

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

液晶線性與非線性光學之研究(II)

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC93-2112-M-009-022-

執行期間：93年08月01日至94年07月31日

執行單位：國立交通大學光電工程學系(所)

計畫主持人：王淑霞

共同主持人：梁寶芝

報告類型：精簡報告

報告附件：出席國際會議研究心得報告及發表論文

處理方式：本計畫可公開查詢

中華民國 94 年 7 月 22 日

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫成果報告

子題一：液晶非等向特性對雷射光自我組成現象影響之研究

計畫編號：NSC 93-2112-M-009-022

執行期限：93年8月1日至94年7月31日

主持人：王淑霞 國立交通大學光電工程研究所

一、中文摘要

在非線性光學領域中，兩道 counter-propagating 的雷射光於非線性材料中會產生有趣的自組現象(self-organization)，以致雷射光橫向平面會自發性形成各種不同的亮暗分佈。依據 W.J. Firth^{1,2,3} 提出 Kerr medium 在外加單一 feedback mirror 的簡單架構下雷射光也會產生橫向不穩定性進而造成雷射光於橫向平面有亮暗的圖像產生。液晶是一種很獨特的非線性材料，也是一種 Kerr-like medium，利用液晶來做雷射光自我組成這個光學現象的特性研究尚須考慮液晶本身的特性。線狀液晶具有獨特的非等向特性，這個特性會對雷射光自組圖像造成一定的影響而使自組圖像產生變化。

在本計畫中，我們從以水平排列的線狀液晶為材料在有外加光場及電場及 feedback mirror 的條件所導出的線性不穩定性分析著手，探討液晶的非等向特性對雷射光自組圖像有何重要的影響。

關鍵詞：線狀液晶、非線性光學、不穩定性分析、雷射光自我組成

Abstract

The spontaneous pattern-formation in the transverse plane of the laser beam due to the self-organization phenomenon of the beam in

the nonlinear materials shows various interesting patterns in the region of nonlinear optics. According to the simple setup proposed by W.J. Firth¹, transverse instabilities of the laser beam occur when the beam passes through the Kerr medium and being reflected by a mirror as a optical feedback. As liquid crystals can be viewed as Kerr-like media we can study this interesting phenomenon by using liquid crystals as the nonlinear materials. Unlike the isotropic assumption in the previous theory proposed by W. J. Firth^{1,2,3}, liquid crystals have very unique anisotropic property and this property will affect the self-organization phenomenon of the laser beam effectively. Therefore, we will study the influence of the anisotropic property of liquid crystals on the self-organization phenomenon of the laser beam.

In this project, we start from the results of the linear stability analysis of the self-organization phenomenon of the laser beam by using a nematic liquid crystal film with the existence of the external electric and optical fields in the optical feedback configuration. Within the results of the linear stability analysis we will change the experimental characters related with the system anisotropy and see what will the self organized patterns change.

Keywords: nematic liquid crystals, nonlinear optics, instability analysis, self-organization of the laser beam

二、緣由與目的

在 1988 年 W.J. Firth 提出 Kerr medium 在兩道對打(counter-propagating)的雷射光下的橫向不穩定性研究^{1,2}，且在 1990 年提出 Kerr medium 外加單一 feedback mirror 情形下的空間不穩定性³，引發學者利用各種不同的材料做實驗上的研究。G. Grynberg 利用兩道 counter-propagating 的雷射光打在 sodium vapor 上觀察到了六角形分布的圖像且利用 mirrorless four-wave mixing oscillation 去解釋它⁴。P.P. Banerjee 利用 KNBo3 也觀察到六角形分布的圖像⁵。且將此現象和一般自然界的自組現象的觀念做了第一次的連結。然而以液晶為材料做此方面的研究的有 R. Macdonald 以 Hybrid aligned 5CB 觀察到六角形的圖像⁶。然而 E.Santamato 利用 Homeotropic aligned E7 也觀察到了類似的圖像⁷，且利用 Talbot Effect 去解釋形成的原因。E. Santamato 在近年利用液晶參雜雷射染料的方式成功的觀察到 Self-Defocusing 材料的自組圖像⁸。另外 T. Tschudi 則是利用 LCLV 去做相關的研究⁹，且利用外加透鏡及 spatial filter 的方式去做圖像的穩定及明顯化¹⁰。以液晶作為材料的研究主要分為兩個方向，T. Tschudi 著重於利用外加光學系統去做圖像的純化，而 E. Santamato 則著重於不同材料以達到自組現象產生的研究，且以液晶為材料的研究中完全沒有加入電的效應在內。於去年的計畫中，利用不同的液晶排列方式配合外

加電場，我們可以觀察到 E. Santamato 觀察到的非六角形圖像。另外，我們已經推導出水平加電壓液晶所要滿足的擴散方程及要產生圖像的臨界光強。此擴散方程具非等向性特性，此種擴散非等向性，也反應在臨界光強的分佈上。

在本計畫中，我們從已經完成的線性不穩定分析的理論推導結果出發，藉由實驗參數的改變來調變由於液晶本身的非等向特性所造成的橫向圖像形成所須臨界光場強度的非等向分佈情形，進而分析此非等向特性的強弱對雷射光自組圖像的形成有何影響。

三、結果與討論

在本計畫中，我們探討利用水平排列線狀液晶在單一光回饋系統當中由於材料本身的非等向特性造成有趣的光學圖像形成。由於液晶材料彈性常數的非等性會造成主要擴散方程的非等向性因而造成光學圖像形成所需的臨界光強度分佈有非等向的特性，藉此非等向特性我們即可看到不同的光學圖像形成。藉由簡單分析等效擴散非等向性，我們可以推論可能觀察的光學圖像。

圖一及圖二為我們的實驗架構及水平加電壓樣品的表示圖。延續以往的理論推導，由光場強度改變所導致的相位改變 $\delta\phi$ 所要滿足的擴散方程如下所示

$$\tau \frac{\partial \delta\phi}{\partial t} - l_x^2 \frac{\partial^2 \delta\phi}{\partial x^2} - l_y^2 \frac{\partial^2 \delta\phi}{\partial y^2} + \delta\phi = \alpha \delta I, \quad (1) \text{ 而}$$

$$\alpha = -\frac{2\pi n_e \mu d J_1(2\theta_t) J_1(2\theta_a)}{\lambda_0 I_{fr} G},$$

$$G = \{2 + k - \frac{k}{2}[J_0(2\theta_i) - J_2(2\theta_i)]\},$$

$$l_x^2 = \frac{1}{G}(\frac{d}{\pi})^2 \{1 + \frac{k}{2}[1 + 2J_0(2\theta_i) - \frac{J_1(2\theta_i)}{\theta_i}]\},$$

$$l_y^2 = \frac{1}{G}(\frac{d}{\pi})^2(\frac{k_{22}}{k_{11}}),$$

$$k = (k_{33}/k_{11}) - 1, \quad \mu = 1 - (n_e/n_o)^2,$$

其中 τ 為動態的時間係數，會與液晶材料的粘滯係數有關， θ 為液晶的傾角， k_{11} ， k_{22} 與 k_{33} 為液晶的展曲，扭曲與彎曲的彈性形變常數， l_x 與 l_y 為x與y方向的擴散長度且與液晶的傾角及材料的參數有關。從(1)式中我們可以看出，利用液晶為非線性材料其光場改變所導致的相位改變所要滿足的擴散方程，其x與y方線的擴散長度是不相等的。而這一種非等向的特性跟E. Santamato提出的特性相似，原因是由於液晶本身的彈性非等向性有關。接下來要求出光學圖像形成的臨界光強度，依循以往文獻中的方式對(1)式作線性穩定性分析。假設一個微小的餘弦相位微擾加入剛穿過樣品的光束中求出要形成光學圖像所要滿足的臨界光強度分佈如下

$$I_m(q, \varphi) = \frac{1 + q^2(l_x^2 \cos^2 \varphi + l_y^2 \sin^2 \varphi)}{2R\alpha \sin(\frac{q}{2\pi} \lambda_0 L)}, \quad (2)$$

其中 q 為相位微擾的波向量， φ 為相位微擾的方向， λ_0 為入射光波長， L 為樣品與反射鏡距離而 R 為反射鏡的反射率。

對於水平排列的液晶樣品來說，相對的參數我們可以改寫為：

$$l_x^2 = \frac{1}{G}(\frac{d}{\pi})^2(1 + mk_a); l_y^2 = \frac{1}{G}(\frac{d}{\pi})^2(1 + k_b) \quad (3)$$

$$\alpha = -\frac{2\pi n_e \mu d J_1(2\theta_a)^2}{\lambda_0 I_{fr} G}; I_{fr} = ck_{11} \frac{(\frac{\pi}{d})^2}{(-n_e \mu)}$$

而

$$G = \{2 + k_a - \frac{k_a}{2}[J_0(2\theta_a) - J_2(2\theta_a)]\};$$

$$m = \frac{1}{2}(1 + 2J_0(2\theta_a) - \frac{J_1(2\theta_a)}{\theta_a})$$

$$k_a = \frac{k_{33}}{k_{11}} - 1; k_b = \frac{k_{22}}{k_{11}} - 1; \mu = 1 - (\frac{n_e}{n_o})^2$$

θ_a 為中間層液晶外加電壓下的平均傾角， c 為真空中的光速， d 為樣品厚度， n_e 和 n_o ， $\varepsilon_{//}$ 和 ε_{\perp} 為與樣品光軸平行和垂直的折射係數及介電係數。在(2)式中臨界光強度可預期達到最小值當 $\text{Sin}(q^2 \lambda_0 L / 2\pi) = 1$ 或是當 $q \approx \pi / \sqrt{\lambda_0 L}$ 。這也是如同Talbot效應的預測結果。

從(2)式可知，臨界光強度與擴散長度有關，而從(3)式可知擴散長度與液晶彈性係數的相對值有關。為了了解臨界光強度的非等項特性必須先了解擴散長度的非等向性。從(3)式著手，可以把擴散長度的非等向性以下式表示：

$$\Delta l^2 = l_x^2 - l_y^2 = [\frac{1}{G}(\frac{d}{\pi})^2] \sigma \quad (4)$$

其中

$$\sigma = mk_a - k_b$$

在以下的討論中，可將 σ 視為等效的擴散非等向性而此非等向性與液晶的彈性常數的非等向性有關。

考慮由彈性常數造成的臨界光強度的非等向性及電場可調變非等向性程度的特性來看我們可以用多種方法來得到不同的光學圖像。從之前計劃的結果得知，當臨界光強度的非等向性存在的時候我們可以利用改變入射光強¹¹或是藉由電場調變非線性強度¹²而獲得六角及線狀的光學圖像。一般來說，當 σ 為正時 l_x 大於 l_y 。此時臨界光場分布的最小

值會在 $\varphi=\pi/2$ 最大值會在 $\varphi=0、\pi$ 。所以當入射光強度大於或接近最小值時我們可以觀察到垂直的線狀圖像，而當入射光強大於且接近最大值時可以觀察到六角形的圖像。反之當 σ 為負時 l_x 小於 l_y 。此時會得到相反的結果，也就是臨界光強分布的最小值會在 $\varphi = 0、\pi$ 兒最大值則在 $\varphi=\pi/2$ 。故藉由控制入射光強或調變非線性強度我們可以獲得水平的線狀和六角的圖像。

根據以上的討論，要討論彈性常數非等向性對光學圖像的影響，可藉由探討彈性常數的非等向性對於等效擴散非等向性 σ 的影響得知。為了以實驗觀察光學圖像，以外加靜電壓偏壓的水平向列型液晶為樣品(E7)，樣品厚度大約為 68um，放入單一光回饋的系統中(如圖一的架構)。是當控制入射光強我們可得到垂直的線狀圖像以及六角形的圖像。

為了辨別彈性常數的非等向性和實驗觀察的相關性我們可以從(4)式的 σ 來分析。(4)式中 m 與 θ_a 的關係曲線如圖四所示。在 $\theta_a = 0$ 時 $\sigma = 0.11$ 而 $\theta_a = \pi/2$ 時 $m = 1$ 。表示可藉由電場調變 θ_a 進而調變 m 值從 0.11 到 1。從表一的材料參數可知在此例中 k_a 為正而 k_b 為負。

從(4)式及圖四中我們可以知道 σ 恆為正。故對於水平排列的現狀液晶而言我們只能得到垂直的線狀圖像及六角形的圖像。

四、計畫成果自評

從本計劃的研究中可以得知液晶彈性常數的非等向性對於光學圖像的型成有非常大的影響! 我們對於液晶本身的彈性常數的非

等向性對光學圖像形成的影響以理論分析及實驗的印證加以探討，但礙於不同彈性常數特性的液晶材料並不易取得我們無法一一將各種情形以實驗的方法呈現，但已將其他不同彈性常數的例子以數值的方法說明可能觀察到的光學圖像並將此研究結果發表於參考文獻中¹³。

本計畫中所得到的部分結果已發表在 2004 年的國外期刊中¹¹⁻¹³。

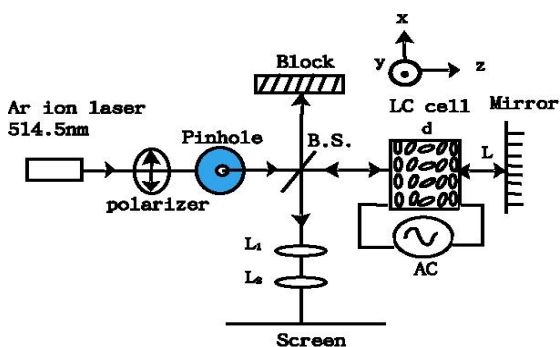
五、參考文獻

- [1] W.J. Firth and C. Pare, Optics Letters, Vol.13, No.12, p1096, 1988.
- [2] W.J. Firth, A. Fitzgerald and C. Pare, JOSA B, Vol.7, No.6, p.1087, 1990.
- [3] W.J. Firth, Journal of Modern Optics, Vol.37, No.2, p151, 1990.
- [4] G. Grynberg et al., Optics Communications, Vol. 67, No.5, p363, 1988.
- [5] P.P. Banerjee et al., Optics Letters, Vol.20, No.1, p10, 1995.
- [6] R. Macdonal and H.J. Eichler, Optics Communications, 89, p289, 1992.
- [7] E. Santamato et al., APL, Vol.64, No.23, p3080, 1994.
- [8] E. Santamato et al., Optics Communications, Vol. 143, p57, 1997.
- [9] T. Tschudi et al., Optics Communications, 102, p115, 1993.
- [10] T. Tschudi et al., PRL, Vol.84, No.5, p879, 2000.
- [11] Hsu-Kuan Hsu, Shu-Hsia Chen and Yinchieh Lai, Opt. Express, Vol. 12, No. 7, pp. 1320-1328, 2004.
- [12] Hsu-Kuan Hsu, Yinchieh Lai and

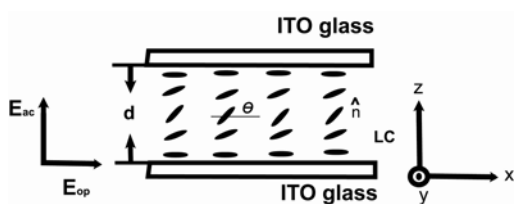
Shu-Hsia Chen, Appl. Phys. Lett. **85**, pp. 2724, 2004.

[13] Hsu-Kuan Hsu, Yinchieh Lai and Shu-Hsia Chen, Jpn. J. Appl. Phys. Vol. 43, pp. 6229, 2004.

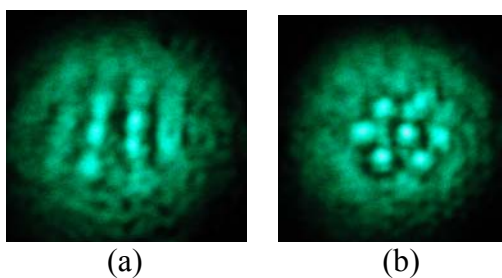
六、附圖與表格



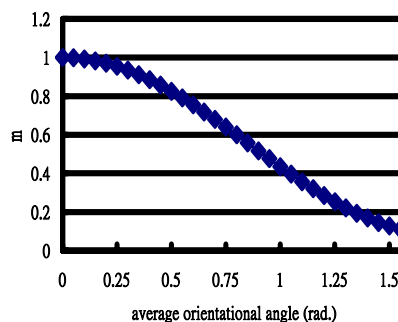
圖一 實驗裝置圖：利用分光鏡在屏幕上觀察反射回樣品的雷射光的近場橫向圖像



圖二 水平排列液晶樣品結構及分子排列



圖三 近場圖像(a) input power = 0.74W, (b) input power = 0.83W, with biased voltage = 1.117 Vrms, $d = 68\mu\text{m}$, $L = 1.9\text{cm}$, $R = 0.65$, and beam diameter = 1.4mm.



圖四 The calculated value of m versus the average orientational angle.

表一 material parameters of nematic liquid crystal E7

Liquid crystal material	E7
n_e	1.75
n_o	1.5231
$\epsilon_{//}$	19.6
ϵ_{\perp}	5.1
k_{11}	12pN
k_{22}	9pN
k_{33}	19.5pN

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫成果報告

子題二：液晶線性光學在液晶盒界面特性量測之應用研究

計畫編號：NSC 93-2112-M-009-022

執行期限：93年8月1日至94年7月31日

主持人：王淑霞 國立交通大學光電工程研究所

一、中文摘要

液晶盒界面特性影響液晶指向矢的排列分佈，間接影響著液晶盒的光學特性、動態響應等。因此，這些界面特性對於液晶顯示器的設計、品質、穩定性影響甚巨。

在本計畫中，我們利用液晶之線性光學性質，探討液晶盒的相位延遲與外加電壓的關係。由此，我們提出利用外加電場導致垂直排列反射式液晶盒的雙折射變化，來量測預傾角的方法。我們理論上推導出在小的外加電壓下，液晶盒的相位延遲變化正比於外加電壓的平方。預傾角可以由斜率推導出來。在實驗上，相位延遲可由簡單的光學系統測量出，進而求出液晶盒的預傾角。

關鍵詞：預傾角量測、垂直排列反射式液晶顯示器

二、Abstract：

The characteristics of the interface in the liquid crystal cell have great influence on the distribution profile of the liquid crystal directors, which affect the optical properties and the dynamical responses of the cell. Therefore, these characteristics, especially the pretilt angle, are the key parameters when we design the liquid crystal displays or study the qualities and the stabilities of the displays.

In this project, we used the linear optics of liquid crystal to study the relationship of the phase retardation and the transmittance with the applied voltage. Therefore, a field induced birefringence method is demonstrated for determining the pretilt angle of a vertically aligned reflective liquid crystal display. We derive theoretically that the field induced optical phase retardation is linearly proportional to the square of the applied voltage in the low voltage regime. The pretilt angle can be deduced from the slope of this linear relation. The optical phase retardation is measured by a simple optical system and the pretilt angle can be determined easily.

Keywords: Pretilt angle measurement, vertically aligned reflective liquid crystal display

三、緣由與目的

利用線性光學並針對非扭轉型穿透式液晶盒，量測其預傾角的研究已經發展很多年，其量測的方法有利用旋轉液晶盒找出其對稱點的 crystal rotation method¹、improved crystal rotation method²、利用磁場的 magnetic null method³及利用正射與不加電壓的相位差的方法⁴等。然而至目前為止，量測反射式液晶盒之預傾角的研究卻很少，僅有一篇由我們實驗室所提出之 VA-mode 反射式液晶盒之量測方法⁵。然而此方法需要

液晶盒之模擬軟體方能決定液晶盒之預傾角，且需人工一步一步作模擬分析比對，並不合適一般實驗室或工廠用。而反射式液晶顯示器近年來因具有省電、輕巧、室外的可閱讀性而蓬勃發展。對於在設計產品時，尚可用穿透式的液晶盒之量測作為依據，但對於實際上反射式液晶顯示器可能發生的問題，以及之後的穩定性、老化等的問題，還是直接量測較能真正瞭解與確定問題所在，進而提升液晶顯示器之品質。所以，設計新的、準確又方便的量測反射式液晶盒方法是非常迫切需要的。

四、結果與討論

我們從彈性連續體理論出發，液晶盒的自由能密度為：

$$F = \frac{1}{2} \int_0^d \left\{ (k_{11} \sin^2 \theta + k_{33} \cos^2 \theta) \left(\frac{d\theta}{dz} \right)^2 + \frac{D_z^2}{\epsilon_0 (\epsilon_{//} \cos^2 \theta + \epsilon_{\perp} \sin^2 \theta)} \right\} dz, \quad (1)$$

其中 k_{11} 和 k_{22} 為彈性係數， $\epsilon_{//}$ 和 ϵ_{\perp} 是液晶在長軸與短軸上的介電常數， d 為液晶層厚度， D_z 為 z 方向上的電位移， $\theta(z)$ 為指向矢的傾角（從 z 軸算起）。

利用變分法以及泰勒展開，求出外加小電壓下，指向矢平衡時的位置，需滿足下方程式：

$$\Delta \theta_m(V) = \theta_m(V) - \theta_0 \approx \frac{\pi^2 V^2}{8V_{th}^2} \theta_0. \quad (2)$$

其中 θ_0 為預傾角， θ_m 為液晶盒中間層指向矢的傾角， $V_{th} = \pi \sqrt{\frac{k_{33}}{\epsilon_0 (\epsilon_{\perp} - \epsilon_{//})}}$ 。

再將指向矢位置與外加電壓的關係式代入液晶盒的相位延遲的公式：

$$\Gamma(V) = \frac{4\pi}{\lambda} \int_0^d \left[\frac{n_e n_o}{\sqrt{n_e^2 \cos^2 \theta(z) + n_o^2 \sin^2 \theta(z)}} - n_o \right] dz, \quad (3)$$

λ 為入射光的波長， n_e 和 n_o 為液晶非尋常光與尋常光的折射率。經泰勒展開，可得到相位延遲與外加電壓的關係式：

$$\Delta \Gamma(V) = \Gamma(V) - \Gamma(0) \approx \frac{\pi^3 (n_e^2 - n_o^2) n_o d}{3n_e^2 \lambda} \frac{\theta_0^2}{V_{th}^2} V^2. \quad (4)$$

上方程式中，液晶的參數可由液晶供應商提供，但仍須知道液晶盒的厚度 d 。在垂直排列的液晶盒，我們可由下方程式求得液晶盒的厚度⁵

$$\Gamma(V) = \frac{4\pi(n_e - n_o)d}{\lambda} \left(1 - \zeta \frac{V_{th}}{V} \right). \quad (5)$$

圖一(a)為電腦模擬出的相位延遲與外加電壓的關係圖。我們重新繪出相位延遲與外加電壓倒數的關係圖，如圖一(b)，利用公式(5)與外差法在電壓無限大時，得到液晶盒的厚度。在外加小電壓時，對於不同預傾角的反射式液晶盒而言，相位延遲與外加電壓的平方成正比，如圖一(c)，代入公式(4)而求得預傾角。

圖二為實驗量測反射式液晶盒的相位延遲與外加電壓的關係的裝置圖。圖三是以垂直排列的反射式液晶盒 A 為例的實驗量測圖，依照我們提出的方法，得到液晶盒的厚度與預傾角。

由於此方法也可以用在穿透式液晶盒上，僅需修正公式(5)成為：

$$\Delta \Gamma(V) \approx \frac{\pi^3 (n_e^2 - n_o^2) n_o d}{6n_e^2 \lambda} \frac{\theta_0^2}{V_{th}^2} V^2. \quad (7)$$

因此，我們用傳統的 crystal rotation 的方法測得穿透式液晶盒 C 的預傾角來驗證此方法，其結果是非常吻合的。驗證了我們所提出來之方法是正確且可行的。表 I 即為實驗量測兩個垂直排列反射式液晶盒 (A 和 B) 與一個垂直排列穿透式液晶盒 (C) 的厚度與預傾角。

五、計畫成果自評

在本計畫中，我們經由理論的分析與推導，得

到了垂直排列反射式液晶盒的預傾角與相位延遲的簡單公式。並在實驗上，實際量測出反射式液晶盒的預傾角。成功的解決了量測垂直排列反射式液晶盒預傾角的問題。

本計畫中所得到的部分結果已發表在 2004 年的國外期刊中^{5,11}。

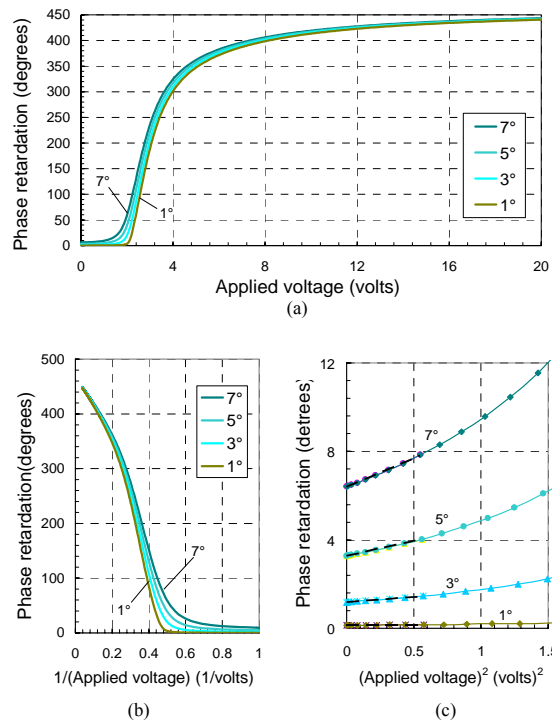
六、參考文獻

- [1] T. J. Scheffer and J. Nehring, *J. Appl. Phys.*, vol. 48, no. 5, pp. 1783, 1977.
- [2] G. Baur, V. Wittwer and D. W. Berreman, *Physics Lett. A.*, vol. 56, no. 2, pp. 142-4, 1976.
- [3] Jin Seog Gwag etc., *J. Appl. Phys.*, vol. 93, no. 8, pp. 4936, 2003.
- [4] K. Y. Han, T. Uchida and S. B. Kwon, *Mol. Cryst. Liq. Cryst.*, Vol. 302, pp.1145-50, 1997.
- [5] Shu-Chan Hsiao, Jy-Shan Hsu, Bau-Jy Liang and Shu-Hsia Chen, *Journal of SID*, vol. 11, no. 4, pp. 629, 2003.
- [6] G. P. Sinha, Bs. Wen, and C. Rosenblatt, *Appl. Phys. Lett.*, vol. 79, no. 16, pp.2543, 2001.
- [7] Jy-Shan Hsu, Bau-Jy Liang and Shu-Hsia Chen, *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 52, no. 5, 918, 2005.

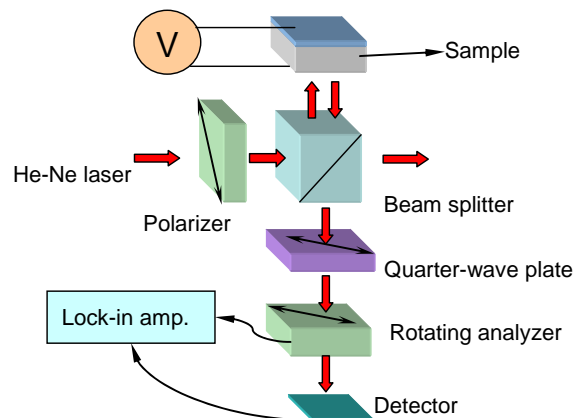
七、附圖與表格

表 I：反射式液晶盒 A 和 B 與穿透式液晶盒 C 的液晶盒的厚度與預傾角測量值。

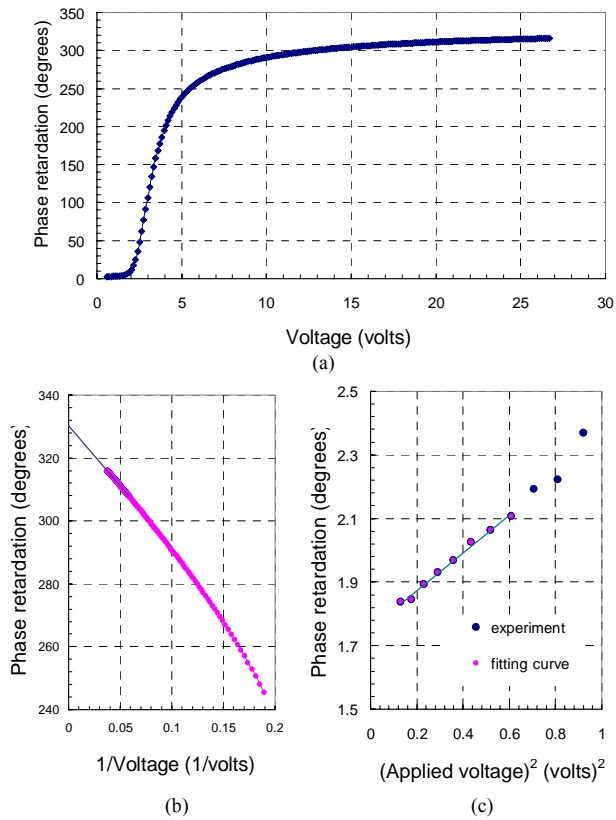
Test cell	A (VA R-LCD)	B (VA R-LCD)	C (VA T-LCD)
Cell gap	3.51	3.89	11.26
Pretilt angle	4.3°	0.8°	3.98°



圖一 (a)垂直排列反射式液晶盒在外加電場作用下的相位延遲對外加電壓的關係圖。(b) 相位延遲對外加電壓的倒數的關係圖，可求出此垂直排列反射式液晶盒的厚度。(c) 相位延遲對外加電壓的平方的關係圖，可求出此垂直排列反射式液晶盒的預傾角。



圖二 垂直排列反射式液晶盒在外加電場作用下，量測相位延遲與外加電壓關係的實驗裝置圖。



圖三 (a)垂直排列反射式液晶盒 A 在外加電場作用下的相位延遲對外加電壓的關係圖。(b) 相位延遲對外加電壓的倒數的關係圖，可求出液晶盒 A 的厚度。(c) 相位延遲對外加電壓的平方的關係圖，可求出液晶盒 A 的預傾角。