

行政院國家科學委員會專題研究計畫 期中進度報告

曲線齒圓柱型齒輪特性研究(2/3)

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC93-2212-E-009-009-

執行期間：93年08月01日至94年07月31日

執行單位：國立交通大學機械工程研究所

計畫主持人：蔡忠杓

計畫參與人員：曾瑞堂、游明達、趙立碁

報告類型：精簡報告

報告附件：出席國際會議研究心得報告及發表論文

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 95 年 6 月 14 日

一、中英文摘要

本專題研究計畫為三年期研究計畫之第二年(93年8月至94年7月),係參照研究計畫之第一年所建立的曲線齒圓柱型齒輪(Cylindrical Gears with Curvilinear Shaped Teeth)之齒面,將曲線齒圓柱型小齒輪與大齒輪之齒面的數學模式經由座標轉換,建立包含組裝誤差的曲線齒圓柱型齒輪組在實際接觸啮合時之數學模式,利用此啮合模型所發展的齒面接觸分析電腦軟體,探討齒輪組在不同的裝配狀況與設計參數下的傳動誤差及接觸率。本研究計畫係利用齒面接觸外形法來(Surface Topology Method)求解並預測接觸齒印,亦即假設齒面為剛體的情況下,以齒面幾何外形為基礎,來預測和模擬此類型齒輪在不同的設計參數下,兩齒面的接觸齒印大小與位置。

關鍵詞: 曲線齒圓柱型齒輪, 齒輪接觸分析, 接觸齒印, 接觸比

Abstract

This is the first year's research report of a three-year NSC research project. During the research process, a cylindrical gear pair with curvilinear shaped teeth has been set up firstly according to the first year of the research project. The assembly errors are considered in the mathematical model of this cylindrical gear pair with curvilinear shaped teeth. Furthermore, tooth contact analysis (TCA) is adopted to determine the kinematic errors and the contact ratios of the cylindrical gears with curvilinear shaped teeth, respectively. Moreover, the effects of assembly conditions and design parameters on the kinematic errors of the gear pair have been studied. The influences of design parameters on the dimension of contact patterns have also been investigated by using the surface topology method.

Keywords: Cylindrical Gears with Curvilinear Shaped Teeth, Tooth Contact Analysis, Contact Pattern, Contact Ratio

二、前言

一對共軛齒形之齒輪在理想狀態裝配下啮合傳遞運動是不會有運動誤差的產生,但是齒輪在製造時,由於刀具的磨損或工具機本身精度的限制或刀具設計之不準確,可能會製造出具有齒形誤差、節距誤差、導程誤

差、齒厚誤差及偏擺等之不良齒輪,而且齒輪在裝配時亦可能發生組裝之不準確,造成齒輪在旋轉軸方向或中心距之裝配偏差。以上各種狀況將使得被動齒輪在傳遞運動時,其實際輸出軸的旋轉角度與理論輸出的旋轉角度間會產生差異,此差異即為齒輪組之運動誤差(Kinematic Error)。有關齒輪組運動誤差之研究甚多, Tsay[1]於1988年探討螺旋齒輪之齒面數學模式及其接觸分析與應力分析。Munro[2]於1990年探討最佳齒形修整與傳動誤差之關係。Tsay與Fong[3]於1991年對於圓弧形齒輪及漸開線齒之配對啮合,探討其接觸特性。Fong與Tsay[4]於1992年研究蝸線傘齒輪之運動最佳化。Litvin等人[5,6]於1989及1994年提出具有拋物線型運動誤差之修整型齒面的合成。Lin等人[7]於1996年探討戟齒輪之接觸分析。Chang等人[8]於1997年對於修整型螺旋齒輪組進行運動誤差之最佳化設計。

目前對於齒輪組的運動誤差,可以使用電腦數值分析方法或實際利用測試機加以檢測。理論數值分析方法在使用上彈性較大,只要齒面數學模式推導完成後,即可分析齒輪組在各種設計參數及組裝誤差下對於齒輪組運動誤差的影響。若再配合齒輪之齒面敏感度分析,則更可進一步分析各種齒輪設計參數及其刀具設定對齒輪運動誤差或齒輪齒面變化量的影響程度。使用測試機量測齒輪之運動誤差,即可掌握實際運動誤差的大小,主要用於量測齒輪的精度等級與探討齒輪之振動及噪音,但是測試機台成本甚高,而且所量測的結果比較難應用於齒輪之齒面修整判別。兩齒面在傳遞運動或動力時,由於齒面承受負荷,將使得齒面在接觸點附近發生彈性變形,此彈性變形區域之形狀為橢圓形,故稱之為接觸橢圓(Contact Ellipse)。齒輪之接觸齒印(Contact Pattern)可利用齒印測試機量測,其原理是在齒面上塗抹一層紅丹,而紅丹之微粒(particle)直徑為 $6.32\mu\text{m}$ [9],然後再將兩齒輪置於測試機上實際啮合運轉,兩齒面接觸後齒面彈性變形區域內的紅丹將被刮除,而形成齒面接觸彈性變形之齒印,稱為接觸齒印。利用數值方法亦可求得近似的接觸橢圓,其分析方法依照假設條件而分為剛體齒印分析及彈性變形齒印分析,前者則可利用兩齒面曲率的變化

求得接觸齒印，後者考慮齒輪材料機械性質，齒面摩擦係數，溫度及負載等條件，可利用有限單元法(Finite Element Method)分析負載下的接觸齒印。剛體齒印分析常用之方法有齒面曲率分析法及齒面外形法(Contact Surface Topology Method)。曲率分析法由Litvin[10]教授於1989年提出，係應用微分幾何的觀念，分析兩齒面的主軸方向(Principal Directions)與曲率(Curvatures)，若經實驗測得齒面彈性變形量，即可求得接觸橢圓長短軸之長度及接觸橢圓之分佈情形。在本研究中則採用齒面外形法[11]來求取齒輪之接觸橢圓，此法較為簡單而不需推導繁雜的齒輪曲面與曲率之關係式，可利用數值計算方式求得。

為了使提高齒輪組之承載能力，可將齒輪組設計成高接觸比(Contact Ratio)，使齒輪在傳遞動力時，同時有多齒接觸，以分散齒面負荷的作用。高接觸比除了可以提高齒輪組之負荷承載力外，更可有效降低齒輪組的運動誤差，因而使得齒輪之振動及噪音降低。

三、研究方法與結果

本專題研究計畫為三年期之研究計畫，今年度為本研究計畫之第二年(93年8月至94年7月)。本研究計畫第二年規劃之工作項目如下：(一)建立曲線齒圓柱型大小齒輪組嚙合之數學模式。(二)完成曲線齒圓柱型齒輪對之齒面接觸分析數學模式與電腦軟體。(三)完成曲線齒圓柱型齒輪對之運動誤差、接觸比及接觸齒印之計算與分析。

茲簡述本研究計畫至目前為止已完成和獲得之結果如下：

運動誤差分析

兩齒面 Σ_1 及 Σ_2 在傳遞運動的過程中，兩齒面上之瞬時接觸點表示在固定的參考座標系 $S_f(X_f, Y_f, Z_f)$ 應具有相同的位置向量，而且兩齒面在接觸點的共同法向量亦為共線，因此，兩嚙合齒面在嚙合點處之關係式可表示如下：

$$\mathbf{R}_f^{(1)} - \mathbf{R}_f^{(2)} = 0 \quad (1)$$

$$\mathbf{n}_f^{(1)} \times \mathbf{n}_f^{(2)} = 0 \quad (2)$$

其中 $\mathbf{R}_f^{(1)}$ 及 $\mathbf{R}_f^{(2)}$ 分別表示齒面 Σ_1 及 Σ_2 其接觸

點的齒面位置向量； $\mathbf{n}_f^{(1)}$ 和 $\mathbf{n}_f^{(2)}$ 表示兩齒面在接觸點的齒面單位法向量。(1)式顯示兩齒面之接觸點表示在 $S_f(X_f, Y_f, Z_f)$ 座標系具有相同的位置向量，而(2)式則表示兩齒面瞬時接觸點的單位法向量共線，以上兩式稱為兩嚙合齒面之嚙合條件式。在三維(Three-Dimensional)卡式(Cartesian)座標系中，兩嚙合齒面之單位向量只要確定其中兩個分量，即可完全描述該單位向量，因為 $|\mathbf{n}_f^{(1)}| = |\mathbf{n}_f^{(2)}| = 1$ ，故(2)式只包含兩個獨立方程式，再配合(1)式可知，在三維空間中，齒面接觸嚙合之條件式係由五個獨立方程式所組成：

$$x_f^{(1)} - x_f^{(2)} = 0 \quad (3)$$

$$y_f^{(1)} - y_f^{(2)} = 0 \quad (4)$$

$$z_f^{(1)} - z_f^{(2)} = 0 \quad (5)$$

$$n_{f_y}^{(1)} n_{f_z}^{(2)} - n_{f_z}^{(1)} n_{f_y}^{(2)} = 0 \quad (6)$$

$$n_{f_z}^{(1)} n_{f_x}^{(2)} - n_{f_x}^{(1)} n_{f_z}^{(2)} = 0 \quad (7)$$

為模擬齒輪對具有裝配誤差之嚙合狀況，各齒輪之組裝關係如圖一所示，其中座標系 $S_2(X_2, Y_2, Z_2)$ 固聯於大齒輪，而 Z_2 軸為大齒輪之旋轉軸，座標系 $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$ 則固聯於小齒輪，而 Z_1 軸為其旋轉軸。另外，座標系 $S_v(X_v, Y_v, Z_v)$ 和 $S_h(X_h, Y_h, Z_h)$ 則為輔助座標系， Z_h 軸與 Z_f 軸之間有一夾角 $\Delta\gamma_h$ ，係用以模擬齒輪組在水平軸方向之組裝偏差，而 $\Delta\gamma_v$ 為 X_h 軸與 X_v 軸之夾角，則用以模擬齒輪組在垂直軸方向之偏差； C' 表示齒輪裝配之中心距， ΔC 則表示裝配時之中心距誤差； ϕ_1 及 ϕ_2 則分別表示大小齒輪之旋轉角。為了求得兩齒面之嚙合條件式，必須先將大、小齒輪之齒面數學模式及齒面單位法向量，分別由座標系 $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$ 及 $S_2(X_2, Y_2, Z_2)$ 轉換至相同之固定座標系 $S_f(X_f, Y_f, Z_f)$ 。此座標轉換可利用下列齊次座標轉換(Homogeneous Coordinate Transformation)矩陣方程式求得：

$$\mathbf{R}_f^{(1)} = [M_{f1}] [M_{h1}] [M_{v1}] \mathbf{R}_1 \quad (8)$$

$$\mathbf{R}_f^{(2)} = [M_{f2}] \mathbf{R}_2 \quad (9)$$

$$\mathbf{n}_f^{(1)} = [L_{f1}] [L_{h1}] [L_{v1}] \mathbf{n}_1 \quad (10)$$

$$\mathbf{n}_f^{(2)} = [L_{f2}] \mathbf{n}_2 \quad (11)$$

其中

$$[M_{v1}] = \begin{bmatrix} \cos \phi'_1 & \sin \phi'_1 & 0 & 0 \\ -\sin \phi'_1 & \cos \phi'_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$[M_{hv}] = \begin{bmatrix} \cos \Delta\gamma_v & 0 & \sin \Delta\gamma_v & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \Delta\gamma_v & 0 & \cos \Delta\gamma_v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$[M_{fh}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Delta\gamma_h & \sin \Delta\gamma_h & 0 \\ 0 & -\sin \Delta\gamma_h & \cos \Delta\gamma_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$[L_{v1}] = \begin{bmatrix} \cos \phi'_1 & \sin \phi'_1 & 0 \\ -\sin \phi'_1 & \cos \phi'_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$[L_{hv}] = \begin{bmatrix} \cos \Delta\gamma_v & 0 & \sin \Delta\gamma_v \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \Delta\gamma_v & 0 & \cos \Delta\gamma_v \end{bmatrix},$$

$$[L_{fh}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Delta\gamma_h & \sin \Delta\gamma_h \\ 0 & -\sin \Delta\gamma_h & \cos \Delta\gamma_h \end{bmatrix},$$

$$[M_{f2}] = \begin{bmatrix} \cos \phi'_2 & -\sin \phi'_2 & 0 & C' \\ \sin \phi'_2 & \cos \phi'_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \Delta Z_f \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

及

$$[L_{f2}] = \begin{bmatrix} \cos \phi'_2 & -\sin \phi'_2 & 0 \\ \sin \phi'_2 & \cos \phi'_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}。$$

將曲線齒圓柱型大齒輪之齒面 Σ_{2R} 及小齒輪之齒面 Σ_{1L} 代入方程式(8)、(9)、(10)及(11)，並且利用嚙合條件式(1)和(2)式，便可獲得五個獨立非線性方程式，包含 l_f 、 θ_f 、 l_p 、 θ_p 、 ϕ'_1 及 ϕ'_2 等 6 個未知數，其中 l_f 和 θ_f 為小齒輪之齒面參數座標； l_p 和 θ_p 為大齒輪之齒面參數座標； ϕ'_2 及 ϕ'_1 則為大小齒輪在嚙合時之旋轉角。若設定小齒輪之旋轉角 ϕ'_1 為已知，則由五個獨立非線性方程式組成的齒面接觸嚙合方程式可解五個知數。

利用齒輪接觸分析技術並配合電腦數值分析方法，即可模擬兩齒面在具有裝配誤差之下的運動關係，可分析出兩齒面嚙合之瞬間接觸點及其大、小齒輪嚙合時旋轉角 ϕ'_1 及 ϕ'_2 之關係。兩齒面在嚙合時，其大齒輪輸出之旋轉角 ϕ'_2 為小齒輪輸入旋轉角 ϕ'_1 之函數，可表示為 $\phi'_2(\phi'_1)$ 。大齒輪實際輸出旋轉角與理論輸出旋轉角之差，即稱為齒輪組之運動誤差 (Litvin,1989,1994)，其計算式如下所示：

$$\Delta\phi'_2(\phi'_1) = \phi'_2(\phi'_1) - \frac{N_1}{N_2} \phi'_1 \quad (12)$$

其中 N_2 及 N_1 分別為大、小齒輪之齒數， $\phi'_2(\phi'_1)$ 是由數值方法所求得之大齒輪實際輸出旋轉角度。

齒面外形法

齒面外形法其原理如圖二(a)所示，其中 O_T 為兩齒面 Σ_1 及 Σ_2 之瞬間接觸點， \mathbf{n} 為兩齒面在接觸點 O_T 之共同法向量， T 為兩齒面之共同切平面 (Tangent Plane)；座標系 $S_T(X_T, Y_T, Z_T)$ 稱為接觸點座標系，其座標原點與嚙合齒面之瞬間接觸點 O_T 重合， Z_T 軸選定為與兩齒面接觸點共同法向量 \mathbf{n} 同方向，並且座標系 $S_T(X_T, Y_T, Z_T)$ 為正交座標系，故 $X_T - Y_T$ 平面必為兩齒面之切平面。齒面外形法主要是模擬兩齒面接觸齒印測試過程時，位於兩齒面接觸點附近齒面因接觸受力而造成彈性變形區，此彈性變形區內的紅丹微粒將因兩齒面在接觸點附近之齒面彈性變形，使得其齒面間距變小而被刮除，故使用數值模擬計算接觸點附近齒面間距時，可假設兩齒面在瞬間接觸時，兩齒面距離在紅丹微粒之直徑 $6.32 \mu\text{m}$ 以內者將被刮除而形成接觸橢圓。

圖二(b)所示之 d_1 和 d_2 為兩嚙合齒面與其共同切平面上某一選定計算測試點的距離，而兩齒面在 Z_T 軸之座標值的差，即是兩齒面的距離。為了求得兩齒面上所有間距為 $6.32 \mu\text{m}$ 之點集合，可使用自動搜尋的方法，亦即在接觸點座標系上再定義一個 $r-\theta$ 極座標系，搜尋的過程中，可先設定一 θ 值，而 r 值則由零逐漸遞增，直至檢測到兩齒面的間距為紅丹直徑大小後才停止，並記錄此點之位置(即 r 及 θ 值)，然後再改變一個 θ 值，繼續相同的

搜尋步驟，直到搜尋之 θ 值已含括整個 2π 範圍(即整個共同切平面)後，即可連接所有被記錄兩齒面間距等於紅丹直徑大小的點，即形成接觸橢圓。

接觸分析範例

以下將分析嚙合齒輪組在不同的裝配條件時，齒輪組之運動誤差，齒輪組主要設計參數如表一所示；由以上資料可計算出小齒輪工作齒面範圍為 $l_f=0.0\sim 5.93$ mm， $\theta_f=-30$ 度 ~ 30 度，其中 $l_f=0.0$ mm 對應工作區之最低點， $l_f=5.93$ mm 對應工作區之最高點，亦即齒頂；大齒輪工作齒面範圍為 $l_p=0.0\sim 6.186$ mm， $\theta_p=-30$ 度 ~ 30 度，其中 $l_p=0.0$ mm 對應工作區之最低點， $l_p=6.186$ mm 對應大齒輪之齒頂。

例一：曲線齒圓柱型齒輪組之主要設計參數所示。本例將探討齒輪組在理想裝配條件下，亦即 $\Delta\gamma_h=0.0$ 度， $\Delta\gamma_v=0.0$ 度， $\Delta C=0.0$ mm 時，欲探討其接觸狀況。依據(3)至(12)式及本計畫所發展之電腦輔助齒面接觸分析程式，即可分析齒輪組的接觸情形，如表二所示，本文中之表格內，參數 l_f 及 l_p 之單位為mm，參數 θ_f 、 θ_p 、 ϕ'_1 及 ϕ'_2 之單位為度，而運動誤差 KE 之單位則為弧度-秒(arc-sec.)。由表二之分析結果顯示，曲線齒圓柱型齒輪組之接觸點分佈於齒面寬中央截面($\theta_f=\theta_p=0$ 度)，而齒輪組之運動誤差為零。由於曲線齒圓柱型齒輪之齒面寬中央截面為標準漸開線齒形，故在理想的裝配條件之下，齒輪組不會有運動誤差發生。

在齒面寬不變之下，改變表一之中的刀盤半徑，亦即刀盤半徑分別為30 mm、50 mm及100 mm時，且曲線齒在無裝配偏差之條件下，探討兩齒面之接觸齒印。利用上節所述之齒印分析方式，可求得接觸齒印並繪於小齒輪之齒面上，如圖三所示。圖中所繪製之接觸齒印是從小齒輪轉角-6度至18度，每2度繪一接觸齒印之結果。曲線齒圓柱型齒輪在理想的裝配條件下，接觸橢圓之中心點位於齒面寬中央截面，而且接觸橢圓之長軸隨著切削齒輪之刀盤半徑增加而有明顯的增加，短軸則變化較少。圖四顯示接觸橢圓長短軸之比值 a/b 與刀盤半徑 R_i 之關係，由

圖四可發現長短軸之比值 a/b 與刀盤半徑 R_i 成正比。

例二：曲線齒圓柱型齒輪組之主要設計參數與例一相同。本例將探討齒輪組具有中心距裝配誤差 $\Delta C=0.5$ mm之條件下的接觸情形，分析結果如表三所示。由分析結果顯示，接觸點依然落在齒面寬之中央截面，與例一相比較，接觸點只在齒面參數 l_f 及 l_p 之上平移，而且齒輪組沒有運動誤差產生，此特性與漸開線正齒輪在具有中心距裝配誤差之下無運動誤差的特性相同。

例三：曲線齒圓柱型齒輪組之主要設計參數與例一相同。本例將分別探討齒輪組在具有水平軸裝配偏差 $\Delta\gamma_h=0.1$ 度及垂直軸裝配偏差 $\Delta\gamma_v=0.1$ 度的接觸情形，其分析結果如表四及表五所示。曲線齒圓柱型齒輪在具有軸裝配偏差的條件下，其接觸點將偏離齒面寬中央截面，但是在此範例之裝配條件下，若觀察接觸分析結果之參數 θ_f 及 θ_p 得知，其接觸點位置偏離齒面寬中央截面甚少。由於此齒輪組為點接觸，對於軸偏差所造成的運動誤差並不敏感，觀察表四及表五之運動誤差可知，曲線齒圓柱型齒輪對於水平軸裝配偏差所造成的運動誤差大於垂直軸裝配偏差所造成的運動誤差。

當小齒輪在具有水平軸裝配偏差為正0.1度及負0.1度時，齒輪組之接觸橢圓如圖五所示。齒印分析結果顯示當小齒輪水平軸具有正0.1度之偏差時，接觸橢圓將偏向齒面右側。相反的，小齒輪水平軸具有負0.1度之偏差時，接觸橢圓將偏向齒面左側。當小齒輪具有垂直軸裝配偏差為正0.1度及負0.1度時，齒輪組之接觸橢圓如圖六所示。小齒輪在具有垂直軸偏差正0.1度時，接觸橢圓將偏向右側，由於曲線齒左右兩側是對稱的，故若小齒輪具有一負0.1度之垂直軸偏差，則接觸橢圓將偏向圖六齒面之左側。

曲線齒圓柱型齒輪之接觸比

本計畫所分析之曲線齒圓柱型齒輪組在配對嚙合時，其大小齒輪嚙合齒面之曲率不相同，故齒輪組之接觸型式為點接觸，由前一節之接觸分析可知，齒輪組在沒有裝配誤差的情形下，其接觸點的路徑分佈在齒面寬

中央截面，亦即曲線齒在理想裝配之下可視為兩個極薄之正齒輪相互嚙合，其接觸比之大小應與正齒輪之接觸比相近。對於接觸型式為點接觸之曲線齒，其理論上的接觸比可定義為『接觸起點與接觸終點相對於齒輪中心所包含的作用角除以齒輪兩個齒相對應點間之夾角』，亦即理論接觸比可以下式計算求得。

$$\frac{\phi_{1E} - \phi_{1S}}{360^\circ} N_1 \quad (13)$$

上式中 ϕ_{1S} 表示小齒輪接觸起點所對應之小齒輪轉角， ϕ_{1E} 表示小齒輪接觸終點所對應之小齒輪轉角。 $\phi_{1E} - \phi_{1S}$ 即為作用角， N_1 為小齒輪之齒數。本計畫所建立之齒面接觸嚙合條件式，是由五條獨立非線性方程式所組成，其中包含六個未知數，故只要給定其中一未知數(視為已知)，其餘未知數即可解出；利用此齒面接觸嚙合條件式，設定小齒輪接觸起點，即大齒輪之齒頂所對應之 l_p 值，即可解出齒輪接觸起點所對應之小齒輪轉角 ϕ_{1S} ；同理，設定小齒輪的接觸終點，即小齒輪之齒頂所對應之 l_f 值，配合齒面接觸嚙合條件式，即可求得齒輪接觸終點所對應之小齒輪轉角 ϕ_{1E} 。

曲線齒圓柱型齒輪之主要設計參數仍如表一所示，本例在於計算齒輪組之接觸比。依據方程式(13)所求得之曲線齒圓柱型齒輪組理論接觸比為 1.61；而齒輪組在不同設計參數及齒形壓力角下，其接觸比如表六所示，其中 a, b 及 M 分別表示齒輪之齒頂，齒根及模數， N_1 及 N_2 分別表示小齒輪及大齒輪之齒數。由表六之分析結果顯示，齒數增加或壓力角減小或全齒深增加，將使得齒輪組之接觸比增加。

四、結論及計畫成果自評

本研究已建立曲線齒圓柱型大小齒輪組嚙合之數學模式，並完成曲線齒圓柱型齒輪對之齒面接觸分析數學模式與電腦軟體，利用此軟體可以分析曲線齒圓柱型齒輪對之運動誤差、接觸比及接觸齒印。曲線齒圓柱型齒輪之齒面寬中央截面為標準漸開線齒形，故在理想的裝配條件或具有中心距組裝偏差

之下，齒輪組不會有運動誤差發生。本研究之曲線齒輪組為點接觸，對於軸偏差所造成的運動誤差並不敏感，而且即使齒輪組具有軸偏差，其接觸點亦分佈在齒面寬中央附近，並不會產生齒緣接觸現象。齒輪組接觸橢圓長短軸之比值與刀盤半徑成正比，可依不同的設計需求，選用不同的刀盤半徑。所發展之曲線齒圓柱型齒輪組具有以上之優點，適合用於精密機械之傳動。本研究計畫在今年度之研究項目均依原計畫書規畫之研究項目內容和目標，完成各項研究工作，所獲成果相當優良，已有兩篇論文投稿國際著名之學術期刊 ASME Journal of Mechanical Design 及 Journal of Mechanism and Machine Theory，並已刊載或被接受刊載[12,13]。

五、參考文獻

- [1] Tsay, C. B., "Helical Gears with Involute Shaped Teeth: Geometry, Computer Simulation, Tooth Contact Analysis, and Stress Analysis," ASME Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, Vol. 110, pp. 482-491, 1988.
- [2] Munro, R. G., "Optimum Profile Relief and Transmission Error in Spur Gears," ProcIMEchE, pp. 35-42, C404/013, 1990.
- [3] Tsay, C. B., and Fong, Z. H., "Computer simulation and stress analysis of helical gears with pinion circular arc teeth and gear involute teeth," Mechanism & Machine Theory Vol. 26, No. 2, pp. 145-154, 1991.
- [4] Fong, Z. H. and Tsay, C. B., "Kinematical Optimization of the Spiral Bevel Gears," Trans. ASME, J. Eng. Ind., Vol. 114, No. 3, pp. 498-506, 1992.
- [5] Litvin, F. L., Zhang, J., Handschuh, R. F. and Coy, J. J., "Topology of Modified Helical Gears," Surface Topography, pp. 41-58, March 1989.
- [6] Litvin, F. L., Chen, N. X., Hsiao, C. L. and Handschuh, R. F., "Generation of Helical Gears with New Surfaces Topology by Application of CNC Machines," Gear Technology, pp. 30-33, January/ February 1994.
- [7] Lin, C. Y., Tsay, C. B., and Fong, Z. H., "Tooth Contact Analysis of Hypoid

Gears,” *J. of CSME*, Vol. 17, No.3, pp. 241-249, 1996.

- [8] Chang, S. L., Tsay, C. B., and Tseng, C. H., “Kinematic Optimization of a Modified Helical Gear Train,” *Trans. ASME, J. of Mechanical Design*, Vol. 119, No. 2, pp. 307-314, 1997.
- [9] Litvin, F. L., *Gear Geometry and Applied Theory*, PTR Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1994.
- [10] Litvin, F. L., *Theory of Gearing*, NASA Reference Publication 1212, Washington D. C. 1989.
- [11] Janninck, W. K., “Contact Surface Topology of Worm Gear Teeth,” *Gear Technology*, pp. 31-47, March/April 1988.
- [12] R. T. Tseng and C. B. Tsay, “Contact Characteristics of Cylindrical Gears with Curvilinear shaped teeth,” *Journal of Mechanism and Machine Theory*, Vol.39, pp. 905-919, 2004.
- [13] J. T. Tseng and C. B. Tsay, “Mathematical Model and Surface Deviation of Cylindrical Gears with Curvilinear Shaped Teeth Cut by a Hob Cutter,” *ASME Journal of Mechanical Design*, 2004. (accepted)

表一 曲線齒圓柱型齒輪主要設計參數

設計參數	小齒輪	大齒輪
齒數	18	36
模數 M	3 mm	3 mm
壓力角	20 度	20 度
齒面寬 W	30 mm	30 mm
刀盤半徑 R_i	30 mm	30 mm

表二 理想裝配條件之下齒輪組的接觸情形

ϕ'_1	ϕ'_2	θ_F	θ_p	l_F	l_p	KE
-10.00	-5.00	0.000	0.000	0.774	5.610	0.000
-8.00	-4.00	0.000	0.000	1.097	5.287	0.000
-6.00	-3.00	0.000	0.000	1.419	4.965	0.000
-4.00	-2.00	0.000	0.000	1.741	4.643	0.000
-2.00	-1.00	0.000	0.000	2.064	4.320	0.000
0.00	0.00	0.000	0.000	2.386	3.998	0.000
2.00	1.00	0.000	0.000	2.709	3.676	0.000
4.00	2.00	0.000	0.000	3.031	3.353	0.000
6.00	3.00	0.000	0.000	3.353	3.031	0.000
8.00	4.00	0.000	0.000	3.676	2.709	0.000
10.00	5.00	0.000	0.000	3.998	2.386	0.000

所有表格中， l_F 及 l_p 之單位為 mm。 θ_F 、 θ_p 、 ϕ'_1 及 ϕ'_2 之單位為度，而運動誤差 KE 之單位則為弧度-秒 (arc-sec.)。

表三 中心距誤差 $\Delta C = 0.5\text{mm}$ 時齒輪組的接觸情形

ϕ'_1	ϕ'_2	θ_F	θ_p	l_F	l_p	KE
-10.00	-5.00	0.000	0.000	0.927	5.978	0.000
-8.00	-4.00	0.000	0.000	1.249	5.655	0.000
-6.00	-3.00	0.000	0.000	1.571	5.333	0.000
-4.00	-2.00	0.000	0.000	1.894	5.011	0.000
-2.00	-1.00	0.000	0.000	2.216	4.688	0.000
0.00	0.00	0.000	0.000	2.538	4.366	0.000
2.00	1.00	0.000	0.000	2.861	4.044	0.000
4.00	2.00	0.000	0.000	3.183	3.721	0.000
6.00	3.00	0.000	0.000	3.505	3.399	0.000
8.00	4.00	0.000	0.000	3.828	3.077	0.000
10.00	5.00	0.000	0.000	4.150	2.754	0.000

表四 水平軸偏差 $\Delta\gamma_h = 0.1^\circ$ 時齒輪組的接觸情形

ϕ'_1	ϕ'_2	θ_F	θ_p	l_F	l_p	KE
-10.00	-4.999	-0.836	-0.736	0.773	5.611	0.403
-8.00	-3.999	-0.816	-0.716	1.096	5.288	0.318
-6.00	-2.999	-0.796	-0.696	1.418	4.966	0.235
-4.00	-1.999	-0.776	-0.676	1.741	4.644	0.154
-2.00	-0.999	-0.756	-0.656	2.063	4.321	0.076
0.00	0.000	-0.736	-0.636	2.385	3.999	0.000
2.00	0.999	-0.716	-0.616	2.708	3.676	-0.074
4.00	1.999	-0.696	-0.596	3.030	3.354	-0.146
6.00	2.999	-0.676	-0.576	3.353	3.031	-0.216
8.00	3.999	-0.656	-0.556	3.675	2.709	-0.283
10.00	4.999	-0.636	-0.536	3.997	2.387	-0.349

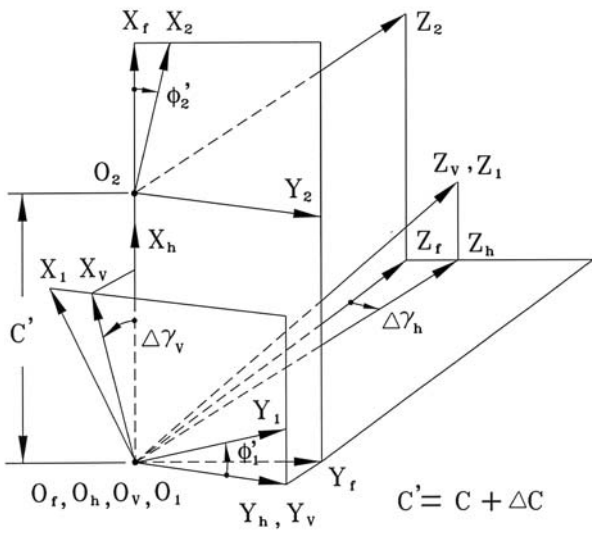
表五 垂直軸偏差 $\Delta\gamma_v = 0.1^\circ$ 時齒輪組的接觸情形

ϕ'_1	ϕ'_2	θ_F	θ_p	l_F	l_p	KE
-10.00	-5.000	-0.268	-0.304	0.774	5.610	-0.060
-8.00	-4.000	-0.275	-0.312	1.097	5.288	-0.049
-6.00	-3.000	-0.282	-0.319	1.419	4.965	-0.037
-4.00	-2.000	-0.290	-0.326	1.741	4.643	-0.025
-2.00	-1.000	-0.297	-0.333	2.064	4.321	-0.012
0.00	0.000	-0.304	-0.341	2.386	3.998	0.000
2.00	1.000	-0.312	-0.348	2.709	3.676	0.013
4.00	2.000	-0.319	-0.355	3.031	3.354	0.026
6.00	3.000	-0.326	-0.363	3.353	3.031	0.039
8.00	4.000	-0.333	-0.370	3.676	2.709	0.053
10.00	5.000	-0.341	-0.377	3.998	2.386	0.068

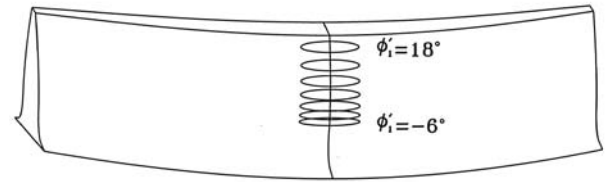
表六 曲線齒在不同設計參數時之接觸比

設計參數	壓力角		
	14.5 度	20 度	25 度
$N_1=18$ $N_2=36$ a=1M b=1.25M	*	1.611	1.445
$N_1=36$ $N_2=36$ a=1M b=1.25M	2.014	1.692	1.498
$N_1=54$ $N_2=36$ a=1M b=1.25M	2.083	1.730	1.521
$N_1=18$ $N_2=36$ a=0.8M b=1M	*	1.328	1.181

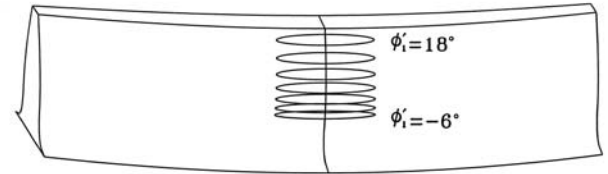
(* 表示小齒輪已發生過切)



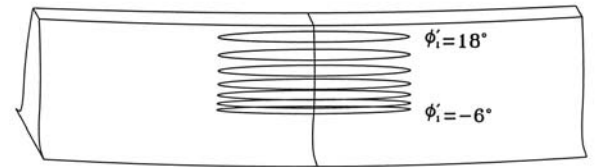
圖一 齒輪對啮合模擬其座標系間之關係



(a) $R_i=30\text{ mm}$



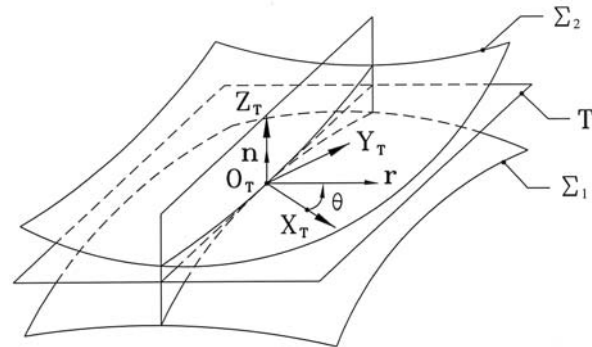
(b) $R_i=50\text{ mm}$



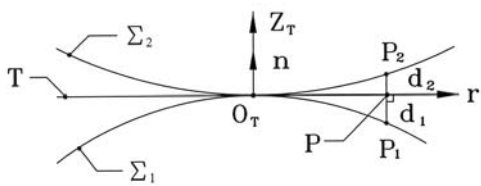
(c) $R_i=100\text{ mm}$

0 10mm

圖三 刀盤半徑對曲線齒接觸橢圓之影響

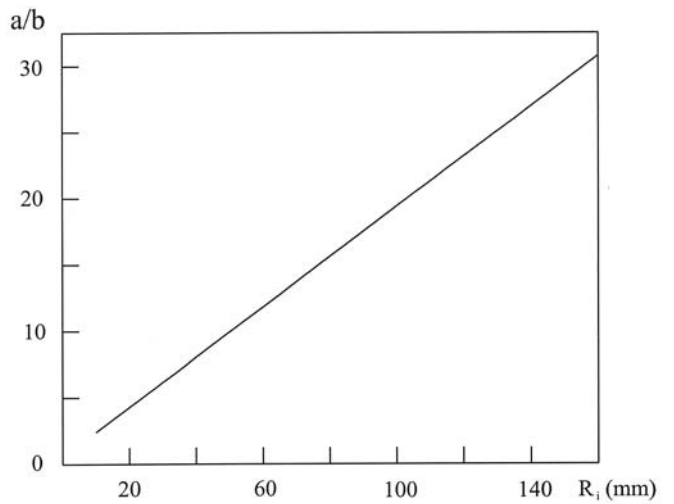


(a)

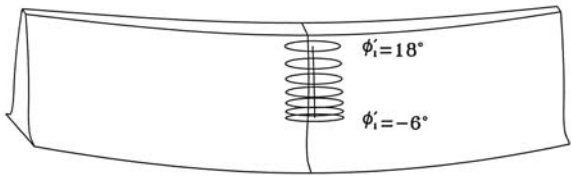


(b)

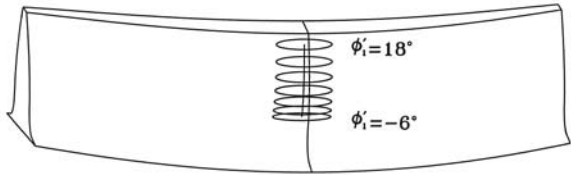
圖二 啮合齒面與切平面示意圖



圖四 齒印長短軸比值與刀盤半徑之關係



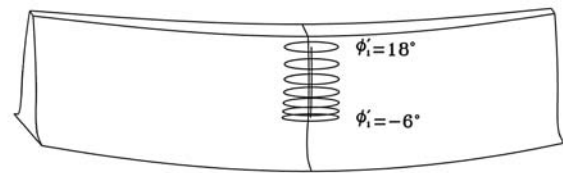
(a) $\Delta\gamma_h = 0.1^\circ$



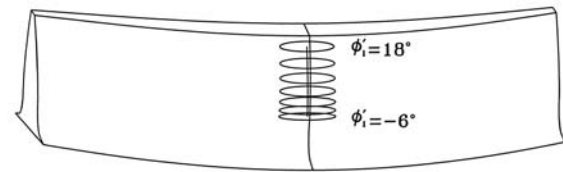
(b) $\Delta\gamma_h = -0.1^\circ$

0 10mm

圖五 水平軸偏差對接觸橢圓之影響



(a) $\Delta\gamma_v = 0.1^\circ$



(b) $\Delta\gamma_v = -0.1^\circ$

0 10mm

圖六 垂直軸偏差對接觸橢圓之影響