

行政院國家科學委員會專題研究計畫 期中進度報告

結合非均等錯誤保護與時空編碼技術於高速無線多媒體通訊之研究---理論建構與硬體實現(2/3)

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC93-2213-E-009-150-

執行期間：93年08月01日至94年07月31日

執行單位：國立交通大學電信工程學系(所)

計畫主持人：王忠炫

計畫參與人員：林宏憲,王世傑,張嘉修,張雲量

報告類型：精簡報告

報告附件：出席國際會議研究心得報告及發表論文

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 94 年 5 月 26 日

行政院國家科學委員會專題研究計畫進度報告

結合非均等錯誤保護與時空編碼技術於高速無線多媒體通訊之研究—理論建構與硬體實現 (2/3)

Combined Space-Time Coding and Unequal Error Protection for Channel Coding of High-Rate Wireless Multimedia Communications: Theory and Implementation (2/3)

計畫編號: NSC 93-2213-E-009-150

執行期限: 93年8月1日至94年7月31日

主持人: 王忠炫 交通大學電信工程研究所

中文摘要

關鍵詞: 無線多媒體傳輸, 非均等錯誤保護, 時空編碼技術, 位元截取技術, 軟體無線電。

無線傳輸因具有可移動及易於安裝之便利性, 近年來正以驚人的速度蓬勃發展, 並在個人通訊及小規模區域網路等應用中逐漸取代傳統有線傳輸的地位。此外, 由於多媒體服務需求的急遽成長, 無線通訊系統朝向高資料量傳輸發展亦成為不可避免的趨勢。本三年期計畫結合非均等錯誤保護與時空編碼技術, 擷取二者之優點以設計出適合於無線多媒體傳輸之通道編碼系統。於前一年計畫中, 我們從代數理論的角度針對時空碼原有之非均等錯誤保護特性進行全盤且詳盡的探討, 並發展出應用時空編碼技術於非均等錯誤保護時所需依循之理論架構。在本年度計畫中, 研究能量則集中於結合位元擷取技術與既有之時空編碼系統, 進而建構具時域非均等錯誤保護能力之新一代碼率匹配擷取時空碼。所得之新型時空碼不僅可有效對抗多重路徑衰褪的干擾, 同時亦兼具彈性的資料傳輸率可供多媒體服務使用。此外, 相同系列的碼率匹配擷取時空碼皆可用原始母碼之解碼器來進行解碼, 因此更可大幅降低解碼所需之硬體複雜度。我們也針對碼率匹配擷取時空碼提出最佳之設計準則, 並依據此一準則大規模搜尋具各種碼率及不同複雜度之高效能碼率匹配擷取時空碼。延續前兩年之研究成果, 未來一年之計畫將針對本計畫所研發之非均等錯誤保護時空編碼系統從軟體無線電的角度進行兼具高效率、低功耗以及彈性架構之解碼器設計及其DSP/FPGA硬體實現。此三年期計劃所得之結果預期不論對理論研究者抑或是業界工程師都將有很大的助益, 且能促進非均等錯誤保護時空碼在無線通訊系統及網路上之應用。

Abstract

Keywords: Wireless multimedia communications, unequal error protection, space-time coding, puncturing, soft-defined radio.

Wireless transmission is rapidly growing and has gradually replaced traditional wired solution in many applications, e.g., personal communications and local area networks, on account of the advantages of mobility and ease of installation. Due to the demand for multimedia services, the trend toward high data rate transmission is also inevitable. This 3-year project is to combine powerful unequal error protection (UEP) and space-time coding schemes for channel coding of high-rate wireless multimedia communications. The first year of the project was devoted to studying the UEP capability of space-time coding and establishing the related theoretical fundamentals. In this year, research efforts are focused on combining the puncturing technique with conventional space-time codes to construct a new class of rate-compatible punctured space-time codes for UEP. The proposed UEP codes not only provide remarkable performance against multipath fading but also offer flexible choices of code rate for use in multimedia service. Moreover, all punctured codes in the same family can be decoded via a single decoder of their parent code. It hence greatly reduces the hardware complexity of the associated decoder. We also present a design criterion for optimizing the UEP capability, based on which families of powerful UEP codes with various rates and memories are given by a computer search. In the next year, we will develop an efficient decoder of the proposed UEP schemes from a soft-defined radio perspective. Then, its DSP/FPGA implementation will be conducted. The obtained results are expected to be beneficial to both theoreticians and practical engineers, and will promote more UEP space time codes for use in wireless communication systems and networks.

1 前言

無線傳輸因具有可移動及易於安裝之便利性, 近年來正以驚人的速度蓬勃發展, 並且在個人通訊及

小規模區域網路等應用中逐漸取代傳統有線傳輸的地位。此外，由於多媒體服務需求的急遽成長，無線通訊(諸如第三代行動通訊系統與無線區域網路)朝向高資料量傳輸發展亦成為不可避免的趨勢。然而在無線傳輸環境中，除了接收機本身熱雜訊可能引起訊號干擾，傳輸通道與生俱來的非理想特性，例如多路徑衰褪(multipath fading)及其時變效應[1]，亦常造成嚴重的訊號失真。面臨此一惡劣的傳輸環境，在無線傳輸系統中多採用能有效抑制通道錯誤的通道編碼技術(channel coding)以確保通訊品質的提升。但由於通道編碼需在傳送資料中加入額外的控制位元以供錯誤檢測之用，在固定傳送率的情況下，卻得付出增加編碼頻寬、降低資料傳輸量的代價。因此，如何針對無線傳輸通道及多媒體服務的特性，設計出兼顧通訊品質與高資料傳輸率的通道編碼系統，便成為本計畫的研究重點。

首先，在分析語音及影像的訊號特性之後，我們發現多媒體資料多半具有非均等的錯誤敏感度。例如在行動通訊及數位廣播系統中，語音編碼多採用類發聲腔的壓縮技術(vocoder-type compression)將大量的聲波信號轉換成發聲腔模型的控制參數，以減低所需傳送的資料量。然而不同控制參數對於語音信號的傳真性各有不同程度的影響。對於重要性高的參數而言，即使是少量通道錯誤所造成的些許誤差都可能造成語音信號的嚴重失真；相較之下，重要性較低的參數對於通道錯誤就有較高的容忍力。此外，由於影像信號其低頻成份的準確性相較於高頻成份在畫面清晰度的呈現上有較明顯的影響，在影像通訊系統中亦可察覺此類現象的存在。然而，在固定編碼率及解碼複雜度的條件下，一般常用的錯誤更正碼大多設計成對所有輸入位元提供均等錯誤保護，以達最小碼距(minimum distance)最大化的目的。對於上述多媒體通訊系統，若仍採用僅能針對單一保護需求提供錯誤更正服務的傳統通道編碼系統，為保障具有較高錯誤敏感度資料的正確性，勢必只能選擇編碼率較低、改錯能力較強的錯誤更正碼；相對地，也將大幅增加通道編碼所需頻寬而降低資料的傳輸率。因此，一種較有效率的通道編碼方式是能夠依據傳輸資料重要性的不同提供各自所需的保護能力，即具備所謂非均等錯誤保護(unequal error protection, UEP)的功能。如此一來，重要性高的資料就能受到較高程度的保護，因而在維持一定通訊品質的情況下達成節省編碼頻寬、增加資料傳輸量的目的。

文獻中有關非均等錯誤保護之研究主要可區分為時域(time-domain)與空間(space-domain)非均等錯誤保護兩大類。時域非均等錯誤保護機制是將具有不同錯誤敏感度的資料分配到不同的時槽(time slot)，再依照所需之保護需求將通道編碼器切換至對應的操作模式來作編碼，以達到非均等錯誤保護之目的。空間非均等錯誤保護機制則是利用特殊的代數結構整合一般的錯誤編碼系統，使得通道編碼器可針對不同輸入位置的資料提供不同程度的保護能力。然而，上述相關研究多著重在單一傳送天線及單一接收天線架構的編碼系統。因此在提升傳輸品質的同時亦無可避免地需付出編碼頻寬增加以及資料傳輸量

降低的代價。時空編碼技術(space-time coding)[2]-[7]結合通道編碼與調變系統並採用多重傳送及接收天線的架構，將傳送及接收分集(diversity)技術一併應用於無線系統。藉由從空間及時間維度對傳送資料進行適當的通道編碼，時空編碼技術不僅可在不增加信號頻寬及傳輸功率的情況下同時獲得分集增益(diversity gain)及編碼增益(coding gain)，其多重天線架構還能將原本窄頻的無線通道轉換成可供高資料量傳輸之寬頻管道。本計畫之主要目的即是將時空編碼技術與非均等錯誤保護機制相結合，以建構兼顧通訊品質與高資料量的通道編碼系統以供無線多媒體傳輸所用。

第一年的計畫主要是結合時空碼與空間非均等錯誤保護機制。研究成果顯示時空碼可根據資料輸入編碼器位置之不同，反映出不同的錯誤更正能力。針對此一空間非均等錯誤保護特性，我們提出一簡易的等效分離向量(effective separation vector)可有效地評量時空碼之非均等錯誤保護能力；同時亦從代數理論的角度進行全盤且詳盡的探討，並推導出應用時空編碼技術於非均等錯誤保護時所需依循之理論架構。此外，在多重傳送及接收天線的架構下，我們結合迴旋碼與適應性調變系統進而設計出具優異空間非均等錯誤保護能力之時空編碼系統。詳細成果請見前期進度報告[8]。在本年度計畫中，相關研究則集中於結合時空碼與位元擷取(puncturing)技術[9][10]，進而建構具時域非均等錯誤保護能力之新一代碼率匹配擷取時空碼。所得之新型時空碼不僅可有效對抗多重路徑衰褪的干擾，同時亦兼具彈性的資料傳輸率可供多媒體服務使用。此外，相同系列的碼率匹配擷取時空碼皆可用原始母碼之解碼器來進行解碼，因此更可大幅降低解碼所需之硬體複雜度。我們也針對碼率匹配擷取時空碼提出最佳之設計準則，並依據此一準則大規模搜尋具各種碼率及不同複雜度之高效能碼率匹配擷取時空碼。相關內容詳見下列各章節。

2 時空碼簡介

本章節將簡單介紹原始時空碼之系統模型，其中包括 2.1 時空碼之通道模型、2.2 時空碼之解碼與 2.3 時空碼之設計準則與效能分析。對於完整的敘述請參考[2]。

2.1 時空碼之通道模型

假設一行動通訊系統在傳送端配置 n 根天線，在接收端配置 m 根天線，如圖(1)為時空碼系統的基本架構。首先，將欲傳送之訊息資料位元送入時空編碼器作編碼，並使用多元相位調變(M -ary phase shift keying, MPSK)以產生 n 個碼字符號(codeword symbol)。在時間 t 時， $0 \leq t \leq L-1$ ，同時由 n 根傳送天線送出。其中，第 i 根天線傳送信號可表示為

$$c_{i,t} = \sqrt{E_s} \exp(j \cdot x_{i,t} \cdot \pi/2) \quad 0 \leq i \leq n-1$$

上式中 $x_{i,t}$ 為經過編碼器的輸出符號且 E_s 為傳送信號之能量。假設傳送之信號在無線傳輸環境中受到通道衰褪的影響，根據圖(1)的時空碼系統架構，因此在時間 t 時第 j 根天線接收到的信號可表示成

$$r_{j,t} = \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_{i,j} c_{i,t} + n_{j,t} \quad j = 0, 1, \dots, m-1 \quad (1)$$

其中 $\alpha_{i,j}$ 為從第 i 根傳送天線到第 j 根接收天線的路徑增益(path gain)， $n_{j,t}$ 則為在時間 t 由第 j 根接收天線所受到之白色高斯雜訊(additive white Gaussian noise, AWGN)，其平均值為 0 且每個維度之變異數為 $N_0/2$ 。其中路徑增益在訊框(frame)長度 L 內我們假設它是常數，並且隨著不同的訊框作改變，這種通道衰褪信號的方式我們稱作半平穩衰褪(quasi-static flat fading)。

2.2 時空碼之解碼

首先假設理想的通道狀態訊息(channel state information, CSI)對於接收端是已知的條件下， $\alpha_{i,j}$ ， $i = 0, 1, \dots, n-1$ ， $j = 0, 1, \dots, m-1$ 是可完美估測的。並且令最大似然接收器(maximum-likelihood receiver)接收一序列傳送的碼字符號為 $\mathbf{r} = (r_1, r_2, \dots, r_{m-1})$ ，其中在時間 t 接收碼字符號為 $\mathbf{r}_t = (r_{1,t}, \dots, r_{m-1,t})$ ； $\hat{c}_{i,t}$ 為接收端所估測出在時間 t 由第 i 根傳送天線的碼字符號。因此，根據(1)式最大可能性解碼(Maximum likelihood decoding)可寫成

$$\begin{aligned} & P_r(\mathbf{r}|\mathbf{\Omega}, \hat{\mathbf{c}}) \\ &= \prod_{t=0}^{L-1} \prod_{j=0}^{m-1} P_r \left(r_{j,t} = \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_{i,j} \hat{c}_{i,t} + \eta_{j,t} | \hat{c}_{i,t}, \forall \alpha_{i,j} \right) \\ &= \prod_{t=0}^{L-1} \prod_{j=0}^{m-1} \left[\frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp \left(-\frac{|r_{j,t} - \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_{i,j} \hat{c}_{i,t}|^2}{N_0} \right) \right] \quad (2) \end{aligned}$$

其中 $\mathbf{\Omega} = (\alpha_{0,0}, \alpha_{0,1}, \dots, \alpha_{n-1,m-1})$ 。所以，我們可藉由選擇出 $\hat{c}_{i,t}$ 使得上式的值為最大的碼字。接著，我們對(2)式取對數並經過化簡之後可得最後的結果如下

$$\sum_{t=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{m-1} \left| r_{j,t} - \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_{i,j} \hat{c}_{i,t} \right|^2. \quad (3)$$

因此，可利用(3)式來計算每個分支的 metric 值。然後，我們就利用斐特比演算法(Viterbi algorithm)來計算每一條殘存路徑(survivor)之 metric 值，最後選擇擁有最小累加 metric 值的殘存路徑當作解碼之輸出。

2.3 時空碼之設計準則及系統分析

假設上節所述之最大似然解碼接收器，將接收到之傳送碼字符號經過接收器誤解碼成一序列的碼字符號為 $\tilde{\mathbf{c}} = (\tilde{c}_{i,t} \forall i, t)$ ，而傳送出一序列碼字符號為 $\mathbf{c} = (c_{i,t} \forall i, t)$ 。我們稱 $P(\mathbf{c} \rightarrow \tilde{\mathbf{c}})$ 為成對錯誤機

率(pairwise error probability)，其發生在如果我們的決策(decision metric)如(4)式

$$\sum_{t=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{m-1} \left| r_{j,t} - \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_{i,j} c_{i,t} \right|^2 \leq \sum_{t=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{m-1} \left| r_{j,t} - \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_{i,j} \tilde{c}_{i,t} \right|^2. \quad (4)$$

假設傳輸通道其通道狀態訊息完全已知的情況下，其發生解碼錯誤的條件機率可寫成

$$P(\mathbf{c} \rightarrow \tilde{\mathbf{c}} | \forall \alpha_{i,j}) \leq \frac{1}{2} \exp \left(-\frac{d^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})}{4N_0} \right) \quad (5)$$

其中

$$d^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) = \sum_{j=0}^{m-1} \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{i'=0}^{n-1} \alpha_{i,j} \overline{\alpha_{i',j}} \sum_{t=0}^{L-1} (c_{i,t} - \tilde{c}_{i,t}) \overline{(c_{i',t} - \tilde{c}_{i',t})}. \quad (6)$$

令 $\mathbf{\Omega}_j = (\alpha_{0,j}, \alpha_{2,j}, \dots, \alpha_{n-1,j})$ ，即可把上式改寫成

$$d^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) = \sum_{j=0}^{m-1} \mathbf{\Omega}_j Z(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) \mathbf{\Omega}_j^H \quad (7)$$

其中， $Z_{pq} = \mathbf{x}_p \cdot \mathbf{x}_q$ 表示為矩陣 \mathbf{Z} 裡之元素且 $0 \leq p, q \leq n-1$

$$\mathbf{x}_p = (c_{p,0} - \tilde{c}_{p,0}, c_{p,1} - \tilde{c}_{p,1}, \dots, c_{p,L-1} - \tilde{c}_{p,L-1})$$

H 代表將矩陣轉置後取共軛。因此，

$$Z_{pq} = \sum_{t=0}^{L-1} (c_{p,t} - \tilde{c}_{p,t}) \overline{(c_{q,t} - \tilde{c}_{q,t})} \quad (8)$$

將(7)式代入(5)式，經整理後，條件成對錯誤機率上邊界可寫成

$$P(\mathbf{c} \rightarrow \tilde{\mathbf{c}} | \alpha_{i,j}) \leq \frac{1}{2} \exp \left(-\frac{1}{4N_0} \sum_{j=0}^{m-1} \mathbf{\Omega}_j Z(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) \mathbf{\Omega}_j^H \right). \quad (9)$$

因為 $Z(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$ 是個厄米特矩陣(Hermitian matrix)，所以存在一個么正矩陣(unitary matrix)使得 $VZ(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})V^H = D$ ，其中 D 是個實對角方陣(real diagonal matrix)，且矩陣 D 中的每個對角元素 λ_i ， $i = 0, 1, \dots, n-1$ ，即為 $Z(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$ 的特徵值(eigenvalue)，而每個特徵值 λ_i 所對應的特徵向量(eigenvectors) v_i 就是 V 的列向量 $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 並且它們是向量空間 \mathbf{C}^n 的完全單一正交基底。然後藉由觀察(7)式將矩陣改寫成 $Z(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) = B(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})B(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})^H$ ，其中

$$B(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) = \begin{pmatrix} c_{0,0} - \tilde{c}_{0,0} & \cdots & c_{0,L-1} - \tilde{c}_{0,L-1} \\ c_{1,0} - \tilde{c}_{1,0} & \cdots & c_{1,L-1} - \tilde{c}_{1,L-1} \\ c_{2,0} - \tilde{c}_{2,0} & \cdots & c_{2,L-1} - \tilde{c}_{2,L-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n-1,0} - \tilde{c}_{n-1,0} & \cdots & c_{n-1,L-1} - \tilde{c}_{n-1,L-1} \end{pmatrix} \quad (10)$$

是矩陣 $Z(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$ 的平方根矩陣， $Z(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$ 的特徵值是非負的實數。接下來，我們令 $(\beta_{0,j}, \dots, \beta_{n-1,j}) = \mathbf{\Omega}_j V^H$ ，所以

$$\mathbf{\Omega}_j Z(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) \mathbf{\Omega}_j^H = \sum_{i=0}^{n-1} \lambda_i |\beta_{i,j}|^2. \quad (11)$$

接著將(11)式代入(9)式得

$$P(\mathbf{c} \rightarrow \tilde{\mathbf{c}} | \forall \alpha_{i,j}) \leq \frac{1}{2} \exp \left(-\frac{1}{4N_0} \sum_{j=0}^{m-1} \sum_{i=0}^{n-1} \lambda_i |\beta_{i,j}|^2 \right) \quad (12)$$

因為 $\alpha_{i,j}$ 是獨立取樣的複數高斯隨機變數(平均值為 $E_{\alpha_{i,j}}$)，我們令

$$\mathbf{K}_j = (E_{\alpha_{0,j}}, E_{\alpha_{1,j}}, \dots, E_{\alpha_{n-1,j}})$$

因為 V 是么正矩陣，它的列向量 $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 是向量空間 C^n 的單一正交基底。所以，每個 $\beta_{i,j}$ 也是獨立取樣的複數高斯隨機變數，它的平均值為 $\mathbf{K}_j \cdot v_i$ 而變異數 $\sigma_{i,j}^2 = 0.5$ 。在此我們令 $\kappa_{i,j} = |E_{\beta_{i,j}}|^2 = |\mathbf{K}_j \cdot v_i|^2$ ，因此 $|\beta_{i,j}|$ 是獨立的 Rician 分佈，它的機率密度函數為

$$p(|\beta_{i,j}|) = 2|\beta_{i,j}| \exp(-|\beta_{i,j}|^2 - \kappa_{i,j}) I_0(2|\beta_{i,j}| \sqrt{\kappa_{i,j}}) \quad (13)$$

其中 $I_0(\cdot)$ 稱為第一類零階修正貝色函數(zero-order modified Bessel function of the first kind) 且 $|\beta_{i,j}| \geq 0$ 。根據(12)式中我們針對

$$\sum_{j=0}^{m-1} \sum_{i=0}^{n-1} \lambda_i |\beta_{i,j}|^2 \quad (14)$$

之值的變化作觀察得到當 n, m 改變時 rm 值越大時 ($rm \geq 4$)，(14)式越趨近於一個高斯分佈。

為了得到非條件成對錯誤機率的上邊界，我們針對(12)式中的隨機變數 $\beta_{i,j}$ 取平均。令 r 為 $Z(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$ 之秩(rank)，在接下來的分析當中我們根據 rm 的乘積可區分成兩種情況[11]: (1) $rm < 4$ ，(2) $rm \geq 4$ 。根據這兩種情況可推演出分別對應的最佳編碼設計準則—秩準則(rank criterion)、行列式準則(determinant criterion)[2]與跡數準則(trace criterion)[12]。

1. 時空碼在低 rm 下之成對錯誤率分析

在這裡我們假設 $\alpha_{i,j}$ 是平均值為零之獨立取樣的複數高斯隨機變數，且 V 是么正矩陣，它的列向量 $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 是向量空間 C^n 的單一正交基底。所以，每個 $\beta_{i,j}$ 也是獨立取樣的複數高斯隨機變數。假設 $|\beta_{i,j}|$ 為獨立 Rayleigh 分佈，將(12)式中對 $|\beta_{i,j}|$ 取平均之後可得解碼錯誤率為

$$P(\mathbf{c} \rightarrow \tilde{\mathbf{c}}) \leq \frac{1}{2} \left(\prod_{i=0}^{r-1} \frac{1}{(1 + \frac{\lambda_i}{4N_0})} \right)^m \quad (15)$$

討論在高訊雜比情形之下，(15)式可以近似地改寫成

$$P(\mathbf{c} \rightarrow \tilde{\mathbf{c}}) \leq \frac{1}{2} \left(\prod_{i=0}^{r-1} \lambda_i \right)^{-m} \left(\frac{1}{4N_0} \right)^{-rm} \quad (16)$$

由(16)式可觀察出具有分集增益 rm 和編碼增益 $(\lambda_0 \lambda_1 \dots \lambda_{r-1})^{1/r}$ 。我們定義兩個變數:

$$\mathbf{G}_d = rm, \quad \mathbf{G}_c = \frac{(\lambda_0 \lambda_1 \dots \lambda_{r-1})^{1/r}}{d_u^2}$$

其中 d_u^2 表示未經過編碼參考系統的平方歐基里德距離 (square Euclidean distance)。這兩個變數分別代表分集增益和編碼增益，為了使成對錯誤機率最小化，時空碼系統設計上必須考量的是儘可能的使 \mathbf{G}_d 與 \mathbf{G}_c 最大化，由以上的分析，因此時空碼有下列的設計準則:

- 秩準則(The Rank Criterion): 為了達到最大的分集增益，對於所有可能的 \mathbf{c} 和 $\tilde{\mathbf{c}}$ ($\mathbf{c} \neq \tilde{\mathbf{c}}$)，矩陣 $Z(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$ 的秩必須儘可能增加，其最大的情況為滿秩 nm (full-rank)。

- 行列式準則(The Determinant Criterion): 對於所有可能的 \mathbf{c} 和 $\tilde{\mathbf{c}}$ ($\mathbf{c} \neq \tilde{\mathbf{c}}$)，應儘量使矩陣 $Z(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$ 的最小行列式值 $(\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_r)$ 之乘積儘可能地最大化，藉以提高時空碼的編碼增益。

我們由(16)式可以觀察到分集增益和編碼增益以不同的方式影響錯誤率的上邊界，在高訊雜比的情況下，成對錯誤機率受到 \mathbf{G}_d 的影響較 \mathbf{G}_c 大。因此，在設計上我們應該優先考量滿足秩準則，其次才是行列式準則。

2. 時空碼在高 rm 下之成對錯誤率分析

接下來我們探討 $rm \geq 4$ 的情況，我們根據第(12)式，並且假設 $|\beta_{i,j}|$ 為 Rayleigh 分佈，而 $|\beta_{i,j}|^2$ 則為獨立中央卡方分佈 (central chi-squared distribution)。對於高 rm ($rm \geq 4$) 值的條件下，並且根據中央極限定理可將(14)式近似成一高斯的隨機變數 ξ ，其所對應的平均值及變異數如下

$$\mu_\xi = m \sum_{i=0}^{r-1} \lambda_i, \quad \sigma_\xi^2 = m \sum_{i=0}^{r-1} \lambda_i^2$$

將結果代入(12)式則配對錯誤率則可表示為

$$P(\mathbf{c} \rightarrow \tilde{\mathbf{c}}) \leq \frac{1}{2} \exp \left(\frac{1}{2} \left(\frac{1}{4N_0} \right)^2 m \sum_{i=0}^{r-1} \lambda_i^2 - \frac{m \sum_{i=0}^{r-1} \lambda_i}{4N_0} \right) \cdot Q \left(\frac{\sqrt{m \sum_{i=0}^{r-1} \lambda_i / m \sum_{i=0}^{r-1} \lambda_i^2}}{4N_0} \right) \quad (17)$$

假設操作高訊雜比的條件下，(17)式可再做進一步化簡如下

$$P(\mathbf{c} \rightarrow \tilde{\mathbf{c}}) \leq \frac{1}{4} \exp \left(\frac{-m}{4N_0} \sum_{i=0}^{r-1} \lambda_i \right) \quad (18)$$

根據(18)式我們可以觀察到成對錯誤率是與 $Z(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$ 矩陣中不為零的特徵值和有關。因此，為了降低錯誤率，對於任何不同的 \mathbf{c} 和 $\tilde{\mathbf{c}}$ ，應儘量使矩陣 $Z(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$ 中最小特徵值和最大。對於一方陣而言，取其特徵值和等同於取其對角矩陣中對角元素之和(跡數值-trace)，其數學表示法可表示為

$$\begin{aligned} \text{tr}(Z(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})) &= \sum_{i=0}^{r-1} \lambda_i = \sum_{i=0}^{n-1} \mathbf{Z}_{i,i} \\ &= \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{t=0}^{L-1} |(c_{i,t} - \tilde{c}_{i,t})|^2 \end{aligned} \quad (19)$$

我們可觀察出矩陣 $Z(\mathbf{c}, \bar{\mathbf{c}})$ 的跡數值等效於 \mathbf{c} 和 $\bar{\mathbf{c}}$ 之間的平方歐基里德距離。因此，使矩陣 $Z(\mathbf{c}, \bar{\mathbf{c}})$ 的跡數值最大其實等同於使 \mathbf{c} 和 $\bar{\mathbf{c}}$ 之間的平方歐基里德距離達到最大。藉由以上分析，在 $rm \geq 4$ 的狀況且平緩 Rayleigh 衰褪通道之下，我們也有其對應的編碼設計準則如下

• 跡數準則 (The Trace Criterion): 對於所有可能的 \mathbf{c} 和 $\bar{\mathbf{c}}$ ($\mathbf{c} \neq \bar{\mathbf{c}}$) 盡量使 $Z(\mathbf{c}, \bar{\mathbf{c}})$ 的跡數值為最大，也就是說讓 $(\lambda_0 \cdots \lambda_{r-1})$ 之和儘可能變大，藉以提高時空碼的碼字間的最小平方歐基里德距離。

3 擷取時空碼之編碼與解碼

本章節將介紹本年度研究計劃之系統架構，其中包括 3.1 擷取時空碼之編碼和 3.2 擷取時空碼之解碼 3.3 擷取時空碼之編碼設計準則。

3.1 擷取時空碼之編碼

我們延用基本時空碼系統結構，對於一傳送出去長度為 L 的資料序列，假設 $c_{i,t}$ 為在時間 t 時，從第 i 根天線傳送出去的符號， $\forall 0 \leq t \leq L-1, 0 \leq i \leq n-1$ 。我們可以經由週期性的刪除從母碼 \mathbf{C} 傳送出去的符號 $c_{i,t}$ ，藉此設計出一嶄新編碼系統，稱為擷取時空碼。

首先，我們先定義一個擷取週期為 p 的擷取表 (punctured table) A ， A 為一個 $n \times p$ 的矩陣，其中 $a_{u,v}$ 為第 u 列中第 v 欄位的擷取元素 (puncturing element) 且 $a_{u,v} \in \{0, 1\}$ 。在時間 t 時，編碼器 n 根天線輸出中的第 i 個碼字符號與擷取表 A 中的 $a_{i,t \bmod p}$ 作比對。當 $a_{i,t \bmod p}$ 為 1 時，碼字符號 $c_{i,t}$ 被傳送到通道中；當 $a_{i,t \bmod p}$ 為 0 時， $c_{i,t}$ 就被擷取沒有傳送到通道中。對於一個碼率為 K/N 的母碼，其中 $N = n \log_2 M$ 可以產生一系列碼率為 $Kp/(\phi \log_2 M)$ 的子碼，其中 ϕ 為擷取表 A 中不為零的元素個數 $\forall [pK/\log_2 M] \leq \phi \leq pn$ 。

接下來我們舉一個例子來說明，對一有兩根傳送天線且碼率為 $2/4$ 的母碼使用 QPSK 來作調變，它的產生序列為 $g_1 = [(0, 2), (1, 2)]$ 和 $g_2 = [(2, 3), (2, 0)]$ 且它的編碼器如圖 (2) 所示。其中 (r_t, s_t) 表示在時間 t 時輸入的二位元資料且 $(x_{0,t}, x_{1,t})$ 表示編碼器所對應的輸出符號，它的數學表示式如下

$$(x_{0,t}, x_{1,t}) = r_t(0, 2) \oplus_4 r_{t-1}(1, 2) \oplus_4 s_t(2, 3) \oplus_4 s_{t-1}(2, 0)$$

其中我們傳送出去的符號 $c_{i,t}$ 可以表示成

$$c_{i,t} = \sqrt{E_s} \exp(j \cdot x_{i,t} \cdot \pi/2) \text{ for } i = 0, 1.$$

給定一個擷取表 A 為

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

經由擷取表 A 擷取之後，我們的傳送出的符號可表示成

$$\begin{pmatrix} c_{0,0} & c_{0,1} & c_{0,2} & c_{0,3} & c_{0,4} & c_{0,5} & c_{0,6} & c_{0,7} & c_{0,8} & \cdots \\ c_{1,0} & c_{1,1} & c_{1,2} & c_{1,3} & c_{1,4} & c_{1,5} & c_{1,6} & c_{1,7} & c_{1,8} & \cdots \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} c_{0,0} & c_{0,1} & \times & c_{0,3} & c_{0,4} & \times & c_{0,6} & c_{0,7} & \times & \cdots \\ \times & c_{1,1} & c_{2,2} & \times & c_{1,4} & c_{1,5} & \times & c_{1,7} & c_{1,8} & \cdots \end{pmatrix}$$

其中 \times 表示此位置的符號被擷取掉，藉由這樣的方式我們可以產生一個 $(n, p, \phi, K, N, M) = (2, 3, 4, 2, 4, 4)$ 碼率為 $3/4$ 的擷取子碼。

3.2 擷取時空碼之解碼

根據如圖 (1) 的系統架構，在時間 t 時，第 j 根天線接收到的訊號為 $r_{j,t}$ 可以表示為

$$r_{j,t} = \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_{i,j} \cdot a_{i,t \bmod p} \cdot c_{j,t} + n_{j,t}$$

假設理想的通道狀態訊息 $\alpha_{i,j}$ ，我們可以用最大可能性解碼對符號 $\hat{c}_{i,t}$ 作解碼使下列 metric 為最小

$$\sum_{t=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{m-1} \left| r_{j,t} - \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_{i,j} \cdot a_{i,t \bmod p} \cdot \hat{c}_{i,t} \right|^2. \quad (20)$$

因此，我們可以利用 (20) 式來計算每個分支的 metric。接著利用斐特比解碼器對擷取碼作解碼，其中當 $a_{i,t \bmod p}$ 為 0 時，表示此時符號經擷取後不傳送到通道中，所以不需要計算其 metric 之值，對於狀態 metric 也就沒有影響。將 (20) 式擷取時空碼之解碼狀態 metric 與原來沒有作擷取的母碼之解碼狀態 metric (3) 式作比較，我們發現只要在其中乘上一對應擷取表 A 的元素 $a_{i,t \bmod p}$ ，即可用原本時空母碼的解碼器，對產生的同一系列擷取子碼作解碼。

3.3 擷取時空碼之設計準則

一般解碼器犯錯的機率上邊界我們可以 (21) 式來描述

$$P = P_r \left(\bigcup_j \bigcup_i e_{i,j} | c \right) \quad (21)$$

其中 $e_{i,j}$ 表示為第 i 條錯誤路徑在第 j 個時間離開正確的碼字路徑 c 之事件如圖 (3)，一般來說時空碼不是線性的碼，所以我們必須針對所有可能發生的正確路徑去做平均，來求得解碼器犯錯的平均錯誤機率如 (22) 式

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \sum_c P(c) P_r \left(\bigcup_j \bigcup_i e_{i,j} | c \right) \\ &\leq \sum_c P(c) \sum_j P_r \left(\bigcup_i e_i | c \right) \end{aligned} \quad (22)$$

其中 $P(c)$ 是編碼器傳送正確路徑 c 的機率， e_i 是在任意的時間點 j 時開始發生錯誤的事件，我們觀察得知機率 $P_r(\bigcup_i e_i|c)$ 跟時間 j 無關，所以(22)式可化簡成

$$\begin{aligned}\bar{P}_e &= \sum_c P(c) P_r \left(\bigcup_i e_i | c \right) \\ &\leq \sum_c P(c) \sum_i P_r(e_i | c).\end{aligned}\quad (23)$$

接下來(23)式，可繼續寫成

$$\begin{aligned}\bar{P}_e &\leq \sum_c P(c) \sum_i P_r(e_i | c) \\ &= \sum_c P(c) \sum_i P_r(c \rightarrow e_i | c) \\ &= \sum_{d_i^2 \in \Gamma} A_{d_i^2} P_{d_i^2}\end{aligned}\quad (24)$$

其中 $P_r(c \rightarrow e_i | c)$ 是成對錯誤機率， $P_{d_i^2}$ 表示解碼器選擇平方歐基里德距離為 d_i^2 的錯誤路徑之機率， $A_{d_i^2}$ 表示其路徑距離為 d_i^2 所對應的路徑平均個數， $\Gamma = \{d^2(c, \tilde{c}) | \forall c \neq \tilde{c} \in \hat{C}\}$ ，我們稱無限成對(infinity pairs)集合 $\{d^2, A_{d^2}\}$ 為此碼所對應之距離頻譜(distance spectrum)，它可以用來判斷時空碼的好壞。由於每個錯誤事件 $c \rightarrow e_i$ 會導致某些位元的錯誤，因此我們可將(24)式中的 $A_{d_i^2}$ 用 $B_{d_i^2}$ 替代，其中 $B_{d_i^2}$ 表示為距離為 d_i^2 錯誤路徑所對應的平均位元錯誤個數。假設每個單位時間我們處理的位元個數為 k 個，因此平均位元錯誤率的邊界可以表示成

$$\bar{P}_b \leq \sum_{d_i^2 \in \Gamma} \frac{1}{k} B_{d_i^2} P_{d_i^2}.\quad (25)$$

對於擷取時空碼而言，由於擷取碼跟時間的相關性，使得我們的事件錯誤率跟擷取週期 p 有關。如圖(4)，我們將每 p 個時間槽視為一個新的單位時間(time unit)，不同時間點離開正確路徑所得到的平方歐基里德距離和擷取表有關。因此，由 p 個時間點離開正確碼字路徑的事件錯誤機率我們必須都考慮，對其全部的 $A_{d_i^2}$ ， $B_{d_i^2}$ 個數取平均可得平均事件錯誤機率為

$$\bar{P}_e \leq \frac{1}{p} \sum_{d_i^2 \in \Gamma} A_{d_i^2} P_{d_i^2}\quad (26)$$

且平均位元錯誤機率為

$$\bar{P}_b \leq \frac{1}{p} \sum_{d_i^2 \in \Gamma} B_{d_i^2} P_{d_i^2}.\quad (27)$$

根據斐特比解碼方法使錯誤率降低最好的原則，就是使最小平方歐基里德距離最大。但是根據我們的觀察，不同擷取碼之間的最小平方歐基里德距

離大小有可能相同，我們發現斐特比解碼器的犯錯機率除了跟平方歐基里德距離大小有關之外，也跟它所對應的事件錯誤機率(error event probability)的路徑係數(path multiplicity) A_{d^2} 以及位元錯誤率的權重(bit error weight) B_{d^2} 有關，所以在接下來的分析中，這兩個參數成為擷取時空碼設計準則以及優良碼電腦搜尋之重要參考依據。為了分析並設計擷取時空碼，我們對原始時空碼之跡數準則作一延伸。在此我們考慮一擷取碼 \hat{C} 與兩個碼字符號 $\mathbf{c} = (c_{i,t} \forall i, t)$ 與 $\tilde{\mathbf{c}} = (\tilde{c}_{i,t} \forall i, t)$ ，其解碼器將傳送碼字符號 \mathbf{c} 判別成碼字符號 $\tilde{\mathbf{c}}$ 的成對錯誤機率上邊界可寫為

$$\begin{aligned}\Pr(\mathbf{c} \rightarrow \tilde{\mathbf{c}} | \forall \alpha_{i,j}) \\ \leq \frac{1}{2} \exp \left(\frac{-1}{4N_0} \sum_{t=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_{i,j} \cdot B_{i,t} \right)^2.\end{aligned}\quad (28)$$

現在，我們定義一大小為 $n \times L$ 符號差異矩陣(difference matrix) $\mathbf{B}(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$ ，其中第 u 列中第 v 欄位的元素為

$$B_{u,v} = a_{u,v \bmod p} \cdot (c_{u,v} - \tilde{c}_{u,v})$$

且 $0 \leq u \leq n-1$ 與 $0 \leq v \leq L-1$ 。我們令 $\mathbf{Q}(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) = \mathbf{B}(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) \cdot \mathbf{B}^H(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$ 它所對應的特徵值為 $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{n-1}$ 且相關的特徵向量為 $\mathbf{v}_0, \mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_{n-1}$ ，我們令 $\boldsymbol{\Omega}_j = (\alpha_{0,j}, \alpha_{1,j}, \dots, \alpha_{n-1,j})$ 與 $\beta_{i,j} = \boldsymbol{\Omega}_j \cdot \mathbf{v}_i$ 。然後，可得到

$$\boldsymbol{\Omega}_j \mathbf{Q}(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) \boldsymbol{\Omega}_j^H = \sum_{i=0}^{n-1} \lambda_i |\beta_{i,j}|^2$$

接下來，根據上式我們可將(28)式改寫成

$$\Pr(\mathbf{c} \rightarrow \tilde{\mathbf{c}} | \forall \alpha_{i,j}) \leq \frac{1}{2} \exp \left(\sum_{j=0}^{m-1} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\lambda_i |\beta_{i,j}|^2}{4N_0} \right).\quad (29)$$

可將(29)式針對 $\beta_{i,j}$ 作平均可得如(18)式之錯誤機率，如原始時空碼之設計準則，根據 rm 值之大小不同時空擷取碼也有其對應的設計準則，以下我們將錯誤率分析區分為兩種狀況來探討：

1. 時空擷取碼在高 rm 下之成對錯誤率分析

我們定義 r 為矩陣 $\mathbf{Q}(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$ 的秩，假設我們的通道為 Rayleigh 衰褪和 $rm \geq 4$ 的條件下，針對(18)式，對於時空擷取碼我們定義 \mathbf{c} 和 $\tilde{\mathbf{c}}$ 之間的有效距離(effective distance)為

$$d^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) = \sum_{t=0}^{L-1} \sum_{i=0}^{r-1} |a_{i,t \bmod p} \cdot (c_{i,t} - \tilde{c}_{i,t})|^2.\quad (30)$$

經由觀察後我們知道 $\sum_{i=0}^{r-1} \lambda_i = d^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$ 因此，所以(18)式可以被改寫為

$$\Pr(\mathbf{c} \rightarrow \tilde{\mathbf{c}}) \leq \frac{1}{4} \exp \left(\frac{-m}{4N_0} d^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) \right).\quad (31)$$

根據(31)式擷取碼 \hat{C} 的位元錯誤率的上邊界可以寫成

$$P_b(\hat{C}) \leq \sum_{d^2 \in \Gamma} B_{d^2} \exp\left(-\frac{m \cdot d^2}{4N_0}\right) \quad (32)$$

其中, B_{d^2} 為有效距離 $d^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$ 所對應到的平均係數。因此, 擷取碼 \hat{C} 的最小有效距離(minimum effective distance)可被定義為

$$d_{min}^2(\hat{C}) = \min_{\forall \mathbf{c} \neq \tilde{\mathbf{c}} \in \hat{C}} d^2(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}).$$

接著, 我們根據(32)式可觀察出在高訊雜比的情況下, $d_{min}^2(\hat{C})$ 可以當作系統位元錯誤率的衡量標準。

2. 時空擷取碼在低 rm 下之成對錯誤率分析

對於 $rm < 4$ 的情況下, 也有不同的擷取時空碼設計準則。同樣的, 擷取碼 \hat{C} 也有所對應的衡量標準及設計準則, 針對(18)式, 對於擷取時空碼而言我們定義一有效行列式值(efficient determinant)

$$\det(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) = \det\left(\sum_{v=0}^{L-1} (\mathbf{b})^H (\mathbf{b})\right) \quad (33)$$

其矩陣 \mathbf{b} 中的第 u 列中第 v 欄位的元素, $b_{u,v} = a_{u,v \bmod p} \cdot (c_{u,v} - \tilde{c}_{u,v})$ 且 $0 \leq v \leq L-1, 0 \leq u \leq n-1$ 經由觀察得知 $\prod_{i=0}^{n-1} \lambda_i = \det(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$, 因此(16)式可以改寫成

$$\Pr(\mathbf{c} \rightarrow \tilde{\mathbf{c}}) \leq \frac{1}{2} \exp(\det(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})) \left(\frac{-1}{4N_0}\right)^{rm}. \quad (34)$$

接著我們定一個新的變數 Δ 且 $\Delta = \{\det(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}) | \forall \mathbf{c} \neq \tilde{\mathbf{c}} \in \hat{C}\}$, 擷取碼 \hat{C} 的位元錯誤率的上邊界可以寫成

$$P_b(\hat{C}) \leq \sum_{\det \in \Delta} B_{\det} \exp(\det(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})) \left(\frac{-1}{4N_0}\right)^{rm} \quad (35)$$

其中, B_{\det} 為有效行列式值 $\det(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}})$ 所對應到的平均係數。因此, 擷取碼 \hat{C} 的最小有效行列式值(minimum effective determinant)可被定義為

$$\det_{min}(\hat{C}) = \min_{\forall \mathbf{c} \neq \tilde{\mathbf{c}} \in \hat{C}} \det(\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{c}}).$$

同樣地, 我們根據(35)式可觀察出在高訊雜比的條件下, $\det_{min}(\hat{C})$ 可以當作系統位元錯誤率的衡量標準。

如以上之分析, 我們觀察到根據 rm 值大小之不同, 要搜尋一個好的擷取碼時, 須讓 $d_{min}^2(\hat{C})$ 與 $\det_{min}(\hat{C})$ 越大以及 B_{d^2} 越小越好, 表示擷取碼 \hat{C} 所得位元錯誤率越小, 所以當我們在做優良擷取表搜尋時, 必須根據以上之結論當作搜尋之依據。

4 碼率匹配擷取時空碼

在此章節, 我們將討論如何將位元擷取觀念運用在時空碼之非均等錯誤保護中, 以下我們以 $rm \geq 4$

的情況為例, 對於 $rm < 4$ 的情況, 讀者只需將參數有效距離代換成有效行列式值即可。首先假設有 N 個位元數的資料序列被劃分成 W 個子群的資料源 S_l , 對於每個資料位元群組各有不同的位元錯誤保護需求 $P_{b,l}$ 且 $1 \leq l \leq W$ 。在一般狀況之下, 假設 $P_{b,1} \geq P_{b,2} \geq \dots \geq P_{b,W}$, 且

$$\sum_{l=1}^W S_l = N$$

為了對各個不同的子群 S_l 提供非均等錯誤保護, 首先我們選定一個碼率較低且錯誤更正能力較好的時空母碼, 並且選擇一個適合的擷取表以產生一系列不同碼率的子碼 \hat{C}_l , 對於各個不同的子碼有一個最小有效距離 $d_{min}^2(\hat{C}_l)$ 滿足所需要的位元錯誤率 $P_{b,l}$ 。如圖(5)我們可以根據輸入資料所需要的錯誤保護能力, 動態選擇切換不同的擷取表, 子群 S_l 可以被子碼 \hat{C}_l 所保護, 根據這樣的方法來達到我們所需非均等錯誤保護。

然而, 我們觀察到在做動態切換擷取表時, 在轉換邊界時會有不可預期的距離損失而造成錯誤率的提高。舉例來說, 對於傳送天線 $n=2$ 且訊框長度 $L=6$ 的時空碼來說, 所對應到的符號差異矩陣如下

$$\begin{pmatrix} e_{0,0} & e_{0,1} & e_{0,2} & e_{0,3} & 0 & 0 \\ e_{1,0} & 0 & 0 & e_{1,3} & e_{1,4} & e_{1,5} \end{pmatrix} \quad (36)$$

其中 $e_{i,t}$ 表示在時間 t 時第 i 根天線符號間的差距。

接著, 我們假設母碼被下列兩個不同的擷取表擷取:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

根據(30)式我們可知道擷取表 A_1 所對應到的有效距離為

$$d_{A_1}^2 = \sum_{i=0}^1 (|e_{i,0}|^2 + |e_{i,3}|^2) + |e_{0,1}|^2 + |e_{0,2}|^2.$$

對於擷取表 A_2 所對應到的有效距離為

$$d_{A_2}^2 = \sum_{i=0}^1 (|e_{i,0}|^2 + |e_{i,3}|^2) + |e_{1,4}|^2 + |e_{1,5}|^2.$$

不過, 假設我們在時間 $0 \leq t \leq 2$ 使用擷取表 A_1 , 然後在時間 $3 \leq t \leq 5$ 切換到擷取表 A_2 , 此時我們的差異矩陣(36)式會變成下列形式

$$\begin{pmatrix} e_{0,0} & \times & \times & e_{0,3} & 0 & 0 \\ e_{1,0} & 0 & 0 & e_{1,3} & \times & \times \end{pmatrix}$$

最後, 有效距離會變成

$$d_{A_1|A_2}^2 = \sum_{i=0}^1 (|e_{i,0}|^2 + |e_{i,3}|^2)$$

在這個例子中非零項 $e_{0,1}, e_{0,2}, e_{1,4}, e_{1,5}$ 就被我們忽略掉，造成最後有效距離比原來的有效距離 $d_{A_1}^2$ 或是 $d_{A_2}^2$ 來得小。

為了要避免在切換擷取表的過程中，不會有距離被我們遺漏掉。因此，為了達到非均等錯誤保護，我們要求擷取表必須滿足配碼率匹配準則(rate-compatible criterion)[9]如下述：

$$\text{if } a_{u,v}(i) = 1, \text{ then } a_{u,v}(j) = 1 \\ \forall u, v \text{ and } 1 \leq i < j \leq W \quad (37)$$

其中 $a_{u,v}(i)$ 表示預保護子群 S_i 所對應擷取表 $A(i)$ 中第 u 列中第 v 個欄位的元素。

根據(37)式，所有高碼率的子碼，所傳送出去的碼字符號會被保存在較低碼率的子碼中。除此之外，我們在傳送訊息資料時，會先將資料依照錯誤敏感度的不同依序群集在一起，在將不同的子群集合成一個超級訊框(super frame) 如圖(6)所示。所有在擷取表切換邊界(switch boundary)的路徑 $A(l)$ 與 $A(l+1)$ 所對應到的有效距離至少是 $d_{min}^2(\hat{C}_l)$ ，訊框內資料排列狀況如圖(7)所示，因此我們可以保證錯誤率在一定的要求內。

5 碼率匹配擷取時空碼模擬結果

接下來，對於 $rm \geq 4$ 的情況下，我們進一步舉例說明如何產生一系列優良之不同碼率的時空子碼，考慮擷取表 3 中產生序列為 $g_1 = [(0, 2), (1, 2)]$ 且 $g_2 = [(2, 3), (2, 0)]$ ，其所對應的擷取表分別如下

$$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad A(2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \\ A(3) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad A(4) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

由此擷取表，一系列之不同碼率的碼率匹配擷取時空碼可以被建構出來，其所對應的最小有效距離分別為 2, 4, 6, 10。在這邊我們所模擬的狀況為在平穩 Rayleigh 衰褪的通道中，其所對應的錯誤率曲線情形如圖(8)所示。由圖(8)可以觀察出，擷取碼的有效距離越大的話，它所對應的位元錯誤率越好。由此驗證出最小的有效距離，真的可以當做估測系統錯誤率的一個好的衡量標準。

除此之外，如果我們將上面所提的擷取表 $A(2)$ 換成

$$A'(2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

其中 $A'(2)$ 違反了碼率匹配準則，但是它仍然是同一系列母碼中的一個擷取子碼，其所對應的碼率為 4/6 和最小有效距離為 4 與 $A(2)$ 相同。我們同時對上面所提兩個系列情況作一模擬，如圖(7)所示，在這我們令每一個來源資料區塊(block)的長度為包含 32 個位元，對於其位元錯誤率操作於訊雜比在 12-dB 的情形下所對應情形如圖(9)所示。由圖(9)，

碼率匹配擷取時空碼確實達到我們所需要的非均等錯誤保護的要求。另外，對於沒有滿足上面所提碼率匹配準則的系列子碼來說，在碼率從 4/6 轉換到 4/7 的過程當中，會造成沒有辦法預期到的位元錯誤率衰減的情況發生。所以，為了應用擷取時空碼於非均等錯誤保護中，以確保達到我們所預期的保護需求，碼率匹配準則是需要的。

同樣地，對於 $rm < 4$ 的情況下，我們也舉一個例子說明如何產生一系列優良之不同碼率的時空子碼，考慮產生序列為 $g_1 = [(0, 2), (2, 0)]$ 且 $g_2 = [(2, 1), (1, 2), (0, 2)]$ ，其所對應的擷取表分別如下

$$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ A(2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ A(3) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

其所對應的最小有效行列式值分別為 4, 8, 16。模擬的狀況同樣在平穩 Rayleigh 衰褪的通道中，並且假設我們的訊息資料長度大小為每個訊框 128 位元，其所對應的錯誤率曲線情形如圖(10)所示。由圖(10)可以觀察出，擷取碼的有效行列式值越大的話，它所對應的位元錯誤率越好。由這裡我們可以驗證出最小的有效行列式值，可以當做估測系統錯誤率的一個好的衡量標準。

以下，我們接著討論在不同的時空母碼以及不同 rm 值下，有效距離是否真的可以當做系統效能的一個參考，我們針對擷取表 2 中週期 $p = 3$ ， $M = 2, 3, 4$ 之系列擷取碼模擬，由於此系列擷取碼沒有達到滿秩，所以我們刻意提高接收端天線個數使乘積值滿足 $rm \geq 4$ 之狀況，如圖(11)我們發現當 $rm < 4$ 時，有效距離沒有辦法有效的區分系統效能的好壞，接著我們觀察圖(12)(13)，當滿足 $rm \geq 4$ 的條件時，最小有效距離與係數 B_{d^2} 之大小不同確實造成系統效能的差別。根據我們模擬的結果觀察到，對於 $rm < 4$ 的條件下所得到的時空擷取碼系統效能比 $rm \geq 4$ 的擷取碼效能差，對於需要高資料量、高可靠度及高品質的無線傳輸系統而言， $rm \geq 4$ 條件下的擷取時空碼似乎較符合我們所需的系統需求，所以我們在做優良之碼率匹配擷取碼搜尋時，只針對 $rm \geq 4$ 的系列做電腦大規模搜尋。所得搜尋結果請見後列碼簿。

6 結論

本三年期計畫乃結合非均等錯誤保護與時空編碼技術，擷取二者之優點以設計出適合於無線多媒體傳輸之通道編碼系統。在本年度計畫中，研究主力集中於結合位元擷取技術與既有之時空編碼系統，以建構具時域非均等錯誤保護能力之新一代碼率匹配擷取時空碼。所得之新型時空碼不僅可有效對抗多重路徑衰褪的干擾，同時亦兼具彈性的資料傳輸率可供多媒體服務使用。此外，相同系列的碼率

匹配擷取時空碼皆可用原始母碼之解碼器來進行解碼，因此更可大幅降低解碼所需之硬體複雜度。對於 rm 的大小不同，我們分別推導出最小有效距離、最小有效行列式值及所對應的路徑平均係數和位元錯誤個數權重，來當作衡量擷取子碼的效能好壞的標準；當最小的有效距離、最小有效行列式值越大時及對應係數越小時，所表現出的錯誤保護能力愈好。依據此最佳設計準則，我們利用電腦大規模搜尋一系列具各種碼率及不同複雜度之高效能碼率匹配擷取時空碼。此外，延續前兩年之研究成果，未來一年之計畫預計將針對本計畫所研發之非均等錯誤保護時空編碼系統從軟體無線電的角度進行兼具高效率、低耗能以及彈性架構之解碼器設計及其 DSP/FPGA 硬體實現。

參考文獻

- [1] J. G. Proakis, *Digital Communication*, New York: McGraw-Hill, 4rd ed., 2001.
- [2] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication: performance criterion and code construction," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 44, pp. 744-765, Mar. 1999.
- [3] V. Tarokh, A. Naguib, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication: performance criterion in the presence of channel estimation errors, mobility, and multiple paths," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, pp. 199-207, Feb. 1999.
- [4] S. M. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 16, pp. 1451-1458, Oct. 1998.
- [5] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank, "Space-time block coding for wireless communications: performance results," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 17, pp. 451-460, Mar. 1999.
- [6] V. Tarokh, H. Jafarkhani, and A. R. Calderbank, "Space-time block coding from orthogonal designs," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 45, pp. 1456-1467, July 1999.
- [7] H. Jafarkhani, "A quasi-orthogonal space-time block code," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, pp. 1-4, Jan. 2001.
- [8] C.-H. Wang, "Combined space-time coding and unequal error protection for channel coding of high-rate wireless multimedia communications: theory and implementation (1/3)," NSC Research Project, NSC 92-2213-E-033-030, 2003.
- [9] J. Hagenauer, "Rate-compatible punctured convolutional codes (RCPC codes) and their applications," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 36, pp. 389-400, Apr. 1988.
- [10] L. H. C. Lee, "New rate-compatible punctured convolutional codes for Viterbi decoding," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 42, pp. 3073-3079, Dec. 1994.

- [11] Z. Chen, B. Vucetic, J. Yuan, K. L. Lo, "Space-time Trellis Codes with Two, Three and Four Transmit Antenna in Quasi-Static Flat Fading Channels", *IEEE Int. Conf. Commun.*, Vol.3, Apr. 2002, pp.1589-595.
- [12] J. Yuan, Z. Chen, B. Vucetic, W. Firmanto, "Performance and Design of Space-Time Coding in Fading Channels", *IEEE Trans. Commun.*, Vol.51, Dec. 2003, pp.1991-1996.

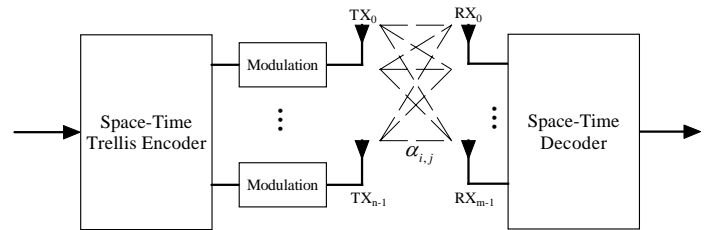


圖 1: 擷取時空碼的系統架構

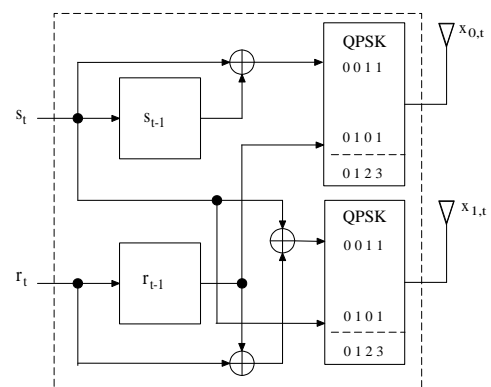


圖 2: 4個狀態的時空母碼編碼器

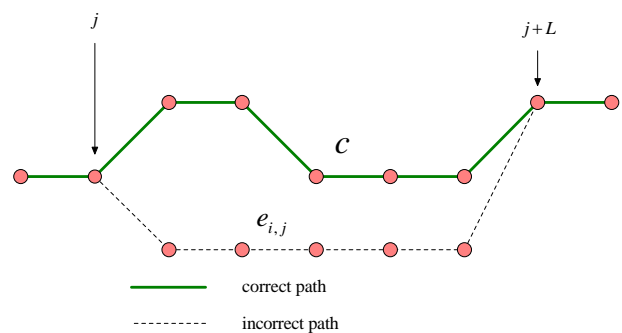


圖 3: 長度 L 之正確路徑與錯誤路徑的籬柵圖

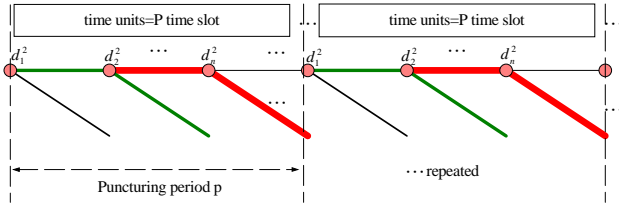


圖 4: 擷取時空碼的錯誤事件

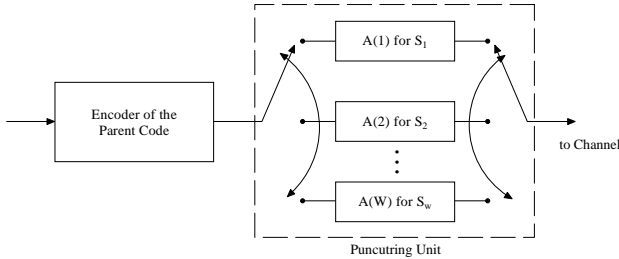


圖 5: 動態切換擷取表以達到非均等錯誤保護

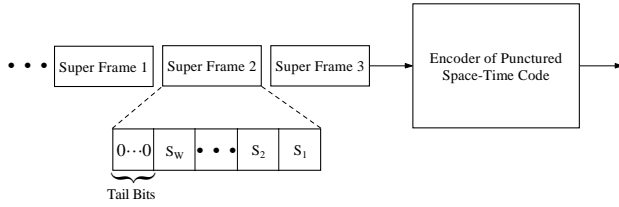


圖 6: 訊息資料排列架構

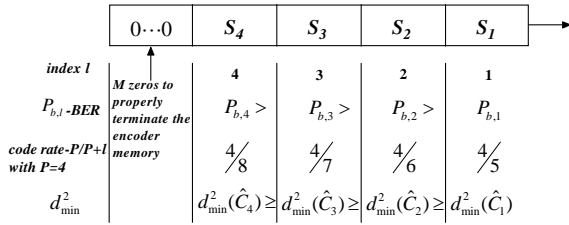


圖 7: 根據各自錯誤保護需求的訊息位元排列架構

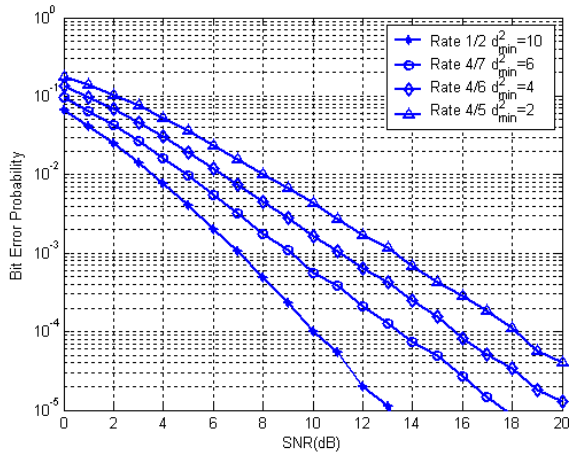


圖 8: P=4 M=2 碼率匹配擷取時空碼的錯誤率

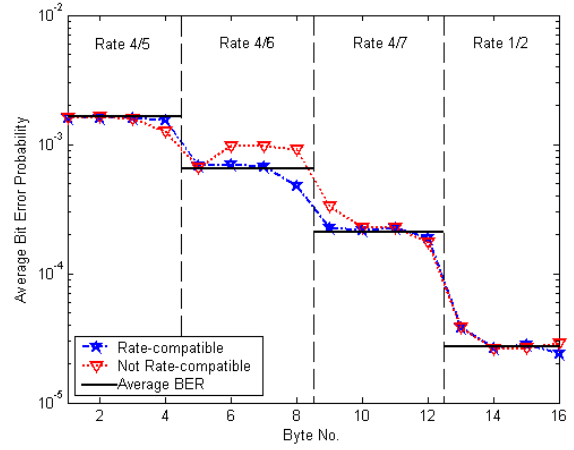


圖 9: 超級訊框中所對應到各區塊的錯誤率情形

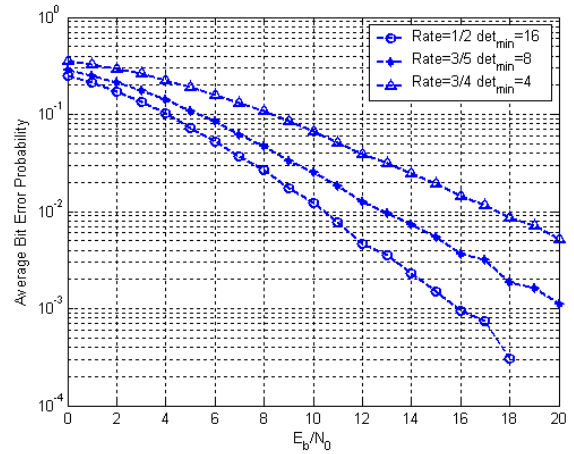


圖 10: P=3 M=3 碼率匹配擷取時空碼的錯誤率

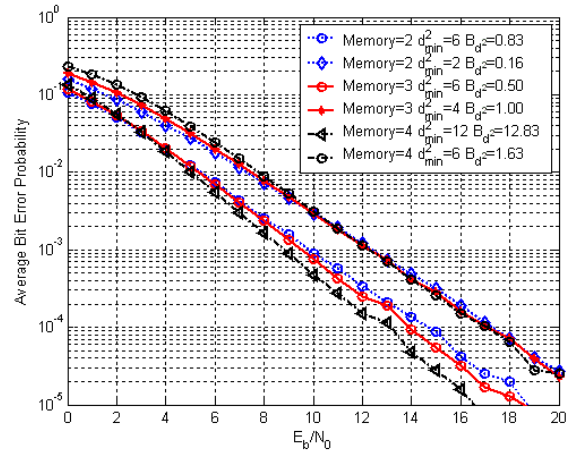


圖 11: 有效距離與 $rm = 2$ 之系統效能模擬

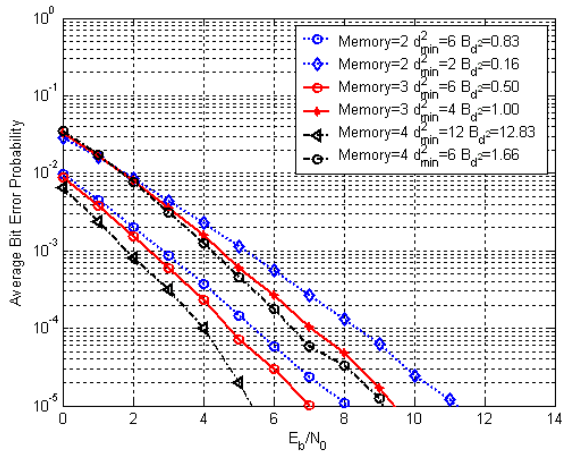


圖 12: 有效距離與 $rm = 4$ 之系統效能模擬

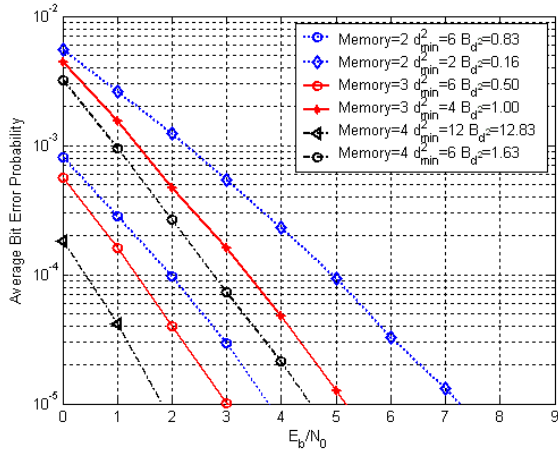


圖 13: 有效距離與 $rm = 6$ 之系統效能模擬

表 1: 碼率匹配擷取時空碼-週期 $p=2$, $n=2$, QPSK 調變

Memory	Generator Sequences of Parent Code	$d_{min}^2(C)$	Puncturing Table	Code Rate	$d_{min}^2(\hat{C})$	A_{p_i}	B_{p_i}
2	$g_1=[(0,2),(1,2)]$ $g_2=[(2,3),(2,0)]$	10	$\begin{bmatrix} 11 \\ 01 \end{bmatrix}$	2/3	4	0.50	0.50
3	$g_1=[(2,2),(2,1)]$ $g_2=[(2,0),(1,2),(0,2)]$	12	$\begin{bmatrix} 01 \\ 11 \end{bmatrix}$	2/3	4	0.50	0.50
4	$g_1=[(1,2),(1,3),(3,2)]$ $g_2=[(2,0),(2,2),(2,0)]$	16	$\begin{bmatrix} 11 \\ 01 \end{bmatrix}$	2/3	8	1.00	0.75
5	$g_1=[(0,2),(2,3),(1,2)]$ $g_2=[(2,2),(1,2),(2,3),(2,0)]$	16	$\begin{bmatrix} 01 \\ 11 \end{bmatrix}$	2/3	8	0.75	1.25
6	$g_1=[(0,2),(3,1),(3,3),(3,2)]$ $g_2=[(2,2),(2,2),(0,0),(2,0)]$	18	$\begin{bmatrix} 11 \\ 01 \end{bmatrix}$	2/3	8	0.25	0.25

表 2: 碼率匹配擷取時空碼-週期 $p=3$, $n=2$, QPSK 調變

Memory	Generator Sequences of Parent Code	$d_{min}^2(C)$	Puncturing Table	Code Rate	$d_{min}^2(\hat{C})$	A_{p_i}	B_{p_i}
2	$g_1=[(0,2),(1,2)]$ $g_2=[(2,3),(2,0)]$	10	$\begin{bmatrix} 100 \\ 111 \end{bmatrix}$	3/4	2	0.33	0.16
			$\begin{bmatrix} 110 \\ 111 \end{bmatrix}$	3/5	6	1.00	0.83
3	$g_1=[(2,2),(2,1)]$ $g_2=[(2,0),(1,2),(0,2)]$	12	$\begin{bmatrix} 011 \\ 101 \end{bmatrix}$	3/4	4	0.66	1.00
			$\begin{bmatrix} 111 \\ 101 \end{bmatrix}$	3/5	6	0.33	0.50
4	$g_1=[(1,2),(1,3),(3,2)]$ $g_2=[(2,0),(2,2),(2,0)]$	16	$\begin{bmatrix} 110 \\ 110 \end{bmatrix}$	3/4	6	1.33	1.66
			$\begin{bmatrix} 111 \\ 110 \end{bmatrix}$	3/5	12	8.33	12.83
5	$g_1=[(0,2),(2,3),(1,2)]$ $g_2=[(2,2),(1,2),(2,3),(2,0)]$	16	$\begin{bmatrix} 011 \\ 101 \end{bmatrix}$	3/4	4	0.08	0.16
			$\begin{bmatrix} 111 \\ 101 \end{bmatrix}$	3/5	6	0.08	0.16
6	$g_1=[(0,2),(3,1),(3,3),(3,2)]$ $g_2=[(2,2),(2,2),(0,0),(2,0)]$	18	$\begin{bmatrix} 011 \\ 101 \end{bmatrix}$	3/4	8	3.00	6.33
			$\begin{bmatrix} 011 \\ 111 \end{bmatrix}$	3/5	12	4.50	9.04

表 3: 碼率匹配擷取時空碼-週期 $p=4$, $n=2$, QPSK 調變

Memory	Generator Sequences of Parent Code	$d_{min}^2(C)$	Puncturing Table	Code Rate	$d_{min}^2(\hat{C})$	A_{p_i}	B_{p_i}
2	$g_1=[(0,2),(1,2)]$ $g_2=[(2,3),(2,0)]$	10	$\begin{bmatrix} 1101 \\ 0011 \end{bmatrix}$	4/5	2	0.25	0.13
			$\begin{bmatrix} 1101 \\ 0111 \end{bmatrix}$	4/6	4	0.25	0.25
			$\begin{bmatrix} 1101 \\ 1111 \end{bmatrix}$	4/7	6	0.50	0.25
3	$g_1=[(2,2),(2,1)]$ $g_2=[(2,0),(1,2),(0,2)]$	12	$\begin{bmatrix} 0101 \\ 1011 \end{bmatrix}$	4/5	4	1.75	2.88
			$\begin{bmatrix} 0111 \\ 1011 \end{bmatrix}$	4/6	6	1.50	2.25
			$\begin{bmatrix} 1111 \\ 1011 \end{bmatrix}$	4/7	8	1.00	1.50
4	$g_1=[(1,2),(1,3),(3,2)]$ $g_2=[(2,0),(2,2),(2,0)]$	16	$\begin{bmatrix} 1011 \\ 0110 \end{bmatrix}$	4/5	4	0.75	1.38
			$\begin{bmatrix} 1011 \\ 0111 \end{bmatrix}$	4/6	8	2.50	4.13
			$\begin{bmatrix} 1111 \\ 0111 \end{bmatrix}$	4/7	12	5.75	9.00
5	$g_1=[(0,2),(2,3),(1,2)]$ $g_2=[(2,2),(1,2),(2,3),(2,0)]$	16	$\begin{bmatrix} 0101 \\ 0111 \end{bmatrix}$	4/5	6	1.71	3.32
			$\begin{bmatrix} 1101 \\ 0111 \end{bmatrix}$	4/6	6	0.23	0.46
			$\begin{bmatrix} 1111 \\ 0111 \end{bmatrix}$	4/7	8	0.13	0.22
6	$g_1=[(0,2),(3,1),(3,3),(3,2)]$ $g_2=[(2,2),(2,2),(0,0),(2,0)]$	18	$\begin{bmatrix} 0111 \\ 1010 \end{bmatrix}$	4/5	6	0.63	0.88
			$\begin{bmatrix} 0111 \\ 1011 \end{bmatrix}$	4/6	8	0.75	1.19
			$\begin{bmatrix} 0111 \\ 1111 \end{bmatrix}$	4/7	12	1.25	2.19

表 4: 碼率匹配擷取時空碼-週期 $p=5, n=2$, QPSK 調變

Memory	Generator Sequences of Parent Code	$d_{min}^2(C)$	Puncturing Table	Code Rate	$d_{min}^2(\hat{C})$	A_{p^2}	B_{p^2}
2	$g_1=[(0,2),(1,2)]$ $g_2=[(2,3),(2,0)]$	10	$\begin{bmatrix} 01011 \\ 01101 \end{bmatrix}$	5/6	2	0.40	0.60
			$\begin{bmatrix} 01011 \\ 01111 \end{bmatrix}$	5/7	4	1.20	1.30
			$\begin{bmatrix} 11011 \\ 01111 \end{bmatrix}$	5/8	6	1.60	1.60
			$\begin{bmatrix} 11111 \\ 01111 \end{bmatrix}$	5/9	6	0.4	0.2
3	$g_1=[(2,2),(2,1)]$ $g_2=[(2,0),(1,2),(0,2)]$	12	$\begin{bmatrix} 01110 \\ 10011 \end{bmatrix}$	5/6	4	2.80	5.80
			$\begin{bmatrix} 01110 \\ 11011 \end{bmatrix}$	5/7	4	0.20	0.30
			$\begin{bmatrix} 01111 \\ 11011 \end{bmatrix}$	5/8	6	0.40	0.60
			$\begin{bmatrix} 11111 \\ 11011 \end{bmatrix}$	5/9	8	0.40	0.40
4	$g_1=[(1,2),(1,3),(3,2)]$ $g_2=[(2,0),(2,2),(2,0)]$	16	$\begin{bmatrix} 01011 \\ 11010 \end{bmatrix}$	5/6	4	0.60	1.10
			$\begin{bmatrix} 01011 \\ 11110 \end{bmatrix}$	5/7	6	0.80	1.50
			$\begin{bmatrix} 01011 \\ 11111 \end{bmatrix}$	5/8	8	1.20	2.30
			$\begin{bmatrix} 11011 \\ 11111 \end{bmatrix}$	5/9	12	5.00	8.50
5	$g_1=[(0,2),(2,3),(1,2)]$ $g_2=[(2,2),(1,2),(2,3),(2,0)]$	16	$\begin{bmatrix} 11011 \\ 01001 \end{bmatrix}$	5/6	2	0.10	0.20
			$\begin{bmatrix} 11011 \\ 01101 \end{bmatrix}$	5/7	4	0.01	0.03
			$\begin{bmatrix} 11011 \\ 01111 \end{bmatrix}$	5/8	6	0.02	0.06
			$\begin{bmatrix} 11011 \\ 11111 \end{bmatrix}$	5/9	8	0.03	0.10
6	$g_1=[(0,2),(3,1),(3,3),(3,2)]$ $g_2=[(2,2),(2,2),(0,0),(2,0)]$	18	$\begin{bmatrix} 11101 \\ 01010 \end{bmatrix}$	5/6	4	0.10	0.25
			$\begin{bmatrix} 11111 \\ 01010 \end{bmatrix}$	5/7	8	1.10	1.70
			$\begin{bmatrix} 11111 \\ 01011 \end{bmatrix}$	5/8	10	0.50	0.70
			$\begin{bmatrix} 11111 \\ 01111 \end{bmatrix}$	5/9	10	0.1	0.2

表 5: 碼率匹配擷取時空碼-週期 $p=3, n=3$, Memory=2, QPSK 調變

Memory	Generator Sequences of Parent Code	$d_{min}^2(C)$	Puncturing Table	Code Rate	$d_{min}^2(\hat{C})$	A_{p^2}	B_{p^2}
2	$g_1=[(0,2),(1,2,3)]$ $g_2=[(2,3,3),(2,0,2)]$	16	$\begin{bmatrix} 1110 \\ 011 \\ 000 \end{bmatrix}$	3/4	4	1.33	1.67
			$\begin{bmatrix} 1111 \\ 011 \\ 000 \end{bmatrix}$	3/5	6	1.00	0.83
			$\begin{bmatrix} 1111 \\ 111 \\ 000 \end{bmatrix}$	3/6	10	2.00	1.00
			$\begin{bmatrix} 1111 \\ 111 \\ 001 \end{bmatrix}$	3/7	10	0.67	0.33
			$\begin{bmatrix} 1111 \\ 111 \\ 011 \end{bmatrix}$	3/8	12	0.67	0.33

表 6: 碼率匹配擷取時空碼-週期 $p=3, n=3$, Memory=3,4,5,6, QPSK 調變

Memory	Generator Sequences of Parent Code	$d_{min}^2(C)$	Puncturing Table	Code Rate	$d_{min}^2(\hat{C})$	A_{p^2}	B_{p^2}
3	$g_1=[(2,2,2),(2,1,1)]$ $g_2=[(2,0,3),(1,2,0),(0,2,2)]$	20	$\begin{bmatrix} 0111 \\ 110 \\ 000 \end{bmatrix}$	3/4	4	0.67	1.00
			$\begin{bmatrix} 0111 \\ 111 \\ 000 \end{bmatrix}$	3/5	6	0.33	0.50
			$\begin{bmatrix} 1111 \\ 111 \\ 000 \end{bmatrix}$	3/6	12	2.00	2.00
			$\begin{bmatrix} 1111 \\ 111 \\ 001 \end{bmatrix}$	3/7	14	2.17	1.92
			$\begin{bmatrix} 1111 \\ 111 \\ 011 \end{bmatrix}$	3/8	16	1.33	1.00

Memory	Generator Sequences of Parent Code	$d_{min}^2(C)$	Puncturing Table	Code Rate	$d_{min}^2(\hat{C})$	A_{p^2}	B_{p^2}
4	$g_1=[(1,2,1),(1,3,2),(3,2,1)]$ $g_2=[(2,0,2),(2,2,0),(2,0,2)]$	24	$\begin{bmatrix} 1110 \\ 010 \\ 001 \end{bmatrix}$	3/4	8	3.67	4.83
			$\begin{bmatrix} 1110 \\ 010 \\ 101 \end{bmatrix}$	3/5	10	6.33	8.50
			$\begin{bmatrix} 1110 \\ 011 \\ 101 \end{bmatrix}$	3/6	12	0.33	0.17
			$\begin{bmatrix} 1111 \\ 011 \\ 101 \end{bmatrix}$	3/7	16	1.67	1.50
			$\begin{bmatrix} 1111 \\ 011 \\ 111 \end{bmatrix}$	3/8	20	4.33	4.83

Memory	Generator Sequences of Parent Code	$d_{min}^2(C)$	Puncturing Table	Code Rate	$d_{min}^2(\hat{C})$	A_{p^2}	B_{p^2}
5	$g_1=[(0,2,2),(2,3,3),(1,2,2)]$ $g_2=[(2,2,0),(1,2,2),(2,3,1),(2,0,0)]$	24	$\begin{bmatrix} 1011 \\ 011 \\ 000 \end{bmatrix}$	3/4	6	0.83	0.92
			$\begin{bmatrix} 1111 \\ 011 \\ 000 \end{bmatrix}$	3/5	8	0.17	0.17
			$\begin{bmatrix} 1111 \\ 111 \\ 000 \end{bmatrix}$	3/6	16	6.41	8.86
			$\begin{bmatrix} 1111 \\ 111 \\ 001 \end{bmatrix}$	3/7	16	0.40	0.50
			$\begin{bmatrix} 1111 \\ 111 \\ 011 \end{bmatrix}$	3/8	18	0.17	0.17

Memory	Generator Sequences of Parent Code	$d_{min}^2(C)$	Puncturing Table	Code Rate	$d_{min}^2(\hat{C})$	A_{p^2}	B_{p^2}
6	$g_1=[(0,2,2),(3,1,0),(3,3,2),(3,2,1)]$ $g_2=[(2,2,0),(2,2,2),(0,0,3),(2,0,1)]$	28	$\begin{bmatrix} 0111 \\ 110 \\ 000 \end{bmatrix}$	3/4	8	3.00	6.33
			$\begin{bmatrix} 0111 \\ 111 \\ 000 \end{bmatrix}$	3/5	12	4.50	9.04
			$\begin{bmatrix} 0111 \\ 111 \\ 001 \end{bmatrix}$	3/6	18	6.00	9.00
			$\begin{bmatrix} 1111 \\ 111 \\ 001 \end{bmatrix}$	3/7	18	0.33	0.17
			$\begin{bmatrix} 1111 \\ 111 \\ 011 \end{bmatrix}$	3/8	22	0.46	0.46

表 7: 碼率匹配擷取時空碼-週期 $p=4$, $n=3$, Memory=2,3,4, QPSK 調變

Memory	Generator Sequences of Parent Code	$d_{min}(C)$	Puncturing Table	Code Rate	$d_{min}(\hat{C})$	A_{p^2}	B_{p^2}
2	$g_1=[(0,2,2),(1,2,3)]$ $g_2=[(2,3,3),(2,0,2)]$	16	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	4/5	2	0.25	0.13
			$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	4/6	4	0.25	0.25
			$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	4/7	6	0.50	0.25
			$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	4/8	8	0.25	0.13
			$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	4/9	10	1.00	0.50
			$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	4/10	12	1.75	1.31
			$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	3/11	12	0.50	0.25

表 8: 碼率匹配擷取時空碼-週期 $p=4$, $n=3$, Memory=5,6, QPSK 調變

Memory	Generator Sequences of Parent Code	$d_{min}(C)$	Puncturing Table	Code Rate	$d_{min}(\hat{C})$	A_{p^2}	B_{p^2}
5	$g_1=[(0,2,2),(2,3,3),(1,2,2)]$ $g_2=[(2,2,0),(1,2,2),(2,3,1),(2,0,0)]$	24	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	4/5	4	0.42	0.79
			$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	4/6	6	0.27	0.59
			$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	4/7	8	0.13	0.22
			$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	4/8	12	0.13	0.13
			$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	4/9	16	0.90	1.06
			$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	4/10	16	0.13	0.13
			$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	3/11	20	0.81	0.84

Memory	Generator Sequences of Parent Code	$d_{min}(C)$	Puncturing Table	Code Rate	$d_{min}(\hat{C})$	A_{p^2}	B_{p^2}
3	$g_1=[(2,2,2),(2,1,1)]$ $g_2=[(2,0,3),(1,2,0),(0,2,2)]$	20	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	4/5	4	0.13	0.31
			$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	4/6	6	0.50	0.25
			$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	4/7	8	0.50	0.38
			$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	4/8	10	0.75	0.63
			$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	4/9	12	0.75	0.63
			$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	4/10	14	1.00	0.75
			$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	3/11	16	1.00	0.75

Memory	Generator Sequences of Parent Code	$d_{min}(C)$	Puncturing Table	Code Rate	$d_{min}(\hat{C})$	A_{p^2}	B_{p^2}
6	$g_1=[(0,2,2),(3,1,0),(3,3,2),(3,2,1)]$ $g_2=[(2,2,0),(2,2,2),(0,0,3),(2,0,1)]$	28	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	4/5	6	0.50	0.56
			$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	4/6	8	0.25	0.25
			$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	4/7	12	0.63	1.13
			$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	4/8	18	5.00	6.25
			$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	4/9	18	0.66	0.77
			$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	4/10	20	0.50	0.75
			$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	3/11	22	0.31	0.47

Memory	Generator Sequences of Parent Code	$d_{min}(C)$	Puncturing Table	Code Rate	$d_{min}(\hat{C})$	A_{p^2}	B_{p^2}
4	$g_1=[(1,2,1),(1,3,2),(3,2,1)]$ $g_2=[(2,0,2),(2,2,0),(2,0,2)]$	24	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	4/5	8	14.25	25.38
			$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	4/6	8	0.75	0.50
			$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	4/7	10	0.50	0.38
			$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	4/8	12	0.25	0.13
			$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	4/9	16	3.00	3.25
			$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	4/10	18	3.00	3.25
			$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	3/11	20	1.75	1.63