

行政院國家科學委員會專題研究計畫 期中進度報告

尺寸效應對非平板固態系統中微觀熱傳現象影響之研究

(1/2)

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC92-2212-E-009-014-

執行期間：92年08月01日至93年07月31日

執行單位：國立交通大學機械工程學系

計畫主持人：曲新生

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 93 年 5 月 24 日

# 行政院國家科學委員會補助專題研究計劃期中進度報告

## 尺寸效應對非平板固態系統中微觀熱傳現象影響之研究 (1/2)

Size Effects on the Microscale Heat Transfer in Non-Planar Solid State system (1/2)

計劃編號：NSC 92-2212-E-009-014

執行期限：92年08月01日至93年07月31日

主持人：曲新生 國立交通大學機械系

### 中文摘要

本研究第一年主要是探討微觀下圓柱形及球形雙層薄膜內聲子暫態熱傳現象及薄膜間界面熱阻的問題。利用聲子輻射熱傳模式並在界面處以非彈性散異理論模式來探討超晶格薄膜的熱傳行為。探討尺寸效應、幾何形狀與界面熱阻對熱傳導係數的影響。

關鍵詞：界面熱阻、聲子輻射熱傳、非彈性散異理論模式、超晶格

### Abstract

Transient heat transfer in cylindrical and spherical solid two-layer thin films was investigated closely in this research at first year. Phonon radiative heat transfer equation and inelastic diffuse mismatch model are utilized to analyze microscale heat transfer in thin film superlattices. The purpose of this study is to find out the influence of size, geometry and interface thermal resistance on the effective thermal conductivity solid-state system.

Keywords: interface thermal resistance, phonon radiative heat transfer, inelastic diffuse mismatch model, superlattices

### 1. 前言

在科技的快速發展之下，電子元件的製程技術已進入奈米尺寸。隨著尺寸的縮小，雖然增快了元件的傳輸速度但也同時產生更多的熱能，因此使得微觀下熱傳行為的分析備受重視。

實驗及理論分析已證實薄膜尺寸效應對熱傳導係數會產生改變，材料在微小尺寸下，熱傳導係數遠小於巨觀下所量測的值 [1-3]。因此過去以研究巨觀熱傳現象的傅立葉熱傳導定律已無法適用在如此極小的尺度之下。

在絕緣材料與半導體材料中，聲子是主要的熱載子 [4]。聲子及代表晶格的運動可視為一個三維的彈簧振動系統，像波一樣的傳遞行進。十九世紀時，Maxwell [5] 假設若熱傳遞速率並非無窮大，則熱通量與溫度梯度間必有一段時間延遲。因此，必須對傅立葉定律加以修正，而提出了熱波理論。1993年，Qiu 和 Tien [6] 從波茲曼方程式，推導出兩階段熱傳的統御方程式，應用於研究短脈衝雷射加熱金屬薄膜。Majumdar [7,8] 將聲子類比成光子，由波茲曼方程式出發，推導出聲子輻射熱傳方程式 (EPRT)，且証實在穩態下，當薄膜厚度遠大於聲子自由平均路徑，與傅立葉定律有相同的結果，並成功的將熱波理論加以驗證。

除了薄膜尺寸所造成的效應外，薄膜邊

界所引發的穿透與反射的效應亦為一熱門課題。Little[9] 首先利用聲異理論模式 (AMM), 來處理固体與固体間界面熱阻的問題, 此一模式假設只考慮邊界上的穿透與反射的效應, 而不考慮散射的效應。Swartz [10,11] 進一步提出散異理論模式(DMM)探討界面熱阻的效應, 此一模式則與聲異理論模式完全相反, 它假設所有的聲子在邊界上均受到無方向性的散射, 且散射後的狀態與散射前的狀態無關。Marshall 等人 [12]提出了另一種模式來計算界面熱阻, 稱為 (ILM)。此一模式假設薄膜與基材間存在一界面層, 此界面層的擴散率比薄膜小 10~100 倍, 厚度只有薄膜的百分之一到十分之一, 不同材質間的溫度必須為連續。Chen [13]等人以 ILM 和 AMM 模式來計算熱輻射偵測器的電壓響應及薄膜溫度分佈, 結果指出, 當溫度高於 30K 時, 由 ILM 模式計算所得之結果較 AMM 模式更接近實驗值。

Kelkar 和 Phelan [14]對於高溫超導薄膜與基材間, 邊界熱阻受溫度與熱通量變化所造成的影響加以探討。1998 年, Phelan [15] 針對 AMM 與 DMM 模式做了更詳細的討論, 結果指出 AMM 模式只有在極低溫的情況下才有較佳的。Prasher 和 Phelan [16]將 AMM 模式將以修正, 進而提出散射聲異理論模式(SMAMM)。Chen 和 Tien[17]使用散異理論模式來分析聲子在砷化鎵 (GaAs) 與基材間界面熱阻所造成的影響。文中結果指出, 穿透率愈大則所得熱傳導係數愈大。Chen 和 Neagu [18,19] 探討 Si/Ge 雙層薄膜與週期性薄膜結構 (砷化鎵/砷化鋁) 所做的研究指出, 熱傳導係數會因為界面散射機制的不同而受到影響, 其中鏡射散射 (Specular scattering) 對熱傳導係數的影響最小, 而考慮界面為漫射散射 (Diffuse scattering) 的情況下, 則會嚴重的降低熱傳導係數。因此,

界面的粗糙度可說是引起熱傳導係數下降的原因。Chen 和 Zeng [20,21] 針對 Little [9] 與 Swartz [10]所提出的聲異理論模式與散異理論模式加以修正, 提出非彈性聲異理論模式及非彈性散異理論模式。研究結果中指出, 當考慮聲子在界面處所受到的散射效應是非彈性行為時, 則所得界面熱阻的影響會降低而熱傳導係數會提高, 將薄膜界面熱阻對於熱傳導行為所造成的影響做了更詳細的分析。

本文即利用聲子輻射熱傳方程式, 探討微小尺寸下圓柱形及球形超晶格薄膜的暫態熱傳導行為, 並以非彈性散異理論模式分析尺寸以及曲率的改變對薄膜熱傳導係數及界面熱阻的影響。

## 2. 理論分析

Majumdar[7]以波茲曼方程式為基礎, 推導出聲子輻射熱傳方程式來描述聲子在介電材料中的熱傳行為。

$$\frac{1}{v} \frac{\partial I_w}{\partial t} + \bar{e}_v \cdot \nabla I_w = \frac{I_w^0 - I_w}{t_{Rv}}. \quad (1)$$

在本文研究中主要係探討非平板形固態系統的暫態熱傳現為, 其中包含圓柱形及球形的超晶格薄膜系統, 統御方程式分別如下:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial I}{\partial t} + m \frac{\partial I}{\partial r} - \frac{1}{r} \mathbf{h} \frac{\partial I}{\partial \mathbf{j}} = \frac{I^0 - I}{t_{Rv}}, \quad (2)$$

$$\frac{1}{v} \frac{\partial I}{\partial t} + \cos \mathbf{q} \frac{\partial I}{\partial r} + \frac{1 - \cos^2 \mathbf{q}}{r} \frac{\partial I}{\partial \cos \mathbf{q}} = \frac{I^0 - I}{t_{Rv}}. \quad (3)$$

式(2)及式(3)分別表示圓柱座標及球座標的聲子輻射熱傳方程式, 平衡狀態的聲子輻射強度  $I_w^0$  可近似如下

$$I^0 = \frac{1}{4\mathbf{p}} \int_{\Omega=4\mathbf{p}} I d\Omega. \quad (4)$$

將式(4)分別代入式(2) 及式(3) 後可得

$$\frac{1}{v_k} \frac{\partial I_k}{\partial t} + \mathbf{m} \frac{\partial I_k}{\partial r} - \frac{1}{r} \mathbf{h} \frac{\partial I_k}{\partial \mathbf{j}} = \frac{\frac{1}{4\mathbf{p}} \int_{W=4\mathbf{p}} I_k dW - I_k}{t_R v_k}. \quad (5)$$

$$\frac{1}{v_k} \frac{\partial I_k}{\partial t} + \cos \mathbf{q} \frac{\partial I_k}{\partial r} + \frac{1 - \cos^2 \mathbf{q}}{r} \frac{\partial I_k}{\partial \cos \mathbf{q}} = \frac{\frac{1}{4\mathbf{p}} \int_{\Omega=4\mathbf{p}} I_k d\Omega - I_k}{t_R v_k} \quad k=1, 2 \quad (6)$$

本文係探討雙層圓柱形及雙層球形薄膜，內徑  $r_i$  及外徑  $r_o$  如圖 1。系統初始溫度  $T_o$ 。在時間  $t=0$  時，在  $r=r_i$  溫度提高至  $T_i$ 。而在  $r=r_o$  時則維持在  $T_o$ 。下標 1、2 分別表示第 1 層及第 2 層。

初始條件

$$I_k(t=0) = I_k^0(T_o), \quad k=1, 2. \quad (7)$$

邊界條件

$$I_1(r=r_i) = I_1^0(T_i) \quad \text{and} \quad I_2(r=r_o) = I_2^0(T_o) \quad (8)$$

在界面處 ( $r=r_b$ ) 的能量守恆方程式為[18]

$$\int_{2\mathbf{p}} I_i^-(r_b, -\mathbf{m}_i) \mathbf{m}_i d\mathbf{m}_i = R_{ij} \int_{2\mathbf{p}} I_i^+(r_b, \mathbf{m}_i) \mathbf{m}_i d\mathbf{m}_i + \mathbf{a}_{ji} \int_{2\mathbf{p}} I_j^-(r_b, -\mathbf{m}_j) \mathbf{m}_j d\mathbf{m}_j, \quad i, j=1, 2. \quad (9)$$

其中  $R_{ij}$  及  $\mathbf{a}_{ij}$  分別表示聲子從第  $i$  層到第

$j$  層的反射率及穿透率。

Chen [25]由能量守恆的觀點推導出另一種穿透率的表示法，稱為非彈性散異理論模式(Inelastic diffuse mismatch model)。假設所有頻率的聲子均能穿透界面，亦即假設聲子在界面處所受到的散射可以是非彈性。界面處能量守恆方程式表示如下

$$\mathbf{a}_{ij} = \frac{C_j v_j}{C_i v_i + C_j v_j}. \quad (10)$$

### 3. 數值分析

由於式(5)及式(6)為積微分方程式因而無法直接求解，因此在本文中使用了 Discrete ordinate method (DOM), 使得(5) (6)式化為一階偏微分聯立方程式。首先將積分項用一組集合來表示如下

$$\int_{W=4\mathbf{p}} I dW = \sum_{i=1}^m I_i w_i, \quad (11)$$

上式中  $m$  表示不同方向的總數量， $w$  為各個不同方向上的權函數 (quadrature weights)。如此一來式(5)及式(6)式便轉換成一組  $m$  個聯立偏微分方程式。

$$\frac{1}{v_k} \frac{\partial I_{i,k}}{\partial t} + \mathbf{m}_i \frac{\partial I_{i,k}}{\partial r} - \frac{1}{r} \mathbf{h}_i \frac{\partial I_{i,k}}{\partial \mathbf{j}} = \frac{\frac{1}{4\mathbf{p}} \sum_{j=1}^m I_{j,k} w_{j,k} - I_{i,k}}{t v_k} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{v} \frac{\partial I_{i,k}}{\partial t} + \frac{\cos \mathbf{q}}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 I) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \cos \mathbf{q}} [(1 - \cos^2 \mathbf{q}) I] \\ = \frac{\frac{1}{4\mathbf{p}} \sum_j I_{j,k} w_j - I_{i,k}}{t v} \end{aligned} \quad i, j=1, 2, \dots, m, \quad k=1, 2 \quad (13)$$

式(12)及式(13)中左邊第三項可近似如下

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \mathbf{j}} (\mathbf{h} I) \cong \frac{1}{r} \frac{A_{i+1/2} I_{i+1/2} - A_{i-1/2} I_{i-1/2}}{w_i''}, \quad i=1, 2, \dots, m \quad (14)$$

其中  $w_i' = 4w_i$ 。

代入式(12) 及式 (13) 後可得

$$\begin{aligned} \frac{1}{v_k} \frac{\partial I_{i,k}}{\partial t} + \frac{\mathbf{m}_i}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r I_{i,k}) - \frac{1}{r} \frac{A_{i+1/2} I_{i+1/2,k} - A_{i-1/2} I_{i-1/2,k}}{w_i''} \\ = \frac{\frac{1}{4\mathbf{p}} \sum_{j=1}^m I_{j,k} w_j - I_{i,k}}{t v_k} \end{aligned} \quad (15)$$



模式來分析圓柱形薄膜因曲率的改變對界面熱阻的大小所產生的影響非常的小。

圖 5 為雙層平板薄膜的有效熱傳導係數隨著薄膜厚度的改變所造成的影響，並與實驗值做一比較。如圖所示，當薄膜厚度非常薄時 $\sim 1\text{nm}$ ，由聲子輻射熱傳方法所得到的有效熱傳導係數遠比巨觀下所量測到的熱傳導係數要小得多。隨著薄膜厚度愈來愈厚，熱傳導係數也愈來愈大，當薄膜厚度趨近於聲子自由平均路徑時，熱傳導係數已相當接近巨觀下所量測之實驗值。而當薄膜厚度遠大於聲子自由平均路徑時 $\sim 10^6\text{m}$ ，以聲子輻射熱傳方程式所得之有效熱傳導係數與巨觀下量測的實驗值非常接近，由此圖可明顯的看出熱傳導係數因為尺寸效應所產生的影響。由實驗量測所得之結果也可以明顯的看出薄膜尺寸改變對熱傳導係數所產生的影響，有隨著薄膜厚度變厚而熱傳導係數隨之變大的趨勢，與使用聲子輻射熱傳模式所得之結果比較，亦有相當準確的結果。因此、由圖中各種結果顯示，薄膜厚度的改變的確會對材料本身的熱傳導係數有著相當重要的影響。由於近幾年來，奈米科技的發展備受矚目，許多電子元件愈做愈小已是必然的趨勢。因此、對於相關材料在極微小尺寸下的熱物理性質更是值得大家所探討的。藉此結果，對往後相關的電子元件及電子散熱系統的設計提供一個重要的參考。

圖 6 為不同曲率半徑下  $r_1=10^{-5}$ 、 $r_1=10^{-6}$ 、 $r_1=10^{-7}$ ，熱傳導係數隨薄膜厚度的變化。由結果得知，在相同厚度下，在薄膜尺寸極小情況時  $10^{-9}\sim 10^{-8}\text{m}$ ，曲率半徑的大小對於熱傳導係數的影響非常小。隨著薄膜厚度愈來愈厚，曲率的效應逐漸明顯。從圖中可明顯看出，當曲率半徑愈來愈小，薄膜的熱傳導係數愈大。由此結果得知，曲率愈大造成聲子間碰撞的機率增加，使得薄膜傳熱的能力

也隨著增加。

以下為雙層球形薄膜所做的結果加以分析討論。圖 7(a)為兩層球形薄膜在內徑  $r_1=10^{-7}\text{m}$  薄膜厚度  $10^{-6}\text{m}$  時暫態溫度分佈的情形，從圖中可明顯看出曲率效應對溫度曲線所造成的影響。在相同曲率半徑下，與圓柱座標比較的結果，不僅趨勢相同且在球座標系統下的曲率效應更加明顯，溫度線下降的斜率愈大。

圖 7(b)為相同內徑  $r_1=10^{-7}\text{m}$ ，改變薄膜厚度所得之暫態溫度分佈圖，薄膜厚度愈薄時，邊界上的溫度落差愈大，溫度曲線呈現出的穿透效應愈明顯。當薄膜厚度達  $10^{-9}\text{m}$ ，時間約在  $10^{-13}$  秒時，能量的傳遞也相同類似以波的方式進行。

圖 8 為固定薄膜厚度  $L_1=L_2=10^{-6}\text{m}$ ，不同曲率半徑下所得之無因次溫度分佈圖。由此圖中可更明顯的看出，隨著曲率半徑愈來愈小，溫度曲線所呈現的下降趨勢也愈明顯。

圖 9 為不同曲率半徑下，界面熱阻隨著薄膜厚度所產生的影響，分別在內徑為  $r_1=10^{-3}\text{m}$ 、 $r_1=10^{-5}\text{m}$ 、 $r_1=10^{-7}\text{m}$ 。如圖所示，曲率半徑的改變對界面熱阻的所產生影響非常的小，在三種不同曲率半徑下所求得之熱阻幾乎相同。此一結果與圓柱座標下所得之結果也幾乎相同。

圖 10 為雙層球形薄膜的熱傳導係數隨著薄膜厚度的改變所造成的影響。當薄膜厚度 $\sim 1\text{nm}$ ，聲子輻射熱傳方法所得到的熱傳導係數遠比巨觀下所量測到的熱傳導係數要小得多，且此時曲率的改變對熱傳導係數的影響並不明顯。隨著薄膜厚度愈來愈厚，熱傳導係數也隨之愈來愈大，且曲率改變所造成的影響也愈明顯。當薄膜厚度達到  $10^{-6}\text{m}$  時，在內徑  $r_1=10^{-7}\text{m}$  所得之有效熱傳導係數的值，與在內徑  $r_1=10^{-5}\text{m}$  時所得之值幾乎大

了一倍。由此結果得知，曲率愈大使得聲子間碰撞機率增加，造成薄膜內能量傳遞的速度加快。與圓柱座標所得之結果比較得知，在相同曲率半徑  $r_i=10^{-7}$  m，球座標系統所得之有效熱傳導係數比圓柱座標系統所得要來得大，此即表示球座標系統受曲率改變的影響更大。

## 5. 結論

由本文的研究結果發現，當薄膜尺寸小於聲子平均自由路徑時，薄膜內部熱傳行為處於高度不平衡狀態，薄膜內局部熱平衡狀態可能不存在，使得熱傳導係數降低。從本文中以聲子輻射熱傳方程式所得之結果顯示，熱傳導係數會因為薄膜厚度愈薄而降低，與實驗所得結果亦相當符合，且曲率半徑大小亦對熱傳導係數造成影響，隨著曲率愈大，熱傳導係數亦隨之增加。

本文中使用了 inelastic DMM 模式來分析。目的在探討薄膜尺寸效應與曲率半徑的改變對界面熱阻所產生的影響，由結果得知曲率半徑的改變對界面熱阻的所產生影響非常的小，在三種不同曲率半徑下所求得之熱阻幾乎相同。由此結果得知，以 inelastic DMM 模式來分析非平板薄膜系統因曲率的改變對界面熱阻的大小所產生的影響並不明顯。

## 參考文獻

- [1] Lambropoulos, J. C., Jacobs, S. D., Burns, S. J., Shaw-Klein, L., and Hwang, S. S., Thermal Conductivity of Thin Films: Measurement and Microstructural Effects, ASME HTD, Vol. 184, pp. 21-32, 1991.
- [2] Tien, C. L. and Chen, G., Challenges in Microscale Radiative and Conductive Heat Transfer, ASME J. Heat Transfer, Vol. 116, pp. 799-807, 1994.
- [3] Lee, S. M. and Cahill, D. G., Heat Transport in Thin Dielectric Films, J. Appl. Phys., Vol. 81, pp. 2590-2595, 1997.
- [4] Tien, C. L. and Chen, G., "Challenges in Microscale Radiative and Conductive Heat Transfer," Fundamental Issues in Small Scale Heat Transfer, ASME HTD - Vol. 227, pp. 1-12, 1992.
- [5] Maxwell, J. C., "On the Dynamic Theory of Gases," Philosophical Transaction, London, Vol. 157, pp. 49-88, 1867.
- [6] Qiu, T. Q. and Tien, C. L., "Heat Transfer Mechanisms During Short-Pulse Laser Heating of Metals," ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 115, pp. 835-841, 1993.
- [7] Majumdar, A., Microscale Heat Conduction in Dielectric Thin Films, ASME J. Heat Transfer, Vol. 115, pp. 7-16, 1993.
- [8] Joshi, A. A. and Majumdar, A., Transient Ballistic and Diffusive Phonon Heat Transport in Thin Films, J. Appl. Phys., Vol. 74, pp. 31-39, 1993.
- [9] Little, W. A., The Transport of Heat between Dissimilar Solid at Low Temperature, Can. J. Phys., Vol. 37, pp. 334-349, 1959.
- [10] Swartz, E. T., "Solid-Solid Thermal Boundary Resistance," Ph. D. thesis, Cornell University, 1987.
- [11] Swartz, E. T. and Pohl, R. O., Thermal Boundary Resistance," Reviews of

Modern Physics, Vol. 61, pp. 605-668, 1989.

- [12] Marshall, C. D., Fishman, I. M., Dorfman, R. C., Emo, C. B. and Fayer, M. D., "Thermal Diffusion, Interfacial Thermal Barrier, and Ultrasonic Propagation in  $YBa_2Cu_3O_{7-d}$  Thin Film: Surface-Selective Transient-Grating Experiment," Physical Review B, Vol. 45, No. 17, pp. 10009-10021, 1992.
- [13] Chen, R. C., Wu, J. P. and Chu, H. S., "Bolometric Response of High- $T_c$  Superconducting Detectors to Optical Pulses and Continuous Waves," ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 117, pp. 528-534, 1995.
- [14] Kelkar, M. and Phelan, P. E., "Thermal Boundary Resistance for Thin Film High- $T_c$  Superconductors at Varying Interfacial Temperature Drops," Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 40, No.11, pp. 2637-2645, 1997.
- [15] Phelan, P. E., Application of Diffuse Mismatch Theory to the Prediction of Thermal Boundary Resistance in Thin-Film High- $T_c$  Superconductors, ASME J. Heat Transfer, Vol. 120, pp. 37-43, 1998.
- [16] Prasher, R. S. and Phelan, P. E., "A Scattering-Mediated Acoustic Mismatch Model for the Prediction of Thermal Boundary Resistance," ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 123, pp. 105-112, 2001.
- [17] Chen, G. and Tien, C. L., "Thermal Conductivities of Quantum Well Structures," Journal of Thermophysics

and Heat Transfer, Vol. 7, No.2, pp. 311-318, 1993.

- [18] Chen, G. and Neagu, M., "Thermal Conductivity and Heat Transfer in Superlattices", Appl. Phys. Lett. Vol. 71, No. 19, pp. 2761-2763, 1997.
- [19] Chen, G., "Size and Interface Effect on Thermal Conductivity of Superlattices and Periodic Thin-Film Structures", Journal of Heat Transfer, Vol. 119, pp. 220-229, 1997.
- [20] Chen, G., Thermal Conductivity and Ballistic-Phonon Transport in the Cross-Plane Direction of Superlattices, Physical Review B, Vol. 57, pp. 14958-14973, 1998.
- [21] Zeng, T. and Chen, G., "Phonon Heat Conduction in Thin Film: Impact of thermal boundary resistance and internal heat generation", ASME Journal of heat transfer, Vol. 123, pp. 340-347, 2001.
- [22] Capinski, W. S. and Maris, H. J., "Thermal Conductivity of GaAs/AlAs Superlattices," Physica B, Vol. 220, pp. 699-701, 1996

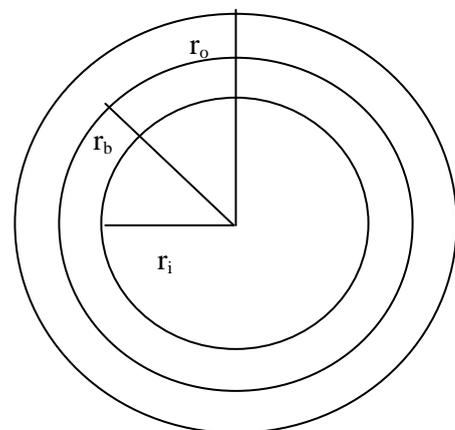


圖 1 物理模型示意圖

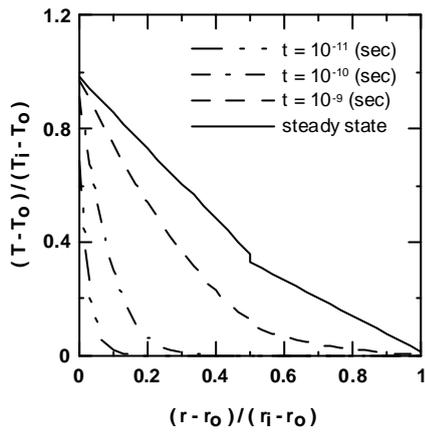


圖 2(a) 內徑  $r_i=1 \times 10^{-3} \text{ m}$ ，薄膜厚度  $L_1=L_2=5 \times 10^{-7} \text{ m}$ ，無因次暫態溫度分佈圖

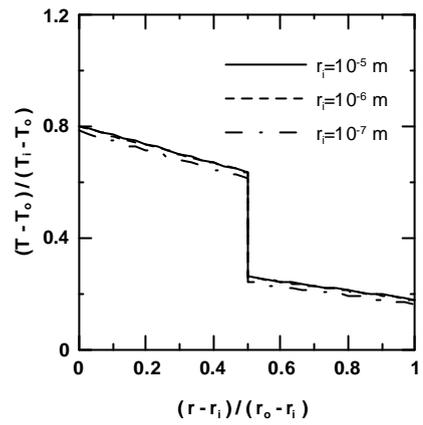


圖 3(b) 薄膜厚度  $L_1=L_2=10^{-9} \text{ m}$ ，不同曲率半徑下無因次溫度的分佈

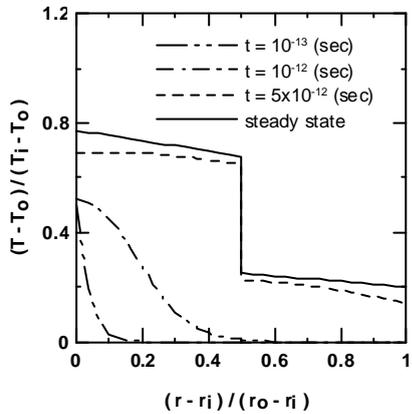


圖 2(b) 內徑  $r_i=1 \times 10^{-7} \text{ m}$ ，薄膜厚度為  $L_1=L_2=5 \times 10^{-9} \text{ m}$ ，無因次暫態溫度分佈圖

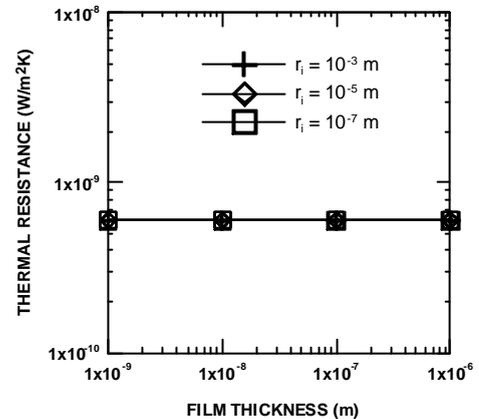


圖 4 使用 elastic DMM 模式在不同曲率半徑下，界面熱阻隨薄膜厚度的變化

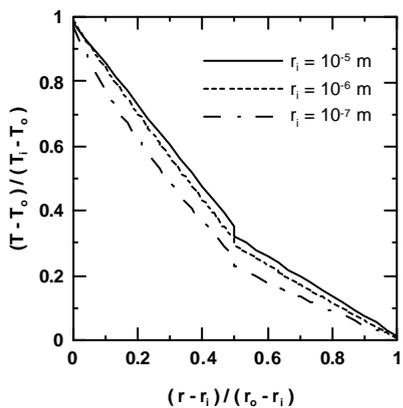


圖 3(a) 薄膜厚度  $L_1=L_2=10^{-6} \text{ m}$ ，不同曲率半徑下無因次溫度的分佈

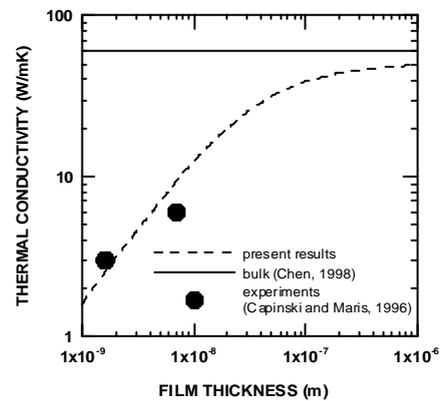


圖 5 平板狀態薄膜熱傳導係數隨薄膜厚度的變化，並與實驗值的比較

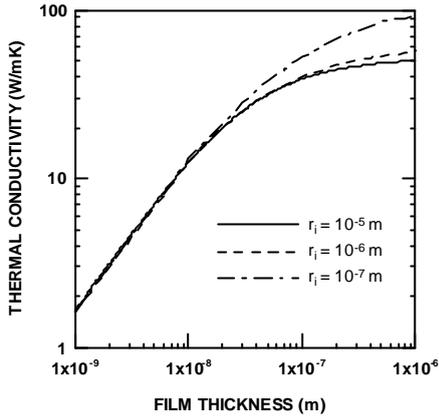


圖 6 不同內徑下熱傳導係數隨薄膜厚度的變化

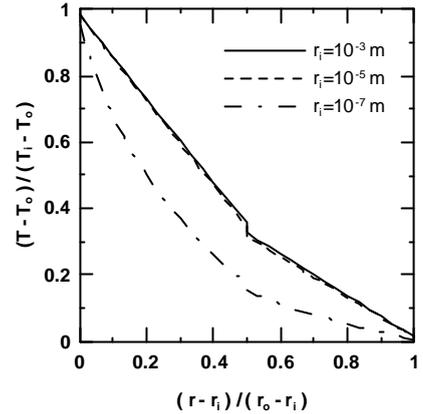


圖 8 薄膜厚度  $L_1=L_2=10^{-6}m$ ，不同曲率半徑下無因次溫度分佈

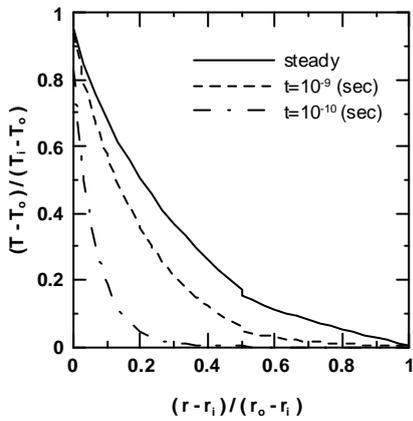


圖 7(a) 內徑  $r_i=1 \times 10^{-7}m$ ，薄膜厚度為  $L_1=L_2=10^{-6}m$ ，無因次暫態溫度分佈圖

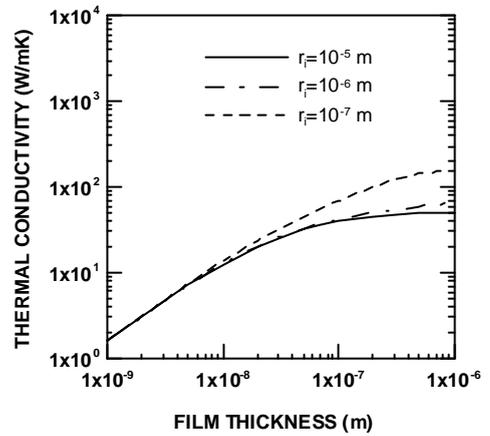


圖 9 以 inelastic DMM 模式在不同曲率半徑下，界面熱阻隨薄膜厚度的變化

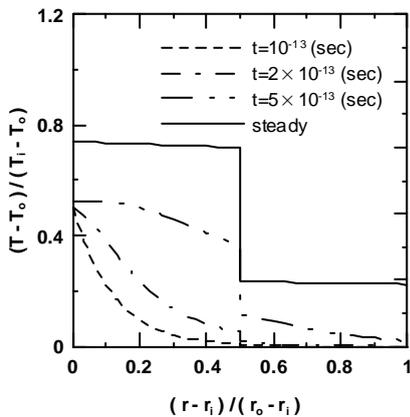


圖 7(b) 內徑  $r_i=1 \times 10^{-7}m$ ，薄膜厚度為  $L_1=L_2=10^{-9}m$ ，無因次暫態溫度分佈圖

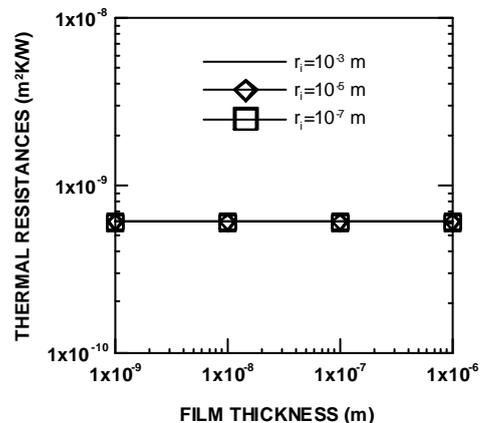


圖 10 不同內徑下熱傳導係數隨薄膜厚度的變化