

實驗研究有限圓柱間流場

Experimental Study of Flows Between Finite Cylinders

計畫編號：NSC 89 - 2212 - E - 009 - 076

執行期限：89/08/01 - 90/07/31

主持人：楊文美 國立交通大學機械工程研究所

一、中文摘要

本研究以實驗方法探討兩有限長同心圓柱間調制渦旋流的流場現象。內圓柱以調制速度 $\bar{\Omega}(1 + \nu \cos \tilde{S}t)$ 轉動，外圓柱保持靜止。內外圓柱半徑比 $\gamma=0.483$ ，長距比範圍 $4 \leq h \leq 16$ ，上下邊界與外管或內管相接，工作流體為機油。實驗中調制振幅 $\nu \leq 1$ ，無因次頻率 \tilde{S} 介於 0.2 - 85 之間，吾人以流場觀察法觀測在不同上下邊界與不同長距比時流場發生不穩定的臨界值。

從實驗結果得知，當長距比大於 8 時內管以高頻調制旋轉，臨界雷諾數接近非調制旋轉時的臨界雷諾數，隨著頻率的降低，臨界雷諾數的偏移量逐漸增大，在低頻時，其臨界雷諾數趨近於 $Re_c/(1+\nu)$ ；長距比降至 6 以下，臨界雷諾數明顯低於非調制旋轉時的臨界雷諾數，表示流場在長距比大比在長距比小時有更好的穩定性，調制流場在長距比為 4 且高頻時，上下邊界與外管相接比上下邊界與內管相接有明顯穩定現象。而在低頻時，流場的穩定性主要決定於振幅大小，振幅愈大穩定臨界值越低，流場不穩定化的程度愈強。

關鍵詞：調制，不穩定，有限圓柱

Abstract

The flow phenomena between two finite rotating cylinders are studied experimentally. The inner cylinder is modulated rotating with the velocity $\bar{\Omega}(1 + \nu \cos \tilde{S}t)$, and the outer cylinder is stationary. The radius ratio is $\gamma=0.483$ and the range of aspect ratio is $4 \leq h \leq 16$. The upper and the lower boundaries are connected with either the outer or the inner cylinder. Various engine oils are chosen to be the working fluids. In the experiment, the modulation of amplitude $\nu \leq 1$ and the

dimensionless frequency \tilde{S} is between 0.2 - 85. The onset of instability was studied by the method of flow visualization for many aspect ratio with different boundary conditions.

The results show that when the aspect ratio is greater than 8 and the inner cylinder is rotating with a high frequency the critical Reynolds number approaches the critical Reynolds number without modulation. As the frequency decreases, the threshold shift of critical Reynolds number increases. At low frequencies, the critical Reynolds number approaches $Re_c/(1+\nu)$. When the aspect ratio is decreased to less than 6, the critical Reynolds number is obviously lower than the critical Reynolds number without modulation, which means that the flow is more stable at the larger aspect ratio than at the smaller aspect ratio. When the aspect ratio is equal to 4 and the modulation is in high frequencies, the flow is more stable for the upper and lower boundaries connected with the outer cylinder than connected with the inner cylinder. At low frequencies, the stability of flow is determined by the amplitude of modulation. The larger the amplitude the lower the critical Reynolds number and the more destabilization will be.

Keywords: Modulation, Instability, Finite Cylinders

二、計畫緣由與目的

若內圓柱以調制速度 $\bar{\Omega}(1 + \nu \cos \tilde{S}t)$ 旋轉，改變調制速度的振幅 ν 和頻率 \tilde{S} 研究其對流場會產生穩定化 (Stabilization) 或不穩定化 (Destabilization) 的效應。

Donnelly 和 Suhl (1962) 及 Donnelly (1964) 將外圓柱固定，而內圓柱以一週期性的調制型轉速轉動，發現在某些調制頻率和振幅的情況時，臨界平均轉速會比在定轉速時的臨界轉速高，也就是會有穩定化 (Stabilization)

的現象發生。他們定義一個參數，偏移量 (Threshold shift) $\Delta = (\bar{\Omega}_c - \Omega_0) / \Omega_0$ ，其中 Ω_0 為定轉速時的臨界轉速，而 $\bar{\Omega}_c$ 則為調制作用時的臨界平均轉速，由 Δ 的正負號及其大小可得知調制作用使流場穩定化或不穩定化的趨勢。Donnelly 同時發現在某些調制頻率振幅時，流場在一個週期之內泰勒渦旋流會出現後又消退，Donnelly 將之稱為暫態渦旋流 (Transient vortex flow)。

Barengi 和 Jones (1989) 綜合自己與前人所做的結果，提出低頻時之實驗值為何低於數值解的原因。他分析認為，實驗時量測到的不穩定現象應該是屬於暫態不穩定，而非真正不穩定現象，所以實驗上所得到的穩定臨界值，在低頻會低於理論結果。

黃淵明 (1995) 以實驗方法研究兩圓柱間調制庫耶流之不穩定現象，結果發現在極低頻穩定臨界值會趨近 $Re_0 / (1 + \nu)$ ，中高頻時隨著頻率提高，流場會變得更穩定。胡勝智 (1996) 以實驗方法研究兩同心圓柱間調制泰勒渦旋流之流場特性，實驗方法為以 LDA 量測流場之軸向速度，將時間-速度的關係利用頻譜分析轉換成頻率-頻譜能量的關係，結果發現當外圓柱以等速旋轉對流場有穩定化的作用，且在內外圓柱以同向轉動，內圓柱的臨界雷諾數會趨近於直線 $\Omega_1 / \Omega_2 = R_2^2 / R_1^2$ 。韓瑞忠 (1996) 以數值方法探討兩旋轉無限長圓管間調制庫耶流的穩定性，利用傅立葉級數 (Fourier series) 及契比希夫多項式 (Chebyshev polynomials) 展開，得到在低頻時有較小的偏移量。蔡元隆 (1997) 以數值方法研究有限長圓管，外管固定，內管以等速或調制模式轉動，上下端邊界與內管或外管相接，其間流場的行為。結果發現，對於非調制旋轉流場而言，長距比小於 4，臨界雷諾數在上下邊界與內管相接會低於上下邊界與外管相接。而當長距比大於 4 時，上下邊界對流場無明顯影響，其臨界雷諾數皆趨近 68。長距比等於 4，調制流場在高、低頻時，上下邊界與內管相接較上下邊界與外管相接穩定，在中頻時，上下邊界與外管相接較上下邊界與內管相接穩定。而針對上下邊界與內管相接的調制流場，高頻時，長距比為 8 之同心圓管比長距比為 4 有最佳的穩定性。低頻時，長距比為 4 之同心圓管反而有較好的穩定性。

三、研究方法及成果

本文研究的物理模式如圖 1 所示。在兩高度為 H 的垂直同心圓柱間，充滿著黏滯性流體。外圓柱 (半徑為 R_2) 保持靜止狀態；內圓柱 (半徑為 R_1) 以 $\bar{\Omega}(1 + \nu \cos S\tau)$ 的方式旋轉，其中 ν 和 S 分別為調制振幅與頻率。當無調制作用 ($\nu = 0$) 即內圓柱以等速旋轉時，圓柱間的流場為一維穩態庫耶流，若轉速增加至臨界值時，流場會發生不穩定且形成另一種新的流場，即二維穩態之泰勒渦旋流。另一方面，當圓柱以調制形式 ($\nu \neq 0$) 旋轉時，流場的分佈會隨著時間作週期性的變化，此週期性流場受調制振幅及頻率影響，臨界轉速也因此而改變。

定義流場的雷諾數 Re 與長距比 h 為

$$Re = \frac{R_1 \bar{\Omega} d}{\epsilon}, \quad h = \frac{H}{d}$$

其中 $d = R_2 - R_1$ 為內外圓柱間距。

在外圓靜止，內圓柱以非調制轉動時，流場由一維穩態庫耶流轉變成二維穩態之泰勒渦旋流時臨界雷諾數定義為 Re_0 ；而內圓柱在其他條件下之臨界雷諾數則定義為 Re_c ；為了瞭解調制作用對臨界雷諾數的影響，吾人定義偏移量 Δ 為

$$\Delta = (Re_c - Re_0) / Re_0$$

若 $\Delta > 0$ ，代表流場有穩定的趨勢，而 $\Delta < 0$ 則時流場會有不穩定的現象發生。

另外定義無因次頻率為：

$$\tilde{S} = \frac{d^2}{\epsilon} S$$

代表流場特徵時間與調制週期的比值。

本文中分別以非調制與調制旋轉模式討論之：

(a) 外圓柱靜止，內圓柱以非調制轉動

當內圓柱以低轉速旋轉，圓柱間流體為一維穩態庫耶流，內圓柱轉速逐漸增加，流場會轉變成二維穩態泰勒渦旋流，在此轉變之際有一臨界轉數 Ω_0 ，相對之臨界雷諾數 Re_0 在長距比 h 大於 10 時僅為內外半徑比 ($\eta = R_1 / R_2$) 的函數， $Re_0 = f(\eta)$ 。

在長距比小於 10 流場之臨界雷諾數開始受到影響，而當長距比更小 ($h < 4$) 時只要流場一運動，渦旋流便會清楚的一直維持在二維

的狀態，此種情況下的 Re_0 不僅 η 也是 h 的函數， $Re_0 = f(\eta, h)$ 。

(b) 外圓柱靜止，內圓柱以調制轉動

內圓柱的臨界雷諾數 Re_c 可以表示為無因次頻率、振幅以及不同長距比的函數 $Re_c = f(\eta, h, \nu, S)$ 。

由於影響圓柱調制庫耶流的主要參數為雷諾數，而決定雷諾數的參數包括同心圓柱的內外半徑 R_1 與 R_2 ，流體的黏滯係數 ν ，內圓柱的轉速 Ω ，邊界種類，長距比與調制振幅 ϵ 與頻率 ω ，故本實驗以控制這些變數來進行。

在以往的文獻中，在調制作用下的一般流場可分為穩定 (Stable)，暫態穩定 (Transiently Stable)，以及不穩定(Unstable)等三種情形。若在每一個調制循環中，擾動 (Disturbance) 在任一個瞬間皆會消退 (Decay) 的話，稱為穩定；若擾動出現於一個調制循環中的某一個時間，在其他時間則消退，稱為暫態穩定；若擾動發生在一循環的任一時間，則稱為不穩定。在本實驗中，在不同的長距比，不管流場發生的是暫態不穩定或是不穩定，只要有非穩定的現象出現，此時的雷諾數便是我們要量測的臨界穩定值，亦即流場維持穩定狀態的最大雷諾數。

在本實驗中吾人首先控制內圓柱以等速旋轉，外圓柱保持靜止，以不同長距比與不同邊界觀察每一個臨界雷諾數的變化，及流場的穩定性，並與之前的文獻比較。然後控制內圓柱以調制方式轉動，外圓柱仍保持靜止，探討不同的長距比與不同邊界之調制頻率及振幅對流場及臨界雷諾數的影響。之前大部分的理論和實驗都假設為無限管長，吾人控制長距比以假設為有限管長並配合不同的長距比，將兩者結果做一比較，瞭解在不同長距比與不同邊界條件下，調制現象對流場穩定性有何影響。

實驗的裝置如圖2所示，圖中包含流場觀察區、傳動裝置、控制與資料擷取裝置。流場觀察區長800mm、內直徑120mm、管壁厚為5mm的透明壓克力管當作外圓柱；內圓柱直徑則為58mm之鋼管。內外管間之距離為31mm，內外管半徑比為 $\gamma = 0.483$ 。在內圓柱上有兩個圓盤狀的裝置可以調整流場工作區的長度，最大範圍可達750mm，此時相對

的長距比(aspect ratio $h=H/d$)為24。而裝置的上方平板有一個5mm的注入孔，可用來將所用的工作流體注入內外圓管間，下方平板則有一出孔可讓工作流體排出。

在決定流場發生不穩定時，吾人採用流場觀測法為實驗方法，在流場觀測法中我們可以清楚的觀察到流場變化的情況，這種方法是在工作流體中加入一些易於觀察的微小粒子(150 250 μm 的鋁粉)來進行流場觀察。根據我們實驗觀察，在粒子的濃度約為每公升流體加0.2公克的鋁粉時觀察的情況較佳。根據黃淵明(1995)分別以實驗觀察法與光學量測法做實驗，由於光學量測法是利用雷射光射入流場中，因流場濃度改變導致流場中粒子散射的散射光強度改變，用此依據判定流場穩定性，因此發現不穩定現象均比用實驗觀察法來的早，但兩者所得到的結果誤差大部分都在15%以內，所以我們以較簡單的觀察法作為本實驗的方法。

四、結果與討論

長距比對非調制流場的影響

本文探討不同長距比 $h = 4, 6, 8, 12, 16$ 對穩定臨界值的影響。圖3 為在兩種不同邊界條件下，長距比與臨界雷諾數的關係。由圖中可看出：不論哪一種邊界，臨界雷諾數都隨著長距比愈小而變小，當長距比大於16時，臨界雷諾數則會趨於長距比 $h \rightarrow \infty$ 之理論值。

邊界對非調制流場的影響

當長距比降至4以下邊界對臨界雷諾數產生明顯的影響， $h=4$ 的時候，邊界與外管相接臨界雷諾數介於47 48之間，邊界與內管相接臨界雷諾數介於39 40之間，此邊界條件導致流場愈不穩定；因為當長距比小於4，由於上下邊界與內圓管一起轉動時，邊界的運動所產生的離心力比靜止邊界時大，因此較易使流場發生不穩定現象，所以流場在上下邊界與外管相接時較上下邊界與內管相接時有較高的臨界雷諾數。而在較高的長距比 $h > 8$ 時，這兩種邊界對臨界雷諾數的影響並無太大差別。

當內圓管轉速低於臨界轉速時，轉動之初不同的長距比流場均維持一組上下對稱的

泰勒渦旋流，將轉速增加到達臨界轉速時，長距比為4時流場有兩組渦旋流出現，長距比為6則有三組渦旋流出現依此類推。在臨界轉速時，從流場中央產生最後一組上下對稱的泰勒渦旋流，在不同的上下邊界條件，泰勒渦旋流的方向相反，且上下邊界與外管相接，泰勒渦旋流從靠近內圓管處發生；上下邊界與內圓管相接時，泰勒渦旋流則從靠近外圓管處發生。

在調制作用下，內圓柱以 $\overline{\Omega}(1 + \nu \cos S^*t)$ 的週期形式轉動，外圓柱保持靜止，對不同長距比及不同的邊界條件去做流場的觀測，此時調制頻率與振幅對有限圓柱間庫耶流穩定性之影響是本實驗主要的目的，同時也了解長距比與邊界對調制庫耶流的影響。實驗中調制頻率的範圍為 $0.1256 \leq S^* \leq 12.56$ Hz，無因次化後其範圍在 $0.2 \leq S \leq 85$ 之間，調制振幅則在 $\nu \leq 1$ 的範圍內。

頻率對調制流場的影響

圖4為振幅 $\nu=1$ ，上下邊界與外管相接，長距比為4、6、8、12，偏移量 Δ 和調制頻率 ω 之關係。在低頻時不論調制振幅大小，偏移量皆小於零($\Delta < 0$)，即臨界雷諾數較無調制作用時低，這說明了在低頻時調制旋轉會使流場產生不穩定化作用，此外低頻時 Δ 會隨著頻率的降低而趨近一定值 $-\nu/(1 + \nu)$ 。

此外由圖4亦發現，在某個中頻範圍，長距比8和12之 Δ 值會高於理論曲線，而長距比4和6的 Δ 值則是低於理論曲線。這表示長距比 $h \geq 8$ 時，對流場有穩定化作用。另外，不管振幅和長距比大小為何，在中高頻時，各組偏移量之值會隨著頻率增加而逐漸上升，當頻率增加到某一頻率範圍時， Δ 甚至會出現略大於零的情形，此時調制頻率對流場有穩定化的作用，整體而言大部分的調制作用仍會使流場產生不穩定化($\Delta < 0$)，只有在某些頻率會出現穩定化作用($\Delta > 0$)，出現穩定化時的頻率會隨著振幅不同而有所差異。但是在長距比為4時，我們明顯發現在高頻的 Δ 值並不會趨近於零，也就是說此時的臨界雷諾數不會趨於無調制作用時的臨界雷諾數，但其仍隨著頻率增加而趨於一定值。

假設在無調制作用時臨界轉速為 Ω_0 ，調制作用下每一調制循環中的最大轉速為 $\Omega_{\max} = \overline{\Omega}(1 + \nu)$ ，當 $\Omega_{\max} < \Omega_0$ 時調制作用下的擾動會與無調制時一樣不會成長，流場為穩定狀態。當 $\Omega_{\max} > \Omega_0$ 時的調制轉動才可能使流場發生不穩定，但會隨著頻率改變而有所不同。

無論長距比為何，低頻時每一個調制循環中擾動有充裕的時間成長，所以 Ω_{\max} 只要大於 Ω_0 一點點便足以使流場在一個調制週期中速度最高時發生不穩定。在極低頻時最大轉速只要到達 Ω_0 不穩定便會發生，此時 $\Omega_{\max} = \Omega_0 = \overline{\Omega}(1 + \nu)$ ，相當於調制作用下的穩定臨界值為 $Re_c = Re_0/(1 + \nu)$ 。不過實驗中發現隨著長距比愈小其臨界雷諾數會低於非調制作用的穩定臨界值。若調制頻率逐漸提高，調制循環中可供擾動成長的反應時間會隨之縮短，此時最大轉速 Ω_{\max} 要比低頻時超過 Ω_0 更多才足以產生不穩定。

邊界對調制流場的影響

本實驗探討了上下邊界與內圓管相接以及與外圓管相接兩種型式對調制流場的影響。圖5為考慮長距比4及12，在上述兩種邊界條件下，外管固定，內管在不同的調制頻率與偏移量 Δ 的關係。當長距為12時，看不出上下邊界對流場有何影響。但將長距比降到4時，在高頻時，調制流場在上下邊界與外管相接條件下較上下邊界與內管相接條件下穩定，在某一中頻範圍內，調制流場在上下邊界與內管相接條件下較上下邊界與外管相接條件下穩定，不過在低頻時則看不出邊界對流場的影響。整體而言邊界與外管相接條件下所得的曲線其趨勢與以線性理論計算的結果較為接近。

長距比對調制流場的影響

圖6為上下邊界與內管相接時，長距比為4、6、8、12，偏移量與頻率的關係。由圖中可看出：在中、高頻時，長距比愈大的其調制流場的穩定性明顯比長距比小於6大，隨著頻率下降至低頻，雖然仍以長距比較大的同心圓管之穩定性高，但其穩定性與長距比

較小的同心圓管比較已經轉弱許多。和線性理論考慮長距比為無限的情況比較，長距比大於8時臨界雷諾數的變化已很小且趨近長距比為無限的結果。當長距比縮小邊界的離心力導致流場速度變快以致於使臨界值提早發生，故實驗結果曲線偏離長距比為無限的線性理論曲線。而圖4雖然改變不同的上下邊界，但長距比對偏移量與頻率之關係其趨勢是與圖6一致的。

五、參考文獻

- Barenghi, C. F. and Jones, C. A. 1989 Modulated Taylor-Couette flow. *J. Fluid Mech.* **208**, 127-170.
- Donnelly, R. J. , Reif, F. and Suhl, H. 1962 Enhancement of hydrodynamic stability by modulation. *Phys. Rev. Lett.* **9**, 363-365.
- Donnelly, R. J. 1964 Experiments on the stability of viscous flow between rotating cylinders III. *Proc. Roy. Soc. London A* **281**, 130-139.
- 黃淵明 1995 實驗研究圓柱間調制庫耶流之不穩定. 國立交通大學碩士論文.
- 胡勝智 1996 實驗量測調制泰勒渦旋流. 國立交通大學碩士論文.
- 蔡元隆 1997 有限圓柱間的調制泰勒渦旋流. 國立交通大學碩士論文.

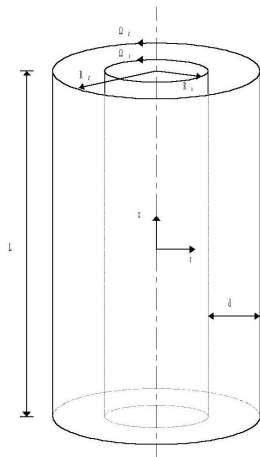


圖1 物理模式示意圖
圖2 實驗儀器設備圖