

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫 期中進度報告

## 以干涉相位測量法探討對掌物質的特性及其相關應用(2/3)

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC93-2215-E-009-021-

執行期間：93年08月01日至94年07月31日

執行單位：國立交通大學光電工程學系(所)

計畫主持人：蘇德欽

計畫參與人員：林俊佑，謝博任，簡志成，陳揮文

報告類型：精簡報告

報告附件：出席國際會議研究心得報告及發表論文

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 94 年 5 月 24 日

行政院國家科學委員會專題研究計劃期中報告  
以干涉相位測量法探討對掌性物質及其相關應用(2/3)

Studies on the characteristics of chiral materials with interferometric phase measurement techniques and associated applications

計劃編號：NSC 93-2215-E-009-021

執行期限：93年08月01日至94年07月31日

主持人：蘇德欽 國立交通大學 光電工程學系

E-mail：t7503@faculty.nctu.edu.tw

## 中文摘要

本計劃研究出一種光學外差偏光計，該偏光計可同時測量對掌性物質的旋轉性及折射率；其操作原理是利用旋光外差光源經過對掌物質一段距離後，再經一個與光軸方向上傾斜  $45^\circ$  的長條玻璃分成反射及穿透光，該兩道光分別引進了因對掌性物質的旋轉性及折射率所造成的相位差，此時利用相位計將其讀出即可求出旋轉參數及折射率。本光學外差偏光計的架構簡單，且兼有共光程結構，故背景光及環境擾動上的影響較小。

**關鍵字：**對掌性物質、外差干涉儀、旋轉參數

## 英文摘要

A phase variation occurs when a circularly polarized light beam either passes through a chiral solution or is reflected from a non-absorbing material. They can be measured accurately with a circular heterodyne interferometry. These data are substituted into the special equations derived from Jones calculus. The chiral parameter and the average refractive index of a chiral solution can be estimated simultaneously in just one optical configuration. This polarimeter has the merits of both the common-path interferometer and the heterodyne interferometer. The proposed device was validated in this work.

## 一、緒論：

對掌性物質在生物科技、醫學及製藥上有很多的應用[1,2]，所以瞭解其特性如光學特性、物理特性及化學特性等就變得極為重要。其中旋轉參數及折射率是對掌性物質的重要光學特性。

一般測量旋轉參數的方法是利用偏光計[3-5]。偏光計雖然能測量對掌性物質的旋轉參數但不能同時測量折射率，所以測量折射率則必須再利用其它方法如全反射[6]或布魯斯特角[7]等方式測量，因此在操作上較為麻煩。基於上述問題本文提出旋光外差干涉術可同時測量兩個參數，其原理是利用旋光外差光源經過對掌物質一段距離後再經一個傾斜  $45^\circ$  的長條玻璃分成反射及穿透光，這兩道光分別引進了因對掌性物質的旋轉性及折射率所造成的相位差，此時利用相位計將其讀出即可求出旋轉參數及折射率。本方法的優點有共光程及外差干涉儀的優點。

## 二、原理：

設計架構如 Fig.1 所示，我們設定+z-軸為光線傳播的方向，而+x-軸為與紙張面垂直方向；在圖中，一外差光源沿+z-軸方向經過快軸與水平軸平行之電光晶體及快軸與水平軸  $45^\circ$  之四分之一波片後，

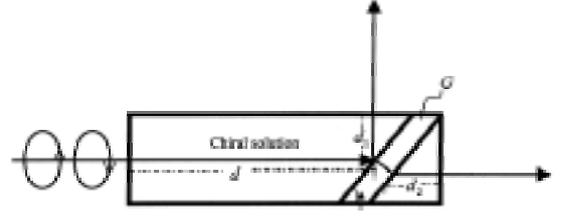


Fig.2 玻璃盒架構圖

Fig.1 光學偏極計架構圖

s-與 p-偏光間會產生角頻率  $\omega$ ，其電場形式可寫為

$$E_i = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} e^{i\frac{\omega t}{2}} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} e^{-i\frac{\omega t}{2} + i\frac{\pi}{2}}, \quad (1)$$

由上式可看出左右圓偏極光分別有頻移  $\omega/2$  以及  $-\omega/2$ 。此圓偏極外差光源入射至 BS 分為兩部分：反射光及穿透光。反射光經過與水平軸夾 45 度的檢偏板後，

$$\begin{aligned} E_r &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-i\frac{\phi_{BS}}{2}} & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\phi_{BS}}{2}} \end{pmatrix} \\ &\times \frac{1}{2} \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} e^{i\frac{\omega t}{2}} + \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} e^{-i\frac{\omega t}{2} + i\frac{\pi}{2}} \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[ \left( i e^{i\frac{\phi_{BS}}{2}} + e^{-i\frac{\phi_{BS}}{2}} \right) e^{i\frac{\omega t}{2}} + \left( i e^{-i\frac{\phi_{BS}}{2}} + e^{i\frac{\phi_{BS}}{2}} \right) e^{-i\frac{\omega t}{2}} \right] \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (2)$$

其中， $\phi_{BS}$  為通過 BS 之後，s-偏光與 p-偏光的相位差。經由上式可得光偵測器  $D_r$  所偵測到的參考光強度  $I_r$  為

$$I_r = |E_r|^2 = \frac{1}{2} (1 + 2 \cos \phi_{BS} \cos \omega t), \quad (3)$$

在另一光程上，穿透光經過一玻璃盒，盒內裝有裝有平均折射率為  $n$ ，旋轉參數為  $g$  之對掌性物質，並有一片傾斜為  $45^\circ$  的玻璃板  $G$ ，如 Fig. 2 所示。其中，旋轉參數  $g$  定義成

$$g = \frac{(n_l - n_r)}{2}, \quad (4)$$

$n_l$  及  $n_r$  分別為左圓及右圓偏極折射率。經過深度為  $d$  的對掌性溶液後，其 Jones vector 可寫成

$$E'_i = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} e^{i\frac{\omega t}{2} - ik_r d} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} e^{-i\frac{\omega t}{2} + i\frac{\pi}{2} - ik_r d}, \quad (5)$$

其中  $k_l$  及  $k_r$  分別為左圓及右圓偏極折射率的波數。然後光被玻璃板  $G$  分為兩部分：反射光與穿透光。兩道光分別在對掌性溶液中經過  $d_1$  及  $d_2$  距離，並且經過檢偏板  $AN_1$  及  $AN_2$ ，最後再進入光偵測器  $D_1$  及  $D_2$ 。另  $r$  及  $t$  為光由溶液至玻璃  $G$  的反射與穿透係數， $r'$  及  $t'$  為玻璃  $G$  至溶液的反射與穿透係數。下標 p 及 s 代表 p 與 s 偏光。若  $AN_1$  及  $AN_2$  的穿透軸設定在與 x 軸夾 45 度處，則光到達  $D_1$  及  $D_2$  的 Jones vector 為

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_p & 0 \\ 0 & r_s \end{pmatrix} \\ &\times \left[ \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \exp(i\frac{\omega t}{2} - ik_r d) \right. \\ &\left. + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \exp(-i\frac{\omega t}{2} + i\frac{\pi}{2} - ik_r d) \right] \\ &= \frac{1}{4} A \cdot \left[ \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \exp(i\frac{\omega t}{2} - ik_r d + i\phi_1) \right. \\ &\left. + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \exp(-i\frac{\omega t}{2} + i\frac{\pi}{2} - ik_r d - i\phi_1 + i\frac{\pi}{2}) \right] \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
E_2 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t'_p & 0 \\ 0 & t'_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_p & 0 \\ 0 & t_s \end{pmatrix} \\
&\quad \times \left[ \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \exp\left(i \frac{\omega t}{2} - k_r d\right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \exp\left(-i \frac{\omega t}{2} + i \frac{\pi}{2} - ik_l d\right) \right] \\
&= \frac{1}{4} B \left[ \exp\left(i \frac{\omega t}{2} - ik_r d + i\phi_2\right) \right. \\
&\quad \left. + \exp\left(-i \frac{\omega t}{2} - k_l d - i\phi_2 + i \frac{\pi}{2}\right) \right] \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \tag{7}
\end{aligned}$$

其中

$$A = \sqrt{[r_p(\cos \theta_1 + \sin \theta_1)]^2 + [r_s(\cos \theta_1 - \sin \theta_1)]^2}, \tag{8}$$

$$\phi_1 = \tan^{-1} \left[ \frac{r_s(\cos \theta_1 - \sin \theta_1)}{r_p(\cos \theta_1 + \sin \theta_1)} \right] \tag{9}$$

$$\theta_1 = (k_r - k_l)d_1 = \frac{2\pi}{\lambda}(n_r - n_l)d_1 \tag{10}$$

$$r_p = \frac{n'^2 - \sqrt{2n'^2 - 1}}{n'^2 + \sqrt{2n'^2 - 1}} \tag{11}$$

$$r_s = \frac{1 - \sqrt{2n'^2 - 1}}{1 + \sqrt{2n'^2 - 1}}, \tag{12}$$

$$B = \sqrt{[t_p t'_p (\cos \theta_2 + \sin \theta_2)]^2 + [t_s t'_s (\cos \theta_2 - \sin \theta_2)]^2}, \tag{13}$$

$$\phi_2 = \tan^{-1} \left[ \frac{t_s t'_s (\cos \theta_2 - \sin \theta_2)}{t_p t'_p (\cos \theta_2 + \sin \theta_2)} \right], \tag{14}$$

$$\theta_2 = (k_r - k_l)d_2 = \frac{2\pi}{\lambda}(n_r - n_l)d_2, \tag{15}$$

$$t_p = \frac{1}{n'}(r_p + 1), \tag{16}$$

$$t_s = r_s + 1, \tag{17}$$

$$t'_p = \frac{2n'' \cos \alpha}{n''^2 \cos \alpha + \sqrt{n''^2 - \sin^2 \alpha}}, \tag{18}$$

$$t'_s = \frac{2 \cos \alpha}{\cos \alpha + \sqrt{n''^2 - \sin^2 \alpha}}, \tag{19}$$

$$\alpha = \sin^{-1} \left( \frac{1}{\sqrt{2} \cdot n'} \right), \tag{20}$$

$n' = n_g / n$ ,  $n'' = (n')^{-1}$ 。而偵測器  $D_1$  及  $D_2$  所測到的強度為

$$I_1 = |E_1|^2 = \frac{1}{8} A^2 [1 + \cos(\omega t + \psi_1)], \tag{21}$$

$$I_2 = |E_2|^2 = \frac{1}{8} B^2 [1 + \cos(\omega t + \psi_2)], \tag{22}$$

其中，

$$\psi_1 = 2\phi_1 + \phi - \frac{\pi}{2}, \tag{23}$$

$$\psi_2 = 2\phi_2 + \phi - \frac{\pi}{2}, \tag{24}$$

$$\phi = (k_l - k_r)d = \frac{2\pi}{\lambda}(n_l - n_r)d = \frac{4\pi}{\lambda}gd. \tag{25}$$

將兩組信號 ( $I_r, I_1$ ) and ( $I_r, I_2$ ) 分別送入相位計 PM 中，則相位差  $\psi_1$  及  $\psi_2$  可被計算出。

由 Eqs. (9)-(12), Eqs. (14)-(20) 與 Eq. (25)，可以看到  $\psi_1$  及  $\psi_2$  為  $n$ 、 $g$ 、 $d$ 、 $d_1$ 、 $d_2$  及  $n_g$  的函數。在實驗中， $d$ 、 $d_1$ 、 $d_2$  及  $n_g$  可以測得，因此 Eqs. (23) 及 (24) 可寫成

$$\psi_1 = \psi_1(n, g), \tag{26}$$

$$\psi_2 = \psi_2(n, g), \tag{27}$$

上述兩式以 Runge-Kutta method 法 [12]，可解得平均折射率  $n$  與旋轉參數  $g$ 。

### 三、實驗與結果：

在本實驗中，我們在溫度為  $20^\circ\text{C}$  的環境下測量蔗糖以及葡萄糖溶液，使用電光晶體調制器 (Model 4002 Broadband, Newfocus) 調制波長為  $632.8\text{nm}$  的 He-Ne 雷射光源，使左圖與右圖偏振光具有  $1\text{kHz}$  的頻差；長條玻璃的材料為折射率  $n_0 = 1.4570$  的石英玻璃，玻璃盒長度  $d = 50\text{mm}$ ， $d_1 = d_2 = 10\text{mm}$ ，玻璃盒內包含有欲量測的對掌性物質溶液以及玻璃 G，盒子固定在解析度為  $0.001^\circ$  的高精確度旋轉平台 (Model M-URM100PP, Newfocus) 上，並以解析度為  $0.01^\circ$  的自製相位計測

量，量測結果如 Table.1 所示，其中  $g_{ref}$  是由比光旋度(Specific rotation)的定義 [1, 13]與待測物的參考值推導而得。其結果與所應對的參考值相當符合。

Solutions	$\psi_1$	$\psi_2$	$g(\times 10^4)$	$g_{ref}(\times 10^4)$	$n$	
					(at 632.8nm)	(at 589.3nm)
Glucose(w=5%)	-258.84°	2.44°	4.07	4.01	1.3394	1.3402
Glucose(w=10%)	-257.12°	5.31°	8.22	8.17	1.3472	1.3477
Sucrose(w=5%)	-258.25°	3.18°	5.16	5.11	1.3396	1.3403
Sucrose(w=10%)	-256.01°	6.77°	10.35	10.43	1.3483	1.3478

Table.1 實驗結果

#### 四、討論：

由 Eq. (25)可得旋轉參數誤差寫為

$$|\Delta g| = \left| \frac{\lambda}{4\pi d} \right| |\Delta \phi| + \left| \frac{\lambda}{4\pi d^2} \right| |\Delta d|, \quad (28)$$

上式中， $\Delta g$ 、 $\Delta \phi$ ，和  $\Delta d$  分別為  $g$ 、 $\phi$ ，和  $d$  所產生的誤差。

考慮相位計的角解析度、二次諧波誤差及偏振態混合誤差後，可以得到系統相位誤差  $\Delta \phi \cong 0.03^\circ$ ，此外，長度誤差  $|\Delta d| = 0.01mm$  也必須考慮在實驗中，代入實驗結果、誤差及實驗條件至 Eq. (28)中可得旋轉參數誤差  $|\Delta g| = 5.5 \times 10^{-10}$ 。

將 Eqs. (23)及(24)所得的相位差  $\psi_1$  及  $\psi_2$  相減可得下式

$$\begin{aligned} \psi' &= \psi_2 - \psi_1 \\ &= 2 \tan^{-1} \left[ \frac{t_s t'_s (\cos \theta_2 - \sin \theta_2)}{t_p t'_p (\cos \theta_2 + \sin \theta_2)} \right] \\ &\quad - 2 \tan^{-1} \left[ \frac{r_s (\cos \theta_1 - \sin \theta_1)}{r_p (\cos \theta_1 + \sin \theta_1)} \right], \end{aligned} \quad (29)$$

由 Eq. (29)可得

$$|\Delta n| \cong \frac{\left| \sec^2 \left( \frac{\psi'}{2} \right) \Delta \psi' + \left| \frac{\partial h}{\partial \theta_1} \Delta \theta_1 \right| + \left| \frac{\partial h}{\partial \theta_2} \Delta \theta_2 \right| + \left| \frac{\partial h}{\partial d} \Delta d \right| \right|}{\left| \frac{\partial h}{\partial n} \right|} \bigg|_{\theta_i=45^\circ}, \quad (30)$$

其中， $\Delta n$ ， $\Delta \psi'$ ， $\Delta \theta_i$ ， $\Delta \theta_1$  與  $\Delta \theta_2$  分別為  $n$ ， $\psi'$ ， $\theta_i$ ， $\theta_1$  與  $\theta_2$  所產生的誤差。而

$|\Delta \theta_1|$ 、 $|\Delta \theta_2|$  以及  $h$  可由下式得之：

$$|\Delta \theta_1| = \left| \frac{4\pi}{\lambda} (n_r - n_l) \Delta d_1 \right| = \left| \frac{4\pi}{\lambda} g \Delta d_1 \right|, \quad (31)$$

$$|\Delta \theta_2| = \left| \frac{4\pi}{\lambda} (n_r - n_l) \Delta d_2 \right| = \left| \frac{4\pi}{\lambda} g \Delta d_2 \right|, \quad (32)$$

$$h = h(n, \theta_i, \theta_1, \theta_2)$$

$$= \frac{m_1 n_2 r_p(\theta_i) t_s(\theta_i) t'_s(\theta_i) - n_1 m_2 r_s(\theta_i) t_p(\theta_i) t'_p(\theta_i)}{m_1 n_2 r_p(\theta_i) t_s(\theta_i) t'_s(\theta_i) + n_1 m_2 r_s(\theta_i) t_p(\theta_i) t'_p(\theta_i)}, \quad (33)$$

其中

$$m_1 = \cos \theta_1 + \sin \theta_1, \quad (34)$$

$$n_1 = \cos \theta_1 - \sin \theta_1, \quad (35)$$

$$m_2 = \cos \theta_2 + \sin \theta_2, \quad (36)$$

$$n_2 = \cos \theta_2 - \sin \theta_2, \quad (37)$$

$$r_p(\theta_i) = \frac{n^2 \cos \theta_i - \sqrt{n^2 \cos^2 \theta_i - \sin^2 \theta_i}}{n^2 \cos \theta_i + \sqrt{n^2 \cos^2 \theta_i - \sin^2 \theta_i}}, \quad (38)$$

$$r_s(\theta_i) = \frac{\cos \theta_i - \sqrt{n^2 \cos^2 \theta_i - \sin^2 \theta_i}}{\cos \theta_i + \sqrt{n^2 \cos^2 \theta_i - \sin^2 \theta_i}}, \quad (39)$$

$$t_p(\theta_i) = \frac{1}{n} [r_p(\theta_i) + 1], \quad (40)$$

$$t_s(\theta_i) = r_s(\theta_i) + 1, \quad (41)$$

$$t'_p(\theta_i) = \frac{2n^2 \cos \alpha}{n^2 \cos \alpha + \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}, \quad (42)$$

$$t'_s(\theta_i) = \frac{2 \cos \alpha}{\cos \alpha + \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}, \quad (43)$$

$$\alpha = \sin^{-1} \left( \frac{\sin \theta_i}{n} \right). \quad (44)$$

將實驗條件  $|\Delta \psi| = 0.00^\circ$ 、 $|\Delta \theta_i| = 0.001^\circ$ 、 $|\Delta d_1| = |\Delta d_2| = 0.001^\circ$ ，以及實驗所測量得的對掌性溶液的  $n$ 、 $g$  代入 Eq. (30)，可得葡萄糖溶液及蔗糖溶液之平均折射率解析度  $|\Delta n| \cong 4 \times 10^{-4}$ 。

## 五、結論：

當旋光光源穿過對掌性溶液或是經過一非吸收材料反射，會產生相位差變化，此相位差變化可以經由外差干涉術精確的測量出。將此相位差代入所推導的公式，並且以數值分析的方法即可同時算出對掌性物質的對掌參數及平均折射率，所得的平均折射率及旋轉參數的解析度分別為  $4 \times 10^{-4}$  及  $5.27 \times 10^{-10}$ 。除了可同時測量兩種參數外，本法同時有共光程及外差干涉儀的優點。

## 六、參考文獻：

1. McNicols R J and Cote G L 2000 *J. Biomed. Opt.* **5** 5
2. Yang P K and Huang J Y 1998 *J. Opt. Soc. Am. B* **15** 1698
3. Silverman M P, Ritchie N, Cushman G M and Fisher B 1988 *J. Opt. Soc. Am.* **5** 1852
4. King T W, Cote G L, McNicols R and Goetz M K Jr 1994 *Opt. Eng.* **33** 2746
5. King H J, Chou C, Chang H, and Huang Y C 1994 *Opt. Commun.* **110** 259
6. Chou C, Huang Y C, Feng C M, and Chang M 1997 *Japan. J. Appl. Phys.* **36** 356
7. Chou M H, Lee J Y, and Su D C 1997 *Appl. Opt.* **36** 2936
8. Lee J Y and Su D C 1998 *J. Opt.* **29** 349
9. Caldwell D J and Eyring H 1971 *The Theory of Optical Activity* (New York: Wiley) ch. 1
10. Huard S 1997 *Polarization of light* (New York: Wiley) ch. 5
11. Silverman M P and Badoz J 1992 *J. Electromagn. Wave Appl.* **6** 587
12. Koomin S E and Meredith D C 1990 *Computational Physics* (Reading, MA: Addison-Wesley) ch. 2
13. Weast R C (ed) 1981 *CRC Handbook of Chemistry and Physics 61<sup>st</sup> edn* (Boca Raton, FL: Chemical Rubber Company Press) pp D 227-70 E-418
14. Chiu M H, Lee J Y and Su D C 1999 *Appl. Opt.* **38** 4047