

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

空載重力技術研究(3/3)

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC93-2211-E-009-006-

執行期間：93年08月01日至94年07月31日

執行單位：國立交通大學土木工程學系(所)

計畫主持人：黃金維

計畫參與人員：蕭宇伸、施#20120；昶、陳國華

報告類型：完整報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 94 年 11 月 1 日

(空載重力技術研究 (3/3))

計畫類別： 個別型計畫 整合型計畫

計畫編號：NSC 93-2211-E-009-006

執行期間：93年8月1日至94年7月31日

計畫主持人：黃金維

共同主持人：

計畫參與人員：蕭宇伸、施亘昶、陳國華

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)： 精簡報告 完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

- 赴國外出差或研習心得報告一份
- 赴大陸地區出差或研習心得報告一份
- 出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份
- 國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、

列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢

涉及專利或其他智慧財產權， 一年 二年後可公開查詢

執行單位：交通大學土木工程學系

中文摘要

關鍵字：空載重力測量、向上與向下延續、大地起伏、布格重力異常、交叉點。

台灣於 2005 年實施空載重力測量工作，使用最新的空載重力儀，並配合內政部與林務局的 GPS 地面固定站定位並計算重力，施測範圍涵蓋全台灣島與附近海域，航高約為 5000 公尺，飛機時速 306 公里，約 43 個工作天。本工作為全世界少數以本國之空載重力儀及人員、約化程式完成之任務，在亞洲更是唯一。總計本計畫完成項目包括了：解算最佳之飛機座標、空載重力有關向上與向下延續分析、交叉點平差與分析之開發應用、空載重力求出台灣重力異常等、計算大地起伏與布格重力異常等。成果均達到預期的水準，重力經過 bias 改正後，交叉點差值的 RMS 值約為 3.5mgal。大地起伏精檢核後，精度約 11 公分。

ABSTRACT

Keyword: airborne gravity, upward and downward continuations, geoid, Bouguer anomaly, crossover analysis.

Airborne gravimetry have been carried out in Taiwan during 2005 with the the latest airborne gravimeter. The GPS fixed stations of MOI(Ministry of Interior) and FB(Forest Bureau) were used to compute the air gravity. The surveying area covered all Taiwan island and nearby sea. The flying altitude was about 5000m and the speed was approximately 306km per hour. The task took us 43 working days. The airborne gravimetry was implemented by local instrument, working group, and software and this is the only one case in Asia. The items we finished include (1)The best method to compute the position, velocity and acceleration of aircraft. (2)The analysis of upward and downward continuations. (3)the analysis of crossover tests. (4) Gravity anomaly computation with airborne gravity data. (5)Geoid and Bouguer anomaly computation. The RMS of crossover analysis is 3.5mgal after the bias correction. The accuracy of geoid is about 11 cm.

目錄

一、前言.....	1
二、重力測量規劃.....	1
三、重力資料化算與重力測量過程摘要.....	2
四、飛機定位精度分析.....	3
五、交叉的分析.....	4
六、向上延續分析比較.....	5
七、向下延續分析比較.....	7
八、大地起伏模型.....	7
九、空中布格(Bouguer)重力異常計算.....	9
十、結論.....	10
十一、計畫成果自評.....	10
十二、參考文獻.....	10

一、前言

台灣本島高山居多，四周環海，此為重力測量工作遲遲未有重大發展的因素之一。雖然內政部於 2001 與 2002 年辦理台灣一等水準點重力測量工作(黃，2001)(陳，2002)，但全台灣重力點位依然分部不均。特別是高山地區，由於此區重力不易以陸測方式獲得，故造成重力資料極度缺乏，這對計算精準的大地起伏與高程基準非常不利。空載重力測量是獲取密集重力資料的好方法，因其有不受地形限制的優點。本年度開始真正執行台灣空載重力測量實際工作，執行日期從 2004 年 5 月到 2005 年 5 月。施測範圍涵蓋整個台灣島與附近海域，期間 KMS(丹麥國家測量機構)曾來台輔助外業工作與重力資料化算部分。以下將針對本年度的詳細內容與研究成果作一詳述。

二、重力測量規劃

測量航線共有 64 條南北向航線,航線間隔 4.5 公里；22 條東西向航線，航線間隔 20 公里；10 條東北-西南方向航線，航線間隔 5 公里；6 條西北-東南方向航線，航線間隔 30 公里。航線圖如圖 1 所示。本計畫採用內政部提供之純量式重力儀 L&R Air-Sea Gravity System II(2003)進行空載重力觀測，頻率為 1Hz。測量的飛機採用內政部空中勤務總隊的 Beechcraft-200 螺旋槳飛機。飛機內部有一個 Trimble 5700 的 GPS 接收儀，接收頻率為 2Hz。飛機飛行高度約為 5156 公尺，速度每小時 300 公里。地面有 8 個 GPS 固定站，分別為屬於內政部的陽明山(YMSM)、北港(PKGM)、墾丁(KDNM)、鳳林(FLNM)、太麻里(TMAM)、金門(KMNM)、馬祖(MZUM)等站以及林務局位於水湳機場的站(SNAM)。每次飛行皆在清泉崗(CCK)機場起降。

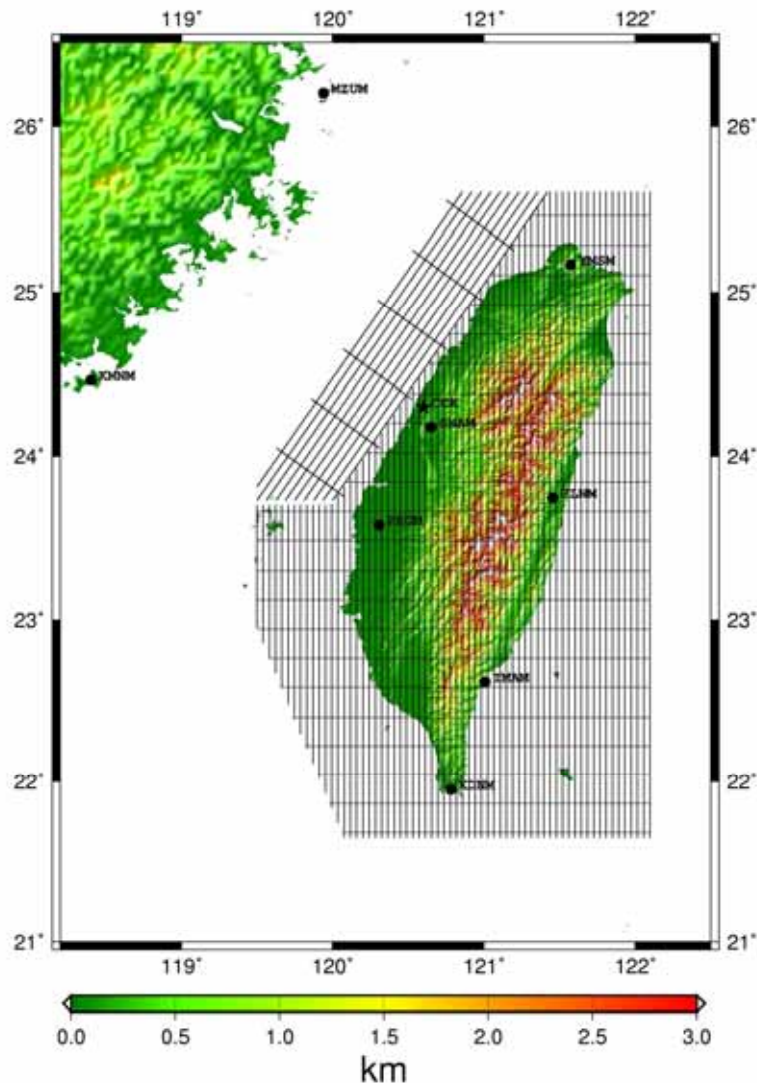


圖 1：空載重力航線分布圖與 GPS 地面追蹤站、機場位置圖

三、重力資料化算與重力測量過程摘要

純量式空載重力儀觀測量，可表為

$$g_b = a_r - f_r - \left[\frac{V_e}{N+h} + 2w_e \cos \phi \right] V_e - \frac{V_n^2}{M+h} \quad (1)$$

其中， g_b ：鉛垂方向重力。 a_r ：飛機沿鉛垂方向加速度。 f_r ：重力儀量得之鉛垂方向加速度。 V_e, V_n ：飛機之東西、南北速度分量。 N, M ：卯酉、子午圈曲率半徑。 h ：飛機橢球高。 w_e ：地球自轉角速度。 ϕ ：緯度。(1)式中 $2w_e \cos \phi v_e$ 項為因地球自而引起之 Eötöv 效應(Torge, 1989)，空載重力的 Eötöv 效應改正可參考 Harlan(1968)。(1)式中除了 f_r 之外，其餘包括飛機位置、速度、加速度量均須靠 GPS 決定之。故 GPS 定位技術在空載重力測量中扮演極重要腳色。

本計畫外業測量工作從民國 93 年的 7 月 6 日第一次施測起至 93 年的 11 月 15 日止，並於民國 94 年 3 月在補測三天，共進行了 43 個測量工作天，總時數將近 200 小時。由於台灣屬亞熱帶氣候，夏天受熱帶氣流影響，冬天又有東北季風籠罩，氣流時常不穩定，能觀測的時間有限，故本次空載重力測量大部分的觀測時間在十、十一月份。GPS 的定位軟體採用 GPSurvey 和 Bernese 5.0。並聯合地面 8 個 GPS 地面追蹤站聯合解算飛機的位置、速度、加速度。最後得到 5156 公尺高度的空載重力異常值(圖 2)。

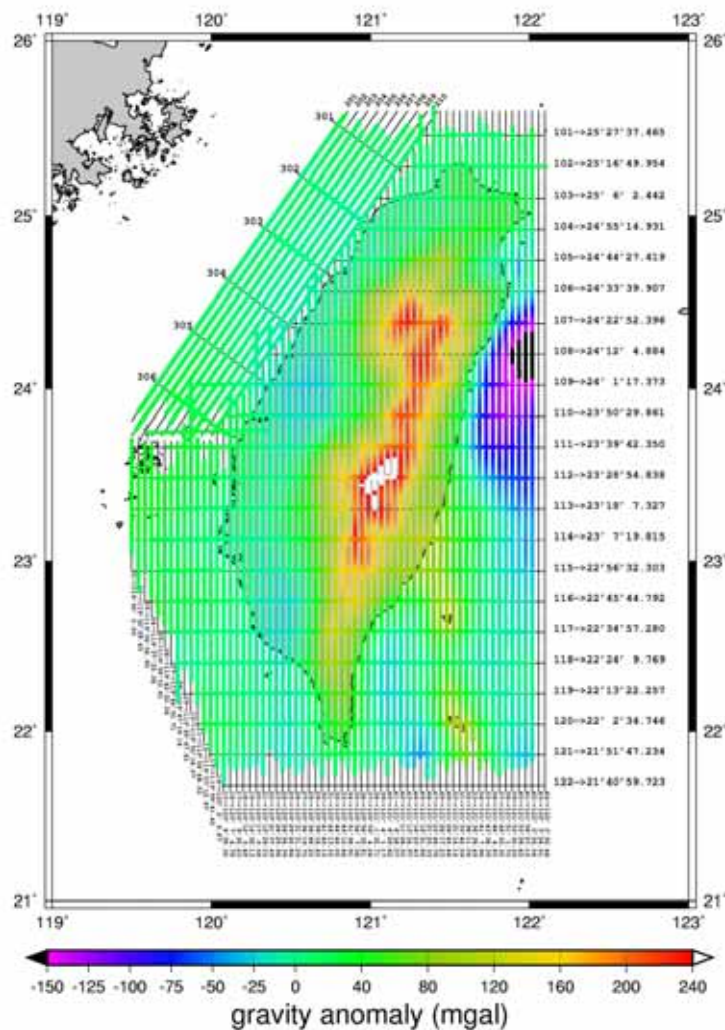


圖 2：空中的重力異常值

四、飛機定位精度分析

在分析 GPsurvey 解算定位精度方面，吾人以不同的地面基站求解移動站(飛機)的坐標，並分析其坐標差異量，用於比較的地面追蹤站分別為墾丁站(KDNM)與水湳機場站(SNAM)，並採用精密星曆計算之。利用兩個地面固定站的定位結果比較如表 1 所示。表 1 是統計其在 X,Y,Z 方向的差異量，由表中可看出，GPSurvey 定位固然最大誤差有數十公分，但其 RMS 值僅約為十幾公分。

表 1 用墾丁站(KDNM)與水湳機場站(SNAM)求解飛機動態定位結果的三維方向差值圖(單位：公尺)

三維方向	Mean	Std	Max	Min	RMS
X	0.083	0.083	0.299	-0.070	0.117
Y	-0.029	0.127	0.243	-0.358	0.130
Z	-0.132	0.048	0.020	-0.261	0.141

在分析 Bernese5.0 解算定位精度方面，本計畫案觀測資料在組成動態基線網，進行聯合平差解算的過程中，發現有若干觀測時段(計有 6 個)的觀測時間較長，致包含有較大量的觀測資料而無法在 Bernese 軟體中一併同步解算，故將其切割為兩個時間段分別進行估計，而後再予以合併輸出整體計算的成果。在這兩個時間段中，均刻意在頭尾重疊了 600 秒(即 600 筆)，計算同時刻之間的坐標成果差異量 rms 值，即可將其視為一精度參考指標，以顯示在動態解算過程中的估計穩定程度。

此處的作法是，利用該 600 秒的坐標定位成果，計算相同時刻之間的 x 、 y 以及 z 等的坐標差值，並以此差值計算其 Δx 、 Δy 以及 Δz 之 rms 值，如此即可以獲知，利用較佳的 GPS 單基線資料組成基線網形後，進行網形平差解算之穩定性，統計結果如表 2 所列。由表 2 可以得知，利用重覆的觀測時刻，分別在兩切割後的觀測資料中，進行動態定位解算，並比較在兩切割資料中，重覆的時刻之定位結果，以獲知軟體解算的穩定程度。綜合來說，表中所展示的差異量 rms 值大多在 ± 10 cm 以內，高程(即 y 分量)部份的值較大，此乃與 GPS 衛星定位成果，在高程部份之精度普遍會較大有關，而在平面的部份，大多維持在 ± 5 cm 以內，顯示出，本計畫使用的 Bernese 軟體，本人所採用的動態定位解算模式，在觀測資料可估計的情況下，是呈現穩定的狀態，其不會因為 GPS 觀測資料之中斷，而致發散無法求解或動態定位成果差異變大的情形發生。

表 2 6 條有重疊航線在 10 分鐘重疊時間的 RMS 統計值(單位：公尺)

航線時段(日期)	X	Y	Z
2004.07.06	0.019	0.067	0.025
2004.08.04.	0.030	0.121	0.096
2004.09.29	0.066	0.289	0.165
2004.11.08.	0.027	0.048	0.015
2004.11.11.	0.013	0.183	0.098
2005.03.19	0.133	0.041	0.080

五、交叉的分析

評估空載重力精度常用的方法之一為交叉點分析。其原理為，當飛機飛過同一地點（且高度相同），所測得之兩重力值應相同。反之，其差異大小則反應誤差之大小。空載重力與航測一般，按某一設計之航線觀測，兩航線（幾近直線）可形成一交叉點。由於上述誤差因素，在交叉點之兩重力值不太可能相同，此時需要進行交叉點平差，其原理與衛星測高 (altimetry) 交叉點平差相似。

假設在第 q 條航線上，第 r 點的觀測量為 g_r^q ，由於測量儀器本身的系統誤差、觀測時的天候、環境等因素，故觀測量在每條航線上存在著此誤差量，包括偏差值 (bias) 與漂移值 (drift)，則觀測量 g_r^q 可如下表示

$$g_r^q = g_r^q + \delta g_r^q \quad (2)$$

其中 δg_r^q 為因 bias 和 drift 所引起的誤差，我們可將 δg_r^q 表示為

$$\delta g_r^q = a^q + b^q t_r^q \quad (3)$$

其中 a^q, b^q 分別為第 q 條航線上的 bias 和 drift， t_r^q 為第 r 點上的觀測時間減去航線起點起算之時間。利用最小二乘法組成觀測方程式，求解每一條航線的 a^q, b^q ，就可得到改正後的重力值 g_r^q 。

將上述所計算出的空載重力值(圖 2)，利用交大研發的交叉點分析軟體計算，此程式共找出 765 個交叉點。圖 3 為交叉點差值圖，圖 4 為交叉點差值範圍分布圖，表 3 為交叉點差值統計表，bias 與 drift 改正前 RMS 為 4.8 mgal，改正後為 3.5mgal。

從圖 3 可發現，一些南北走向的航線，在中央山脈有明顯較大的交叉點差值，這可能是因為有少部分的航線因飛機飛行不穩定，而造成本身存在有 GPS 或重力測量的誤差，也有可能是因為中央山脈的重力異常梯度變化量大，而造成在內插交叉點時的重力誤差量加大。

表 3 bias 與 drift 改正前後的交叉點差值統計表(mgal)

	最大值	最小值	平均值	標準偏差值	均方根值
改正前	24.070	-25.266	-0.250	4.837	4.841
改正後	19.137	-20.525	0.000	3.524	3.521

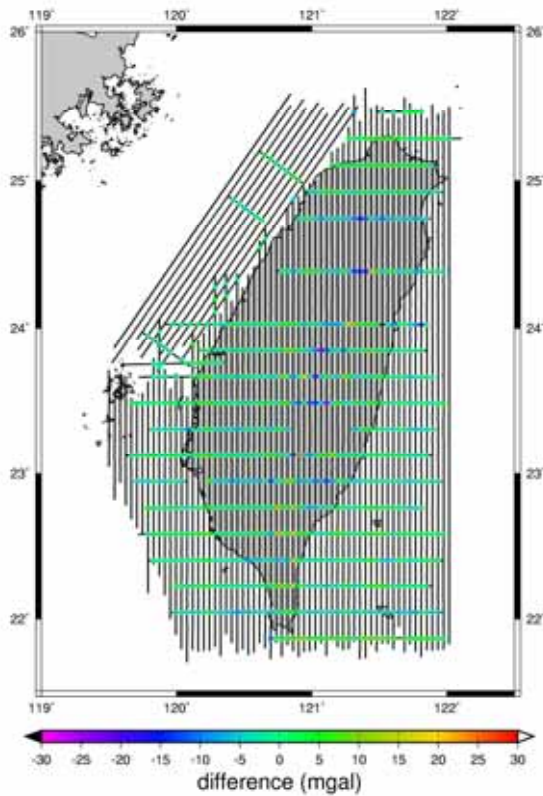


圖 3：交叉點的差別值圖

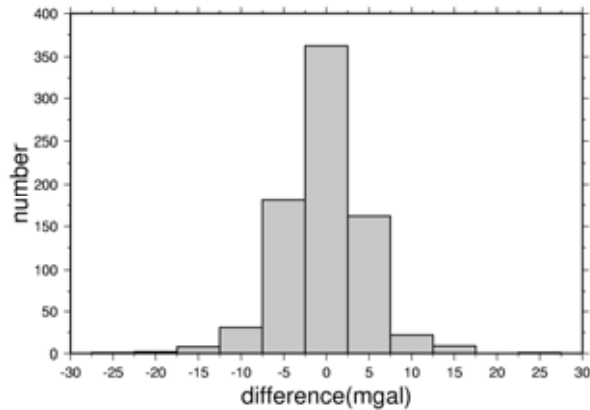


圖 4：交叉點差值範圍分布圖

六、向上延續分析比較

空載重力所測得的是飛機所在高度之重力，為檢核其精度，可將地面重力向上延續 (upward continuation) 到飛機高度，與空載重力比較之。本研究採用 FFT 計算之，原理如下：

$$\mathbf{F}\{\Delta g_{up}\} = \mathbf{F}\{\Delta g_{down}\} \exp\{-h\omega\} S(\omega) \quad (4)$$

其中， Δg_{down} ：地表面的重力值。 Δg_{up} ：空載重力值。 h ：航高。 F ：傅利葉轉換運算子。 ω ：頻率。 $S(\omega)$ ：濾波。更詳細的理論可參考 Buttkus(2000)。

用於比較的網格為目前台灣近 20 多年來所收集的陸地與船測重力值(圖 5(a))(黃和王，2005)。利用交大研發的向上延續軟體，將地面重力網格向上約化至空載重力測量的平均高度，約 5156 公尺後(圖 5(b))，再將空載重力點的經緯度內插到此向上延續後的重力網格上，得到內插後的空中重力值，將此重力值與空載測得的重力值比較後，其結果如圖 6 所示。由圖中可發現，較大的差值都集中在山區，原因除了 GPS 與重力觀測誤差外，主要原因還是山區本身就缺乏地面重力點，故造成如此大的差值。

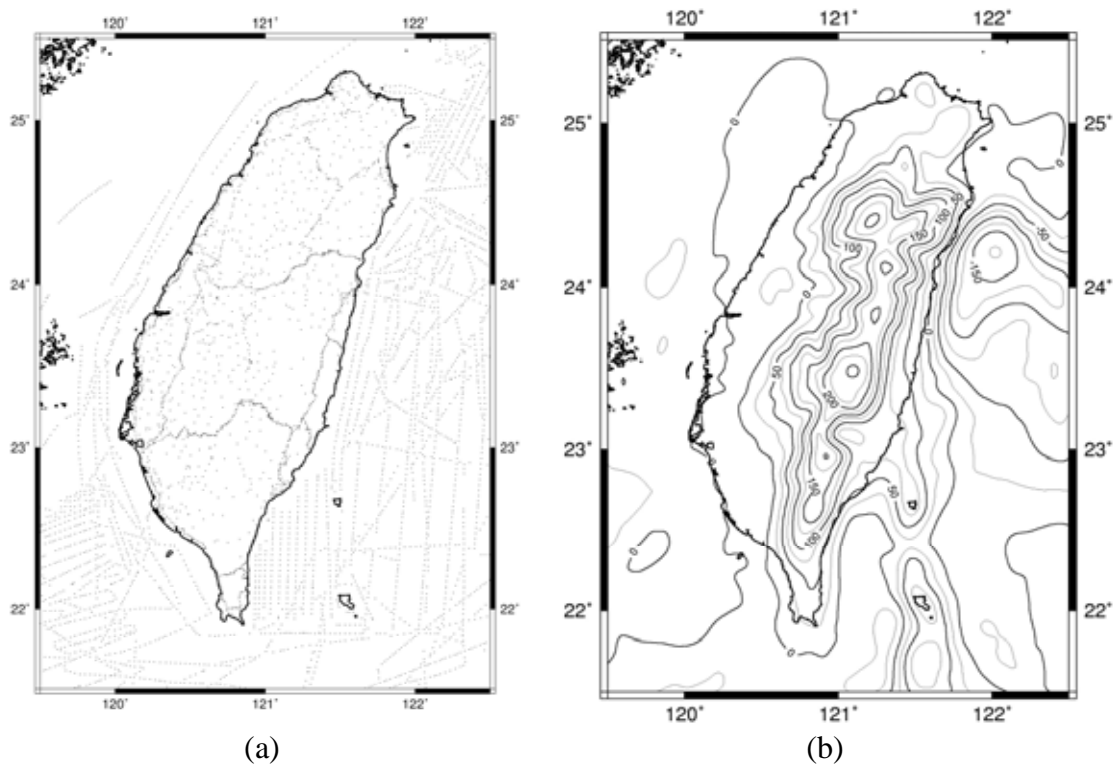


圖 5 台灣重力圖 (a)點位分布圖 (b)高度 5156 公尺的重力異常網格圖(單位：mgal)

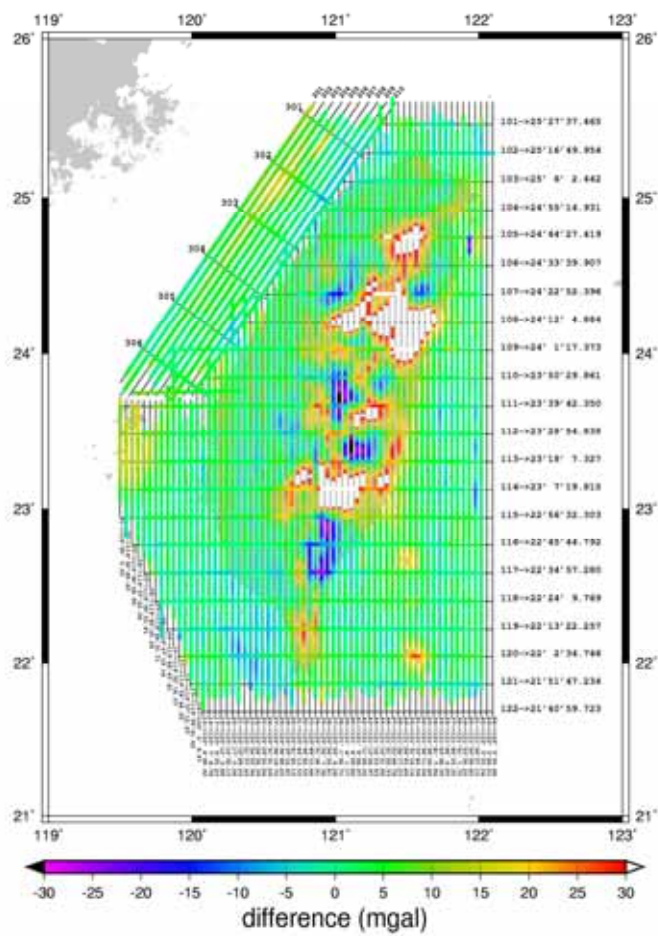


圖 6：空中重力與地面重力向上約化差值圖

七、向下延續分析比較

由於若使用 FFT 計算向下延續(downward continuation)時，雜訊將被放大，必須用較大的濾波才能除去雜訊，此將造成重力訊號的流失。故在向下延續部分，利用最小二乘配置法(LSC)計算之，並採用去除回覆法步驟。在參考場的部分使用 GGM02C 和 EGM 96 混合之重力場資料。協方差函數模型(covariance model)採用 Tscherning/Rapp 模型；濾波採用 16km 單窗寬度的高斯濾波(Guass filter)。圖 a 為在高度 5156 公尺的空載重力異常圖，圖 b 為向下延續至地面後的重力圖。

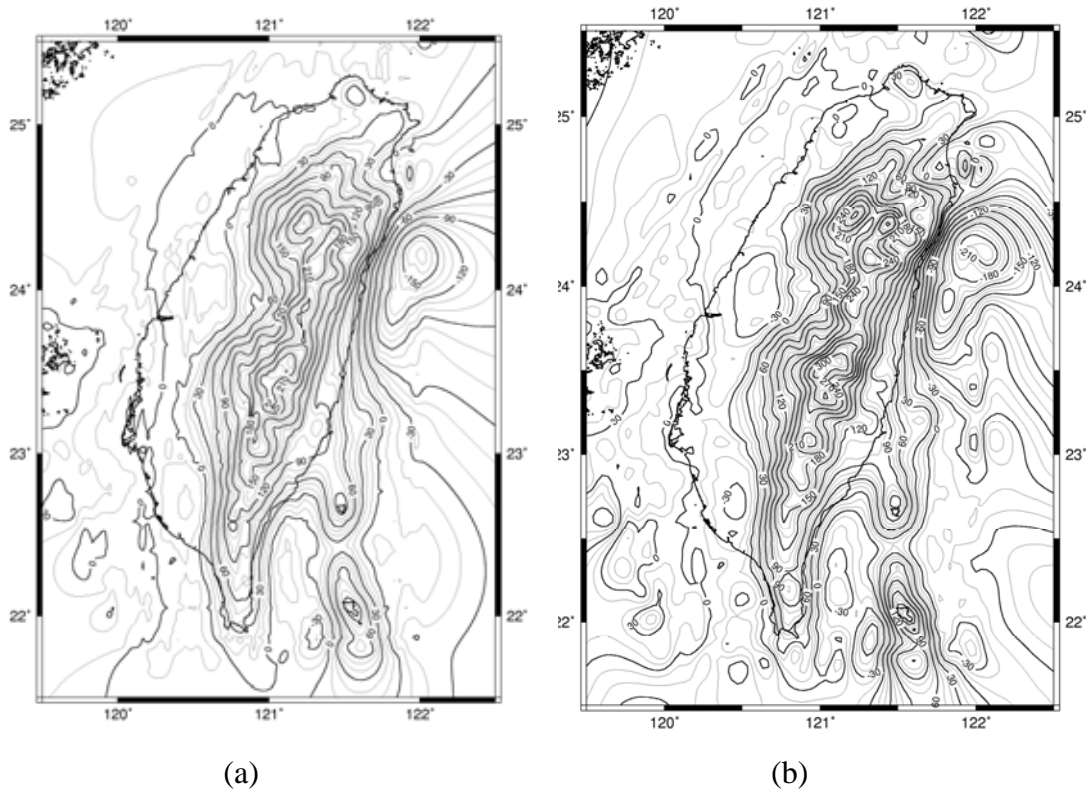


圖 7 在飛行高度(5156 公尺)(圖 a)與向下延續後(0 公尺)的重力異常值(圖 b)，單位:mgal。

八、大地起伏模型

本研究集合所有重力資料(陸測、船測、空載、測高)，計算一精密之大地起伏模型。計算方式為去除回覆法。根據去除迴覆法，重力異常 Δg 與大地起伏 N 可分為三部分，分別為長波長值、短波長值與殘餘值。

$$\Delta g = \Delta g_{long} + \Delta g_{short} + \Delta g_{res} \quad (5)$$

$$N = N_{long} + N_{short} + N_{res} \quad (6)$$

長波長 Δg_{long} 與 N_{long} ，是用 GGM02C 加上 EGM96 係數混合計算。由於 GGM02C 球諧係數僅僅只有 200 階，200 階以後至 360 階是用 EGM96 球諧係數計算。在短波長的重力異常部分，計算方法為 prism method (Forsberg, 1984)，本計算所使用的 DEM 資料，內圈半徑解析度為 9 秒，外圈半徑解析度為 90 秒，參考 DEM 的解析度為 6 分，此三個 DEM 皆從農航所所提供之 80 公尺解析度 DEM 粹取而來。短波長的大地起伏 N_{short} 的部分，是用傅立葉轉換(Fast Fourier Transforms, FFT)計算而得(Forsberg, 1984)。

由於殘餘重力異常的資料包含了空中重力值，故在計算殘餘大地起伏值之前，必須將其向下延續至海水面高度。此部分吾人採用最小二乘配置法(Least Square Collocation, LSC)接著利用 Stokes 積分式(Heiskanen and Moritz, 1967)來求得殘餘大地起伏值。所得結果如圖 8 所示。

為了測試此大地起伏精度，吾人將利用內政部所提供的檢測路線(圖 8 小黑點)，來檢核

此大地起伏精度。內政部所提供的測試路線共分四段，總計三十八點，每一點皆有高精度的水準正高與橢球高(黃，2003)。檢核方式為將此三十八個水準檢核點經緯度內插大地起伏的模型，得到每一點內插後的大地起伏值，與本身實測大地起伏比較其差值。比較結果如表 4 所示，由表中可發現，此大地起伏模型與檢核點的實測大地起伏值有著約 1 公尺的偏移(shift)，這是由於 KMS 程式其座標基準不同所造成的。而其標準偏差均低，東部檢核點僅約 2 公分，中部檢核點較大，約 18.7 公分。

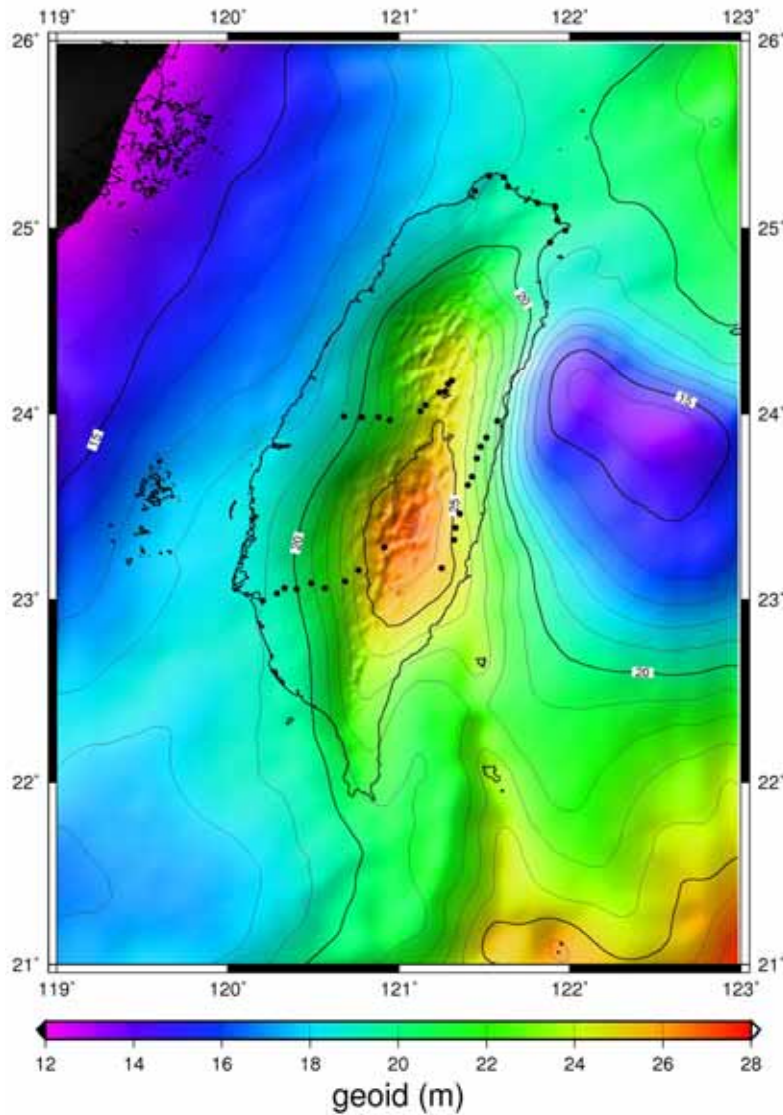


圖 8 台灣大地起伏值，黑點為精度檢核點

表 4 大地起伏檢核成果統計表。單位：公尺

	最大值	最小值	平均值	標準偏差
北部檢核點	1.130	0.959	1.039	0.059
中部檢核點	1.399	0.922	1.110	0.187
南部檢核點	1.317	1.086	1.168	0.080
東部檢核點	1.057	0.992	1.033	0.022

九、空中布格(Bouguer)重力異常計算

本研究團隊發展出一程式，將(7-2)式以高斯積分法(Gauss Quadrature)計算在飛機位置之地形效應(terrain effects)，程式名稱為 topo.f，為一 fortran 程式)，首先計算重力地形效應 A_T 為

$$A_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial s}\right) \Big|_{s=h_p} = G\rho \iint_{x,y} f(x,y) dx dy \quad (7)$$

其中 V 是地形質量對計算點產生的位， G 是萬有引力常數， ρ 是地質密度， G 與 ρ 皆為常數。則空中布格重力異常 B_a 為

$$B_a = \Delta g - A_T \quad (8)$$

其中 Δg 是空中的重力異常值。

本程式計算時分內圈與外圈計算，內圈與外圈之計算半徑分別採用 20km 與 200km 之最佳組合半徑(Hwang et al., 2003)，內圈 DEM 用 9 秒解析度 DEM，外圈 DEM 用 90 秒 DEM 計算布格重力異常值，最後得到之布格重力異常值(Bouguer anomaly)如圖 9 所示。由圖中可看出，花東海岸山脈與恆春半島的布格重力異常值較大，絕大部分的西部走廊與中央山脈區域，布格重力異常值均為負值。

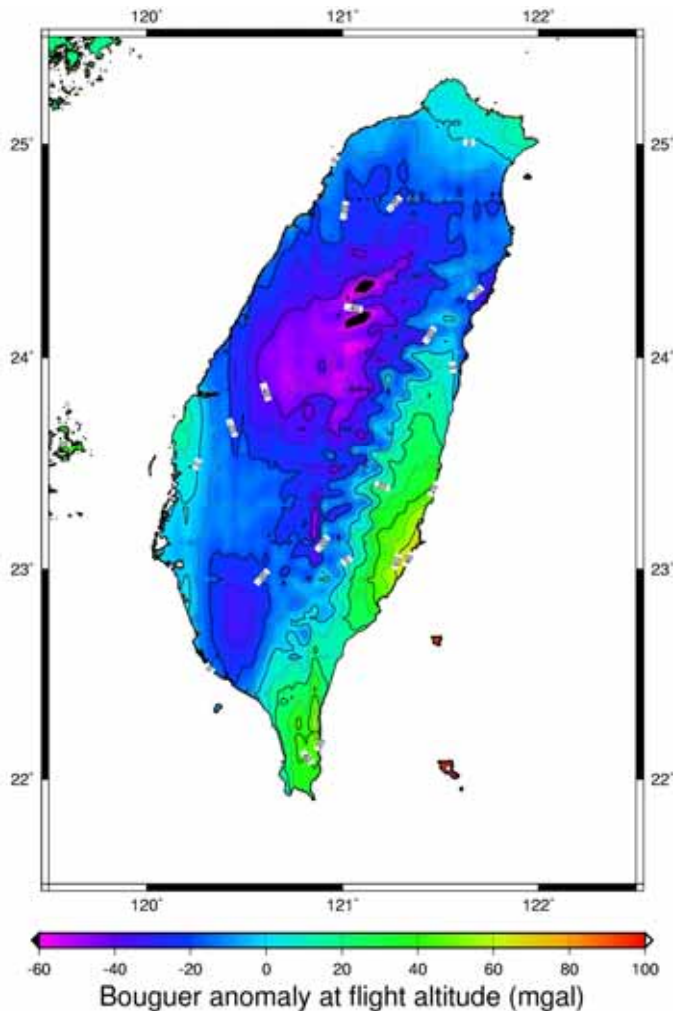


圖 9 空中布格重力異常圖

十、結論

本計畫為亞洲地區首次以本國之空載重力儀獨立完成空載重力觀測及約化之研究。執行本計畫之團隊在空載儀器之操作，動態 GPS 定位，空載重力約化之理論及軟體開發等方面，取得相當多的經驗，可為將來執行類似任務之基礎。綜合上述，本計畫完成下列項目：

- (1) 訓練相關人員熟悉空載重力觀測之正確及可靠步驟。
- (2) 以 GPSurvey 及 Bernese5.0 解算最佳之飛機座標。
- (3) 熟悉地勤與空中測量及導航之最佳搭配流程。
- (4) 空載重力有關向上與向下延續，交叉點平差與分析之開發應用。
- (5) 提出最佳結合空載重力及地面重力計算大地模式之最佳方法。
- (6) 以空載重力求出台灣重力異常。

十一、計畫成果自評

由於本研究是亞洲唯一獨立完成之空載重力工作，故引起國際上的矚目，紛紛表達與本研究團隊合作的興趣，這對於提高台灣學術在國際上的能見度極有幫助，讓台灣在空載重力研究領域上傲視全球。本計劃的研究，共發表了下列文獻：

- Hwang, C., C.G. Wang, Y.S. Hsiao, T.C. Cheng, H.H. Wei, C.W. Lee, H.C. Yu, R. Forsberg, and A.V. Olesen.(2005) Absolute gravimetry and airborne gravimetry in Taiwan. Gravity, Geoid and Space Missions, GGSM2004, Porto, Portugal, August 30 – September 3, 2004.
- Hwang, C., C.G. Wang, Y.S. Hsiao, H.C. Shih, R. Forsberg and A.V. Olesen.(2005) Results of airborne gravity survey in Taiwan, European Geosciences Union, General Assembly 2005, Vienna, Austria, 24 - 29 April 2005.
- Hwang C., Y.S. Hsiao, H.C. Shih, C.G. Wang, R. Forsberg and A.V. Olesen.(2005) Geodetic and geophysical results from a Taiwan airborne gravity survey, Dynamic Planet 2005, Cairns, Australia, 22 - 26 August 2005.
- Hwang, C., Y.S. Hsiao and H.C. Shih.(2005) Data reduction for scalar airborne gravimetry: theory, computer package and a case study in Taiwan, submitted to Computers and Geosciences, 2005.
- Hwang C., Y.S. Hsiao, S.C. Shih, M. Yang, K.H. Chen, R. Forsberg, and A.V. Olesen.(2005). Geodetic and geophysical results from a Taiwan airborne gravity survey: Data reduction and accuracy assessment, be about to submitted to Geophysical Journal International, 2005.

十二、參考文獻

- 黃金維(2001)，一等一級水準點上實施重力測量工作報告書，內政部。
- 黃金維，王成機(2002)，台灣新自由空間重力異常網格，測量工程，第 44 卷，P. 1-22。
- 黃金維(2003)。台灣地區大地起伏模式精度評估，內政部。
- 陳春盛(2002)，一等二級水準點上實施重力測量工作報告書，內政部。
- Buttkus, B. (2000). Spectral analysis and filter theory, Springer, Berlin.
- Forsberg, R (1984). A Study of Terrain Reductions, Density Anomalies and Geophysical inversion MethoHwang, C, CG Wang, YS Hsiao (2003). Terrain correction computation using Gaussian quadrature, Computers&Geosciences, 29, pp.1259-1268.
- Harlan, R. (1968). Eötvös corrections for airborne gravimetry, J. geophys. Res., 73, pp. 4675-4679.
- Heiskanen, W.A. and Moritz, H. (1967) Physical Geodesy, W.H.Fredman and company ,San Francisco and London.
- Hwang, C, CG Wang, YS Hsiao (2003). Terrain correction computation using Gaussian

quadrature, Computers&Geosciences, 29, pp.1259-1268.

L&R Air-Sea Gravity System II (2003). Model "S" Air-Sea Dynamic Gravity Meter System II, LaCoste & Romberg instruction manual.

Torge, W. (1989). Gravimetry, de Guryter, Berlin.