

行政院國家科學委員會專題研究計畫 期中進度報告

辛幾何的誘導方法(2/3)

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC92-2115-M-009-003-

執行期間：92年08月01日至93年07月31日

執行單位：國立交通大學應用數學系

計畫主持人：蔡孟傑

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 93 年 5 月 24 日

# 期中報告

## 一、中英文摘要：

### (一)中文摘要：

本計畫的目標在於採用辛幾何的誘導方法在李羣的軌道上，以便構造更大的辛流型。目前發現這方法恰巧是辛約化的相反過程，並可以用來構造李羣的表現。

中文關鍵詞：辛幾何、誘導、李羣。

### (二)英文摘要：

The aim of this project is to apply symplectic induction on orbits of Lie groups, in order to construct larger symplectic manifolds. We find that this method happens to be the opposite of symplectic reduction, and can be use to construct representations of Lie groups.

Keywords: symplectic, induction, Lie groups.

## 二、報告內容：

辛幾何的誘導方法最初由[1]的想法產生。其目標是在辛幾何的架構下，構造類似於羣表現裡的誘導表現(induced representation)。方法如下：給定一個 principal bundle  $E \rightarrow M$  並纖維的結構羣為  $H$ 。如果  $M$  是個辛流型，則誘導方法也會在  $E \times \mathfrak{h}$  上構造辛形式。(  $\mathfrak{h}$  為  $H$  的李代數)

若是李羣  $G$  作用於  $E$  和  $M$ ，且  $G$  和  $H$  的作用可交換，則構造的辛形式是  $G$  不變的。針對這一點，我們考慮  $M$  為  $G$  的軌道(coadjoint orbit)的情況，而將  $M$  寫成  $G/L$ ，即  $L$  為  $H$  的 centralizer，並  $H$  包含於 Cartan 子羣內。在此情況下，我們考慮了  $G \times \mathfrak{h}$  成為辛流型的充份必要條件。除了[1]所提的誘導方法以外，我們也將此方法推廣，由函數  $h \rightarrow \mathfrak{h}$  決定  $G \times \mathfrak{h}$  的辛形式。當此函數為 identity 時，即得到原先[1]的辛形式。上述有關辛流型的充份必要條件及函數  $h \rightarrow \mathfrak{h}$  的引進，是這一年多來的成果，目前正整理相關細節，以期編寫成文章。

在未來的一年(即本計畫的最後一年)，打算採用幾何量化[2]的方法，從辛流型  $G \times \mathfrak{h}$  構造  $G$  的酉表現。例如，如果  $G$  的 Cartan 子羣相同於歐氏空間時，可取  $H$  為此子羣，則可望由  $G \times \mathfrak{h}$  產生  $G$  的 principal series。

## 三、參考文獻：

- [1] D. Kazhdan, B. Kostant, S. Sternberg, Hamiltonian group actions and dynamical systems of Calogero type, Comm. Pure Appl. Math. 31 (1978), 481-508.
- [2] B. Kostant, Quantization and Unitary Representations, Lect. Notes in Math. 170, p87-208, Springer 1970.

#### 四、計畫成果自評

本計畫的成果及進度與事先預期的差不多。即在第一年先瞭解辛誘導方法的動機(尤其是它和表現理論裡的誘導表現(induced representations)的關聯。並在第二年將原先的方法推廣(透過函數  $h \rightarrow h$  的引進)。希望在第三年能將此結果應用到羣表現理論，尤其是 principal series 之構造。