

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

彎道水理與污染質傳輸分層模式之發展與應用研究(II)

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC93-2211-E-009-014-

執行期間：93年08月01日至94年07月31日

執行單位：國立交通大學土木工程學系(所)

計畫主持人：楊錦釧

計畫參與人員：洪夢祺

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 94 年 10 月 31 日

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

彎道水理及污染質傳輸分層模式之發展與應用研究(二)

A Study on Development and Application of Layered Water and Contaminant Transport Models in River Bends (II)

計畫編號：NSC93-2211-E-009-014-

執行期限：93年8月1日至94年7月31日

主持人：楊錦釗 國立交通大學土木工程學系

計畫參與人員：洪夢祺 國立交通大學土木工程學系

一、中文摘要

彎道河段水理現象極為複雜，欲分析其流場之變化，就理論而言，三維模式之使用是必要的，但實際應用上仍有許多問題不易克服，如參數之檢定、模式穩定與計算時間等。而一般使用之二維水深平均模式卻須植入二次流流速分布，與實際流況未盡相符。因此，為同時兼具實用性與精確性，本研究擬以分層概念發展一彎道水理模式，透過控制方程式直接求解三維流場，於彎道處毋須引入二次流流速分布，由內插函數代替，方便實際應用，同時藉由該模式探討彎道處污染傳輸受二次流影響之程度。本研究擬分兩年進行，第一年已完成直線道水理模式之建立與測試，第二年持續完成彎道水理模式並完成風剪環流流場之驗證工作。

關鍵詞：分層、彎道、模式

Abstract

Theoretically, application of a 3-D model is necessary on simulation in river bends because of the complexity of flow. However, there exist difficulties in practical problems such as calibration of parameters, model stability and CPU time, etc. The 2-D model in general use, imposing a velocity profile of secondary current, may lack consistency corresponding to the field condition. In order to reach the applicability and accuracy, a flow model using the layer concept will be developed to simulate the secondary current in river bends in this study. It solves the 3-D flow field through the layer-averaged governing equations embedded with interpolation functions instead of imposing a velocity profile. The transverse mixing of the contaminant transport in river bends affected by the

secondary current will be analyzed simultaneously. This study proceeded for two years. The flow model will be established and tested in the first year. The further modification of the model was done and wind-induced flow in stilling basin was analyzed and verified in the second year.

Keywords: Layered、Bend、Model

二、緣由與目的

天然河川通常為一系列直線與彎道的組合，彎道水理流況複雜，水流流經彎道時，離心力與底床剪應力無法平衡，使外岸水面超高而形成二次流(Secondary flow)，二次流使外岸淘刷、內岸淤積。早期彎道研究以模型試驗之水理現象觀察與分析為主，如 Mockmore(1944)與 Shukry(1950)等，B.C. Yen(1965)由固定平床之模型試驗對彎道之水理現象詳加探討，C.L. Yen(1967)進行平衡床形之模型試驗，並強調床形對彎道流況之影響。Rozovskii(1961)開始以理論分析配合模型試驗，由理論分析求得適用於平床完全發展區域距離牆較遠之河心部份之二次流解析解，而水面線、縱向流速與底床剪應力之分佈及漸變段之流況，則以全深積分模式求解。de Vriend (1980)等、Ali(1985)與 Wijbenga (1985)陸續發展全深積分之模式，將床形對流況之影響納入考慮，解析流況之全深平均值，Chiu(1978)與 Lin(1982)則應用正交曲線座標轉換，由縱向流速分佈推求二次流與剪應力之變化，Vriend(1983)與 Struiksmma(1985)等應用非均勻穩定攝動法之線性模式探討彎道的沙洲變化，Odgaard (1986)則更進一步將水流之徑向通量納入考慮，解析平衡狀態之流況與床形。污染質傳輸方面，Yen (1965)發現污染質在側方向之傳輸有所增強，一是因為

側向速度剖面所造成的側向移流傳輸；一是因為二次流效應(即渠道上半部之流體向外岸流動，而渠道下半部之流體會向內岸移動)所造成之環流傳輸。一般皆將此二項分別表為梯度傳輸 (gradient transport) 與延散係數之乘積。Fischer(1967)在環流傳輸之考量下，推得延散係數與曲率半徑的平方成反比關係，Okoye(1970)則將前人之實驗室資料作整理分析，得知污染質在直線渠道之輸送歷程完全受到縱向移流、污染質本身之亂流傳輸及因流況不均勻或渠槽不規則所產生之小量側向移流之影響，Yotsukura 與 Sayre(1976)認為渠道之寬深比亦為影響之因素之一。

由於三維模式在實際應用上有其困難，如參數率定、模式穩定及計算時間等，因此工程上二維模式常被用來解決實際問題，二維水深平均模式可分為傳統模式和彎道模式兩類，兩者主要差異在於延散剪應力之處理與否。傳統模式如 Molls & Chaudhry(1995) 結合層流、紊流與延散剪應力的等效應力觀念，但仍忽略二次流垂直方向之速度，以及 Ye & McCorquodale(1997)之二階分割隱式模式。但 Flokstra(1977)指出延散剪應力對彎道水流之影響，Finnie et al(1999)進一步將渦度(vorticity)植入加速項(即延散剪應力)改善流場行為，Lien et al (1999a)進一步指出未處理延散剪應力，在模擬彎道水流時，流場呈現如勢流(potential flow)中之自由渦流(free vortex)，外岸流速小，內岸流速大。

本計劃之主要目的擬藉由一蜿蜒河川水理分層模式之建立，探討河川彎道之流場特性與污染質傳輸之行為，期對二次流現象與污染質傳輸有更進一步之了解，盼能對國內河川治理與生態保育之永續利用有所貢獻。本計畫為兩年之連續計畫，第一年重點為河川直線渠道之流場模擬分析，第二年重點為探討類似彎道二次流之風剪流場分析。

三、結果與討論

(一)理論基礎

1.控制方程式

連續方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j) = 0 \quad (1)$$

動量方程

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j U_i) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \overline{u'_i u'_j} + \mu \frac{\partial U_i}{\partial x_j}) + \rho g_i \quad (2)$$

傳輸方程

$$\frac{\partial \rho \Psi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \Psi U_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \overline{\phi' u'_j} + \Gamma \frac{\partial \Psi}{\partial x_j}) + S_\Psi \quad (3)$$

2.分層模式

假設靜水壓分布

$$P = \rho g (H + z_b - z) \quad (4)$$

變數 Ψ 之層積分平均可定義為

$$\frac{1}{h} \int_{z_b(x,y)}^{z_t(x,y)} \Phi(x,y,z,t) dz = \overline{\Phi} \quad (5)$$

並利用萊布尼茲積分法則(Leibnitz's rule)

$$\int_{z_b}^{z_t} \frac{\partial \Phi}{\partial x} dz = \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_b}^{z_t} \Phi dz - \frac{\partial z}{\partial x} \Phi \Big|_{z=z_t} + \frac{\partial z}{\partial x} \Phi \Big|_{z=z_b} \quad (6)$$

將控制方程式對層厚度積分平均，可得層平均連續、動量與傳輸方程

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho h \overline{U})_L + \frac{\partial}{\partial x} (\rho h \overline{U U})_L + \frac{\partial}{\partial y} (\rho h \overline{V U})_L + (\rho F U)_{t-b} = (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (h \overline{T_{xx}})_L + \frac{\partial}{\partial y} (h \overline{T_{yy}})_L - (\rho g h)_L \frac{\partial}{\partial x} (H + z_B) + (\tau_x)_{t-b}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho h \overline{V})_L + \frac{\partial}{\partial x} (\rho h \overline{U V})_L + \frac{\partial}{\partial y} (\rho h \overline{V V})_L + (\rho F V)_{t-b} = (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (h \overline{T_{xy}})_L + \frac{\partial}{\partial y} (h \overline{T_{yx}})_L - (\rho g h)_L \frac{\partial}{\partial y} (H + z_B) + (\tau_y)_{t-b}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho h \overline{\Psi})_L + \frac{\partial}{\partial x} (\rho h \overline{U \Psi})_L + \frac{\partial}{\partial y} (\rho h \overline{V \Psi})_L + (\rho F \Psi)_{t-b} = (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (h \overline{D_{xy}})_L + \frac{\partial}{\partial y} (h \overline{D_{yx}})_L + (f)_{t-b} + \overline{S_\Psi}$$

4.邊界條件

層介面邊界條件包含剪力或通量連續

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{n-1}^t = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_n^b \quad (10)$$

速度或濃度連續

$$\Phi_{n-1}^t = \Phi_n^b \quad (11)$$

底床邊界條件

$$(\tau_x)_B = C \rho \overline{U} \sqrt{\overline{U}^2 + \overline{V}^2}$$

$$(\tau_y)_B = C \rho \overline{V} \sqrt{\overline{U}^2 + \overline{V}^2}$$

$$k_s = \frac{U_{ts}^2}{\sqrt{C_\mu}} \quad (12)$$

由紊流控制方程通式對對控制體進行體積積分

$$\begin{aligned} & [(\rho h \overline{\Phi \Delta x \Delta y})^n - (\rho h \overline{\Phi \Delta x \Delta y})^0] / \Delta t + \\ & (\rho h \overline{G_1 \Phi \Delta y})_{e-w} + (\rho h \overline{G_2 \Phi \Delta x})_{n-s} + (\rho F_R \Delta x \Delta y) \quad (13) \\ & = (h \overline{\Gamma_\phi \Phi_x \Delta y})_{e-w} + (h \overline{\Gamma_\phi \Phi_y \Delta x})_{n-s} + \\ & (\Gamma_\phi \Phi_z \Delta x \Delta y)_{t-b} + \int_V S_\phi dx dy \end{aligned}$$

其中擴散項採中央差分法，對流項採一階上風法，經整理即可化為有限體積差分通式

$$A_P \bar{\Phi}_P = A_E \bar{\Phi}_E + A_W \bar{\Phi}_W + A_N \bar{\Phi}_N + A_S \bar{\Phi}_S + A_T \bar{\Phi}_t + A_B \bar{\Phi}_b + S^{\bar{\Phi}} \quad (14)$$

另外，對水平方向之每一點，變數在垂直方向分佈可以上、下邊界與層平均三點作二次函數(quadratic function)近似，即

$$\Phi(z) = a + bz + cz^2 \quad (15)$$

最後，利用隱式(Implicit)法於z方向分別求解u、v方程組，可得水平方向速度於垂直方向之分布，代入非自由液面層平均連續方程式可得垂直方向速度w

$$W_k = U_{2k-1} \frac{\partial z_{2k-1}}{\partial x} + V_{2k-1} \frac{\partial z_{2k-1}}{\partial y} - \sum_{m=1}^{k-1} \left[\frac{\partial}{\partial x} (h_m U_m) + \frac{\partial}{\partial y} (h_m V_m) \right] \quad k=2, \dots, N_k \quad (16)$$

自由液面層水位變化可表示為

$$\frac{H^{n+1} - H^n}{\Delta t} + \sum_{m=1}^{N_k} \left[\frac{\partial}{\partial x} (h_m U_m) + \frac{\partial}{\partial y} (h_m V_m) \right] = 0 \quad (17)$$

而經分層積分可得層平均之濃度傳輸方程式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (hC)_L + \frac{\partial}{\partial x} (hUC)_L + \frac{\partial}{\partial y} (hVC)_L + (FC)_{t-b} \\ & = \frac{\partial}{\partial x} (h\Gamma_H \frac{\partial C}{\partial x})_L + \frac{\partial}{\partial y} (h\Gamma_H \frac{\partial C}{\partial y})_L + (f_z)_{t-b} \end{aligned} \quad (18)$$

並應用形狀函數，使層介面間保持濃度連續與擴散通量連續，而自由液面與底床之邊界濃度假設為零，且不考慮底床與水體間之泥砂交換(淤積與再懸浮)，上游入流濃度邊界可採用觀測流量-濃度率定曲線，下游邊界可假設濃度梯度為零。

流場與傳輸方程之求解採非耦合演算法，經由上述步驟解得流場後，在將已知流場代入傳輸方程求解污染質濃度。

(三)模式驗證

彎道水理與污染質傳輸運移分層模式之發展有其實際上之貢獻與困難度，精度與適用性為驗證擬似三維分層水理模式是否可模擬自由液面流場之依據，自由液面風剪環流場為湖泊與海洋之重要現象，在封閉之水槽中風剪作用於液面趨動水體流動，並於底部造成反向之水流，這種現象可用來驗證模式是否正確反應水面堆升與流場型態。

假設垂直二維定常風剪流場，水槽長400m、寬160m、深2m，水體初始為靜止狀態，水面風剪由 $0N/m^2$ ($t=0s$)增至 $0.5N/m^2$ ($t=10s$)，並繼續維持在 $0.5N/m^2$ ，渦流黏滯係數採 $0.067hu_s$ 。

(1)層數之影響

在層流狀態下，若黏滯係數為定值可使流場成二次分布，測試六組案例層數分別為5、10、15、20、25與30層，流速剖面比較如圖1，水面堆升比較如圖2。如同預期，最大流速發生於水面上，底部則產生回流，靜止點分別發生於底床及水面下三分之一水深處，另由圖中可發現，當層數由5層增至10層時，流速剖面變化最大，而當層數超過20時，流速剖面差異已可忽略，而層數對水面堆升之影響與流速剖面相似。

另由圖3可發現本模式在模擬風剪流場之發展上符合實際物理現象，水體由起始之靜止狀態受液面風剪驅動，水體由表面開始加速，到終點處受牆面侷限，於是造成水面堆升，當水面堆升至一定程度時，底部水體受到壓力差驅動而形成反向之水流，而底床處受限不滑移邊界之影響，使得流速較表面流速小，因此零流速點發生在較靠近水面處，以保持淨流量為零，才能符合質量守恆之要求。

(2)與解析解比較

對於單方向剪切、完全發展之流況，為確保質量守恆，流速對水深積分必須等於零，此時剪力分布為線性分布。假設對流加速度、科氏力、水平擴散與側向分量與垂直方向之剪力梯度相比可忽略，Heap(1984)提出常數黏滯係數定常層流不滑動邊界下之精確解

$$u(z) = \left(\frac{\tau_s}{4\rho\nu_v} \right) \frac{z(3z-2h)}{h} \quad (19)$$

其中，u為流速，h為水深， ν_v 為運動黏滯係數， τ_s 為風剪， ρ 為水之密度。水面堆升造成相對應之水面坡降為

$$S_s = \left(\frac{\tau_s}{\gamma h} \right) \quad (20)$$

由於層數超過20層後模擬結果差異不大，因此將20層之流速剖面與水面堆升模擬成果與解析解作比較，如圖4、圖5所示。由圖中可看出流速剖面與解析解相近，僅稍微大些，而零流速點與解析解一致，發生於水面下三分之一水深處，而水面堆升之差異則較流速剖面明顯，就其原因應為解析解忽略動量所致。

四、成果自評

分層模式在水深方向根據水深變化將計算區域分為數層，依據邊界條件之形式可將層區分為底層、內部層與自由表面層三種，每一種邊界條件均不易處理，本計畫擬將各層邊界條件處理依據其物理特性區分為底床動力邊界條件、內部連續邊界條件與自由水面運動邊界條件。

透過經濟、效率之數值模式，引進分層模式之概念，降低完全三維模式對自由液面處理之困難及耗費大量計算時間，並改善深度平均二維模式無法得知深度方向之流場分布，對河川與水庫內流場分布及污染質傳輸現象有進一步之了解，作為河道穩定、橋樑保護與水庫防淤等工作之參考。

本計畫透過風剪產生之流場，驗證分成模式之精確度與適用性，模式可反映靜止水體透過風剪啟動，並逐步形成完整之回流流場與水面堆升，證實模式具有自由液面流水面堆升與回流之能力，風剪流場之與彎道二次流之驅動力均由剪力所驅動，不同處乃在風剪流場係由液面風剪驅動，而彎道二次流則由底床阻力之剪應力驅動，然其物理機制相近，因此，本模式模擬彎道二次流之能力已具雛形，由於時間有限，未能將模式應用至彎道二次流之實際案例誠為不足之處。本計劃研究團隊將持續該模式之發展，並試圖將模式由彎道水理與污染質傳輸模擬外，並將模式擴展到水庫密度流之應用，期能提供突破水資源困境作為參考。

五、參考文獻

1. Babarutsi, S. and Chu, V.H., "Modeling transverse mixing layer in shallow open-channel flows", *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 124, No.7, pp.718-727, 1998.
2. de Vriend, H.J., "A mathematical model of steady flow in curved shallow channel," *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 15, No.1, pp.37-54, 1977.
3. de Vriend, H.J. & Koch, F.G., "Flow of water in a curved open channel with a fixed plan bed," Report on experimental and theoretical investigations R675-V M1415 part I, Delft Univ. of Technology, Delf, The Netherlands, 1977.
4. Finnie, J., Donnell, B., Letter, J., and Bernard, R.S. (1999). "Secondary flow correction for depth-averaged flow calculations." *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 125(7), 848-863.
5. Fischer, H.B., List, E.J, Koh, R.C.Y., Imberger, J., and Brookes, N.H. (1979). *Mixing in Inland and Coastal Waters*, Academic, San Diego.
6. Flokstra, C. (1977). "The closure problem for depth-averaged two-dimensional flows." *Proc., 18th Congr. of the Int. Assn. For Hydr. Res.*, 247-256.
7. Heaps, N.S. (1984), "Vertical structure of current in homogeneous stratified waters", *Hydro-dynamics of lakes*, K. Hutter ed., 154-202.
8. Holley, E.R. and Abraham, G., "Laboratory studies on transverse mixing in rivers", *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 11, No.3, 1973.
9. Holley, E.R. and Abraham, G., "Field tests on transverse mixing in rivers", *Journal of Hydraulic Division, ASCE*, Vol. 99, No.12, 1973.
10. Hsieh, T.Y., and Yang, J.C., "Investigation on the suitability of 2D depth- averaged models for bend-flow simulation." *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*. (tentatively approved)
11. Jia, Y., Affiliate, and Wang, S.Y., "Numerical model for channel flow and morphological change studies", *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, Vol. 125, No.9, pp.924-933, 1999.
12. Lau Y.L. and Krishnappan, B.G., "Transverse dispersion in rectangular channels", *Journal of Hydraulic Division, ASCE*, Vol. 103, No.10, 1977.
13. Lau Y.L. and Krishnappan, B.G., "Modeling transverse dispersion in natural streams", *Journal of Hydraulic Division, ASCE*, Vol. 107, No.2, 1981.
14. Lien, H.C., Hsieh, T.Y., and Yang, J.C., "Use of Two-Step Split-Operator Approach for 2-D Shallow Water Flow Computation", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol.30, pp.557-575, 1999.
15. Lien, H.C., Hsieh, T.Y., Yang, J.C., and Yeh, K.C., "Bend flow simulation by a 2-D depth-averaged model", *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, Vol.125, No.10, pp.1097- 1108, 1999.
16. Molls, T. and Chaudhry, H., "Depth-averaged open-channel flow model", *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, Vol. 121, No.6, pp.453-465, 1995.
17. Rozovskii, I.L., *Flow of Water in Bends of Open Channels*, Academy of Sciences of Ukrainian SSR, 1957.
18. Tsai, T.L. (2001), *The development and application of model of regional land subsidence due to groundwater over-pumping*, Ph.D. dissertation, National Chiao Tung University, Hsinchu, Taiwan, ROC.
19. Tsai, T.L., Huang, L.H. and Yang, J.C. (1999), "Simulation of groundwater flow using modified semi-3D concept", *Journal of Chinese Institute of Civil and Hydraulic Engineering*, 11(4), 819-827. (in Chinese)
20. Ye, J. and McCorquodale, J. A. (1997), "Depth-averaged hydrodynamic model in curvilinear collocated grid." *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 123 (5), 380-388.
21. Wu, J. and Tsanis, I.K. (1995), "Numerical

study of wind-induced water currents”, *Journal of Hydraulic Engineering*, 121(5), 388-395.

22. Yen, B. C. (1965), “Characteristics of sub-critical flow in a meandering channel.” *Rep. No. G-18988*, Institute of Hydraulic Research, University of Iowa.
23. Yen, C.L., and Ho., S.Y. (1990), “Bed evolution of channel bends.” *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, 116(4), 544- 562.
24. Yotsukura, N., and Sayre, W.W. (1976), “Transverse mixing in natural channels.” *Water Resources Research*, Vol. 12(4), 695-704.

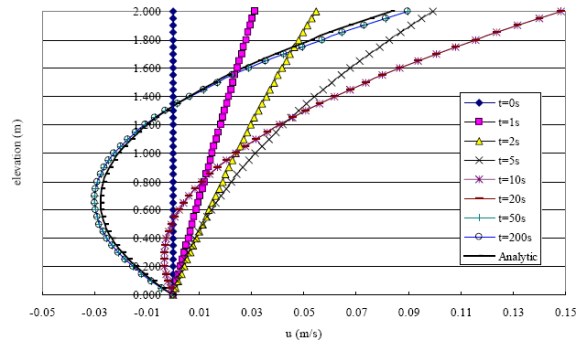


圖3 水池中間距離處流場之發展

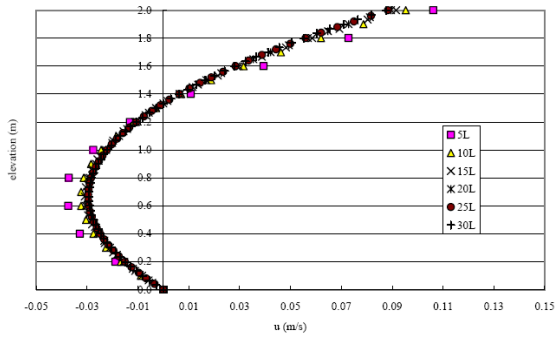


圖1 層數對流速剖面之影響

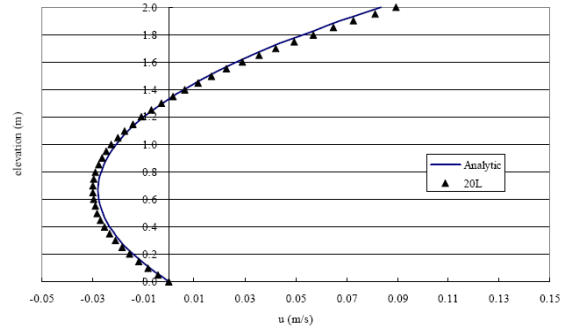


圖4 層數20之流速剖面與解析解比較

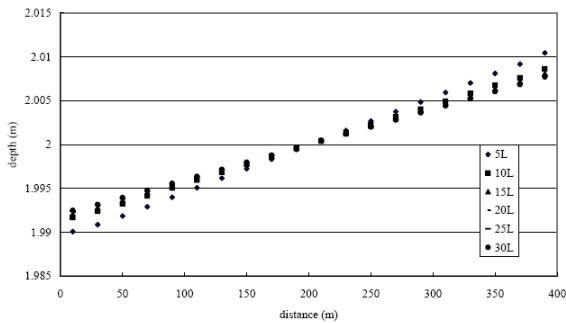


圖2 層數對水面堆升之影響

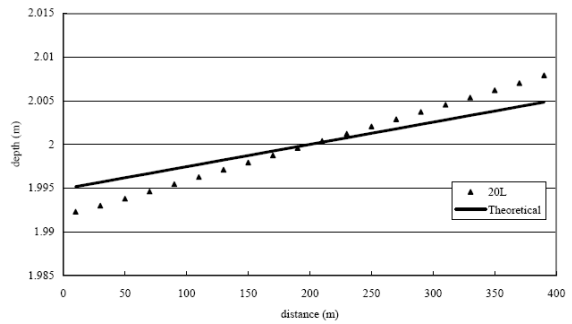


圖5 層數20之水面堆升與解析解比較