

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

子計畫五：適應性編碼調變及頻寬管理(2/2)

計畫類別：整合型計畫

計畫編號：NSC93-2219-E-009-009-

執行期間：93年08月01日至94年07月31日

執行單位：國立交通大學電信工程研究所

計畫主持人：張文鐘

報告類型：完整報告

報告附件：出席國際會議研究心得報告及發表論文

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 94 年 10 月 6 日

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫 * 成果報告
 期中進度報告
適應性編碼調變及頻寬管理(2/2)

計畫類別： 個別型計畫 * 整合型計畫
計畫編號：NSC 93-2219-E-009-009 -
執行期間：93年8月1日至94年7月31日

計畫主持人：張文鐘
共同主持人：
計畫參與人員：

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)： 精簡報告 * 完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

- 赴國外出差或研習心得報告一份
- 赴大陸地區出差或研習心得報告一份
- 出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份
- 國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、
列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢
 涉及專利或其他智慧財產權， 一年 二年後可公開查詢

執行單位：交通大學電信工程系
中 華 民 國 94 年 8 月 31 日

Abstract

Sub-carrier assignment and bit allocation in OFDMA is considered. Bit allocation is to determine the modulation level of each sub-carrier. The goal is to limit the power needed for each sub-carrier while satisfying the total bit throughput requirement. The power is proportional to the modulation level and the channel condition for each sub-carrier. Thus optimal assignment is to let sub-carrier with better channel condition to carry as many bit as possible. Therefore the essential point is an optimal assignment N sub-carriers to M users. Keywords: OFDMA, carrier assignment, modulation level

摘要

本文考慮正交分頻多工通訊系統下傳的多用戶子載波配置和位元分配的演算法。假設每個使用者的通道狀況已知，相較於固定的子載波配置，本文探討適應性子載波配置。調變位階也可以根據每位使用者子載波上的通道狀況，和每位使用者傳輸率的需求而做適應性的調整。我們所提及的演算法，是在一定錯誤率的要求下希望能滿足每位使用者不同傳輸率的限制及最小化整體系統所需的傳送功率。本文的主要貢獻是改良前人提出的 Lagrange 演算法，藉由找出一組 Lagrange 係數的最低邊界值來作為演算法的初始值。因此演算法有較快的收斂速度和較少的遞迴次數。演算法藉由 Lagrange 係數的大小來控制子載波的配置和位元的分配。要同時解決子載波和位元的配置問題，以下兩個步驟要輪流被採用。第一，先決定好子載波的分配。第二再決定出每根子載波上的調變模式。最後再以每位使用者所需傳輸率的要求在兩個步驟輪流以完成分配。

關鍵詞：正交分頻，子載波配置，位元分配

I 簡介

本篇論文探討的適應性子載波分配，為根據通道狀況的好壞來做資源的分配，決定哪些使用者使用哪些子載波，和根據每根子載波上面通道的好壞來決定出其上的調變模式。通道狀況好的盡可能用較高階的調變模式來傳更多的資料，通道狀況差的用較低階的調變模式以避免錯誤率的嚴重上升。狀況好的送更多的資料，狀況差的送較少的資料，以維持在一定通訊品質的要求下來盡可能地增加傳送的資料。當通道狀況能事先知道的前提下，傳送端根據通道的狀況，適應性的安排子載波給使用者和分配子載波位元，能更有效率的提升傳輸資料。然而目前所知的演算法相當複雜，需要較長的運算時間才能找到一組好的解來同時安排子載波的分配與位元的配置。因此本篇論文試圖改進目前所知演算法的收斂速度，希望

能在合理的運算複雜度下能盡快找到一套好的演算法同時分配好子載波以及位元的配置。

II 子載波以及位元配置演算法

於 OFDMA 中，需要的傳送功率為 BER 及調變位階的函數。 $f_{k,n}(C_{k,n}, pe)$ 代表第 k 個使用者在第 n 根子載波上調變模式為 $C_{k,n}$ 時，當通道增益為一時，所需要的傳送功率。在單位時間裡系統所需的總傳送功率為

$$\frac{P_T}{N} = \min_{\substack{r_{k,n} \in [0, M \rho_{k,n}] \\ \rho_{k,n} \in [0, 1]}} \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \frac{\rho_{k,n}}{\alpha_{k,n}^2} f_{k,n} \left(\frac{r_{k,n}}{\rho_{k,n}} \right)$$

限制與要求如下

$$R_k = \sum_{n=1}^N r_{k,n} \quad 1 = \sum_{n=1}^N \rho_{k,n} \dots$$

$$r_{k,n} = c_{k,n} \rho_{k,n} \dots$$

$$c_{k,n} = r_{k,n} / \rho_{k,n} \dots$$

$$\rightarrow f_{k,n}(C_{k,n}) = \frac{N_0}{3} \left[Q^{-1} \left(\frac{P_e}{4} \right) \right]^2 (2^{c_{k,n}} - 1).$$

f 是調變模式 $c_{k,n}$ 的函數，所以要以 $r_{k,n} / \rho_{k,n}$ 表示。

$$L = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \frac{\rho_{k,n}}{\alpha_{k,n}^2} f_{k,n} \left(\frac{r_{k,n}}{\rho_{k,n}} \right) \quad (1)$$

$$- \sum_{k=1}^K \lambda_k \left(\sum_{n=1}^N r_{k,n} - R_k \right) \quad (2)$$

$$- \sum_{n=1}^N \beta_n \left(\sum_{k=1}^K \rho_{k,n} - 1 \right) \quad (3)$$

對一個子載波 n 來看，對哪個 k 來看 $\left. \frac{\partial L}{\partial \rho_{k,n}} \right|_{\rho_{k,n}=1}$ 的值為最小(最負)，也

就是說子載波 n 給哪個使用者 k 能降最多的 cost(微分值最小，斜率最負的)，那我們便把子載波 n 配給使用者 k 來使用。Wong 以此訂出子載波配置的機制。

所以由式子 $\left. \frac{\partial L}{\partial \rho_{k,n}} \right|_{\rho_{k,n}=1}$ 決定出子載波分配給哪位使用

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial \rho_{k,n}} &= \frac{1}{\alpha_{k,n}^2} \left[\frac{f_{k,n} \left(\frac{r_{k,n}}{\rho_{k,n}} \right) - f'_{k,n} \left(\frac{r_{k,n}}{\rho_{k,n}} \right) \frac{r_{k,n}}{\rho_{k,n}}}{\rho_{k,n}} \right] - \beta_n \\ &= \frac{1}{\alpha_{k,n}^2} \left[\frac{f_{k,n} \left(f_{k,n}^{-1} \left(\lambda_k \alpha_{k,n}^2 \right) \right) - \lambda_k \alpha_{k,n}^2 f'_{k,n} \left(\lambda_k \alpha_{k,n}^2 \right)}{\lambda_k \alpha_{k,n}^2} \right] - \beta_n \\ &= H_{k,n} \left(\lambda_k \right) - \beta_n\end{aligned}$$

因為每一個載波的重要性都一致，所以我們設定 β_n 都一樣大，因此對同一個子載波 n 來看，計算 k 個 $H_{k,n}$ 的值找出對某一個 k 有最小的 $H_{k,n}$ ，就把此載波 n 指定給這第 k 個使用者來用，而其他使用者不會用到這第 n 個子載波。

Wong 所提出來的的方法，收斂速度慢的主要因素是 (1) 當某個使用者的 Lagrange 係數增加時，會搶到原先其他使用者的子載波，造成被搶到子載波的使用者又要去增加他的 Lagrange λ_k 係數以滿足他的傳輸率。在連鎖效應下，間接造成其他使用者必需增加他的 Lagrange λ_k 係數，直到每個使用者皆滿足他們的傳輸率。(2) Lagrange 係數沒有一個參考的式子去算出，而是先給一個很小的初始值，然後遞迴的慢慢增加，直到滿足各個使用者傳輸率的要求。

我們想藉由決定出每個使用者 λ_k 的最小邊界值 (lower bound)，以此組 λ_k k 個使用者的 λ_k 當這初始值以計算子載波的配置來解決 (1) 的問題。藉由提出的 FAST LR 的演算法解決 (2) 的缺點。先假設第 k 個使用者，使用根子載波，我們定出對使用者 k 的 cost function

$$\text{cost}K = \sum_{n=1}^{N_k} \frac{1}{\alpha_{k,n}^2} f_{k,n}(C_{k,n}) - \lambda_k \left(\sum_{n=1}^{N_k} C_{k,n} - R_k \right) \sim N_k$$

$$\frac{\partial \text{cost}K}{\partial C_{k,n}} = 0 \rightarrow C_{k,n} = \log_2 \frac{\lambda_k \cdot \alpha_{k,n}^2}{A} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \text{cost}K}{\partial \lambda_k} = \sum_{n=1}^{N_k} C_{k,n} - R_k = 0 \rightarrow$$

$$\lambda_k = \frac{A \cdot 2^{R_k / N_k}}{(\alpha_{k,1}^2 \cdot \alpha_{k,2}^2 \cdots \alpha_{k,N_k}^2)^{\frac{1}{N_k}}} \quad (2)$$

A 是一個 BER 的函數。要最小化整體的傳送功

率，我們利用以下步驟：所有使用者的 n_k 要越接近越好。所以我們便依此作為決定使用者子載波數目的依據：算出所有使用者所需求的

傳輸率總和 R ，把它除以系統所有可用的子載波數 N ，算出整各系統每根子載波平均所載的位元數 Bit_{ave} 。再把使用者 k 所要求的傳輸

率 R_k 除以 Bit_{ave} 之後取整數 (無條件捨去)，即為我們配置給每各使用者的子載波根數。無條件捨去的目的是為了確保，所有使用者的子載波總和不超過系統能提供的子載波根數 N 。

$$\frac{\text{Total Required Rate}}{N} = Bit_{ave}$$

$$n_k = \left\lfloor \frac{R_k}{Bit_{ave}} \right\rfloor$$

當決定好每個使用者所使用的子載波根數時，我們便可以算出每個使用者 Lagrange 係數 λ_k 的最低邊界值 (lower bound)，就不需要像 Wong 一樣只能藉由一點一點的調高來達到使用者傳輸率的要求。如果使用者 k 有 N_k 根子載波來傳送：

如果 $\alpha_{k,n}$ 是使用者 k 通道增益最大，通道狀況最好的 \rightarrow 使用者 k 的

λ_k 的 lower bound

$$= \frac{A \cdot 2^{R_k / N_k}}{\alpha_{k,n}^2} \leq \frac{A \cdot 2^{R_k / N_k}}{(\alpha_{k,1}^2 \cdot \alpha_{k,2}^2 \cdots \alpha_{k,N_k}^2)^{\frac{1}{N_k}}}$$

接著我們提出以 $C_{k,n}$ 來作為子載波的配置法：

步驟一：算出所有使用者 k 的最低邊界值 λ_k 。
步驟二：以此組 λ_k 代入式 $C_{k,n} = \log_2 \frac{\lambda_k \cdot \alpha_{k,n}^2}{A}$

算出所有子載波 n 對不同使用者能支持的位元數 $C_{k,n}$ (調變模式)。

步驟三：在子載波 n 上，比較 k 個 $C_{k,n}$ 的值，找出子載波 n 給哪位使用者能支持最多的位元數 $C_{k,n}$ ，便把子載波 n 給那位使用者，依此作為子載波的配置。

步驟四：決定出子載波的配置後，代入式

$$\lambda_k = \frac{A \cdot 2^{R_k / N_k}}{(\alpha_{k,1}^2 \cdot \alpha_{k,2}^2 \cdots \alpha_{k,N_k}^2)^{\frac{1}{N_k}}}$$

算出在此組子載波分配下，每位使用者 k 的 Lagrange 係數，再代回

$$C_{k,n} = \log_2 \frac{\lambda_k \cdot \alpha_{k,n}^2}{A}$$

算出子載波上面真正所承載的位元數 $\sum_{\text{for } n \in \text{user } k} C_{k,n}$

步驟五：計算每位使用者的傳輸率 $\sum_{\text{for } n \in \text{user } k} C_{k,n}$ 當 $\sum_{\text{for } n \in \text{user } k} C_{k,n} < R_k$ 使用者 k 未達傳輸率要求時，便增大使用者 k 的 λ_k ，先增大與傳輸率相差最多的使用者的 λ_k ，跳回步驟二。

當 $\sum_{\text{for } n \in \text{user } k} C_{k,n} = R_k$ 每位使用者的傳輸率皆被滿足時，此演算法完成。

一個可以更快求得 λ_k 的方法是直接利用 N 根子載波做平均通道狀況的估計。步驟一：我們先定出每位使用者使用的子載波數目，如果使用者一有四根子載波可以使用，我們便可以，以使用者看到最好的四根子載波作為通道狀況的平均估計(或者丟棄使用者看到最壞的幾根子載波，做平均通道狀況的估計)

$$(\alpha_{k,1}^2 \cdot \alpha_{k,2}^2 \cdots \alpha_{k,N_k}^2)^{\frac{1}{N_k}} : \text{平均通道狀況的估計}$$

$$\rightarrow \lambda_k = \frac{A \cdot 2^{R_k/N_k}}{(\alpha_{k,1}^2 \cdot \alpha_{k,2}^2 \cdots \alpha_{k,N_k}^2)^{\frac{1}{N_k}}}$$

代入 $C_{k,n} = \log_2 \frac{\lambda_k \alpha_{k,n}^2}{A}$ 我們可以算出此第 n 個子載波給第 k 個使用者能支持的傳輸位元數。步驟二：在第 n 個子載波上，比較給不同使用者

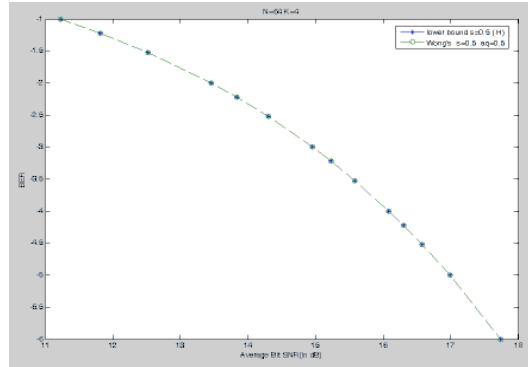
者 $1 \sim K$ 能支持的傳輸位元數 $C_{k,n}$ ，找出給哪個使用者能支持最大的傳輸位元數。如果 $C_{k',n}$ 是第 n 根子載波上： $C_{1,n} \sim C_{K,n}$ 最大的，那我們

就把此第 n 個子載波給第 k' 個使用者使用；其他使用者便不會用到這第 n 根子載波。我們以此方法作為子載波配置的機制。決定好所有使用者使用哪些子載波。然而我們先限定使用者使用子載波的數目，不能超過步驟一所訂出的每位使用者的子載波數目。當使用者搶到的子載波數目大於步驟一所訂出的，他便釋出子載波給子載波數目不足的使用者，而釋出哪一根和給哪一位使用者，則是看給出哪一根和給哪一位使用者所降低的傳輸率最少，便依此方式重新分配，直到所有使用者的子載波根數都符合而最後如果有多出的子載波沒被用到，便把它給他能提供最多 $C_{k,n}$ 的使用者。我們便完成了子載波的配置法了。

步驟三：接下來我們開始做每各子載波上位元的分配，步驟二決定出每個使用者使用到幾根以及哪幾根子載波後，我們便可以決定出所有使用者的真正的 Lagrange 係數。步驟四：決定好所有使用者的 Lagrange 係數和所有使用者的子載波配置後，代回 $C_{k,n} = \log_2 \frac{\lambda_k \alpha_{k,n}^2}{A}$ ，便可決定出所有子載波上的位元階數。

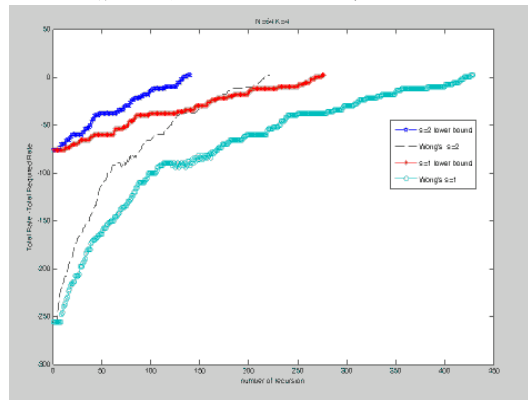
步驟五：將 $C_{k,n}$ 整數化，取 $\{0, 2, 4, 6\}$ 之中的值去最接近理想值，如果整數化後沒有滿足某個使用者 k 的傳輸率，便稍微增加，再將 $C_{k,n}$ 整數化後直到滿足每個使用者的傳輸率。(此步驟皆沒有動到子載波的配置，步驟二即已定出子載波配置法)。

III. 模擬分析



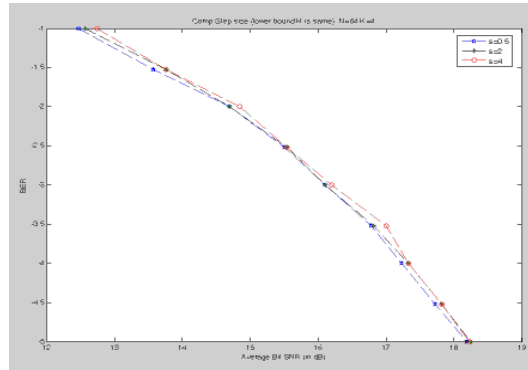
圖一. Lagrange 係數由最低邊界值開始和由一個小值 0.5 開始的比較

由模擬可知 Lagrange 係數由一個小的初始值開始和我們由最小邊界值開始，對於最後收斂的解影響不大，圖一的效能幾乎重合。

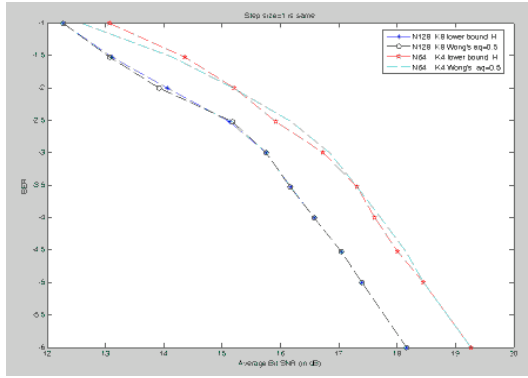


圖二 Step size 和 Lagrange 係數初始值對收斂速度的影響

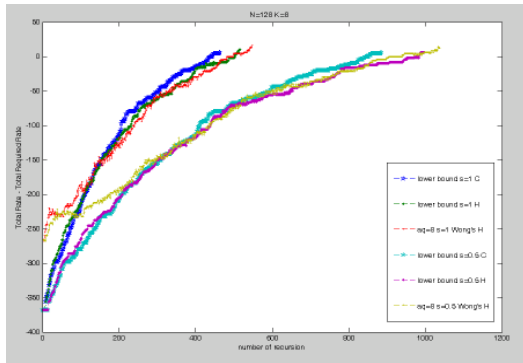
由模擬可知，step size 影響收斂速度較初始 Lagrange 係數值的給定來得更為明顯。一個好的初始值給定可以減少收斂所需的遞迴次數，但是增大 step size 更能有效得加快收斂的速度，然而 step size 的加大對最後所需的(傳送功率/雜訊功率)也會增加。



圖三 以 $H_{k,n}$ 作為子載波分配法，不同 step size 對效能的影響 step size 的加大會照成效能的降低。



圖四 128 根子載波分給 8 個使用者和 64 根子載波分給 4 個使用者的比較
由模擬可知子載波較多使用者較多下去分配，能得到的效能較好，較多的多使用者的分集增益(multi-user diversity gain)。代價是收斂所需的遞迴次數增加。



圖五 128 根子載波給 8 位使用者使用，step size 對三種不同方法收斂速度的影響
由模擬可知

1. step size 為主要影響收斂速度的因子，step size 越大，越快收斂。
2. 一組好的最低邊界值的給定，會比隨便設一個 Lagrange 係數來得更快收斂。
3. 以 $C_{k,n}$ 做為子載波分配法比以 $H_{k,n}$ 作為子載波分配法來得更快收斂，給定一組最低邊界值作為開始，又會比 Wong 所提的方法更快收斂。

IV. 結論

本篇論文從 Wong 的 Lagrange 演算法出發[5]，試圖改進它收斂速度慢的問題。我們導出最低邊界值 Lagrange 係數作為演算法初始值的開始，發現的確可以減少演算法所需的遞迴次數，不過由模擬可以知道，要加速演算法的收斂速度最快的方法就是加大每次遞迴增加的 Lagrange 係數的 step size。但是加大 step size 會使得最後系統所需的(傳送功率/雜訊功率)增加，所以收斂速度更快的代價是傳送功率的提高。因此以大 step size 的快速 Lagrange 收斂演算法能快速的分配好子載波的配置以及調變模式去滿足每位使用者的

傳輸率，然而所需的(傳送功率/雜訊功率)較原先 Wong 所提的方法還高。

本篇論文比較數種方法來完成子載波的分配和位元的配置，端看要應用在何種需求環境。如果要很快的找到子載波和調變模式的分配，快速的 Lagrange 收斂演算法是好的選擇，或者在原先的 Lagrange 演算法裡加大 step size 也可以很快的達到收斂。如果希望能找到一組好的分配方法，使得系統所需的(傳送功率/雜訊功率)能最低，那麼子載波的重新搜尋比較法，或原先 Lagrange 演算法把 step size 調小能達成，然而代價是需要較多的遞迴次數。因此導出最低邊界值 Lagrange 係數作為演算法初始值的開始，發現的確可以減少演算法所需的遞迴次數

參考文獻

- [1] L. J. Cimini, Jr. and N. R. Sollenberger, "OFDM with diversity and coding for high-bit-rate mobile data applications," *Mobile Multimedia Commun.*, vol. 1, pp. 247-254, 1997.
- [2] H. Rohling and R. Günheid, "Performance of an OFDM-TDMA mobile communication system," in *Proc. IEEE Vehicular Technology Conf. (VTC'96)*, Atlanta, GA, pp. 1589-1593.
- [3] A. Czylik, "Adaptive OFDM for wideband radio channels," in *Proc. IEEE Global Telecommunications Conf. (GLOBECOM'96)*, London, U.K., Nov. 1996, pp. 713-718.
- [4] H. Rohling and R. Günheid, "Performance comparison of different multiple access schemes for the downlink of an OFDM communication system," in *Proc. IEEE Vehicular Technology Conf. (VTC'97)*, Phoenix, AZ, pp. 1365-1369.
- [5] C. Y. Wong, R. S. Cheng, K. B. Letaief, and R. D. Murch, "Multiuser OFDM with adaptive subcarrier, bit and power allocation," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 17, pp. 1747-1757, Oct. 1999.
- [6] Didem Kivanc, Guoqing Li, and Hui Liu, "Computationally Efficient Bandwidth Allocation and Power Control for OFDMA," *IEEE TRANSACTIONS ON WIRELESS COMMUNICATIONS*, VOL. 2, NO. 6, NOVEMBER 2003
- [7] J. G. Proakis, *Digital Communications*, 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 1995.
- [8] D. G. Luenberger, *Optimization by Vector Space Methods*. New York: Wiley, 1969.
- [9] Gerard J.M. Janssen Multiuser Subcarrier Allocation for QoS Provision in the OFDMA Systems
- [10] C.Y. Wong C.Y. Tsui, R.S. Cheng K.B. Letaief, "A Real-time Subcarrier Allocation Scheme for Multiple Access Downlink OFDM Transmission", *IEEE VTC'99*.
- [11] G. Le Bodic, J. Irvine, J. Dunkop, "Resource Cost and QoS Achievement in a Contracts-based Resource Manager for Mobile Communications Systems", *Eurocomm, Munich, Germany 2000*.
- [12] D. Yoon, K. Cho, and J. Lee, "Bit error probability of M-ary Quadrature Amplitude Modulation" in *Proc. IEEE VTC 2000-Fall*, vol. 5, pp. 2422-2428, IEEE, September 2000