\}；$$

$$\begin{bmatrix} \ddots & & \\ & C^* & \\ & & \ddots \end{bmatrix} = [\psi]^T [C] [\psi]；$$

$$\begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \omega^* & \\ & & \ddots \end{bmatrix} = [\psi]^T [K] [\psi]；$$

$[\Psi]$  = 模態矩陣，且滿足  $[\psi]^T [M] [\Psi] = [I]$ ；

$[I]$  = 單位矩陣。

式 (3.11) 代表一組不相藕合之方程式。

從上節之結果，式 (3.11) 中之任一條方程式均可以找到其對應離散系統；

即得

$$\{q\} - \begin{bmatrix} \ddots & & & \\ & \psi_1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots \end{bmatrix} B\{q\} - \begin{bmatrix} \ddots & & & \\ & \psi_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots \end{bmatrix} B^2\{q\} = \begin{bmatrix} \ddots & & & \\ & \theta_1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots \end{bmatrix} B\{F\} \quad (3.12)$$

其中  $B$  為後移算子。由於  $\{q\} = [\psi]^{-1}\{X\}$ ，代入上式得

$$\{X\}_t = [\hat{\psi}_1]\{X\}_{t-1} + [\hat{\psi}_2]\{X\}_{t-2} + [\hat{\theta}_1]\{f\}_{t-1} \quad (3.13)$$

其中  $[\hat{\psi}_1] = [\psi] \begin{bmatrix} \ddots & & & \\ & \psi_1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots \end{bmatrix} [\psi]^{-1}$  ;

$$[\hat{\psi}_2] = [\psi] \begin{bmatrix} \ddots & & & \\ & \psi_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots \end{bmatrix} [\psi]^{-1}$$
 ;

$$[\hat{\theta}_1] = [\psi] \begin{bmatrix} \ddots & & & \\ & \theta_1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots \end{bmatrix} [\psi]^T$$
 。

同理可得

$$\{\dot{X}\}_t = [\hat{\psi}_1]\{\dot{X}\}_{t-1} + [\hat{\psi}_2]\{\dot{X}\}_{t-2} + [\bar{\theta}_0]\{f\}_t + [\bar{\theta}_1]\{f\}_{t-1} \quad (3.14)$$

$$\{\ddot{X}\}_t = [\hat{\psi}_1]\{\ddot{X}\}_{t-1} + [\hat{\psi}_2]\{\ddot{X}\}_{t-2} + [\tilde{\theta}_0]\{f\}_{t-1} + [\tilde{\theta}_1]\{f\}_{t-2} \quad (3.15)$$

若將量測之自由度少於系統之自由度時，亦可證明系統之運動方程亦可離散成 ARX 模式，但須提高階數。

### 3.2 動態特性之識別程序

### 3.2.1 建模

量測結構物之動態反應，常由於結構系統過於龐大，且量測經費之限制，吾人所能量測到反應之自由度遠小於該系統者，故在線性系統中，可將量測自由度（或測站）間之反應表示成（黃，1999）

$$\tilde{y}(t) = \sum_{i=1}^I [\phi_i] \tilde{y}(t - i\Delta t) + \sum_{j=0}^J [\theta_j] \tilde{f}(t - j\Delta t) \quad (3.16)$$

其中：

$\tilde{y}(t)$  為量測動力反應歷時（其可為位移、速度、或加速度；以下假設該向量亦有  $n$  個分量），

$\tilde{f}(t)$  為系統外力歷時，

$[\phi_i]$  與  $[\theta_j]$  為帶定係數矩陣。

$\Delta t$  為量測反應之取樣時間間隔。

依吾人之經驗（Huang，2001；林，2000），當量測自由度比系統自由度少很多或有雜訊時，需用很大之  $I$  及  $J$  方能得到較準確之離散化運動方程。但由於很大之  $I$  及  $J$ ，於利用最小平方差估算式（3.16）中之  $[\phi_i]$  及  $[\theta_j]$  時，常會造成數值困難。故於此，吾人將式（3.16）做小波轉換至小波空間，再估算  $[\phi_i]$  及  $[\theta_j]$ 。如此，可某種程度地抒解該數值困難；且另一好處是可順便做濾波。

式（3.16）依式（2.1）做小波轉換，且利用  $f(t-\tau)$  與  $f(t)$  小波轉換間之平移不變性，可將式（3.16）表示成

$$\left( \overline{W}_\psi \tilde{y} \right)(a, b) = \sum_{i=1}^I [\phi_i] \left( \overline{W}_\psi \tilde{y} \right)(a, b - i\Delta t) + \sum_{j=1}^J [\theta_j] \left( \overline{W}_\psi \tilde{f} \right)(a, b - j\Delta t) \quad (3.17)$$

其中，伸縮因子  $a$  和平移因子  $b$  之選擇亦為一重要課題。

須特別注意的是，連續小波轉換指的是伸縮因子  $a$  和平移因子  $b$  具有連續性。而離散小波轉換，則是對伸縮因子  $a$  和平移因子  $b$  進行離散化。其中，以二

進制之離散方式最為常用，其伸縮因子之定義可為：

$$a = 2^n \quad (n \in 1, 2, \dots) \quad (3.18a)$$

而平移因子  $b$  則由目標函數之範圍決定。若目標函數為一離散信號，則平移因子  $b$  之變化量將由離散信號之取樣點間隔決定。

$$b = am \quad (m = 0, 1, 2, \dots, M/a) \quad (3.18b)$$

以上， $n$  代表離散小波之分解層數； $M$  代表離散訊號之資料長度。

雖然，離散小波變換避免了複雜的尺度因子之選擇，並同時保存原始訊號之完整性。但是，使用上相對地也少了許多彈性。由於離散小波之分解其高頻與低頻分量之訊號長度並不一致，亦即其取樣間格並不相同。因此，其分析過程需對式 (3.16) 之  $y(t-i\Delta t)$  及  $f(t-j\Delta t)$  進行轉換，無法利用平移不變性以提升分析速度。此外，以連續小波轉換進行分析，可針對吾人感興趣之頻率區間選擇尺度因子。若以二進制離散小波或小波包分解進行分析，其頻率區間之決定將無法隨心所欲。而隨著應用之領域不同，連續小波變換中  $a$  值之決定並無定論。但是，應用於結構系統之識別仍然有其脈絡可尋。若  $\|\hat{\Psi}(\omega)\|$  為小波函數  $\Psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$  取  $a=1$  經由傅利葉轉換至頻率域時該函數之振幅；則對任意  $a$  值之小波函數經由傅利葉轉換至頻率域之函數為  $\|a\hat{\Psi}(a\omega)\|$ 。換言之，若已知小波函數於任  $a=1$  時之集中頻帶為  $f_L \leq f \leq f_U$ ；則對任意  $a$  值之小波函數之頻率集中區間須滿足  $f_L \leq af \leq f_U$ 。由此可知， $a$  值同時也決定了小波函數能量集中之頻率區間，則可由吾人感興趣之頻帶決定出適當之  $a$  值。而平移因子  $b$  亦具有連續性，處理離散資料時，可取  $b = \bar{b}\Delta t$   $\bar{b} = 0, 1, 2, \dots, M$ 。

如此吾人只需對  $\tilde{y}(t)$  與  $\tilde{f}(t)$  做小波轉換，則同時可得  $\tilde{y}(t-i\Delta t)$  與  $\tilde{f}(t-j\Delta t)$  之小波轉換函數。為了簡化表示式；以下將  $(\bar{W}_\psi \tilde{y})(a, b-i\Delta t)$  與  $(\bar{W}_\psi \tilde{f})(a, b-j\Delta t)$  分別記為  $\tilde{y}_{\bar{w}}(a, \bar{b}-i)$  與  $\tilde{f}_{\bar{w}}(a, \bar{b}-j)$ 。

若欲分析某特定頻率區間內之量測反應，可取特定之  $a$  與不同之  $\bar{b}$ ，利用式 (3.17)，吾人可得

$$[Y^{(0)}] = [C] \begin{bmatrix} [Y] \\ [F] \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

其中：

$$[Y^{(i)}] = \begin{bmatrix} y_{\sim \bar{w}}(a, \max-i) & y_{\sim \bar{w}}(a, \max-i+1) & \cdots & y_{\sim \bar{w}}(a, \max-i+M) \end{bmatrix}$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} [Y^{(1)}]^T & [Y^{(2)}]^T & \cdots & [Y^{(I)}]^T \end{bmatrix}^T$$

$$[F] = \begin{bmatrix} [F^{(0)}]^T & [F^{(1)}]^T & \cdots & [F^{(J)}]^T \end{bmatrix}^T$$

$$[C] = \begin{bmatrix} [\varphi_1] & [\varphi_2] & \cdots & [\varphi_I] & [\theta_0] & [\theta_1] & \cdots & [\theta_J] \end{bmatrix}$$

$$\max = \max(I, J)$$

$$[F^{(i)}] \text{ 之定義類似 } [Y^{(i)}]$$

若欲分析較廣頻率區域內之量測反應，可同時取數個  $a$  值，則  $Y$  矩陣則可改寫為：

$$[Y^{(i)}] = \begin{bmatrix} y_{\sim \bar{w}}(a_1, \max-i) & y_{\sim \bar{w}}(a_1, \max-i+1) & \cdots & y_{\sim \bar{w}}(a_1, \max-i+M) \\ y_{\sim \bar{w}}(a_2, \max-i) & y_{\sim \bar{w}}(a_2, \max-i+1) & \cdots & y_{\sim \bar{w}}(a_2, \max-i+M) \\ y_{\sim \bar{w}}(a_3, \max-i) & y_{\sim \bar{w}}(a_3, \max-i+1) & \cdots & y_{\sim \bar{w}}(a_3, \max-i+M) & \cdots \\ y_{\sim \bar{w}}(a_N, \max-i) & y_{\sim \bar{w}}(a_N, \max-i+1) & \cdots & y_{\sim \bar{w}}(a_N, \max-i+M) \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$$\text{而 } [F^{(i)}] \text{ 之定義亦類似 } [Y^{(i)}]$$

式 (3.19) 中  $[C]$  之最小二乘方解為

$$[C] = [Y^{(0)}] \begin{bmatrix} [Y] \\ [F] \end{bmatrix}^+ \quad (3.21)$$

其中“+”代表廣義逆矩陣。

### 3.3.2 結構系統動態特性估算

若預估算結構系統之動態特性（自然振動頻率、模態阻尼比以及振形），依式 (3.16) 知其決定於係數矩陣 $[\varphi_i]$  ( $i=1,2,\dots,I$ )。依黃 (1999) 之推導知，若從 $[\varphi_i]$ 建構矩陣

$$[G] = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & I \\ [\varphi_I] & [\varphi_{I-1}] & [\varphi_{I-2}] & [\varphi_{I-3}] & \cdots & [\varphi_1] \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

則 $[G]$ 之特徵值及特徵向量相關於該結構系統之動態特性。令 $\lambda_k = a_k + ib_k$ 為 $[G]$ 之第 $k$ 特徵值，則該結構系統之第 $k$ 模態自然振動頻率 $\omega_k$ 及模態阻尼比 $\xi_k$ 為

$$\omega_k = \sqrt{\alpha_k^2 + \beta_k^2} \quad (3.23a)$$

$$\xi_k = -\alpha_k / \beta_k \quad (3.23b)$$

其中

$$\alpha_k = \frac{1}{2\Delta t} \ln(a_k^2 + b_k^2) \quad (3.24a)$$

$$\beta_k = \frac{1}{\Delta t} \tan^{-1}\left(\frac{b_k}{a_k}\right) \quad (3.24b)$$

令 $g_{\sim k}$ 為 $[G]$ 之第 $k$ 振形，將 $g_{\sim k}$ 表示成

$$g_{\sim k} = \begin{Bmatrix} \{\psi\}_{1k} \\ \{\psi\}_{2k} \\ \vdots \\ \{\psi\}_{Ik} \end{Bmatrix} \quad (3.25)$$

其中 $\{\psi\}_i$ 各含 $n$ 個分量，由於 $[G]$ 之特殊結構，可證明

$$\{\psi\}_i = \lambda_k \{\psi\}_{i-1} \quad (3.26)$$

即不同之 $i$ ， $\{\psi\}_i$ 彼此間互相平行，故任一 $\{\psi\}_i$ 均對應於結構系統之第 $k$ 模態之

振形。

式 (3.24) 中  $\alpha_k$  與  $\beta_k$  之值和  $\Delta t$  相關，且  $\beta_k$  與  $\bar{l}$  相關。因此，我們須對  $\bar{l}$  與  $\Delta t$  之值加以討論。由於吾人欲識別之阻尼自振動頻率  $\omega_d = \beta_k$ ，從式 (3.24) 中可知：

$$\frac{\bar{l}\pi}{\Delta t} \leq \omega_d \leq \frac{(\bar{l}+1)\pi}{\Delta t} \quad (3.27)$$

若今已知所用自由衰減振動訊號之最大與最小自然振動頻率分別為  $f_{max}$  與  $f_{min}$ ，很明顯吾人可得：

$$\frac{\bar{l}\pi}{\Delta t} \leq 2\pi f_{min} \leq \omega_d \leq 2\pi f_{max} \leq \frac{(\bar{l}+1)\pi}{\Delta t} \quad (3.28)$$

因此， $\bar{l}$  與  $\Delta t$  將須分別滿足式 (3.29) 與式 (3.30)

$$\frac{(\bar{l}+1)}{\bar{l}} > \frac{f_{max}}{f_{min}} \quad (3.29)$$

$$\frac{\bar{l}}{2f_{min}} \leq \Delta t \leq \frac{(\bar{l}+1)}{2f_{max}} \quad (3.30)$$

一般常見處理之訊號，如當  $\frac{f_{max}}{f_{min}} \geq 2$  時； $\bar{l}$  必為零，且  $\Delta t < \frac{1}{2f_{max}}$ 。

### 3.4 雜訊處理

於實際工程應用上，所量測之信號難免含有雜訊。二進制離散小波轉換有其簡易濾波之處理方式，例如於式 (2.10) 中，較大之  $n$  所對應之小波轉換即代表較高頻之分量；如此吾人若欲濾掉高頻雜訊之影響，可在分析過程中時，將較大之  $n$  值棄之不用。於連續小波轉換中，在式 (3.19) 中取某一特定之  $a$  值，即代表只取該小波函數特有之頻率區間內之訊號進行分析，而忽略掉該頻率區間外之信號分量，達到濾波之目的。

另一種處理方式為將雜訊引入式(3.16)之數學模型中。令

$$\tilde{y}_M = \tilde{y}_T + \tilde{e} \quad (3.31a)$$



$$\tilde{f}_M = \tilde{f}_T + \tilde{e} \quad (3.31b)$$

其中為  $\tilde{y}_M$  量測反應， $\tilde{y}_T$  為真正反應， $\tilde{e}$  為雜訊， $\tilde{f}_M$  量測輸入， $\tilde{f}_T$  為真正輸入（假設為平穩過程 stationary process）。代入(3.16)可將式(3.16)之數學模型修正為

$$\tilde{y}_M(t) = \sum_{i=1}^I [\phi_i] \tilde{y}_M(t-i\Delta t) + \sum_{j=0}^J [\theta_j] \tilde{f}_M(t-j\Delta t) + \sum_{k=0}^K [\Omega_k] \tilde{e}(t-k\Delta t) \quad (3.32)$$

其中  $\tilde{e}$  為白噪。式(3.32)即為時間序列之 ARMAX 模式。但於式(3.32)中，由於  $\tilde{e}(t)$  為未知；可改良 Spliid(1983)所提出之疊代流程於小波空間運算，以估算模型中之各項係數。其計算步驟如下：

1. 首先利用依式(3.32)、(3.19)及(3.21)，估算式(3.16)中之  $[\phi_i]$  與  $[\theta_j]$ 。
2. 帶回式(3.16)，在小波空間估算殘差值，令式(3.32)中之  $\tilde{e}(t)$  為該殘差值

$$\tilde{e}(t) = \tilde{y}_M(t) - \sum_{i=1}^I [\phi_i] \tilde{y}_M(t-i\Delta t) - \sum_{j=0}^J [\theta_j] \tilde{f}_M(t-j\Delta t) \quad (3.33)$$

轉換至小波空間得

$$W_{\tilde{e}}(a,b) = W_{\tilde{y}_M}(a,b) - \sum_{i=1}^I [\phi_i] W_{\tilde{y}_M}(a_i, b-i\Delta t) - \sum_{j=0}^J [\theta_j] W_{\tilde{f}_M}(a_j, b-j\Delta t) \quad (3.34)$$

3. 將式(3.32)轉換至小波空間，並利用式(3.34)所得者，架構類似式(3.16)之 overdetermined 系統，再依最小二乘法估算  $[\phi_i]$ 、 $[\theta_j]$  與  $[\Omega_k]$ 。
4. 依步驟3所得之係數，代入轉換至小波空間之式(3.32)，估算殘值  $W_{\tilde{e}}(a,b)$ 。
5. 重複與步驟4，直至  $[\phi_i]$  在疊代過程中之相對或絕對差異在忍受範圍內。

值得注意的是，在 Spliid 之原疊代流程中，其收斂依據是判斷  $\tilde{e}(t)$  是否真正具有白噪之特性。但由於在本研究中，吾人旨在利用式(3.28)識別結構系統之動態特性，其只與  $[\phi_i]$  有關；故以確認  $[\phi_i]$  收斂否為主。

## 第四章 系統識別程序驗證

為驗證本研究所建構之系統識別程序之可行性及電腦程式之正確性；本研究擬首先分析一六層之剪力建築物之數值模擬地震反應，並刻意加入雜訊。其中，吾人將探討以下參數，對結構系統動態特性識別結果影響：

1. 式(3.16)或式(3.31)中之階數(I,J)或(I,J,K)值
2. 母小波函數 $\psi(t)$
3. 式(3.17)或式(3.34)中  $a$  與  $b$  之取法
4. 雜訊之訊號處理方法。

### 4.1 數值模型概述

本章針對如圖 4.1 之六層樓剪力建築物之數值模擬地震反應，進行系統識別。假設此結構系統具有 5% 之模態阻尼且初始條件為零。考慮地表加速度輸入歷時如圖 4.2 所示，該歷時為 921 地震台中地區某自由場測站所得資料。利用 Laplace 轉換技巧，求取各自由度之反應（位移、速度和加速度），該建築物之絕對加速度反應與頻譜圖如圖 4.3 及圖 4.4 所示。此六層樓剪力建築之理論動態特性如表 4.1 所示，其最小和最大之自然振動頻率分別為 0.679 與 7.08Hz。此結構系統之第四、五模態自然振動頻率相當接近，從圖 4.4 之頻譜圖中是無法分辨出此兩模態。

對於現地地震或微動量測而言，由於很難找到一不動之參考點，導致無法直接量測位移反應。因此通常利用速度計或加速度計量測速度或加速度之反應。通常速度計之價格遠高於加速度計；故從經濟上考量，現地量測大多以量測加速度為主。以下之分析取圖 4.3 中  $t = 8 \sim 16$  秒之加速度反應進行識別；取樣頻率為 250Hz。

### 4.2 識別動態特性準確指標

為比較識別模態及理論模態之吻合程度，可利用 MAC (modal assurance criterion) 值為指標(Allemang 與 Brown, 1983)，其定義為：

$$MAC(\psi_{iI}, \psi_{iT}) = \frac{|\{\psi_{iI}\}^T \{\psi_{iT}\}|}{\{\psi_{iI}\}^T \{\psi_{iI}\} \{\psi_{iT}\}^T \{\psi_{iT}\}} \quad (4.1)$$

其中  $\{\psi_{ii}\}$  與  $\{\psi_{it}\}$  分別為識別與理論之第  $i$  模態。由以上之定義式可看出，當兩模態完全一致時， $MAC=1$ 。但當兩模態差異甚大時，則  $MAC$  值越接近於零。

當識別之振動頻率與阻尼比分別與理論值相差小於 2% 和 20%，且  $MAC$  值  $\geq 0.9$  時，可認定此識別結果為“準確”。

### 4.3 小波函數之選擇

相較於傳統傅利葉轉換，小波分析中所使用之基底函並不唯一，即小波函數  $\psi(t)$  具有多樣性。小波分析於工程應用中，關於基底小波函數之選擇亦相當重要。若是選擇不同小波函數分析相同問題，可能會獲得不同之結果。目前對於判斷基底小波函數之選擇是否恰當，並無一定之程序及理論，主要還是藉由分析結果與理論結果之誤差來判定，並由此來選擇基底小波函數。

Haar 小波函數為小波分析中最早被使用，也是最簡單之函數，為一個具有緊支撐之正交小波函數。該函數於時間域定義為（如圖 4.5 所示）

$$\Psi_H = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq \frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{other} \end{cases} \quad (4.2)$$

經傅利葉轉換後可得：

$$\hat{\Psi}_H(\omega) = \frac{1}{i\omega} (1 + e^{-i\omega} - 2e^{-i\omega/2}) \quad (4.3)$$

可很容易進一步探討不同尺度  $a$  下，其頻寬分布對於識別結果之影響。故本研究首先取 Harr 函數進行探討。

從式 (4.3) 可得振幅強度 ( $\|\hat{\Psi}_H(\omega)\|$ ) 與頻率 ( $\omega$ ) 之關係式 (如圖 4.6 所示)：

$$\|\hat{\Psi}_H(\omega)\| = \frac{2(1 - \cos(\omega/2))}{\omega} \quad (4.4)$$

該振幅最大值所對應之頻率，可對式 (4.4) 取一次及二次微分求得。

$$\frac{d}{d\omega} \|\hat{\Psi}_H(\omega)\| = \frac{(\omega \sin(\omega/2) - 2 + 2 \cos(\omega/2))}{\omega^2} \quad (4.5)$$

$$\frac{d^2}{d\omega^2} \|\hat{\Psi}_H(\omega)\| = \frac{(\omega^2 \cos(\omega/2) - 4\omega \sin(\omega/2) + 8 - 8 \cos(\omega/2))}{2\omega^3} \quad (4.6)$$

當  $\frac{d}{d\omega} \|\hat{\Psi}_H(\omega)\| = 0$  時，求得最小之三組根分別為  $\omega = 4569/980$ 、 $\omega = 4\pi$  以及  $\omega = 827/48$ 。分別代入式 (4.6) 可得：

$$\frac{d^2}{d\omega^2} \left\| \hat{\Psi}_H \left( \frac{4569}{980} \right) \right\| = -\frac{479}{6481} < 0 \quad (4.7a)$$

$$\frac{d^2}{d\omega^2} \|\hat{\Psi}_H(4\pi)\| = \frac{113}{2840} > 0 \quad (4.7b)$$

$$\frac{d^2}{d\omega^2} \left\| \hat{\Psi}_H \left( \frac{827}{48} \right) \right\| = -\frac{101}{4286} < 0 \quad (4.7c)$$

由式 (4.7) 可知，當  $\omega = 4569/980$  時有極大值，為第一波峰；當  $\omega = 4\pi$  時有極小值，為第一波谷；當  $\omega = 827/48$  時有極大值，為第二波峰。接著，將  $\omega = 4569/980$  與  $\omega = 827/48$  代入式 (4.4) 中，以計算第一波峰與第二波峰之峰值：

$$\left\| \hat{\Psi}_H \left( \frac{4569}{980} \right) \right\| = \frac{792}{1093} \quad (4.8a)$$

$$\left\| \hat{\Psi}_H \left( \frac{827}{48} \right) \right\| = \frac{529}{3029} \quad (4.8b)$$

由式 (4.8) 之計算結果可求得第二峰值與第一峰值之比值約為 0.27。

以上所討論為當  $a = 1$  時，Harr 小波函數之傅氏譜函數值大小，隨著頻率之增加，各峰值逐漸變小。由以上之結果與式 (4.4) 可看出，各個峰值之大小隨著頻率增加而遞減。

於小波分析中，對於不同之分析資料往往會選用不同之  $a$  值。所以，有必要探討對於不同  $a$  值其對應之峰值關係。已知對任意尺度因子  $a$  值與平移因子  $b$  值下之 Harr 小波函數經由傅利葉轉換至頻率域之函數可表為：

$$\begin{aligned}\Im\left\{\hat{\Psi}_H\left(\frac{t-b}{a}\right)\right\} &= \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\Psi}_H\left(\frac{t-b}{a}\right) e^{-i\omega t} dt \\ &= ae^{i\omega b} \hat{\Psi}_H(a\omega) = a \frac{1}{ia\omega} (1 + e^{-i\omega a} - 2e^{-i\omega a/2}) e^{i\omega b}\end{aligned}\quad (4.9)$$

而其振幅表示式則為：

$$\begin{aligned}\left\|\Im\left\{\hat{\Psi}_H\left(\frac{t-b}{a}\right)\right\}\right\| &= \left\|ae^{i\omega b} \hat{\Psi}_H(a\omega)\right\| \\ &= \frac{2(1 - \cos(a\omega/2))}{\omega}\end{aligned}\quad (4.10)$$

另外，在任意  $a$  值下，其各個峰值所對應之頻率位置可表示為  $\omega_{i,a} = \omega_i/a$ ；

其中  $\omega_i$  代表  $a=1$  時第  $i$  個峰值之位置，將其代入 (4.10) 式：

$$\left\|ae^{-i\omega b} \hat{\Psi}_H(a\omega_{i,a})\right\| = \frac{2(1 - \cos(a\omega_{i,a}/2))}{\omega_{i,a}} = \frac{2(1 - \cos(\omega_i/2))}{a\omega_i}\quad (4.11)$$

由式 (4.11) 可知，對 Harr 小波函數而言，於任意  $a$  值下其頻率域之振幅函數與  $a=1$  時之振幅函數相差  $a$  倍。由此可推算，第二峰值與第一峰值之比值必為常數（約為 0.27）。也就是說，當一反應經某一  $a$  值 Harr 小波函數轉換至小波域後，該反應頻率大於該 Harr 小波函數傅氏譜之第一波谷所對應頻率者至少被濾掉 70% 以上。此將導致增加吾人識別該等高頻振動頻率之困難。但相反地，經過如此之小波轉換，將有利於吾人識別該 Harr 小波函數傅氏譜第一峰值附近之自然振動頻率。依此觀念，吾人取對應各不同  $a$  值 Harr 小波函數傅氏譜最大峰值 80% 以上區間之頻率，視為濾波後之”主要頻率保留區間”。意即，當一反應經某一  $a$  值 Harr 函數小波轉換後，將有助於識別位於該 Harr 函數主要頻率保留區間內之自然振動頻率。

吾人定義對應各不同  $a$  值 Harr 小波函數傅氏譜最大峰值 80% 以上之頻率區間，為 Haar 小波函數之”主要頻率保留區間”。而 Haar 小波函數在  $a=1$  之情況下，其頻率分布集中之上界與下界，可由以下之關係式求得：

$$\left\|\hat{\Psi}_H(\omega)\right\| = \frac{2(1 - \cos(\omega/2))}{\omega} = 0.8 \times \frac{792}{1093}\quad (4.12)$$

此函數無法求得解析解；故以圖解法對此方程式兩邊之函數作圖，以找出兩函數

之交點，此交點即為此方程式之解。所得之結果為  $\left[\frac{2745}{1012}, \frac{1392}{250}\right]$ ，將此結果之單位以 (Hz) 表示，則定義出濾波後之”主要頻率保留區間”為  $[0.4313, 1.0807]$ 。由上述之對任意  $a$  值之小波函數經由傅利葉轉換至頻率域之特性可知，而對所有  $a$  值而言，最大峰值 80% 以上之區間則為  $\left[\frac{0.4313}{a}, \frac{1.0807}{a}\right]$ 。

因此，若欲以 Harr 小波函數識別本章數值模擬結構模型第一模態，很顯然，吾人可取  $a = 0.9$ 。同理，若欲識別第二模態與第三模態者，吾人則取  $a = 0.22$  者。而要識別第四模態以上者，可取  $a = 0.08$ 。如此即可獲得所有模態之自然振動頻率、阻尼比以及振形。此種選擇  $a$  值之前提是事先知道欲識別自然振動頻率之區間，此區間通常可以由反應之傅氏譜得知。相反地，若此類信息無法事先預知，那任選一  $a$  值，在該  $a$  值 Harr 函數”主要頻率保留區間”內，隨  $(I, J)$  階數增加，振動頻率穩定被識別者，則吾人可很有信心認定該振動頻率即為結構系統之自然振動頻率。

## 4.4 利用 Harr 小波之識別結果

### 4.4.1 無雜訊訊號之識別結果

以 Harr 小波函數識別本章數值模擬結構模型，如上節所述，所選取之  $a$  值分別為  $a = 0.9$ 、 $a = 0.22$  以及  $a = 0.08$ 。其對應之”主要頻率保留區間”分別為  $[0.479, 1.201]$  (涵蓋模型之第一振態)、 $[1.961, 4.912]$  (涵蓋模型之第二振態與第三振態) 以及  $[5.391, 13.509]$  (涵蓋模型第四以上之振態)。針對數值模型所得之相對加速度訊號進行識別，訊號中將不含任何雜訊。所得結果分別示於表 4.2~表 4.4。表 4.5 為同時考慮以上三組  $a$  值之識別結果 (即於式 (3.20) 中同時引入 3 個不同  $a$  值)。

由此些結果顯示，對於處理無雜訊之反應，取不同  $a$  值對識別結果並無明顯之影響。取不同  $a$  值，不僅有效識別出”主要頻率保留區間”內之模態，甚至連保留區間以外之模態皆能準確識別。若同時考慮以上三組  $a$  值之進行識別，其識別結果亦無明顯差別。

### 4.4.2 雜訊之影響

量測資料難免會含有雜訊，尤其是現地量測資料。通常，隨著雜訊之增加，識別之品質即隨之降低。雜訊之多寡可以噪訊比 (noise-signal ratio, NSR) 來定量。一般而言，NSR 可定義為真正訊號 (不含雜訊) 均方根與雜訊均方根之比值。為瞭解雜訊對識別品質之影響，於數值分析所得之相對加速度反應及輸入反

應中加入白色雜訊，使得  $NSR=10\%$  或  $NSR=20\%$ 。然後，將分別對此兩組含有雜訊之訊號，依此分析流程進行識別，並與未含雜訊之分析結果比較。

針對含有 10% 噪訊比之輸入資料與輸出反應進行分析。其輸入之地震訊號與頻譜圖如圖 4.7 所示；圖 4.8 與圖 4.9 分別為含有 10% 噪訊比之加速度反應與頻譜圖。與未含雜訊之頻譜圖（圖 4.2）相比較，高模態之自然頻率原本就不明顯了，加入雜訊後更加難以判別。表 4.6~表 4.8 分別為  $a=0.9$ 、 $a=0.22$  以及  $a=0.08$  於各階數下之識別結果。由該結果可發現，當訊號受到污染時，嚴重影響識別之品質，須要較高階之  $I$  及  $J$ （相對於無雜訊者）方能得到精確之結果。相對於“主要頻率保留區間”外之模態識別，於“主要頻率保留區間”內之模態均能以相對較低之階數得到準確之答案。以  $a=0.9$  識別第一模態時，當階數為  $I=J=3$  時即可或得準確之結果；以  $a=0.22$  識別第二模態與第三模態時，當階數為  $I=J=5$  時即可或得準確之結果；以  $a=0.08$  識別第四以上之模態時，當階數為  $I=J=8$  時即可或得準確之結果。將表 4.6~表 4.8 中“主要頻率保留區間”之結果整理於圖 4.10，可看出隨著階數增加，其識別結果相當穩定。

表 4.9 為同時考慮此三組尺度因子之識別結果。相較於無雜訊反應之識別可發現，其所須之階數須提高為  $I=J=23$  時方可得到準確之結果，該階數亦遠高於用不同  $a$  值識別各相應“主要頻率保留區間”內模態者。將表 4.9 之結果整理於圖 4.11，由此可看出雖然雜訊會使識別品質受到影響，但是隨著階數之提升其識別結果亦將趨於穩定。

若考慮含有 20% 噪訊比之輸入資料與輸出反應（其輸入之地震訊號與頻譜圖如圖 4.12 所示；圖 4.13 與圖 4.14 則分別為加入 20% 噪訊比之反應加速度反應與頻譜圖）。表 4.10~表 4.12 分別為利用  $a=0.9$ 、 $a=0.22$  以及  $a=0.08$  所識別之結果。該結果顯示要精確地識別“主要頻率保留區間”內之模態須要更大之  $I$  與  $J$ （相對於 10% 雜訊者）。以  $a=0.9$  識別模型之第一振態時，其收斂之階數為  $I=J=9$ ；以  $a=0.22$  識別模型之第二振態與第三振態時，其收斂之階數為  $I=J=14$ ；以  $a=0.08$  識別模型第四以上之振態時，其收斂之階數亦為  $I=J=20$ 。當階數逐漸提升時，尚能穩定識別出準確之答案（如圖 4.15 所示）。

表 4.13 為同時以三組  $a$  值之係數以識別此模型之全部模態之結果，當  $I=J=56$  方能得到準確答案。將表 4.13 整理於圖 4.16，隨著階數之提升其識別結果亦趨於穩定。

以上之結果顯示：

1. 當雜訊越多時（即  $NSR$  越大），須以越高階之  $(I, J)$ ，方能得到準確之結果。
2. 配合選擇適當之  $a$  值，可用較低階之  $(I, J)$  準確得到該  $a$  值對應“主要頻率保留區間”內之模態特性。

3. 若欲同時取用數個  $a$  值以便同時可識別較多之模態，則須以較高階數（相對於單一  $a$  值者）方得準確解。

#### 4.5 小波函數之影響

小波分析相較於傳統傅利葉轉換更為優越，除了藉由選擇適當之尺度因子以對有興趣之頻帶進行分析之外，其基底函數之選擇更為多樣化。此節將選用 Harr 以外之小波函數，以探討不同小波函數對分析結果之影響。縱觀現有小波函數，可發現 Meyer 小波函數具有頻率轉換函數之數學表示式，且具有很類似帶通濾波器之特性。因此，以下探討利用 Meyer 函數處理含有雜訊之訊號。

Meyer 小波之小波函數  $\psi_M$  如圖 4.17 所示，但無數學表示式。該小波函數定義於頻率域：

$$\hat{\Psi}_M(\omega) = \begin{cases} (2\pi)^{-1/2} e^{i\omega/2} \sin\left(\frac{\pi}{2} v\left(\frac{3}{2\pi}|\omega| - 1\right)\right) & \frac{2\pi}{3} \leq |\omega| \leq \frac{4\pi}{3} \\ (2\pi)^{-1/2} e^{i\omega/2} \cos\left(\frac{\pi}{2} v\left(\frac{3}{4\pi}|\omega| - 1\right)\right) & \frac{4\pi}{3} \leq |\omega| \leq \frac{8\pi}{3} \\ 0 & |\omega| \notin \left[\frac{2\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}\right] \end{cases} \quad (4.13)$$

其中， $v(s)$  為構造 Meyer 小波之輔助函數：

$$v(s) = s^4(35 - 84s + 70s^2 - 20s^3) \quad s \in [0,1] \quad (4.14)$$

$\hat{\psi}_M(\omega)$  之各頻率分量如圖 4.18 所示，為有限支撐長度之正交小波。因此，配合此小波函數之”主要頻率保留區間”，即可決定出適當之  $a$  值。

圖 4.18 顯示 Meyer 小波函數當  $a=1$  時之傅氏譜，相較於 Harr 小波函數其頻率之”主要頻率保留區間”較為單純。由式 (4.13) 顯示， $\hat{\psi}_M(\omega)$  在  $2\pi/3 \leq \omega \leq 8\pi/3$  之區間才有值。若定義頻率分量為最大者之 90% 以上之頻率區間為”主要頻率保留區間”，由式 (4.13) 可得此區間為  $[0.5348, 0.9311]$ 。因此，對尺度因子  $a$  之 Meyer 小波函數的”主要頻率保留區間”範圍為  $\left[\frac{0.5348}{a}, \frac{0.9311}{a}\right]$ 。由於此小波函數之頻率域中，除了定義之區間外，其餘部份均為 0。由此可知，除非選擇  $a$  值所對應之”主要頻率保留區間”含蓋欲識別之振動頻率，否則將難以獲取準確之結果。

若欲以 Meyer 小波函數識別本章數值模擬結構模型第一模態，很顯然，吾人



可取  $a=1$ 。同理，若欲識別第二模態與第三模態者，吾人則可取  $a=0.26$  者。而要識別第四模態以上者，可取  $a=0.1$ 。如此方可獲得所有模態之自然振動頻率、阻尼比以及振形。

由以上之闡述中，已充份掌握 Meyer 小波函數之基本特性及其與 Harr 小波函數之差異。為瞭解不同小波函數對雜訊處理之能力與識別結果之影響，以下將以 Meyer 小波函數處理含有 20% 雜訊之反應；並與前一節 Harr 小波函數分析之結果相比。

以 Meyer 小波函數識別本章數值模擬結構模型，所選取之  $a$  值分別為  $a=1$ 、 $a=0.26$  以及  $a=0.1$ 。其對應之”主要頻率保留區間”分別為  $[0.5348, 0.9311]$  (含蓋模型之第一振態)、 $[2.0568, 3.5810]$  (含蓋模型之第二振態與第三振態) 以及  $[5.3476, 9.3106]$  (含蓋模型第四以上之振態)。其識別結果示於表 4.14。欲得準確之識別結果，以  $a=1$  識別模型之第一振態時，須以階數為  $I=J \geq 10$ ；以  $a=0.26$  識別模型之第二振態與第三振態時，則須階數為  $I=J \geq 6$ ；以  $a=0.1$  識別模型第四以上之振態時，須  $I=J \geq 14$ 。圖 4.19 為表 4.14 之結果整合。與 Harr 小波函數相較之下，整體上所使用之模型階數  $(I, J)$  有些微減少。另外，值得注意的是，在”主要頻率保留區間”外之模態是無法被識別。

若嘗試同時以三組  $a$  值之係數以識別此模型之全部模態 (表 4.15)，其所須之模型階數為  $(I, J)=35$ 。以上之結果示於圖 4.20，發現以 Meyer 小波函數所須之階數亦比 Harr 小波函數小很多。

#### 4.6 利用 ARMAX 模式進行識別

任何量測資料無法免於量測系統或外界環境所產生之雜訊。濾波常是處理具有雜訊信號之一種方式，其有效性已於上節討論過。另一處理方式為將雜訊納入分析模式中，故本節將引入時間序列之 ARMAX 模式，探討此模式對於雜訊處理之能力。

以 ARMAX 模式以估算模型參數 (參看式 (3.32))，相較於 ARX 之模式最主要差異在於此模型多考慮了誤差項 (利用白噪序列模擬)，因此其階數相關之參數為  $(I, J, K)$ 。而誤差之估算方式乃由量測值與預測值相減求得。而當資料分析之初，可先由 ARX 模式估算系統參數，再由此參數預測系統可能反應。之後，每一次之分析可由前一次估算之系統參數求得預測值以進行識別工作。為避免引入過多誤差項而造成矩陣求解之奇異現象，於此僅取  $K=2$ ，

表 4.16~表 4.18 所示者為利用 Harr 小波函數分析含有 20% 噪訊比反應之結果。其尺度因子  $a$  值之選擇如同 ARX 模式，表 4.16 中之第一振態乃由  $a=0.9$  所

識別；表 4.17 中第二振態與第三振態是由  $a = 0.22$  所識別；表 4.18 中第四以上之振態由  $a = 0.08$  所識別。另外，圖 4.21 則為此些表之綜合結果。對於 Harr 小波函數而言，其識別第一模態所須之階數將由  $I=J=9$  降為  $I=J=7, K=2$ ；識別第二模態與第三模態所須之階數將由  $I=J=14$  降為  $I=J=12, K=2$ ；識別第四以上之模態所須階數將由  $I=J=20$  降為  $I=J=19, K=2$ 。

表 4.19 為利用 Meyer 小波函數所得者。其尺度因子  $a$  值之選擇亦如同 ARX 模式，表 4.19 中之第一振態乃由  $a = 1$  所識別；第二振態與第三振態是由  $a = 0.26$  所識別；第四以上之振態由  $a = 0.1$  所識別。其分析結果與階數之關係整理示於圖 4.22。相較於原始之 ARX 模式，此模式僅須使用較低之階數即可識別出較準確之結果。對於 Meyer 小波函數而言，其識別第一模態所須之階數將保持不變仍為  $I=J=10, K=2$ ；識別第二模態與第三模態所須之階數將由  $I=J=5$  略微提升  $I=J=6, K=2$ ；識別第四以上之模態所須階數將由  $I=J=14$  大幅下降為  $I=J=5, K=2$ 。

由此些結果顯示，對於 Harr 小波函數而言，以 ARMAX 模式進行分析對整體之階數將有效降低；而對 Meyer 小波而言，以 ARMAX 模式進行分析時則在識別高頻模態識別中使所須之階數大幅降低。另外，以 ARX 模式配合 Meyer 小波函數識別第六模態時，在階數  $I=J=22$  時，識別出模態有最低之  $MAC=0.92$ 。此結果雖然也在準確之範圍，但略微偏低；而以 ARMAX 模式配合 Meyer 小波函數識別第六模態時，在階數  $I=J=23$  時，該模態有最低之  $MAC=0.96$ 。由此可看出對於模態之識別，以 ARMAX 模式處理能獲得較準確之結果。

## 第五章 實測訊號分析

於前一章之系統識別程序驗證中，已能充份掌握各種參數對識別結果之影響。本章將所建構之識別程序應用至分析三層樓鋼構之振動台試驗數據以及橋樑衝擊載重試驗。藉此驗證本分析流程推廣至實測動態反應之可行性，並了解此些結構系統之自然振動頻率、阻尼比與振態。

### 5.1 實驗室鋼構反應訊號分析

振動台試驗為地震工程領域常進行之實驗，以檢驗結構物在地震過程中之行為。為配合健康診斷技術之研發及主被動控制之研究，於國家地震工程研究中心進行多種形式三層樓鋼構（如圖 5.1）振動台試驗。本研究擬分析含轉動與平移運動藕合之鋼構，並與有限元套裝軟體分析依設計圖架構模型所得動態特性相比。

#### 5.1.1 待測結構物

國家地震工程研究中心對一長 $3m$ 、寬 $2m$ 之鋼構架進行一連串之震動台試驗（參看圖 5.2）。此結構每一樓層樓版部分為許多小樑所組成，並於每個樓版組上配置 14 組重鉛塊。每組配重鉛塊包含四塊鉛塊與夾具，重  $250kg$ 。14 組配重鉛塊組共重  $3500kg$ 。圖 5.3 所示為試驗中所設加速度反應量測點位。圖 5.1 所示為進行線性及非線性實驗時所使用之各種模型。Benchmark A、Benchmark B 以及 Benchmark D 等模型所進行之實驗為非線性實驗。Benchmark A 之長軸方向與鋼斷面強軸向平行，其餘模型之長軸方向與鋼斷面弱軸向平行。Benchmark B 與 Benchmark D 之差異在於 Benchmark D 第一樓層底部之柱為勁度較低之桿件。而 Benchmark C 系列為線性實驗而設計；Benchmark C1 之模型與 Benchmark B 相同，為標準模型；Benchmark C2 為一勁度不對稱之結構，此模型乃以標準模型為基礎沿著短軸方向兩側邊均加裝斜撐以提高勁度；而沿長軸方向則僅於其中一側邊加裝斜撐；Benchmark C3 為軟弱層之結構，此模型沿長軸方向勁度與強度均不連續；Benchmark C4 之模型乃於結構四個側邊均加裝斜撐以提高結構系統之勁度。為方便表示，以下定義 X 軸為長軸向；Y 軸為短軸向。

Benchmark C 系列為線性實驗而設計；因此，本研究分析 Benchmark C1 及 Benchmark C2 構架之地震反應。Benchmark C1 之模型為一對稱系統，其水平反應彼此獨立且不與扭轉運動藕合。從分析角度而言，Benchmark C1 為一很單純之系統。以下藉由 Benchmark C1 進行之線性實驗資料進行識別，並與 Benchmark C1 之有限元素模型相互比對以確認此識別程序之可靠性。

Benchmark C2 模型為一勁度不對稱之結構，其質量中心與勁度中心並不重疊，於長軸方向勁度中心明顯偏離質量中心。因此，當輸入 X 軸方向加速度時，X 軸方向之輸出訊號將包含轉動與平移運動之合成；而加裝於 X 軸向之斜撐以右上左下之形式安裝於側邊，此架設方式多少會影響 Y 軸向之勁度中心，其扭動與平移方向之運動藕合程度將由分析結果做進一步之研判。研究中將對此模型之動態反應資料進行識別工作。

於試驗中，各樓層之絕對位移和絕對加速度反應於均有記錄下來。另外，一些應變計亦被設置於第一樓層間之柱上。原始資料之取樣率為 200Hz，其與實際應用之典型取樣率相稱。分析之資料取反應相對較大之區間，5 秒長之反應資料，取樣點為 1000 點。當輸入訊號為白噪時，取 10~15 秒區間內之反應進行分析（參看附圖 2.1、2.2 以及 2.4）；當輸入訊號為 EL centro 地震時，取 5~10 秒區間內之反應進行分析（參看附圖 2.6、2.7 以及 2.9）；當輸入訊號為集集地震時，則取 30~35 秒區間內之反應進行分析（參看附圖 2.11、2.12 以及 2.14）。

### 5.1.2 輸入之地震力

為較易準確地識別 Benchmark C1 模型之動態特性，分析以白噪訊號輸入之反應。因為白噪輸入之頻寬較一般地震輸入者為寬。其輸入與輸出之歷時反應與頻譜圖皆收錄於附錄一。識別 BenchmarkC2 模型動態特性時，吾人將考慮白噪訊號、El Centro 以及集集地震等資料輸入時之反應，以瞭解不同頻寬之輸入對本研究所提識別方法分析能力之影響。這些地震歷時反應及其傅式圖皆收錄於附錄二中。

一般地震資料之能譜階集中於 10Hz 以內，而此非對稱結構 BenchmarkC2 由於加裝了許多斜撐，其勁度將大幅提升。由頻譜圖可知，以一般之地震記錄輸入而得之反應進行分析恐將忽略部份高頻之模態。因此，除了以一般地震反應進行分析外，更考慮以白噪為輸入並對其動態反應進行識別，並比較此識別程序對於高頻模態之處理效果。

### 5.1.3 Benchmark C1 之識別結果

Benchmark C1 模型以有限元素分析套裝軟體 SAP2000 建模分析，所得之 X 向與 Y 向之振動頻率與模態示於表 5.1。X 向之理論自然振動頻率分別為 1.45、4.66 以及 7.79Hz；Y 向之理論自然振動頻率分別為 1.05、3.23 以及 5.10Hz。

當以白噪訊號為輸入時，各自由度之反應及頻譜圖階收錄於附錄一（附圖 1.1~附圖 1.6）中。由各量測點之頻譜圖可看出實際結構之自然振動頻率與有限元素模型分析結果大致吻合。

由於 Benchmark C1 為一對稱系統，因此可以 X 向之輸入與輸出識別 X 向之模態；再以 Y 向之輸入與輸出，識別 Y 向之模態。另外，於 X 向兩側或 Y 向兩側所量之反應理論上應該會有很大的相似性，為避免扭轉反應之影響，於分析時取各樓層 a 柱與 b 柱之平均反應。但是，於 X 向之反應中，第一樓層 a 柱之量測訊號並不合理（參看附圖 1.3 及 1.4）；因此，該樓層只取 b 柱之量測反應。另外，於 Y 向之反應中，第一樓層 b 柱之量測訊號亦為不正常（參看附圖 1.5 及 1.6）。因此，分析 Y 向時除了第一樓層之量測反應僅取 a 柱之量測結果，其餘各樓層均取 a 柱與 b 柱之平均反應。利用 Harr 小波函數進行分析 X 向反應時，取  $a = 0.5$  識別第一模態； $a = 0.12$  識別第二模態與第三模態。分析 Y 向反應時，取  $a = 0.5$  識別第一模態；取  $a = 0.15$  識別第二模態與第三模態。其 X 向之識別結果示於表 5.2，其中 MAC 值之計算乃以有限元素分析套裝軟體 SAP2000 所得之理論模態為參考標準。而 Y 向識別結果示於表 5.3。比較模擬與識別所得之結果，其振態完全穩合。雖然 X 向高頻之振動頻率有較大之誤差，但誤差不超過 5%。

#### 5.1.4 Benchmark C2 之識別結果

白噪輸入及其頻譜示於附圖 2.1。附圖 2.2 與附圖 2.3 所示者為在 X 向以白噪輸入而各測點之 X 向各自由度反應與其頻譜圖；附圖 2.4 與附圖 2.5 所示者則為 Y 向各自由度反應與其頻譜圖。從頻譜中可發現 3(Hz)、10~13(Hz)、16~17(Hz)、22(Hz)、29~31(Hz) 以及 37(Hz) 等頻率區間有明顯之峰值。因此，可初步判斷結構系統之模態必定落於此些頻率區間內。而以 EL centro 地震輸入時，其歷時圖與頻譜圖示於附圖 2.6。附圖 2.7 與附圖 2.8 所示者為在 X 向以 EL centro 地震輸入而各測點之 X 向各自由度反應與其頻譜圖；附圖 2.9 與附圖 2.10 所示者則為 Y 向各自由度反應與其頻譜圖。由其頻譜圖可發現，30Hz 以上高模態之振動頻率僅能於第一樓層之頻譜反應發現峰值。以集集地震輸入時，其歷時圖與頻譜圖示於附圖 2.11。附圖 2.12 與附圖 2.13 所示者為在 X 向以集集地震輸入而各測點之 X 向各自由度反應與其頻譜圖；附圖 2.14 與附圖 2.15 所示者則為 Y 向各自由度反應與其頻譜圖。從其頻譜中亦僅能於第一樓層反應中發現有高於 30Hz 之峰值。

以 Harr 小波函數或以 Meyer 小波函數進行識別所須之  $a$  值，可由頻率圖之初步分析結果決定。以 Harr 小波函數進行識別時，取  $a = 0.15$  識別 [2.8780, 7.2047] 區間內之模態；取  $a = 0.06$  識別 [7.1950, 18.0117] 區間內之模態；再取  $a = 0.025$  識別 [17.2680, 43.2280] 區間內之模態。表 5.3 所示為白噪輸入，以 Harr 小波函數進行識別所得之自然振動頻率、阻尼比與模態振形。圖 5.4 所示為將以上識別出之模態振形以圖形表示。若輸入訊號改以 EL centro 與集集等地震資料，則其識別結果如表 5.4 所示。表中之 MAC 值為相對於以白噪輸入所獲得之模態。

以 Meyer 小波函數進行識別時，取  $a = 0.18$  識別 [2.9711, 5.1728] 區間內之模

態；取  $a=0.07$  識別  $[7.6400,13.3014]$  區間內之模態；取  $a=0.04$  識別  $[13.3700,23.2775]$  區間內之模態；最後以  $a=0.023$  識別  $[23.2522,40.4826]$  區間內之模態。表 5.5 所示為白噪輸入，以 Harr 小波函數進行識別所得之自然振動頻率、阻尼比與模態振形。圖 5.5 所示為將以上識別出之模態振形以圖形表示。若輸入訊號改以 EL centro 與集集等地震資料，則其識別結果如表 5.6 所示。表中之 MAC 值為相對於以白噪輸入所獲得之模態。

由圖 5.4 與圖 5.5 等模態圖可看出，第一個模態為 X 向為主之振態；第二個模態為 Y 向為主之振態；而第三個模態應為為轉動為主之振態；而第四個以上之模態為轉動與平移藕合，難以確認其主要運動方向。

分析過程由於 Meyer 小波函數所函蓋之”保留區間”相對於 Harr 小波函數來的較窄，而且此勁度不對稱之結構其主要振頻分部之範圍較廣。因此以 Meyer 小波函數進行分析須要用到 4 組  $a$  值，而以 Harr 小波函數進行分析僅須 3 組  $a$  值。而對於做用於此勁度不對稱系統之各種輸入及其輸出反應進行系統識別，其所識別之自然振動頻率、阻尼比以及振態相當雷同。藉由此進行一連串之比對，可確認此識別結果之可靠性。

### 5.1.5 以有限元素模擬 Benchmark C2 之分析結果

以 SAP2000 建立 Benchmark C2 之模型，並假設其所有模態對應之阻尼比為 5%。則模型之理論自然振動頻率與對應之振態示於表 5.7。以 Kobe 地震為輸入（如附圖 3.1 所示），取實際實驗中各量測點對應於模型中之自由度相對加速度反應，模擬實驗所量得之反應。附圖 3.2 與附圖 3.3 分別為 X 向反應及其對應之傅式譜圖；附圖 3.4 與附圖 3.5 分別為 Y 向反應及其對應之傅式譜圖。總資料長度為 30 秒，取樣頻率為 200Hz，分析時取 7~12 秒間之數據進行識別，資料取樣長度為 1000 點。以此些輸入資料與輸出反應進行識別分析。

由頻率域之初步分析結果可決定出，以 Harr 小波函數進行識別所須之  $a$  值。當以 Harr 小波函數進行識別時，考慮選擇  $a=0.14$  識別  $[3.0836,7.7193]$  區間內之模態；並以  $a=0.055$  識別  $[7.8491,19.6491]$  區間內之模態；再以  $a=0.022$  識別  $[19.6227,49.1227]$  區間內之模態。其識別結果如表 5.8 所示。表中之 MAC 值則相對於有限元素模型分析所獲得之模態計算所得。所得之結果與理論值相當穩合。

由量測所得之輸入資料與輸出反應識別此勁度非對稱結構（Benchmark C2），所得之識別結果與有限元素分析值並不全然一致。此差異顯示利用設計資料建立有限元素模型與實際鋼構有所差異。雖然，在對稱結構（Benchmark C1）之結果顯示，有限元素模型能順利展現實際鋼構之行為；但於非對稱結構系則不然。將來實有必要再進一步探討 Benchmark C2 有限元素模型之問題。

## 5.2 橋樑衝擊實驗分析

透過現地試驗，可了解橋樑結構完成後之特性，以驗證設計分析之準確性；並建立橋樑之初始資料，做為將來進行損壞評估之重要參考資料。常用之現地試驗有微動量測試驗（以自然力為輸入力）與自由振動試驗（以人為控制力量為輸入力）。本研究所發展之方法無法直接分析微動量測試驗，除非先將微動反應透過隨機遞減法（Random decrement technique）或求其相關函數（correlation functions）轉換成自由衰減振動反應。在本節中，本研究所發展之識別程序將應用至橋樑之自由振動反應分析，求橋樑之動態特性。

### 5.2.1 實驗介紹

本章所分析之橋樑為跨越基隆河，聯絡台北萬華與板橋之萬板大橋。萬板大橋為一多跨連續變斷面預力箱型拱橋，如圖 5.6 所示，分為五跨，全長 440 公尺，除了 P17 與 P22 為滾輪支承外，其餘皆為固接方式與上部結構銜接。跨長分別為 55 公尺、110 公尺、110 公尺、110 公尺、及 55 公尺。由於萬板橋橋型特殊，就實驗的角度而言，要選擇最有效的施力衝擊點及量測程序較一般簡支橋樑結構來得困難。

本文分析之資料為由楊等人(2000)所進行之全線衝擊試驗，量測結構受一衝擊力後不同測站之速度反應訊號。所使用之量測儀器主要分為集錄系統與感應子，此兩者以同軸導線連接。攜帶式集錄系統共有八個量測頻道，接八個速度型感應子亦有八個。因受限於集錄系統之頻道數，在整個測站擺設方面，規劃以每 20 公尺之距離擺設一個感應子，每一段量測總長為 140 公尺為原則，共分四段量測。每相鄰段之間有兩個重複測站，以做為連結各段資料之用（參看圖 5.6）。另外，每一段量測均包括 X（縱向）、Y（橫向）和 Z（垂直向）三方向之衝擊反應，量測時均將感應子置於橋樑斷面中心。於每一段每個方向之量測時間皆為 1.5 分鐘，取樣頻率為 100HZ，取樣點共 9000 點。取衝擊後 5 秒長之速度反應進行分析。

衝擊力之來源為一載重卡車，於定點處將後面兩輪以混凝土塊墊高，於平穩之情況下讓卡車以自由落體之方式落下，此時卡車對橋面所產生之衝擊力，即是試驗所需垂直向之輸入衝擊力量。此外利用等速行駛之卡車，突然煞車所引起之摩擦力，亦可獲得水平衝擊力。若卡車行駛之方向為縱向，即得縱面施力。而橫向之施力，擬以與水平中心線成 30 度之方向行駛。如此一來，衝擊力於橫向即有一分量產生，此即所需之橫向衝擊力。而以下分析僅針對垂直向（vertical direction，也就是 Z 向）衝擊載重之反應進行分析。

### 5.2.2 動態資料初判

附圖 3.1~附圖 3.8 所示為萬板大橋在受衝擊後各測點之垂直向（Z 向）歷時反應圖及其頻譜圖。在各方向之歷時反應中，可觀察到皆有一個特別大之峰值出現，此反應是因為衝擊力所造成之結構反應。如同一結構承受一個脈衝荷重一樣，當衝擊力作用時，結構反應瞬間放大；其後，結構反應則以自由振動之方式衰減，因為結構體本身具有阻尼所造成，約於 30 秒後已衰減至一般之微動反應。而垂直向反應中，於到達最大峰值反應前，有一個較微動反應為大之反應，此乃卡車啟動所造成之擾動。由於分析過程假定實驗之衝擊力量為一脈衝荷重，而卡車之啟動效應可能會影響分析之結果。因此分析時此部分之資料將不予考慮。

將歷時反應以傅立葉轉換至頻率域作分析。附圖 4.1 為 S1 量測段各感應子所量測之速度歷時，附圖 4.2 為各量測點所對應之頻譜反應；附圖 4.3 為 S2 量測段各感應子所量測之速度歷時，附圖 4.4 為各量測點所對應之頻譜反應；附圖 4.5 為 S3 量測段各感應子所量測之速度歷時，附圖 4.6 為各量測點所對應之頻譜反應；而附圖 4.7 為 S4 量測段各感應子所量測之速度歷時，附圖 4.8 為各量測點所對應之頻譜反應。頻譜圖中表現最高峰振幅所對應之頻率可初步判定為結構之基本自然振動頻率。由各量測點之頻譜反應可約略看出 1~2Hz、2.5Hz、3.5Hz 左右、4.5Hz 以及 5.5Hz 左右各有明顯之峰值。

### 5.2.3 動態特性之識別結果

以下以 Harr 小波函數進行分析，考慮以  $a = 0.4$  識別 [1.0792, 2.7017] 區間內之模態；並以  $a = 0.2$  識別 [2.1585, 5.4035] 區間內之模態。依照此分析模式可識別出橋樑之自然振動頻率、阻尼比與振動模態。共識別七組模態，其結果示於表 5.9 與圖 5.7。表 5.9 亦列出利用 ARX 配合最小平方差法之識別結果（林, 2000），兩種方法所得結果一致，惟林（2000）於 5Hz 內之結果漏掉一個模態。

另外，於振態形狀估算方面，因受限於實驗設備之關係，故採用分段量測方式進行實驗，這使得在振態形狀上之估算較為繁複。其處理之方式，首先將各段資料於各主頻下之反應模態，以重疊點之資料進行正規化；接著配合相位差以進行相位角正負號之判斷。如此，整個自然振態之各分量大小及其正負關係即可確定，從而得知於各頻率下之振態形狀。所識別得之模態振形圖示於圖 5.7。此橋樑基本上無明顯之不對稱，故所得之模態振形應亦接近對稱或反對稱。而由所得之振形可看出，所識別之第二模態、第三模態、第四模態、第六模態與第七模態之振形為近似對稱；所識別之第一模態與第五模態之振形為近似反對稱。

### 5.2.4 有限元素模擬結果

由於萬板大橋為一單元橋體，因此可預期該橋體於垂直向、橫向及縱向之振動行為可能互相獨立。前人(林, 2000)利用有限元素分析軟體 SAP2000，分別以 278 個樑元素模擬整個結構，並且利用等值彈簧勁度模擬橋樁基礎與土壤互制行



為，另外，為考慮完工之真實情形，於橋樑兩端加上臨跨質量的一半，以模擬臨跨效應。所得之垂直向模態如表 5.9 所示，而振形如圖 5.7 中之紅色線條所示。

將實驗結果與有限元素分析之結果進行比對其結果亦示於表 5.9，由分析結果可發現有限元素分析所得之第八個模態可對應識別結果之第一模態；有限元素模擬所得之第十個模態可對應識別結果之第二模態；有限元素模擬所得之第十一個模態與識別結果之第三模態則雖類似但亦有明顯差異處（中間跨處），但整體振形仍大致相仿；有限元素模擬所得之第十四個模態可對應識別結果之第四模態與第十模態；而有限元素模擬所得之第十五個模態振形相仿於識別結果之第五模態；而有限元素分析所得之第二十二個模態振形則可對應識別結果之第七模態。

以有限元素模型所得之數值模態雖能於識別所得之結果中找到對應或相仿之模態，但其對應頻率並不一致。由此可知，依設計圖所建立之有限元素模型尚無法完全符合興建完成後之結構行為。施工中混凝土及鋼材之材料性質與設計者之相異性及有限元素模型中邊界條件之模態是否與實際者符合，均會影響有限元模型及試驗資料識別結果之一致性。依設計圖所建立之有限元素模型將有必要進一步修正。

## 第六章 結論

本文提出了一套系統識別模式，利用連續小波轉換離散化之運動方程（為一 ARX 時間序列），並利用連續小波轉換之平移不變性，有效率地由量測反應或輸入估算離散化運動方程中各函數之小波轉換。最後利用最小平方差估算離散化運動方程各函數前之係數矩陣，以便進一步估算系統之動態特性。在小波轉換過程中，吾人可任選尺度因子，以便達到濾波效果，以增進系統識別能力。

本研究首先利用六層樓剪力建築物之數值模擬地震反應，進行系統識別，驗證本研究所提方法之可行性。並且探討 ARX 時間序列階數、雜訊、不同小波函數及其尺度因子對識別結果之影響，以利使用者能更容易地掌握此識別方法之準確性。本分析中利用了 Harr 小波函數及 Meyer 小波函數。從此兩函數之 Fourier 轉換知，選擇不同之尺度因子可達到類似帶寬濾波之效果，尤其是 Meyer 小波。當決定欲識別之頻率區間，可選擇適當之尺度因子，將反應及輸入資料轉換至小波空間達到濾波之效果，並於小波空間識別 ARX 時間序列之係數矩陣，識別動態特性。隨著 ARX 模式階數之增加，落於識別頻率區間內之模態特性將穩定出現。即使在含 20% 噪訊比雜訊之反應及輸入數據之情況下，亦能得到準確之識別結果。

本研究所提出之識別方法亦成功應用於分析國家地震工程研究中心之三層樓鋼構之動態反應。所分析之量測資料包括白噪、EL centro 地震或集集地震等各種輸入下之振動台實驗記錄，分析對象為對稱標準鋼構架與非對稱鋼構架兩種。針對對稱鋼構架，各樓層兩水平方向反應互為不相關，在不同之地震輸入下，吾人均能輕易識別其兩水平向之模態，該結果亦與利用 SAP2000 依設計資料所建構有限元分析結果一致。於分析不對稱鋼構時，由於斜稱之存在，從白噪輸入所致反應之頻譜中知該構架之高頻模態頻率遠高於 EL centro 及集集地震之主要頻率範圍。即使如此，吾人依然在不同地震輸入反應中可識別互為藕合之九個模態。此九模態之頻率與白噪輸入所致反應頻譜尖峰值所對應之頻率一致。但與 SAP2000 之有限元分析者有明顯差異，顯現即使利用 SAP2000 準確分析不甚複雜之不對稱三層樓鋼構亦不是件容易之事。

最後，本研究所提識別方法亦應用至分析三跨連續萬版大橋（總長 440 公尺）之垂直向衝擊載重實驗數據。共識別了七個模態，其所得之頻率與阻尼比絕大部分與前人所得之結果相合，且能識別出前人忽略之模態。另外，並與有限元素分析所得者相比較，發現識別與分析模態相似者其所對應之頻率有明顯差異。顯示此有限元素模型須再做進一步之修正。

## 參考文獻

- Allemang, R. L. and Brown, D. L., "A correlation coefficient for modal vector analysis." *Proceeding of the first International Modal Analysis Conference, Bethel, Connecticut, U.S.A.* 1983.
- Alvin, K.F. Structural system identification: From reality to models. *Computers and Structures* 2003; 81(12):1149-1176
- Barbara, B.H. *The World According to Wavelets*. A. K. Peters Ltd. 1998.
- Bartlett, M. S. The Theoretical Specification and Sampling properties of Autocorrelated Time Series *J. R. Stat. Soc.*, Ser. B 1946; 8:27-41
- Brown D, Allemang R, Zimmerman R, Mergeay, M. Parameter estimation techniques for modal analysis. *SAE Transaction* 1979; 88(1):828-846.
- Chui, C.K. *An Introduction to Wavelets*, Academic Press, Inc. 1992.
- Combes, J.M, Grossmann A, Tchamitchian Ph. Eds. *Wavelet: Time-Frequency Methods and Phase Space*. Springer-Verlag, Berlin, 1990.
- Daubechies, I. Orthonormal basis of compactly supported wavelets. *Communication for Pure & Applied Mathematics* 1988; 41:909-996.
- Frandrín, P. Wavelets and related time-scale transforms. *SPIE Advanced Signal-Processing Algorithms, Architectures, and Implementation* 1990; 1348:2-13.
- Gouttebroze, S, Lardies, J. On using the wavelet transform in modal analysis. *Mechanics Research Communications* 2001; 28(5):561-569.
- Huang, C.S. Structural identification from ambient vibration measurement using the multivariate AR model. *Journal of Sound and Vibration* 2001; 241(3): 337-359.
- Huang, C.S, Lin HL. Modal identification of structures from ambient vibration, free vibration, and seismic response data via a subspace approach. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 2001; 30:1857-1878.
- Huang, C. S., Hung, S. L., Lin, C. I., and Su, W. C., A wavelet-based approach to identifying structure modal parameters from seismic response and free vibration data. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*. 2005; 20:408-423.
- Ibrahim, S.R., Mikulcik, E.C. A method for direct identification of vibration parameters from the free responses. *Bulletin of Shock and Vibration* 1977; 47(4): 183-198.
- Jawerth, B, Sweldens, W. Overview of wavelet based multiresolution analyses. *SIAM Review* 1994; 36(3):377-412.
- Kobayashi, M. Wavelets and their applications in industry. *Nonlinear Analysis, Theory, Methods and Applications* 2001; 47(3):1749-1760.
- Lardies, J, Gouttebroze, S. Identification of modal parameters using the wavelet

- transform. *International Journal of Mechanical Sciences* 2002; 44: 2263-2283.
- Loh, C.H., Lin, H.M. Application of off-line and on-line identification techniques to building seismic response data, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 1996; 25:269-290.
- Robertson, A.N., Park, K.C., Alvin, K.F. Extraction of impulse response data via wavelet transform for structural system identification. *Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME*, 1998; 120: 252-260.
- Robertson, A.N., Park, K.C., Alvin, K.F. Identification of structural dynamics models using wavelet-generated impulse response data. *Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME*, 1998; 120: 261-266.
- Ruzzene, M., Fasana, A., Garibaldi, L., Piombo, B. Natural frequencies and dampings identification using wavelet transform: application to real data. *Mechanical System and Signal Processing*, 1997; 11(2): 207-218.
- Safak, E., Celebi, M. Seismic response of Transamerica building, II: system identification, *Journal of Structural Engineering, ASCE* 1991; 117:2405-2425.
- Satio, T., Yokota, H. Evaluation of dynamic characteristics of high-rise buildings using system identification, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 1996; 59:299-307
- Schoenwald, D.A. System identification using a wavelet-based approach. *Proceedings of the 32<sup>nd</sup> IEEE Conference on Decision and Control*, 1993: 3064-3065.
- Spliid, H. A fast estimation method for the vector autoregressive moving average model with exogenous variables. *Journal of the American Statistical Association* 1983; 48(384): 843-849.
- Strang, G. Wavelet transforms versus Fourier transforms. *Bulletin of the American Mathematical Society* 1993; 28(2):288-305.
- Unser, M, Aldroubi, A. Review of wavelet transforms for pattern recognitions. *Proceedings of SPIE, The International Society for Optical Engineering*, 1996; 2762:2-22.
- VanDerVeen, A., Deprettere E.F., Swindlehurst, A.L. Subspace-based signal analysis using singular value decomposition. *Proceedings of the IEEE* 1993; 81(9):1277-1308.
- Vold, H., Kundrat, J., Rocklin, G.T., Russell, R. A multiple-input modal estimation algorithm for mini-computer. *SAE Transaction* 1982; 91(1):815-821.
- 林旭翎，「利用多重輸出輸入模式識別結構系統特性」，私立淡江大學土木工程學研究所碩士論文，2000。
- 林志嘉，「橋梁現地實驗與動力特性系統識別」，國立台灣大學土木工程學研究所碩士論文，2000。
- 黃炯憲、洪士林、蘇威智、陳承俊，「利用小波包識別橋樑動態特性」，中央氣象

局報告，2003。

黃炯憲，「微動量測分析工具探討(二)—時間序列法」，國家地震工程研究中心報告 NCREE-99-018，1999。

楊永斌，陳振華，黃炯憲，「西藏大橋衝擊試驗與動力特性識別」，西藏大橋動力及靜力特性之監測及分析期末報告，3-1-3-84，2000。

表 4.1：數值模型之理論參數

振動頻率(Hz)	0.679	2.18	3.48	6.00	6.20	7.08
阻尼比(%)	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00
模態	1.000	1.000	-0.902	-0.120	0.118	-0.040
	0.920	0.173	1.000	0.632	-0.669	0.307
	0.863	-0.185	0.924	-0.550	0.691	-0.552
	0.723	-0.696	-0.423	-0.401	0.110	1.000
	0.643	-0.765	-0.783	0.383	-0.364	-0.779
	0.057	-0.077	-0.102	1.000	1.000	0.198

表 4.2：利用  $\alpha=0.9$  所得結果

	Nature frequency(Hz)	Damping ratio	MAC
2	0.679 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.00% 4.98% 4.99% 5.00% 5.00% 4.99%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
3	0.690 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	4.89% 4.99% 5.00% 5.00% 4.99% 4.99%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
4	0.676 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.02% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
5	0.653 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.69% 4.98% 5.03% 4.99% 5.02% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
6	0.671 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.12% 4.98% 5.00% 5.00% 5.01% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
7	0.678 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.03% 4.99% 5.00% 5.01% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
8	0.687 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.03% 4.97% 5.00% 5.00% 5.00% 5.01%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
9	0.680 2.17 3.48 6.00 6.20 7.08	5.14% 4.90% 4.88% 5.07% 4.94% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
10	0.679 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.00% 5.05% 4.99% 4.99% 4.98% 5.02%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
11	0.677 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.13% 5.04% 5.01% 5.01% 5.01% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
12	0.684 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.11% 5.10% 5.01% 5.00% 5.00% 4.99%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
13	0.679 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.06% 5.04% 5.00% 4.98% 5.00% 5.01%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
14	0.680 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.31% 5.00% 4.99% 4.99% 4.99% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
15	0.680 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	4.82% 4.99% 4.99% 4.99% 5.05% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
16	0.682 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.09% 5.68% 5.01% 5.00% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00

表 4.3：利用  $\alpha=0.22$  所得結果

	Nature frequency(Hz)	Damping ratio	MAC
2	0.679 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.01% 5.00% 5.00% 5.00% 4.99% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
3	0.679 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.01% 5.00% 5.00% 5.00% 4.99% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
4	0.679 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.02% 4.99% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
5	0.680 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	4.97% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
6	0.680 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	4.99% 5.01% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
7	0.680 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	4.87% 5.08% 5.00% 5.00% 5.00% 4.99%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
8	0.680 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	4.99% 4.99% 5.00% 5.00% 5.00% 4.99%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
9	0.676 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.07% 5.02% 5.00% 5.00% 5.01% 4.99%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
10	0.677 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.07% 4.99% 5.00% 5.00% 5.00% 4.99%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
11	0.675 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.07% 4.97% 5.00% 5.01% 5.01% 4.98%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
12	0.677 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	4.99% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00% 5.01%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
13	0.678 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.01% 4.98% 5.01% 5.00% 5.01% 4.99%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
14	0.677 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	4.87% 5.08% 5.00% 5.00% 5.00% 4.98%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
15	0.684 2.17 3.48 6.00 6.20 7.08	5.03% 4.69% 5.15% 4.98% 5.02% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
16	0.680 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	4.97% 5.01% 4.99% 5.00% 5.00% 5.01%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00

表 4.4：利用  $a=0.08$  所得結果

	Nature frequency(Hz)	Damping ratio	MAC
2	0.680 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	4.87% 5.01% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
3	0.678 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.01% 5.01% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
4	0.679 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	4.87% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
5	0.679 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	4.98% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
6	0.680 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	4.98% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
7	0.680 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.00% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
8	0.680 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.09% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
9	0.680 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.05% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
10	0.679 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.03% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
11	0.679 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.21% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
12	0.679 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.09% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
13	0.681 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	4.61% 5.01% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
14	0.682 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.15% 4.98% 5.00% 4.99% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
15	0.679 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.03% 5.01% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
16	0.679 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	4.99% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00

表 4.5：利用  $a=0.08$ 、 $a=0.22$  以及  $a=0.9$  所得結果

	Nature frequency(Hz)	Damping ratio	MAC
2	0.679 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	4.99% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
3	0.679 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.02% 5.02% 5.00% 5.01% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
4	0.679 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.00% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
5	0.649 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	4.51% 4.99% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
6	0.680 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.00% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
7	0.682 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.04% 5.24% 5.00% 5.00% 4.99% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
8	0.682 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	4.93% 5.06% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
9	0.679 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.01% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
10	0.676 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.06% 5.02% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
11	0.677 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.01% 5.00% 4.99% 5.00% 5.00% 5.01%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
12	0.679 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	4.99% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
13	0.679 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.02% 5.03% 5.00% 5.01% 4.99% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
14	0.681 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	4.97% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
15	0.678 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	4.98% 5.00% 5.01% 5.00% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00
16	0.672 2.18 3.48 6.00 6.20 7.08	5.01% 4.99% 5.01% 4.99% 5.00% 5.00%	1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 1.00



表 4.6：訊號中包含 10% 噪訊比，利用  $\alpha=0.9$  所得結果

	Nature frequency(Hz)						Damping ratio						MAC					
2	0.691	\	\	\	\	\	7.62%	\	\	\	\	\	1.00	\	\	\	\	\
3	0.678	2.23	\	\	\	\	5.16%	9.21%	\	\	\	\	1.00	0.97	\	\	\	\
4	0.675	2.21	3.50	\	\	\	4.49%	8.00%	9.99%	\	\	\	1.00	0.99	1.00	\	\	\
5	0.677	2.21	3.49	\	\	\	4.61%	6.87%	8.48%	\	\	\	1.00	0.99	1.00	\	\	\
6	0.680	2.21	3.49	\	\	\	4.83%	6.31%	7.66%	\	\	\	1.00	0.99	0.99	\	\	\
7	0.682	2.21	3.48	\	\	\	4.98%	5.88%	6.77%	\	\	\	1.00	0.99	0.99	\	\	\
8	0.682	2.20	3.47	\	\	\	5.01%	5.62%	6.43%	\	\	\	1.00	0.99	0.99	\	\	\
9	0.682	2.20	3.47	\	\	\	5.01%	5.56%	6.43%	\	\	\	1.00	1.00	0.99	\	\	\
10	0.683	2.20	3.47	\	\	\	5.06%	5.22%	5.83%	\	\	\	1.00	1.00	0.99	\	\	\
11	0.682	2.19	3.45	\	\	\	4.98%	5.57%	5.65%	\	\	\	1.00	1.00	1.00	\	\	\
12	0.683	2.19	3.45	\	\	\	5.02%	5.37%	5.72%	\	\	\	1.00	1.00	1.00	\	\	\
13	0.684	2.19	3.45	\	\	\	5.05%	5.13%	5.62%	\	\	\	1.00	1.00	0.99	\	\	\
14	0.683	2.19	3.44	\	\	7.19	5.02%	5.05%	5.49%	\	\	9.46%	1.00	1.00	1.00	\	\	0.93
15	0.683	2.20	3.44	\	\	7.20	5.05%	4.93%	5.52%	\	\	8.66%	1.00	1.00	0.99	\	\	0.96
16	0.683	2.19	3.43	\	\	7.15	5.01%	5.04%	5.49%	\	\	7.59%	1.00	1.00	1.00	\	\	0.97
17	0.682	2.19	3.44	\	\	7.16	4.97%	5.10%	5.53%	\	\	7.21%	1.00	1.00	1.00	\	\	0.98
18	0.682	2.19	3.43	6.07	6.21	7.14	4.94%	5.04%	5.54%	7.44%	7.60%	6.63%	1.00	1.00	1.00	0.97	0.75	0.99
19	0.682	2.19	3.43	6.05	6.21	7.15	4.96%	5.08%	5.51%	7.55%	7.13%	6.48%	1.00	1.00	1.00	0.98	0.93	0.99
20	0.682	2.19	3.44	6.04	6.21	7.10	4.96%	5.04%	5.47%	7.42%	6.90%	6.74%	1.00	1.00	1.00	0.98	0.93	0.99
21	0.682	2.19	3.45	6.04	6.19	7.11	4.96%	4.94%	5.49%	7.70%	6.58%	6.74%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.93	0.99

註：“\”無法識別

表 4.7：訊號中包含 10% 噪訊比，利用  $\alpha=0.22$  所得結果

	Nature frequency(Hz)						Damping ratio						MAC					
2	\	2.18	3.51	\	\	\	\	6.74%	8.23%	\	\	\	\	1.00	1.00	\	\	\
3	\	2.17	3.50	6.07	\	6.07	\	5.80%	7.23%	5.58%	\	5.58%	\	0.99	1.00	0.85	\	0.00
4	\	2.17	3.49	6.07	\	6.07	\	5.41%	6.56%	5.68%	\	5.68%	\	0.99	1.00	0.93	\	0.00
5	\	2.18	3.49	6.09	\	6.09	\	5.23%	5.93%	6.33%	\	7.81%	\	1.00	1.00	0.99	\	0.01
6	\	2.18	3.49	6.04	6.14	6.14	\	5.20%	5.79%	6.76%	6.93%	6.93%	\	1.00	1.00	0.99	0.92	0.04
7	\	2.18	3.48	5.98	6.17	6.17	\	5.13%	5.55%	6.87%	6.03%	6.03%	\	1.00	1.00	0.99	0.94	0.02
8	0.605	2.18	3.48	5.96	6.18	6.18	14.69%	5.12%	5.37%	6.41%	5.78%	5.78%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.94	0.02
9	0.616	2.18	3.48	5.95	6.18	6.18	11.95%	5.05%	5.31%	6.38%	5.74%	5.74%	1.00	1.00	1.00	0.98	0.93	0.02
10	0.625	2.18	3.48	5.93	6.19	6.19	11.30%	4.97%	5.15%	6.27%	5.52%	5.52%	1.00	1.00	1.00	0.98	0.92	0.01
11	0.622	2.18	3.48	5.95	6.19	6.19	11.48%	4.96%	5.10%	6.64%	5.73%	5.73%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.94	0.02
12	0.630	2.18	3.48	5.95	6.19	6.19	10.73%	4.93%	5.03%	6.72%	5.86%	5.86%	1.00	1.00	1.00	0.98	0.93	0.02
13	0.636	2.18	3.48	5.95	6.18	6.18	9.76%	4.92%	4.96%	6.74%	5.92%	5.92%	1.00	1.00	1.00	0.98	0.93	0.02
14	0.635	2.18	3.48	5.97	6.20	6.20	9.29%	4.95%	4.95%	6.59%	6.11%	6.11%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.95	0.02
15	0.641	2.18	3.48	5.96	6.19	6.19	8.52%	4.94%	4.96%	6.72%	5.99%	5.99%	1.00	1.00	1.00	0.98	0.94	0.02
16	0.645	2.18	3.48	5.96	6.19	6.19	6.30%	4.93%	4.99%	6.34%	6.05%	6.05%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.94	0.02
17	0.650	2.18	3.48	5.96	6.21	6.21	5.21%	4.94%	4.99%	6.16%	6.06%	6.06%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.95	0.02
18	0.652	2.18	3.48	5.95	6.20	6.20	4.90%	4.94%	4.98%	6.12%	5.98%	5.98%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.94	0.02
19	0.654	2.18	3.48	5.95	6.20	6.20	3.75%	4.96%	4.98%	5.91%	6.04%	6.04%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.94	0.02
20	0.658	2.18	3.48	5.95	6.19	6.19	3.72%	4.96%	4.96%	5.89%	6.08%	6.08%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.94	0.02
21	0.658	2.18	3.48	5.95	6.20	6.20	3.40%	4.97%	4.94%	5.65%	6.12%	6.12%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.95	0.02

表 4.8：訊號中包含 10% 噪訊比，利用  $\alpha=0.08$  所得結果

	Nature frequency(Hz)						Damping ratio					MAC						
6	\	2.16	3.58	6.06	6.20	7.20	\	13.13%	12.76%	5.77%	6.28%	6.87%	\	1.00	0.99	0.99	0.85	0.99
7	\	2.16	3.56	6.05	6.21	7.17	\	11.16%	10.40%	5.67%	5.95%	6.14%	\	0.99	0.99	1.00	0.88	0.99
8	\	2.17	3.54	6.03	6.20	7.14	\	9.91%	9.29%	5.45%	5.58%	5.66%	\	0.99	1.00	1.00	0.95	0.99
9	\	2.17	3.53	6.02	6.21	7.14	\	8.67%	8.37%	5.26%	5.39%	5.33%	\	0.99	1.00	1.00	0.99	1.00
10	\	2.17	3.52	6.01	6.21	7.12	\	7.77%	7.88%	5.05%	5.31%	5.07%	\	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00
11	\	2.18	3.52	6.00	6.22	7.12	\	7.56%	7.61%	4.97%	5.15%	4.82%	\	0.99	1.00	1.00	1.00	0.99
12	\	2.20	3.58	6.02	6.24	7.15	\	10.47%	9.46%	5.06%	5.33%	5.02%	\	0.99	1.00	0.99	1.00	0.99
13	\	2.21	3.60	6.01	6.25	7.18	\	11.12%	9.38%	4.98%	5.27%	4.82%	\	0.99	0.99	0.98	1.00	0.98
14	\	2.18	3.53	5.99	6.23	7.14	\	8.16%	7.29%	5.02%	5.15%	4.96%	\	0.99	1.00	0.99	1.00	0.98
15	\	2.17	3.51	6.01	6.21	7.14	\	6.87%	6.78%	5.01%	5.44%	5.05%	\	0.98	1.00	1.00	1.00	0.99
16	\	2.16	3.50	6.02	6.21	7.12	\	6.30%	6.38%	4.92%	5.51%	5.06%	\	0.98	1.00	1.00	1.00	0.99
17	\	2.16	3.49	6.01	6.20	7.11	\	6.13%	6.05%	4.91%	5.49%	5.21%	\	0.98	1.00	1.00	1.00	1.00
18	\	2.16	3.49	6.01	6.20	7.10	\	5.89%	5.81%	4.93%	5.28%	5.28%	\	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00
19	\	2.17	3.49	6.00	6.20	7.10	\	5.76%	5.73%	4.93%	5.23%	5.32%	\	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00
20	\	2.17	3.48	6.00	6.20	7.09	\	5.61%	5.61%	4.95%	5.13%	5.32%	\	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
21	\	2.17	3.49	6.00	6.20	7.08	\	5.55%	5.38%	4.99%	5.05%	5.31%	\	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
22	\	2.17	3.48	5.99	6.20	7.08	\	5.41%	5.29%	5.02%	5.05%	5.31%	\	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
23	\	2.17	3.48	5.99	6.20	7.07	\	5.27%	5.11%	5.01%	5.01%	5.31%	\	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
24	\	2.17	3.49	5.99	6.20	7.08	\	5.44%	5.20%	5.01%	5.05%	5.12%	\	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
25	\	2.17	3.49	5.99	6.20	7.09	\	5.58%	5.13%	5.11%	4.95%	4.94%	\	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

表 4.9：訊號中包含 10% 噪訊比，利用  $a=0.08$ 、 $a=0.22$  以及  $a=0.9$  所得結果

	Nature frequency(Hz)						Damping ratio						MAC					
11	0.669	2.19	3.51	6.02	6.22	7.16	7.33%	5.38%	6.60%	6.41%	6.19%	8.65%	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	0.98
12	0.673	2.19	3.50	5.99	6.22	7.14	8.00%	5.22%	6.56%	6.51%	5.66%	8.36%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.96	0.98
13	0.673	2.19	3.50	5.98	6.20	7.09	6.46%	5.01%	5.77%	6.56%	5.72%	8.69%	1.00	1.00	1.00	1.00	0.97	0.98
14	0.671	2.18	3.50	5.98	6.19	7.09	5.17%	5.00%	5.65%	6.54%	5.99%	9.03%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.97	0.97
15	0.672	2.18	3.50	5.98	6.20	7.12	4.90%	4.97%	5.55%	6.48%	6.09%	9.14%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.97	0.98
16	0.674	2.18	3.50	6.00	6.18	7.14	4.99%	4.86%	5.49%	6.70%	6.07%	9.53%	1.00	1.00	1.00	0.98	0.97	0.99
17	0.674	2.18	3.49	6.01	6.19	7.15	4.87%	4.83%	5.47%	6.74%	6.17%	9.43%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.97	0.99
18	0.674	2.19	3.49	6.00	6.20	7.17	4.89%	4.73%	5.47%	6.57%	6.08%	8.20%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.96	0.99
19	0.675	2.18	3.49	5.99	6.20	7.19	4.95%	4.73%	5.41%	6.40%	5.81%	7.58%	1.00	1.00	1.00	1.00	0.97	0.99
20	0.676	2.18	3.49	6.00	6.21	7.18	5.01%	4.76%	5.45%	6.50%	5.89%	7.67%	1.00	1.00	1.00	1.00	0.97	0.99
21	0.676	2.18	3.49	6.00	6.21	7.20	4.88%	4.77%	5.50%	6.33%	5.85%	7.28%	1.00	1.00	1.00	1.00	0.97	0.99
22	0.676	2.18	3.49	5.99	6.21	7.15	4.64%	4.82%	5.44%	5.95%	5.58%	6.40%	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99
23	0.676	2.18	3.49	5.99	6.21	7.12	4.82%	4.83%	5.33%	5.83%	5.41%	5.81%	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99
24	0.676	2.18	3.49	5.98	6.21	7.12	4.76%	4.78%	5.36%	5.66%	5.32%	5.53%	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99
25	0.677	2.18	3.49	5.99	6.22	7.13	4.69%	4.81%	5.29%	5.60%	5.33%	5.57%	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	0.99
26	0.676	2.18	3.49	5.98	6.21	7.12	4.54%	4.86%	5.27%	5.50%	5.26%	5.40%	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	0.99
27	0.677	2.18	3.49	5.98	6.20	7.11	4.64%	4.89%	5.21%	5.42%	5.26%	5.36%	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	0.99
28	0.677	2.18	3.49	5.97	6.20	7.10	4.70%	4.92%	5.17%	5.43%	5.24%	5.39%	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	0.99
29	0.678	2.18	3.49	5.97	6.20	7.10	4.71%	4.94%	5.14%	5.43%	5.31%	5.50%	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	0.99
30	0.678	2.18	3.49	5.96	6.20	7.09	4.72%	4.95%	5.14%	5.32%	5.27%	5.41%	1.00	1.00	1.00	1.00	0.98	0.99

表 4.10：訊號中包含 20% 噪訊比，利用  $a=0.9$  所得結果

	Nature frequency(Hz)						Damping ratio						MAC					
2	0.671	\	\	6.12	\	\	2.30%	\	\	4.69%	\	\	1.00	\	\	0.65	\	\
3	0.682	\	\	6.09	\	\	3.45%	\	\	5.62%	\	\	1.00	\	\	0.61	\	\
4	0.676	\	\	6.08	\	\	2.63%	\	\	6.52%	\	\	1.00	\	\	0.71	\	\
5	0.678	\	3.47	6.08	\	\	3.27%	\	13.28%	6.40%	\	\	1.00	\	0.97	0.58	\	\
6	0.674	\	3.47	6.06	\	\	2.82%	\	14.36%	6.76%	\	\	1.00	\	0.96	0.73	\	\
7	0.683	\	3.46	6.06	\	\	4.19%	\	9.27%	6.25%	\	\	1.00	\	0.98	0.60	\	\
8	0.681	\	3.45	6.06	\	\	3.88%	\	10.17%	6.29%	\	\	1.00	\	0.98	0.74	\	\
9	0.686	2.27	3.45	6.06	\	\	4.66%	10.17%	7.74%	5.91%	\	\	1.00	0.90	0.98	0.60	\	\
10	0.684	2.29	3.46	6.05	\	\	4.42%	12.20%	8.37%	5.83%	\	\	1.00	0.89	0.98	0.60	\	\
11	0.685	2.27	3.44	6.06	\	\	4.58%	10.74%	7.66%	5.72%	\	\	1.00	0.92	0.98	0.61	\	\
12	0.686	2.26	3.45	6.05	\	\	4.66%	10.52%	7.79%	5.67%	\	\	1.00	0.96	0.98	0.78	\	\
13	0.686	2.24	3.43	6.05	\	\	4.72%	8.72%	7.26%	5.35%	\	\	1.00	0.97	0.99	0.79	\	\
14	0.686	2.24	3.43	6.05	\	\	4.76%	8.16%	6.99%	5.36%	\	\	1.00	0.97	0.99	0.80	\	\
15	0.685	2.23	3.42	6.05	\	\	4.81%	7.26%	6.70%	5.33%	\	\	1.00	0.98	0.99	0.80	\	\
16	0.684	2.25	3.43	6.04	6.56	\	4.72%	7.45%	6.60%	5.28%	13.72%	\	1.00	0.98	0.99	0.83	0.71	\
17	0.684	2.25	3.42	6.05	6.49	\	4.74%	7.12%	6.57%	5.30%	13.31%	\	1.00	0.98	0.99	0.85	0.71	\
18	0.683	2.23	3.42	6.04	6.47	\	4.72%	7.05%	6.38%	5.18%	12.08%	\	1.00	0.98	0.99	0.86	0.81	\
19	0.683	2.22	3.42	6.04	6.36	\	4.70%	6.87%	6.36%	5.12%	11.05%	\	1.00	0.99	1.00	0.89	0.81	\
20	0.682	2.22	3.43	6.04	6.40	\	4.73%	6.71%	6.45%	5.21%	11.27%	\	1.00	0.99	1.00	0.89	0.73	\
21	0.682	2.21	3.44	6.05	6.33	6.97	4.72%	6.57%	6.57%	5.17%	11.58%	13.69%	1.00	0.99	1.00	0.91	0.69	0.67

表 4.11：訊號中包含 20% 噪訊比，利用  $\alpha=0.22$  所得結果

	Nature frequency(Hz)						Damping ratio						MAC					
6	\	2.18	3.51	6.05	6.16	\	\	6.86%	9.94%	7.20%	8.43%	\	\	0.99	1.00	0.98	0.94	\
7	\	2.18	3.51	5.99	6.17	\	\	6.19%	8.65%	7.64%	7.31%	\	\	1.00	1.00	0.98	0.95	\
8	\	2.19	3.50	5.94	6.18	\	\	5.94%	7.74%	7.12%	6.84%	\	\	1.00	1.00	0.96	0.95	\
9	\	2.18	3.49	5.92	6.18	\	\	5.68%	7.44%	6.85%	6.82%	\	\	1.00	1.00	0.95	0.94	\
10	\	2.18	3.49	5.91	6.16	\	\	5.48%	6.91%	7.06%	6.89%	\	\	1.00	1.00	0.92	0.94	\
11	\	2.18	3.49	5.89	6.16	\	\	5.29%	6.60%	7.10%	6.60%	\	\	1.00	1.00	0.91	0.94	\
12	\	2.18	3.49	5.89	6.15	\	\	5.19%	6.23%	6.77%	6.40%	\	\	1.00	1.00	0.89	0.92	\
13	\	2.18	3.49	5.92	6.15	\	\	5.15%	6.03%	6.57%	6.47%	\	\	1.00	1.00	0.91	0.94	\
14	\	2.18	3.49	5.92	6.15	\	\	5.16%	5.78%	6.76%	6.64%	\	\	1.00	1.00	0.90	0.94	\
15	\	2.18	3.49	5.93	6.16	\	\	5.08%	5.68%	6.60%	6.68%	\	\	1.00	1.00	0.94	0.95	\
16	\	2.18	3.49	5.93	6.15	\	\	5.07%	5.55%	6.64%	6.65%	\	\	1.00	1.00	0.92	0.95	\
17	0.598	2.18	3.48	5.94	6.16	\	11.74%	5.06%	5.44%	6.43%	6.75%	\	1.00	1.00	1.00	0.95	0.96	\
18	0.605	2.18	3.48	5.95	6.16	\	10.01%	5.03%	5.35%	6.23%	6.65%	\	1.00	1.00	1.00	0.95	0.97	\
19	0.618	2.18	3.48	5.95	6.16	\	5.38%	5.00%	5.29%	6.08%	6.57%	\	1.00	1.00	1.00	0.96	0.97	\
20	0.624	2.18	3.48	5.93	6.18	\	2.50%	5.00%	5.35%	5.77%	6.15%	\	1.00	1.00	1.00	0.98	0.96	\
21	0.629	2.18	3.48	5.92	6.17	\	2.34%	5.02%	5.31%	5.94%	6.12%	\	1.00	1.00	1.00	0.97	0.95	\
22	0.631	2.18	3.49	5.91	6.17	\	2.32%	5.02%	5.28%	6.03%	6.15%	\	1.00	1.00	1.00	0.97	0.95	\
23	0.632	2.18	3.48	5.91	6.16	\	1.86%	5.02%	5.15%	5.85%	6.22%	\	1.00	1.00	1.00	0.96	0.95	\
24	0.629	2.18	3.48	5.91	6.16	\	3.68%	5.02%	5.05%	5.74%	6.39%	\	1.00	1.00	1.00	0.96	0.95	\
25	0.624	2.18	3.48	5.94	6.17	\	5.24%	5.00%	4.98%	5.76%	6.38%	\	1.00	1.00	1.00	0.96	0.97	\

表 4.12：訊號中包含 20% 噪訊比，利用  $\alpha=0.08$  所得結果

	Nature frequency(Hz)						Damping ratio						MAC					
14	\	\	\	6.09	6.36	7.45	\	\	\	5.29%	9.66%	7.80%	\	\	\	0.89	0.74	0.96
15	\	\	\	6.10	6.42	7.54	\	\	\	5.25%	10.11%	8.46%	\	\	\	0.87	0.74	0.96
16	\	\	\	6.10	6.47	7.56	\	\	\	5.26%	10.03%	8.45%	\	\	\	0.87	0.73	0.97
17	\	\	\	6.07	6.33	7.30	\	\	\	5.14%	7.86%	6.87%	\	\	\	0.94	0.92	0.97
18	\	\	\	6.07	6.30	7.26	\	\	\	5.23%	7.58%	6.68%	\	\	\	0.96	0.88	0.98
19	\	2.16	\	6.08	6.25	7.21	\	14.74%	\	5.24%	6.96%	6.07%	\	0.99	\	0.99	0.85	0.99
20	\	2.18	\	6.06	6.22	7.16	\	11.26%	\	5.24%	5.97%	5.27%	\	0.99	\	1.00	0.92	0.99
21	\	2.17	\	6.08	6.20	7.17	\	12.06%	\	5.31%	6.06%	5.39%	\	0.99	\	0.99	0.83	0.99
22	\	2.18	\	6.05	6.21	7.17	\	13.04%	\	5.26%	5.97%	5.41%	\	0.99	\	0.99	0.93	0.98
23	\	2.19	\	6.05	6.24	7.18	\	13.20%	\	5.17%	5.86%	5.48%	\	0.99	\	0.99	0.96	0.97
24	\	2.20	3.67	6.04	6.24	7.17	\	13.16%	14.93%	5.16%	5.76%	5.42%	\	0.99	0.99	0.99	0.97	0.97
25	\	2.18	3.57	6.01	6.22	7.12	\	9.94%	11.59%	5.04%	5.35%	5.36%	\	0.99	0.99	1.00	1.00	0.97
26	\	2.18	3.56	6.01	6.21	7.11	\	8.87%	10.00%	4.95%	5.40%	5.51%	\	0.99	1.00	1.00	1.00	0.98
27	\	2.17	3.54	6.00	6.20	7.07	\	7.48%	8.27%	4.83%	5.38%	5.44%	\	0.99	1.00	1.00	0.99	0.98
28	\	2.17	3.54	6.00	6.21	7.08	\	7.51%	8.17%	4.86%	5.52%	5.67%	\	0.98	1.00	1.00	0.99	0.98
29	\	2.17	3.54	6.00	6.21	7.11	\	7.59%	8.47%	4.84%	5.41%	5.63%	\	0.99	1.00	1.00	0.99	0.98
30	\	2.16	3.53	5.99	6.21	7.11	\	7.43%	8.09%	4.88%	5.29%	5.61%	\	0.99	1.00	1.00	0.99	0.98
31	\	2.16	3.52	5.99	6.21	7.12	\	7.09%	7.69%	4.96%	5.34%	5.34%	\	0.99	1.00	1.00	0.99	0.98
32	\	2.16	3.52	6.00	6.21	7.13	\	6.87%	7.18%	4.90%	5.29%	5.17%	\	0.99	1.00	1.00	0.99	0.98
33	\	2.17	3.51	5.99	6.20	7.13	\	6.11%	6.52%	4.94%	5.24%	5.65%	\	0.99	1.00	1.00	0.99	0.98

表 4.13：訊號中包含 20% 噪訊比，利用  $a=0.08$ 、 $a=0.22$  以及  $a=0.9$  所得結果

	Nature frequency(Hz)						Damping ratio						MAC					
46	0.678	2.18	3.48	5.97	6.21	7.09	4.24%	5.20%	5.36%	4.70%	5.44%	5.94%	1.00	1.00	1.00	1.00	0.97	0.97
47	0.678	2.18	3.48	5.97	6.21	7.09	4.24%	5.17%	5.35%	4.68%	5.41%	6.05%	1.00	1.00	1.00	1.00	0.97	0.96
48	0.678	2.18	3.48	5.97	6.21	7.10	4.23%	5.23%	5.31%	4.67%	5.43%	5.82%	1.00	1.00	1.00	1.00	0.96	0.95
49	0.679	2.18	3.48	5.97	6.21	7.11	4.28%	5.14%	5.25%	4.54%	5.45%	5.83%	1.00	1.00	1.00	1.00	0.95	0.95
50	0.679	2.18	3.48	5.96	6.20	7.14	4.35%	5.14%	5.20%	4.45%	5.47%	5.97%	1.00	1.00	1.00	1.00	0.94	0.94
51	0.679	2.18	3.48	5.96	6.20	7.14	4.33%	5.22%	5.18%	4.48%	5.41%	5.89%	1.00	1.00	1.00	1.00	0.94	0.95
52	0.679	2.18	3.48	5.96	6.20	7.18	4.34%	5.20%	5.09%	4.51%	5.42%	5.94%	1.00	1.00	1.00	1.00	0.95	0.95
53	0.679	2.18	3.48	5.96	6.20	7.20	4.41%	5.27%	5.13%	4.40%	5.35%	6.03%	1.00	1.00	1.00	1.00	0.93	0.94
54	0.680	2.18	3.48	5.96	6.20	7.20	4.40%	5.32%	5.11%	4.55%	5.40%	5.99%	1.00	1.00	1.00	1.00	0.95	0.96
55	0.680	2.18	3.48	5.95	6.20	7.19	4.46%	5.31%	5.08%	4.56%	5.25%	6.05%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.95	0.97
56	0.680	2.18	3.48	5.95	6.21	7.17	4.45%	5.23%	5.00%	4.62%	5.17%	5.53%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.96	0.97
57	0.680	2.18	3.48	5.94	6.21	7.15	4.47%	5.14%	5.09%	4.76%	5.24%	5.56%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.96	0.98
58	0.680	2.18	3.48	5.94	6.21	7.14	4.49%	5.18%	5.11%	4.70%	5.20%	5.48%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.96	0.97
59	0.679	2.18	3.48	5.95	6.21	7.14	4.43%	5.12%	5.14%	4.88%	5.38%	5.50%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.97	0.97
60	0.680	2.18	3.49	5.95	6.22	7.15	4.45%	5.19%	5.12%	4.92%	5.35%	5.23%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.98	0.97
61	0.680	2.18	3.48	5.95	6.22	7.15	4.48%	5.20%	5.06%	5.01%	5.37%	5.00%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.98	0.98
62	0.680	2.18	3.48	5.95	6.23	7.15	4.50%	5.15%	5.03%	4.99%	5.23%	4.80%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.98	0.98
63	0.681	2.18	3.48	5.95	6.22	7.15	4.53%	5.04%	5.02%	4.97%	5.16%	4.70%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.99	0.98
64	0.680	2.18	3.48	5.95	6.21	7.16	4.51%	5.03%	5.02%	4.93%	5.18%	5.00%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.99	0.97
65	0.681	2.18	3.48	5.95	6.21	7.17	4.55%	5.04%	4.99%	5.10%	5.16%	4.99%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.99	0.98



表 4.14：訊號中包含 20% 噪訊比，小波函數為 Meyer，分別利用  $a=0.1$ 、 $a=0.26$  以及  $a=1$  所得結果

	Nature frequency(Hz)						Damping ratio						MAC					
3	\	2.19	3.47	6.09	6.49	7.28	\	7.66%	7.10%	5.19%	6.23%	4.42%	\	1.00	1.00	0.84	0.88	0.93
4	\	2.18	3.47	6.09	6.48	7.30	\	6.13%	6.02%	5.28%	5.61%	4.02%	\	1.00	1.00	0.82	0.85	0.93
5	0.736	2.18	3.48	6.10	\	7.33	9.66%	5.51%	5.71%	5.30%	\	4.26%	1.00	1.00	1.00	0.85	\	0.94
6	0.730	2.18	3.48	6.12	\	7.37	7.33%	5.26%	5.56%	5.20%	\	4.64%	1.00	1.00	1.00	0.85	\	0.96
7	0.720	2.18	3.48	6.12	6.65	7.42	6.44%	5.08%	5.44%	5.10%	7.68%	5.22%	1.00	1.00	1.00	0.60	0.90	0.96
8	0.709	2.18	3.48	6.13	6.67	7.46	6.08%	5.00%	5.35%	5.06%	7.65%	5.59%	1.00	1.00	1.00	0.59	0.90	0.95
9	0.699	2.18	3.48	6.12	6.58	7.48	6.07%	4.95%	5.31%	5.00%	8.22%	5.66%	1.00	1.00	1.00	0.88	0.91	0.95
10	0.693	2.18	3.47	6.11	6.48	7.44	5.86%	4.89%	5.26%	5.03%	8.11%	6.05%	1.00	1.00	1.00	0.91	0.89	0.94
11	0.687	2.18	3.47	6.10	6.40	7.38	5.51%	4.87%	5.23%	5.10%	7.85%	6.14%	1.00	1.00	1.00	0.93	0.86	0.95
12	0.686	2.18	3.47	6.07	6.33	7.28	5.36%	4.85%	5.23%	5.06%	7.17%	6.04%	1.00	1.00	1.00	0.96	0.91	0.96
13	0.684	2.18	3.48	6.06	6.29	7.20	5.14%	4.86%	5.19%	5.02%	6.32%	5.83%	1.00	1.00	1.00	0.98	0.95	0.97
14	0.682	2.18	3.48	6.04	6.27	7.16	5.15%	4.87%	5.18%	4.94%	5.88%	5.33%	1.00	1.00	1.00	0.98	0.98	0.97
15	0.682	2.18	3.48	6.02	6.26	7.14	5.14%	4.88%	5.16%	4.70%	5.60%	5.11%	1.00	1.00	1.00	0.98	0.99	0.96
16	0.681	2.18	3.48	6.02	6.26	7.14	5.06%	4.90%	5.14%	4.70%	5.54%	4.93%	1.00	1.00	1.00	0.98	0.99	0.96
17	0.681	2.18	3.48	6.01	6.26	7.14	4.96%	4.90%	5.14%	4.60%	5.44%	4.77%	1.00	1.00	1.00	0.98	0.99	0.96
18	0.680	2.18	3.48	6.01	6.25	7.13	4.94%	4.91%	5.14%	4.60%	5.36%	4.75%	1.00	1.00	1.00	0.98	0.99	0.96
19	0.680	2.18	3.48	6.01	6.25	7.14	4.93%	4.92%	5.16%	4.65%	5.27%	4.69%	1.00	1.00	1.00	0.98	1.00	0.95
20	0.680	2.18	3.48	6.02	6.25	7.17	4.91%	4.91%	5.17%	4.69%	5.24%	4.52%	1.00	1.00	1.00	0.98	1.00	0.97
21	0.680	2.18	3.48	6.01	6.25	7.18	4.86%	4.91%	5.21%	4.84%	5.19%	4.44%	1.00	1.00	0.99	0.98	0.99	0.96
22	0.679	2.18	3.48	6.01	6.24	7.16	4.94%	4.90%	5.20%	4.89%	5.21%	4.56%	1.00	1.00	0.99	0.98	0.99	0.92

表 4.15：訊號中包含 20% 噪訊比，小波函數為 Meyer，利用  $a=0.1$ 、 $a=0.26$  以及  $a=1$  所得結果

	Nature frequency(Hz)						Damping ratio						MAC					
31	0.678	2.18	3.48	5.97	6.19	7.06	6.92%	4.75%	5.28%	5.21%	5.10%	6.86%	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.98
32	0.676	2.18	3.49	5.97	6.20	7.09	6.21%	4.74%	5.33%	5.20%	5.19%	6.62%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.99	0.97
33	0.675	2.18	3.48	5.97	6.21	7.09	5.71%	4.80%	5.28%	5.09%	5.33%	6.06%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.99	0.98
34	0.672	2.18	3.48	5.97	6.21	7.11	5.36%	4.82%	5.26%	4.90%	5.15%	6.12%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.98	0.97
35	0.674	2.18	3.48	5.98	6.21	7.11	5.45%	4.77%	5.25%	4.89%	5.23%	5.66%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.99	0.97
36	0.674	2.18	3.48	5.98	6.22	7.10	5.23%	4.82%	5.23%	4.63%	5.19%	5.40%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.97	0.97
37	0.677	2.18	3.47	5.99	6.23	7.09	5.25%	4.83%	5.15%	4.40%	5.20%	5.01%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.95	0.97
38	0.675	2.18	3.47	5.99	6.23	7.10	5.13%	4.85%	5.17%	4.48%	5.18%	5.00%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.95	0.97
39	0.678	2.18	3.47	6.00	6.23	7.10	5.44%	4.86%	5.17%	4.43%	5.23%	4.73%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.95	0.98
40	0.679	2.18	3.47	6.01	6.23	7.10	5.52%	4.87%	5.16%	4.35%	5.29%	4.68%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.94	0.98
41	0.680	2.18	3.47	6.01	6.23	7.09	5.52%	4.86%	5.14%	4.22%	5.41%	4.55%	1.00	1.00	1.00	1.00	0.92	0.98
42	0.681	2.18	3.47	6.01	6.23	7.09	5.64%	4.89%	5.19%	4.29%	5.44%	4.47%	1.00	1.00	1.00	1.00	0.94	0.97
43	0.680	2.18	3.47	6.01	6.23	7.09	5.56%	4.90%	5.14%	4.26%	5.29%	4.53%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.93	0.98
44	0.680	2.18	3.48	6.01	6.22	7.10	5.56%	4.85%	5.12%	4.35%	5.31%	4.68%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.95	0.99
45	0.679	2.18	3.47	6.01	6.22	7.10	5.52%	4.86%	5.22%	4.44%	5.48%	4.62%	1.00	1.00	1.00	1.00	0.96	0.98
46	0.681	2.18	3.47	6.01	6.23	7.09	5.61%	4.87%	5.20%	4.24%	5.42%	4.67%	1.00	1.00	1.00	1.00	0.92	0.98
47	0.679	2.18	3.47	6.01	6.22	7.11	5.42%	4.88%	5.13%	4.43%	5.29%	4.76%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.96	0.99
48	0.679	2.18	3.48	6.01	6.21	7.12	5.40%	4.90%	5.08%	4.57%	5.37%	4.67%	1.00	1.00	1.00	1.00	0.98	0.98
49	0.680	2.18	3.48	6.01	6.21	7.12	5.50%	4.90%	5.19%	4.60%	5.38%	4.79%	1.00	1.00	1.00	1.00	0.98	0.97
50	0.679	2.18	3.48	6.00	6.22	7.11	5.36%	4.87%	5.16%	4.55%	5.35%	4.71%	1.00	1.00	1.00	1.00	0.98	0.97

表 4.16：於 ARMAX 模型階數下訊號中包含 20% 噪訊比，小波函數為 Harr，利用  $\alpha=0.08$  所得結果

	Nature frequency(Hz)						Damping ratio						MAC					
11	\	\	\	6.10	6.71	\	\	\	5.34%	5.34%	12.55%	\	\	\	\	0.60	0.64	\
12	\	\	\	6.09	6.55	7.91	\	\	10.91%	5.38%	10.95%	10.91%	\	\	\	0.85	0.68	0.97
13	\	\	\	6.08	6.41	7.65	\	\	9.45%	5.40%	9.30%	9.45%	\	\	\	0.90	0.75	0.98
14	\	\	\	6.07	6.32	7.42	\	\	7.93%	5.39%	7.93%	7.56%	\	\	\	0.94	0.84	0.98
15	\	\	\	6.07	6.28	7.33	\	\	7.35%	5.38%	7.35%	6.80%	\	\	\	0.97	0.83	0.98
16	\	\	\	6.07	6.25	7.27	\	\	6.88%	5.37%	6.88%	6.06%	\	\	\	0.99	0.83	0.99
17	\	\	3.67	6.07	6.25	7.24	\	\	13.92%	5.34%	6.58%	5.79%	\	\	0.99	0.99	0.83	0.99
18	\	2.22	3.66	6.06	6.24	7.21	\	14.73%	13.09%	5.33%	6.21%	5.66%	\	0.99	0.99	0.99	0.87	0.99
19	\	2.21	3.61	6.04	6.22	7.17	\	11.72%	10.51%	5.12%	5.72%	5.22%	\	0.99	1.00	1.00	0.97	0.99
20	\	2.23	3.67	6.04	6.25	7.23	\	14.90%	12.57%	5.24%	5.89%	5.24%	\	0.99	1.00	0.99	0.95	0.98
21	\	2.21	3.64	6.04	6.25	7.23	\	14.02%	11.75%	5.19%	5.82%	5.18%	\	0.99	1.00	0.99	0.96	0.98
22	\	2.21	3.58	6.03	6.24	7.20	\	12.21%	10.24%	5.19%	5.67%	5.33%	\	0.99	1.00	0.99	0.98	0.98
23	\	2.19	3.56	6.02	6.23	7.17	\	10.24%	8.83%	5.05%	5.37%	5.34%	\	0.99	1.00	0.99	1.00	0.99
24	\	2.20	3.55	6.02	6.22	7.16	\	9.76%	8.03%	4.97%	5.46%	5.32%	\	0.99	1.00	1.00	1.00	0.99
25	\	2.19	3.54	6.01	6.22	7.14	\	8.80%	7.31%	4.95%	5.52%	5.50%	\	0.99	1.00	1.00	1.00	0.99
26	\	2.18	3.53	6.01	6.21	7.15	\	8.10%	7.00%	4.95%	5.42%	5.71%	\	0.99	1.00	1.00	1.00	0.99
27	\	2.18	3.52	6.00	6.21	7.10	\	7.34%	6.39%	4.95%	5.32%	5.80%	\	0.99	1.00	1.00	1.00	0.99
28	\	2.17	3.51	5.99	6.21	7.07	\	6.74%	6.21%	4.88%	5.35%	5.66%	\	0.99	1.00	1.00	0.99	0.99
29	\	2.18	3.50	5.99	6.20	7.05	\	6.51%	5.97%	4.83%	5.28%	5.52%	\	0.99	1.00	1.00	0.99	0.99
30	\	2.17	3.51	5.99	6.21	7.10	\	6.78%	5.94%	4.92%	5.24%	5.42%	\	0.99	1.00	1.00	1.00	0.99

表 4.17：於 ARMAX 模型階數下訊號中包含 20% 噪訊比，小波函數為 Harr，利用  $\alpha=0.22$  所得結果

	Nature frequency(Hz)						Damping ratio					MAC						
2	\	\	\	6.11	\	\	\	\	\	5.29%	5.29%	\	\	\	\	0.59	\	\
3	\	\	\	6.10	\	\	\	\	\	5.32%	5.32%	\	\	\	\	0.60	\	\
4	\	2.20	\	6.09	\	\	\	13.51%	\	5.61%	5.61%	\	\	1.00	\	0.60	\	\
5	\	2.19	3.56	6.09	6.31	\	\	9.83%	11.65%	5.93%	13.03%	\	\	1.00	1.00	0.87	0.80	\
6	\	2.18	3.53	6.07	6.26	\	\	8.21%	9.57%	6.16%	10.50%	\	\	0.99	1.00	0.92	0.89	\
7	\	2.18	3.52	6.05	6.21	\	\	7.02%	8.25%	6.49%	8.94%	\	\	1.00	1.00	0.96	0.96	\
8	\	2.18	3.51	6.00	6.20	\	\	6.31%	7.31%	6.75%	7.34%	\	\	1.00	1.00	0.99	0.96	\
9	\	2.18	3.50	5.98	6.20	\	\	5.93%	6.96%	6.70%	7.09%	\	\	1.00	1.00	0.99	0.96	\
10	\	2.18	3.49	5.97	6.18	\	\	5.66%	6.39%	6.84%	6.97%	\	\	1.00	1.00	0.98	0.96	\
11	\	2.18	3.49	5.96	6.18	\	\	5.45%	6.16%	6.95%	6.88%	\	\	1.00	1.00	0.98	0.95	\
12	\	2.18	3.49	5.94	6.17	\	\	5.31%	5.82%	6.96%	6.45%	\	\	1.00	1.00	0.95	0.94	\
13	\	2.18	3.48	5.94	6.16	\	\	5.25%	5.65%	6.85%	6.35%	\	\	1.00	1.00	0.95	0.94	\
14	\	2.18	3.48	5.94	6.17	\	\	5.21%	5.32%	6.84%	6.33%	\	\	1.00	1.00	0.94	0.94	\
15	\	2.18	3.48	5.94	6.17	\	\	5.14%	5.19%	6.72%	6.37%	\	\	1.00	1.00	0.96	0.94	\
16	\	2.18	3.48	5.93	6.17	\	\	5.09%	5.17%	6.59%	6.37%	\	\	1.00	1.00	0.96	0.94	\
17	\	2.18	3.48	5.93	6.18	\	\	5.04%	5.10%	6.48%	6.43%	\	\	1.00	1.00	0.97	0.94	\
18	0.61	2.17	3.48	5.94	6.18	\	12.44%	5.00%	5.08%	6.38%	6.44%	\	1.00	1.00	1.00	0.98	0.95	\
19	0.62	2.17	3.48	5.94	6.19	\	8.25%	4.96%	5.05%	6.31%	6.47%	\	1.00	1.00	1.00	0.99	0.95	\
20	0.63	2.17	3.48	5.94	6.19	\	5.43%	4.96%	5.06%	6.16%	6.39%	\	1.00	1.00	1.00	0.99	0.95	\
21	0.63	2.17	3.48	5.92	6.18	\	3.91%	4.96%	5.08%	6.23%	6.38%	\	1.00	1.00	1.00	0.99	0.94	\

表 4.18：於 ARMAX 模型階數下訊號中包含 20% 噪訊比，小波函數為 Harr，利用  $a=0.9$  所得結果

	Nature frequency(Hz)						Damping ratio						MAC					
2	\	\	\	6.10	\	\	\	\	\	7.72%	\	\	\	\	\	0.53	\	\
3	0.673	\	\	6.06	\	\	9.07%	\	\	5.88%	\	\	1.00	\	\	0.55	\	\
4	0.683	\	\	6.06	\	\	7.10%	\	\	6.18%	\	\	1.00	\	\	0.71	\	\
5	0.687	\	\	6.05	\	\	6.67%	\	\	6.12%	\	\	1.00	\	\	0.72	\	\
6	0.683	\	\	6.05	\	\	6.02%	\	\	6.26%	\	\	1.00	\	\	0.72	\	\
7	0.682	\	3.51	6.06	\	\	5.58%	\	10.21%	6.07%	\	\	1.00	\	0.98	0.72	\	\
8	0.685	\	3.48	6.05	\	\	5.87%	\	11.04%	6.06%	\	\	1.00	\	0.97	0.74	\	\
9	0.683	\	3.48	6.06	\	\	5.49%	\	7.72%	5.89%	\	\	1.00	\	0.99	0.60	\	\
10	0.685	\	3.49	6.05	\	\	5.54%	\	8.47%	5.80%	\	\	1.00	\	0.99	0.75	\	\
11	0.686	2.25	3.46	6.05	\	\	5.46%	11.26%	7.47%	5.72%	\	\	1.00	0.98	0.99	0.61	\	\
12	0.687	2.25	3.46	6.04	\	\	5.53%	11.67%	7.25%	5.67%	\	\	1.00	0.98	0.99	0.76	\	\
13	0.687	2.23	3.45	6.05	\	\	5.43%	9.76%	6.74%	5.51%	\	\	1.00	0.99	0.99	0.77	\	\
14	0.688	2.22	3.45	6.05	\	\	5.50%	9.94%	6.28%	5.57%	\	\	1.00	0.99	0.99	0.78	\	\
15	0.685	2.23	3.45	6.05	\	\	5.33%	7.75%	6.02%	5.50%	\	\	1.00	0.99	0.99	0.77	\	\
16	0.686	2.23	3.45	6.05	\	\	5.35%	8.57%	6.16%	5.55%	\	\	1.00	0.99	0.99	0.81	\	\
17	0.685	2.23	3.44	6.05	\	\	5.30%	7.69%	6.06%	5.58%	\	\	1.00	0.99	0.99	0.82	\	\
18	0.684	2.23	3.44	6.04	6.54	\	5.20%	7.66%	5.89%	5.47%	13.64%	\	1.00	0.99	1.00	0.84	0.78	\
19	0.684	2.22	3.44	6.04	6.53	\	5.18%	7.41%	5.90%	5.54%	12.25%	\	1.00	0.99	1.00	0.86	0.81	\
20	0.683	2.23	3.44	6.05	6.52	\	5.10%	7.28%	6.00%	5.55%	11.87%	\	1.00	1.00	1.00	0.87	0.74	\
21	0.683	2.22	3.45	6.04	6.43	\	5.09%	7.03%	6.10%	5.47%	11.63%	\	1.00	1.00	1.00	0.89	0.72	\

表 4.19：於 ARMAX 模型階數下訊號中包含 20% 噪訊比，小波函數為 Meyer，分別利用  $a=0.1$ 、 $a=0.26$  以及  $a=1$  所得結果

	Nature frequency(Hz)						Damping ratio						MAC					
	\	\	\	6.06	6.31	7.30	\	\	\	5.34%	7.87%	9.78%	\	\	\	0.95	0.83	0.95
4				6.06	6.31	7.30				5.34%	7.87%	9.78%				0.95	0.83	0.95
5	0.682	2.18	3.48	6.03	6.23	7.27	4.48%	6.32%	6.19%	4.91%	5.89%	5.81%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.99	0.95
6	0.677	2.18	3.48	6.04	6.25	7.22	6.77%	5.78%	5.88%	4.83%	5.41%	4.82%	1.00	1.00	1.00	0.98	0.98	0.98
7	0.720	2.18	3.48	6.03	6.25	7.23	4.77%	5.45%	5.63%	4.76%	5.25%	4.36%	1.00	1.00	1.00	0.97	0.99	0.99
8	0.716	2.18	3.48	6.03	6.26	7.22	2.88%	5.27%	5.54%	4.77%	5.29%	4.29%	1.00	1.00	1.00	0.97	0.99	0.98
9	0.708	2.18	3.48	6.03	6.27	7.25	2.88%	5.16%	5.44%	4.88%	5.25%	4.33%	1.00	1.00	1.00	0.96	0.98	0.99
10	0.693	2.18	3.48	6.02	6.28	7.25	4.55%	5.03%	5.38%	4.70%	5.24%	4.41%	1.00	1.00	1.00	0.96	1.00	0.99
11	0.686	2.18	3.48	6.03	6.27	7.26	5.56%	4.95%	5.25%	5.15%	5.24%	4.36%	1.00	1.00	1.00	0.96	0.94	0.99
12	0.688	2.18	3.48	6.02	6.28	7.25	5.19%	4.90%	5.24%	4.91%	5.22%	4.34%	1.00	1.00	1.00	0.95	0.99	0.99
13	0.688	2.18	3.48	6.03	6.26	7.24	4.92%	4.89%	5.24%	4.83%	5.38%	4.58%	1.00	1.00	1.00	0.97	0.99	0.99
14	0.682	2.18	3.48	6.02	6.25	7.24	4.94%	4.87%	5.22%	4.84%	5.28%	4.30%	1.00	1.00	1.00	0.98	0.99	0.99
15	0.674	2.18	3.48	6.02	6.25	7.22	4.73%	4.89%	5.17%	4.91%	5.32%	4.61%	1.00	1.00	1.00	0.98	0.99	0.98
16	0.683	2.18	3.48	6.02	6.25	7.22	5.16%	4.91%	5.16%	4.84%	5.36%	4.54%	1.00	1.00	1.00	0.98	0.99	0.99
17	0.678	2.18	3.48	6.02	6.24	7.20	4.81%	4.87%	5.13%	4.93%	5.37%	4.60%	1.00	1.00	1.00	0.99	0.99	0.99
18	0.676	2.18	3.48	6.03	6.25	7.20	4.78%	4.91%	5.15%	4.82%	5.24%	4.64%	1.00	1.00	1.00	0.98	0.99	0.99
19	0.676	2.18	3.47	6.01	6.23	7.17	4.94%	4.90%	5.11%	4.85%	5.36%	4.73%	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	0.99
20	0.675	2.18	3.48	6.01	6.22	7.16	4.83%	4.91%	5.11%	4.86%	5.26%	4.65%	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	0.98
21	0.676	2.18	3.48	6.01	6.21	7.14	4.67%	4.93%	5.17%	4.88%	5.28%	4.67%	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99
22	0.677	2.18	3.48	6.00	6.20	7.10	4.66%	4.92%	5.18%	4.91%	5.34%	4.83%	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.98
23	0.677	2.18	3.48	6.00	6.19	7.07	4.52%	4.91%	5.22%	4.97%	5.39%	4.54%	1.00	1.00	0.99	1.00	1.00	0.96

表 5.1 以 SAP2000 所得 Benchmark C1 之理論模態與振形

	X director			Y director		
frequency(Hz)	1.05	3.23	5.10	1.45	4.66	7.79
Mode shape	1.00	-0.82	-0.44	1.00	-0.85	0.40
	0.77	0.54	1.00	0.73	0.69	-0.97
	0.38	1.00	-0.89	0.32	1.00	1.00

表 5.2 識別 Benchmark C1 之模態

	mode	frequency(Hz)	Damping ratio	MAC
X director	1	1.08	2.00%	1.00
	2	3.27	0.18%	1.00
	3	5.14	0.16%	1.00
Y director	1	1.40	2.07%	1.00
	2	4.66	0.20%	1.00
	3	8.21	0.20%	1.00

表 5.3 以 Harr 小波函數識別白噪輸入之結果 (Benchmark C2)

3.07	3.94%	1.00	0.48	0.66	0.32	-0.12	0.12	-0.34	0.43	-0.18	0.26	-0.11	-0.27
4.29	5.41%	0.13	-0.02	-0.05	-0.03	0.28	0.01	1.00	0.86	0.63	0.54	0.29	0.02
10.54	3.89%	-0.58	0.76	-0.12	0.68	0.29	0.42	-0.98	1.00	-0.41	0.64	-0.23	0.13
12.98	0.58%	-0.57	-0.71	0.75	0.06	-0.61	0.32	0.22	-0.08	0.36	-0.57	0.46	1.00
17.40	1.45%	-0.04	-0.10	0.16	0.00	0.90	-0.08	-0.58	-0.68	0.67	0.46	1.00	0.01
20.17	0.61%	-0.27	-0.26	1.00	0.59	0.33	-0.37	-0.43	-0.34	0.24	0.77	0.22	0.94
22.37	0.40%	-0.41	-0.21	1.00	0.52	0.38	-0.39	-0.03	-0.27	-0.12	0.39	0.35	0.89
29.31	0.97%	0.27	-0.41	-0.07	0.49	0.54	0.61	-0.59	0.59	0.21	-0.63	1.00	0.35
37.14	1.10%	0.13	-0.74	-0.23	0.24	1.00	0.91	-0.54	0.73	0.18	-0.28	1.00	0.35

表 5.4 以 Harr 小波函數識別各種輸入下之結果 (Benchmark C2)

Random			EL centro			Chi Chi		
Frequency (Hz)	Damping ratio	MAC	Frequency (Hz)	Damping ratio	MAC	Frequency (Hz)	Damping ratio	MAC
3.05	4.02%	\	3.03	4.06%	1.00	3.02	3.98%	1.00
4.32	5.77%	\	4.15	5.14%	1.00	4.19	4.54%	0.99
10.54	3.17%	\	10.48	3.38%	1.00	10.53	2.94%	1.00
12.98	0.60%	\	12.96	0.62%	1.00	12.98	0.60%	1.00
17.30	1.78%	\	17.33	1.80%	1.00	17.22	1.90%	1.00
20.19	0.61%	\	20.17	1.47%	1.00	20.19	1.43%	0.98
22.38	0.48%	\	22.42	1.59%	0.97	22.43	1.69%	0.98
29.35	0.87%	\	29.34	1.40%	0.99	29.39	1.07%	0.98
37.14	1.10%	\	36.72	1.89%	0.99	36.90	1.61%	0.99



表 5.5 以 Meyer 小波函數識別白噪輸入之結果 (Benchmark C2)

3.05	4.02%	1.00	0.46	0.66	0.30	-0.13	0.12	-0.33	0.47	-0.17	0.28	-0.11	-0.27
4.32	5.77%	0.20	0.11	0.08	0.07	0.27	-0.04	1.00	0.81	0.59	0.54	0.29	0.04
10.54	3.17%	-0.61	0.69	-0.12	0.65	0.26	0.43	-0.97	1.00	-0.41	0.60	-0.20	0.15
12.98	0.60%	-0.58	-0.70	0.76	0.07	-0.61	0.32	0.21	-0.07	0.36	-0.57	0.46	1.00
17.30	1.78%	-0.05	-0.08	0.16	0.01	0.92	-0.08	-0.60	-0.67	0.65	0.48	1.00	-0.02
20.19	0.61%	-0.27	-0.27	1.00	0.59	0.35	-0.37	-0.44	-0.35	0.25	0.78	0.24	0.95
22.38	0.48%	-0.41	-0.21	1.00	0.52	0.37	-0.39	-0.04	-0.27	-0.11	0.39	0.36	0.89
29.35	0.87%	0.30	-0.44	-0.08	0.55	0.65	0.64	-0.65	0.61	0.26	-0.63	1.00	0.38
37.02	1.36%	0.16	-0.78	-0.23	0.28	1.00	0.89	-0.61	0.78	0.20	-0.30	0.97	0.36

表 5.6 以 Meyer 小波函數識別各種輸入下之結果 (Benchmark C2)

Random			EL centro			Chi Chi		
Frequency (Hz)	Damping ratio	MAC	Frequency (Hz)	Damping ratio	MAC	Frequency (Hz)	Damping ratio	MAC
3.07	3.94%	\	3.01	3.76%	1.00	3.02	3.51%	1.00
4.29	5.41%	\	4.16	4.60%	0.99	4.25	3.93%	0.98
10.54	3.89%	\	10.47	4.06%	1.00	10.49	2.78%	1.00
12.98	0.58%	\	12.97	0.64%	1.00	12.98	0.62%	1.00
17.40	1.45%	\	17.37	1.61%	1.00	17.42	1.32%	1.00
20.17	0.61%	\	20.28	1.39%	1.00	20.23	0.88%	1.00
22.37	0.40%	\	22.55	1.46%	1.00	22.38	0.64%	0.96
29.31	0.97%	\	29.18	1.29%	0.95	29.29	1.09%	0.97
37.02	1.36%	\	37.16	1.53%	0.99	37.13	0.82%	0.99

表 5.7 以 SAP2000 所得 Benchmark C2 之理論模態與振形

fq.(Hz)	3.18	5.44	10.67	13.88	20.08	24.76	25.60	37.31	46.85
Damping	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%
Mode shape	1.00	-0.09	-0.07	-0.79	0.08	0.28	0.30	-0.01	-0.13
	0.42	0.08	1.00	-0.65	-0.10	-0.07	0.65	0.11	-0.67
	0.59	0.00	0.37	0.78	-0.15	-0.80	-0.63	0.03	0.22
	0.24	0.10	0.83	0.05	0.08	-0.14	-0.86	-0.27	1.00
	0.22	0.04	0.40	1.00	0.10	1.00	0.19	-0.01	-0.19
	0.08	0.08	0.44	0.23	0.30	0.61	-0.76	0.28	-0.56
	-0.37	1.00	0.61	0.04	-0.71	-0.17	0.21	0.36	-0.29
	0.50	0.74	-0.99	-0.17	-0.44	0.36	-0.32	0.17	0.53
	-0.23	0.59	0.22	-0.47	0.81	0.31	-0.04	-0.97	0.27
	0.30	0.44	-0.47	0.63	0.48	-0.68	0.30	-0.51	-0.91
	-0.09	0.21	-0.02	-0.49	1.00	-0.38	-0.42	1.00	0.03
	0.12	0.16	-0.07	0.66	0.70	0.21	1.00	0.56	0.59

表 5.8 利用 Benchmark C2 有限元素模型反應資料之識別結果

frequency(Hz)	Damping ratio	MAC
3.18	5.00%	1.00
5.44	5.00%	1.00
10.67	5.00%	1.00
13.88	5.00%	1.00
20.08	4.99%	1.00
24.76	5.00%	1.00
25.60	5.01%	1.00
37.30	4.97%	1.00
46.85	4.98%	1.00

表 5.9 萬版大橋垂直向之模態

	(林,2000)				FEM
Mode (FEM)	f(Hz)	damping(%)	f(Hz)	damping(%)	f(Hz)
1 (8)	1.49	3.39	1.49	3.27	1.18
2 (10)	1.87	4.57	1.84	4.40	1.90
3 (11)	2.67	3.28	2.64	3.70	2.07
4 (14)	3.03	3.32	\	\	2.39
5 (15)	3.75	3.22	3.63	2.90	2.52
6 (22)	4.35	1.93	4.36	2.20	\
7 (14)	5.78	2.70	\	\	2.39

“\”未收錄於文獻

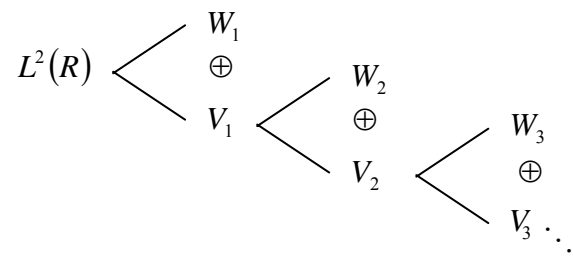


圖 2.1 :  $L^2(\mathbb{R})$  分解之子空間示意圖

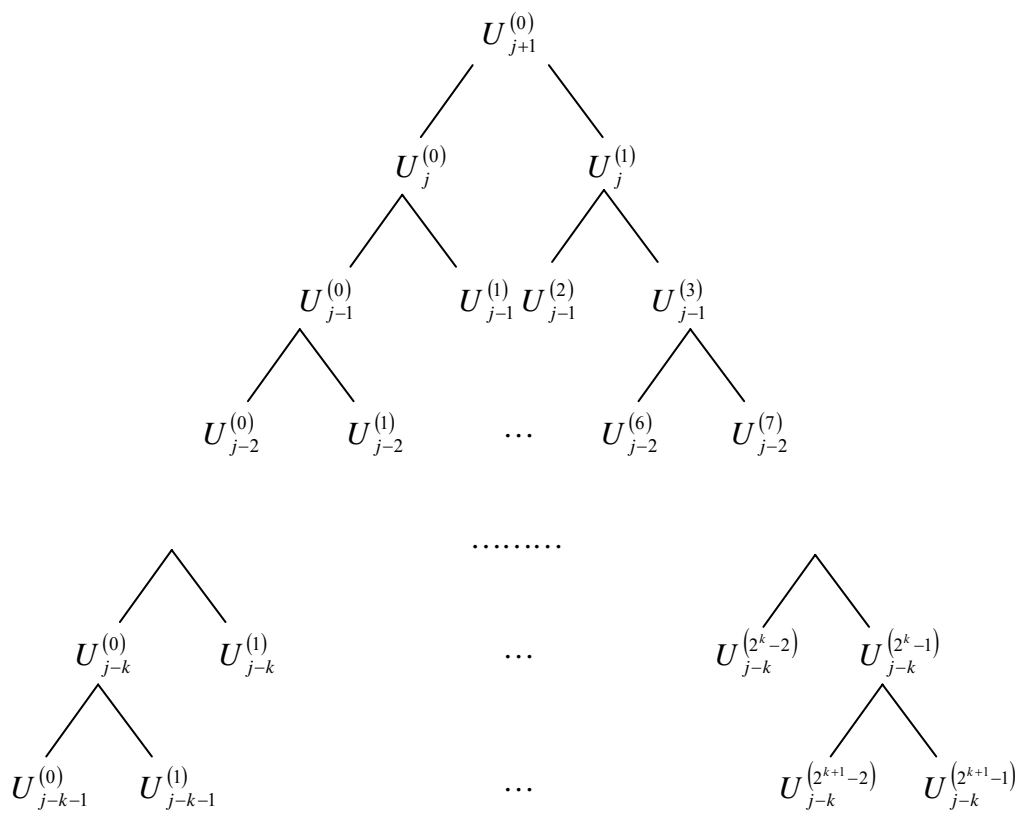


圖 2.2：小波空間之小波包子空間完全分解示意圖。

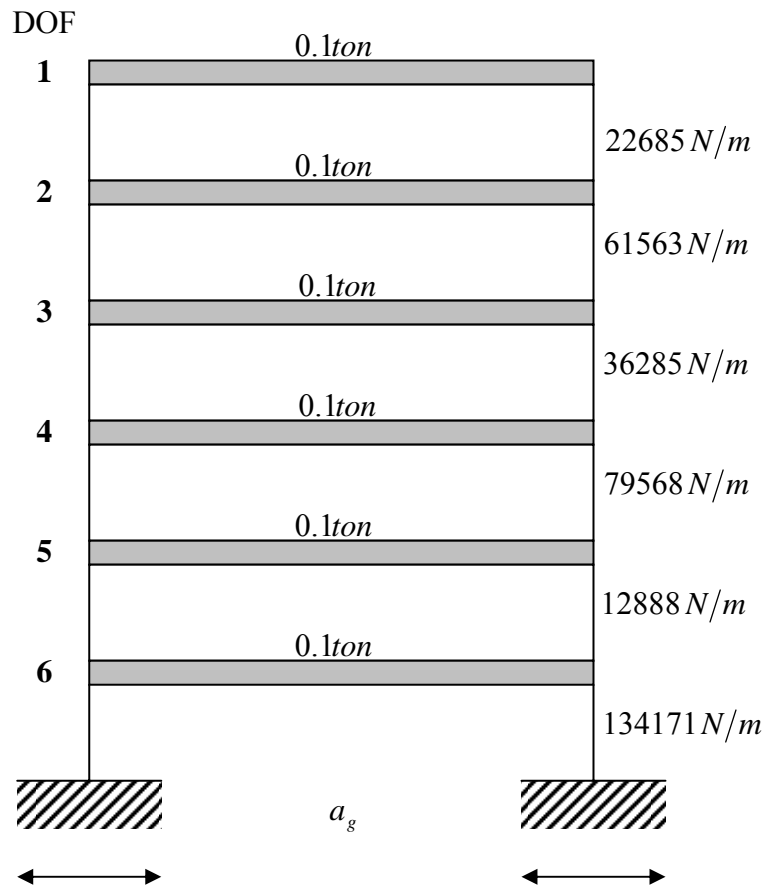


圖 4.1：六層樓剪力構架模型

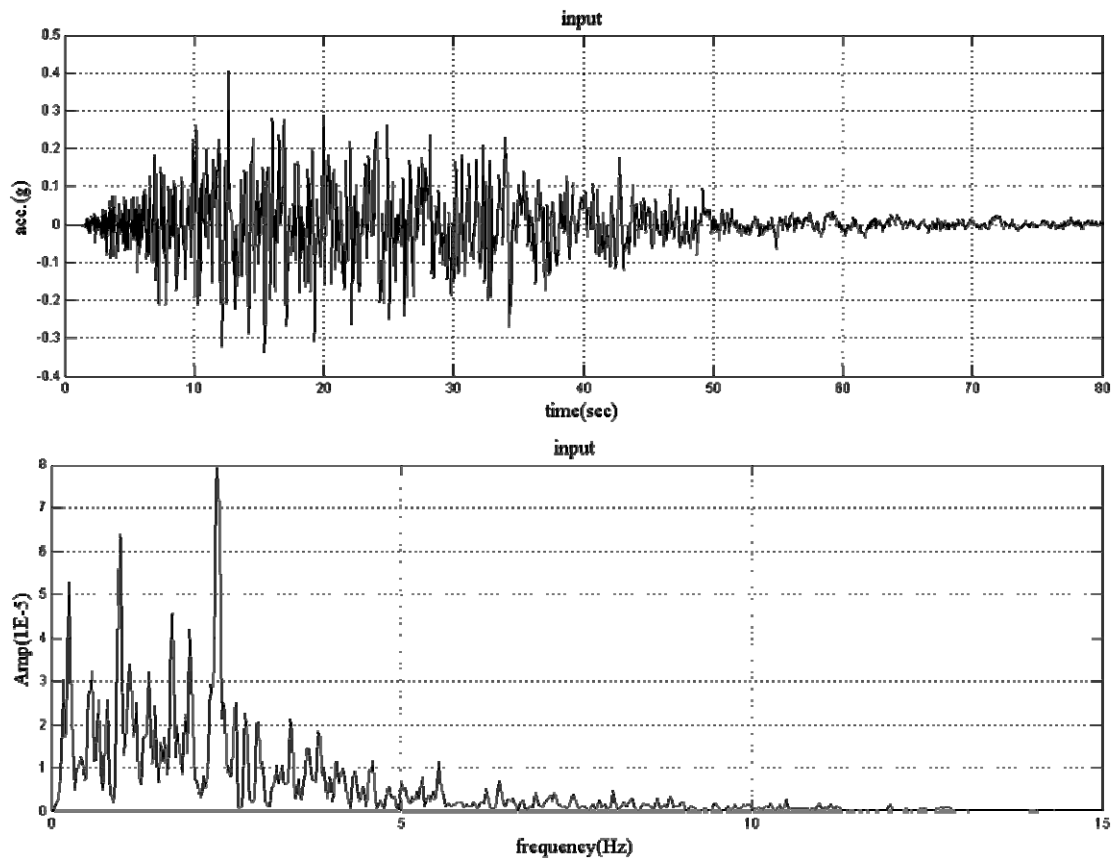


圖 4.2：數值模擬輸入之訊號及頻譜圖

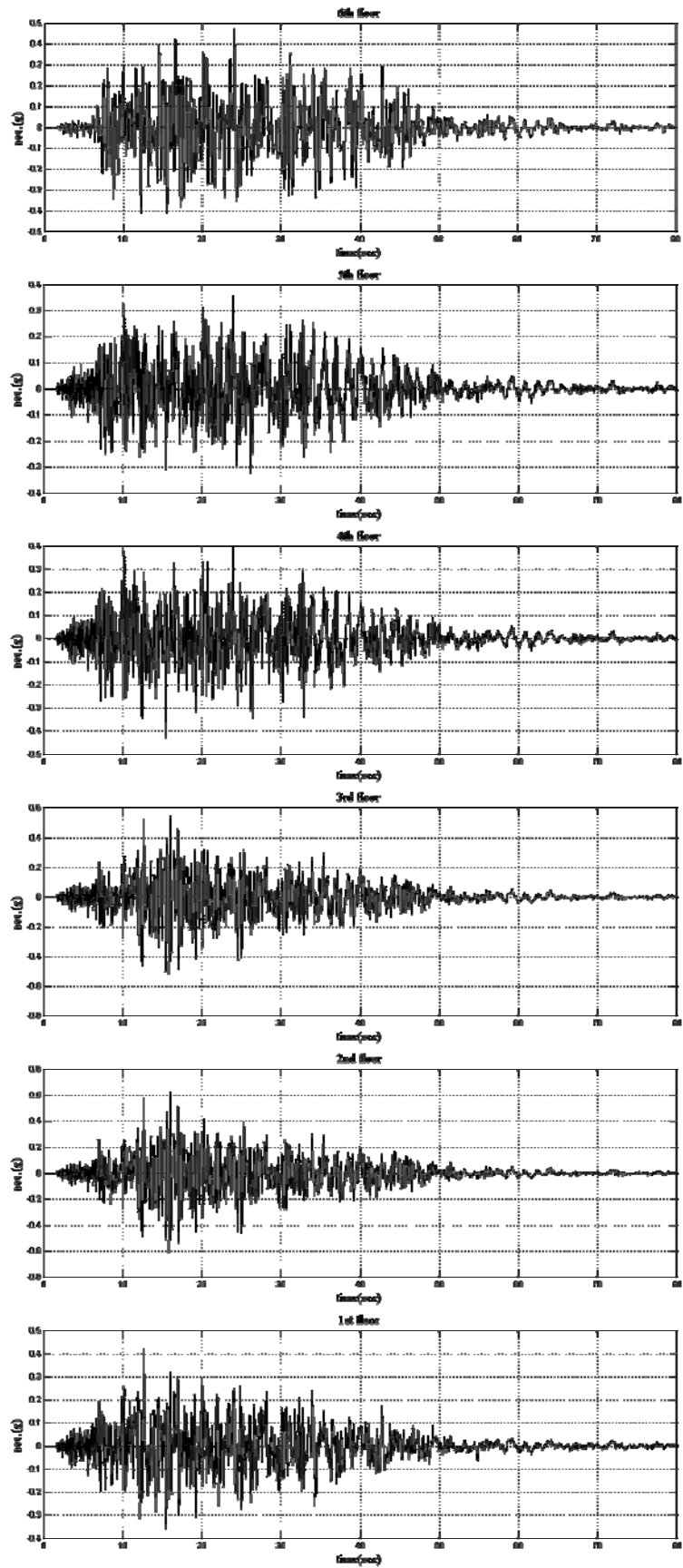


圖 4.3：各自由度相對加速度之輸出反應



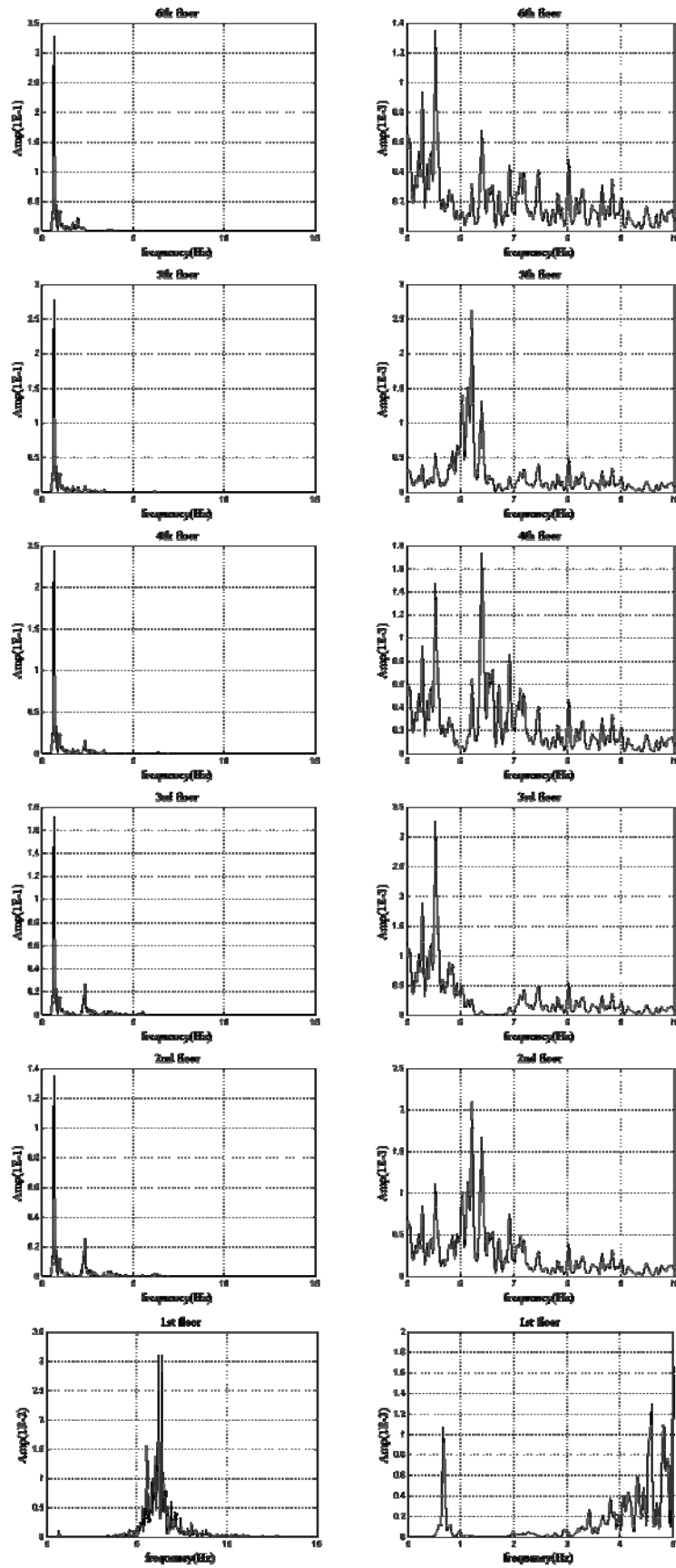


圖 4.4：各自由度相對加速度輸出反應之頻譜圖

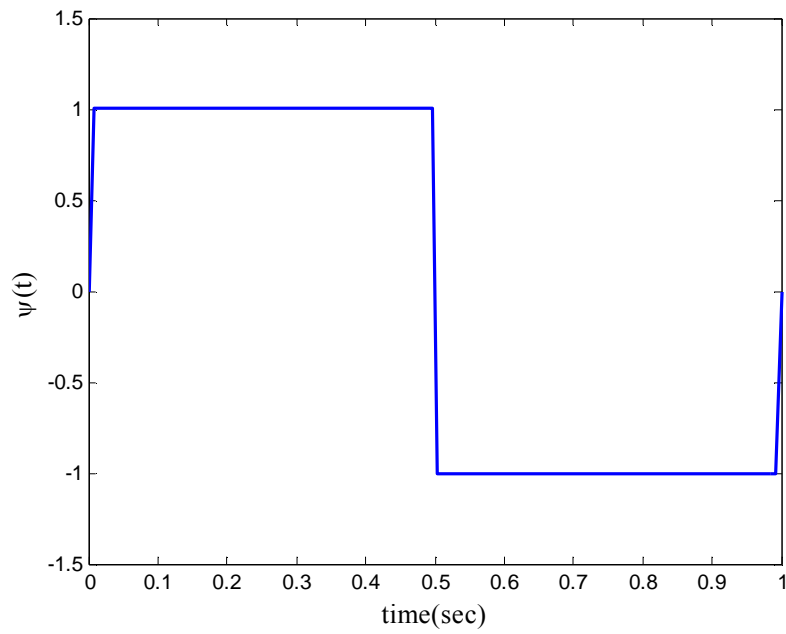


圖 4.5 : Haar 基底小波函數

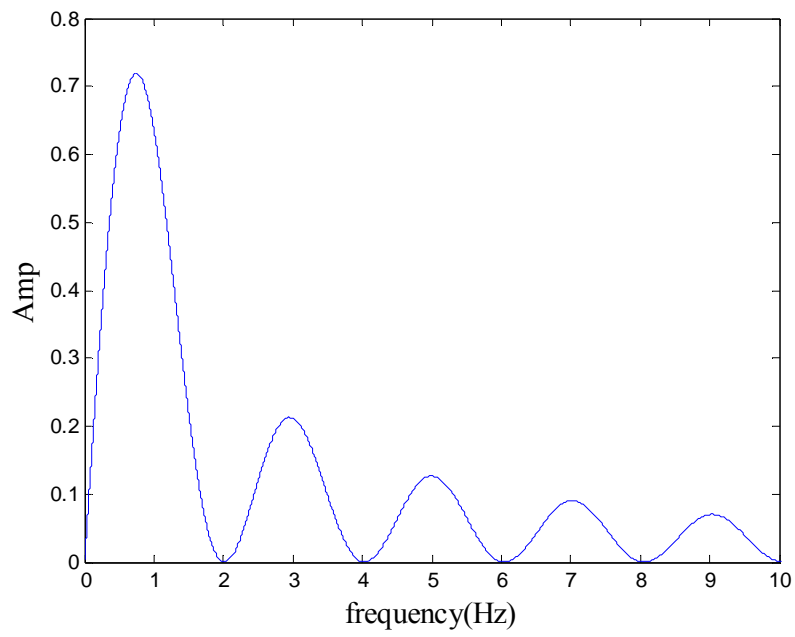


圖 4.6 : Haar 基底小波函數之頻譜圖

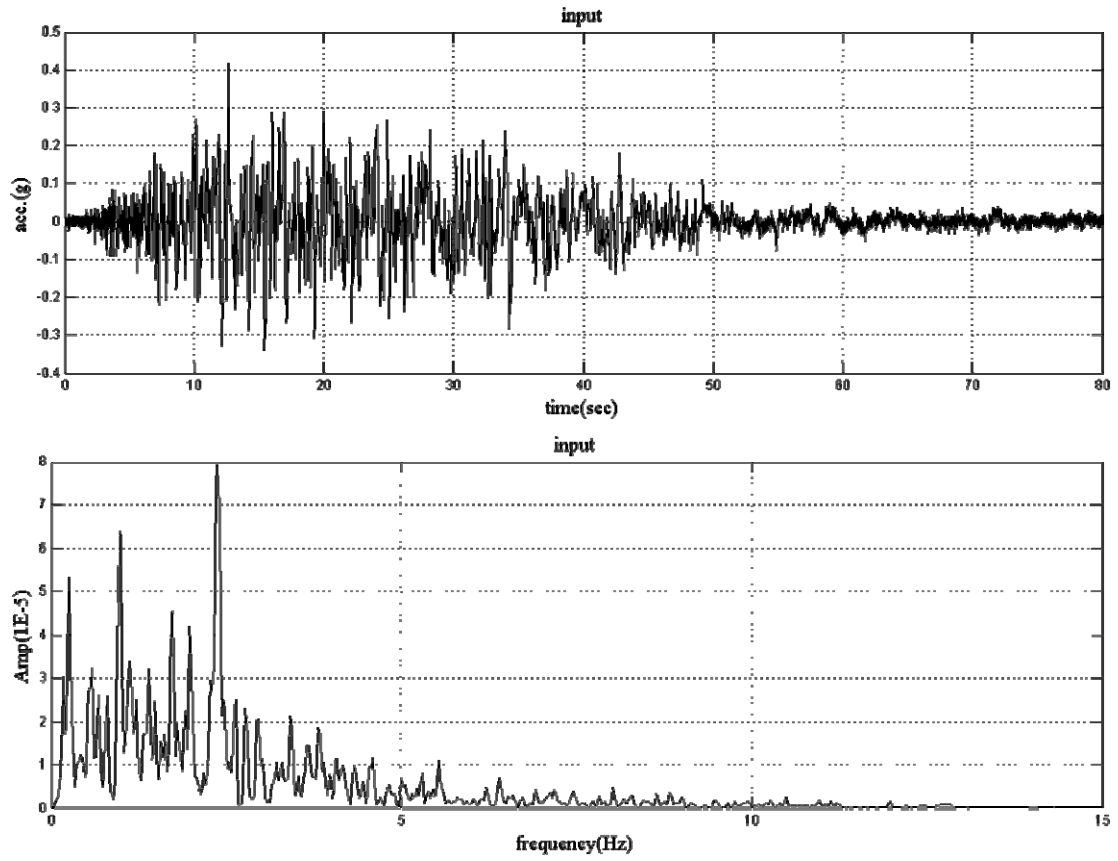


圖 4.7：加入 10% 噪訊比之輸入及頻譜圖

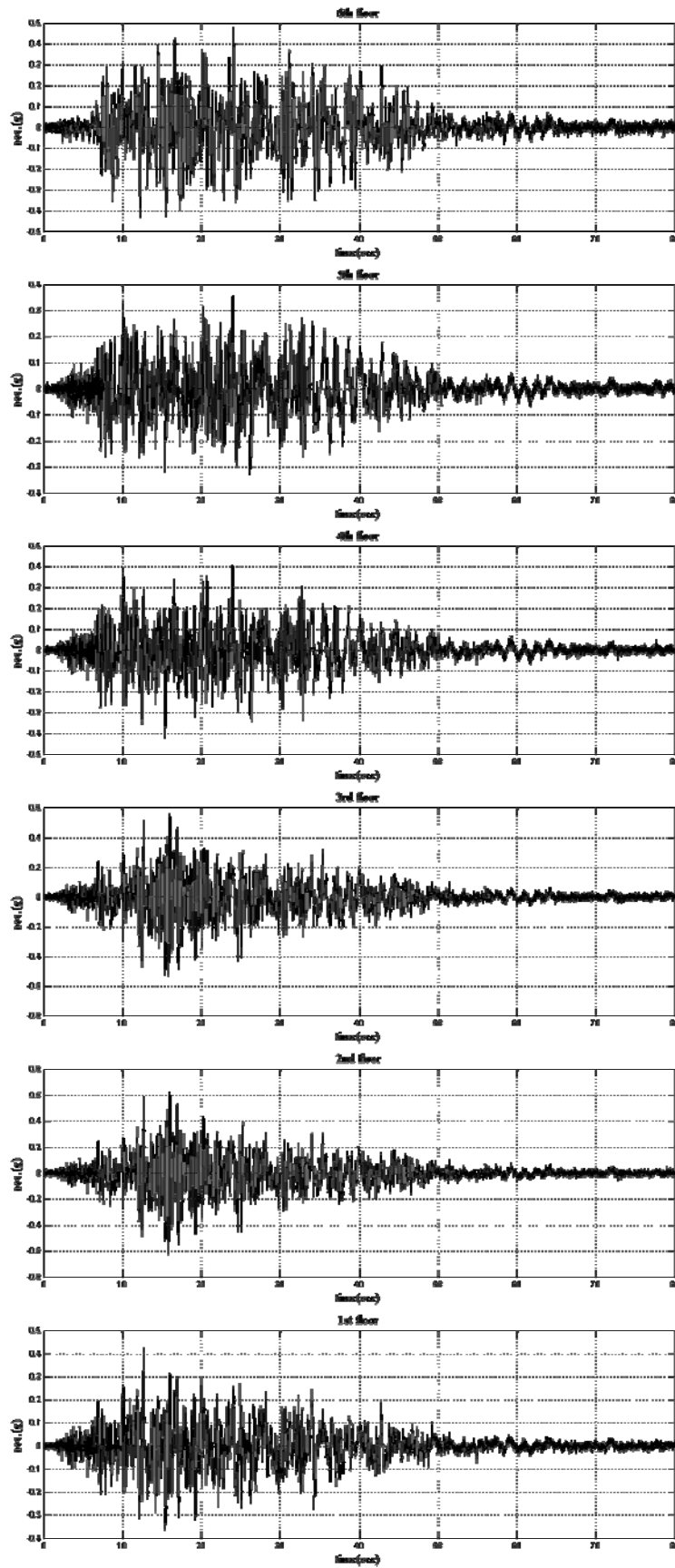


圖 4.8：加入 10% 噪訊比之各自由度相對加速度反應

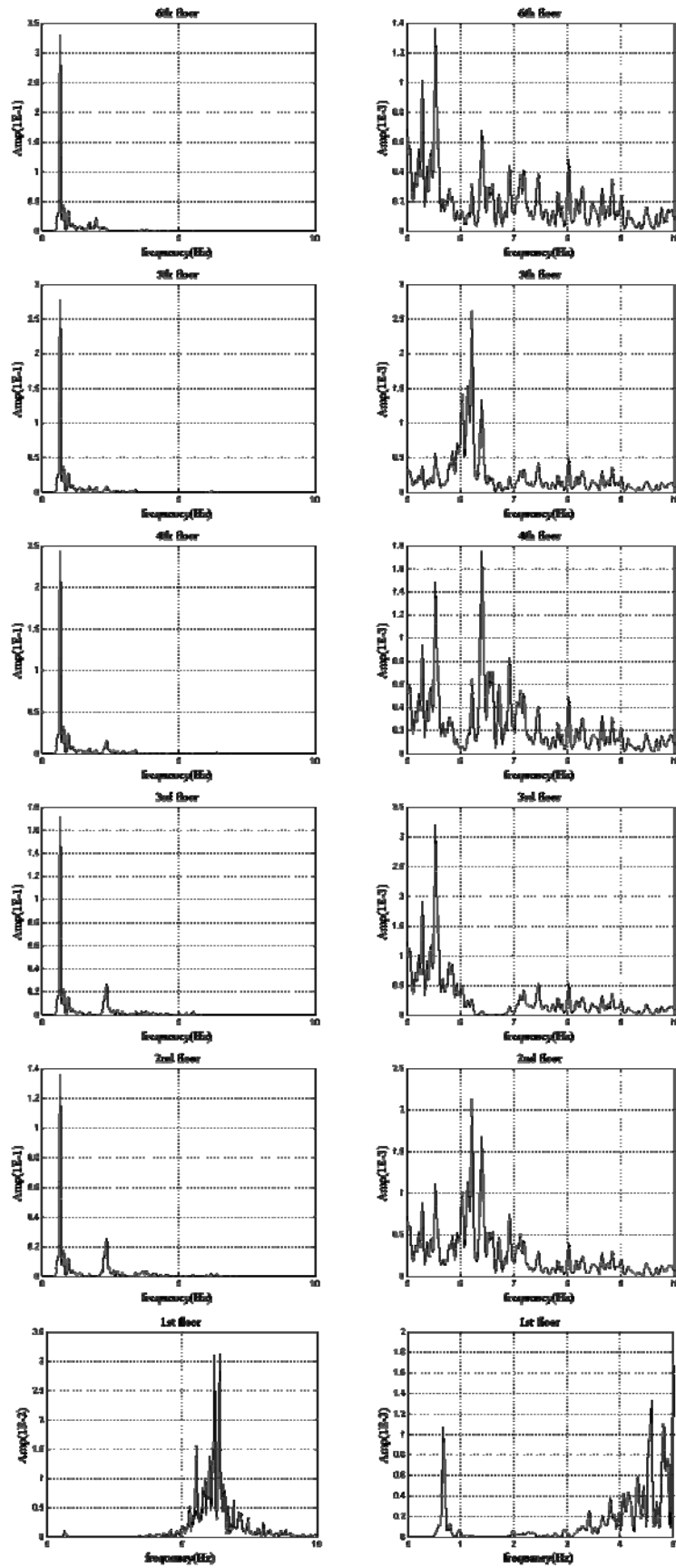


圖 4.9：加入 10% 噪訊比下各自由度相對加速度反應之頻譜圖

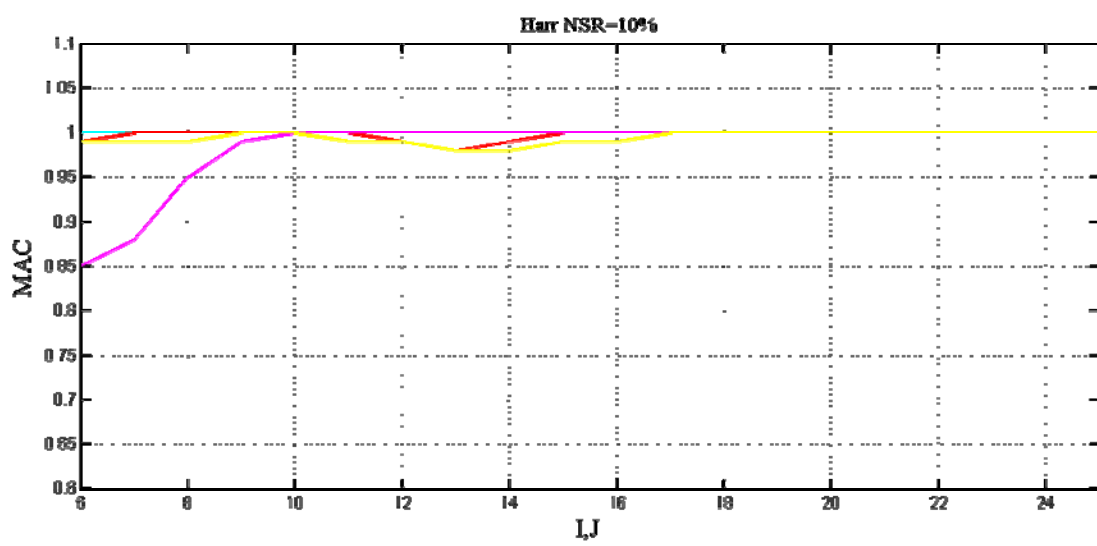
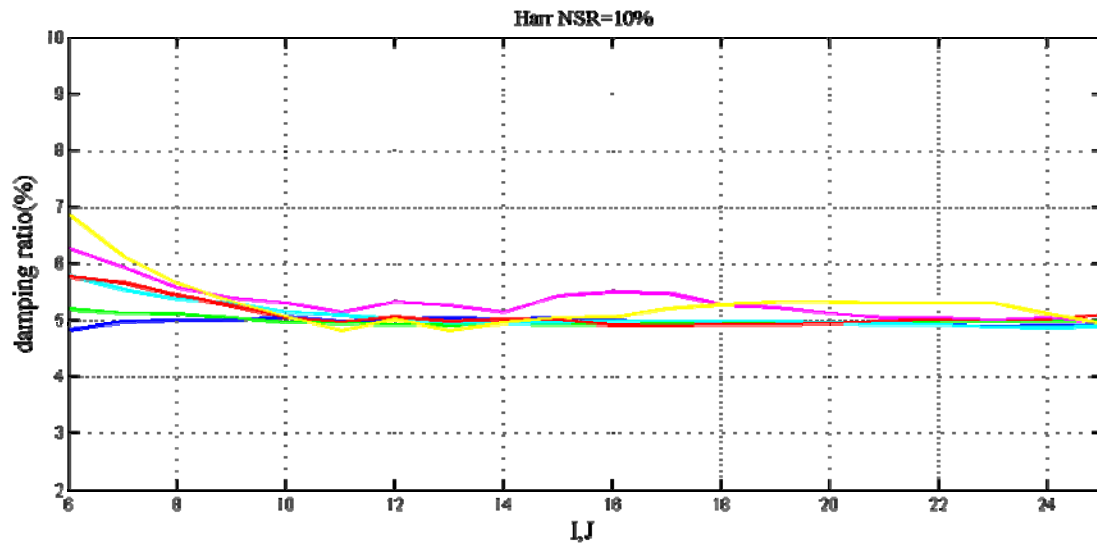
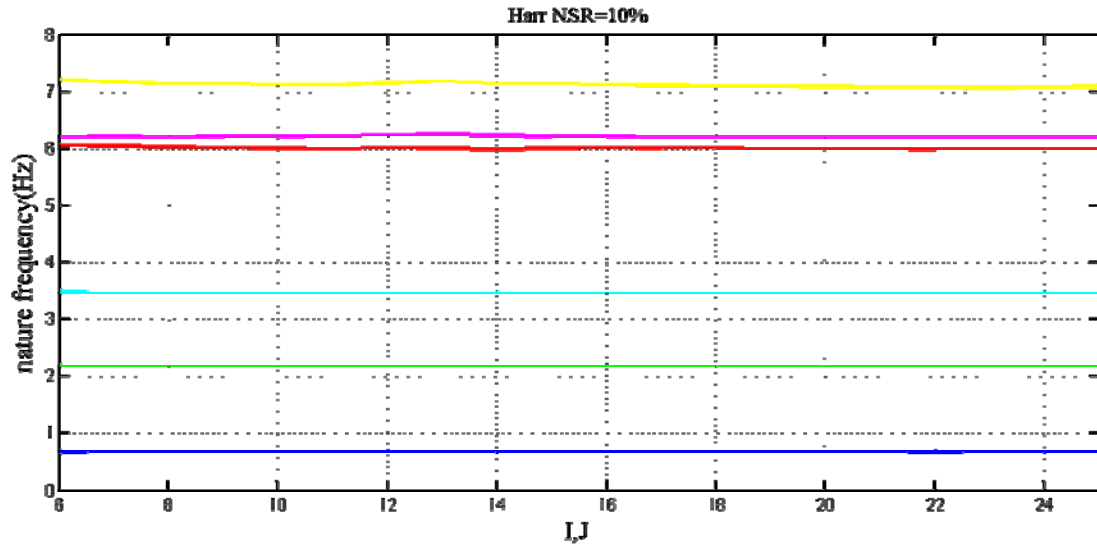


圖 4.10：以 Harr 小波函數配合分別取  $a=0.08$ 、 $0.22$  或  $0.9$  之結果 (NSR=10%)

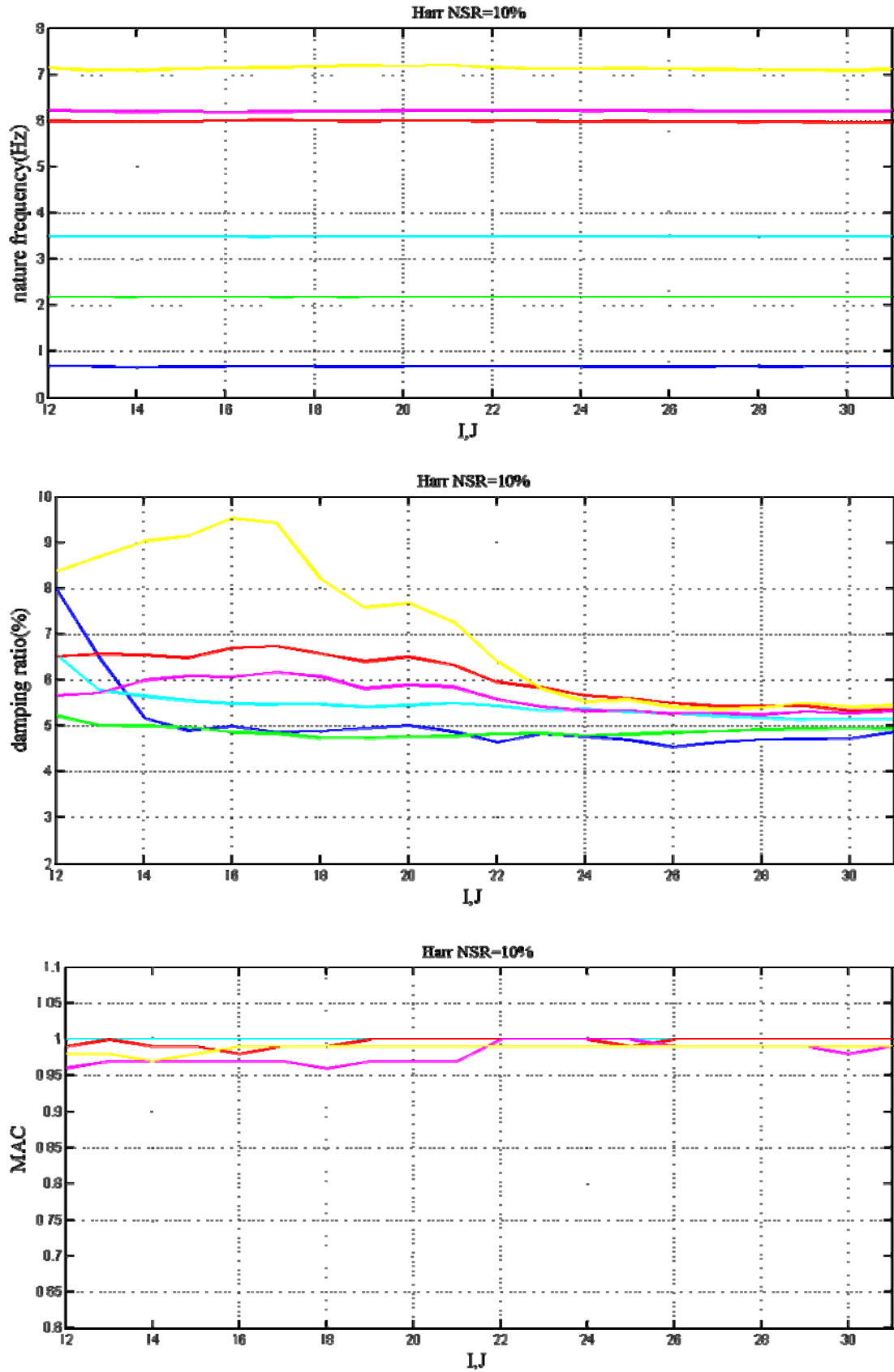


圖 4.11：以 Harr 小波函數配合同時取  $a=0.08$ 、 $0.22$  或  $0.9$  之結果 (NSR=10%)

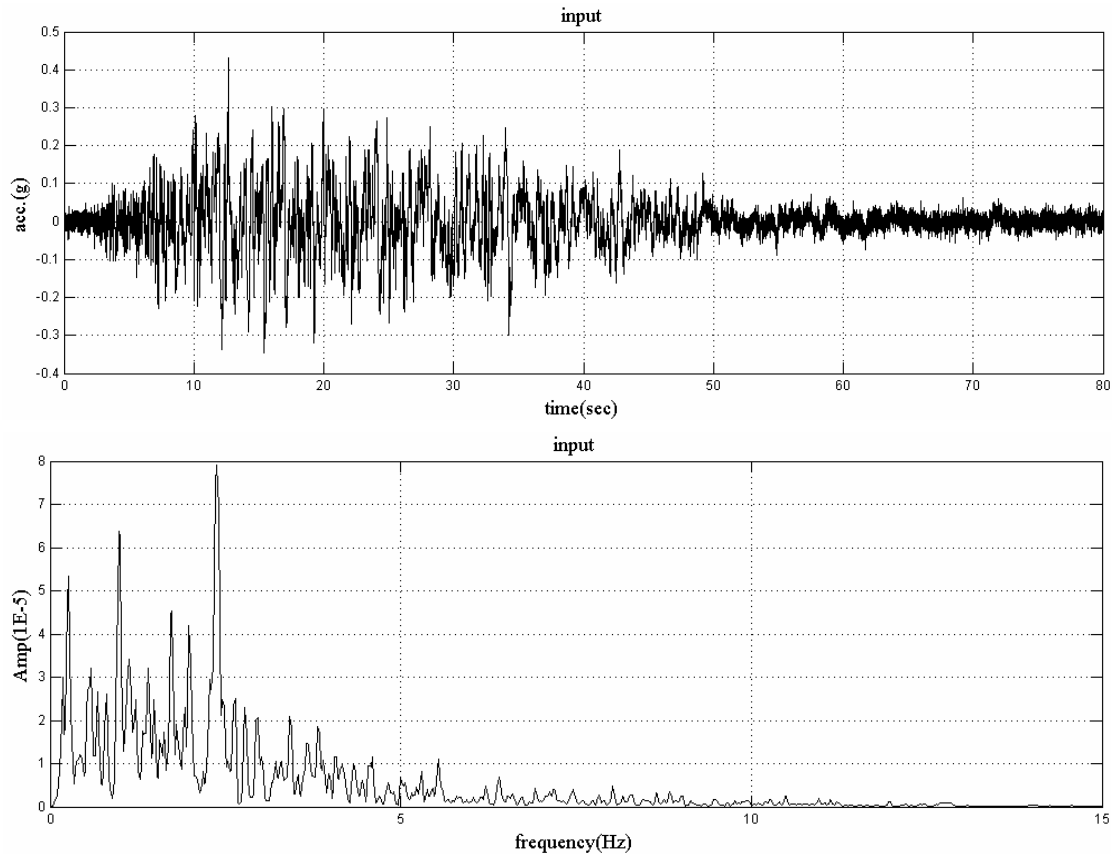


圖 4.12：加入 20% 噪訊比之輸入及頻譜圖



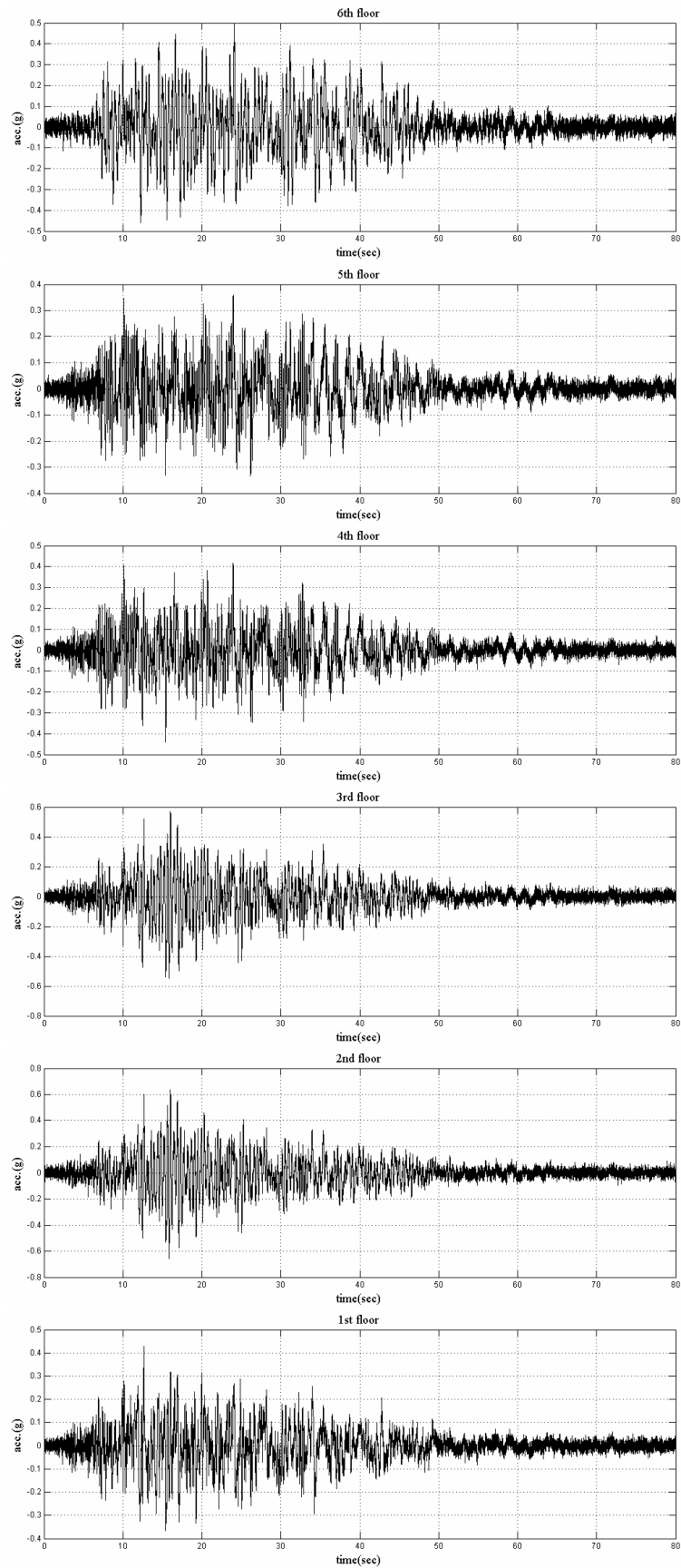


圖 4.13：加入 20% 噪訊比之各自由度相對加速度反應

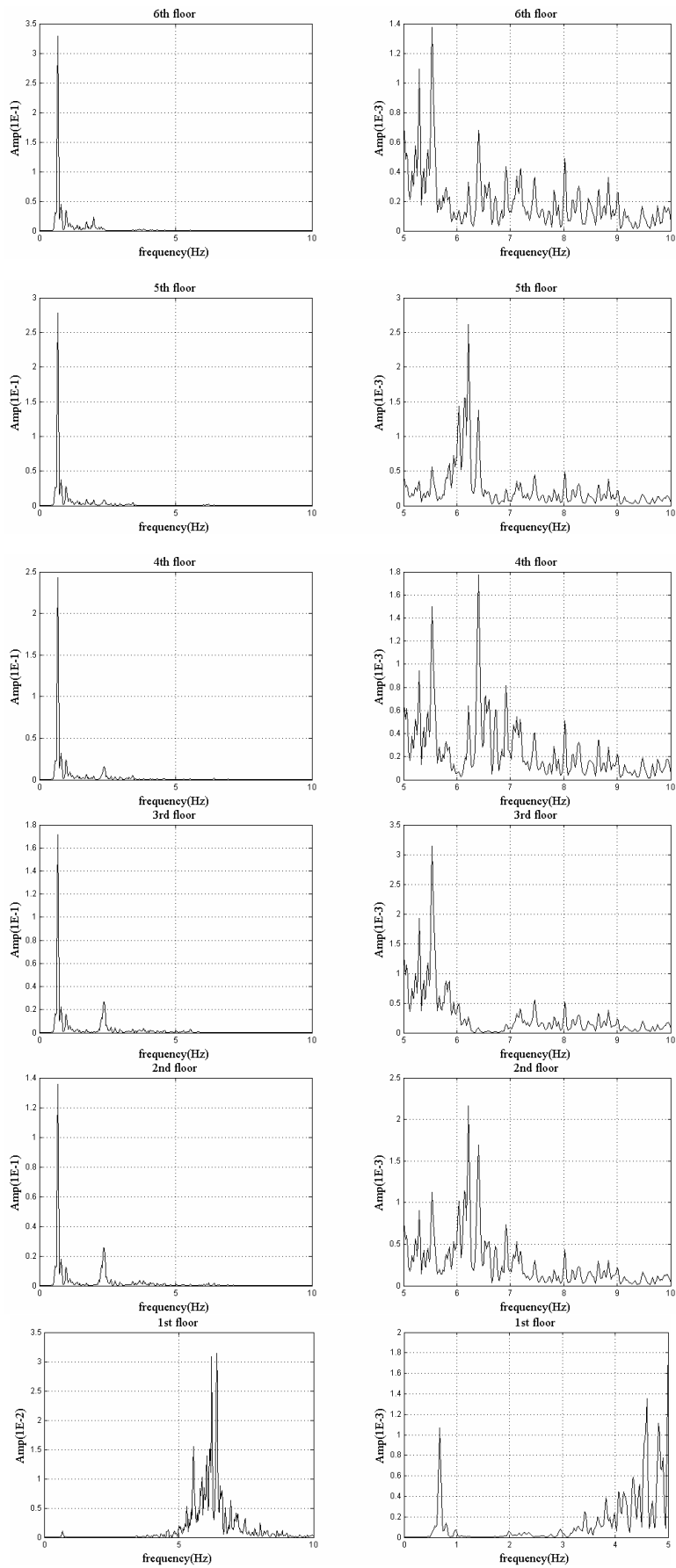


圖 4.14：加入 20% 噪訊比下各自由度相對加速度反應之頻譜圖

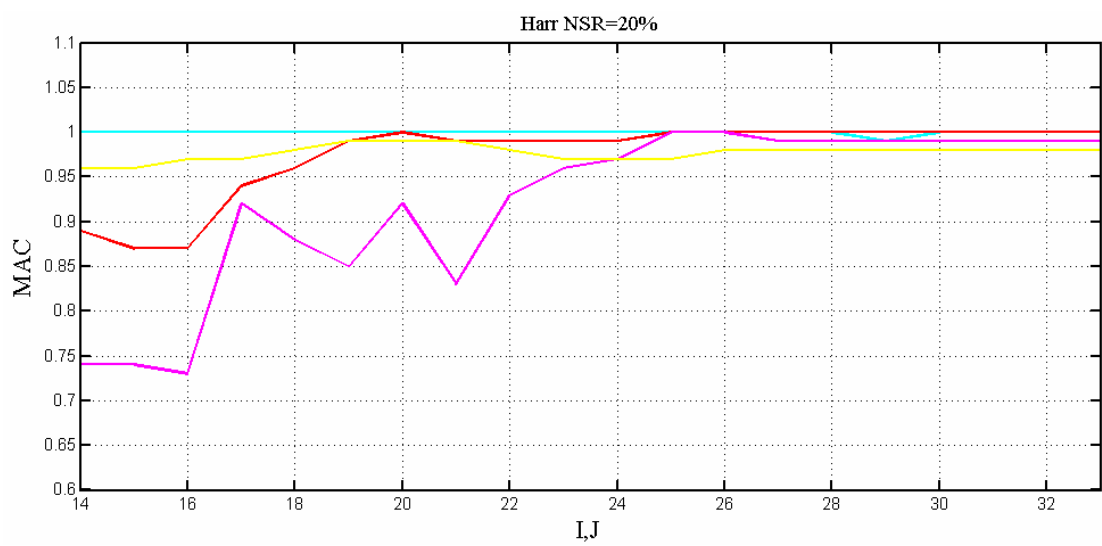
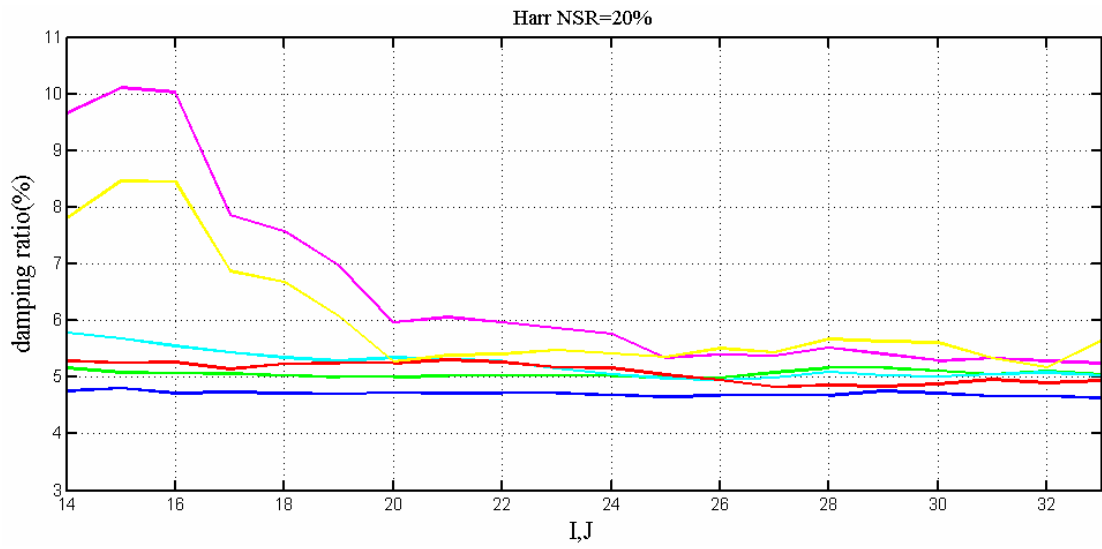
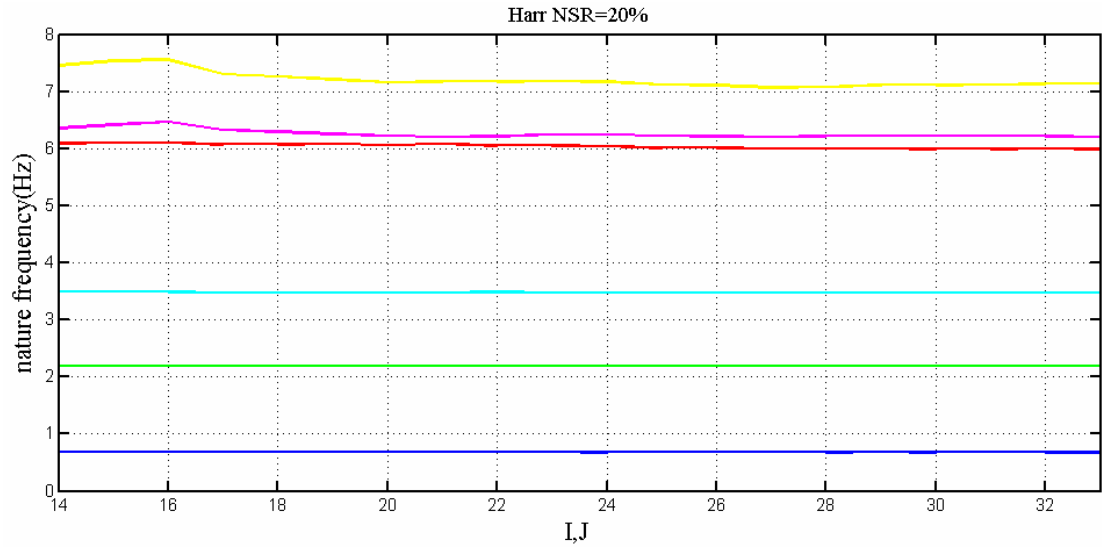


圖 4.15：以 Harr 小波函數配合分別取  $a=0.08$ 、 $0.22$  或  $0.9$  之結果 (NSR=20%)

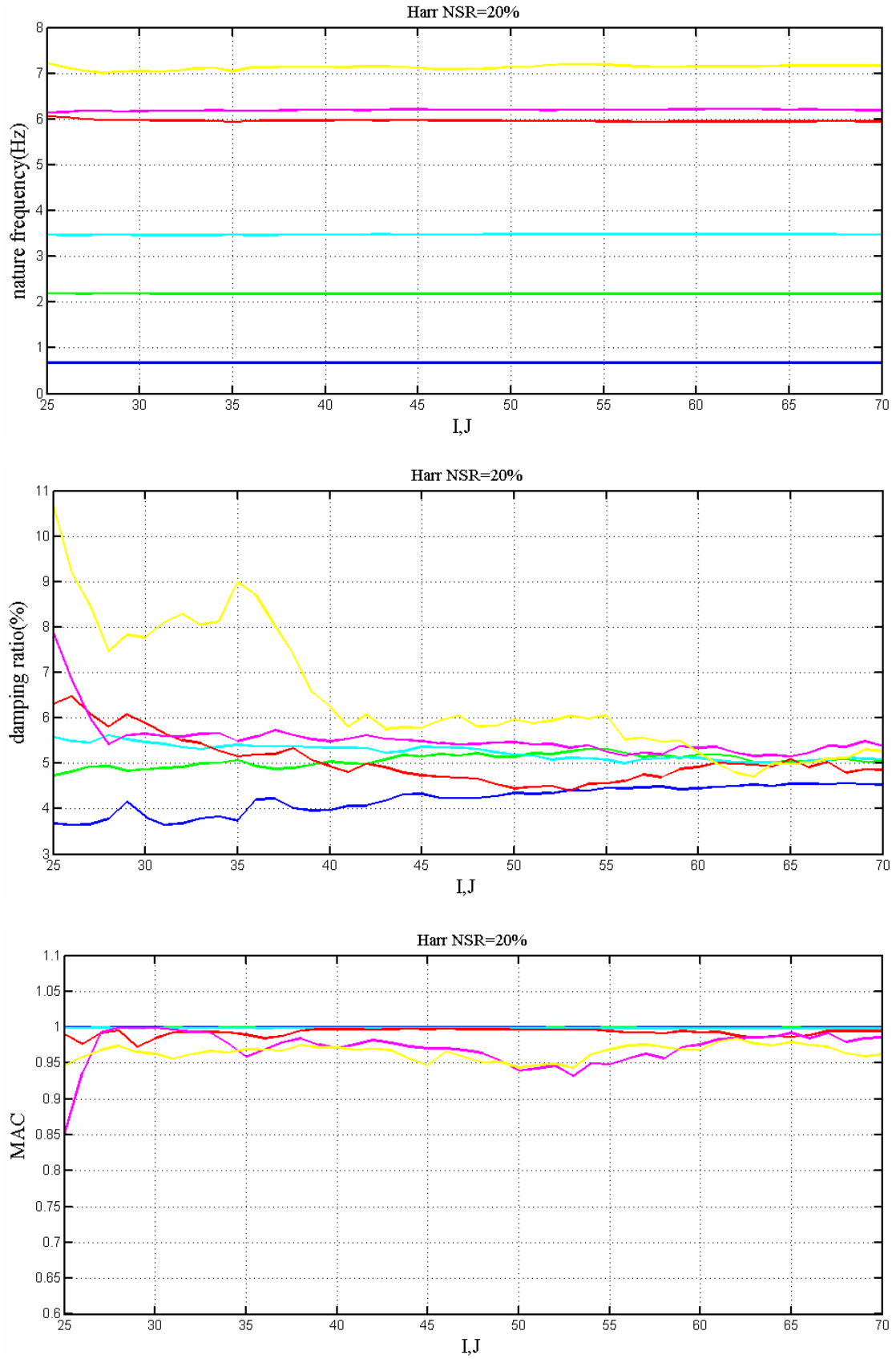


圖 4.16：以 Harr 小波函數配合同時取  $a=0.08$ 、 $0.22$  或  $0.9$  之結果 (NSR=20%)

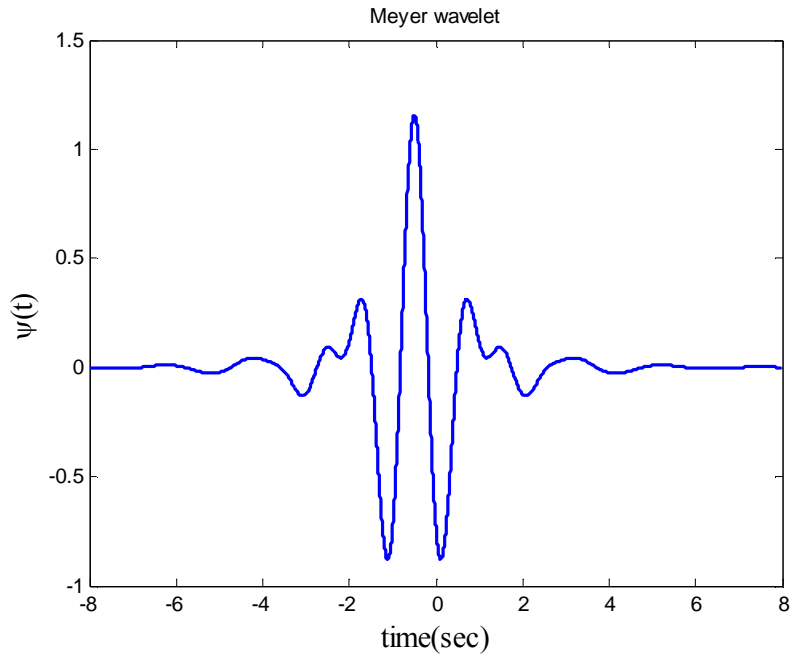


圖 4.17：Meyer 基底小波函數

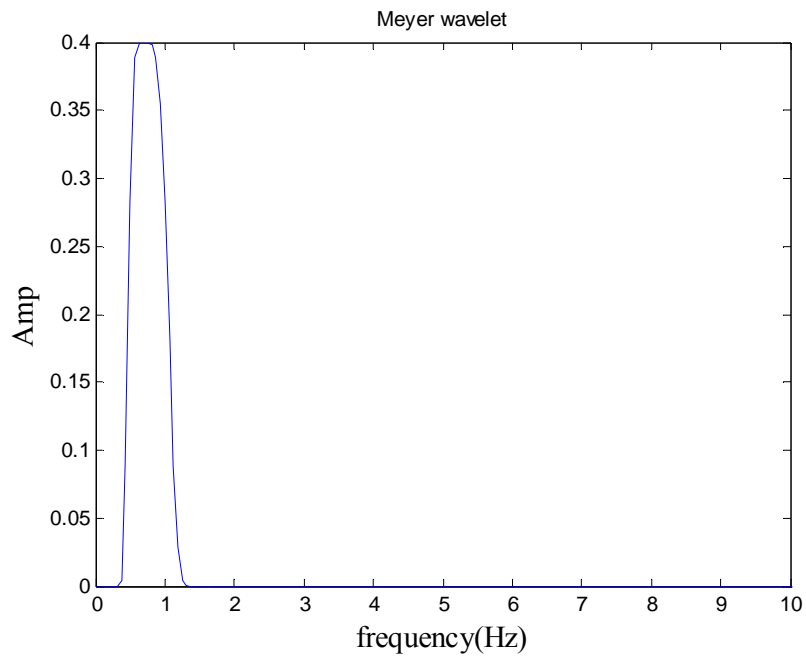


圖 4.18：Meyer 基底小波函數之頻譜圖

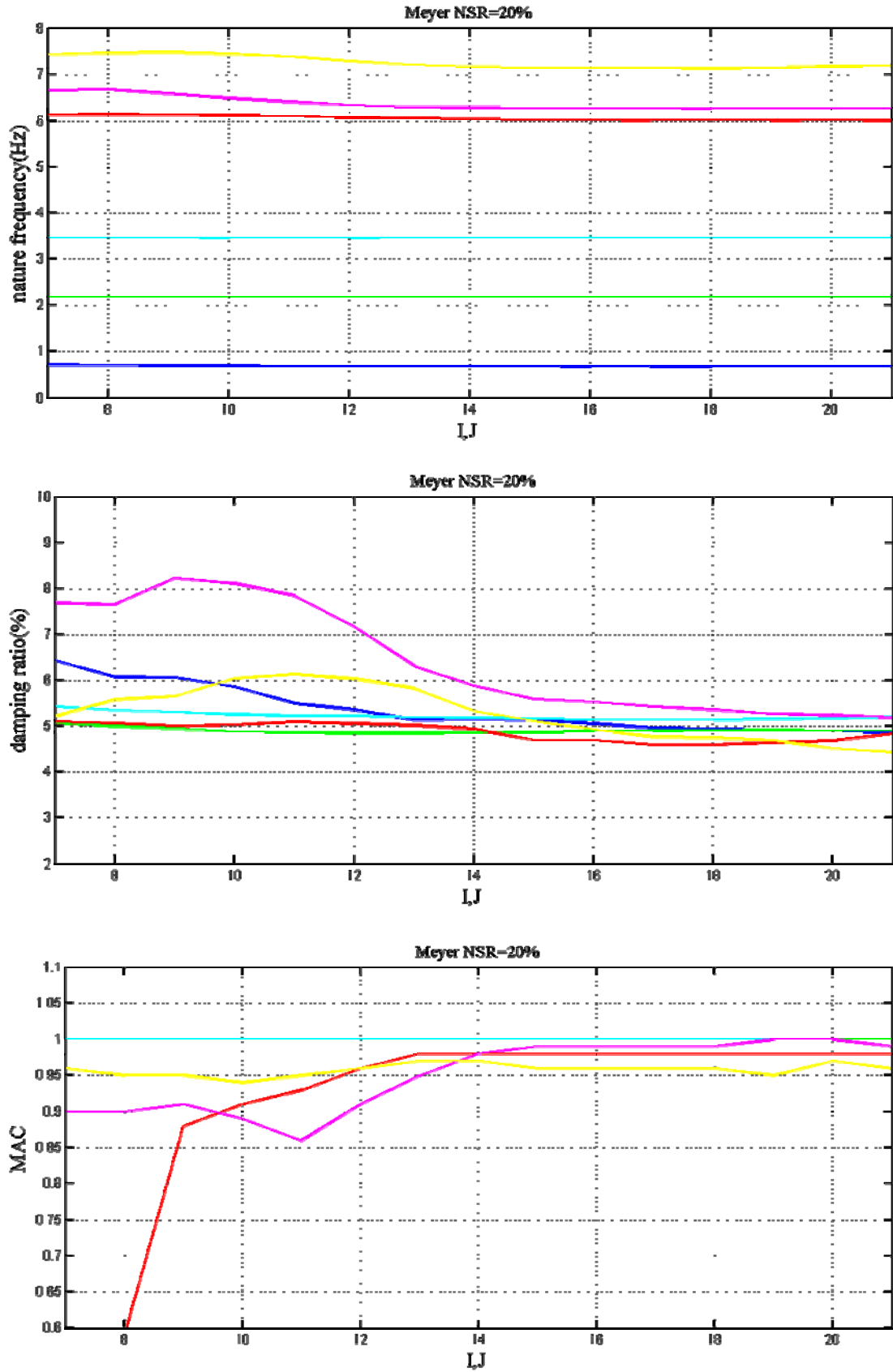


圖 4.19：以 Meyer 小波函數配合分別取  $a=0.1$ 、 $0.26$  或  $1$  之結果 (NSR=20%)

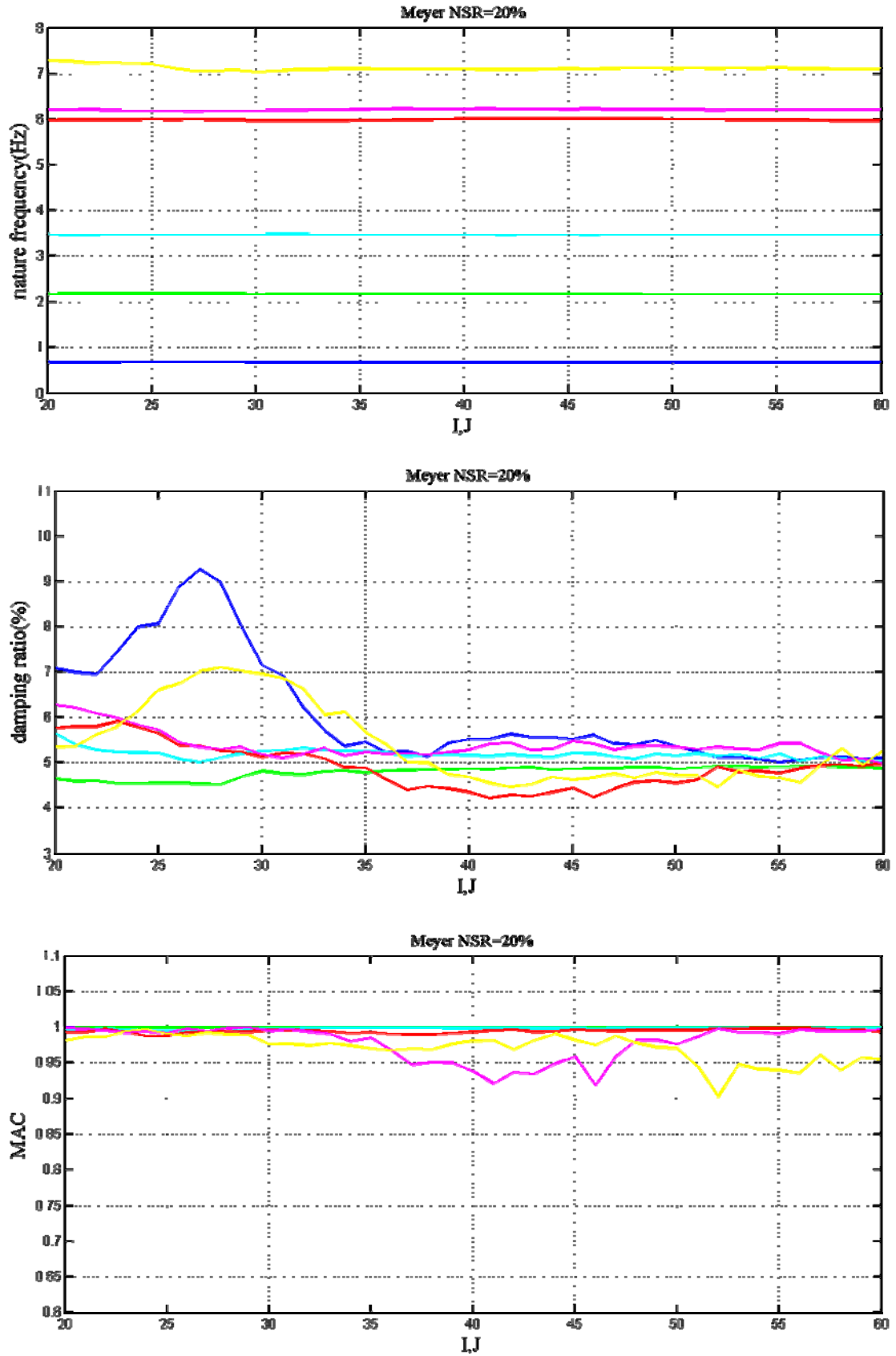


圖 4.20：以 Meyer 小波函數配合同時取  $a=0.1$ 、 $0.26$  或  $1$  之結果 (NSR=20%)

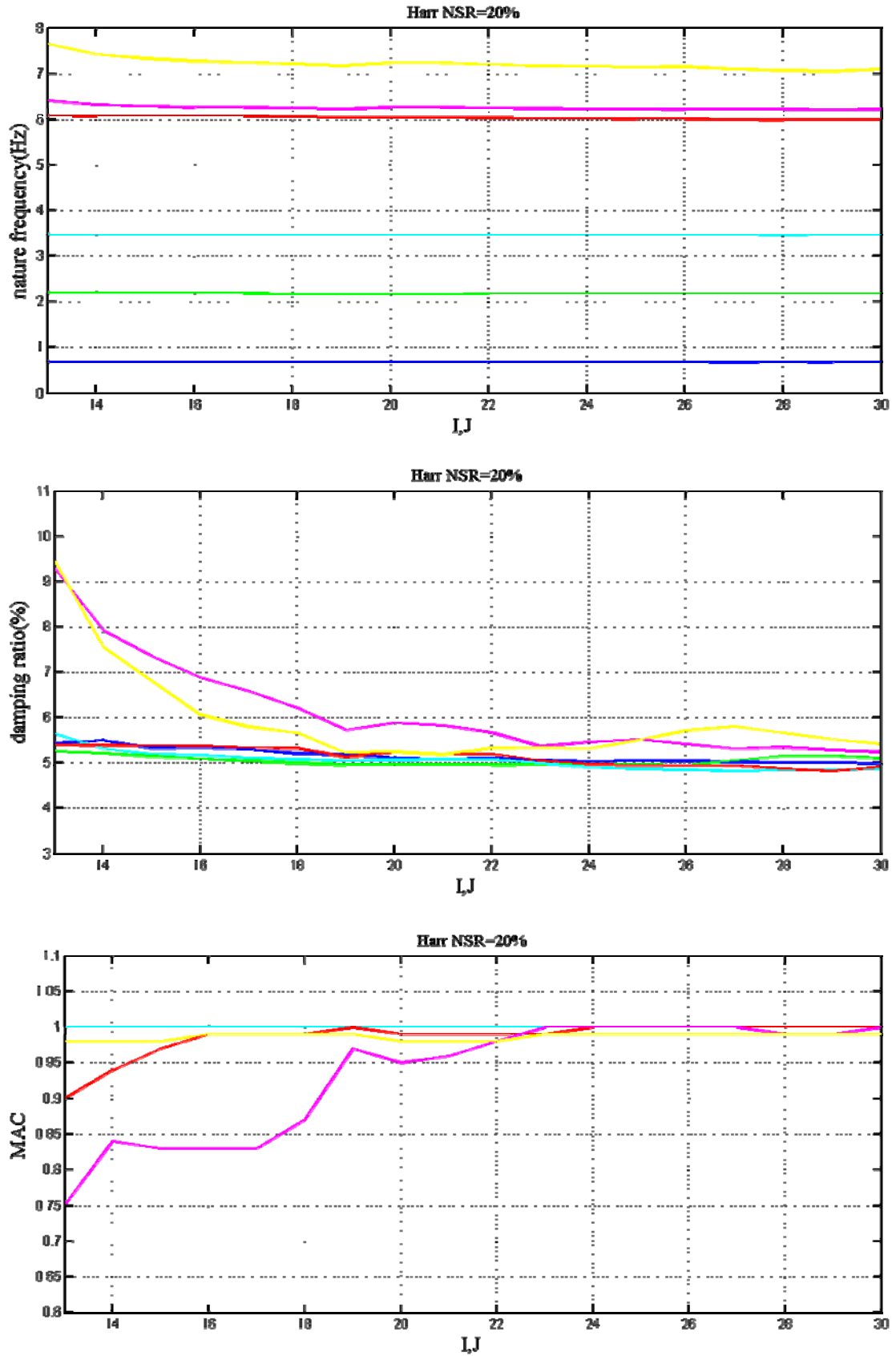


圖 4.21：利用 ARMAX 模式以 Harr 小波，配合分別取  $a=0.08$ 、 $0.22$  或  $0.9$  之結果 (NSR=20%)



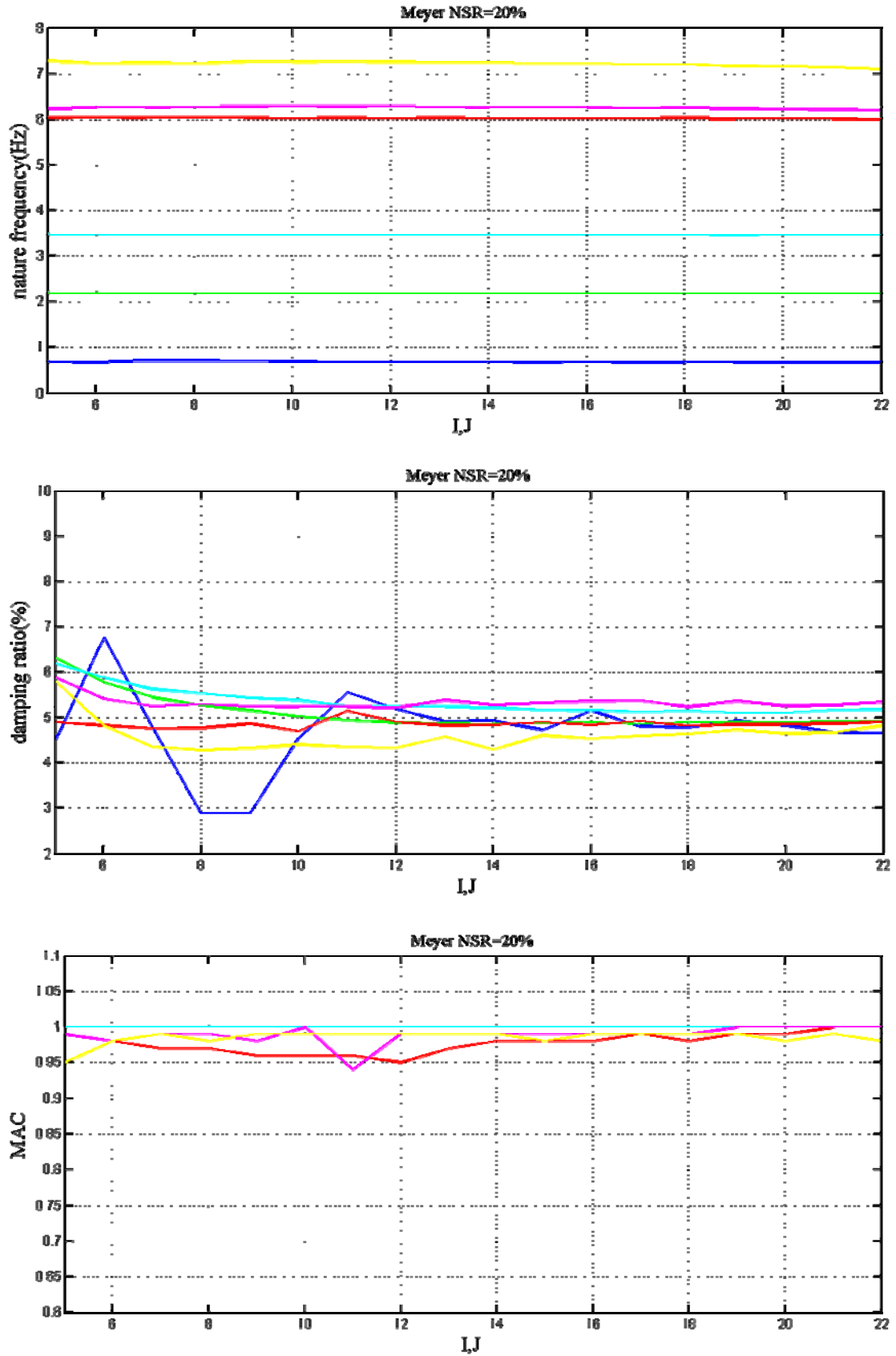


圖 4.22：利用 ARMAX 模式以 Meyer 小波，配合分別取  $a=0.1$ 、 $0.26$  或  $1$  之結果 (NSR=20%)

Benchmark A, B, C1 & D

Benchmark C2 Benchmark C3

Benchmark C4

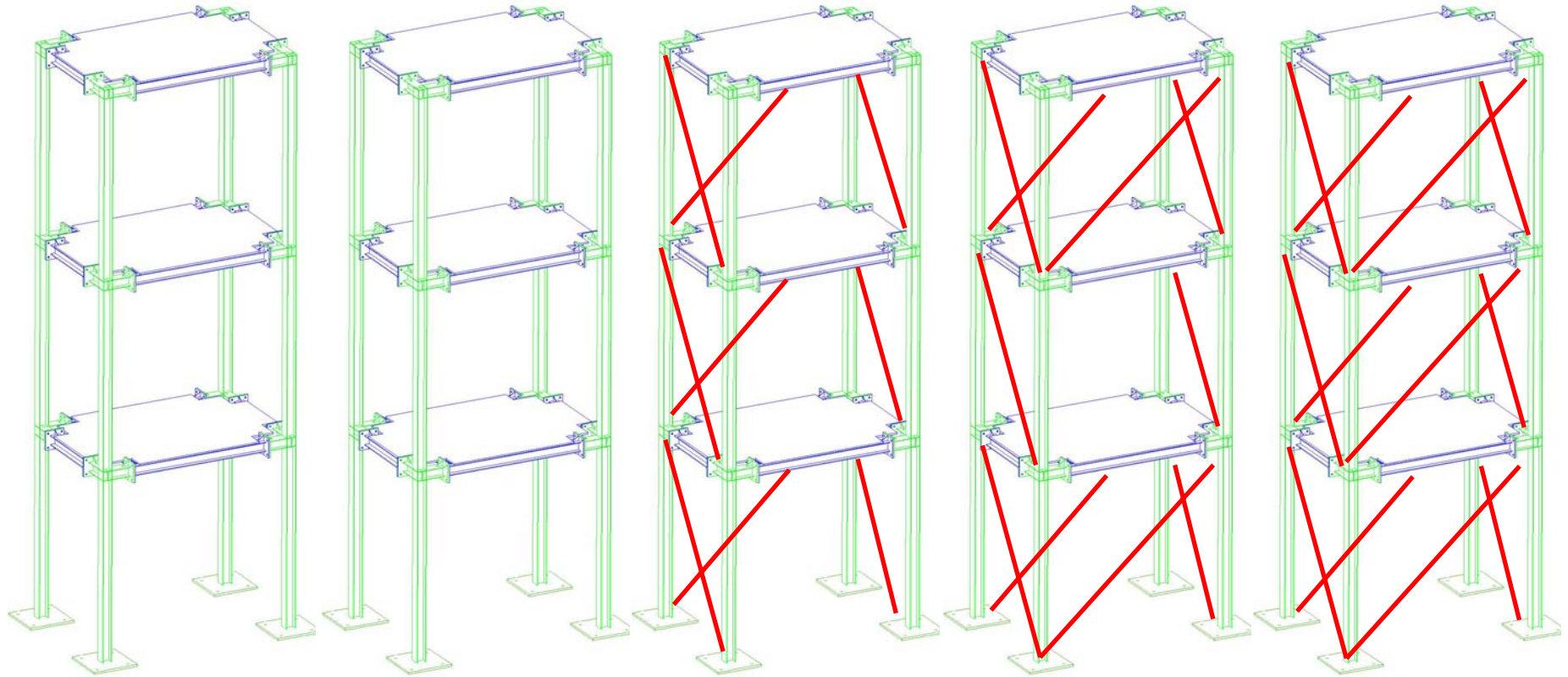


圖 5.1：進行振動台試驗之各種結構模型



圖 5.2：國家地震工程研究中心之鋼構架

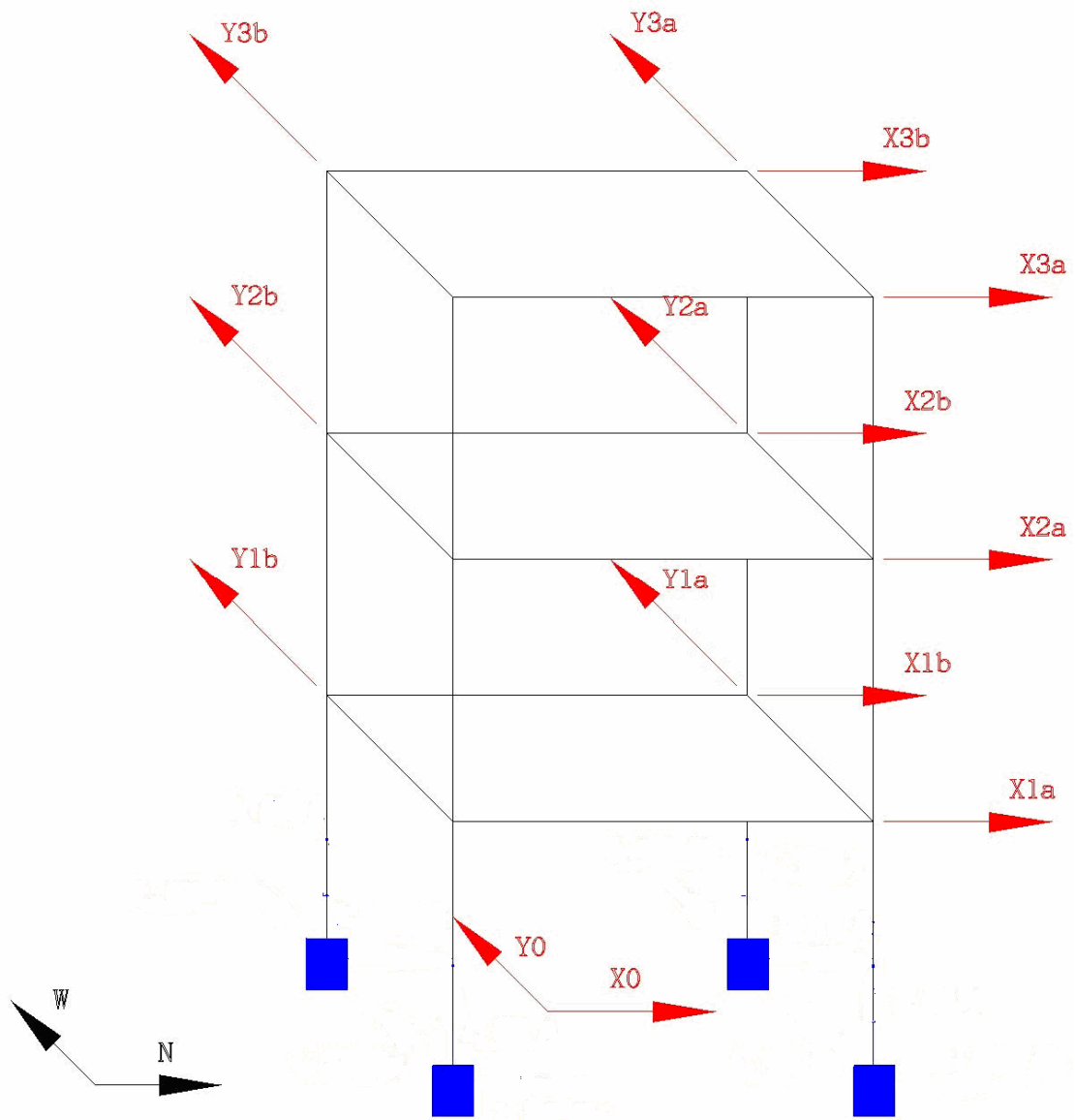


圖 5.3：三層樓鋼構架之感應子位置示意圖

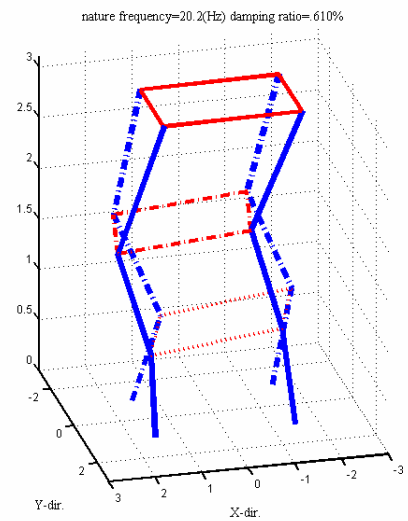
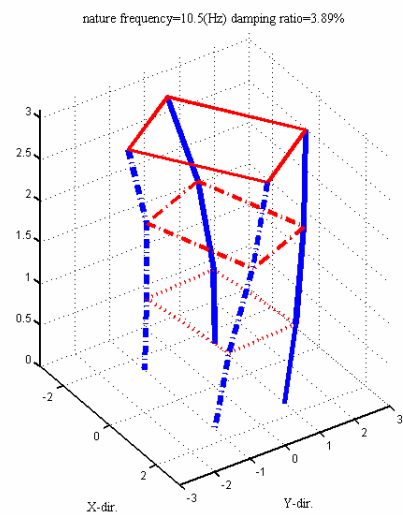
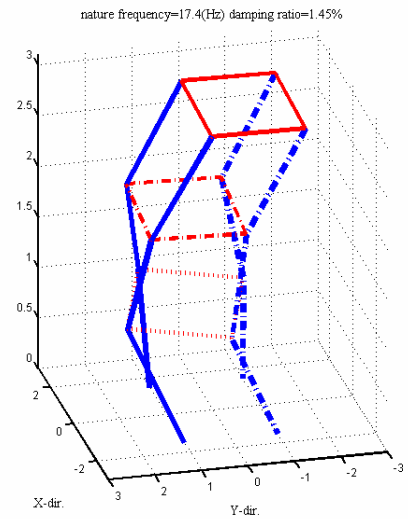
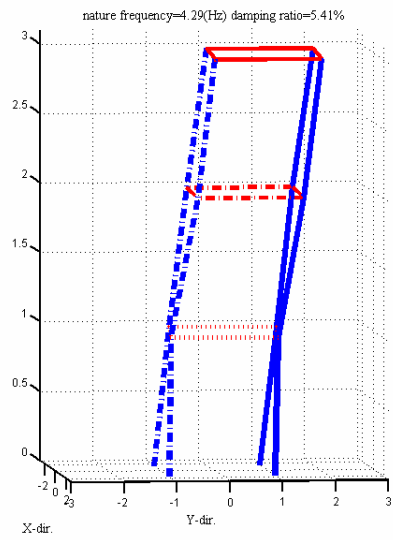
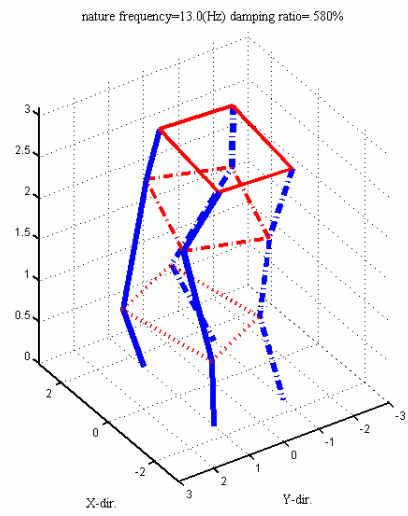
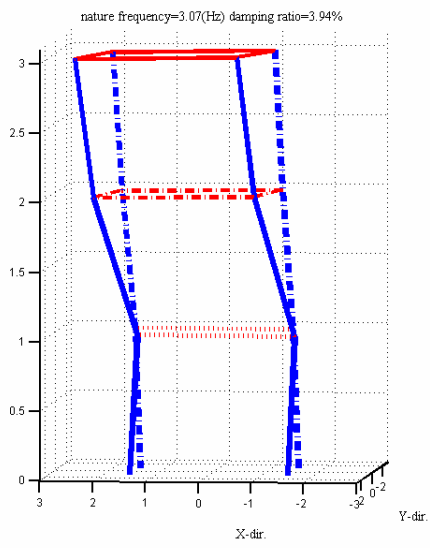
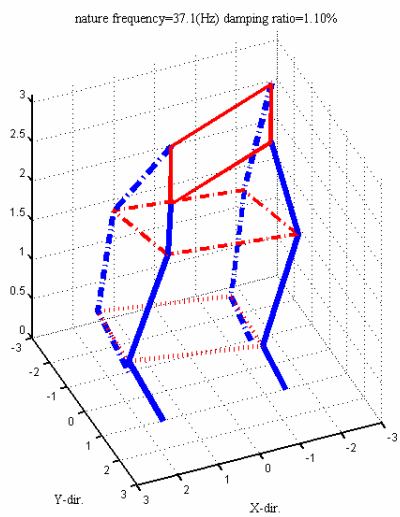
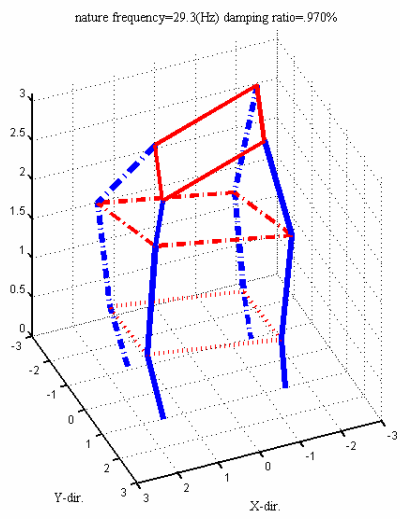
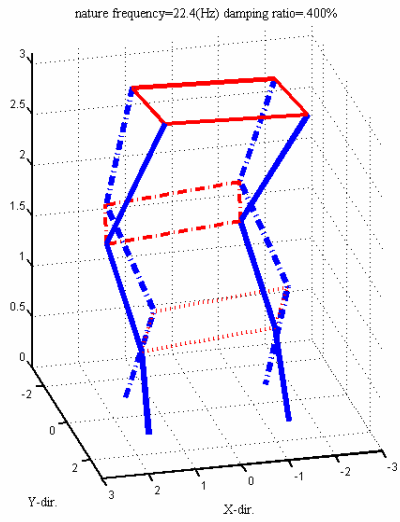


圖 5.4 白噪輸入下以 Harr 小波函數識別之模態



(圖 5.4 續上頁)

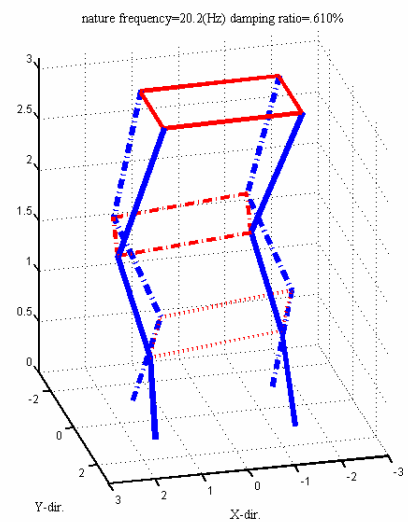
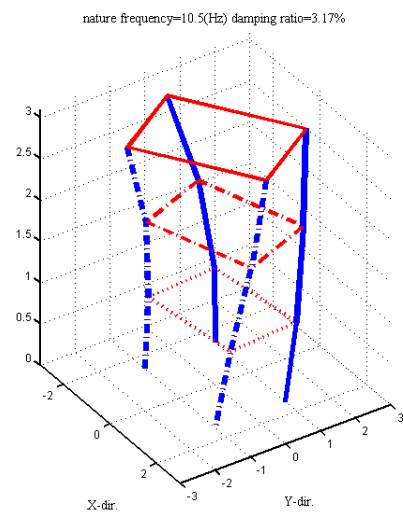
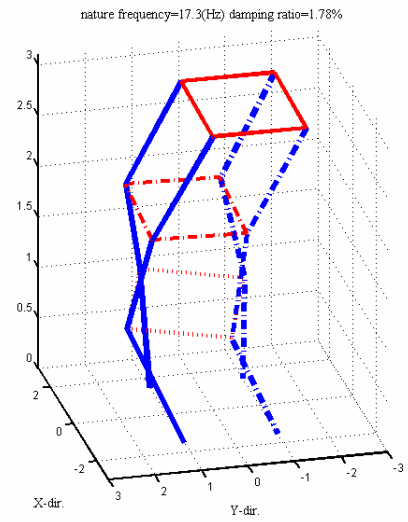
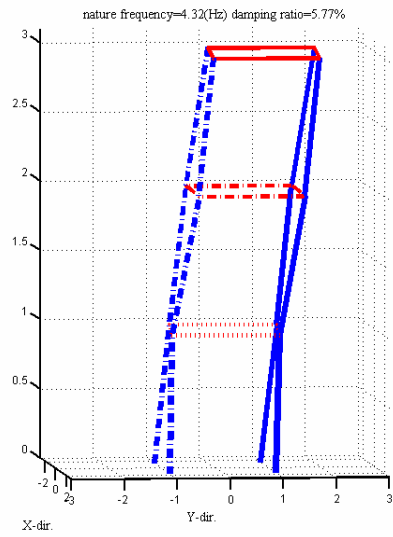
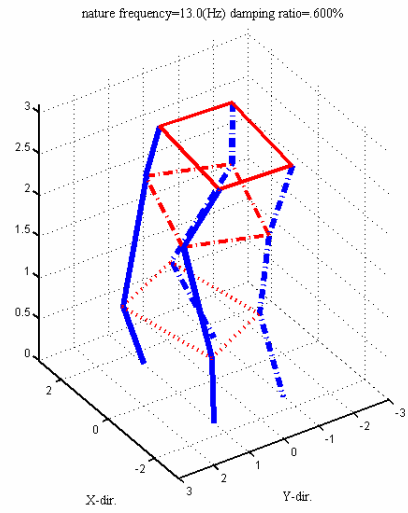
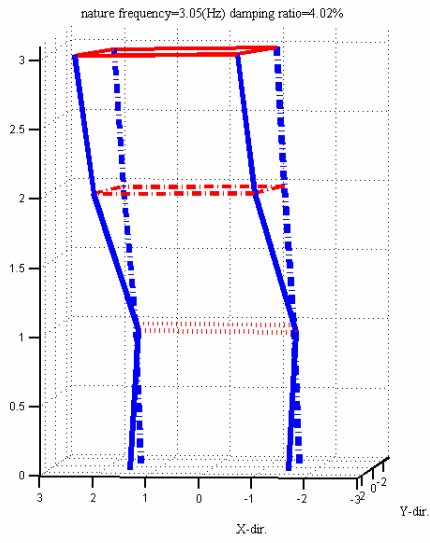
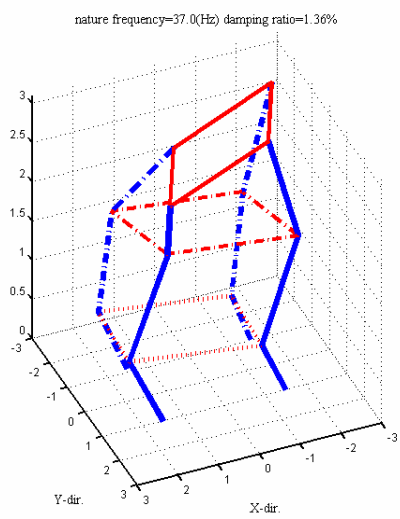
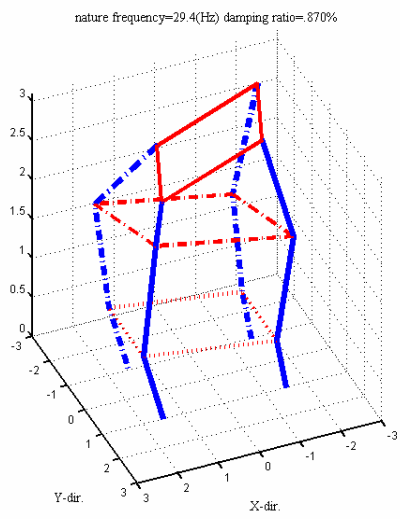
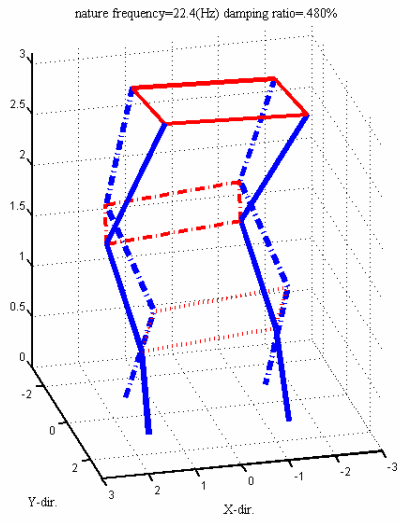


圖 5.5 白噪輸入下以 Meyer 小波函數識別之模態



(圖 5.5 續上頁)





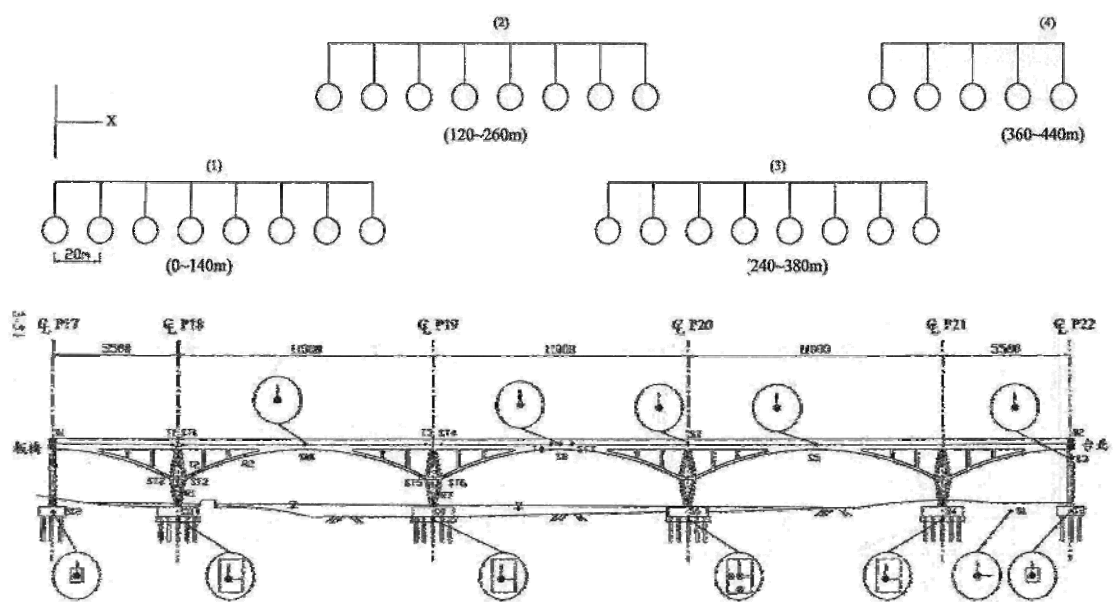


圖 5.6：萬板橋量測點位示意圖。

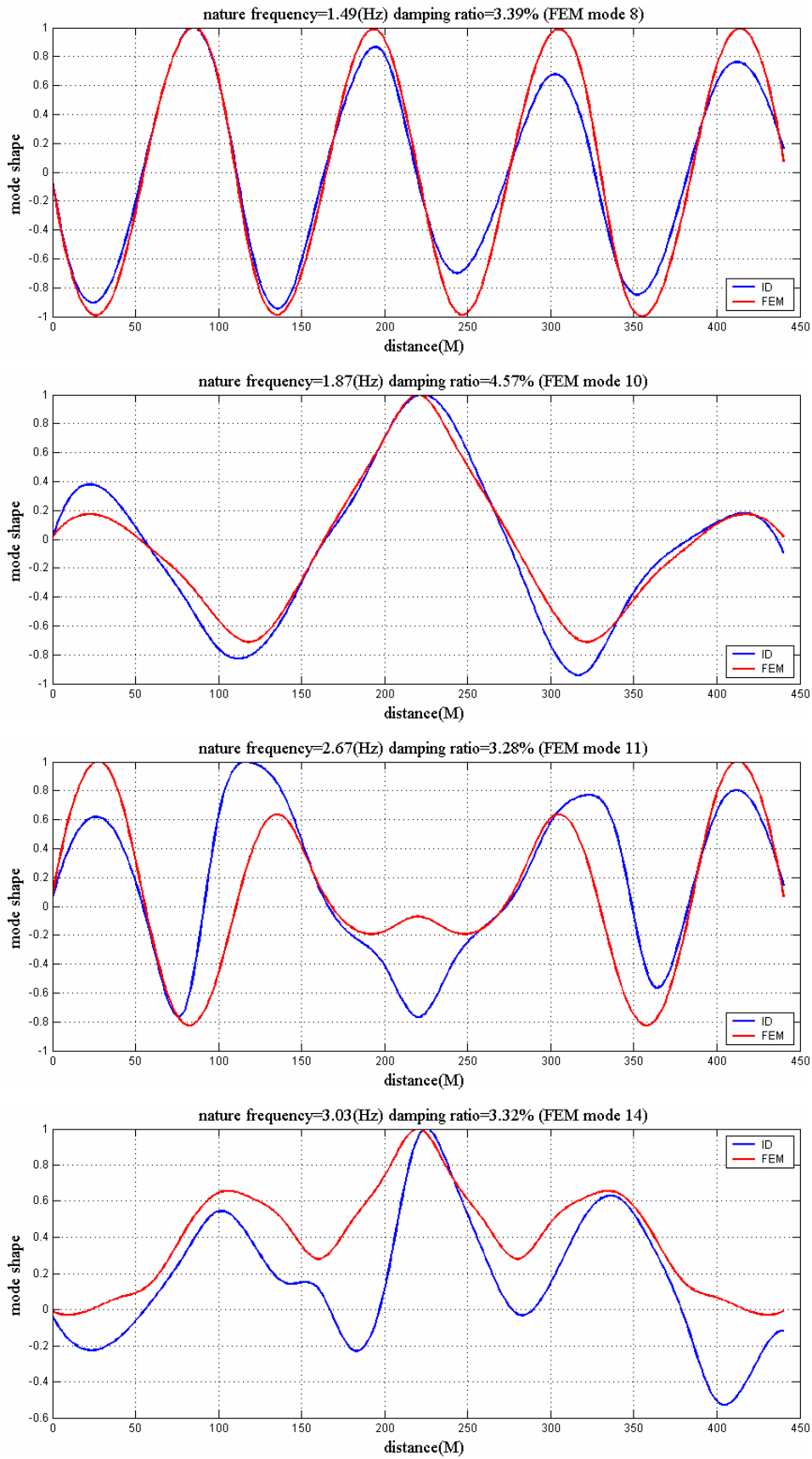
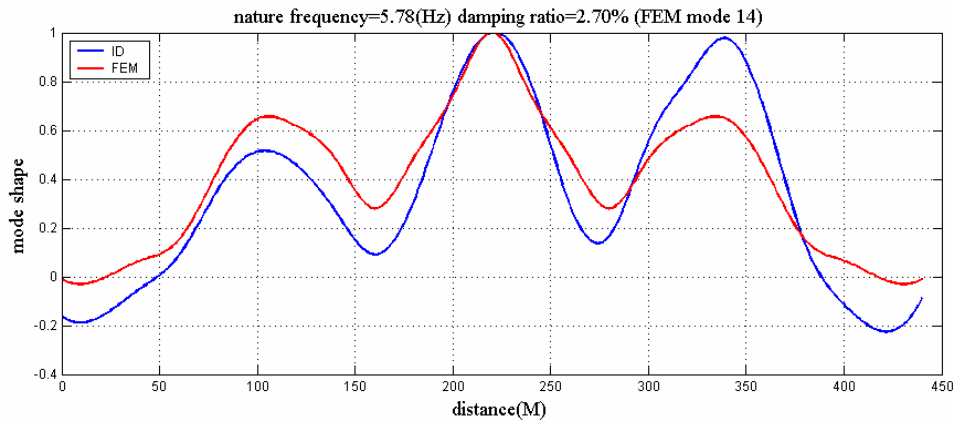
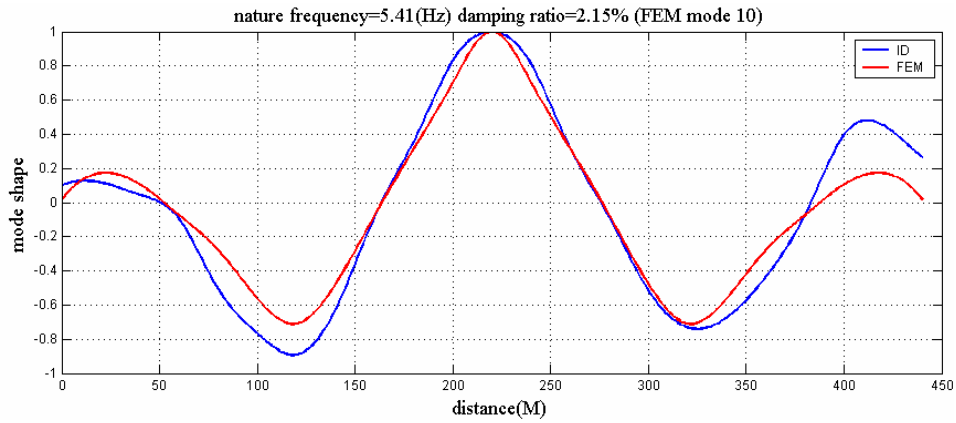
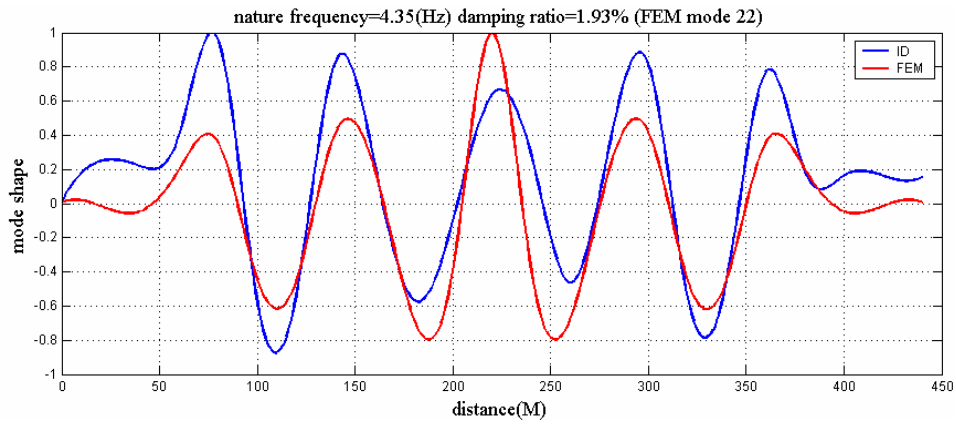
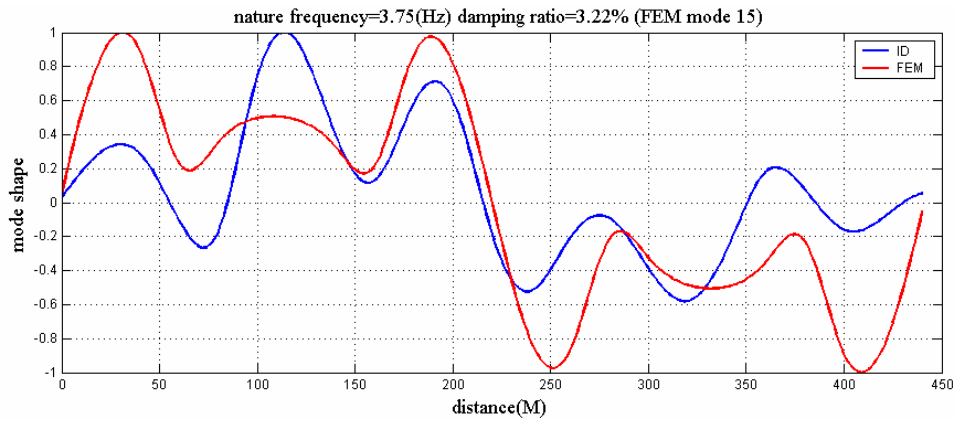
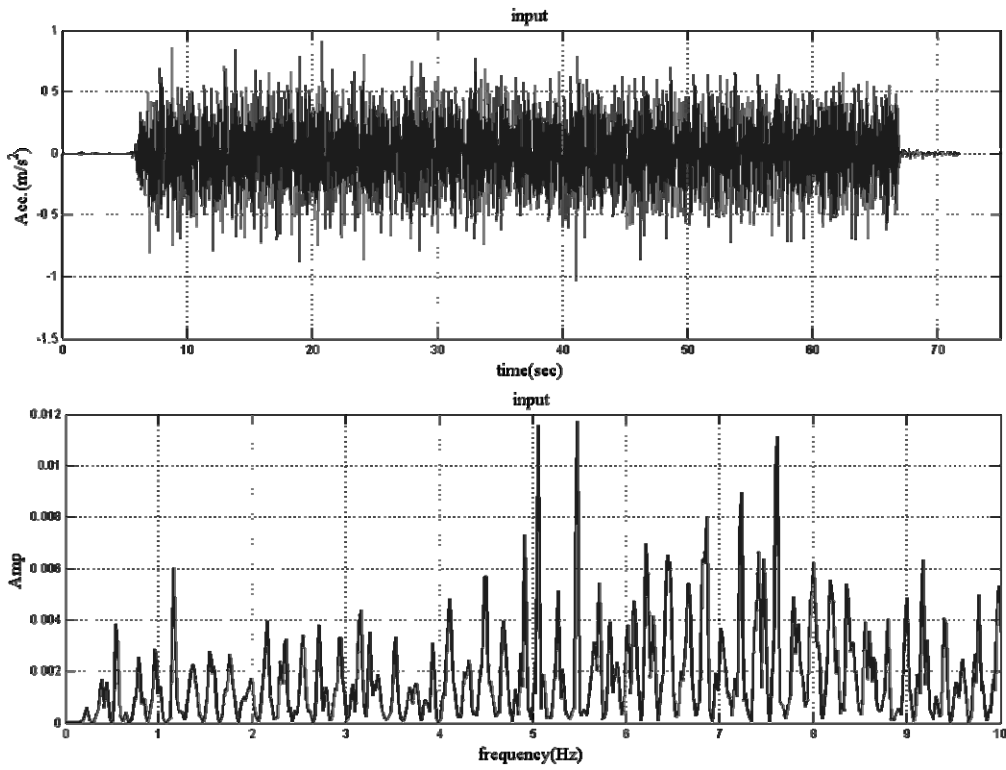


圖 5.7 識別所得之萬板橋量垂直向模態圖

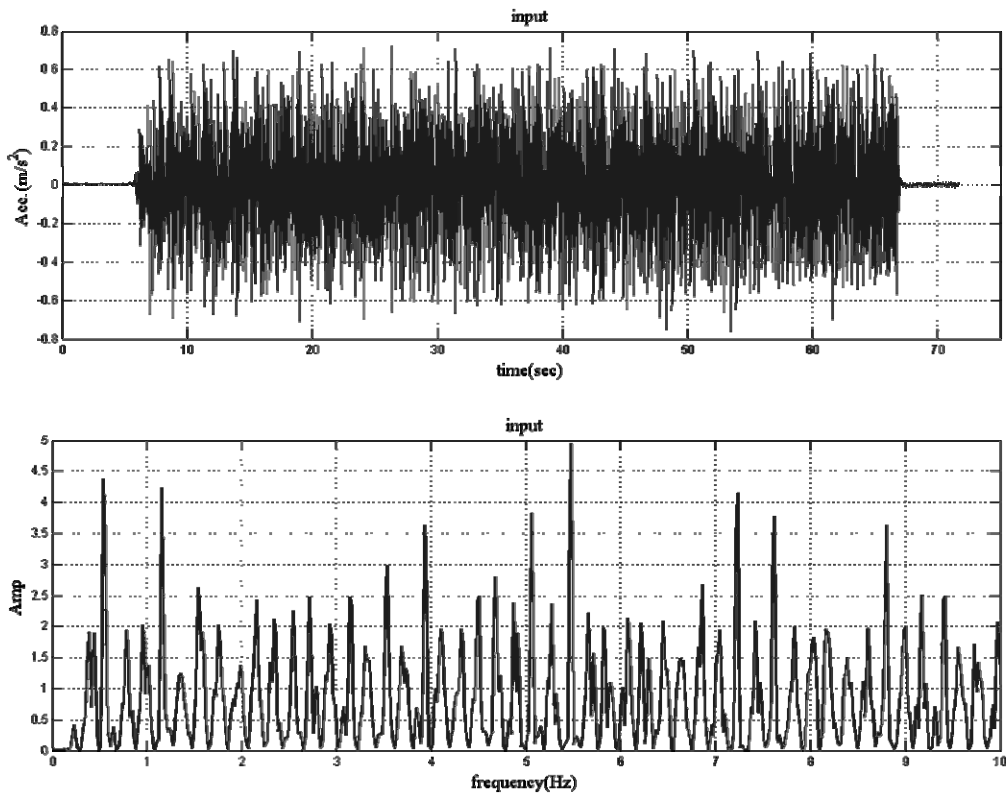


(圖 5.7 續上頁)

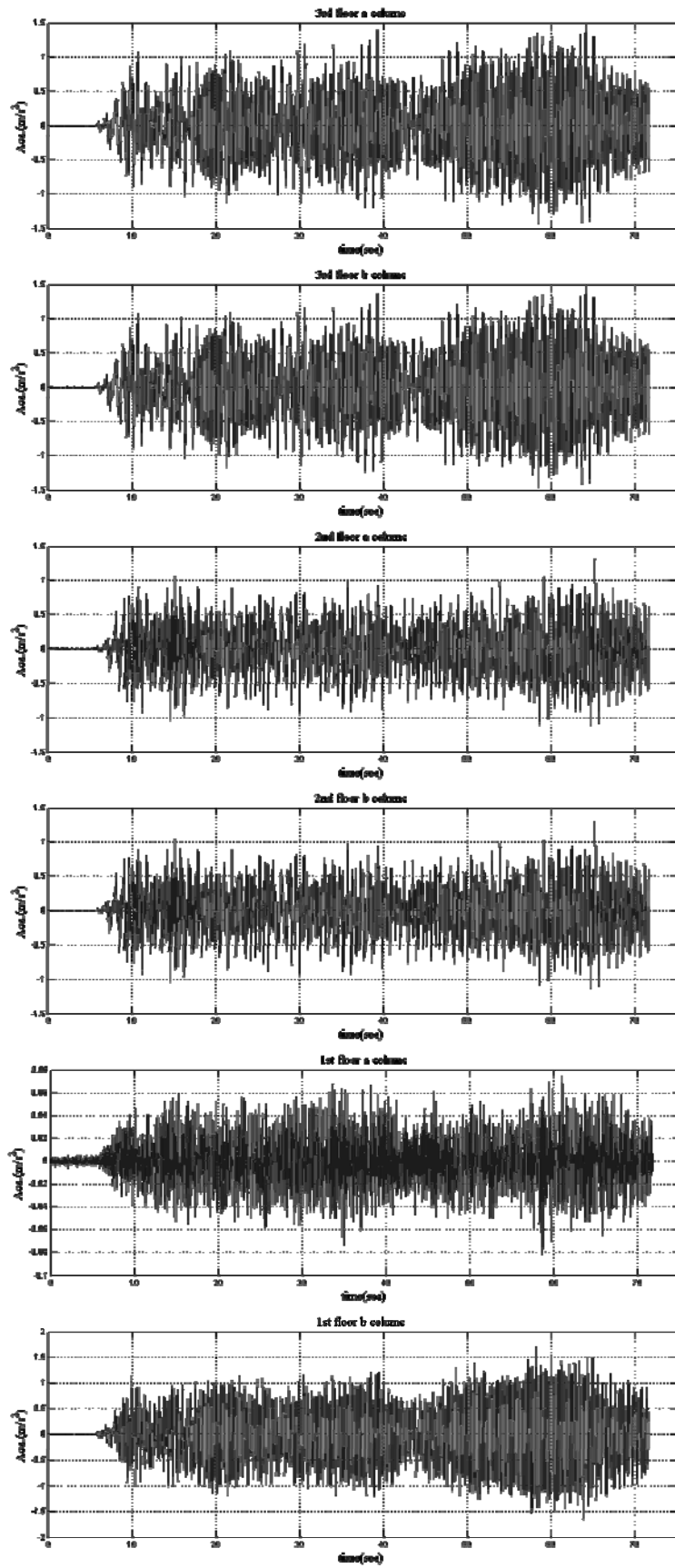
附錄一 Benchmark C1 之動態資料



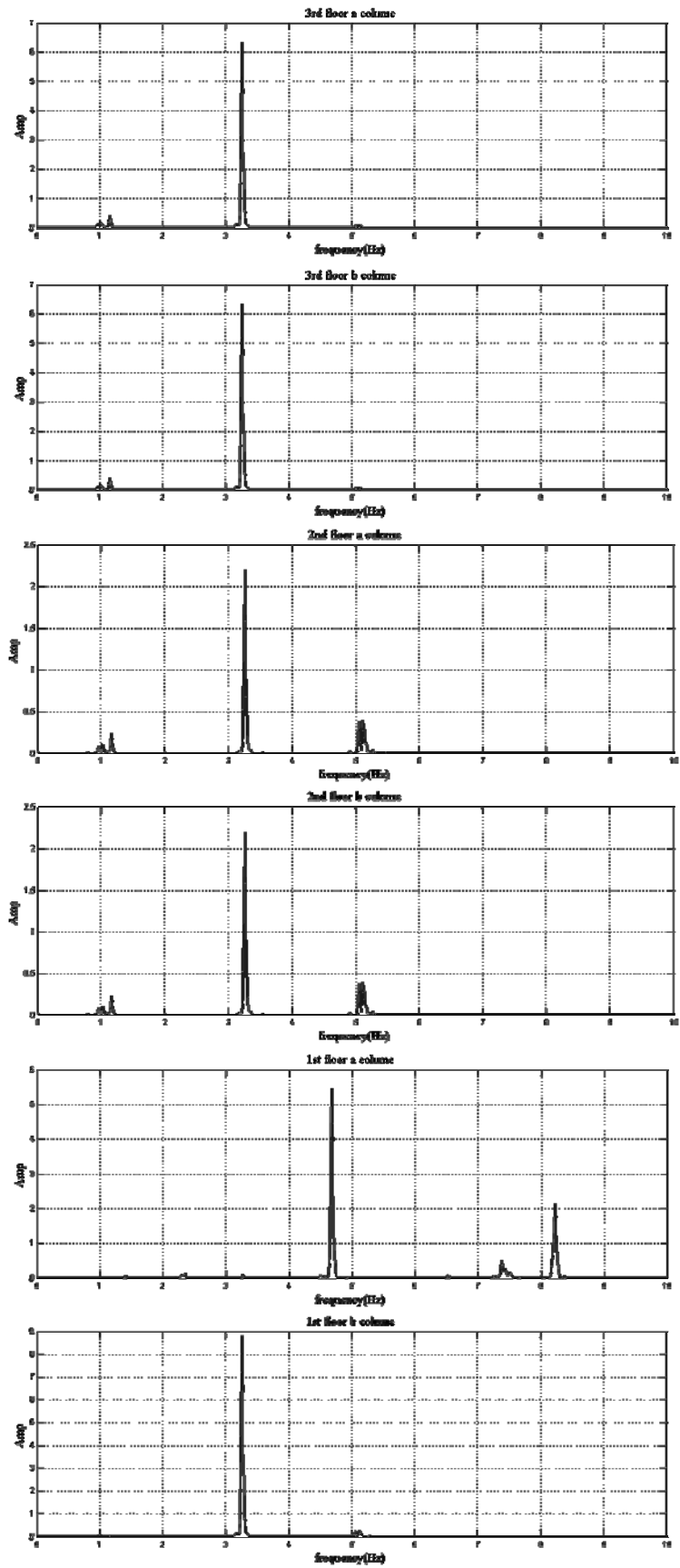
附圖 1.1：X 向之白噪輸入



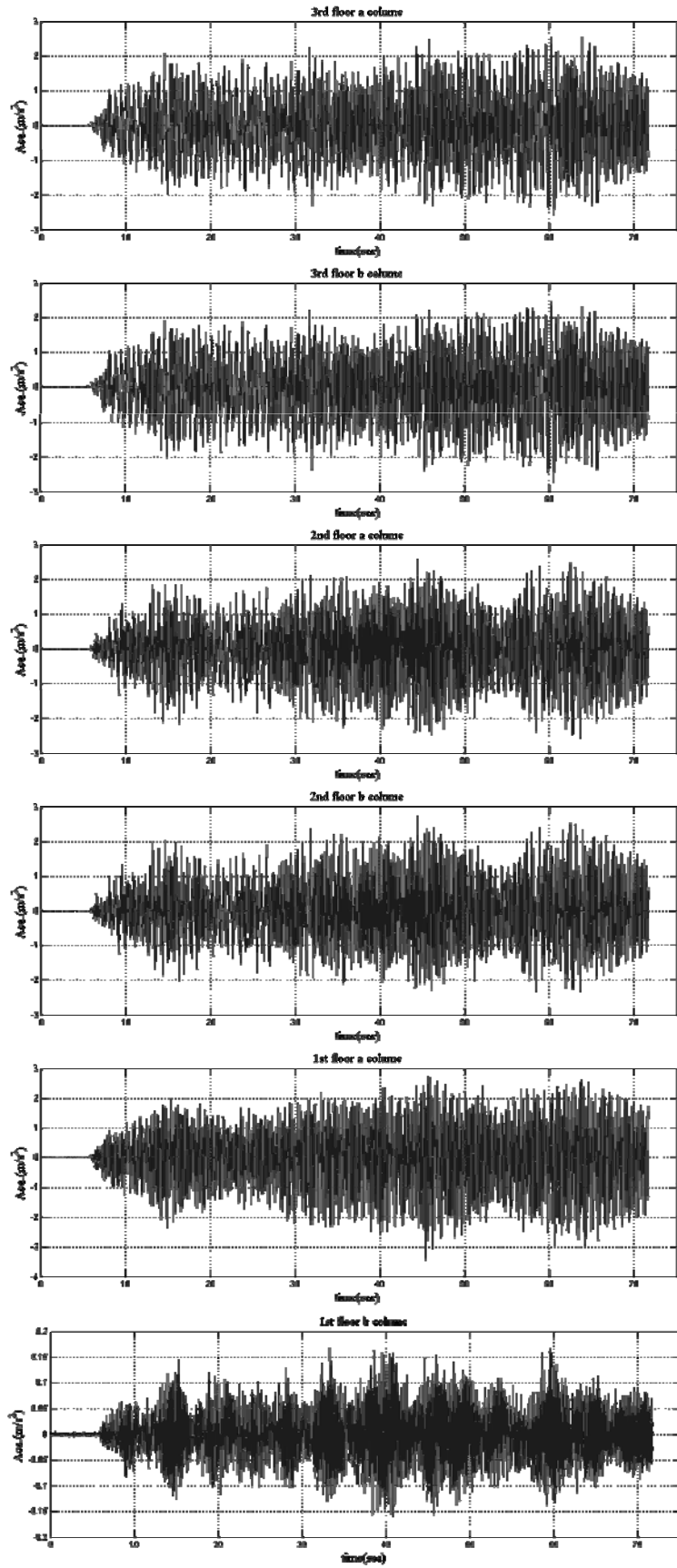
附圖 1.2：Y 向之白噪輸入



附圖 1.3：X 向白噪輸入下，X 向各量測點之反應

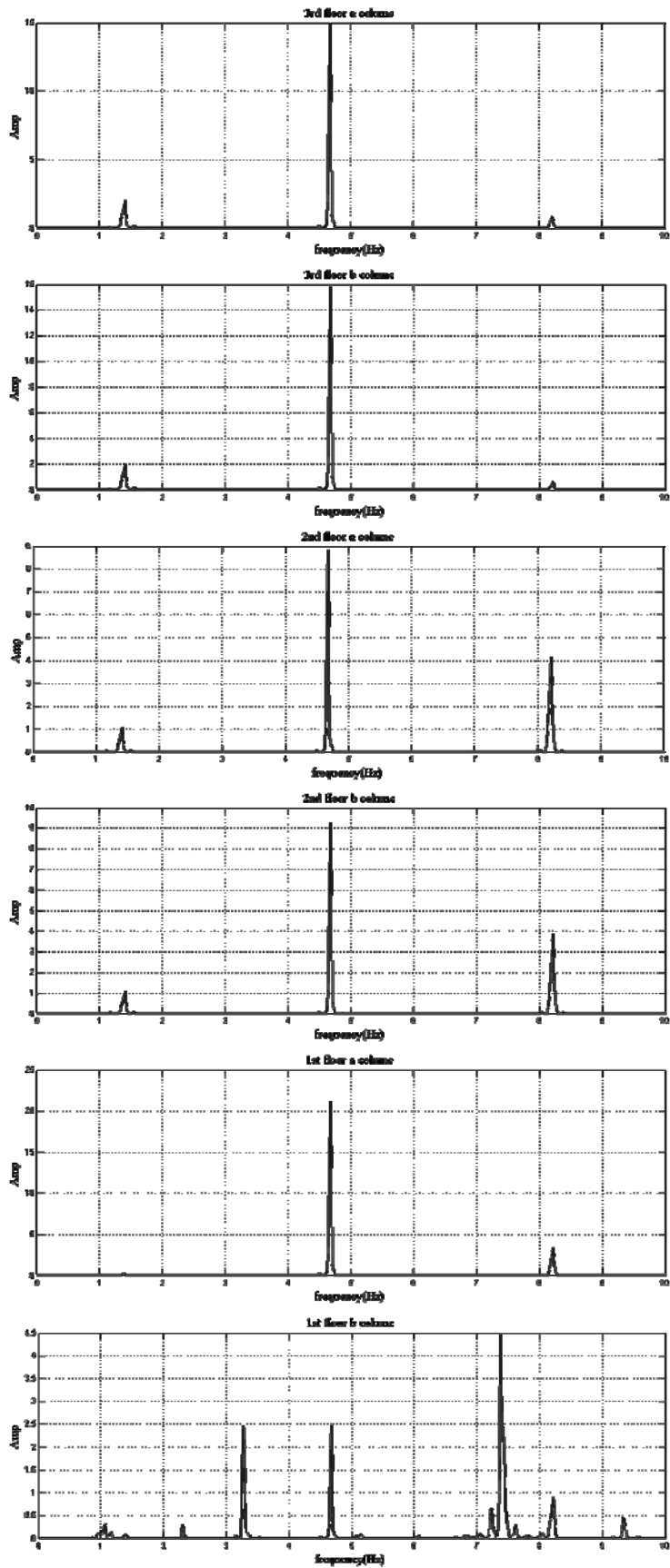


附圖 1.4：X 向白噪輸入下，X 向各量測點反應之頻譜圖



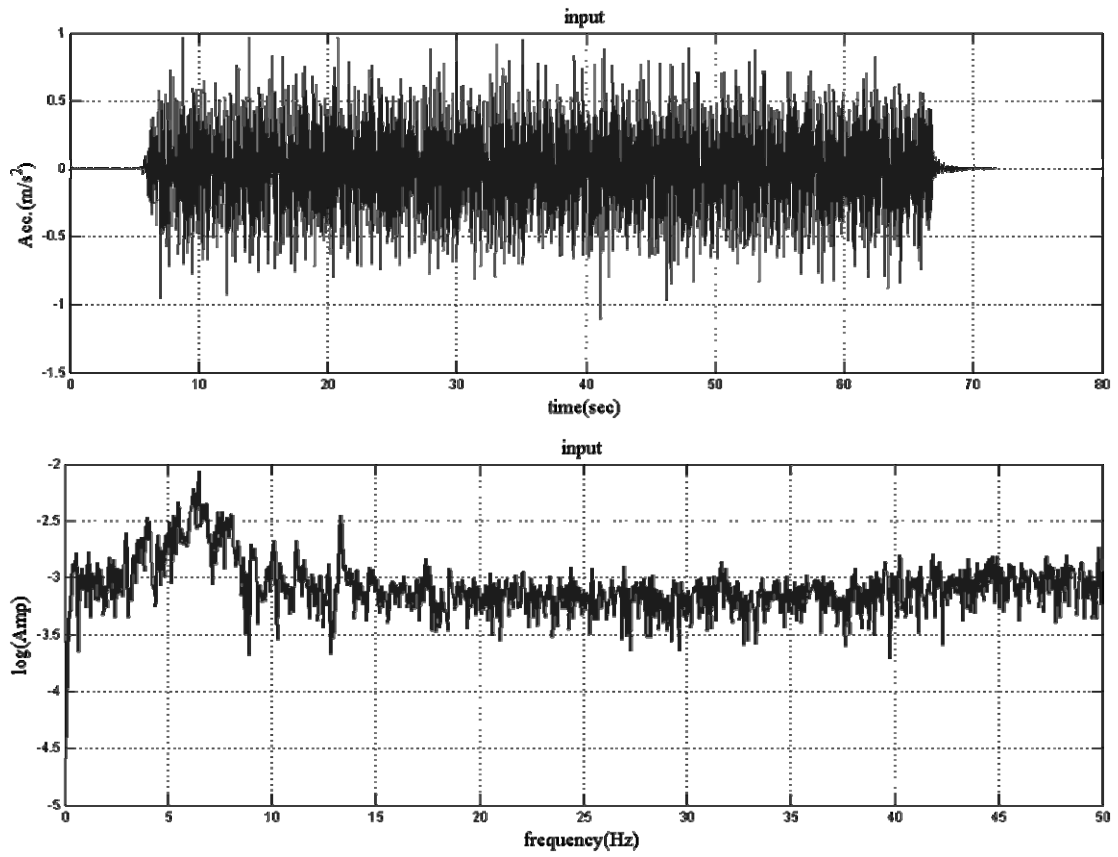
附圖 1.5：Y 向白噪輸入下，Y 向各量測點之反應



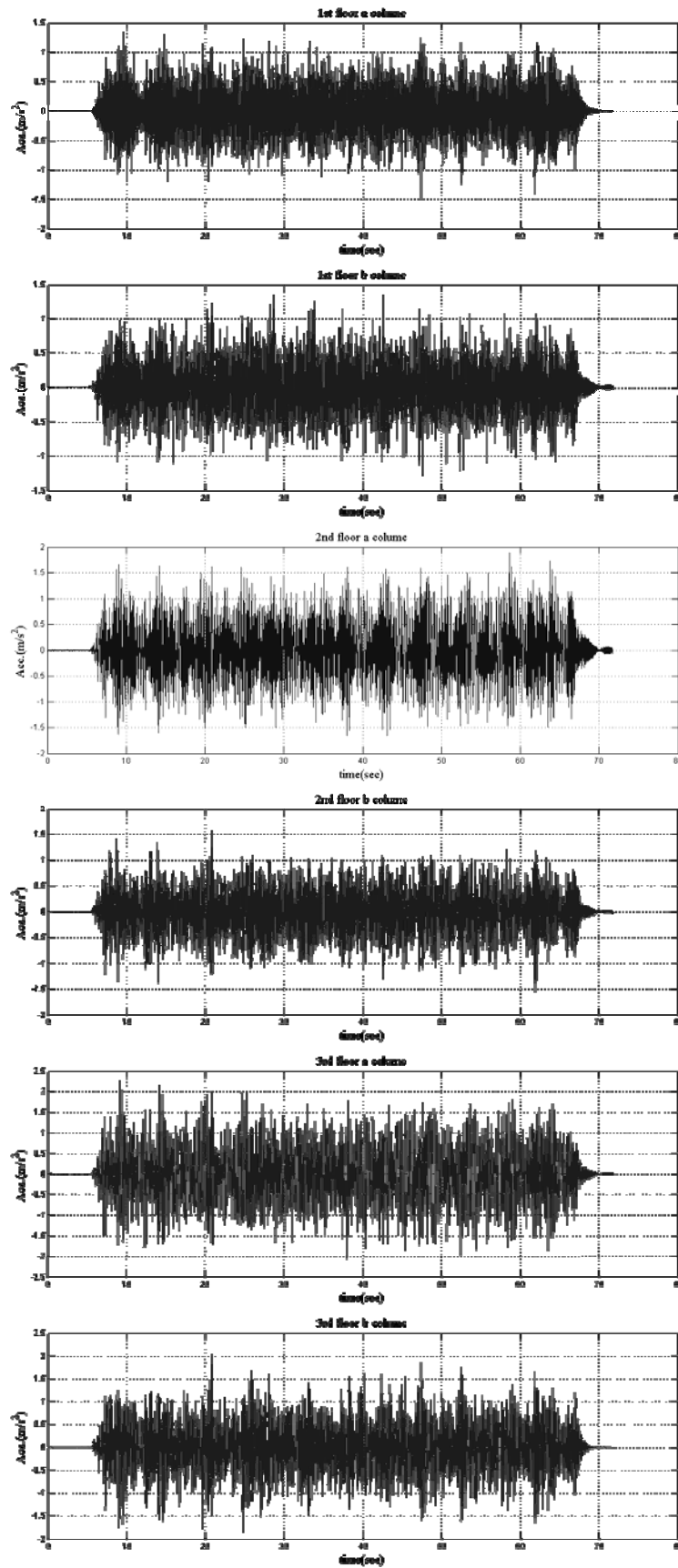


附圖 1.6：Y 向白噪輸入下，Y 向各量測點反應之頻譜圖

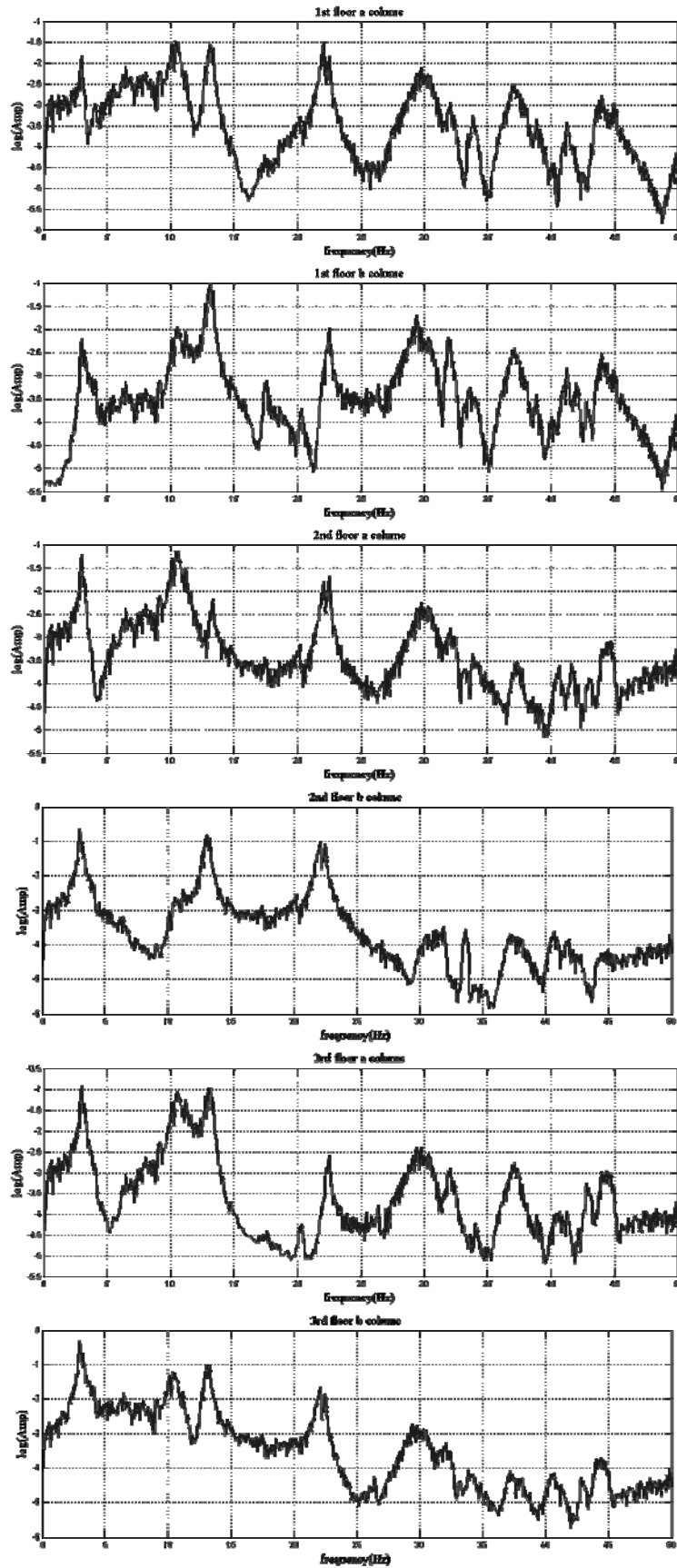
附錄二 Benchmark C2 之動態資料



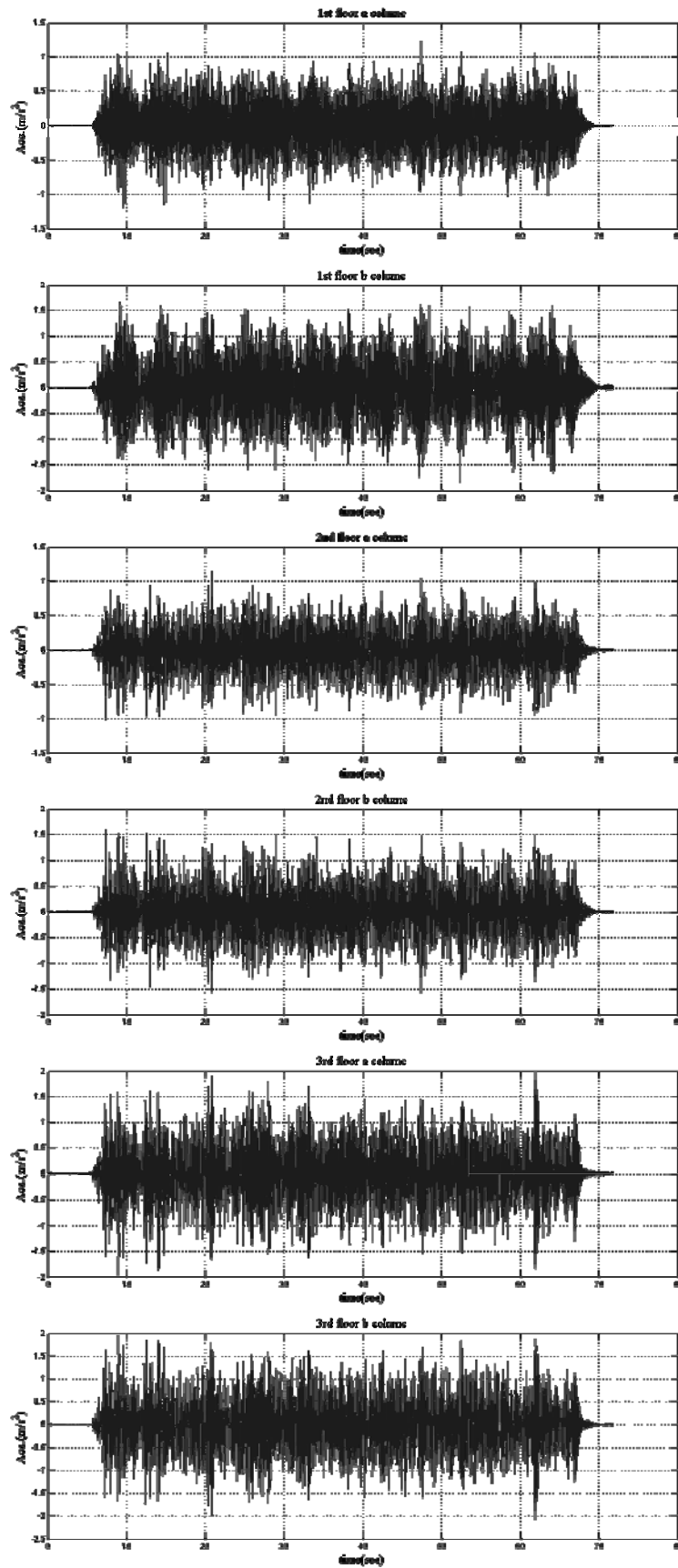
附圖 2.1 : X 向之白噪輸入



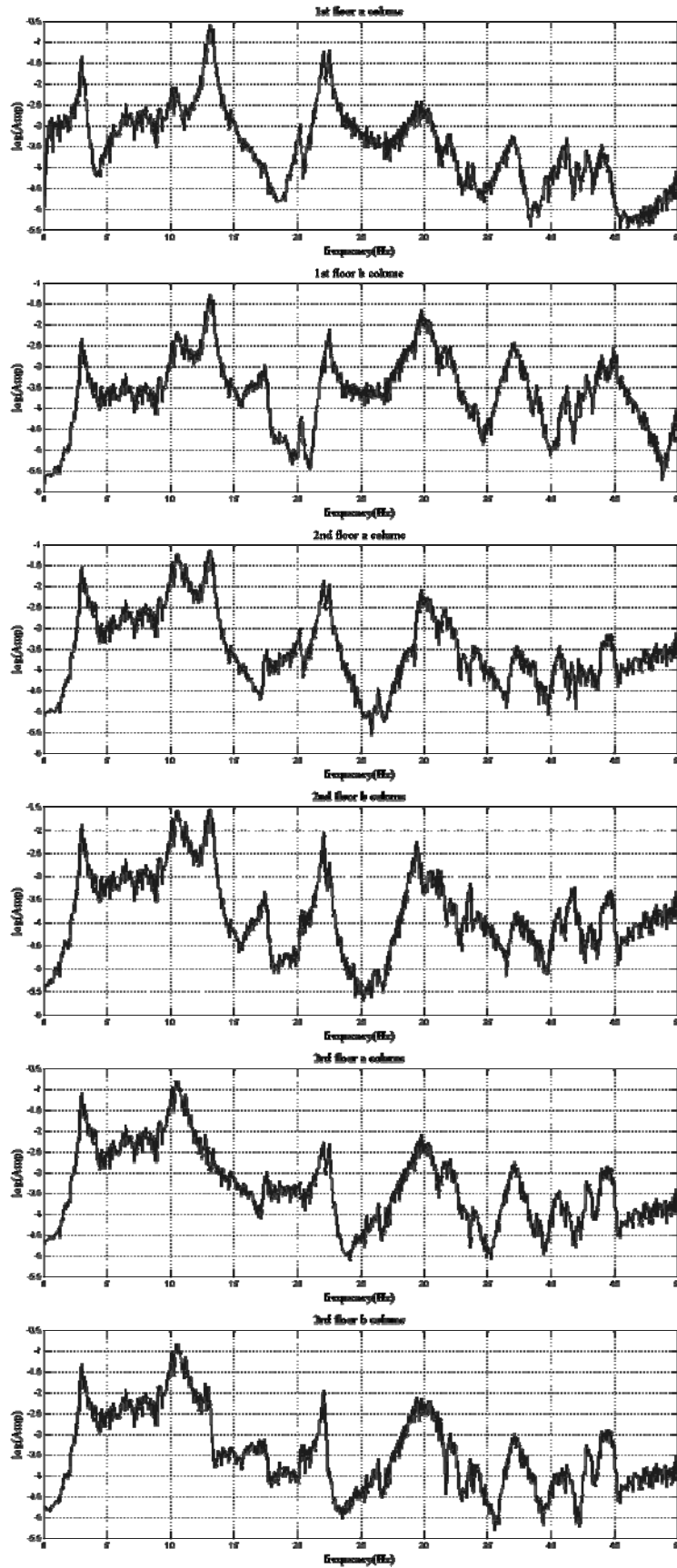
附圖 2.2：X 向白噪輸入下，X 向各自由度之反應



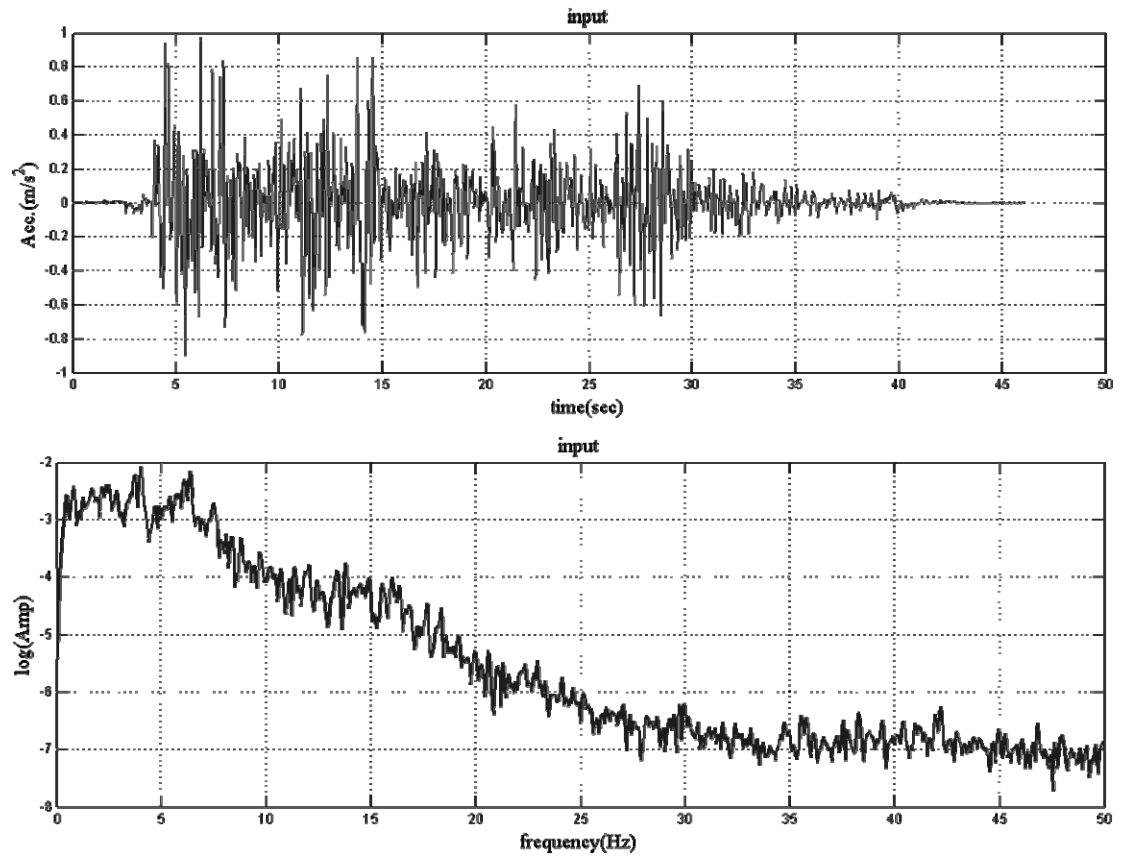
附圖 2.3：X 向白噪輸入下，X 向各自由度反應之頻譜圖



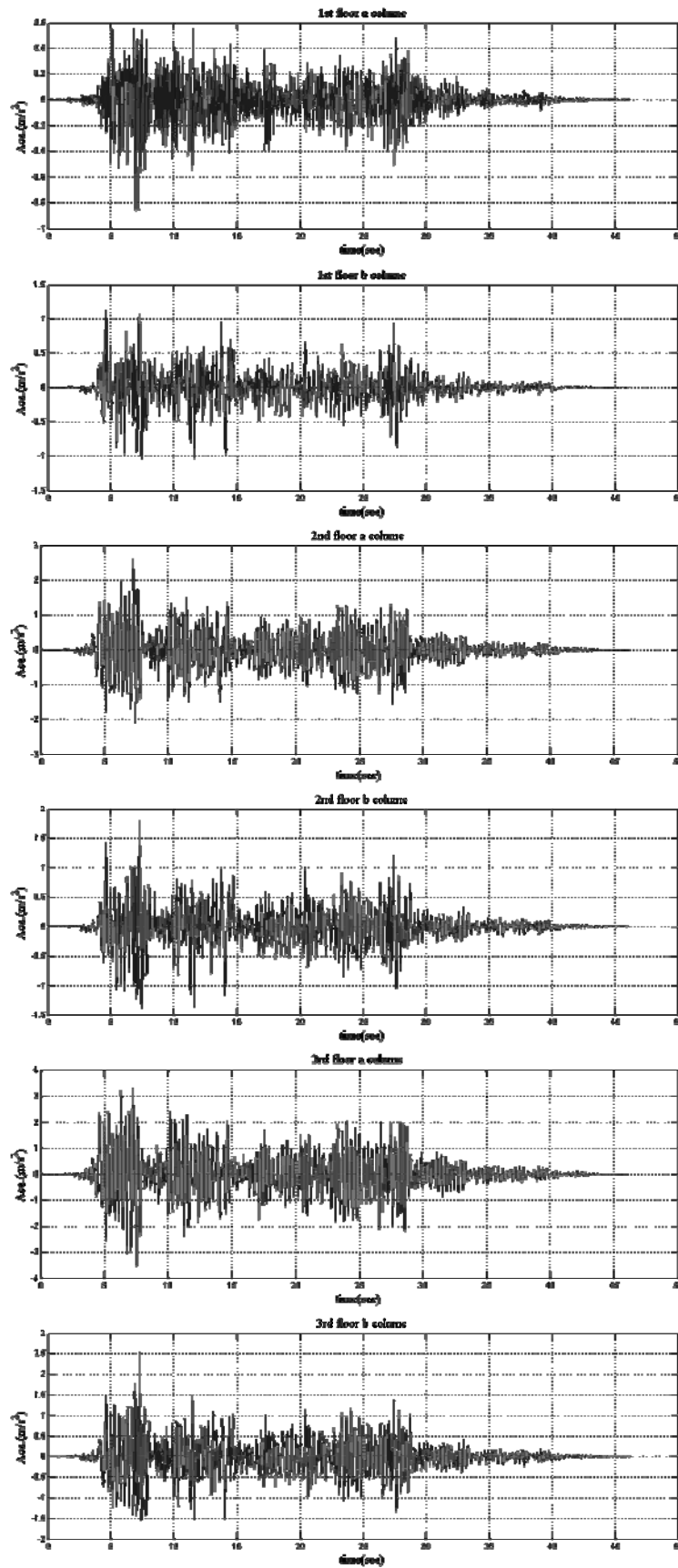
附圖 2.4：X 向白噪輸入下，Y 向各自由度之反應



附圖 2.5：X 向白噪輸入下，Y 向各自由度反應頻譜圖

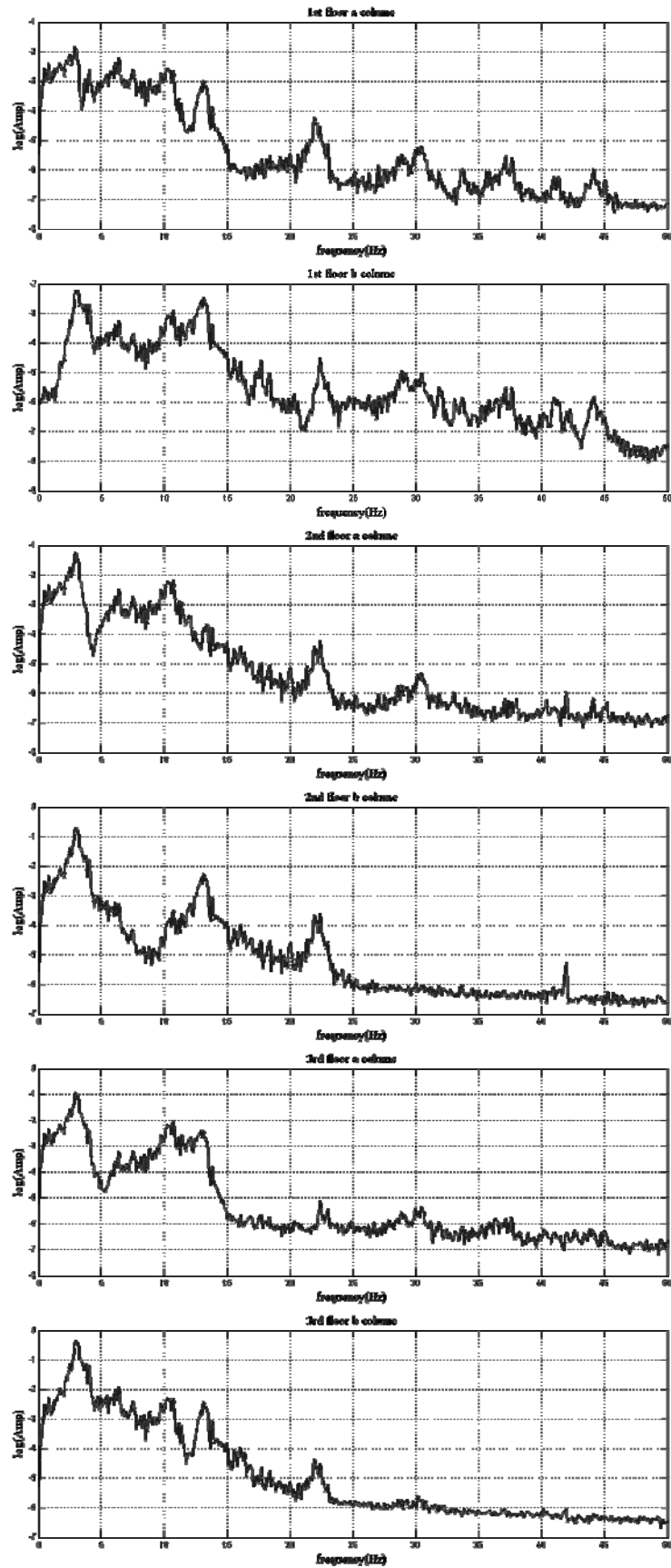


附圖 2.6：X 向之 EL Centro 地震輸入

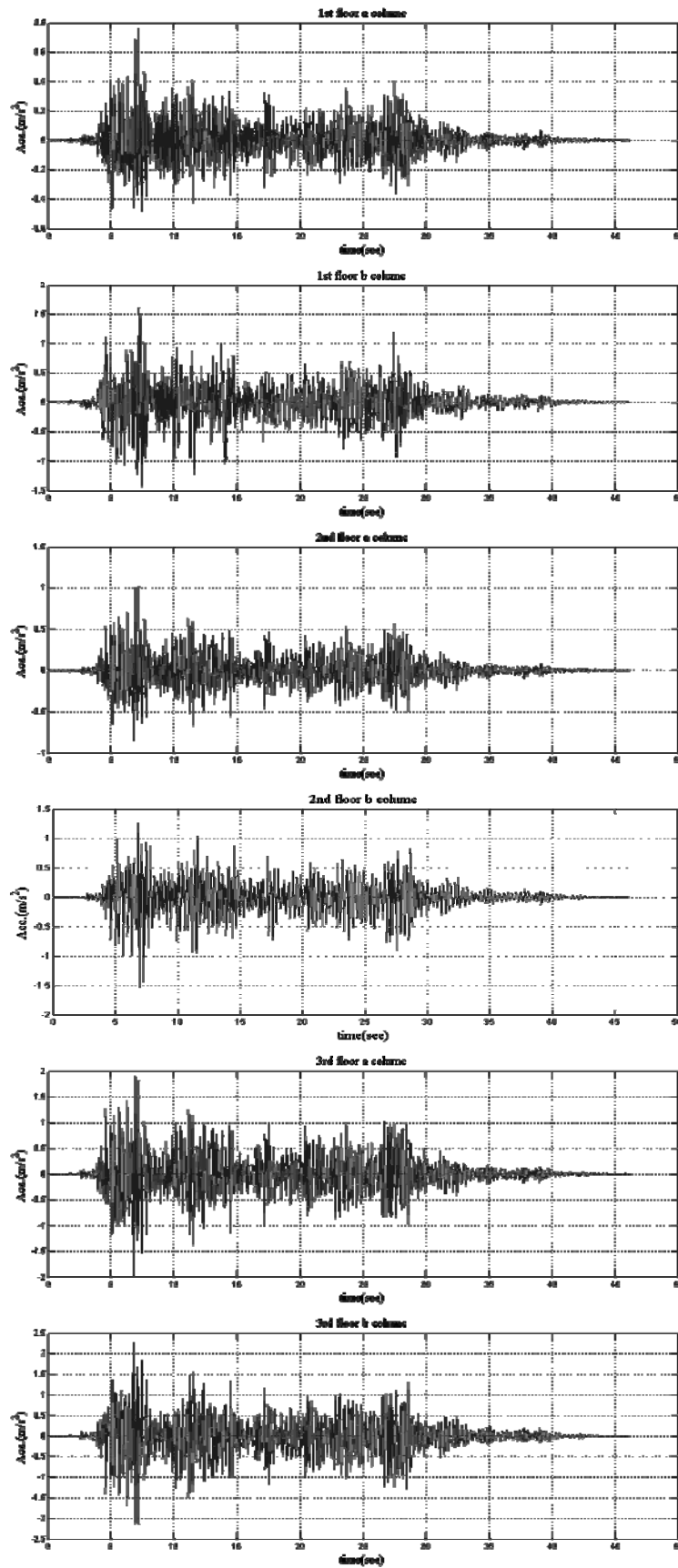


附圖 2.7：X 向 EL Centro 地震輸入下，X 向各自由度之反應

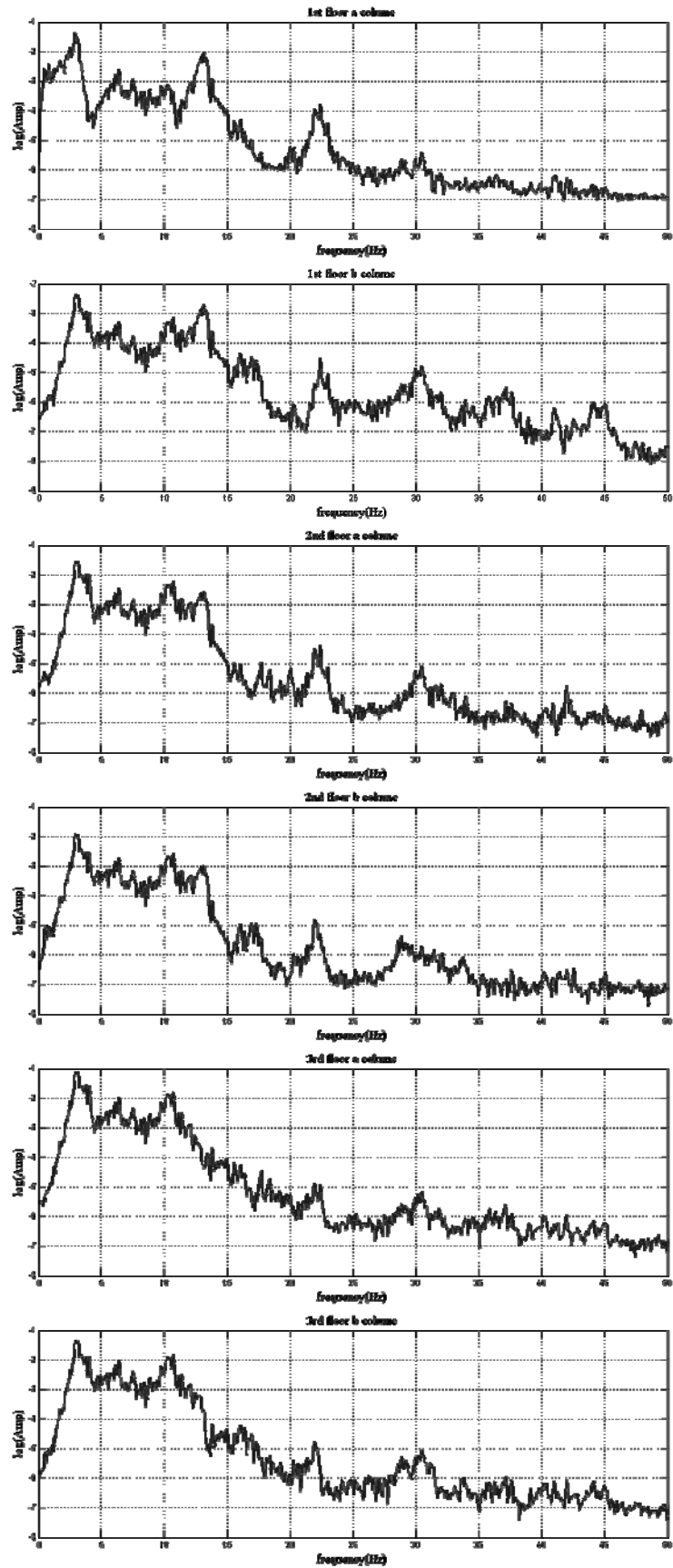




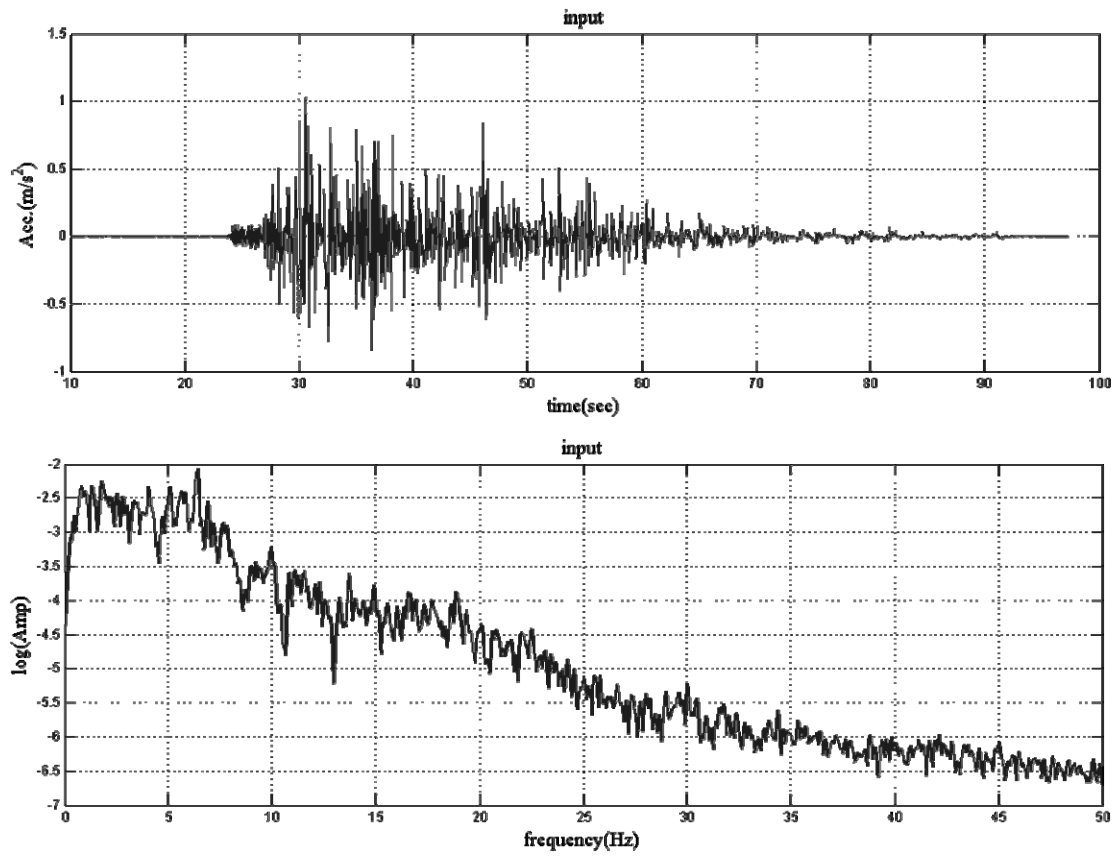
附圖 2.8：X 向 EL Centro 地震輸入下，X 向各自由度之反應頻譜圖



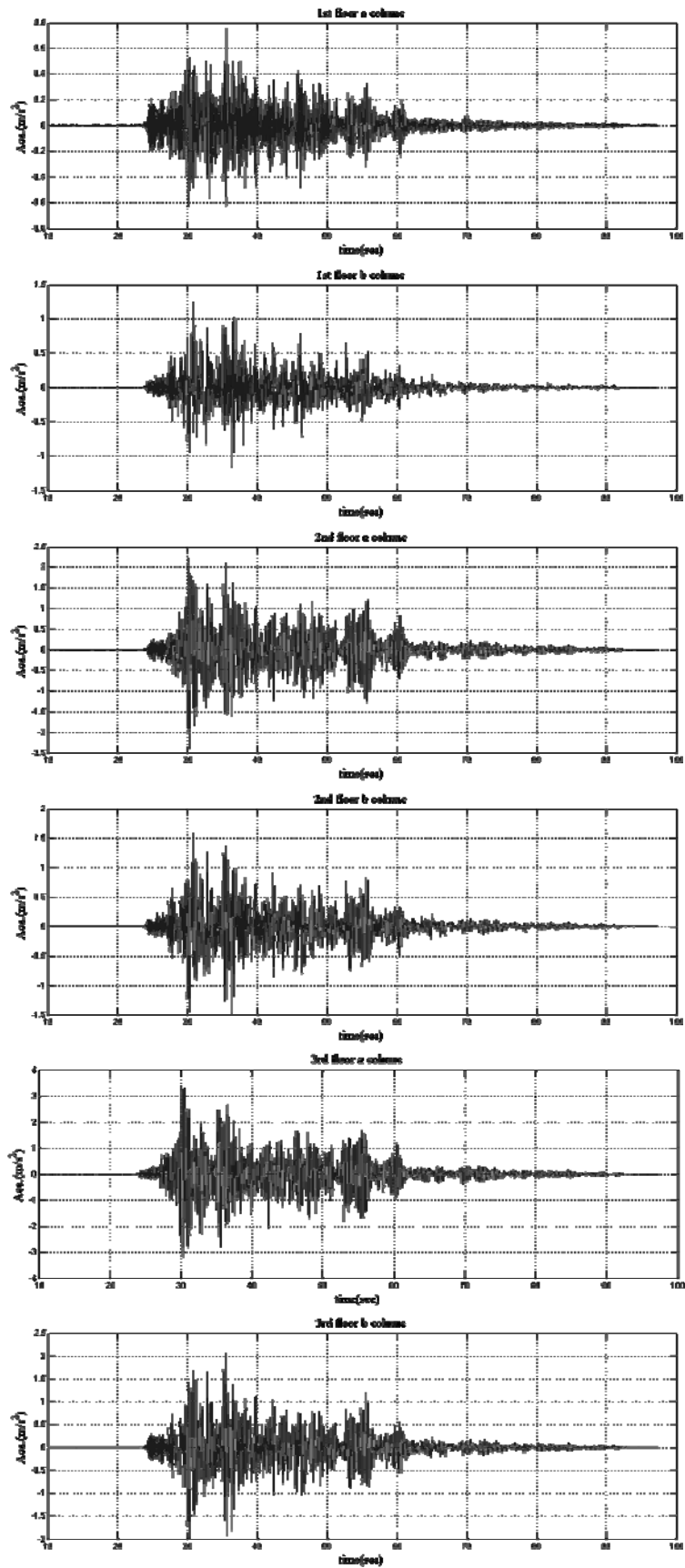
附圖 2.9：X 向 EL Centro 地震輸入下，Y 向各自由度之反應



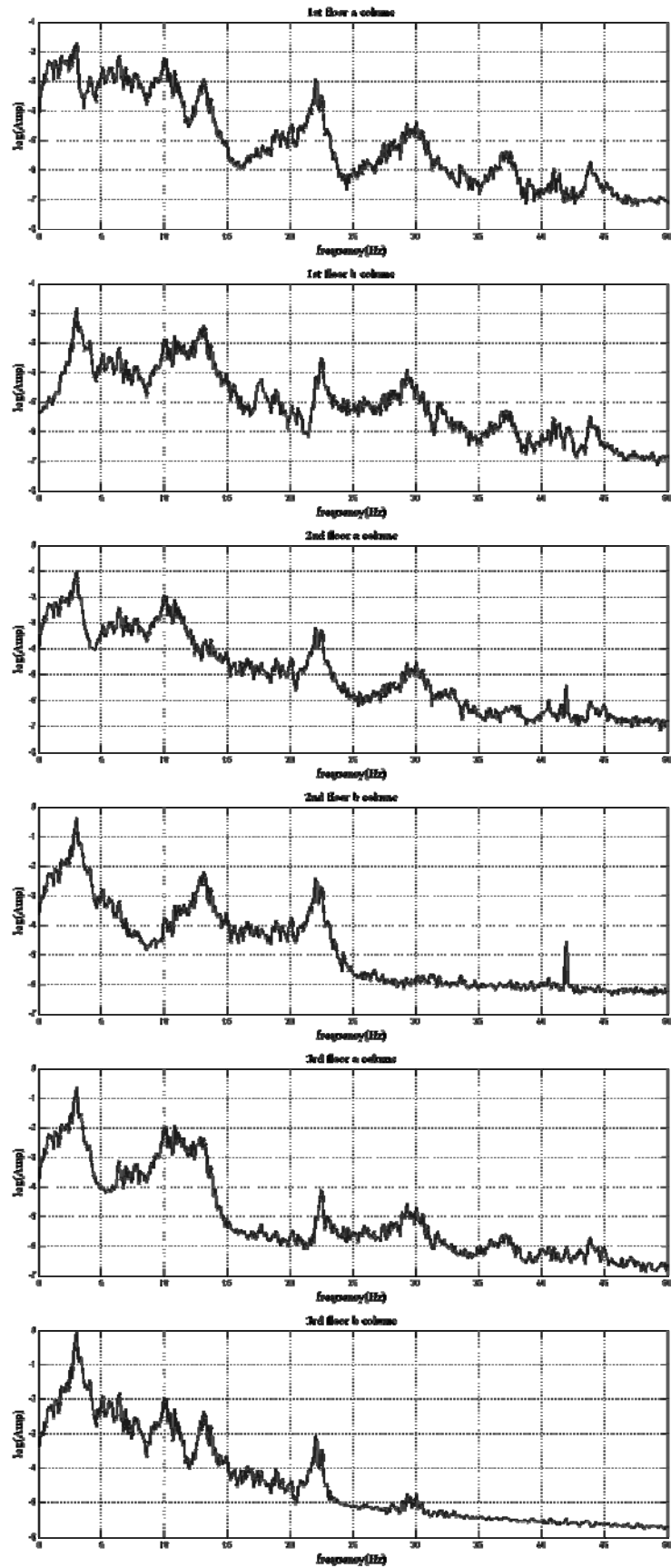
附圖 2.10：X 向 EL Centro 地震輸入下，Y 向各自由度之反應頻譜圖



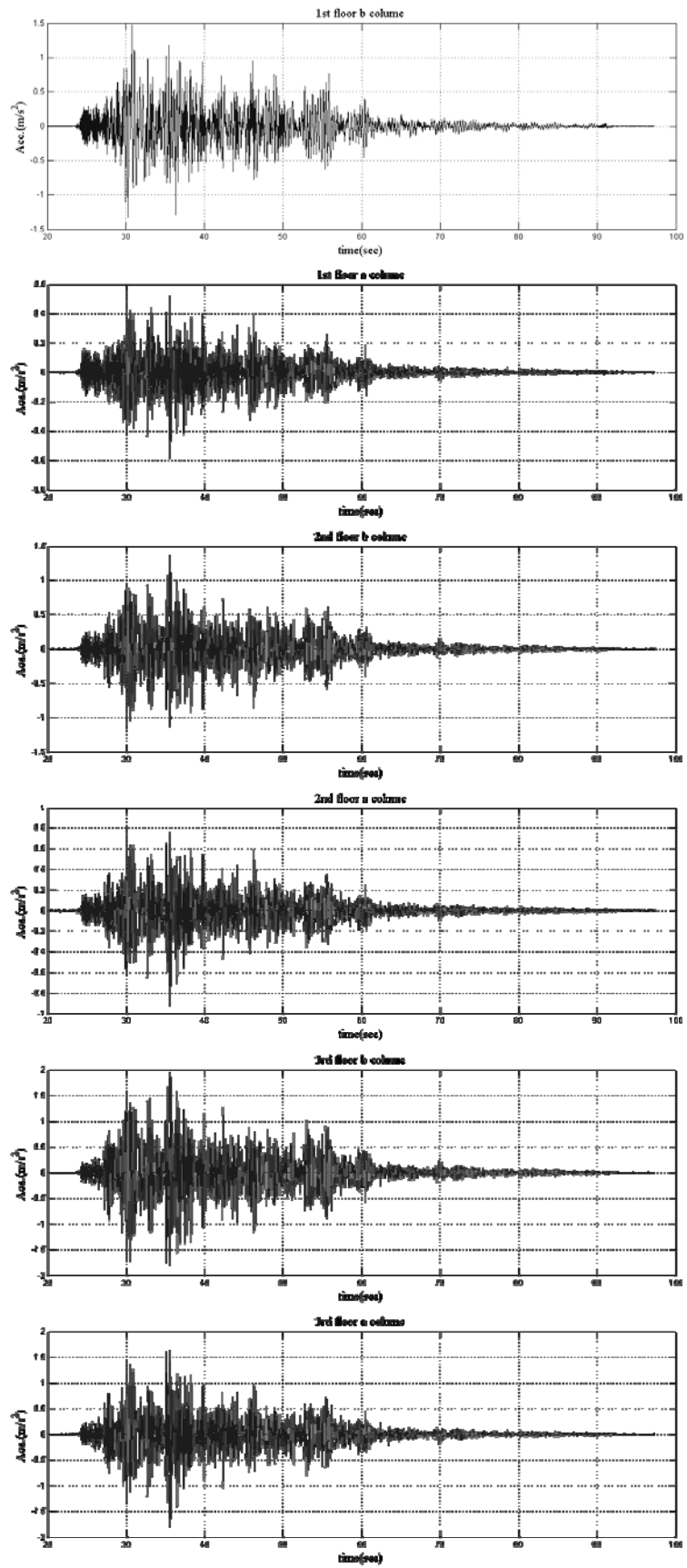
附圖 2.11：X 向之集集地震輸入



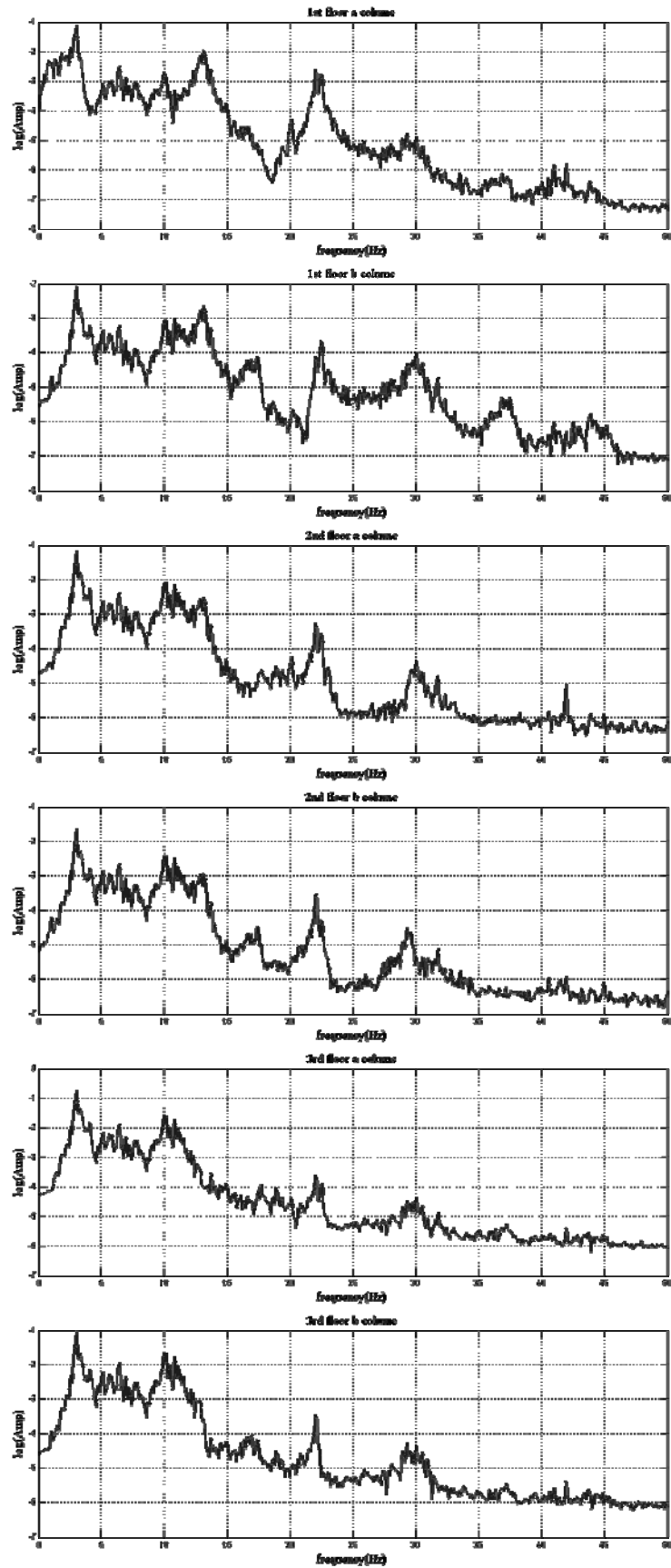
附圖 2.12：X 向集集地震輸入下，X 向各自由度之反應



附圖 2.13：X 向集集地震輸入下，X 向各自由度之反應頻譜圖



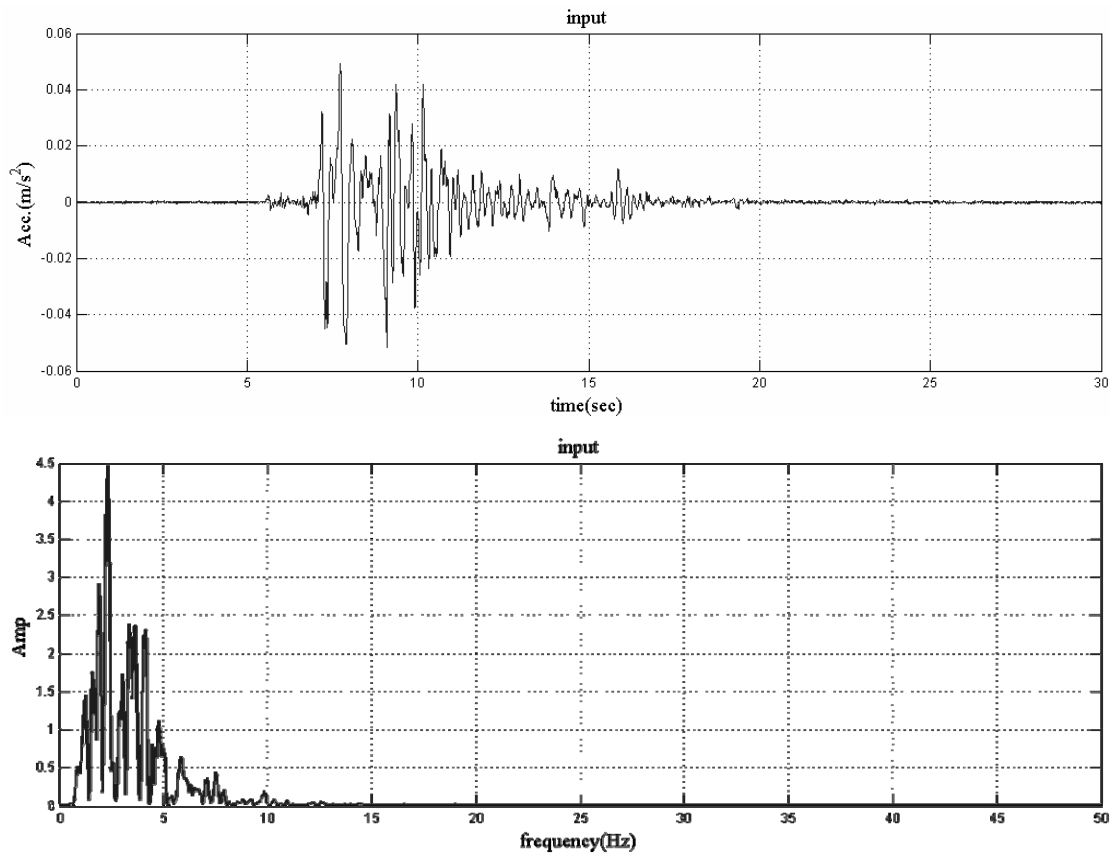
附圖 2.14：X 向集集地震輸入下，Y 向各自由度之反應



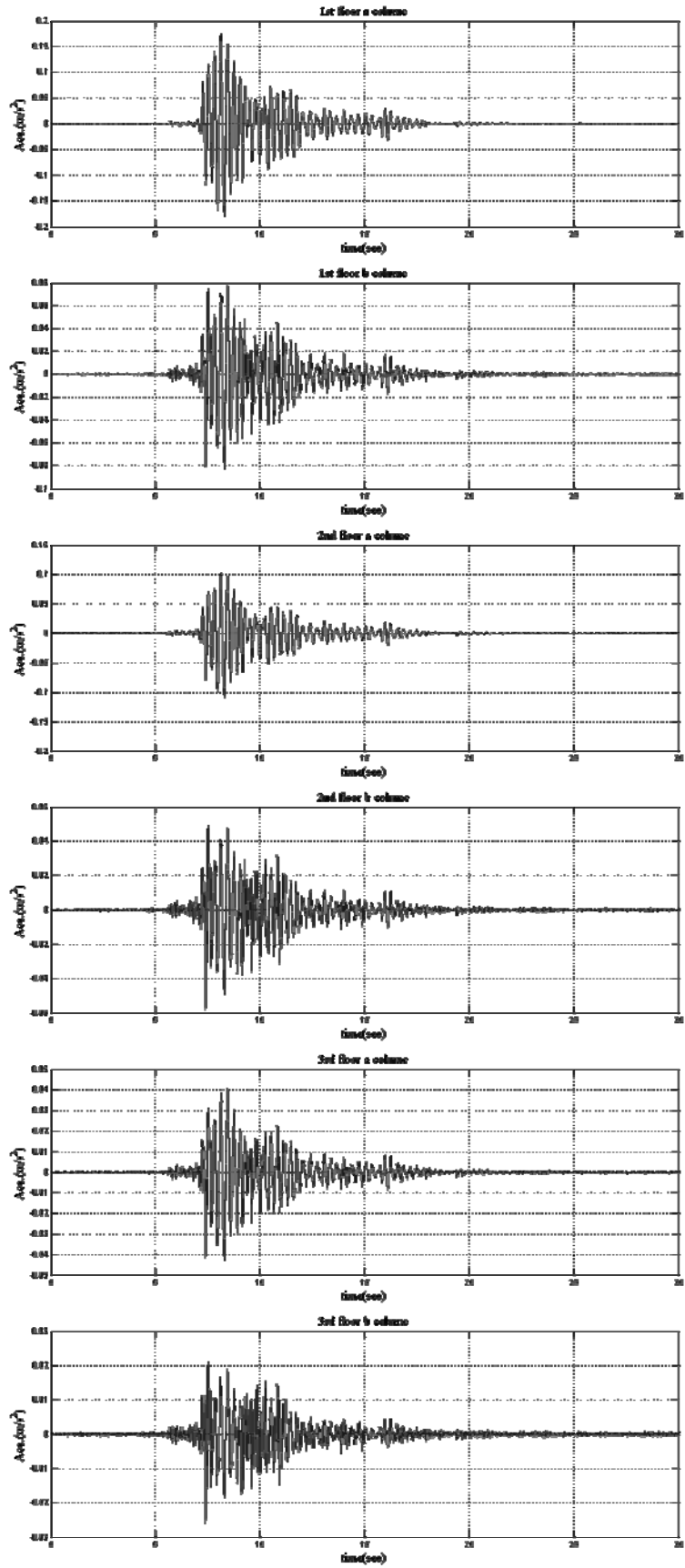
附圖 2.15：X 向集集地震輸入下，Y 向各自由度之反應頻譜圖



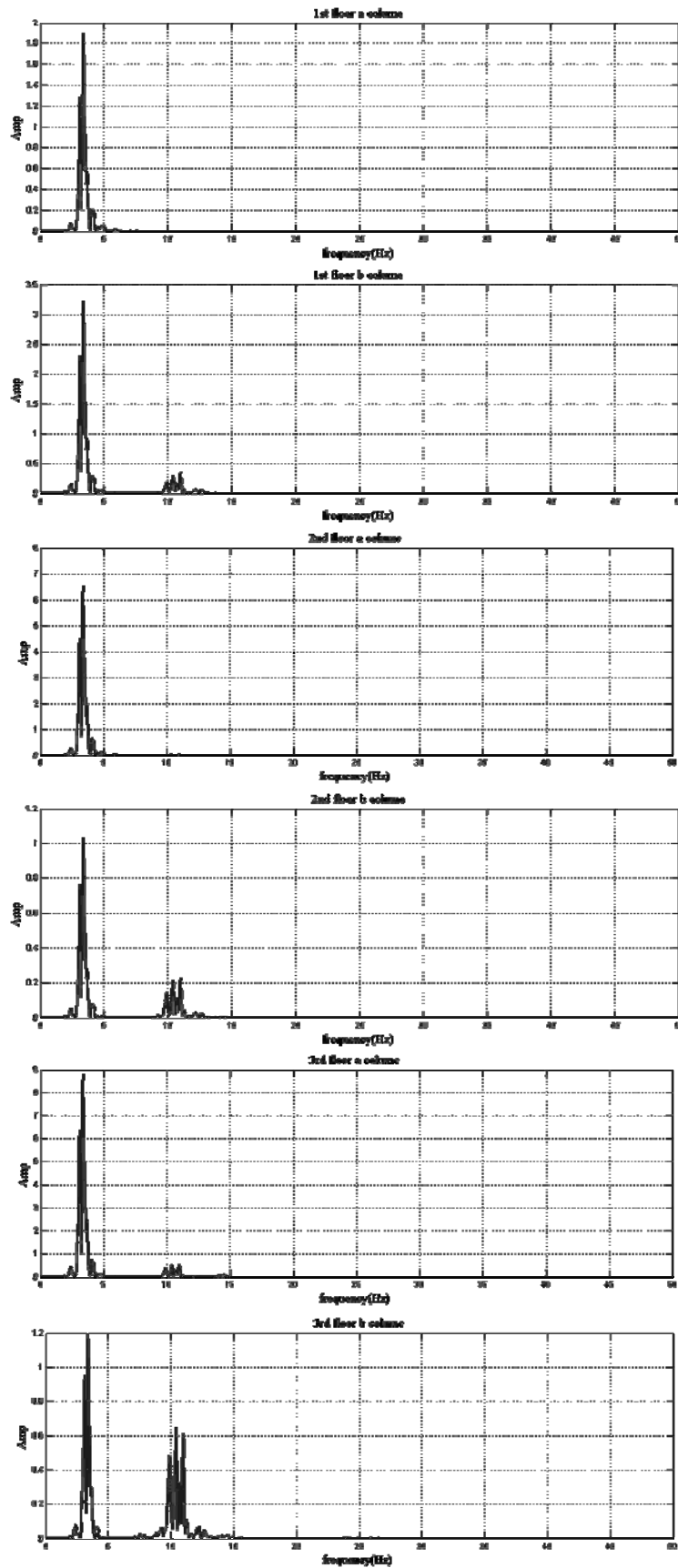
### 附錄三 以 SPA 模擬 Benchmark C2 之動態資料



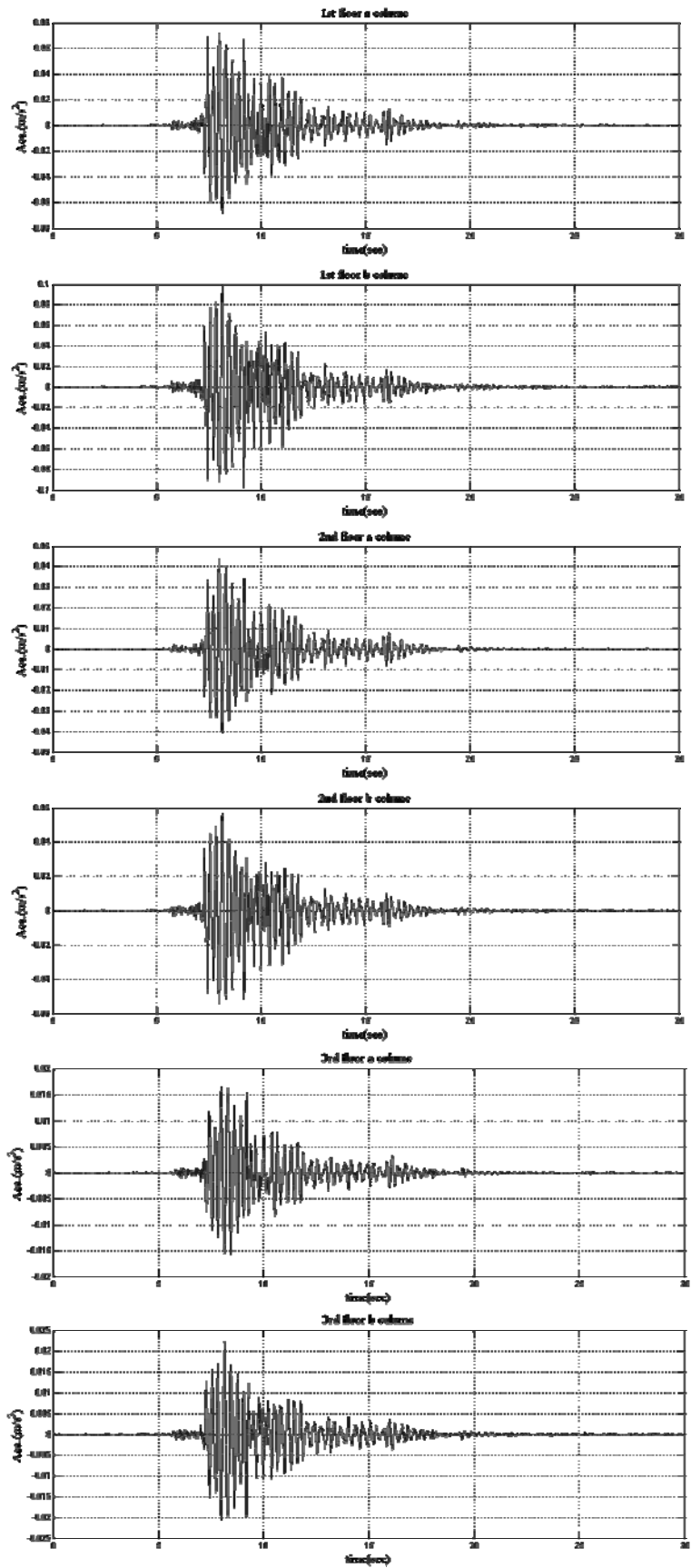
附圖 3.1：X 向之集集地震輸入



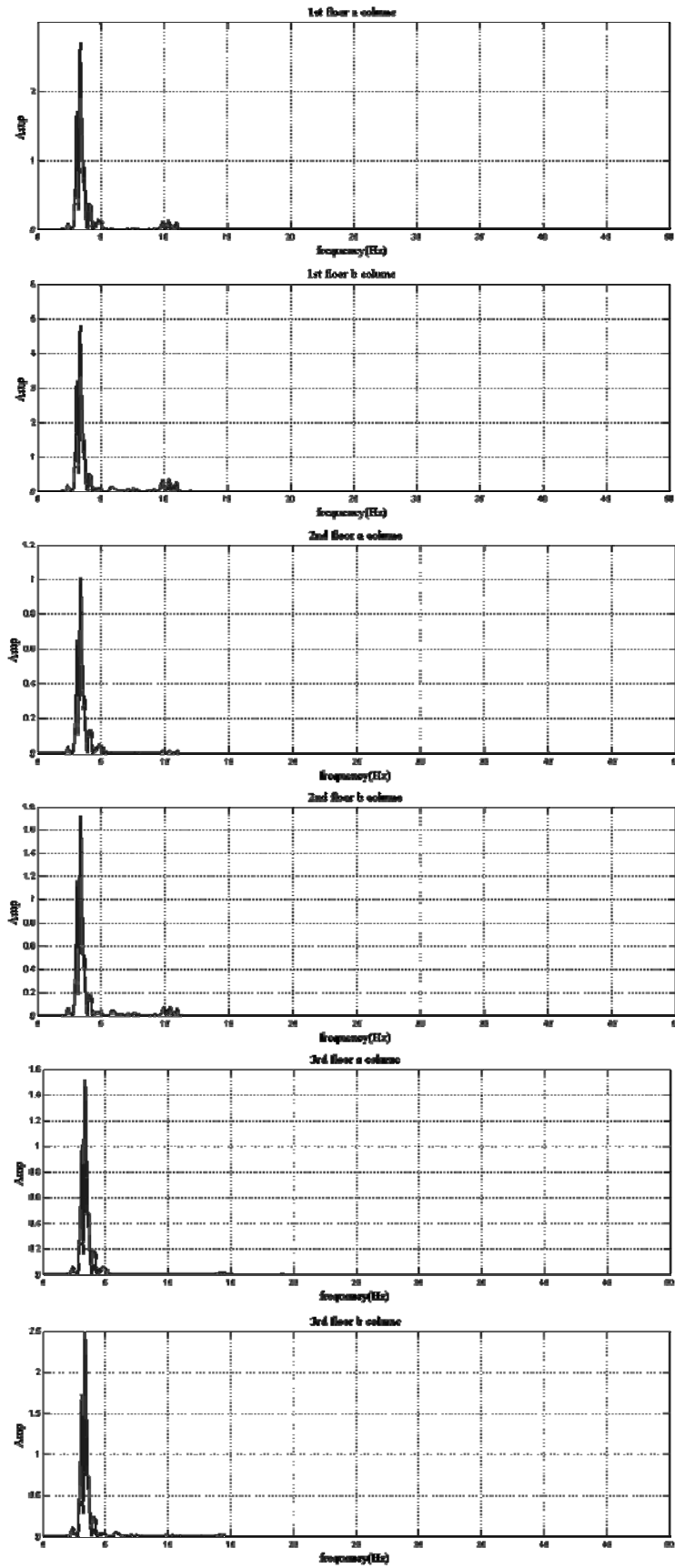
附圖 3.2：X 向 Kobe 地震輸入下，X 向各自由度之反應



附圖 3.3：X 向 Kobe 地震輸入下，X 向各自由度之反應頻譜圖

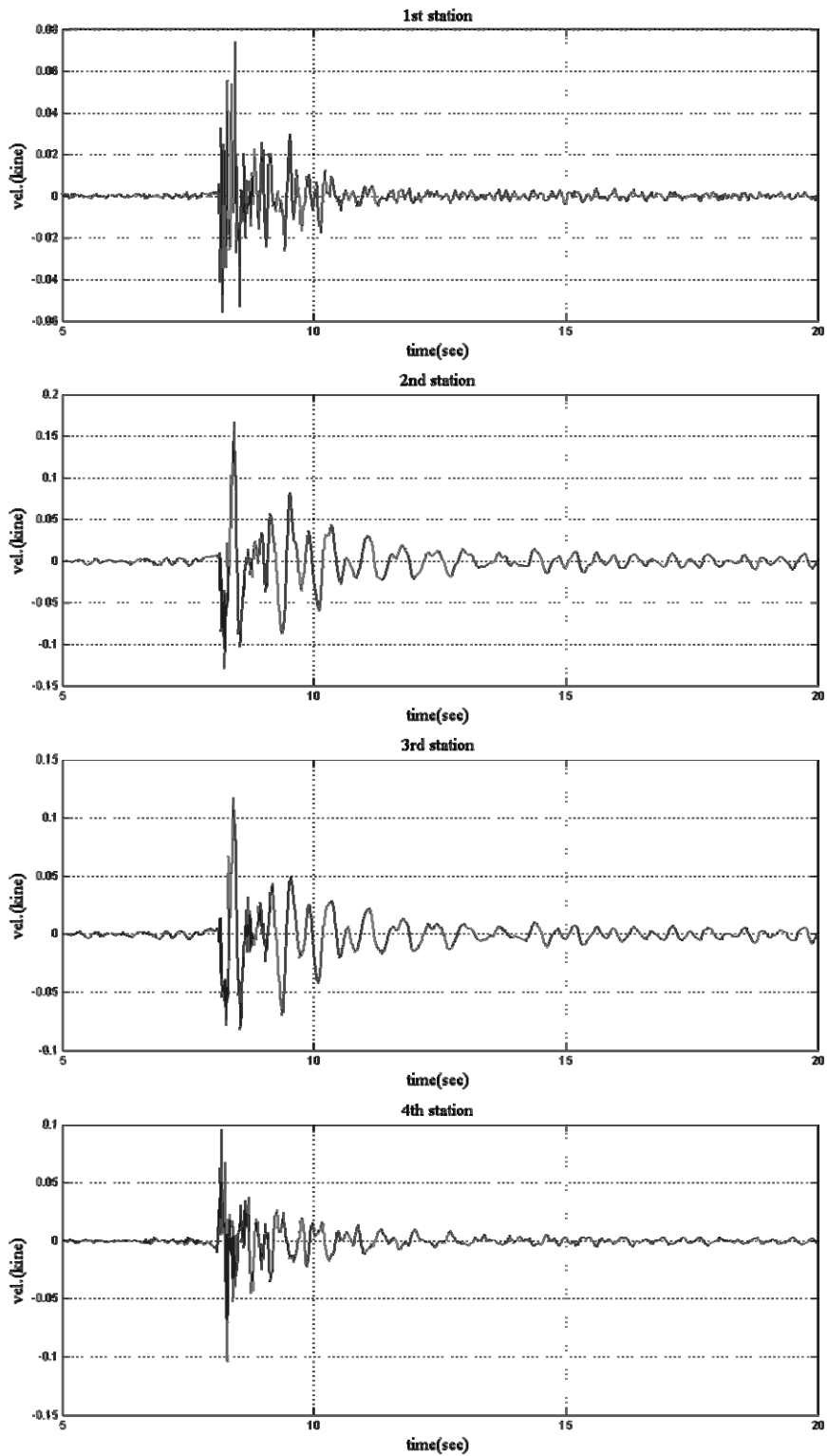


附圖 3.4：X 向 Kobe 地震輸入下，Y 向各自由度之反應

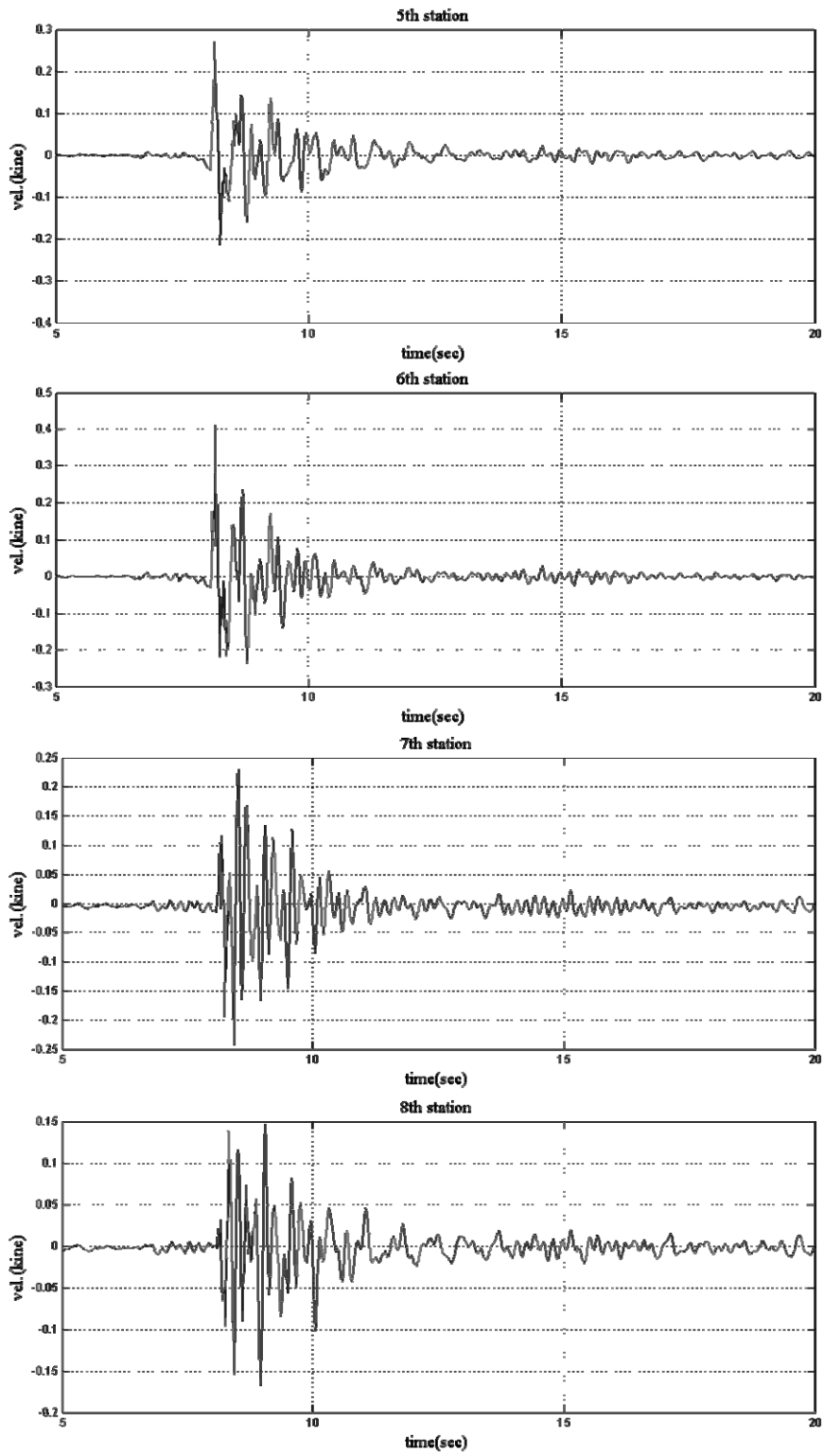


附圖 3.5：X 向 Kobe 地震輸入下，Y 向各自由度之反應頻譜圖

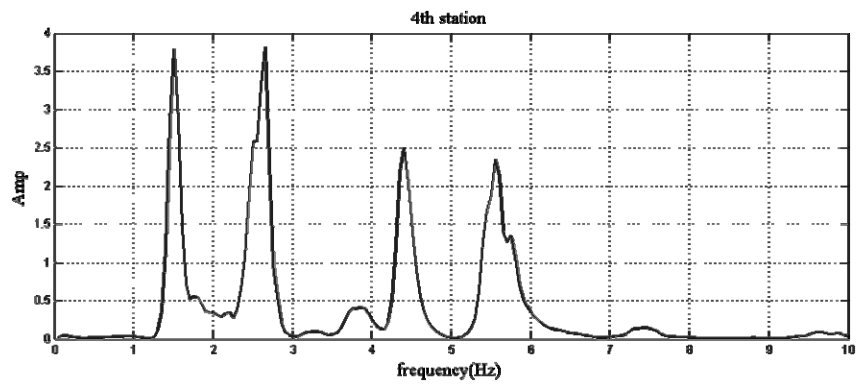
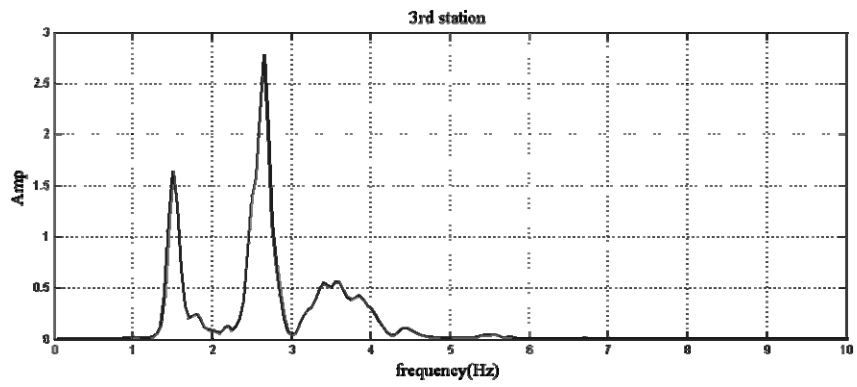
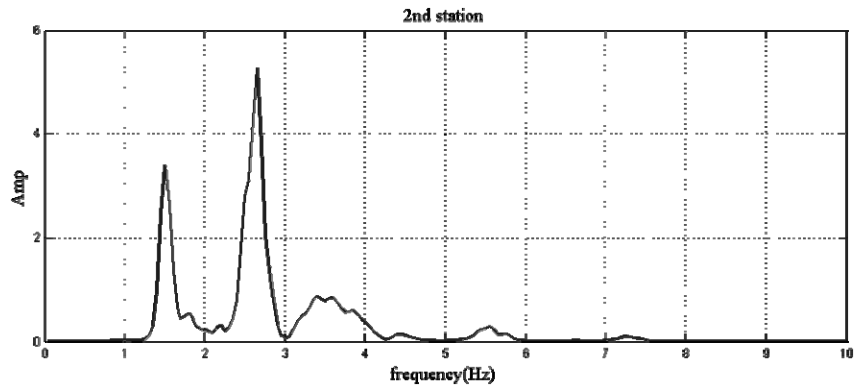
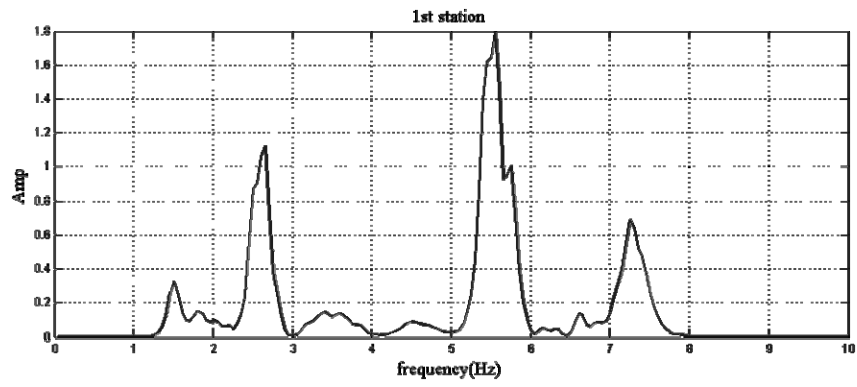
### 附錄四 萬版大橋垂直向衝擊載重試驗記錄



附圖 4.1 S1 段各測點之反應

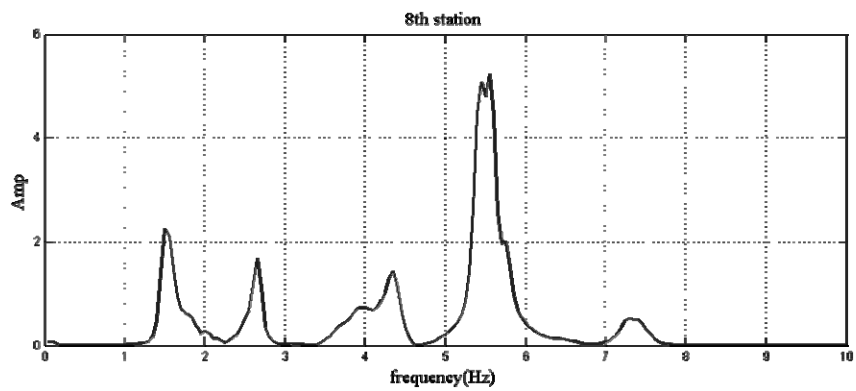
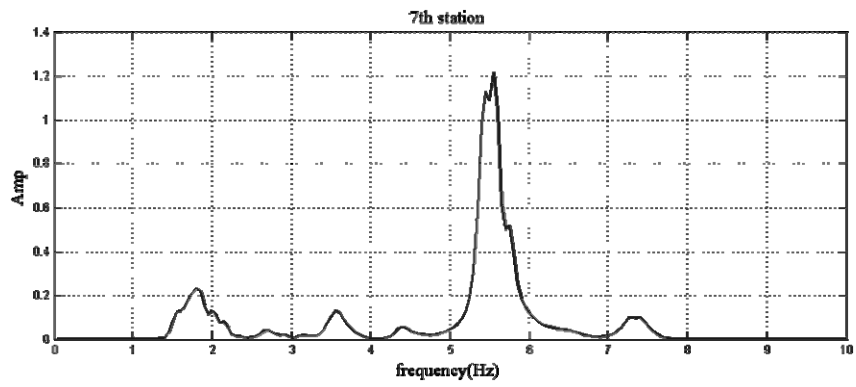
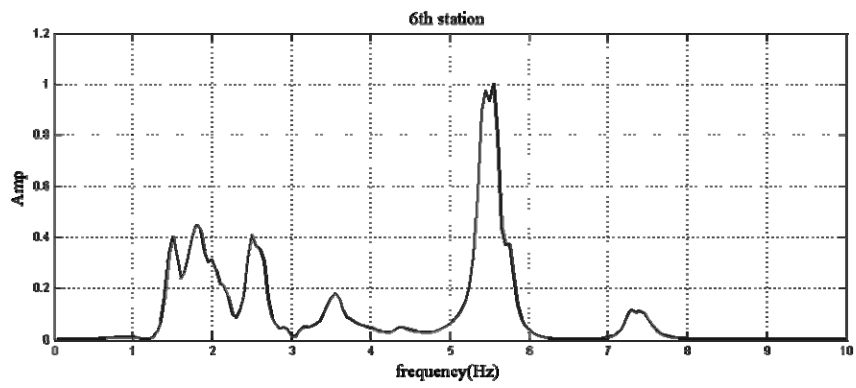
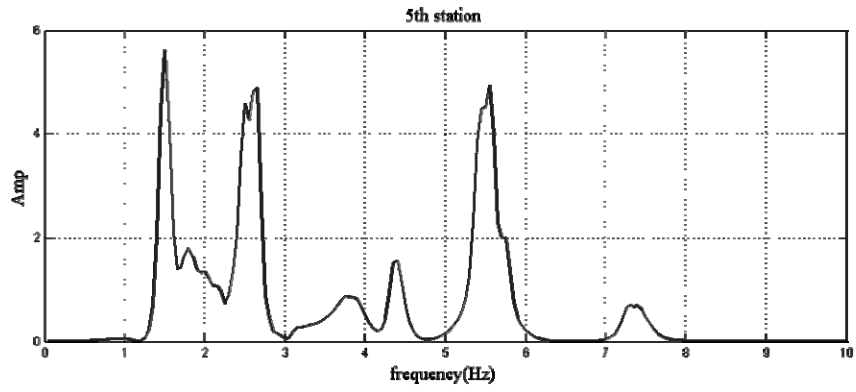


(附圖 4.1 續上頁)

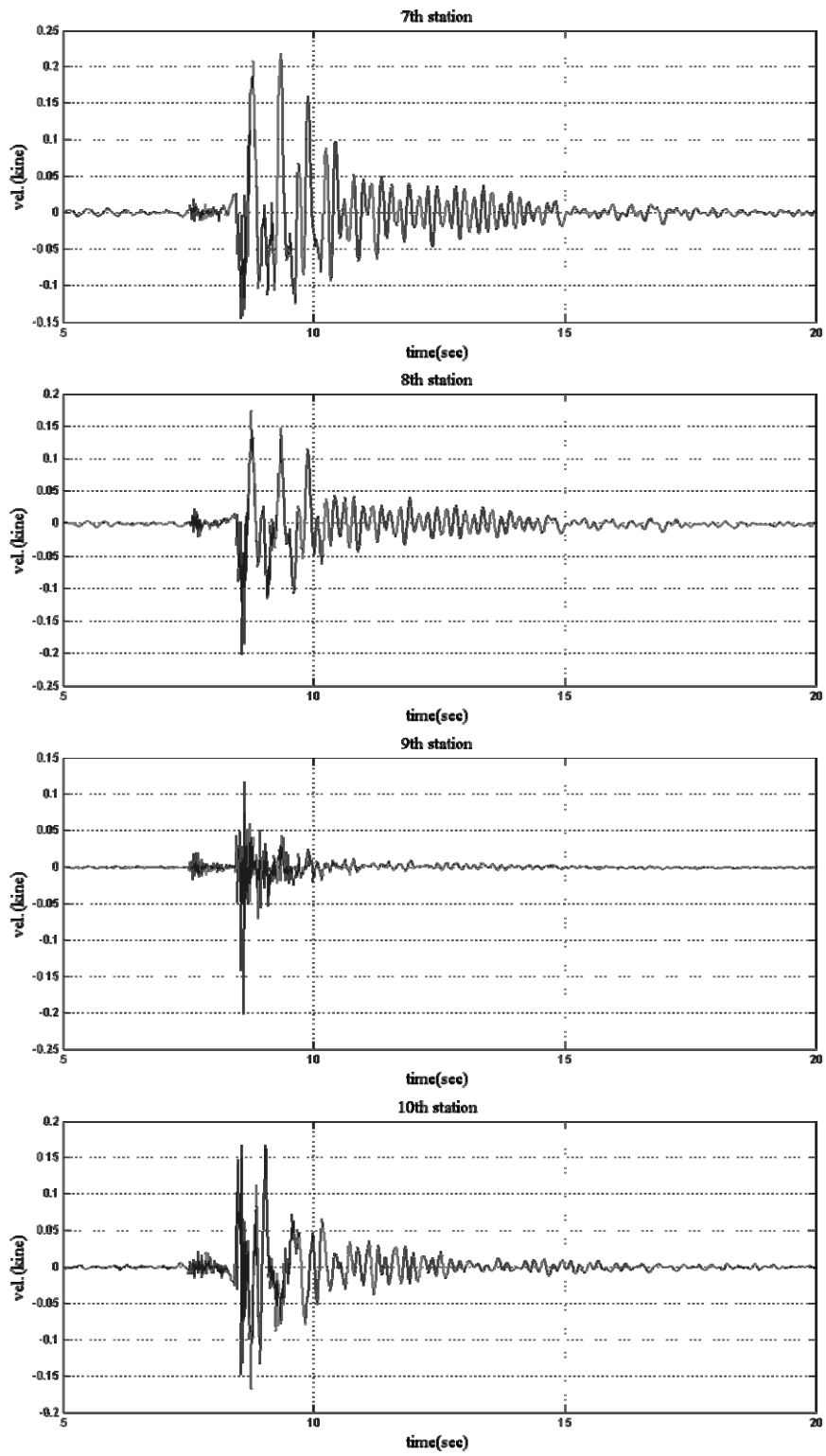


附圖 4.2 S1 段各測點反應之頻譜

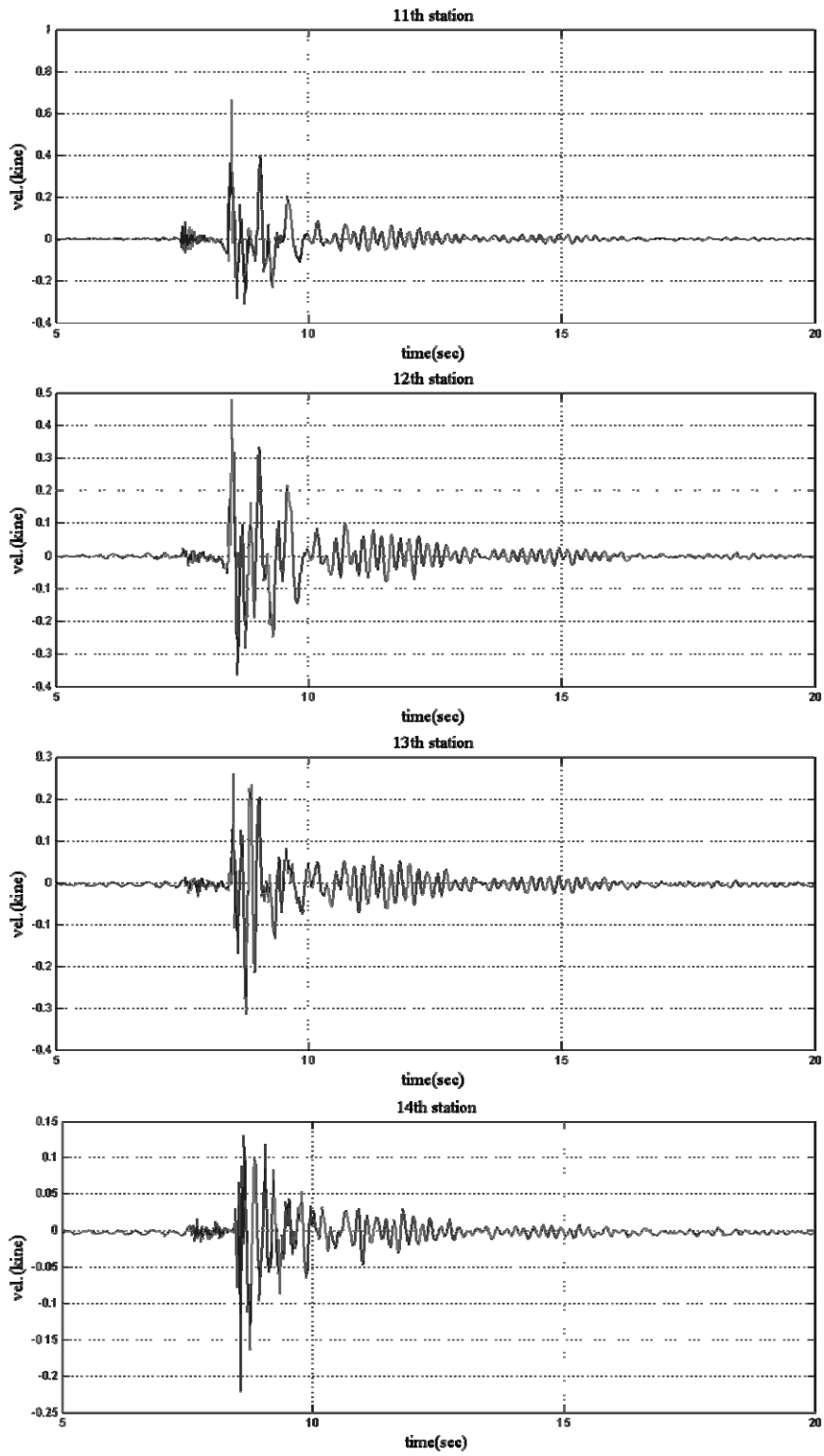




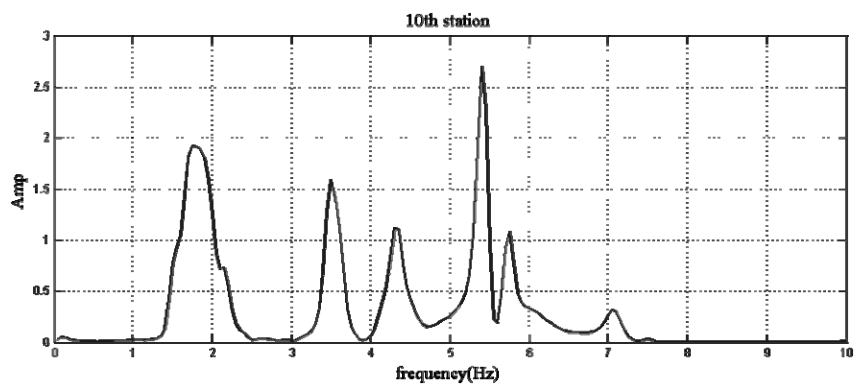
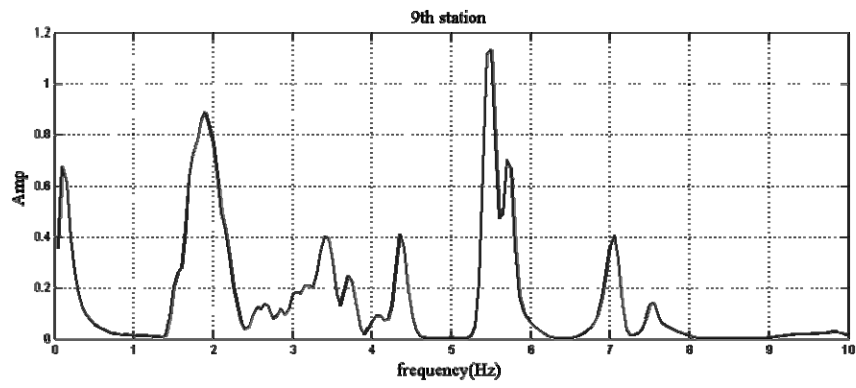
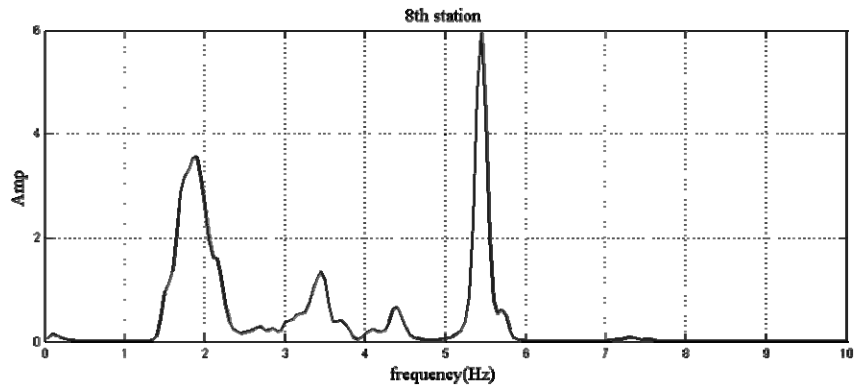
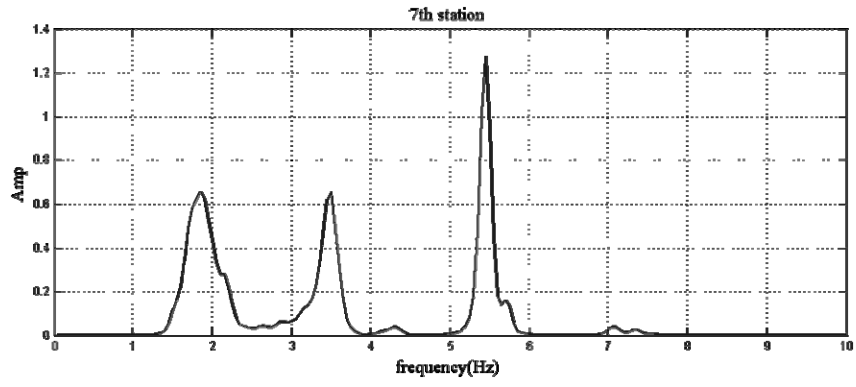
(附圖 4.2 續上頁)



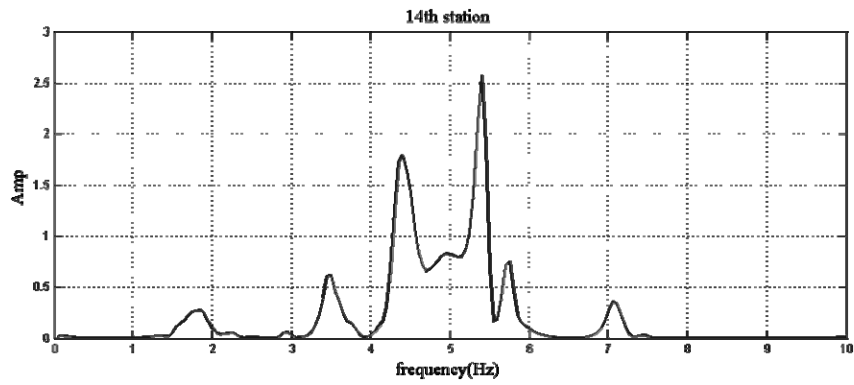
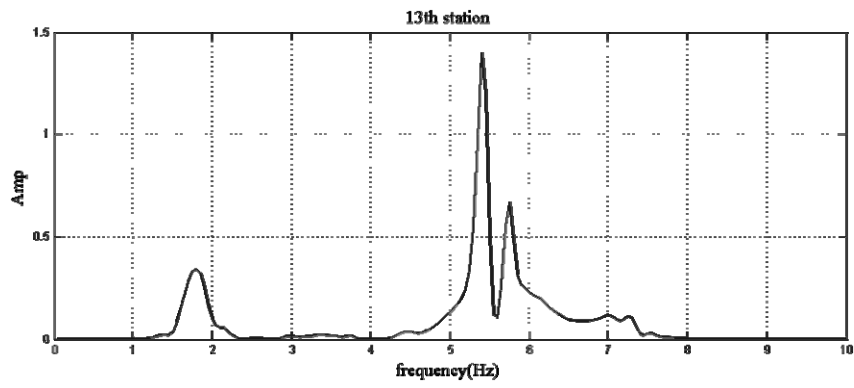
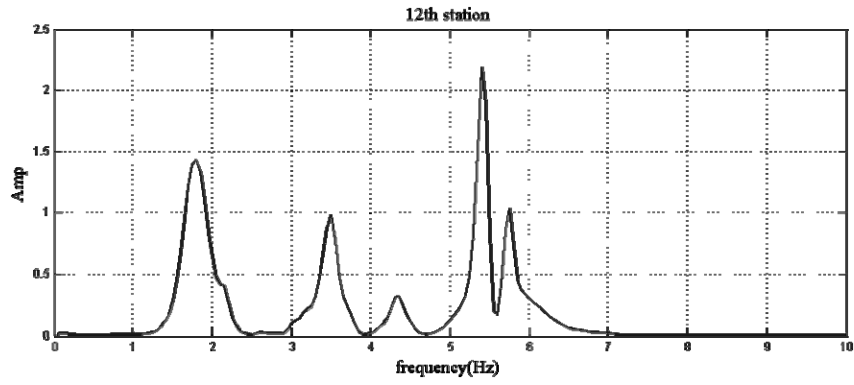
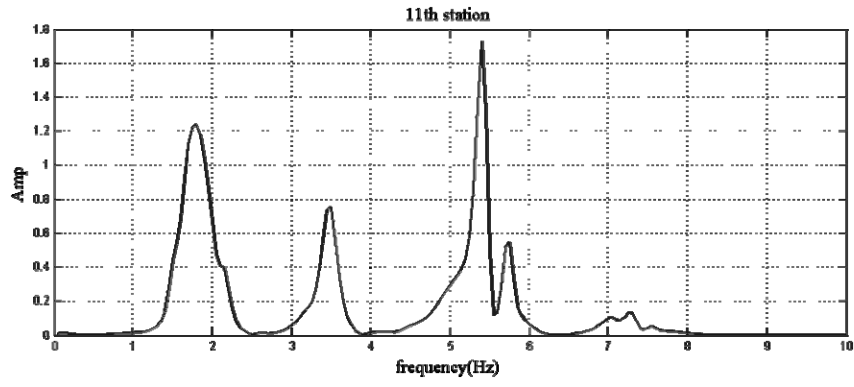
附圖 4.3 S2 段各測點之反應



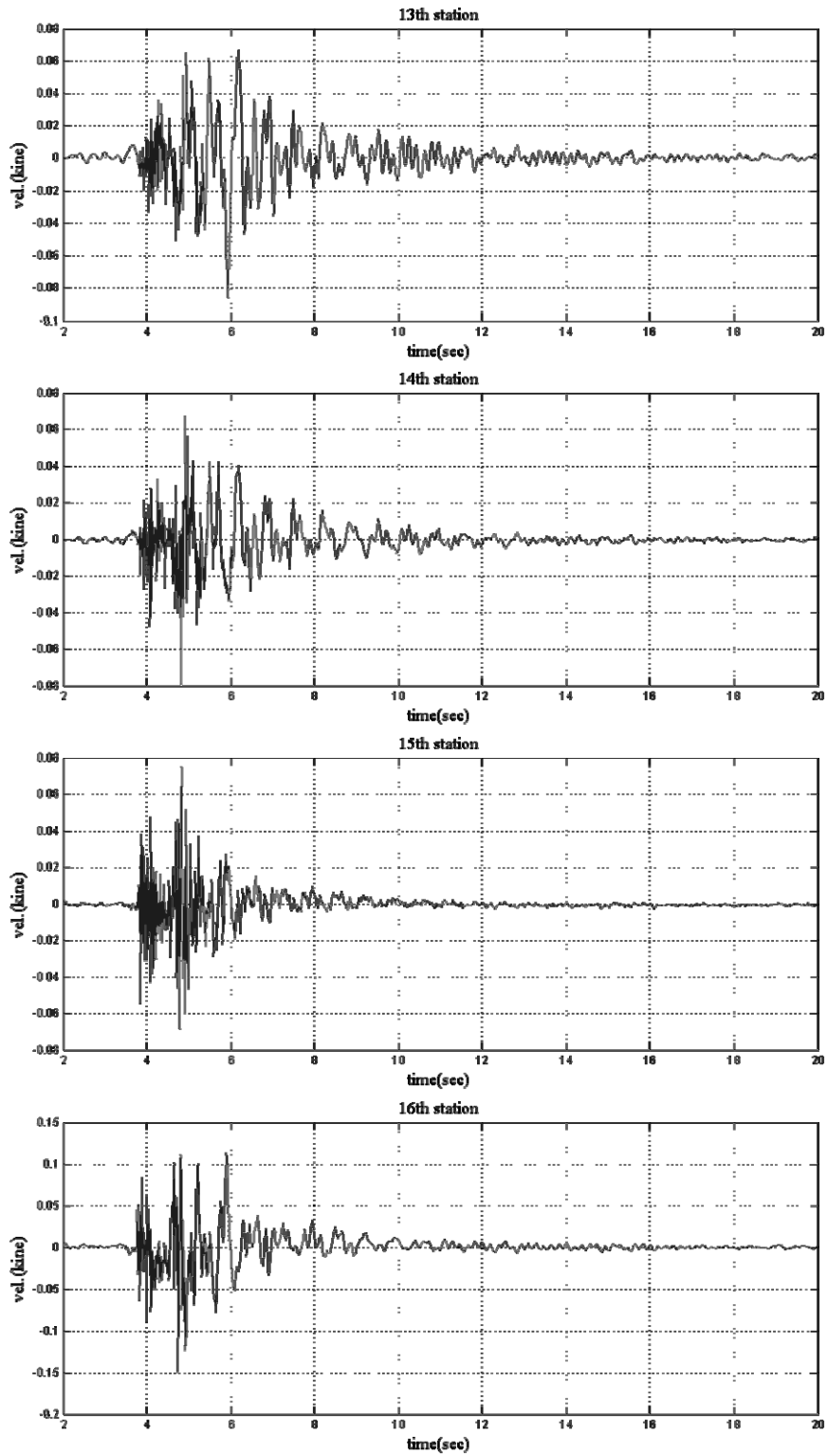
(附圖 4.3 續上頁)



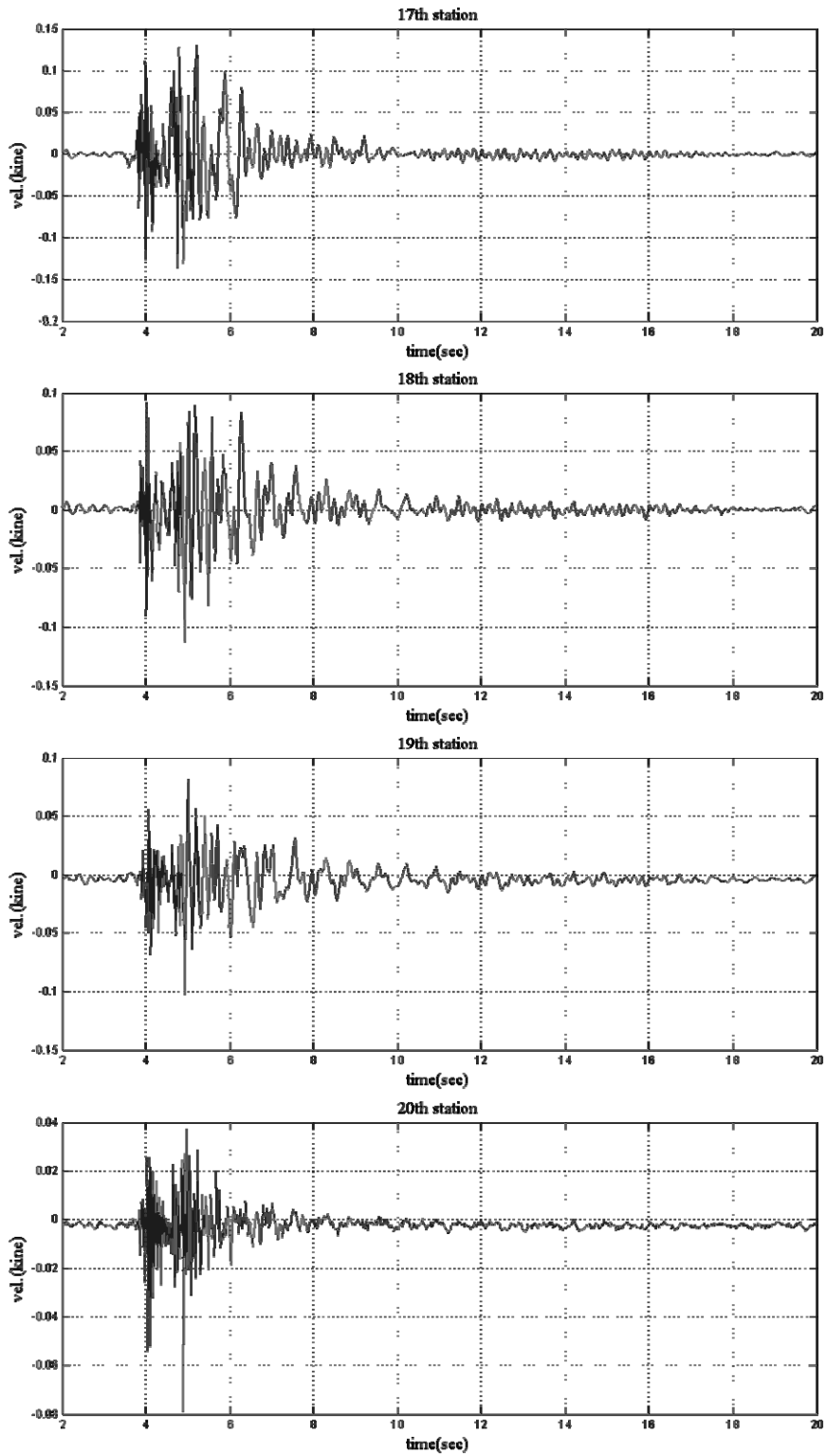
附圖 4.4 S2 段各測點反應之頻譜



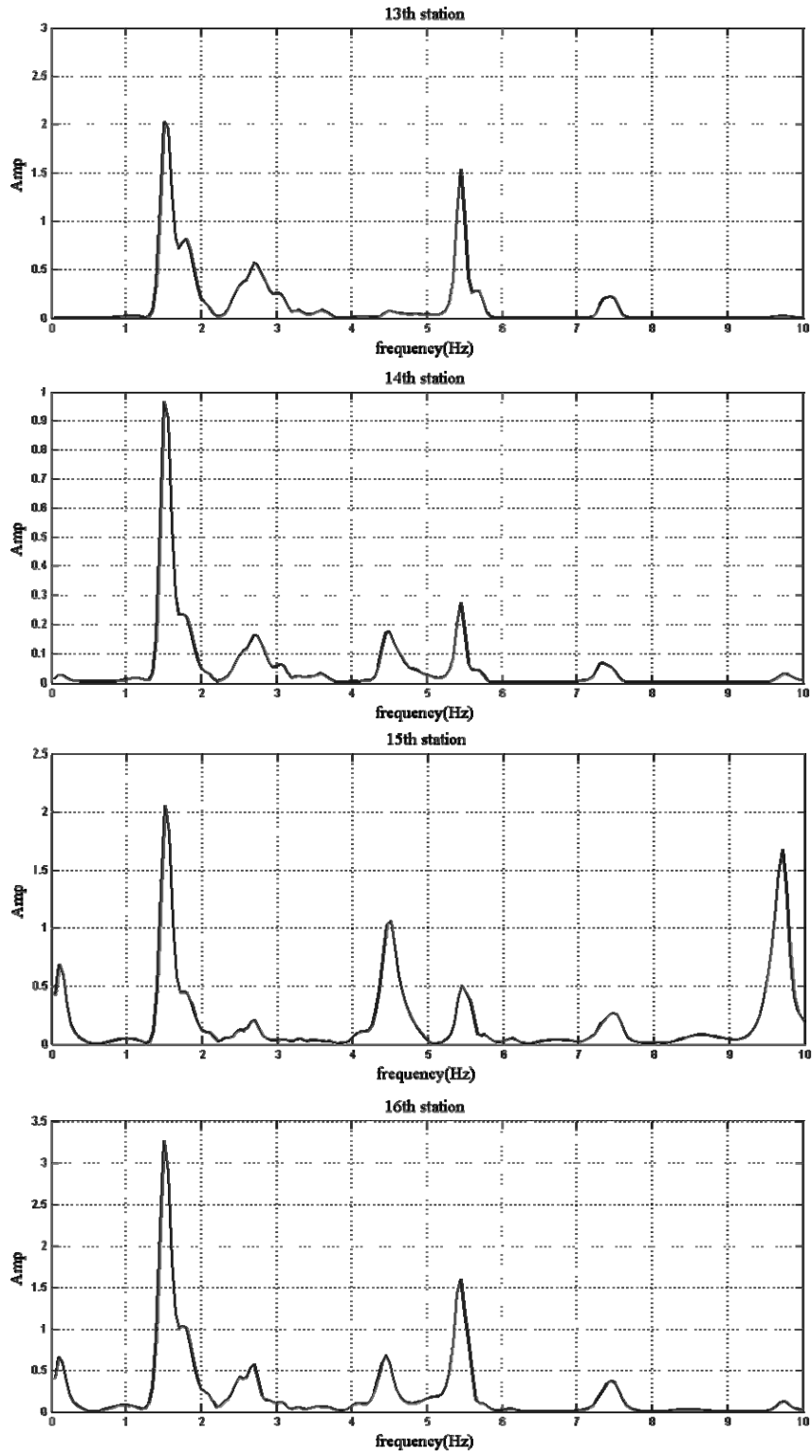
(附圖 4.4 續上頁)



附圖 4.5 S3 段各測點之反應

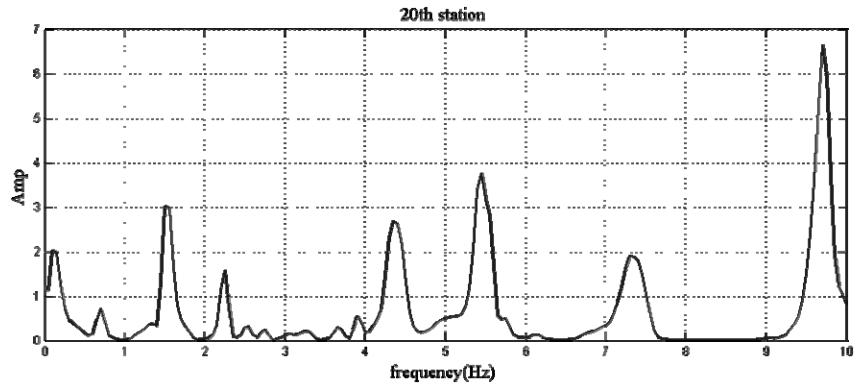
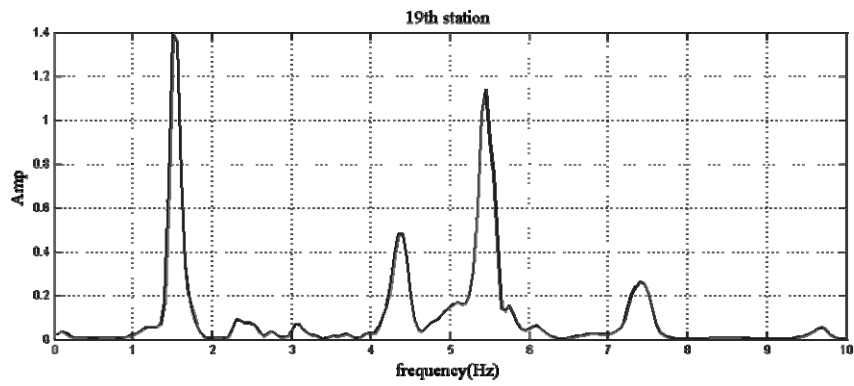
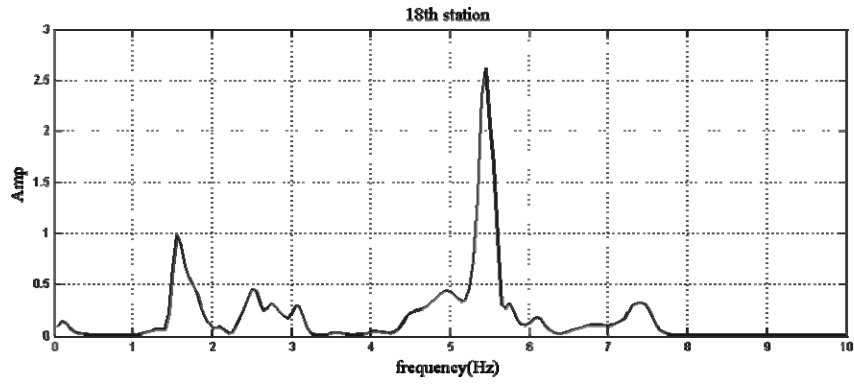
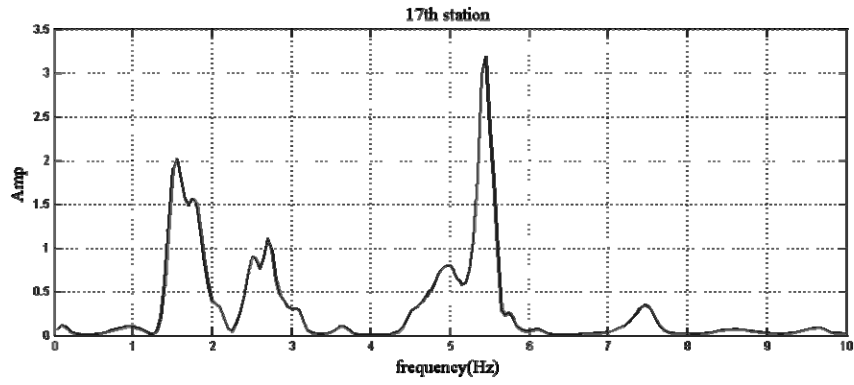


(附圖 4.5 續上頁)

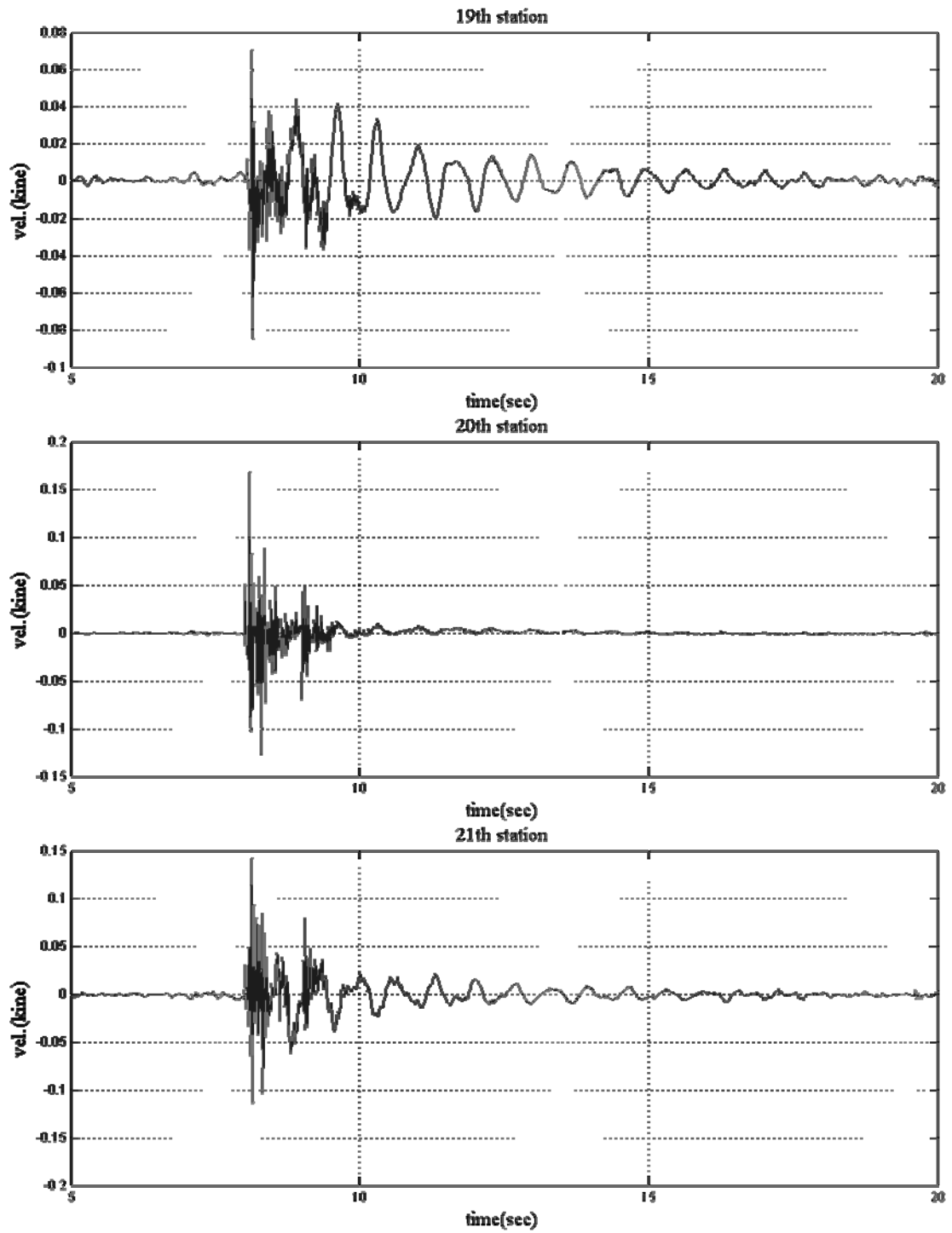


附圖 4.6 S3 段各測點反應之頻譜

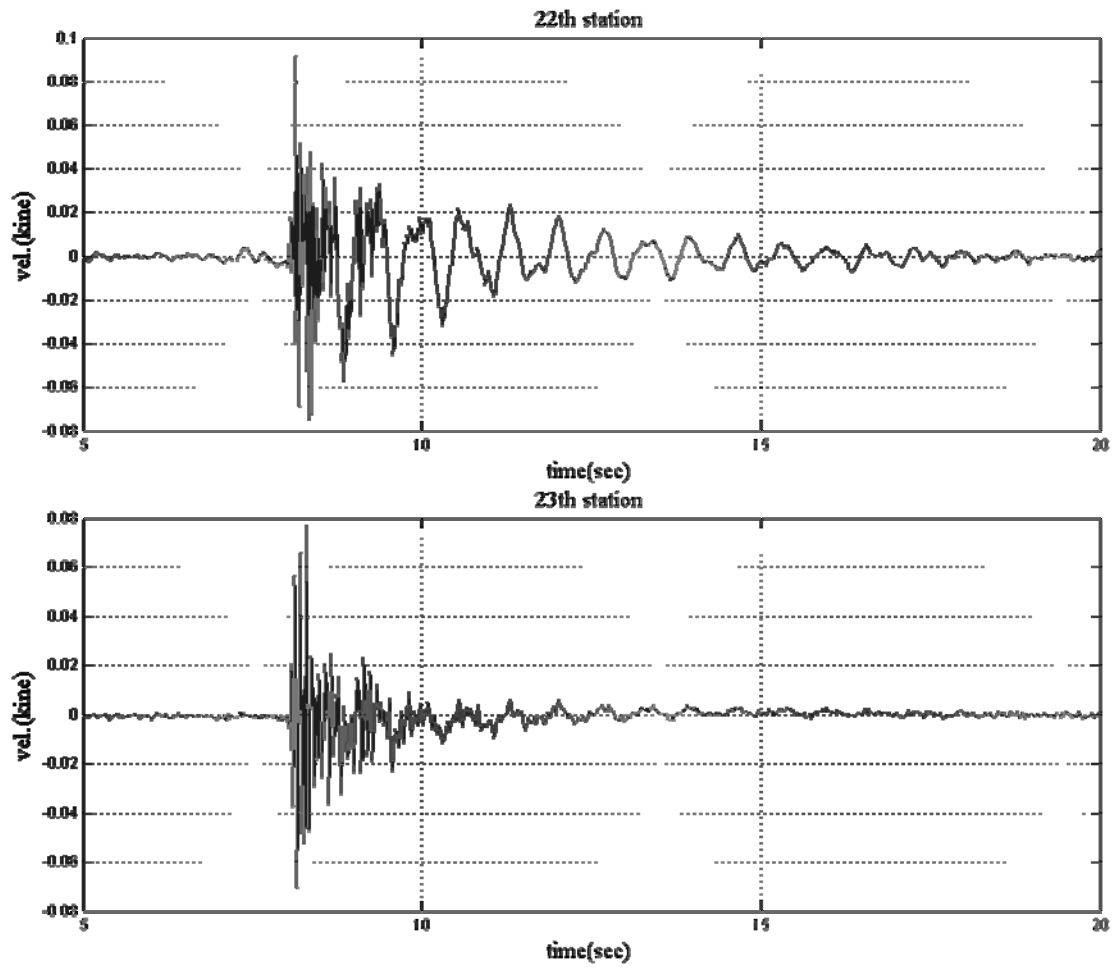




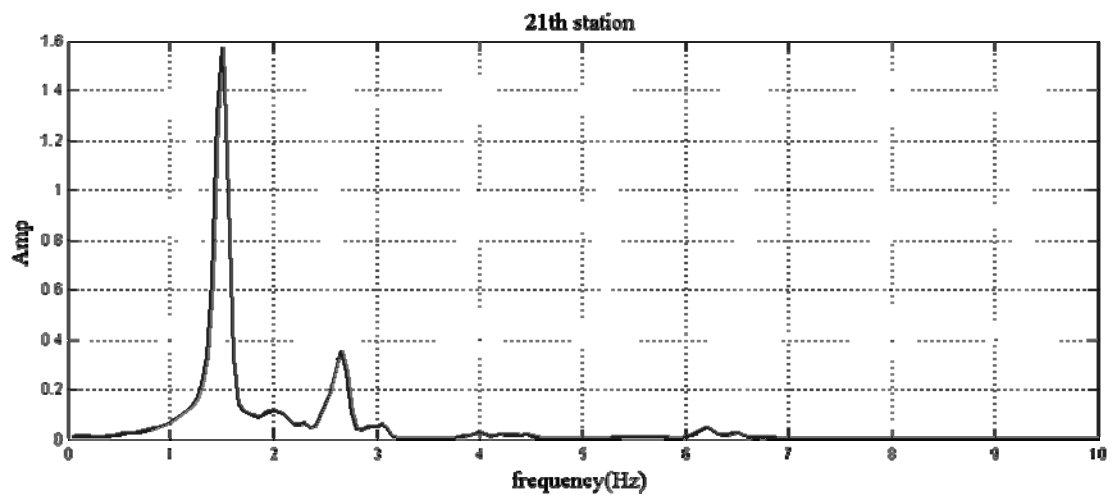
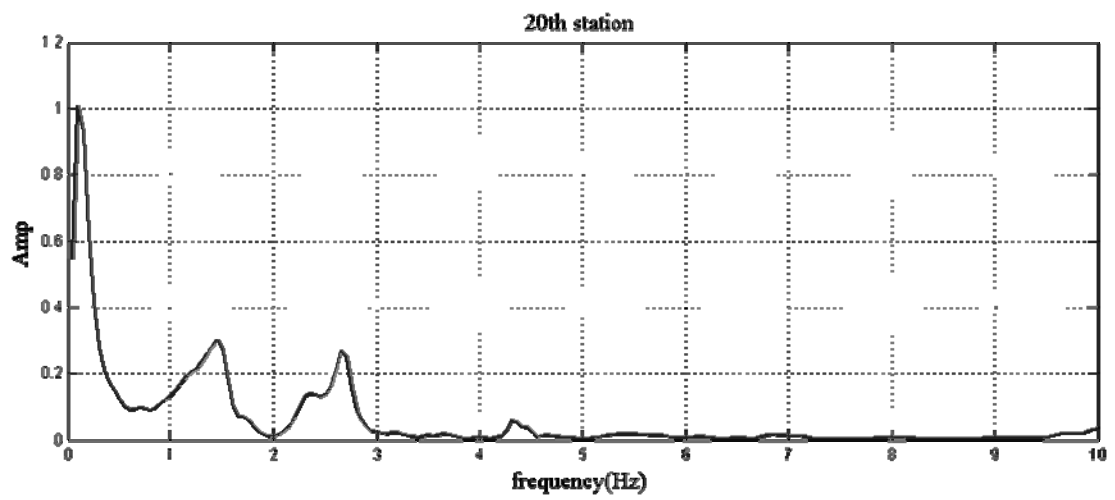
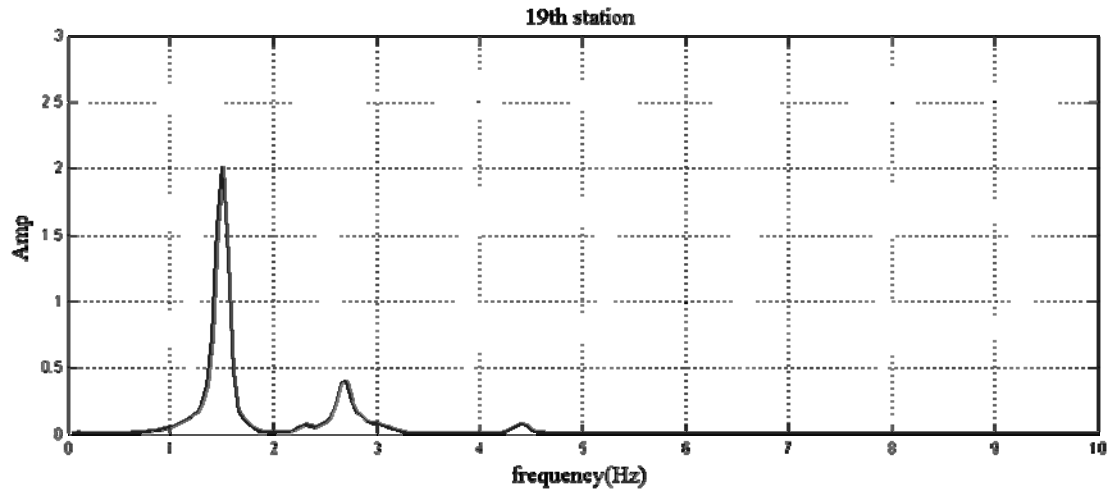
(附圖 4.6 續上頁)



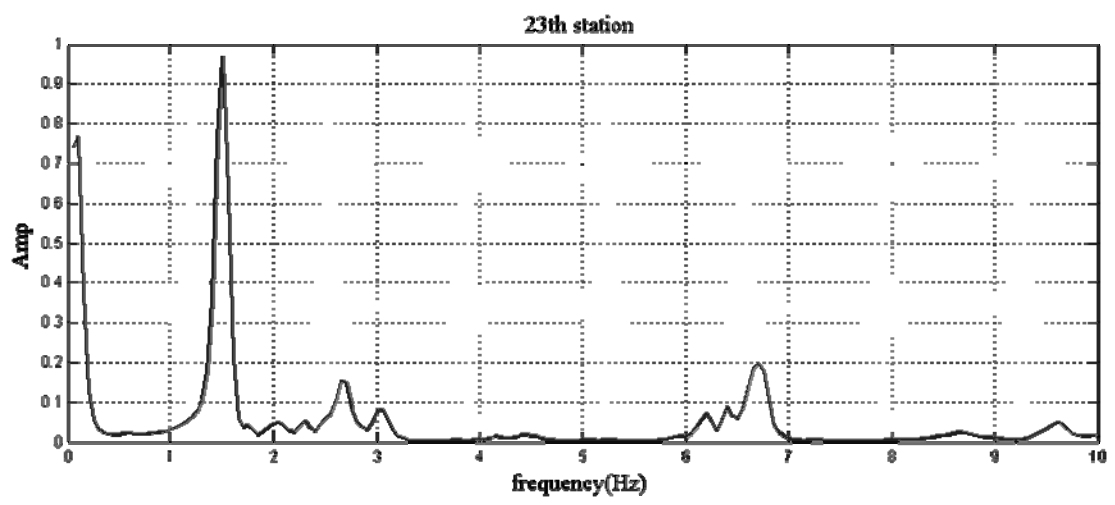
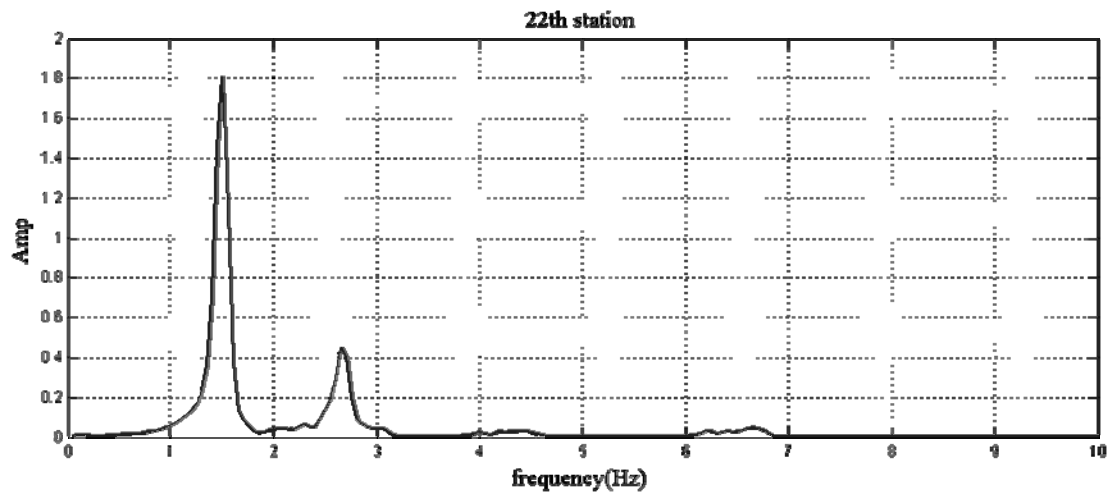
附圖 4.7 S4 段各測點之反應



(附圖 4.7 續上頁)



附圖 4.8 S4 段各測點反應之頻譜



(附圖 4.8 續上頁)