

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

桁架式三明治複合材料構件的可靠度評估(III)

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC92-2212-E-009-021-

執行期間：92年08月01日至93年07月31日

執行單位：國立交通大學機械工程學系

計畫主持人：金大仁

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 93 年 10 月 28 日

桁架式三明治複合材料構件的可靠度評估(III)

計畫編號：NSC 92-2212-E-009-021

執行期間：92年08月01日至93年07月31日

主持人：金大仁教授

國立交通大學機械系

一、中文摘要

本三年計畫是應用反算和可靠度方法來研究桁架式三明治複合材料構件的可靠性。在本年之研究，應用先前所推導出『以非破壞方式—應用量測結構的自然頻率來反算系統常數』的方法，探討三明治複材構件具彈性支撐邊界(或自由端)之材料常數反求。經由實例驗證，可以確認此反求方法之精確性及可行性。有了真實的結構系統參數將可正確預知結構實際力學行為，並可進一步評估其可靠性。

關鍵字：複合材料，三明治構件，材料常數，識別，可靠度。

Abstract

The reliability of truss-type laminated composite sandwich plates is to be studied in this three-year project. Inverse and reliability methods are used in the reliability assessment of the sandwich plates. In this year, the use of an inverse method to identify the material constants of the plates is studied via both theoretical and experimental approaches. The inverse method utilizes a stochastic global minimization technique to minimize an error function comprising the differences between the theoretical and experimental frequencies. The minimization of the error function leads to the identification of the material constants of the sandwich plates. And the accuracy and applications of the

proposed method are demonstrated by means of several examples. The attainment of the actual behavioral predictions of the structures depends on the correctness of the elastic constants of the composite laminates. And it can ensure high reliability of the composite structural systems.

Keywords : Composite materials, sandwich structures, reliability, inverse problem, minimization

二、緣由與目的

複合材料因具有高強度與重量比，且有很好的抗彎、抗腐蝕特性，所以相當廣泛的被應用於對高強度及低重量有特別要求的結構上，如航太結構、軍事裝備武器及休閒運動器材等用途上。而桁架式複合材料三明治構件，更是具有高剛度與質量比，擁有高挫屈之抵抗性，此外尚可提供特有的力學方向性與自然頻率分佈。

近來隨著複合材料的廣泛使用與高可靠度的需求，而以非破壞性方式識別其彈性常數逐漸受到重視與矚目。大體上這些文獻都是以超音波檢測或振動頻率測量配合模態以最佳化理論作為識別複合材料彈性常數，但是這些研究大都面臨以下的困難：(一)無法完全精確識別所有的彈性常數，彈性常數之識別結果誤差過大(二)自然頻率測量需使用到較不準確之高頻模態(三)最佳化方法無法有效搜尋出總域極小值，初始猜測值需在總域極小值附近(四)無法識別複合材料三明治結構(五)未能同時考慮結構含邊界彈性支撐時之所有彈性常數。因此，本研究之目的乃是

提出一簡單、省時、精確、可靠且為非破壞性之方式，利用結構前幾個較低頻之振動頻率來識別桁架式複合材料構件之彈性常數與邊界支撐勁度，並進而評估其可靠度。

三、反算問題

本研究是混合實驗及數值方法來反求桁架式複合材料三明治構件的材料性質與邊界支撐勁度，首先建立以實驗量測與理論預測之自然頻率差值的平方為原始目標函數的最小化問題，即

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & e(\underline{x}) = (\underline{\omega}^*)^T (\underline{\omega}^*) \\ \text{Subject to} \quad & x_i^L \leq x_i \leq x_i^U \quad i = 1 \sim N \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $\underline{x} = [E_1, E_2, G_{12}, G_{23}, v_{12}, E_{core}, v_{core}, E_{b1}, \dots, E_{bn}]$ ， $E_1, E_2, G_{12}, G_{23}, v_{12}$ 與 E, v 分別為面層與心層之材料常數， E_{b1}, \dots, E_{bn} 則為邊界支撐的勁度； $\underline{\omega}^*$ 為 $M \times 1$ 的向量是代表實驗測量及理論分析 M 個自然頻率差值； $e(\underline{x})$ 即為目標函數； x_i^L, x_i^U 為材料常數的下限及上限，此為一受限制條件的最佳化問題。

$$\underline{\omega}_i^* = \frac{\omega_{pi} - \omega_{mi}}{\omega_{mi}} \quad (2)$$

接下來利用延伸性拉格蘭吉(Augmented Lagrange Multiplier Method)的方法[1]，將上列問題變成無限制條件的問題，即

$$\begin{aligned} \Psi(\underline{x}, \underline{\mu}, \underline{\eta}, r_p) &= e(\underline{x}) + \sum_{j=1}^4 [\mu_j z_j + r_p z_j^2 + \eta_j \phi_j + r_p \phi_j^2] \\ \text{with} \quad & z_j = \max \left[g_j(x_j), \frac{-\mu_j}{2r_p} \right] \\ & g_j(x_j) = x_j - x_j^U \leq 0 \\ & \phi_j = \max \left[H_j(x_j), \frac{-\eta_j}{2r_p} \right] \\ & H_j(x_j) = x_j^L - x_j \leq 0 \quad j = 1 \sim N \end{aligned} \quad (3)$$

其中 μ_j, η_j, r_p 為拉格藍吉乘子，疊代關係為：

$$\begin{aligned} \mu_j^{n+1} &= \mu_j^n + 2r_p^n z_j^n \\ \eta_j^{n+1} &= \eta_j^n + 2r_p^n \phi_j^n \quad j = 1 \sim N \\ r_p^{n+1} &= \begin{cases} \gamma_0 r_p^n & \text{if } r_p^{n+1} < r_p^{\max} \\ r_p^{\max} & \text{if } r_p^{n+1} \geq r_p^{\max} \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

其中 n 表示疊代次數，而各個疊代起始值

則設定如下：

$$\begin{aligned} \mu_j^0 &= 1.0 & \eta_j^0 &= 1.0 & r_p^0 &= 0.4 \\ \gamma_0 &= 2.5 & r_p^{\max} &= 100 \end{aligned} \quad (5)$$

藉由上述的方法，可以得到新的目標函數。配合多起始點方法及貝氏分析法所發展的總域極小化演算法[2]，可以求解此最佳化反算問題。

四、材料常數識別

複合材料結構易受不同的製程影響，對材料性質有很大的差異，可能因不同的製程規劃、施工設備、人員與時間，其製作的複合材料成品結構性質可能有所差異，一般除了標準拉伸試驗可測知材料常數外，並無一簡單、省時、精確的替代方法，這對複合材料結構成品件之可靠度帶來不可預知的結果。而且桁架式複合材料三明治結構，其外形相對複雜，且製程也比拉伸試片困難，並無法應用標準拉伸試驗來有效決定其材料常數。若要精確預知構件之力學行為，先要有正確的材料常數與邊界支撐之勁度，才可進一步評估其可靠度。因此，如何有效且正確的反算出材料性質是非常重要的。

本研究將以限制性總域極小化程序，配合振動實驗量測與應用里茲方法分析，以隨機多起始點搜尋、設計變數與梯度單位化，識別桁架式複合材料三明治板件之彈性常數與邊界支撐之勁度。

(一) 振動測量實驗：可以選定下列兩種方式之一來進行

1. 激振方式：振動測量設備包括頻譜分析儀、激振器、加速規，將試片固定於夾具中，連接激振器、頻譜分析儀、加速規。實驗進行時，先由頻譜分析儀產生一掃頻訊號，送入激振器激振試片，並以加速規量測試片之振動訊號傳給頻譜分析儀，分析儀利用快速傅立葉轉換求得複合材料三明治層板的頻率域

響應，即可得到(2)式中之 ω_{mi} 。

2. 衝擊錐敲擊方式：是以衝擊錐對複合材料三明治層板數個點進行敲擊，透過衝擊錐上之力轉換器感測輸入之力；並由貼於複合材料三明治層板上的加速規，偵測響應之訊號。再將此兩個訊號傳回頻譜分析儀進行頻譜分析，最後將這些點之結果平均，獲得結構自然頻率之實驗值，即為(2)式中之 ω_{mi} 。

(二) 理論分析：

將猜測的材料常數與邊界支撐勁度性質代入應用里茲方法及三層一階剪變形之分析理論中，即可得到三明治結構其自然頻率預測值(2)式中之 ω_{pi} 。

五、結果與討論

本研究將利用前面介紹之反算方法進行材料常數之反求，並與 MTS 拉伸試驗所得材料常數作比較，確認本研究之精確性。文中將以不同疊層角度與邊界條件之三明治複合材料層板構件來進行探討，所使用面層的複合材料其材料常數為 $E_1=146.503\text{GPa}$ 、 $E_2=9.223\text{GPa}$ 、 $G_{12}=6.836\text{GPa}$ 、 $v_{12}=0.306$ ，單層厚度為 0.125mm ，心層其材料常數為 $E_b=27.65\text{GPa}$ 、 $v_b=0.3$ ，邊界是以楊氏係數 $E_b=2.028\text{MPa}$ 、寬度 $b=0.5\text{cm}$ 和厚度 $h_b=2.1\text{mm}$ 的泡棉為彈性支撐，理論分析時是以等效之單位長度平移與旋轉彈簧常數 $K=E_b b/h_b$ 與 $R=E_b b^3/12h_b$ 來模擬。

為了確認本文使用之總域極小化演算法對於總域極小值解之搜尋能力，藉由表 1 和表 2 之結果可以明顯看出，複合材料三明治層板分別為邊界是自由端之 $[0/90^\circ/0/\text{core-3mm}/0/90^\circ/0^\circ]$ 與邊界彈性支撐之 $[0^\circ/\text{core-3mm}/0^\circ]$ ，兩者雖然經由隨機方式分別產生不同的四組起始點，但反求所得之極小值點除了小數部分些許差異外，皆幾乎可視為相同一點，而且在完成第四組搜

尋時，滿足了貝氏分析法的機率大於 0.99，可以將此極值視為總域之極小值，每組反求迭代次數分別為 11 ~14 次及 11 ~13 次。由此過程可以了解此總域極小化演算法之能力，並不像一般的最佳化方法需要有很好的初始值，或是很小的上、下限值範圍才能達成。詳細反算結果，分成以下兩個部分來探討：

(一) 邊界為自由端之情形

1. $[0/\text{core-3mm}/0^\circ]$ 複合材料三明治層板(長寬為 $30\text{cm} \times 30\text{cm}$ ，心層及面層密度分別為 48.148Kg/m^3 與 1677.7Kg/m^3)，四個邊界為自由端。經由自然頻率實驗量測(頻譜如圖一所示)與理論分析，前六個自然頻率中之最大誤差為 mode4 達到-7.732%，而設計變數有效限制範圍設定為 $0 \leq E_1 \leq 200\text{GPa}$ ； $0 \leq E_2 \leq 20\text{GPa}$ ； $0 \leq G_{12} \leq 10\text{GPa}$ ； $0 \leq v_{12} \leq 0.5$ ； $0 \leq E_{\text{core}} \leq 100\text{MPa}$ ； $0 \leq v_b \leq 0.5$ 。反求演算程序和前面一樣，當可靠度達到 $P = 0.99$ 即停止運算。最後經歷 13 次之迭代，求得材料常數之反算值，其中以 $E_1=155.075\text{GPa}$ 與 MTS 拉伸試驗所得之結果誤差為 5.85% 最大，其次是 $E_{\text{core}}=26.343\text{ MPa}$ 誤差為-4.73% (如表 3 所示)。

2. $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/\text{core-3mm}/0^\circ/90^\circ/0^\circ]$ 複合材料三明治層板(長寬為 $30\text{cm} \times 30\text{cm}$ ，心層及面層密度分別為 50Kg/m^3 與 1673Kg/m^3)，四個邊界為自由端。經由自然頻率實驗量測(頻譜如圖二所示)與理論分析，前六個自然頻率中之最大誤差為 mode3 的 6.286%，而設計變數有效限制範圍設定為 $0 \leq E_1 \leq 200\text{GPa}$ ； $0 \leq E_2 \leq 20\text{GPa}$ ； $0 \leq G_{12} \leq 10\text{GPa}$ ； $0 \leq v_{12} \leq 0.5$ ； $0 \leq E_{\text{core}} \leq 100\text{MPa}$ ； $0 \leq v_b \leq 0.5$ 。反求演算程序和前面一樣，最後平均經歷 12 次之迭代，求得材料常數之反算值，其中以 $E_b=29.821\text{Mpa}$ 及 $E_2=8.514\text{GPa}$ 與 MTS 拉伸試驗所得之結果誤差分別為 7.85% 與-7.69% 最大，其餘材料常數誤差絕對值皆小於 4.67% 以內 (如表 3 所示)。

(二) 邊界為彈性支承之情形

1. $[0^\circ/\text{core-3mm}/0^\circ]$ 複合材料三明治層板(長寬厚為 $29.5\text{cm} \times 29.5\text{cm}$ ，心層及面層密

度分別為 48.148 Kg/m^3 與 1677.7 Kg/m^3 ，四個邊界是以泡棉為彈性支撐，其材料楊氏係數 $E_b=2.028 \text{ MPa}$ 。經由自然頻率實驗量測(頻譜如圖三所示)與理論分析，前八個自然頻率中之最大誤差為 mode4 達到 -2.3585% ，而設計變數有效限制範圍為 $0 \leq E_1 \leq 200 \text{ GPa}$; $0 \leq E_2 \leq 20 \text{ GPa}$; $0 \leq G_{12} \leq 10 \text{ GPa}$; $0 \leq v_{12} \leq 0.5$; $0 \leq E_{\text{core}} \leq 100 \text{ MPa}$; $0 \leq v_b \leq 0.5$; $0 \leq E_b \leq 100 \text{ MPa}$ 。反求演算程序和前面一樣，最後平均經歷 12 次之迭代，求得材料常數之反算值，其中以 $E_b=2.201 \text{ MPa}$ 與 MTS 拉伸試驗所得之結果誤差為 8.53% 最大，其餘材料常數誤差絕對值皆小於 3.53% 以內(如表 4 所示)。

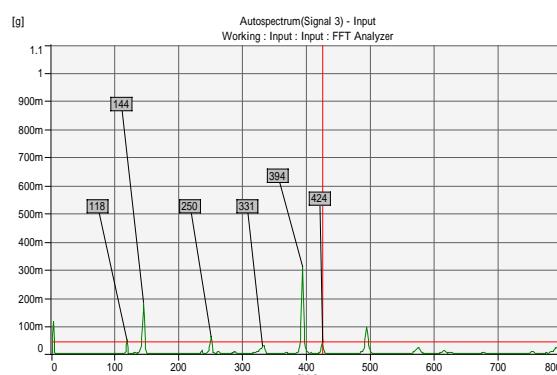
2. $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/\text{core-3mm}/0^\circ/90^\circ/0^\circ]$ 複合材料三明治層板(長寬厚為 $29.5 \text{ cm} \times 29.5 \text{ cm}$, 心層及面層密度分別為 50 Kg/m^3 與 1673 Kg/m^3)，四個邊界是以泡棉為彈性支撐，其材料楊氏係數 $E_b=2.028 \text{ MPa}$ 。經由自然頻率實驗量測(頻譜如圖四所示)與理論分析，前八個自然頻率中之最大誤差為 mode3 達到 6.286% ，而設計變數有效限制範圍設定為 $0 \leq E_1 \leq 200 \text{ GPa}$; $0 \leq E_2 \leq 20 \text{ GPa}$; $0 \leq G_{12} \leq 10 \text{ GPa}$; $0 \leq v_{12} \leq 0.5$; $0 \leq E_{\text{core}} \leq 100 \text{ MPa}$; $0 \leq v_b \leq 0.5$; $0 \leq E_b \leq 100 \text{ MPa}$ 。反求演算程序和前面一樣，最後平均經歷 12 次之迭代，求得材料常數之反算值，其中以 $E_2=8.051 \text{ GPa}$ 與 $G_{12}=6.051 \text{ GPa}$ 與 MTS 拉伸試驗所得之結果誤差分別為 -12.7% 與 -11.48% 最大，其餘材料常數誤差絕對值皆小於 5.12% 以內(如表 4 所示)。

六、結論

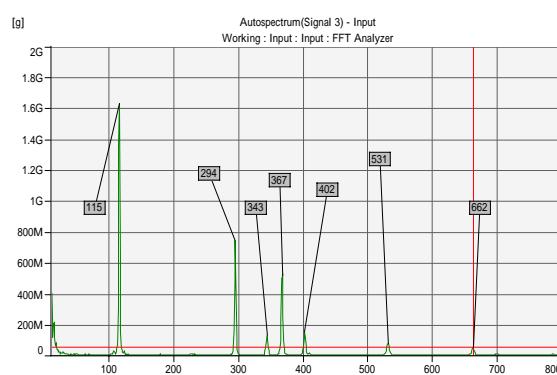
本文建立以 Rayleigh-Ritz 方法分析平板自然振動頻率，並結合最佳化之反求方法，可以同時精確識別邊界為自由端或彈性支撐之複合材料三明治結構之所有材料常數。綜合上述分析結果，所有反求結果都是非常不錯的。因此可以證實本文方法之可行性及精確性，並容易將此方法應用於其他相關結構之系統參數識別。

參考文獻

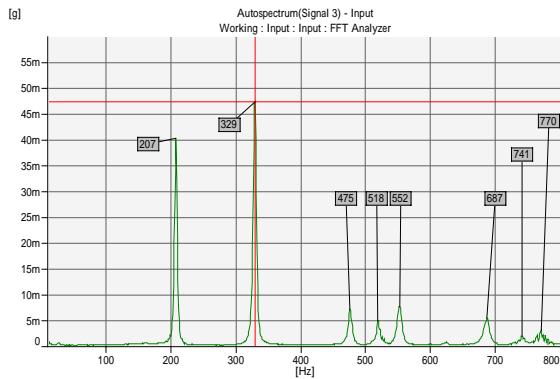
1. Vandperplaats, G. N., 1984, Numerical Optimization Techniques for Engineering Design : with Application., McGraw-Hill Inc.
2. Snyman, J. A., and Fatti, L. P., 1987, A Multi-Start Global Minimization Algorithm with Dynamic Search Trajectories., J. Of Optim. Theo. And Appl., 54, pp. 121-141.



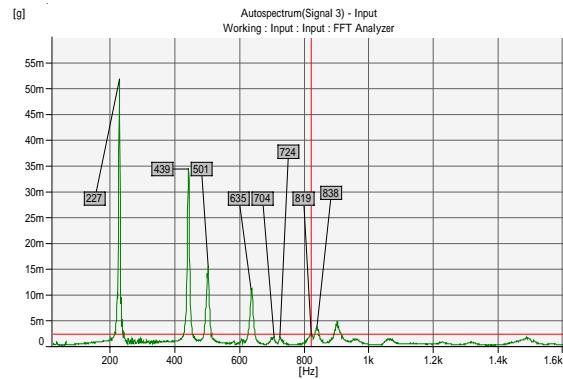
圖一 $[0/\text{core-3mm}/0]$ 邊界為自由端之頻譜圖



圖二 $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/\text{core-3mm}/0^\circ/90^\circ/0^\circ]$ 邊界為自由端之頻譜圖



圖三 $[0^\circ/\text{core-3mm}/0^\circ]$ 邊界為彈性支撐之頻譜圖



圖四 $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/\text{core-3mm}/0^\circ/90^\circ/0^\circ]$ 邊界為彈性支撐之頻譜圖

表 1 $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/\text{core-3mm}/0^\circ/90^\circ/0^\circ]$ 30x30cm 自由邊界反求之局部與總域極小值解

材料常數	Solution							
	1		2		3		4	
	Start	Final	Start	Final	Start	Final [*]	Start	Final
E ₁ (GPa)	167.897	140.946	45.092	140.947	120.411	140.946	172.861	140.947
E ₂ (GPa)	4.942	8.514	6.529	8.514	14.503	8.514	7.980	8.514
G ₁₂ (GPa)	2.081	6.517	7.893	6.517	4.623	6.517	6.510	6.517
v ₁₂	0.400	0.300	0.266	0.300	0.158	0.300	0.499	0.300
E _{core} (MPa)	1.318	29.821	17.779	29.821	93.779	29.821	30.321	29.821
v _{core}	0.304	0.300	0.126	0.300	0.243	0.300	0.101	0.300
迭代次數	14		11		13		12	

* 總域極小值

表 2 $[0^\circ/\text{core-3mm}/0^\circ]$ 29.5x29.5cm 邊界彈性支撐反求之局部與總域極小值解

材料常數	Solution							
	1		2		3		4	
	Start	Final [*]	Start	Final	Start	Final	Start	Final
E ₁ (GPa)	32.248	151.681	194.179	151.677	83.321	151.681	178.284	151.682
E ₂ (GPa)	18.830	8.929	17.291	8.929	17.668	8.929	1.936	8.929
G ₁₂ (GPa)	9.808	6.931	5.430	6.931	0.196	6.931	8.527	6.931
v ₁₂	0.144	0.300	0.464	0.300	0.339	0.300	0.392	0.300
E _{core} (MPa)	7.063	27.126	1.610	27.126	12.924	27.125	78.668	27.126
v _{core}	0.499	0.300	0.319	0.300	0.134	0.300	0.364	0.300
E _b (MPa)	0.895	2.201	1.069	2.201	0.193	2.201	0.162	2.201
迭代次數	11		13		13		12	

* 總域極小值

表 3 邊界為自由端之情形

Plate lay-up	Measured natural frequency (Hz)							Identified material constants	Iteration
	方法	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5	Mode 6		
$[0_3^0/\text{core-3mm}/0_3^0]$ 30x30cm	分析	115.1374	143.0500	250.7847	358.7377	392.1773	421.3000	$E_l=155.075 \text{ GPa (5.85\%)}$ $E_2=8.884 \text{ GPa (-3.68\%)}$ $G_{12}=6.943 \text{ GPa (1.56\%)}$ $v_{12}=0.300 (-1.93\%)$ $E_{\text{core}}=26.343 \text{ MPa (-4.73\%)}$ $v_{\text{core}}=0.300 (-0.01\%)$	13
	實驗	118	144	250	331	394	424		
	誤差 %*	2.486	0.664	-0.313	-7.732	0.465	0.641		
$[0/90^0/0/\text{core-3mm}/0/90^0/0]$ 30x30cm	分析	116.0617	297.2111	347.5038	358.8147	394.6829	532.4496	$E_l=140.946 \text{ GPa (-3.79\%)}$ $E_2=8.514 \text{ GPa (-7.69\%)}$ $G_{12}=6.517 \text{ GPa (-4.67\%)}$ $v_{12}=0.300 (-1.96\%)$ $E_{\text{core}}=29.821 \text{ MPa (7.85\%)}$ $v_{\text{core}}=0.3 (000\%)$	12
	實驗	115	294	343	367	402	531		
	誤差 %	-0.915	-1.080	-1.296	2.281	1.854	-0.272		

* : (實驗 - 分析) / 分析

表 4 邊界為彈性支撐之情形

Plate lay-up	Measured natural frequency (Hz)								Identified material constants	Iteration	
	方法	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5	Mode 6	Mode 7			
$[0_3^0/\text{core-3mm}/0_3^0]$ 29.5x29.5cm	分析	208.1835	324.9234	474.1872	530.5084	546.2111	695.2239	744.7119	778.464	$E_l=151.681 \text{ GPa (3.53\%)}$ $E_2=8.929 \text{ GPa (-3.19\%)}$ $G_{12}=6.931 \text{ GPa (1.39\%)}$ $v_{12}=0.3 (-1.96\%)$ $E_{\text{core}}=27.126 \text{ MPa (-1.9\%)}$ $v_{\text{core}}=0.3 (0\%)$ $E_b=2.201 \text{ MPa (8.53\%)}$	12
	實驗	207	329	475	518	552	687	741	770		
	誤差 %*	-0.568%	1.255	0.171	-2.358	1.060	-1.183	-0.498	-1.087		
$[0/90^0/0/\text{core-3mm}/0/90^0/0]$ 29.5x29.5cm	分析	227.0724	442.2860	471.3693	607.7258	700.1094	739.4663	815.3427	834.3590	$E_l=154.010 \text{ GPa (5.12\%)}$ $E_2=8.051 \text{ GPa (-12.7\%)}$ $G_{12}=6.051 \text{ GPa (-11.48\%)}$ $v_{12}=0.3 (-1.96\%)$ $E_{\text{core}}=28.366 \text{ MPa (2.59\%)}$ $v_{\text{core}}=0.3 (0\%)$ $E_b=1.999 \text{ MPa (-1.43\%)}$	13
	實驗	227	439	501	635	704	724	819	838		
	誤差 %	-0.032	-0.743	6.286	4.488	0.556	-2.092	0.449	0.436		

* : (實驗 - 分析) / 分析