

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

可變結構可靠度控制之研究

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC92-2213-E-009-124-

執行期間：92年08月01日至93年07月31日

執行單位：國立交通大學電機與控制工程學系

計畫主持人：梁耀文

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 93 年 11 月 1 日

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫  成果報告  
期中進度報告

可變結構可靠度控制之研究  
(Study of Reliable Control via Variable Structure Scheme)

計畫類別： 個別型計畫      整合型計畫

計畫編號：NSC 92-2213-E-009-124-

執行期間：92年08月01日至93年07月31日

計畫主持人：梁耀文 副教授

共同主持人：

計畫參與人員：

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)： 精簡報告      完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

赴國外出差或研習心得報告一份

赴大陸地區出差或研習心得報告一份

出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份

國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢

涉及專利或其他智慧財產權， 一年    二年後可公開查詢

執行單位：國立交通大學電機與控制工程學系

中華民國 93 年 10 月 30 日

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

## 可變結構可靠度控制之研究

### (Study of Reliable Control via Variable Structure Scheme)

計畫編號：NSC 92-2213-E-009-124-

執行期限：92 年 8 月 1 日至 93 年 7 月 31 日

主持人：梁耀文 國立交通大學電機與控制工程學系副教授

#### 一、中文摘要

本研究利用可變結構控制器理論提出了一組可靠度控制器，在此控制器下，閉迴路系統可容忍特定之致動器發生異常現象。同時，本研究也估測了確保系統穩定的增益範圍，此範圍比利用 LQR 可靠度設計所得到的結果要大。此外，由於本研究所提出的方法不要求解 Hamilton-Jacobi 方程式或其近似解，因此可以避開 LQR 和  $H^\infty$  的可靠度設計中必須求解 Hamilton-Jacobi 不等式所造成計算上的大量負擔。

**關鍵詞：**可靠度控制，可變結構控制，錯誤偵測與診斷。

#### Abstract

This research proposes a class of reliable variable structure stabilizing laws, which are shown to be able to tolerate the outage of actuators within a pre-specified subset of actuators. The control gain margins of guaranteeing system stability are also estimated, which can be made larger than those obtained by LQR reliable designs (Veillette, 1995 and Liang et al., 2000) by the choice of control parameters. In addition, this approach does not need the solution of Hamilton-Jacobi (HJ) equation or inequality, which are essential for optimal approaches such as LQR and  $H^\infty$  reliable designs. As a matter of fact, this approach can also relax the computational burden for solving the HJ equation or inequality.

**Keywords:** Reliable Control, Variable Structure Control (VSC), Fault detection and diagnosis.

#### 二、緣由與目的

##### 1、背景說明及計畫重要性

近年來，由於科技的發達及航太工業的突飛猛進，提供給人類舒適的生活環境及快捷之交通便利。各種系統之設備規模，複雜程度及所投注的資金也因而大幅提昇。因此，人們對於系統之安全性、可靠性及有效性的要求也格外殷切。尤其是航空、太空、核電廠及化工廠等等具有高危險性的特殊機具，更可能由於系統的不穩定而導致重大災難。二次大戰期間，美國運往遠東地區的裝備幾乎有半數未經使用即告失效，飛機因故障而損失的數量更是被擊落數量的 2.5 倍。有鑒於此，美國國防部在戰後投注大筆經費進行裝備可靠性的研究，開啟了錯誤偵測與診斷及可靠度控制的研究領域。1979 年美國三里島核能電廠的意外事件、1986 年 1 月美國挑戰者號及 2003 年 2 月哥倫比亞號太空梭的不幸事件，更說明了此研究主題的重要性，也因此吸引了許多世界各地學者專家的高度重視。許多重要的國際學術會議如美國控制研究討論會 (ACC)、IEEE 控制與決策會議 (CDC) 及國際控制聯合大會 (IFAC) 更將此項研究主題列為重要的討論議題。

##### 2、研究目的

任何一個控制系統均無法免於故障或異常現象的產生，當這些現象產生時，如

何及時的獲得有用資訊以及採取適當有效的控制策略，是避免設備損壞及造成不幸的重要關鍵。而錯誤偵測與診斷的目的就是希望當系統發生故障或異常現象時能及時的發出警告訊號，並分離出異常狀況的原因，來源及嚴重程度，提供給決策機制採取最合理、最合宜的處置。另外，可靠度控制(容錯控制)則是希望能提供給系統適當可靠的控制決策，使系統能避免不穩定現象及維持良好的性能表現。因此。本計劃之研究目的是希望能研發新一代的可靠度控制技術使系統具有容錯能力及高可靠性。同時，經由研發過程培養相關之研究人才。相信藉由研究成果與技術的累積能對國內學術發展及工業應用有所助益。

### 三、結果與討論

可靠度控制(Reliable Control)依其處理方式可分為主動式(Active)及被動式(Passive)兩種。主動式可靠度控制是透過設計錯誤偵測與診斷機制，隨系統當時的狀況組織控制法則。其優點為能充分發揮系統在各種狀態下之性能表現，而缺點則是必須增加監測器使成本提升及提高系統之複雜度，同時必須考慮監測器之可靠度問題及診斷機制可能產生誤報及漏報的情況，不適用於當異常現象發生時容許反應時間極短之系統。另一方面，被動式可靠度控制則是設計固定之控制器使其能容忍特定異常現象之發生，其優點為不需額外花費時間及成本作錯誤偵測、診斷及控制器重組之工作，對於當異常現象發生時容許反應時間極短之系統特別重要，然而其缺點則是必須犧牲系統在正常狀況下之部分性能表現。在本計畫中，我們除了研究被動式可靠度控制外，也研究了錯誤診斷機制達成主動式可靠度控制之目標。

目前文獻上處理非線性可靠度控制問題的方法有兩種：其一是利用 LQR，其二是利用  $H^\infty$  方法。由於這兩種方法都是利用最佳控制的處理手法，因此無可避免的必須要面臨處理 Hamilton-Jacobi 方程式或不等式的棘手問題。如眾所週知，求解 Hamilton-Jacobi 方程式非常不容易，因此，有些文獻嘗試利用數值方法對動態系統進

行泰勒展開式來求取近似的數值解。然而，由於此種作法必須求解複雜的遞迴方程式，因此即使在針對一般的系統求解低階控制律時就可能造成嚴重的計算負擔，因而形成控制律實現(implement)上的困難。

由於上述傳統非線性可靠度控制方法的缺點，在本研究計劃裡，我們利用了可變結構控制理論來研究系統可靠度控制的議題。採用可變結構理論的原因在於此方法具有反應速度快及對系統之不確定性和外界干擾具有極佳的抑制性能。目前已有大量文獻利用此方法來處理各式各樣的控制問題。然而，到目前為止，仍然少有文獻利用此方法來探討可靠度控制的議題。此外，由於可變結構處理方法不必求解 Hamilton-Jacobi 方程式或不等式的解，因此可節省大量的計算負擔，增加控制律實現的可行性。

在此研究計畫中，我們把控制輸入分成兩組，其中一組是不允許完全失效的，另外一組則可允許故障。然後將動態系統轉化成可變結構之標準型式，找出可穩定的條件。針對可靠度控制律設計之部分，我們首先設計系統在最壞的情況(容許發生故障的致動器皆失效)下的穩定控制律。然後，設計前項之外之致動器控制法則，此部分控制律的設計是用以提升系統之整體性能表現。在整體可靠度控制律設計完成後，我們估計能確保系統穩定之致動器的增益範圍(gain margin)。除了被動式可靠度控制律外，我們也結合了致動器之錯誤偵測與診斷機制來研究主動式可靠度控制律之設計議題，並比較系統在被動式與主動式可靠度控制下之性能表現。此外，也把本計劃設計結果應用於實際之物理系統如衛星系統之可靠度控制，並將所得結果與已有之結果(如 LQR)進行比較。

本計劃採用可變結構控制的方法，考慮如下之系統

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{u} + \mathbf{d}, \quad (1)$$

其中  $\mathbf{x}$  為狀態變數， $\mathbf{u}$  為控制輸入， $\mathbf{d}$  代表系統模式不確定性及外界干擾， $\mathbf{f}$  及  $\mathbf{G}$  分別為平滑之向量場及矩陣函數。一般而言，可變結構控制律的設計包含底下兩個步驟：

1. 選擇適當的順滑曲面 (sliding surface), 使簡化系統 (reduced system) 在順滑曲面上能達到我們預期的表現 (如穩定、軌跡追蹤)。

2. 設計控制律使系統狀態能在有限時間內到達順滑曲面且留在曲面上, 然後滑近所希望的操作點。

上述之控制律通常都包含兩部份

$$u = u^{re} + u^{eq} \quad (2)$$

其中  $u^{re}$  要能克服模式不確定 (model uncertainty) 及外界干擾 (external disturbance) 之影響, 並使系統狀態滿足

$$s^T \dot{s} \leq -\eta \cdot \|s\|, \quad (3)$$

$s=0$  為順滑曲面,  $\eta$  為選定的正常數, 此常數決定系統狀態到達順滑曲面的速率。(3) 式表示系統狀態能在有限時間內到達順滑曲面。另外, 設計  $u^{eq}$  的目的是希望能達成使順滑曲面擁有不變 (invariant) 的特性, 也就是使  $s=0$  且  $\dot{s}=0$ 。

將系統(1)經座標轉換轉變如下:

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2) + G_{\Omega_1}(x_1, x_2)u_{\Omega}, \quad (4)$$

$$\text{和 } \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + G_{\Omega_2}(x_1, x_2)u_{\Omega} + G_{\Omega'}(x_1, x_2)u_{\Omega'} \quad (5)$$

其中,  $x_1 \in \mathbf{R}^{n_1}$ ,  $x_2 \in \mathbf{R}^{n_2}$  且  $x = (x_1^T, x_2^T)^T$  代表系統狀態,  $u_{\Omega} \in \mathbf{R}^{m_1}$ ,  $u_{\Omega'} \in \mathbf{R}^{m_2}$  為控制輸入,  $(\cdot)^T$  代表矩陣或向量的轉置,  $f_1(\cdot) \in \mathbf{R}^{n_1}$ ,  $f_2(\cdot) \in \mathbf{R}^{n_2}$ ,  $G_{\Omega_1}(\cdot) \in \mathbf{R}^{n_1 \times m_1}$ ,  $G_{\Omega_2}(\cdot) \in \mathbf{R}^{n_2 \times m_1}$ , 和  $G_{\Omega'}(\cdot) \in \mathbf{R}^{n_2 \times m_2}$  都是平滑函數。假設  $f_1(0,0) = 0$  和  $f_2(0,0) = 0$ 。在此, 我們已將控制區分為兩個分開的部分:  $\Omega$  和  $\Omega'$ 。在  $\Omega'$  集合中之致動器的故障必須被容忍。如果所有在  $\Omega$  集合中的致動器壞掉, 系統(4)-(5)將變成如下形式:

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2) \quad (6)$$

$$\text{和 } \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + G_{\Omega'}(x_1, x_2)u_{\Omega'} \quad (7)$$

在實際的應用中, 在  $\Omega'$  集合中的致動器數目, 可以被選為儘可小使得系統(6)-(7)的原

點漸進穩定。此外, 我們假設系統(6)-(7)為正規的形式 (regular form), 也就是說,  $G_{\Omega}(x_1, x_2)$  是一個非奇異矩陣, 這對於等效控制的存在性是必須的。藉著適當的座標轉換, 矩陣  $G_{\Omega}(x_1, x_2)$  可以被進一步假設為對角形式如下:

**假設 1:** 系統(6)-(7)的原點是局部漸進可穩定且  $G_{\Omega}(x_1, x_2)$  是一個非奇異對角矩陣。

我們應用可變結構控制來設計可靠穩定的控制器。首先, 我們設計  $u_{\Omega'}$ , 然後再設計  $u_{\Omega}$  用來改進降階系統的穩定度。 $u_{\Omega'}$  及  $u_{\Omega}$  的設計如下:

為了建構一個適當的順滑平面, 我們應用 Backstepping 的設計理念[3]做以下假設:

**假設 2:** 假設存在一個函數  $x_2 = \varphi(x_1)$  使得降階系統  $\dot{x}_1 = f_1(x_1, \varphi(x_1))$  有一個漸進穩定的平衡點在原點  $x_1 = 0$ 。

依據假設 2, 選擇順滑平面如下:

$$s = x_2 - \varphi(x_1) = 0 \quad (8)$$

依據可變結構設計步驟[6], 我們設計  $u_{\Omega'}$  如下:

$$u_{\Omega'} = u_{\Omega'}^{eq} + u_{\Omega'}^{re} \quad (9)$$

$$u_{\Omega'}^{eq} =$$

$$G_{\Omega'}^{-1}(x_1, x_2) \cdot \left\{ \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} f_1(x_1, x_2) - f_2(x_1, x_2) \right\} \quad (10)$$

$$u_{\Omega'}^{re} = -G_{\Omega'}^{-1}(x_1, x_2) \cdot \Lambda_{\Omega'} \cdot \text{sgn}(s) \quad (11)$$

其中,  $\Lambda_{\Omega'} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n_2})^T$ ,  $\eta_i > 0$  對於  $i=1, \lambda, n_2$ ,  $\text{sgn}(\cdot)$  代表 sign 函數,  $\text{sgn}(s) := (\text{sgn}(s_1), \lambda, \text{sgn}(s_{n_2}))^T$ 。我們可以得到以下結論:

**定理 1:** 如果假設 1-2 成立, 則系統(6)-(7)的原點在(9)-(10)的控制下是局部漸進穩定。

除了上述討論的  $u_{\Omega'}$  之外, 我們也討論了在  $u_{\Omega}$  可以獲得的情形。控制方程式如(4)-(5), 從(4)-(5)、(8)和(9)-(11), 我們可以得到:

$$\dot{s} = \left[ G_{\Omega_2}(x_1, x_2) - \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} G_{\Omega_1}(x_1, x_2) \right] u_{\Omega}$$

$$-\Lambda_{\Omega'} \cdot \text{sgn}(s) \quad (13)$$

可以很清楚地看出，要使  $\mathbf{s}^T \mathbf{s}$  比  $u_{\Omega} = 0$  的情形更負且保持順滑平面是一個不變樣式，其中一種  $\mathbf{u}_{\Omega}$  的選擇是：

$$\mathbf{u}_{\Omega'} = \mathbf{u}_{\Omega'}^{\text{eq}} + \mathbf{u}_{\Omega'}^{\text{re}} \quad (14)$$

$$\mathbf{u}_{\Omega'}^{\text{eq}} \in N(\Gamma(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)) \quad (15)$$

$$\text{且 } \mathbf{u}_{\Omega'}^{\text{re}} = -\Lambda_{\Omega'} \cdot \text{sgn}(\Gamma^T(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)\mathbf{s}) \quad (16)$$

在上式中：

$$\Gamma(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) := G_{\Omega_2}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) - \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{x}_1} G_{\Omega_1}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \quad (17)$$

$$\Lambda_{\Omega} := (\mu_1, K, \mu_{m_1})^T \quad (18)$$

且  $\mu_i \geq 0$  對於所有  $i=1, K, m_1$ 。  $N(\cdot)$  代表矩陣的子空間。這意指當  $\mathbf{u}_{\Omega}$  可獲得時，系統狀態會比  $\mathbf{u}_{\Omega}$  無法獲得時更快速地移向順滑平面，降階系統將變為：

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, \varphi(\mathbf{x}_1)) + G_{\Omega_1}(\mathbf{x}_1, \varphi(\mathbf{x}_1)) \mathbf{u}_{\Omega}^{\text{eq}} \quad (19)$$

這導致了下面的結果：

**定理 2:** 如果假設 1-2 成立，在(9)-(10)和(14)-(16)的控制下，如果  $\mathbf{u}_{\Omega}^{\text{eq}}$  可以選定滿足條件(15)，則系統(6)-(7)的原點是局部漸近穩定，且保守降階系統(19)的原點是漸近穩定。

在此研究中，我們也做了控制增益範圍的估測。考慮致動器不能運作的情形或在增益大小有改變的情形，包括有：退化 (degradation)，放大 (amplification) 與部分損壞 (partial outage)。  $N_{\Omega'} \mathbf{u}_{\Omega'} \in \mathbf{R}^{n_2 \times n_2}$  和  $N_{\Omega} \mathbf{u}_{\Omega} \in \mathbf{R}^{m_1 \times m_1}$  非負對角控制增益矩陣分別對應到控制輸入  $\mathbf{u}_{\Omega'}$  和  $\mathbf{u}_{\Omega}$ 。有效的控制變為：

$$\begin{pmatrix} N_{\Omega'} \mathbf{u}_{\Omega'} \\ N_{\Omega} \mathbf{u}_{\Omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_{\Omega'} \mathbf{u}_{\Omega'}^{\text{eq}} + N_{\Omega'} \mathbf{u}_{\Omega'}^{\text{re}} \\ N_{\Omega} \mathbf{u}_{\Omega}^{\text{eq}} + N_{\Omega} \mathbf{u}_{\Omega}^{\text{re}} \end{pmatrix} \quad (20)$$

其中  $\mathbf{u}_{\Omega'}$  和  $\mathbf{u}_{\Omega}$  是如同在前面所設計的。

$N_{\Omega'} \mathbf{u}_{\Omega'}$  和  $N_{\Omega} \mathbf{u}_{\Omega}$  是致動器在實際應用時的實際輸出，則系統變成下列形式：

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) + G_{\Omega_1}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) [N_{\Omega'} \mathbf{u}_{\Omega'}^{\text{re}} + \mathbf{u}_{\Omega'}^{\text{eq}} + \mathbf{d}_1] \quad (21)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{f}_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) + G_{\Omega_2}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) [N_{\Omega} \mathbf{u}_{\Omega}^{\text{re}} + \mathbf{u}_{\Omega}^{\text{eq}} + \mathbf{d}_1] + G_{\Omega'}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) [N_{\Omega'} \mathbf{u}_{\Omega'}^{\text{re}} + \mathbf{u}_{\Omega'}^{\text{eq}} + \mathbf{d}_2] \quad (22)$$

其中， $\mathbf{d}_1 = [N_{\Omega} - I] \mathbf{u}_{\Omega}^{\text{eq}}$  和  $\mathbf{d}_2 = [N_{\Omega'} - I] \mathbf{u}_{\Omega'}^{\text{eq}}$  當作為輸入干擾。由順滑平面的定義(8)，

系統(21)-(22)有(9)-(11)、(14)-(16)的控制，和  $G_{\Omega}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$  是一個對角矩陣，我們可以得到：

$$\mathbf{s}^T \dot{\mathbf{s}} = \mathbf{s}^T \left[ (N_{\Omega'} - I) \left( \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{x}_1} \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) - \mathbf{f}_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \right) - N_{\Omega'} \Lambda_{\Omega'} \cdot \text{sgn}(s) \right] + \mathbf{s}^T \Gamma(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) N_{\Omega} \cdot \left[ \mathbf{u}_{\Omega}^{\text{eq}} - \Lambda_{\Omega} \cdot \text{sgn}(\Gamma^T(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)\mathbf{s}) \right] \quad (23)$$

類似穩健控制的推導[6]，再加以定義  $(\cdot)_i$ ， $(\cdot)_{ii}$  為向量和矩陣的第  $i$  個分量和第  $(i,i)$  個分量，我們可以得到維持系統穩定性控制增益範圍之以下結果：

**定理 3:** 如果假設 1-2 成立，如果

$$\left| \left( (N_{\Omega'} - I) \left( \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{x}_1} \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) - \mathbf{f}_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \right) \right)_{ii} \right| < (N_{\Omega'} - I)_{ii} \quad \text{對於 } i=1, K, n_2 \quad (21)$$

$$\text{且 } \left| (u_{\Omega}^{\text{eq}})_i \right| \leq ((\Lambda_{\Omega})_{ii}) \quad \text{對於 } i=1, K, m_1 \quad (22)$$

，在(20)的有效控制下，則系統(4)-(5)的原點是局部漸近穩定。

當  $N_{\Omega'} \geq \frac{1}{2} I$  時，我們得到

$$\left| (N_{\Omega} - I)_{ii} \right| \leq ((N_{\Omega'})_{ii}) \quad (23)$$

因為  $N_{\Omega'} - I$  是一個對角矩陣，條件(21)可以被簡化為：

**引理 1:** 如果假設 1-2 成立，如果(22)

成立，在(20)的有效控制下， $N_{\Omega'} \geq \frac{1}{2} I$  且

$$\left| \left( \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{x}_1} \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) - \mathbf{f}_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \right)_i \right| < (\Lambda_{\Omega'})_{ii} \quad \text{對於 } i=1, K, n_2 \quad (24)$$

，則系統(4)-(5)的原點是局部漸近穩定。

從引理 1 我們知道  $N_{\Omega'}$  和  $N_{\Omega}$  相對於致動器  $\Omega'$  和  $\Omega$  的可接受的控制增益範圍，可以最少從 1/2 到  $\infty$ ，和如果選擇  $\Lambda_{\Omega}$  和  $\Lambda_{\Omega'}$  滿足(23)和(24)時的 0 到  $\infty$ 。如果  $\Lambda_{\Omega'}$  被選定滿足條件(21)，對於  $N_{\Omega'}$  的更大區域可以被允許。所以，可接受的控制增益範圍可以變成比[6]和[14]中的來得大。然而增益範圍的變大則會增加順滑模式的 chattering 現

象。

最後，我們做了以下的數值模擬，考慮一個取材自[4]，形式如(1)之控制系統，其中：

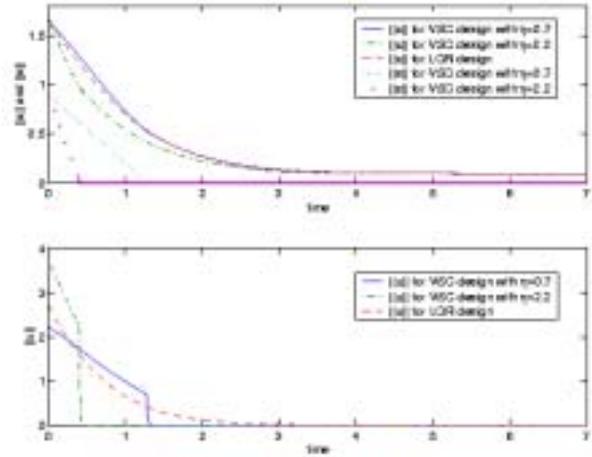
$$f(\mathbf{y}) = \begin{pmatrix} -y_1^3 \\ -y_2 + y_3 y_4 \\ -y_3 + y_4^2 \\ y_4 + y_3 y_4 \end{pmatrix}, \quad G(\mathbf{y}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ y_1 & 0 \\ 0 & y_3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (25)$$

$g_1(\mathbf{y})$ 和 $g_2(\mathbf{y})$ 代表 $G(\mathbf{y})$ 第一行和第二行。在[6]中指出 $(f, g_2)$ 不是一個可穩定對，因為不管什麼控制被應用，它都擁有不穩定的特徵值 $\lambda=1$ ，然而 $(f, g_1)$ 則是漸進可穩定。因此，在這裡我們考慮 $\Omega' = u_1$ 和 $\Omega = u_2$ 。經過座標轉換 $\mathbf{x} = T(\mathbf{y}) = (y_1, y_2 - y_1 y_4, y_3, y_4)^T$ 和定義 $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^T)^T$ 其中 $\mathbf{x}_1 = (x_1, x_2, x_3)^T$ ，會使得系統(4)-(5)有下列情形： $f_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = (-x_1^3, x_1^3 x_4 - 2x_1 x_4 + x_3 x_4 - x_1 x_3 x_4 - x_2, x_4^2 - x_3)^T$ ， $f_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = x_4 + x_3 x_4$ ， $G_{\Omega_1}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = (1, -x_4, x_3)^T$ ， $G_{\Omega_2}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = 0$ 且 $G_{\Omega'}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = 1$ 。函數 $\mathbf{x}_2 = \varphi(\mathbf{x}_1) = 0$ 滿足了假設2的需求，而對於降階系統 $\dot{\mathbf{x}}_1 = f(\mathbf{x}_1, 0)$ 的Lyapunov函數則被找到為： $V(x) = (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)/2$ ，依照(8)，順滑平面被選為： $s = x_4 = 0$ ，而(9)-(11)給定的可變結構法則，則有以下形式： $u_1 = -x_4 - x_3 x_4 - \eta \text{sgn}(x_4)$ 。在此例中，一個直覺的 $u_2$ 可能項為 $u_2 = -x_1 - x_3^2$ ，因此整個系統的控制以原始的變數 $y$ 來設計則為：

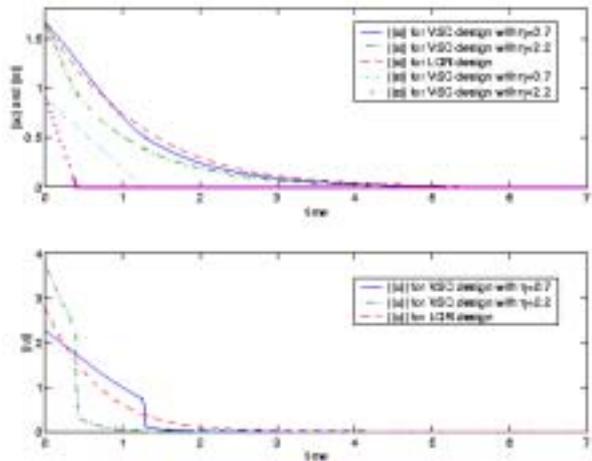
$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} y_4 + y_3 y_4 + \eta \text{sgn}(y_4) \\ y_1 + y_3^2 \end{pmatrix} \quad (26)$$

在這種控制下， $y_1$ 的動態缺少線性項，因此即使當 $u_2$ 正常時， $y_1$ 越小則 $y_1$ 收斂會越慢。

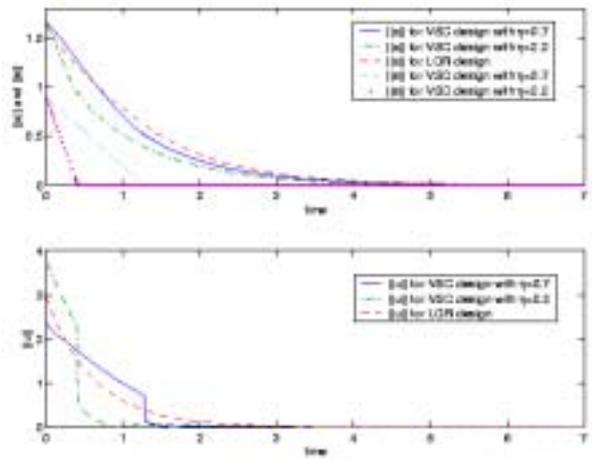
圖一至圖三是針對 $N_2 = 0, 1$ 和2的數值模擬的結果，這三種情況對應為：第二個致動器輸出情況為壞掉、正常和被放大。起始的狀態選定為： $\mathbf{x}_0 = (0.1, 1.2, 0.7, 0.9)^T$ 。對於 $\eta = 0.7$ 和 $\eta = 2.2$ 從 $\|\mathbf{s}\|$ 觀察到的第一次到達時間大約是 $t_{reach} \approx 1.2$ 和0這表示 $\eta$ 越大 $t_{reach}$ 越短。這個例子驗證了利用可靠度的可變結構設計可以被調整到盡可能的大來增加響應。



圖一： $N_{\Omega}=1$ 時，狀態，滑動向量，控制輸入等之模數(norm)



圖二： $N_{\Omega}=2$ 時，狀態，滑動向量，控制輸入等之模數(norm)



圖三： $N_{\Omega}=3$ 時，狀態，滑動向量，控制輸入等之模數(norm)

#### 四、計畫成果自評

本計畫的主要目的在於研究可變結構

可靠度控制律之設計，並探討其可能之應用，在本計畫中，我們除了估測被動式可靠度控制能確保系統穩定的致動器增益範圍外，也結合錯誤偵測與診斷結果探討主動式可靠度控制律之設計，進一步將所得的結果與傳統 LQR 的可靠度設計作比較。由所得的結果顯示本計畫所提出之設計較之 LQR 可靠度控制方法更有效率。特別是本計畫之控制律設計能避開求解 Hamilton-Jacobi 方程式或不等式，因此能節省傳統利用最佳化方法設計可靠度控制所需付出之龐大計算成本。就我們目前已整理投稿至 *IEEE Transactions on Automatic Control* 之審查意見中，我們很高興其中有兩位審查委員給予高度的評價。其中一位委員提到此方法具有潛在應用價值(have potential for applications), 另外一位委員則肯定本計畫提出之方法具有實際的重要性 (of practical importance)。就計畫而言，我們已經達到了預期的成果。這些研究成果有些已經發表於國內研討會，有些即將整理完成投稿於國際期刊。截至目前為止，此計畫的研究成果與投稿情形如下：

1. 國際知名期刊 2 篇 (*IEEE Transactions on Automatic Control*, 第一次審稿完畢, 已收到回覆, 目前正在修訂中) (*IEEE Transactions on Control and Systems Technology*, 目前正在整理中)。
2. 國際研討會 1 篇 (*American Control Conference*, Oregon, USA, 2005, 稿件已整理投出, 目前正在審稿中)。
3. 國內控制研討會 1 篇 (中華民國自動控制研討會, 彰化, Mar. 26-27, 2004, 已發表)。

## 五、參考文獻

- [1] J. Huang and C.-F. Lin, "Numerical approach to computing nonlinear control laws," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 18, no. 5, pp. 989-994, 1995.
- [2] J. Jiang and Q. Zhao, "Design of reliable control systems possessing actuator redundancies," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 23, no. 4, pp. 706-710, 2000.
- [3] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, 2<sup>nd</sup> ed., Prentice-Hall, Inc., 1996.
- [4] Y.-W. Liang, D.-C. Liaw and T.-C. Lee, "Reliable control of nonlinear systems," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 45, no. 4, pp. 706-710, 2000.
- [5] Y.-W. Liang, T.-C. Chu, D.-C. Liaw and C.-C. Cheng, "Reliable Control of Nonlinear Systems via Variable Structure Scheme," *Proceedings of American Control Conference*, Colorado, USA, June 4-6, 2003.
- [6] D.-C. Liaw, Y.-W. Liang and T.-C. Lee, "Nonlinear Control for missile terminal guidance," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 122, pp. 663-668, 2000.
- [7] J.-J. E. Slotine, W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1991.
- [8] R. J. Veillette, J. V. Medanic and W. R. Perkins, "Design of reliable control systems," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 37, pp. 290-304, 1992.
- [9] Y.-W. Liang, S.-D. Xu, D.-C. Liaw and C.-C. Cheng, "Applying Variable Structure Schemes to Reliable Control of Nonlinear Systems," *中華民國自動控制研討會*, Changhua, Taiwan, March 26-27, 2004.
- [10] 吳秉儒, 應用可變結構法於輸入具有非線性限制之飛彈系統的容錯控制研究, 國立交通大學, 碩士論文, 2003.
- [11] 朱自強, 修正型可變結構設計與其應用在非線性可靠度控制之研究, 國立交通大學, 碩士論文, 2003.
- [12] ROCSAT2 Attitude Maneuvers, *Ref. ROC2. TN. 0162. MMS-T*, May 16, 2000.
- [13] P. Seibert and R. Suarez, "Global stabilization of nonlinear cascade systems," *Systems and Control Letter*, pp. 347-352, 1990.
- [14] R. J. Veillette, "Reliable linear-quadratic state-feedback control," *Automatica*, vol. 31, pp. 137-143, 1995.