

行政院國家科學委員會專題研究計畫 期中進度報告

空載重力技術研究(2/3)

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC92-2211-E-009-047-

執行期間：92年08月01日至93年07月31日

執行單位：國立交通大學土木工程學系

計畫主持人：黃金維

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中華民國 93 年 5 月 27 日

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫 成果報告
 期中進度報告

(空載重力技術研究 (2/3))

計畫類別： 個別型計畫 整合型計畫

計畫編號：NSC 92-2211-E-009-047

執行期間：92年8月1日至93年7月31日

計畫主持人：黃金維

共同主持人：

計畫參與人員：蕭宇伸、施亘昶、呂誌強

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)： 精簡報告 完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

- 赴國外出差或研習心得報告一份
- 赴大陸地區出差或研習心得報告一份
- 出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份
- 國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、
列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢

涉及專利或其他智慧財產權， 一年 二年後可公開查詢

執行單位：交通大學土木工程學系

中 華 民 國 93 年 5 月 17 日

中文摘要

關鍵詞：空載重力，大地起伏，交叉點平差分析，向上(向下)延續

本計畫預計三年內開發空載重力之相關技術、向量式及純量式之空載重力儀均將被研究，以期瞭解空載重力測量在重力及大地起伏方面可達之精度。本年度完成了國外空載重力實測資料的蒐集工作、以及空載重力測量飛機定位計算軟體、交叉點平差分析軟體、向上(向下)延續計算軟體的開發，並以國外資料與模擬資料進行實際計算分析。

Abstract

Keywords: airborne gravimetry , geoid, crossover adjustment, upward(downward) continuation

In a three-year term, this project aims to investigate the methodology for airborne gravimetry. Both the scalar type and vector type of airborne gravimeter will be studied to see the achievable accuracies in gravity determination and geoid modeling. In the second year, the results include the collection of aerogravity data from abroad(Rocky Mountains and Greeland),and three relative softwares. One is the software of GPS position, velocity and acceleration. Another one is the software of crossover adjustment. The third one is the software of upward(downward) continuation. Then we used the collected data and simulate data to compute and analyze via the three softwares.

一、前言

台灣本島高山居多，四周環海，此為重力測量工作遲遲未有重大發展的因素之一，圖 1 是台灣及周圍海域地形圖，圖 2 為目前台灣島及周圍所蒐集的重力值，這些點位大都分布在水準點上，密度不均，對大地起伏計算、二維之地球科學研究、正高改正等並沒有太大的幫助，尤其在山區及海面上資料更是缺乏參考(黃金維,2001)。就台灣的地理環境而言，測量重力時最適合之技術為空載重力測量，因其有不受地形限制的優點。本年度完成了國外空載重力實測資料的蒐集工作、以及空載重力測量飛機定位計算軟體、交叉點平差分析軟體、向上(向下)延續計算軟體的開發，並以國外資料與模擬資料進行實際計算分析詳細情形將在以下逐一說明。

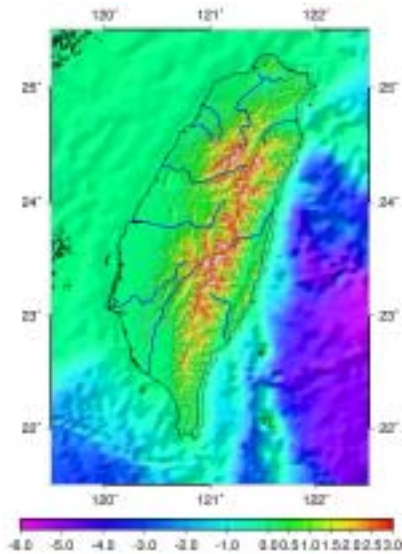


圖 1 台灣及周圍海域地形圖



圖 2 目前台灣島及周圍所蒐集的重力值

二、空載重力測量資料收集

本次計畫已蒐集的空載重力計算資料包括北極海(Forsberg et al., 2003)(如圖 3)和加拿大卡加利大學的 K.P Schwarz 教授在美國落磯山脈所實施的空載重力測量資料 (Jekeli, 私人通訊, 2002)(如圖 4)。其中北極海的資料屬於純量式資料，而落磯山脈的資料屬於向量式資料。

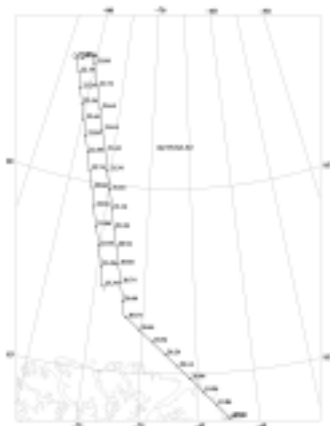


圖 3 北極海空載重力資料圖

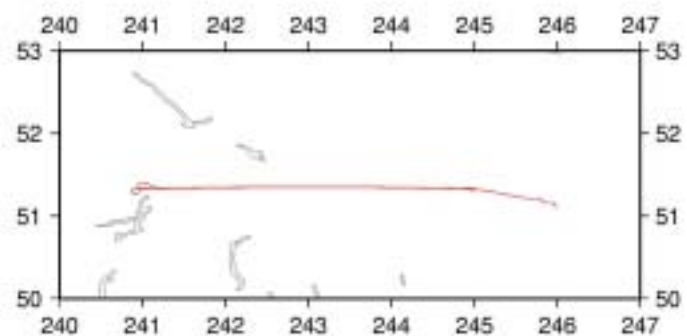


圖 4 落磯山脈空載重力資料圖

三、飛機定位與重力值模擬計算

1. 觀測模式

純量式空載重力儀觀測量，可表為

$$g_b = a_r - f_r - \left[\frac{V_e}{N+h} + 2w_e \cos \phi \right] V_e - \frac{V_n^2}{M+h} \quad (1)$$

其中， g_b ：鉛垂方向重力。 a_r ：飛機沿鉛垂方向加速度。 f_r ：重力儀量得之鉛垂方向加速度。 V_e, V_n ：飛機之東西、南北速度分量。 N, M ：卯酉、子午圈曲率半徑。 h ：飛機橢球高。 w_e ：地球自轉角速度。 ϕ ：緯度

(1)式中 $2w_e \cos \phi v_e$ 項為因地球自而引起之 Eotov 效應(Torge, 1989)，空載重力的 Eotov 效應改正可參考 Harlan(1968)。由(1)式中可知，雖然 f_r 之量測精度甚高，但其他改正項(除 f_r 外)亦必須具高精度，而高精度改正項的前提是飛機之位置、速度、加速度必須精確，在 GPS 出現之前，這點非常難做到。而向量式重力儀之觀測模式類似(1)式，為

$$\bar{g} = \bar{a} - \bar{f} + (P + 2\Omega_e) \bar{V} \quad (2)$$

其中， \bar{g} ：重力向量。 \bar{a} ：飛機加速度向量。 \bar{f} ：INS 量得之加速度向量。 p ：3×3矩陣，將飛機之速度轉換為離心加速度向量。 Ω_e ：3×3矩陣，計算 Eotov 效應向量。

向量重力精度較差(約 3-4mgal，而純量式的則有次 mgal 精度)，但可同時觀測三維之重力分量，因而理論上同一點上向量式之觀測量為純量式之三倍。

2. 空載重力測量載具之 GPS 座標、速度、加速度之計算分析

由(1)(2)式可發現，當實施空載重力時，飛機內除了需要空載重力儀測出重力值外，還需要利用動態 GPS 的技術來定位、定速度、定加速度，以及以慣性導航儀定出飛機飛行的姿態。近年來，隨著 GPS 定位技術的進步，利用更成熟的演算法，我們已經可以使用 GPS 達到公分級的即時動態定位。本研究團隊自 Goad and Yang (1997) 所發展之軟體開始，加以修改及改善至可應用求解飛機速度、加速度。

求解飛機之速度及加速度，必需經過一坐標轉換的方式，此過程可視為一解算成果之不同表現形式。處理的步驟如下：

一、將飛機之(x,y,z)坐標經過數值微分處理，產生飛機之三維速度($\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$)及三維加速度($\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$)：

二、將飛機之三維速度($\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$)及三維加速度($\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$)經過坐標轉換方式，產生飛機地區坐標系下之三維速度($\dot{n}, \dot{e}, \dot{u}$)及三維加速度($\ddot{n}, \ddot{e}, \ddot{u}$)：

3. 模擬計算結果

本節利用上述所收集的國外重力資料，進行重力值的計算。落磯山脈資料是由三條航線非常接近的航線組成，其中 INS 資料為每 0.02 秒測一筆(每秒五十筆)，但由於 GPS 定位資料僅僅只有 0.5 秒測一筆，為了互相搭配，故吾人只取出與 GPS 資料同時測得之 INS 資料來計算，並利用上述之數值微分方法求出飛機的三維速度、加速度，以(1)式計算得改正後的重力值 g_u (圖 5 (a))，圖 5 (b)為計算得之飛機垂直方向加速度，圖 5 (c)為飛機所受的 coriolis 加速度(科氏力量)。圖 4 中第一條航線的 GPS time 從 392400~ 394955 秒，共 5111 筆資料；第二條航線的 GPS time 從 395200~ 397350 秒，共 4301 筆資料；第三條航線的 GPS time 從 397600~ 400000 秒，共 4801 筆資料。

北極海資料的重力儀施測頻率與 GPS 解算頻率相同，均為每一秒一筆資料，GPS time 從 329540 秒到 343313 秒，共 13775 筆資料。同樣利用上述方法，求出改正後的重力值 g_u (圖

6(a))，其中 y 軸為相對重力值(北極海重力儀是相對重力儀)，圖 6(b)為計算得之飛機垂直方向加速度，圖 6(c)為飛機所受的 coriolis 加速度(科氏力)量。

由圖 5 與 6 可發現，飛機飛行的垂直加速度量並不大，落磯山脈均在 $\pm 2 \text{ m/s}^2$ 以內，北極海則更小，在 coriolis 加速度方面，由於落磯山脈測量的飛機時速較快，且緯度較低，故所受到的 coriolis 加速度較大，由於第二條航線的飛行方向與第一、第三條不同，故飛機所受的 coriolis 加速度符號相反(6(c))。經過此計算研究後發現，若不對重力儀測得之重力值進行飛機垂直加速度量與 coriolis 加速度量改正，則與實際空中重力值存在約 200 gal 之巨大誤差量。

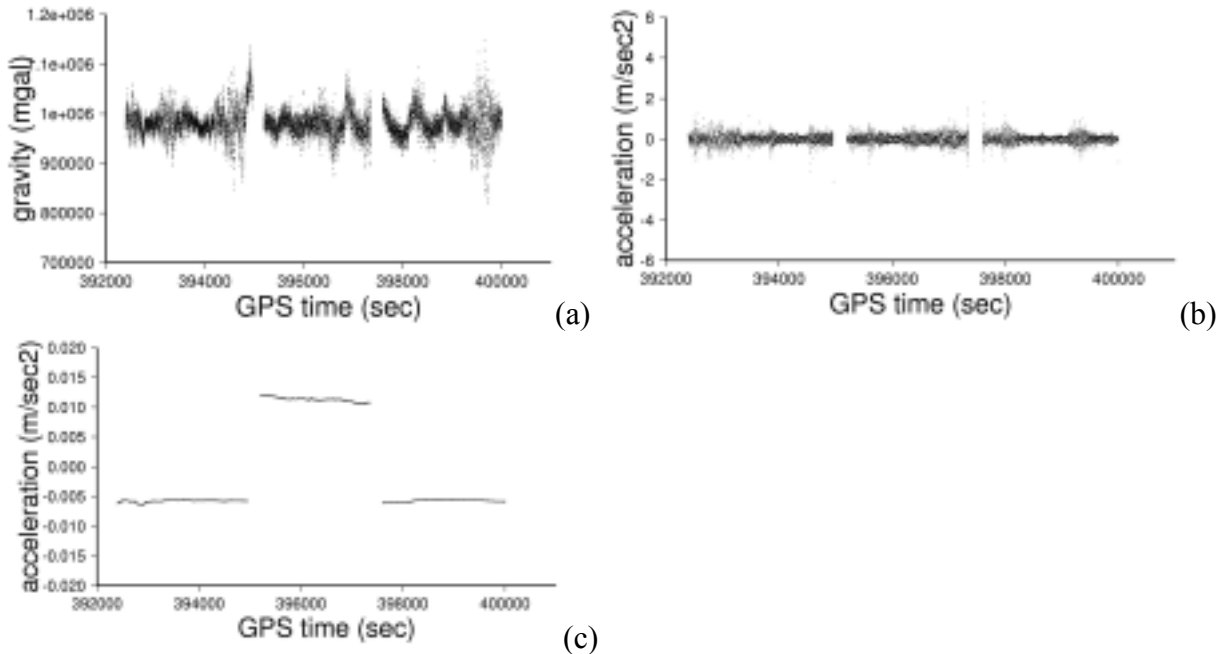


圖 5 落磯山脈重力資料。圖(a)：計算後之重力值。圖(b)：飛機飛行垂直方向加速度。圖(c)：飛機所受到的 coriolis 加速度。

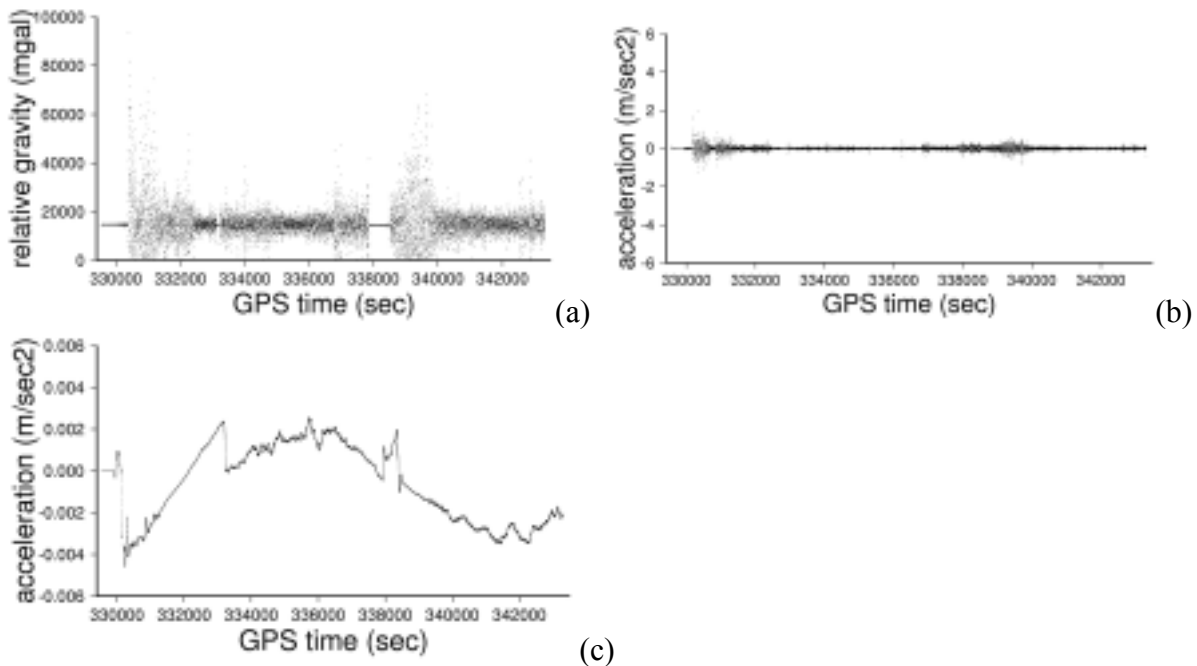


圖 6 北極海重力資料。圖(a)：計算後之重力值。圖(b)：飛機飛行垂直方向加速度。圖(c)：飛機所受到的 coriolis 加速度。

五、重力資料精度評估(一)：交叉點分析

1. 交叉點分析原理

評估空載重力精度常用的方法之一為交叉點分析。其原理為，當飛機飛過同一地點（且高度相同），所測得之兩重力值應相同。反之，其差異大小則反應誤差之大小。空載重力與航測一般，按某一設計之航線觀測，兩航線（幾近直線）可形成一交叉點。由於上述誤差因素，在交叉點之兩重力值不太可能相同，此時需要進行交叉點平差，其原理與衛星測高 (altimetry) 交叉點平差相似。

假設在第 q 條航線上，第 r 點的觀測量為 g_r^q ，由於測量儀器本身的系統誤差、觀測時的天候、環境等因素，故觀測量在每條航線上存在著此誤差量，包括偏差值 (bias) 與漂移值 (drift)，則觀測量 g_r^q 可如下表示

$$g_r^q = g_r^q + \delta g_r^q \quad (3)$$

其中 δg_r^q 為因 bias 和 drift 所引起的誤差，我們可將 δg_r^q 表示為

$$\delta g_r^q = a^q + b^q t_r^q \quad (4)$$

其中 a^q, b^q 分別為第 q 條航線上的 bias 和 drift， t_r^q 為第 r 點上的觀測時間減去航線起點起算之時間。利用此數學模式，則我們可決定第 k 條航線與第 l 條航線的交叉點 P 的交叉點差值為

$$\begin{aligned} x_p^{kl} &= \delta g_p^k - \delta g_p^l \\ &= a^k - a^l + b^k t_p^k - b^l t_p^l \end{aligned} \quad (5)$$

根據(5)式可組成觀測方程式，對單一觀測量，吾人得

$$v_p^{kl} + x_p^{kl} = a^k + b^k t_p^k - a^l - b^l t_p^l, \quad k = 1, 2, \dots, i; \quad l = 1, 2, \dots, m \quad (6)$$

$p = 1, 2, \dots, n$

其中 $i+m, n$ 分別為航線數及交叉點數。(6)可寫為矩陣形式

$$V + L = AX \quad (7)$$

其中

$$X = \begin{bmatrix} a^1 \\ b^1 \\ a^2 \\ b^2 \\ \vdots \\ a^i \\ b^i \\ a^j \\ b^j \\ \vdots \\ a^m \\ b^m \end{bmatrix}$$

第 k 與 l 條航線在設計矩陣中的列向量為

$$A_p^{ij} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 \dots 0 & 1 & t^i \dots 0 & \dots 0 & -1 & -t^j & 0 \dots 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

解得 X 矩陣後，而自(3)式中將誤差扣除而得改正後重力 g_r^q 。

2. 交叉點分析計算結果

由於上述國外收集的兩組資料，都是單一航線，並無明顯之交叉點可供計算，故本計畫之交叉點分析程式的計算資料是模擬出來的。首先將黃和王(2002)(圖 7)之重力網格 Δg_0 (h=0) 向上延續到飛機高度 (h=a)，得到 Δg_a ，將 Δg_a 內插到設計航線上，設計航線規劃如圖 8 所示，此模擬航線的範圍為經度 119.6~122.4 度，緯度 21.6~25.4 度，共有 21 條東西向航線(航線間隔 20 公里)與 34 條南北向航線(航線間隔 10 公里)，每條航線約每 1 度(約 1.8 公里)施測一點，東西向每條航線有 167 個觀測值；南北向每條航線有 228 個觀測值，加起來有 11301 個重力觀測點，共組成 714 個交叉點。重力網格 Δg_0 的向上延續方法將在下一節闡述。

本研究開發一交叉點分析計算程式，可計算出交叉點改正後的重力值與航線的 bias 與 drift 誤差量。由於重力資料是採用模擬資料，故吾人先對模擬重力值加入了預先給定的 bias 和 drift，加入的量如圖 9(a) 所示。再利用上述的解算方式求解出每條航線的 bias 和 drift，再與給定值比較。表 1 為經過 bias 和 drift 改正前後的觀測量交叉點差值，由表中發現經過 bias 和 drift 改正後，交叉點重力差值量大幅減低。

表 1 經過 bias 和 drift 改正前後的交叉點差值 單位：mgal

	最大值	最小值	平均值	標準偏差	均方根值
改正前	19.489	-19.625	0.963	7.370	7.427
改正後	0.785	-0.650	-0.001	0.093	0.093

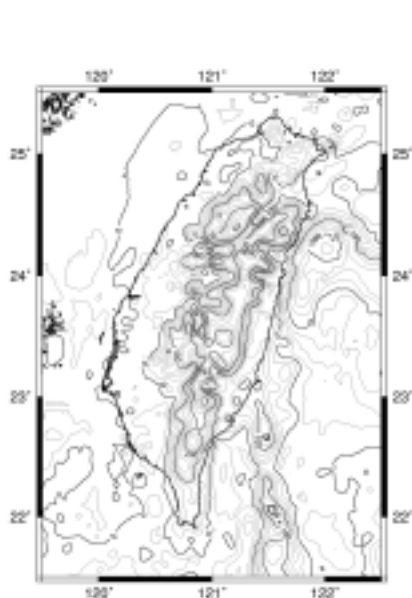


圖 7 台灣重力異常網格(取自黃和王, 2002)

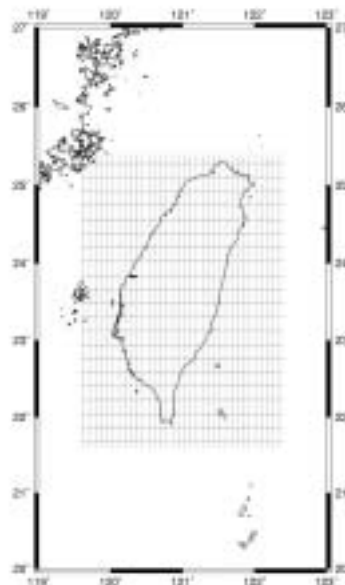
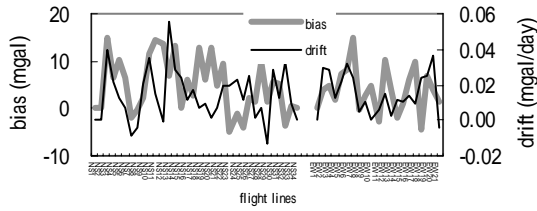
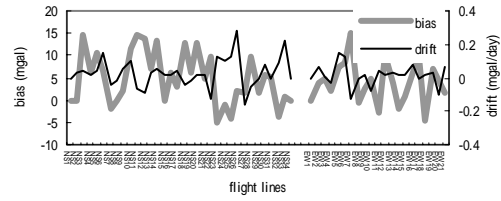


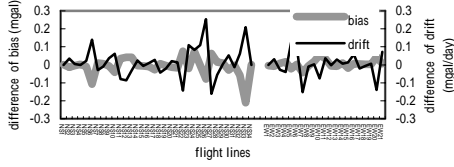
圖 8 交叉點分析的航線模擬規劃圖



(a)



(b)



(c)

圖 9 (a)對重力值加入的隨機 bias 與 drift 的量。(b)利用程式求解得到之 bias 與 drift。(c)圖(a)與圖(b)的差值。圖中橫軸 NS1、NS2....代表南北航線；EW1、EW2....代表東西航線。

六、重力資料精度評估(二)：向上(向下)延續法

空載重力所測得的是飛機所在高度之重力，應用時必須將之向下延續到地表或海平面（或大地水準面），原理如下：

$$\mathbf{F}\{\Delta g_{down}\} = \mathbf{F}\{\Delta g_{up}\} \exp\{h\omega\} S(\omega) \quad (8)$$

其中， Δg_{down} ：地表面的重力值。 Δg_{up} ：空載重力值。 h ：航高。 F ：傅利葉轉換運算子。 ω ：頻率。 $S(\omega)$ ：濾波。更詳細的理論可參考 Buttkus(2000)。

本研究以上一節的理論為基礎，開發出一向上及向下延續程式，可將地面重力網格資料向上延續至空中任何航高的重力值，或將空中測得的重力網格資料，向下延續至地表，如此一來即可針對重力資料進行精度評估，程式是以 fortran 語言所撰寫，詳細說明參考附錄三。由於國外所收集的資料，因為資料保密之關係，無法提供給我們地表面的重力值，故若計算此二組資料的向下延續重力值，並無法做檢核，故此程式的模擬計算中，吾人是採用黃和王(2002)之重力異常網格 Δg (如圖 7) 做為測試資料。

首先，先將 Δg 扣除 egm96 重力異常模型 Δg_{egm96} ，得到一剩餘重力異常模型 Δg_{res} ，將 Δg_{res} 向上延續至高度 1000 公尺的航高，再加上在高度 1000 公尺的 egm96 重力異常模型 Δg_{egm96}^{1000} ，最後得到在高度 1000 公尺的重力異常 Δg^{1000} ，同理，我們亦可求得在高度 3000 公尺、5000 公尺的重力異常模型 Δg^{3000} 、 Δg^{5000} 。詳細向上約化步驟如下：

$$\begin{aligned} \Delta g - \Delta g_{egm96} &= \Delta g_{res} \\ \Delta g_{res} &\xrightarrow{\text{向上延續}} \Delta g_{res}^h \\ \Delta g_{res}^h + \Delta g_{egm96}^h &= \Delta g^h \end{aligned}$$

本研究分別就 1000、3000、5000 公尺三種高度研究，其最後求得之重力網格 Δg^{1000} 、 Δg^{3000} 、 Δg^{5000} ，結果如圖 12 所示，由圖中可發現，高度越高則網格越趨近於平滑。圖 10、11 分別顯示各高度的 egm96 重力異常模型 Δg_{egm96}^h 與剩餘重力異常模型 Δg_{res}^h 。

接下來是向下延續的部分，我們把上述利用向上延續得到的 Δg^{1000} 、 Δg^{3000} 與 Δg^{5000} 網格當作是空載重力觀測模型，向下延續至地表，求得地表面的重力模型，步驟如下：

$$\begin{aligned} \Delta g^h - \Delta g_{egm96}^h &= \Delta g_{res}^h \\ \Delta g_{res}^h &\xrightarrow{\text{向下延續}} \Delta g_{res}^{down} \end{aligned}$$

$$\Delta g_{res}^{down} + \Delta g_{egm96}^0 = \Delta g_{egm96}^{down}$$

將空中重力值扣除 egm96 重力異常模型後，向下延續至地表高度，再加上地表 egm96 重力異常之值，最後得到地表的 gravity 異常值。圖 14(b)~(d) 是各種高度(5000 公尺、3000 公尺、1000 公尺)，向下延續後得到的重力異常值，計算方法利用 GMT 計算，採用的濾波參數約為 1.8 公里，從圖中可發現，高度越高，則向下延續後的重力網格越平滑。與真正的地表重力異常圖 14(a) (即黃和王(2002)重力網格)比較，向下延續高度越高，則誤差明顯增大。表 2 是將黃和王(2002)重力網格(圖 14(a))減去從各高度向下延續至地表重力網格(圖 14(b)~(d))之統計值，由表中可看出，高度越高，則最大、最小、均方根值均變大。故空載重力測量航高因素，是影響觀測精度的重要因素。

表 2 黃和王(2002)重力網格減去從各高度向下延續至地表重力網格之統計值(單位：mgal)

	最大值	最小值	平均值	均方根值
高度 1000 公尺向下延續	56.975	-77.259	0.023	7.897
高度 3000 公尺向下延續	91.546	-123.395	0.031	15.334
高度 5000 公尺向下延續	109.425	-155.708	0.029	20.459

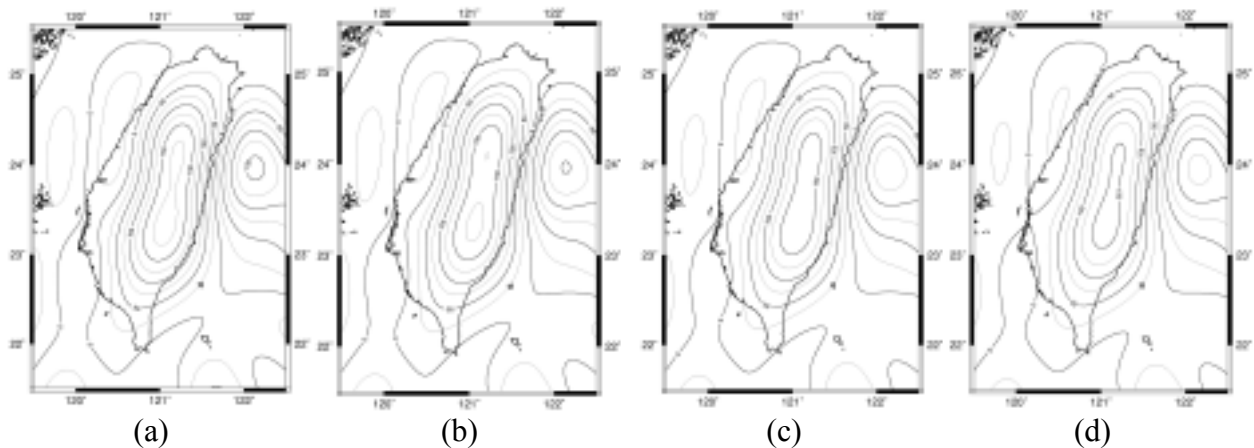


圖 10 各種高度的 egm96 重力異常網格。(a)0 公尺 (b)1000 公尺 (c)3000 公尺 (d)5000 公尺。單位：mgal

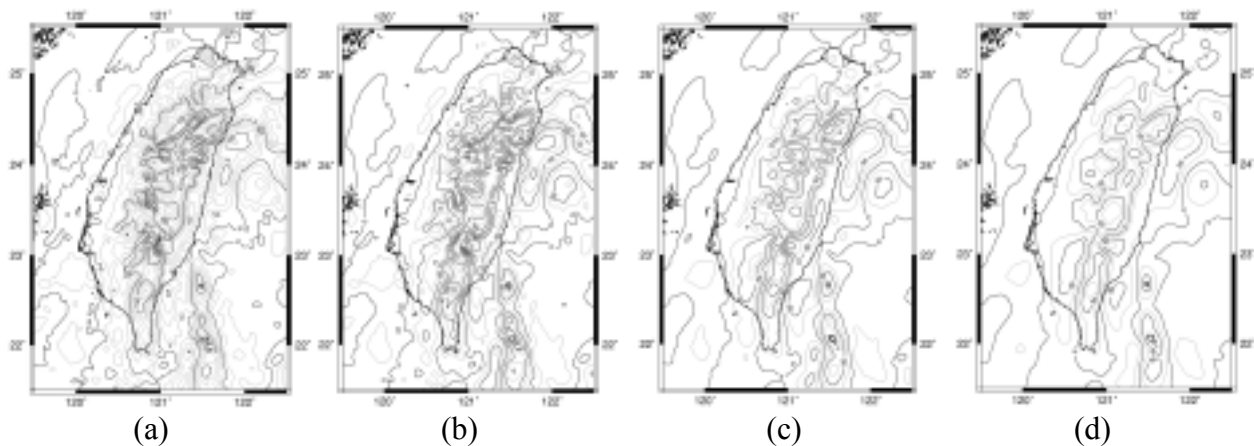


圖 11 各種高度的剩餘重力異常模型。(a)0 公尺 (b)1000 公尺 (c)3000 公尺 (d)5000 公尺。單位：mgal

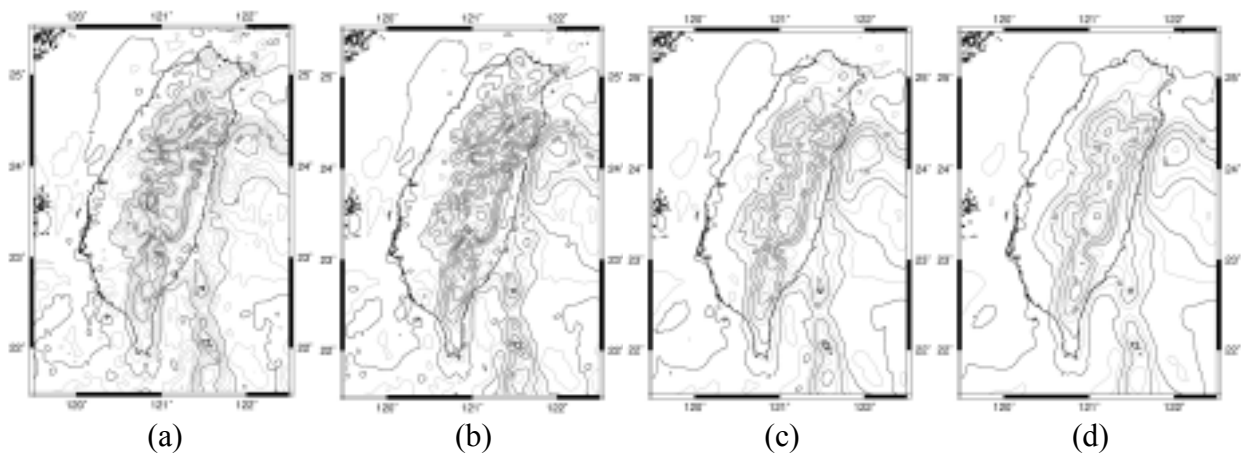


圖 12 各種高度的重力異常模型。(a)0 公尺 (b)1000 公尺 (c)3000 公尺 (d)5000 公尺，其中圖(a)是黃和王(2002)重力異常模型。單位：mgal

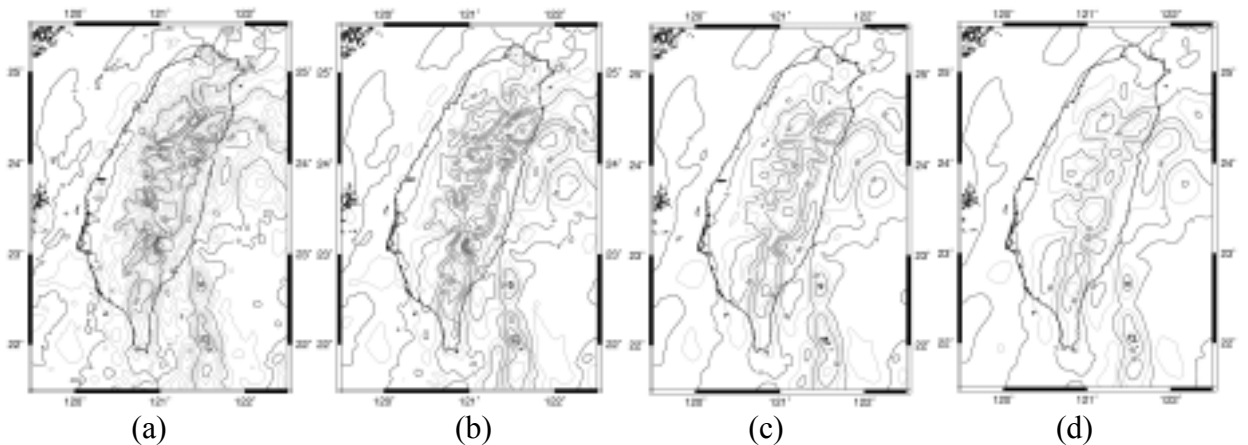


圖 13 各種高度經向下延續後得到的地表剩餘重力異常模型。(a)0 公尺 (b)1000 公尺 (c)3000 公尺 (d)5000 公尺。單位：mgal

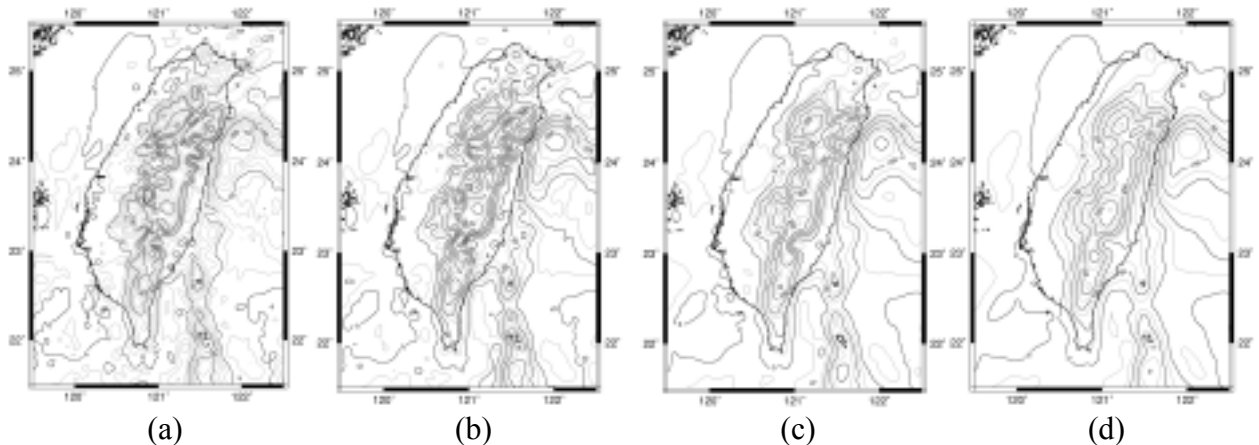


圖 14 各種高度經向下延續後得到的地表重力異常模型。(a)0 公尺 (b)1000 公尺 (c)3000 公尺 (d)5000 公尺。其中圖(a)是黃和王(2002)之重力網格。單位：mgal

七、結論

空載重力測量具有不受地形限制的優點，對於地形起伏甚大的台灣而言，可說是非常適合，特別是可補足山區重力點位不足的缺點，對大地起伏計算、地球科學研究上有極大的幫助。空載重力測量發展近十年來，世界上多個國家均已研究過並實際測量，均有不錯的效果。本年度已完成下列各項研究：

(1) 空載重力測量飛機定位計算軟體之開發

以農林航測所提供以及國外收集的資料實際計算。利用 GPS 動態定位系統提供空載測量飛機的定位、速度、加速度，由於採載波相位觀測，故定位最佳時將可達公分級精度。

(2) 測量交叉點平差分析軟體之開發

本研究開發一交叉點分析計算程式，可計算出交叉點改正後的重力值與航線的 bias 與 drift 誤差量，並可大幅修正重力觀測點的交叉點誤差值。

(3)測量向上(向下)延續計算軟體之開發

以模擬資料計算之，將地表重力資料分別向上及向下延續比較之，其中向下延續會產生誤差放大效應，故應選擇一濾波處理之，此部分影響重力精度甚巨。

八、參考文獻

黃金維(2001)，一等一級水準點上實施重力測量工作報告書，內政部。

黃金維，王成機(2002)，台灣新自由空間重力異常網格，測量工程，第 44 卷，P. 1-22。

Buttkus, B. (2000). Spectral analysis and filter theory, Springer, Berlin.

Childers, V. A., D. C. McAdoo, J. M. Brozena and S. W. Laxon (2001). New gravity data in the

Forsberg, R., K. Keller, S. M. Hvidegaard and A. Olesen (2003). European airborne gravity and lidar survey in the Arctic Ocean, ESAG-2002 final report, Denmark.

Goad, C. C., and M. Yang (1997). A new approach to precision airborne GPS positioning for photogrammetry, Photo. Gram. Eng. Rem. Sens., 63, pp.1067-1077.

Harlan, R. (1968). Eotvos corrections for airborne gravimetry, J. geophys. Res., 73, pp. 4675-4679.

Torge, W. (1989). Gravimetry, de Guryter, Berlin.