

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

以共極點模式作虛擬麥克風在主動噪音防治之研究

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC93-2213-E-009-118-

執行期間：93年08月01日至94年07月31日

執行單位：國立交通大學電信工程學系(所)

計畫主持人：謝世福

計畫參與人員：鄭張權

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 94 年 10 月 25 日

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

以共極點模式作虛擬麥克風在主動噪音防治之研究

Study on active noise control using common-pole-based virtual microphones

計畫編號: NSC 93-2213-E-009-118

執行期限: 93 年 08 月 08 日至 94 年 07 月 31 日

主持人: 謝世福 交通大學電信系副教授

計畫參與人員: 鄭張權

一、摘要

ANC (Active noise control) 的主要概念是：假設空間中有一個噪音源我們引進“人為”的第二聲源對噪音源做破壞性的干涉，以達到降低噪音能量的目的。ANC 有體積小設計彈性佳等的好處，而最大的挑戰，是如何設計 ANC 濾波器，產生第二聲源，以降低密閉空間中所有噪音的總能量。在上一年度的計畫中，針對密閉管路，我們已發現，僅利用二個麥克風各置於管路的端點，即能良好估計管路中聲音的能量。接下來，我們嘗試找出濾波器與反射係數和任意噪音源位置之間的封閉解關係，設計低複雜度濾波器，並進一步探討“降低的噪音能量”與音源位置之間的關係。

關鍵詞: 主動噪音防治

ABSTRACT

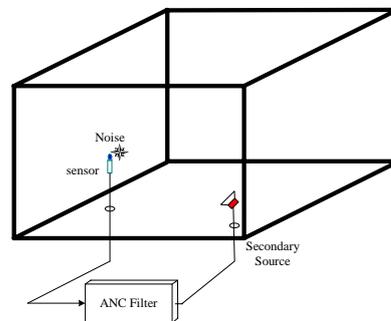
Active noise control (ANC) uses a secondary source to destructively interfere with the primary noise, thus reducing the noise energy level in an enclosure. Most successful ANC applications at present are in ducts. When applying ANC methodologies in broadband range, the critical issue is designing a filter to generate the secondary source. We find that only two sensors placed at duct ends can provide a good estimate of the acoustic potential energy.

Many previous works examined the ANC filter when the primary noise source is placed at the end of the duct. We consider a general case when the primary noise can be located anywhere in a duct, and investigate the ANC in terms of source locations, reflection coefficients, etc. A

closed-form low-complexity ANC with fewer coefficients is proposed and shown to possess good noise reduction capability.

二、緣由與目的

近代由於工業及交通不斷的發達，噪音也如影隨形，不斷困擾人們的生活，因此近幾十年來“主動式噪音防治”ANC (Active noise control) 的研究蓬勃發展[4]-[7]。主動式噪音防治的主要概念是：假設空間中有一個噪音源 (Primary noise)，我們引進“人為”的第二聲源 (Secondary noise)，對“原噪音源”做破壞性的干涉，以達到降低噪音能量的目的。主動式方法在防治低頻率噪音時性能較好[1]-[2]，而且還有體積小設計彈性佳等的好處。由於所需（破壞性干涉）的“第二聲源”通常由“原噪音源”經過Sensor 感測後輸入一個濾波器產生，故濾波器的設計是ANC成功與否的主要關鍵。圖一是一個簡單的全區域ANC的示意圖。



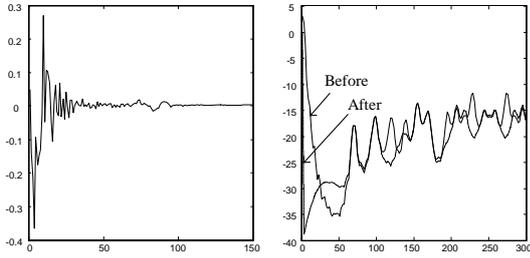
圖一. 全區域 ANC 的示意圖

Joplin 和 Nelson [9] 指出：對一個可以實現的 Causal ANC 濾波器 $g(t)$ 而言，應滿足 Wiener-Hopf

integral equation [1]，表示為：

$$\sum_{n=0}^N \psi_n(\mathbf{x}_s) \psi_n(\mathbf{x}_p) R_{ssn}(\tau_1) + \int_0^{\infty} g(t) \sum_{n=0}^N \psi_n^2(\mathbf{x}_s) R_{ssn}(\tau_1 - t) dt = 0 \quad (1)$$

(1) 中的Mode shape函數， $\psi_n(\mathbf{x})$ ，與空間中的音場分佈相關。一般而言音場分佈是十分複雜的， $\psi_n(x)$ 僅在簡單的方形房間才有公式[2]，而縱使有公式，由(1) 求解濾波器 $g(t)$ ，目前也只有數值解。圖二(a) 是在一個方形房間利用數值解所求得 $g(t)$ 的脈衝響應和圖二(b) ANC 前後的噪音頻譜分佈的例子。



圖二.(a) $g(t)$ 的脈衝響應(b) ANC 前後的噪音頻譜分佈

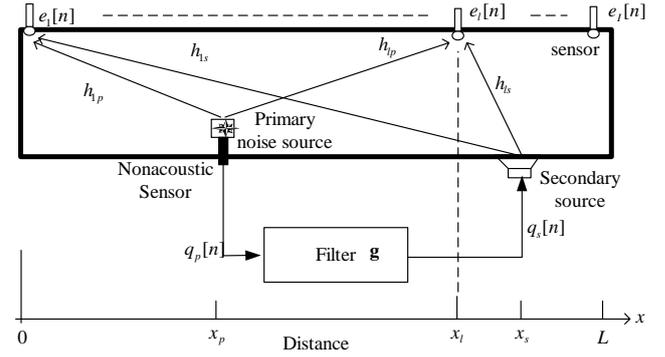
因為目前最成功的ANC應用，幾乎都在一度空間的管路 [3]-[5]，故在去年的計畫中我們針對密閉管路中的主動式噪音防治提出“一維映像法”的研究模型，我們也已發現，僅利用二個麥克風各置於管路的端點，即能良好估計管路中聲音的能量，當噪音源和第二音源各置於管路端點的條件下， $g(t)$ 與反射係數 β 之間有封閉解關係。接下來我們嘗試將“噪音源位置”必需置於管路端點的條件放鬆，即噪音源可以置於管路中的任一位置，並找出 $g(t)$ 與反射係數 β 和噪音源位置 \mathbf{x}_p 之間有封閉解關係，並進一步求得

“降低的噪音能量”與音源位置無關。

三. 動態噪音消除模型

圖三是一個密閉管路上的主動式噪音防治模型。管路的長度為 L 。假設噪音源 $q_p[n]$ 為白雜訊 (white noise)，位於 x_p 它經過一個Non-acoustic感測器得出訊號後，輸入濾波器 g 以產生位於 x_s 的第二聲源

$q_s[n]$ 。若管路上有 I 個麥克風，第 l 個位於 x_l ，所有麥克風訊號 $e_l[n]$ ， $1 \leq l \leq I$ 都被觀測。我們希望，“原噪音源”經過“第二聲源”的破壞性干涉之後，在管路中的麥克風訊號的瞬時能量 $E_p = e_1^2[n] + \dots + e_I^2[n]$ 降至最低。另外我們也定義“噪音源”與麥克風之間的脈衝響應為 $h_{1l}[n]$ ，而“第二聲源”與麥克風之間的脈衝響應為 $h_{2l}[n]$ 。



圖三 密閉管路上的主動式噪音防治模型

(A) Least-squares method

根據我們在上一年度的研究結果發現：僅利用二個麥克風各置於管路的端點，即能良好估計管路中聲音的能量。因此管路中聲音的瞬時能量，可表為

$$E_p = e_1^2[n] + e_2^2[n] \quad \text{其中} \quad e_l[n] = q_p[n] * e_l'[n] \quad \text{而}$$

$$e_l'[n] \text{ 定義為 } e_l'[n] = h_{1p}[n] + g[n] * h_{1s}[n] \quad \text{我們將}$$

$$e_l'[n] \text{ 改寫為矩陣形式: } \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbb{Z}\mathbf{g} + \mathbf{D} \text{ 並表示為}$$

$$\mathbb{Z}\mathbf{g} \approx -\mathbf{D} \quad (2)$$

一般而言，利用 Least-squares method 解 \mathbf{g} 可以表為

$$\mathbf{g} = -[\mathbb{Z}^T \mathbb{Z}]^{-1} \mathbb{Z}^T \mathbf{D} \text{ 其中}$$

$$\mathbb{Z} = \begin{pmatrix} \mathbf{h}_{1s}^0 & \mathbf{h}_{1s}^1 & \dots & \mathbf{h}_{1s}^{P-1} \\ \mathbf{h}_{2s}^0 & \mathbf{h}_{2s}^1 & \dots & \mathbf{h}_{2s}^{P-1} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{h}_{1p} \\ \mathbf{h}_{2p} \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{h}_{1s}^j = \begin{pmatrix} h_{1s}^j(0) \\ h_{1s}^j(1) \\ h_{1s}^j(2) \\ \vdots \\ h_{1s}^j(N-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{1 \times j} \\ h_{1s}(0) \\ h_{1s}(1) \\ \vdots \\ h_{1s}(N-j-1) \end{pmatrix}, \quad l=1,2 \quad (4)$$

(B)一維映像法模型

由於解 \mathbf{g} 需要知道脈衝響應 $h_{1l}[n]$ 與 $h_{2l}[n]$ 。故在上一年度，我們研究提出“一維映像法”的模型，用來模擬管路中聲源與各麥克風之間的脈衝響應。Discrete time 一維映像法模型表為：

$$h[n; k_p, k_l] = \sum_{i=0}^1 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \beta_1^{|m-i|} \beta_2^{|m|} \times \delta[n - |(1-2i)k_p - k_l + 2mM|]$$

我們進一步探討：當噪音源置於管路中的任一位置，而二個麥克風各置於管路的端點時， $g(t)$ 與反射係數 β 和噪音源位置 \mathbf{x}_p 之間的封閉解關係。當噪音源置於管路中的任一位置，而二個麥克風各置於管路的端點時管路中噪音源與各麥克風之間的脈衝響應，可以重寫如下：

$$\begin{pmatrix} \mathbf{h}_{1s}^0 \\ \mathbf{h}_{2s}^0 \end{pmatrix} g[0] + \begin{pmatrix} \mathbf{h}_{1s}^1 \\ \mathbf{h}_{2s}^1 \end{pmatrix} g[1] + \dots + \begin{pmatrix} \mathbf{h}_{1s}^{P-1} \\ \mathbf{h}_{2s}^{P-1} \end{pmatrix} g[P-1] \approx - \begin{pmatrix} \mathbf{h}_{1p} \\ \mathbf{h}_{2p} \end{pmatrix} \dots \dots \dots (5)$$

我們觀察發現(5)中左手邊各向量與右手邊的向量內積時滿足：

$$\begin{pmatrix} \mathbf{h}_{1s}^{jT} & \mathbf{h}_{2s}^{jT} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{h}_{1p} \\ \mathbf{h}_{2p} \end{pmatrix} = \sum_{n=0}^{\infty} h_{1s}[n-j]h_{1p}[n] + \sum_{n=0}^{\infty} h_{2s}[n-j]h_{2p}[n] = 0 \quad (6)$$

我們進一步再將(5)分成二組，改寫為

$$\sum_{j \in N_j} \begin{pmatrix} \mathbf{h}_{1s}^j \\ \mathbf{h}_{2s}^j \end{pmatrix} g[j] + \sum_{i \in N_l} \begin{pmatrix} \mathbf{h}_{1s}^i \\ \mathbf{h}_{2s}^i \end{pmatrix} g[i] \approx - \begin{pmatrix} \mathbf{h}_{1p} \\ \mathbf{h}_{2p} \end{pmatrix} \quad (7)$$

(7) 可以表示為

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_{N_j} & \mathbf{H}_{N_l} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{g}_{N_j} \\ \mathbf{g}_{N_l} \end{pmatrix} + \mathbf{D} \quad (8)$$

再由 Orthogonal Principle $\mathbf{H}_{N_j}^T \boldsymbol{\varepsilon} = 0$ 故

$$\mathbf{H}_{N_j}^T \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{H}_{N_j}^T \left(\begin{pmatrix} \mathbf{H}_{N_j} & \mathbf{H}_{N_l} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{g}_{N_j} \\ \mathbf{g}_{N_l} \end{pmatrix} + \mathbf{D} \right) = 0, \quad (2) \text{可}$$

以重寫為

$$\begin{aligned} \mathbb{Z}_- \mathbf{g}_- &\approx \mathbf{h}_- \\ \mathbb{Z}_+ \mathbf{g}_+ &\approx \mathbf{h}_+ \end{aligned} \quad (9)$$

其中 $\mathbf{h}_- = (1 + \beta) (\beta^1 \ \beta^3 \ \dots \ \beta^0 \ \beta^2 \ \dots)^T$

$$\mathbf{h}_+ = \beta \mathbf{h}_- \quad (10)$$

當 \mathbb{Z}_\pm , \mathbf{h}_+ 和 \mathbf{h}_- 已知，利用(9)least-squares method, \mathbf{g}_- 和 \mathbf{g}_+ 可以解得，最後ANC濾波器 $g[n]$ 可以表為

$$g[n] = \begin{cases} \sum_{m=1}^{\infty} g[(2m-1)M] \delta[n - (2m-1)M], & k_p = 0 \\ \sum_{m=1}^{\infty} \{g[(2m-1)M - k_p] \delta[n - (2m-1)M + k_p] + g[(2m-1)M + k_p] \delta[n - (2m-1)M - k_p]\}, & 0 < k_p < M \\ \sum_{m=0}^{\infty} g[2mM] \delta[n - 2mM], & k_p = M \end{cases} \dots \dots \dots (11)$$

(11)式有一些有趣的現象，首先 \mathbf{g}_- 和 \mathbf{g}_+ 的幅度與 k_p 無關，這個性質被稱為 *coefficient invariance*，另外由 (9) 和 (10) 我們有 $\mathbf{g}_+ = \beta \mathbf{g}_-$ 這個式子每一對濾波器的係數之間只和反射係數 β 有關即

$$g[(2m+1)M + k_p] = \beta g[(2m+1)M - k_p], \quad 0 \leq m$$

最後我們定義(9)中 least-squares 的誤差 $\boldsymbol{\varepsilon}_\pm$ 為

$$\boldsymbol{\varepsilon}_\pm = \begin{pmatrix} \mathbb{Z}_{-0} & \mathbb{Z}_{+0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{g}_- \\ \mathbf{g}_+ \end{pmatrix} + \mathbf{D} \text{ 且 least-squares 的最小}$$

平方的誤差(噪音降低功率)定義為 $J_\pm = \min_{\mathbf{g}_\pm} (\boldsymbol{\varepsilon}_\pm^T \boldsymbol{\varepsilon}_\pm)$

由於 \mathbf{g}_\pm 與 k_p 無關，故 $J = J_\pm$ 也與 k_p 無關這個性質被稱為 *invariance of reduced ANC power*.

四.電腦模擬和結論

我們首先利用一維映像法模型中(9)~(10)得到一些模擬，經過比對圖四(一維映像法)以及圖五(Wiener-Hopf)發現獲得的(a)濾波器的脈衝響應(b)ANC前後噪音能量頻譜的結果是十分相近的。另外當

使用 N_p 對濾波器 $\sum_{m=1}^{N_p} g[(2m-1)M \pm k_p]$ 時ANC後

噪音功率 $J = J_{\pm}$ 也與 k_p 無關這個性質在圖 六在得到證明

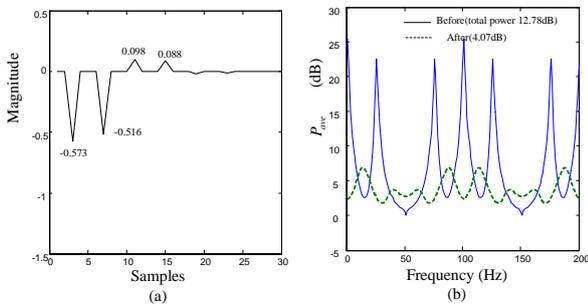


圖 四 利用一維映像法模型獲得 (a) 濾波器的脈衝響應 (b) ANC 前後噪音能量頻譜圖

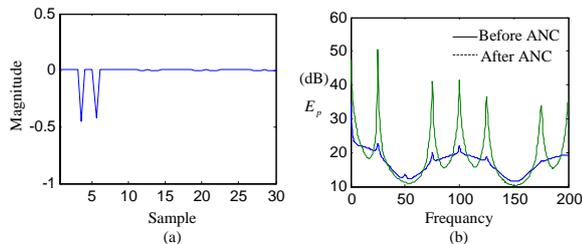


圖 五 利用 Wiener-Hopf 獲得 (a) 濾波器的脈衝響應 (b) ANC 前後噪音能量頻譜圖

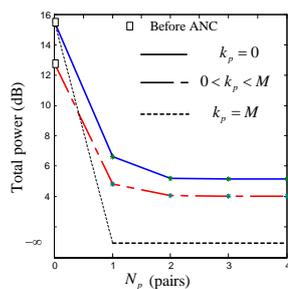


圖 六 噪音功率 v.s N_p 對濾波器

York: Wiley, 1992.

- [3] S. M. Kuo and D. R. Morgan, *Active Noise Control Systems—Algorithms and DSP Implementations*. New York: Wiley, 1996
- [4] J. Hong, *et al.*, “ Modeling, identification, and feedback control of noise in an acoustic duct, ” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 4.no. 3, pp. 283-291, May 1996.
- [5] M. Takahashi, R. Gotohda, T. Yamadera, K. Asami, and H. Hamada, “Broadband active noise control of air-conditioning duct systems in auditoriums,” in *Proc. Int. Symp. Active Control of Sound Vibration*, 1991, pp. 273–278.
- [6] J. M. Watkins, G. E. O’Brien, R. T. Jr, and D. C. Baumann, “ The use of magnetic bearing for global control of fan noise, ” *Proceeding of the American Control*, San Diego CA, 1999.
- [7] M. A. Simpson, T. M. Luong, M. A. Swinbanks, M. A. Russell, and H. G. Leventhall, “Full scale demonstration tests of cabin noise reduction using active noise control,” in *Proc. Inter-noise*, 1989, pp. 459–462.
- [8] S. J. Elliott, P. A. Nelson, I. M. Stothers, and C. C. Boucher, “In flight experiments on the active control of propeller-induced cabin noise,” *J. Sound Vibration*, vol. 140, no. 2, pp. 219–238, 1990.
- [9] S. M. Kuo and D. R. Morgan, “Active noise control: a tutorial review, ” *Proceeding of IEEE*, vol. 87, no. 6, pp. 943-973, 1999.

REFERENCE

- [1] P. A. Nelson and S. J. Elliott, *Active Control of Sound*. San Diego, CA: Academic Press, 1992.
- [2] L. L. Beranek and I. L. Ver, *Noise and Vibration Control Engineering: Principles and Applications*. New