

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

液晶線性與非線性光學之研究

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC92-2112-M-009-025-

執行期間：92年08月01日至93年07月31日

執行單位：國立交通大學光電工程研究所

計畫主持人：王淑霞

報告類型：精簡報告

報告附件：出席國際會議研究心得報告及發表論文

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 93 年 11 月 1 日

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫成果報告

子題一：反射式單晶矽液晶面板的光學特性研究

計畫編號：NSC 92-2112-M-009-025

執行期限：92年8月1日至93年7月31日

主持人：王淑霞 國立交通大學光電工程研究所

一、中文摘要

近兩年來，擁有高解析度以及高開口率的反射式單晶矽液晶投影顯示系統 LCoS (Liquid Crystal on Silicon) 一直是國內顯示產業持續注意的焦點。然而，目前 LCoS 投影機仍然存在著許多困難需要被克服，除了光引擎(optical engine) 中的 PBS (polarization beam splitter) 受到光源熱擾動與光入射角不能太大的限制之外，在 LCoS 面板中因為高解析度的需求，而衍生出來的問題主要有兩點：邊際場效應和繞射效應。

本計劃首先將以彈性連續體理論為基礎，以有限元素法模擬在 LCoS 面板二維結構中液晶指向矢的分佈情形。在光學方面，雖然 2×2 Jones Matrix 提供了一個相當簡便的方法來分析 LCoS 面板的邊際場效應；然而，不論是 2×2 Jones Matrix 亦或是 Berreman 後來提出可以計算斜向光線的 4×4 Matrix Method 都無法用來分析繞射效應。這是由於矩陣法只能給出光波經過物質後的偏振態，而並不能將光波間的干涉現象耦合，因此並不適用。早期應用在計算光波導的光束傳播法 Beam Propagation Method(BPM)，係由 Maxwell's equations 出發，以向量的方式去解出光波在物質中的行為，因此能將繞射現象耦合，對於分析 LCoS 面板的光學表現是一大利器。我們將以適當的數值方法去模擬 LCoS 面板於不同結構、不同液晶模態、驅動方式以及不同邊界條件下的光學表現，期望能從光學的基礎出發，克服上述問題，嘗試設計出一表現較好的 LCoS 面板，並且提供一套光學分析方法，希望這個研究能使工業界對 LCoS 顯示器有更深入的了解。

關鍵詞：液晶、反射式單晶矽液晶面板、邊際場效應、繞射效應

Abstract

Interest in miniature-display technology for projection and portable information display has surged over the past few years. One technology receiving considerable attention in this area is the Liquid-Crystal-on-Silicon (LCoS) microdisplay. LCoS microdisplays take advantage of small size and high yield of very-large-scale integrated circuits, the moderately fast switching, and high aperture ratio. However, there are still many problems need to be solved in LCoS devices. Two main problems on LCoS panels are the fringe field effect and the diffraction Effect. Both the problems were caused by the small pixels fabricated on the silicon wafer, which is the nature when the high resolution image quality is requested. Traditional 2×2 Jones matrix method could give a sufficient analysis for the fringe field effect in LCoS devices. However the matrix method (including Berreman's 4×4 matrix method which also accounting for oblique incident lights) could only give the polarization states of lights after passing through liquid crystal layer, which do not couple the interference effect between lights. The beam propagation method (BPM) which started from the Maxwell's equations is a good approach. The vector form could couple the interference between lights, and can be employed for analyzing the diffraction effect in LCoS panels. Our research is trying to analyze the optical performance of LCoS panels by suitable numerical methods. We would start from the basic optics theories, and hope to overcome the problems listed

above.

Keywords: liquid crystals, LCoS panel, fringe field effect, diffraction effect

二、緣由與目的

LCoS 投影顯示系統是國內顯示產業持續注意的焦點，這是因為 LCoS 面板是建立在國內兩大產業的基礎上，也就是半導體製程與液晶顯示器產業。LCoS 面板基本上可以分成兩個部分：以矽晶圓為基板的驅動電路以及液晶模組。矽晶圓製程國內兩大龍頭台積電與聯電的製程能力是世界一流的，這對於國內要發展 LCoS 是一大利基。尤其對於 LCoS 的基板而言，如果以面板對角線為 0.7 吋解析度為 SXGA 為例，僅需六吋或是八吋晶圓廠的製程即可，因為是屬於標準的半導體製程，所以具有低價格與高解析度的潛力與優勢，因此 LCoS 面板是極有可能在台灣生根進而揚威國際的一項產業。

然而，目前 LCoS 投影機仍然存在著許多困難需要被克服，除了光引擎(optical engine)中的 PBS (polarization beam splitter)受到光源熱擾動與光入射角不能太大的限制之外，在 LCoS 面板中存在的主要問題有兩點：

1) 邊際場效應(Fringe Field Effect)¹⁻⁵

由於要在很小的面板上做出高解析度的影像，則其畫素(pixel)和畫素間距也相對的變的非常小。因此，在畫素相鄰之處液晶分子很容易互相影響，使得畫素中央和邊緣所感受到的電場不一樣，而產生 reverse tilt 的情形，所表現出來的光學特性也就非常不同，這就是所謂的邊際場效應(fringe field effect)。

2) 繞射效應

同樣因為畫素和畫素間距很小的關係，反射畫素電極(pixel electrode)對光波的作用類似

於光柵的效果，因而產生繞射效應，使得顯示器的光效率受到影響。

在本計畫中，我們希望能嚴謹的延伸光束傳播法⁶⁻⁸來分析 LCoS 面板的光學行為。探討邊際場效應和繞射效應對 LCoS 顯示器的影響。模擬 LCoS 面板於不同結構、不同液晶模態、驅動方式以及不同邊界條件下的光學表現，期望能從光學的基礎出發，克服上述問題，嘗試設計出一表現較好的 LCoS 面板，並且提供一套光學分析方法，希望這個研究能使工業界對 LCoS 顯示器有更深入的了解。

三、結果與討論

光束傳播法是以數值化的方法來解出 Maxwell 方程式：

$$\nabla \times H = j\omega \varepsilon^* E \quad (1)$$

$$\nabla \times E = -j\omega \mu_0 H \quad (2)$$

其中 ω 是傳播光的角頻率， μ_0 是磁導係數，而 ε^* 則是光在液晶中傳播時所感受到的介電常數，其為一張量的形式：

$$\varepsilon^* = \varepsilon_0 \begin{bmatrix} n_o^2 + \Delta\varepsilon_r \cos^2 \theta \cos^2 \phi & \Delta\varepsilon_r \cos^2 \theta \sin \phi \cos \phi & \Delta\varepsilon_r \sin \theta \cos \theta \sin \phi \\ \Delta\varepsilon_r \cos^2 \theta \sin \phi \cos \phi & n_o^2 + \Delta\varepsilon_r \cos^2 \theta \cos^2 \phi & \Delta\varepsilon_r \sin \theta \cos \theta \cos \phi \\ \Delta\varepsilon_r \sin \theta \cos \theta \cos \phi & \Delta\varepsilon_r \sin \theta \cos \theta \sin \phi & n_o^2 + \Delta\varepsilon_r \sin^2 \theta \end{bmatrix}$$

$\Delta\varepsilon_r = n_e^2 - n_o^2$

其中 θ 和 ϕ 分別是液晶分子的傾角和扭轉角。利用 Crank-Nicolson⁶ 的數值方法以及穿透邊界條件(Transparent Boundary Condition)，我們最後可以將光在液晶層中傳播時的電磁場分佈計算出來。

在計算反射光的傳播情形時，我們利用液晶分子分佈在反射面鏡像對稱的原理，同樣可以將反射光的電磁場分佈計算出來。圖一中顯示反射面鏡像對稱的示意圖。

我們分析了目前於 LCoS 顯示器上很有潛力的兩個液晶模態：垂直排列模態(Vertically aligned, VA)模態以及工研院電子所研發出來的 FOP(Finger-On-Plane)⁹ 模態作分析。垂直排列模態的優點在於高對比度，而 FOP 模態的優點在於

沒有邊際場效應的影響。此二模態的橫截面圖示於圖二。其中，我們假設液晶材料為商業材料 MLC-6608，並且假設鋁電極和介於兩像素間的吸收材料之反射率分別為 90% 和 10%。一些模擬時所用的參數列於表一之中。

我們假設所模擬的投影顯示器的光機之焦距比數(f-number)為 2.8。因此，根據焦距比數的定義，我們可以算出當光線自液晶面板散射出去時，系統能夠接受其最大之傳播角度 θ_a 為：

$$\theta_a = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2F\#}\right) \quad (3)$$

其中 $F\#$ 為焦距比數。我們因而定義此面板的光效率 η 為：

$$\eta = \frac{\int_{-\theta_a}^{\theta_a} I\left(\frac{\theta_p}{\lambda}\right)}{I_{in}}, \quad (4)$$

為了能清楚的瞭解繞射效應對於投影顯示器的影響，我們計算了不同的像素週期(Pixel Pitch, P)下所得到的光效率。圖三(a)和(b)為不加電壓時，分別對 FOP 模態和垂直排列模態計算所得到的結果。由 2x2 Jones Matrix 法所計算得到的結果也列在圖中。由圖三(a)所示，由光束傳播法所預期的光效率要比用 Jones Matrix 法所計算的光效率低很多。在真實情況中，在 FOP 元件下基板上有許多細小且具週期性的共通電極(common electrode)，其作用等同於一個反射的相位光柵。當光遇到此一光柵時，就會產生光的散射和繞射現象而將光的能量在空間中重新分配。部分的光能量被導到無法進入光學系統的方向，因此而造成了光效率的損失。根據一般光柵的繞射公式： $m\lambda = a \sin \theta$ (其中 m 是繞射的階數， a 為光柵的週期， λ 為光波長而 θ 則為繞射的角度)，當 m 和 λ 固定，越小的光柵週期則會給出越大的繞射角度。因此，在 LCoS 中我們預測越小的像素週期會導致越低的光效率。然而，有一些例外的情況。舉例來說，在圖三(a)中，當 $P/\lambda=5$ 時，其第一階的繞射光所傳播的角度剛好超過了在玻璃基板和空氣介面的全反射角度。

因此，光能量並不會傳播出去而使得其光效率要比當 P/λ 稍大時的情況還高。反觀由 Jones Matrix 法所得到的結果，我們發現其光效率基本上並不隨著像素週期變化。對於下基板的反射光柵，Jones Matrix 法只將其當作是一般的鏡面。由圖三(c)的光強角度分佈圖($P=7.7 \mu m$)我們可以清楚的看出，當沒有考慮繞射效應時，光波只傳播在垂直面板的方向，如此的結果與真實情況相去甚遠，於設計面板時將造成嚴重的失真。

以 VA 的例子來說，其下基板的反射電極之間有使用 black matrix 以保護電路。如此一來，其結構就類似一狹縫光柵。在沒有加電壓的情況下，此液晶元件等同於一同質的材料，所以用光束傳播法和 Jones Matrix 法所得到的結果並沒有太大的不同。然而，一個影像中常常使得相鄰的像素操作在不同的電壓下。因此，我們就討論了最極端的操作情況，也就是當一像素有加電壓而其相鄰的像素都沒加電壓的狀況。圖四(a)為所計算的光效率和像素週期的關係圖。雖然此圖依舊顯示兩個方法所得到的結果差不多，然而其中光學的行為是不同的。圖四(b)為當 $P=7.7 \mu m$ 時之光強角度分佈圖，我們可以看到由光束傳播法所計算出的零階光強要比由 Jones Matrix 法所得到的低很多。此一現象乃因為在像素邊緣的液晶分子劇烈變化所造成的光散射及繞射所致。這樣的結果對於投影顯示器來說尤其重要，因為正確的預測光強的分佈將有助於避免一些像差的產生。

此光束傳播法模擬器非常有助於設計高解析度的 LCoS 顯示器。舉例來說，我們針對 FOP 模態中不同的隔離層(isolation layer)厚度 d_i 來模擬不同波長下所得到的光效率，其結果示於圖五。我們發現不同的隔離層厚度將得到不同的光譜分佈。當 $d_i=115 \text{ nm}$ 時，綠光有較高的光效率；而當 $d_i=150 \text{ nm}$ 時，紅光及藍光則擁有較高的光效率。因此，若使用兩片或三片式的光學系統配合適當的隔離層厚度，此模態之光效率將可被提升。

在二維反射率的分佈上，由光束傳播法所得

出的結果也與用 Jones Matrix 法所得到的結果很不相同。圖六顯示當面板操作在暗-亮-暗的情況下，VA 模態的二維反射率分佈圖。我們可以看到用光束傳播法所得到的結果，在像素邊緣的地方有類似 Fresnel 繞射的條紋產生。反觀 Jones Matrix 法所得到的結果則是很輪廓鮮明的分佈，此結果在實驗上是不可能的。因此，如果要正確的預測反射率的分佈以及邊際場效應所造成的影響，使用光束傳播法是必須的。

四、計畫成果自評

在本計畫中，我們成功的將光束傳播法延伸至反射式液晶顯示器的模擬計算。並且利用此模擬器探討繞射效應和邊際場效應對 LCoS 顯示器的影響。我們發現，當 LCoS 面板的像素為了達到高解析度而縮小至和光波長相當的量級時，其繞射效應會變的非常明顯。此時，傳統的矩陣法已無法正確的反應出其光學表現。使用光束傳播法不但可以較正確的預估顯示器的光學表現，並且可以讓我們瞭解光線在微型顯示器中的行為，進而有效地改善其光學品質。

LCoS 為投影顯示器中很具潛力的技術。為了要優化其表現，無論是面板或是光機的部分都需要用更嚴謹的方法來分析。我們相信，藉由光束傳播法的幫助，可以設計出更完善的 LCoS 顯示器。

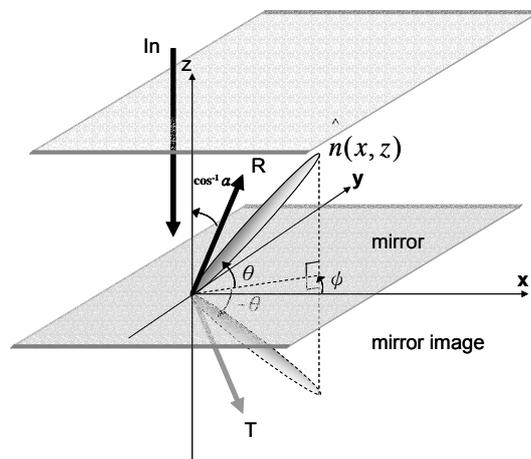
此計畫所得到的部分結果已投稿於 2004 年的國外期刊中。

五、參考文獻

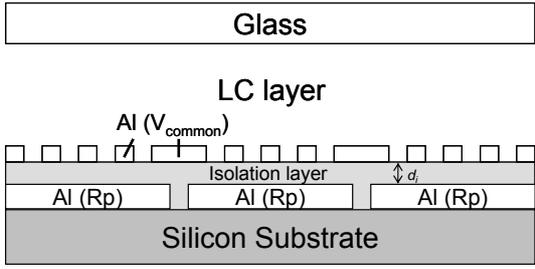
- [1] Y. Ji, J. Gandhi and M.E. Stefanov, SID 99 Digest, pp-750 (1999)
- [2] K. H. Yang and Minhua Lu, Displays, Vol. 20 pp-211 (1999)
- [3] K. C. Ho and M. Lu, SID 99 Digest, pp-746 (1999)

- [4] Shiyong Zhang, Minhua Lu and K. H. Yang, SID 00 Digest, pp-898 (2000)
- [5] Ho-Chi Huang Dan-Ding Huang, and Jun Chen, Jpn. J. Appl. Phys., Vol. 39 No. 2A, pp-485 (2000)
- [6] Emmanouil E. Kriezis and Steve J. Elston, Liquid Crystals, Vol.26, No.11, pp-1663, (1999)
- [7] Emmanouil E. Kriezis and Steve J. Elston, J. Mod.Opt., Vol. 46, No. 8, pp-1201, (1999)
- [8] Emmanouil E. Kriezis and Steve J. Elston, Applied Optics, Vol. 39, No. 31, pp-5707, (2000)
- [9] Wei-Yang Chou, et. al., Jpn. J. Appl. Phys., Vol. 41, No.12, pp-7386 (2002)

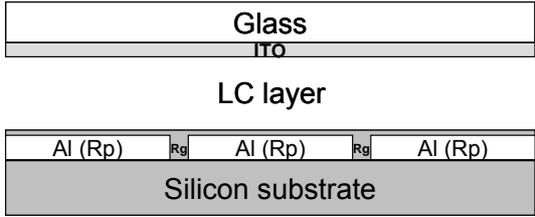
六、附圖與表格



圖一 鏡面對稱示意及角度定義圖。

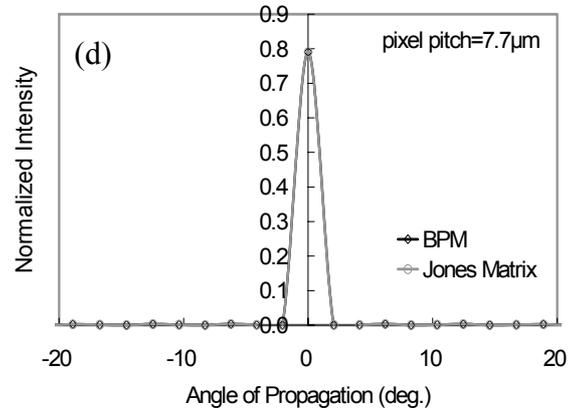
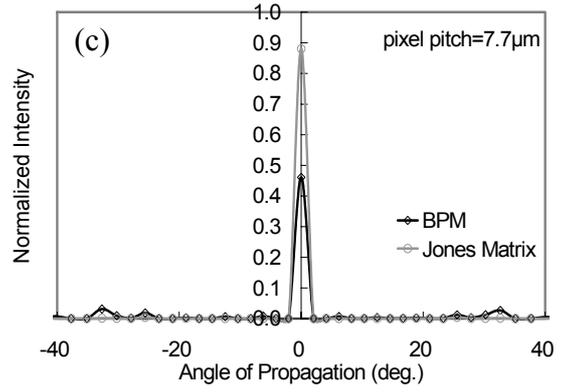


(a)

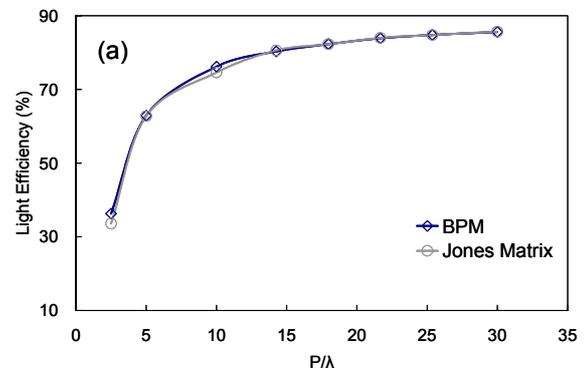
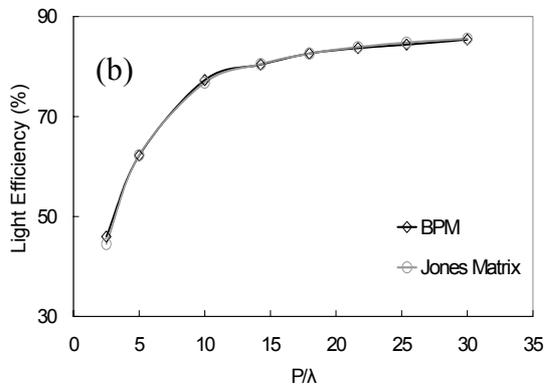
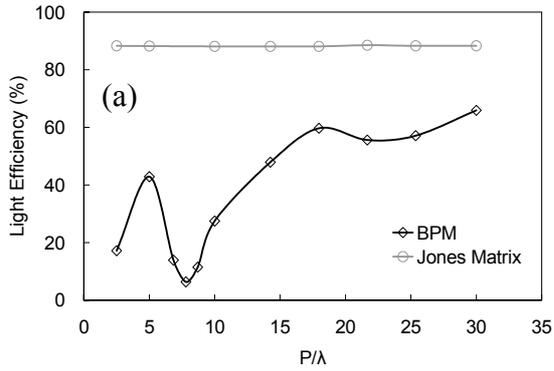


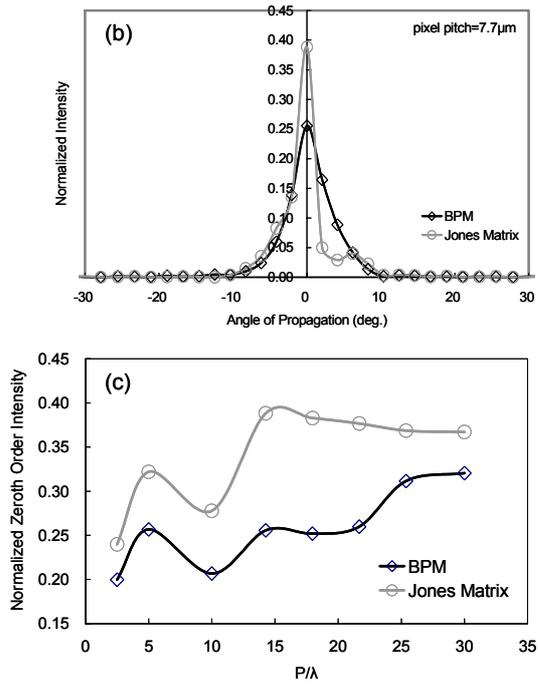
(b)

圖二 二維模擬計算時所用的液晶盒結構：(a) FOP 模態；(b)VA 模態。

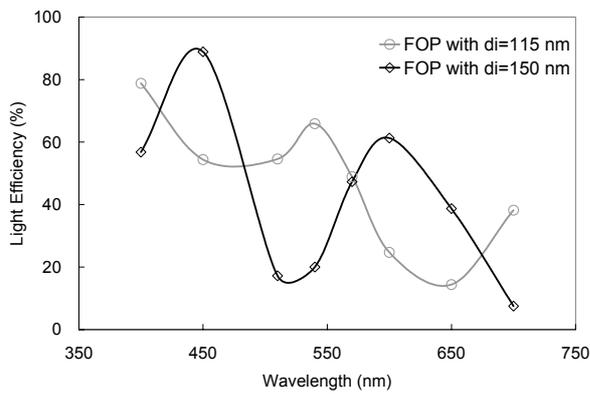


圖三 不加電壓時，用光束傳播法與 Jones Matrix 法模擬所得到的結果：(a) FOP 模態；(b)VA 模態在不同的 P/λ 值下所得到的光效率，以及在 $P=7.7\mu m$ ， $\lambda=540nm$ 時之 (c)FOP 模態與 (d)VA 模態之光強角度分佈圖。

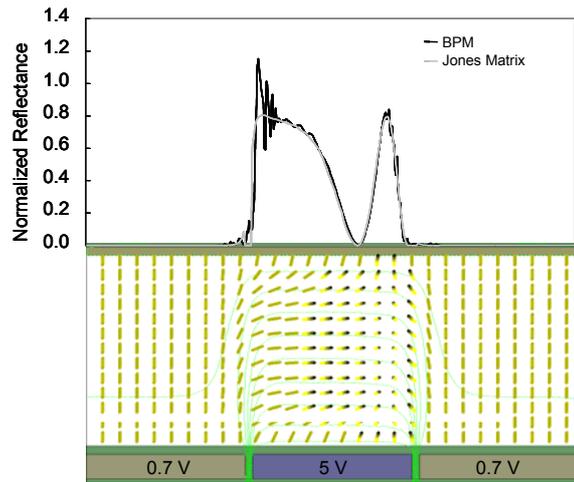




圖四 當面板操作在暗-亮-暗的情況下，用光束傳播法與 Jones Matrix 法模擬 VA 模態所得到的結果：(a) 不同 P/λ 值所得到的光效率；(b) 在 $P=7.7 \mu m$ ， $\lambda=540nm$ 之光強角度分佈圖；(c) 不同 P/λ 值所得到的第零階繞射光強度。



圖五 FOP 模態中隔離層厚度 d 分別為 115 nm 和 150 nm 時，不同波長下所計算得出之光效率 ($P=15.5 \mu m$)。



圖六 當面板操作在暗-亮-暗的情況下，用光束傳播法與 Jones Matrix 法模擬 VA 模態的二維反射率分佈圖。

表一 模擬時所用之液晶參數

| Simulation Parameter | Value |
|--|----------------------------------|
| Splay elastic Constant, K_{11} | $16.7 \times 10^{-12} \text{ N}$ |
| Twist elastic Constant, K_{22} | $7 \times 10^{-12} \text{ N}$ |
| Bend elastic Constant, K_{33} | $17.9 \times 10^{-12} \text{ N}$ |
| Static dielectric constant (parallel), $\epsilon_{ }$ | 3.6 |
| Static dielectric constant (perpendicular), ϵ_{\perp} | 7.8 |
| Ordinary refractive index, n_o | 1.4748 |
| Extraordinary refractive index, n_e | 1.5578 |

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫成果報告

子題二：雷射光在線狀液晶中自我組成現象之研究

計畫編號：NSC 92-2112-M-009-025

執行期限：92年8月1日至93年7月31日

主持人：王淑霞 國立交通大學光電工程研究所

一、中文摘要

在非線性光學領域中，雷射光在非線性材料中會產生有趣的自組現象(self-organization)，以致雷射光橫向平面會自發性形成各種不同的有趣圖案。依據 W.J. Firth[1] 提出 Kerr medium 在外加單一 feedback mirror 的簡單架構下雷射光會產生橫向不穩定性，在調整外加光強度，及 feedback 條件下可在近場及遠場觀察到雷射光的自我組成橫向圖像及圖像的週期改變。液晶是一種很獨特的非線性材料，也是一種 Kerr-like medium，所以用液晶來做雷射光自我組成這個光學現象的特性研究。一般在此現象的研究中並未加入外加電場，基於本實驗室長久以來對液晶在外加光場電場同時作用時的非線性特性研究的經驗，預期在液晶同時有光場和電場的作用下會有更多現象的產生。

在本計畫中，我們將以水平排列的線狀液晶 E7 在外加光場及電場及 feedback mirror 的條件下去觀察雷射光的自組現象，我們將觀察雷射光自組圖像在改變外加電場的情況下會有何變化。由於 Firth 的理論是針對 Kerr medium 所導出的，而液晶是屬於 Kerr-like medium 所以需要推導出適合液晶材料的理論模型，我們將進行以液晶為材料的情況下雷射光橫向不穩定性研究的理論推導，以期合理的解釋實驗觀察的結果，對此特殊的光學現象做更深入的了解。

關鍵詞：線狀液晶，非線性光學，不穩定性分析，雷射光自我組成。

Abstract:

The spontaneous pattern-formation in the transverse plane of the laser beam due to the self-organization phenomenon of the beam in the nonlinear materials shows various interesting patterns in the region of nonlinear optics. According to the simple setup proposed by W.J. Firth[1], transverse instabilities of the laser beam occur when the beam passes through the Kerr medium and being reflected by a mirror as an optical feedback. We can observe the self-organized transverse patterns and the periodic property of these patterns in the near-field and far-field regions when we change the optical intensity and the feedback conditions. As liquid crystals can be viewed as Kerr-like media we can study this interesting phenomenon by using liquid crystals as the nonlinear materials. As we know, the interacting mechanism is restricted as pure optical interaction up to now. However, we expect more phenomena will be observed when the external electric and optical fields interact with the liquid crystals simultaneously.

In this project, we will observe the self-organization phenomenon of the laser beam by using a homogeneous aligned nematic liquid crystal film with the existence of the external electric and optical fields in the optical feedback configuration. However, the theoretical explanation based on the Kerr medium should be

modified since liquid crystals are kerr-like media. Therefore, we will derive the theoretical analysis of the transverse instabilities of the laser beam when the nonlinear material is a homogeneous aligned nematic liquid crystal film. We hope to explore more interesting self-organization phenomena and explain them clearly.

二、緣由與目的

在 1988 年 W.J. Firth 提出 Kerr medium 在兩道對打(counter-propagating)的雷射光下的橫向不穩定性研究^{1,2}, 且在 1990 年提出 Kerr medium 外加單一 feedback mirror 情形下的空間不穩定性³, 引發學者利用各種不同的材料做實驗上的研究. G. Grynberg 利用兩道 counter-propagating 的雷射光打在 sodium vapor 上觀察到了六角形分布的圖像且利用 mirrorless four-wave mixing oscillation 去解釋它.⁴ P.P. Banerjee 利用 KNBo3 也觀察到六角形分布的圖像⁵, 且將此現象和一般自然界的自組現象的觀念做了第一次的連結. 然而以液晶為材料做此方面的研究的有 R. Macdonald 以 Hybrid aligned 5CB 觀察到六角形的圖像⁶. 然而 E. Santamato 利用 Homeotropic aligned E7 也觀察到了類似的圖像⁷, 且利用 Talbot Effect 去解釋形成的原因. E. Santamato 在近年利用液晶參雜雷射染料的方式成功的觀察到 Self-Defocusing 材料的自組圖像.⁸ 另外 T. Tschudi 則是利用 LCLV 去做相關的研究⁹, 且利用外加透鏡及 spatial filter 的方式去做圖像的穩定及明顯化.¹⁰

以液晶作為材料的研究主要分為兩個方向, T. Tschudi 著重於利用外加光學系統去做圖像的純化, 而 E. Santamato 則著重於不同材料以達到自組現象產生的研究, 且以液晶為材料的研究中完全沒有加入電的效應在內. 利用不同的液晶排列方式配合外加電場, 我們預期可以達到 E. Santamato 觀察到的非六角形圖像. 另外, E. Santamato 提出以液晶為材料時其理論模型必須加以修正, 且以不同排列情形的液晶樣品其理論模型也會不同. 是故除了研究新的現象之外, 以液晶為材料的理論架構也還不完整, 所以這方面的研究還有很多思考的空間存在。

在本計畫中, 我們將以水平排列的線狀液晶 E7 在外加光場及電場及 feedback mirror 的條件下去觀察雷射光的自組現象, 我們將觀察雷射光自組圖像在改變外加電場的情況下會有何變化. 由於 Firth 的理論是針對 Kerr medium 所導出的, 而液晶是屬於 Kerr-like medium 所以需要推導出適合液晶材料的理論模型, 我們將進行以液晶為材料的情況下雷射光橫向不穩定性研究的理論推導. 以期合理的解釋實驗觀察的結果, 對此特殊的光學現象做更深入的了解。

三、結果與討論

在本計畫的實驗中, 我們的實驗架構如圖一所示, 我們的實驗樣品是 68um 水平排列的線狀液晶薄膜(E7), 圖二是水平排列樣品的示意圖, 圖三為樣品在 conoscope 下的圖樣, 明顯的雙曲線代表了液晶分子非常好的水平排列情況.

在本計畫中, 我們進行了兩項主要的實驗, 一為固定入射光場改變外加電壓去觀察雷射圖像的形成, 另一方面, 我們固定外加電壓去改變入射光場來觀察雷射圖像的形成, 兩項實驗反射鏡與樣品的距離皆為 1.9 cm. 所觀察的圖像為反射回樣品的雷射光的近場圖像, 進行這兩項實驗是要看外加光場和電場對雷射光圖像形成有何影響. 在固定入射光功率(0.91 W)而改變外加電壓的實驗中. 在外加電壓為零時, 雷射光並不會產生特殊的圖像, 我們將電壓慢慢增加去觀察雷射光的圖像, 在實驗中我們發現當外加電壓為 1.032 V_{rms} 時觀察到雷射圖像變為穩定的直條狀, 當外加電壓為 1.114 V_{rms} 及 1.117 V_{rms} 時雷射圖像為穩定的六角圖像, 如圖四所示. 而在外加電壓在 1.032 V_{rms} 及 1.114 V_{rms} 之間圖像並不穩定, 例如在外加電壓為 1.096 V_{rms} 時所觀察到的圖像為直條狀圖像和六角狀圖像的交替出現, 且並不穩定, 如圖五所示.

在固定外加電壓($V=1.117 V_{rms}$) 改變入射光場的實驗中我們發現當入射光很弱的時候並不會有圖像的形成, 當慢慢增強入射光時可以觀察到穩定的直條狀和六角狀的圖像, 而當入射光條件在穩定直條狀和六角狀的觀察範圍間, 直條狀和六角狀的圖像交替出現的不穩定情形也一樣可以觀察得到. 另外當入射光超過觀察到穩定六角狀的條件而繼續增加時雷射光的圖像就變

的越來越混亂了。圖六為觀察到的穩定直條狀，穩定六角狀及混亂的圖像。直條狀和六角狀交替出現的情形則如圖七所示。

為了要更進一步了解圖像與外場之間的關係，我們針對水平排列液晶在外加光場和電場的條件下去推導由光場亮暗分佈所導致的光學相位分佈所要滿足的擴散方程，進而對此擴散方程做線性穩定性分析，推導出光學圖像形成的臨界光強度的表示式。我們從線狀液晶的彈性連續體理論出發，經過一段推導過程，導出由光場強度改變所導致的相位改變 $\delta\phi$ 所要滿足的擴散方程如下所示

$$\tau \frac{\partial \delta\phi}{\partial t} - l_x^2 \frac{\partial^2 \delta\phi}{\partial x^2} - l_y^2 \frac{\partial^2 \delta\phi}{\partial y^2} + \delta\phi = \alpha \delta I \quad (1)$$

而

$$\alpha = -\frac{2\pi e \mu d J_1(2\theta_i) J_1(2\theta_a)}{\lambda_0 I_f G} \quad ,$$

$$G = \{2 + k - \frac{k}{2} [J_0(2\theta_i) - J_2(2\theta_i)]\} \quad ,$$

$$l_x^2 = \frac{1}{G} \left(\frac{d}{\pi}\right)^2 \left\{1 + \frac{k}{2} \left[1 + 2J_0(2\theta_i) - \frac{J_1(2\theta_i)}{\theta_i}\right]\right\} \quad , \quad l_y^2 = \frac{1}{G} \left(\frac{d}{\pi}\right)^2 \left(\frac{k_{22}}{k_{11}}\right) \quad ,$$

$$k = (k_{33}/k_{11}) - 1 \quad , \quad \mu = 1 - (n_e/n_o)^2 \quad ,$$

其中 τ 為動態的時間係數，會與液晶材料的粘滯係數有關， θ 為液晶的傾角， k_{11} ， k_{22} 與 k_{33} 為液晶的展曲，扭曲與彎曲的彈性形變常數， l_x 與 l_y 為 x 與 y 方向的擴散長度且與液晶的傾角及材料的參數有關。從(1)式中我們可以看出，利用液晶為非線性材料其光場改變所導致的相位改變所要滿足的擴散方程，其 x 與 y 方線的擴散長度是不相等的。而這一種非等向的特性跟 E. Santamato 提出的特性相似，原因是由於液晶本身的彈性非等向性有關。接下來要求出光學圖像形成的臨界光強度，我們依循以往文獻中的方式對(1)式作線性穩定性分析。假設一個微小的餘弦相位微擾加入剛穿過樣品的光束中求出要形成光學圖像所要滿足的臨界光強度分佈如下

$$I_{th}(q, \varphi) = \frac{1 + q^2 (l_x^2 \cos^2 \varphi + l_y^2 \sin^2 \varphi)}{2R\alpha \sin\left(\frac{q^2}{2\pi} \lambda_0 L\right)} \quad , \quad (2)$$

其中 q 為相位微擾的波向量， φ 為相位微擾的方向， λ_0 為入射光波長， L 為樣品與反射鏡距離而 R 為反射鏡的反射率。

求出了圖像形成的臨界光強度的表示式後，我們將我們兩項實驗中的實驗參數，材料參數代入(2)式來分析不同圖像產生與其臨界光強度的曲線有何關係。我們發現擴散方程的非等向性也反映在圖像形成的臨界光場中。圖八為一個簡單的例子，臨界光場對不同方向 φ 的微擾而言會有不同的臨界值。從圖八中我們發現最低臨界光強度是在 $\varphi=90^\circ$ 而最大臨界光強度是在 $\varphi=0^\circ$ 及 180° 。為了方便和實驗對照，我們把臨界光強度轉換成光功率來看，實驗中雷射光的直徑為 1.4 mm，圖九及圖十分別為固定光功率和固定外加電壓兩項實驗的臨界光功率分佈與入射光條件的比較圖，由圖九和圖十中我們發現，穩定的直條狀圖形是當入射光功率接近最低臨界值時，而穩定的六角圖像，是在入射光功率大於最大臨界值時。外加電壓的功能是在可以調變液晶分子的傾角，而臨界光強和液晶的傾角有很大的關係，所以藉由電壓調變液晶的傾角，我們亦可調變臨界光強的分佈曲線。

由以上的分析我們可以發現，用線狀液晶為非線性材料在單一光回饋系統中觀察光學圖像形成，產生圖像其所需臨界光強度在不同的方向角會有不同的值，所以當入射光強大於最大臨界光強時，理論上每一個方位角的微擾都可以存在，但因為六角形的穩定結構且滿足動量守恆的條件，所以最容易形成六角狀圖像，但當入射光強大於且接近最低臨界光強時，理論上方向接近最低臨界光強($\varphi=90^\circ$)的微擾都可以存在，但由於並不滿足動量守恆的條件，所以只有最低臨界光強的微擾會出現，這也就是為何可以看到直條狀圖像的原因。經由我們實驗的觀察，和簡單的理論分析，我們可以歸納以下的論點：

1. 利用線狀液晶來觀察光學圖像形成現象時

必須考慮擴散非等向性，及臨界非等相特性。

2. 光學圖像的形成與可以存在的微擾有關，且因為臨界光強度的非等向性，使得利用簡單控制入射光強就可以觀察到穩定的直條狀和六角狀的圖像。

3. 臨界光強度的非等向性是在沒有外加空間濾波器的條件下可以觀察到直條狀圖像的重要條件，但並不表示有非等向性時不能觀察到六角圖像，只要控制入射的光強度也是可以觀察到六角圖像。

另一個有趣的現象就是圖像交替出現的不穩定現象，我們目前的理論分析尚無法很清楚的解釋此一現象，這一個不穩定的現象值得做更深入的探討。

四、計畫成果自評

在本計畫中，我們已經成功利用水平加電壓的線狀液晶樣品觀察到光學圖像的形成。當入射光強度超過臨界光強時，就可以看到光學圖像的形成，不管是直接控制入射光強度或是電壓調變臨界光強分佈曲線，都可以觀察到穩定的直條狀和六角狀的圖像。在理論方面，我們已經推導出水平加電壓液晶所要滿足的擴散方程及要產生圖像的臨界光強。此擴散方程具非等向性特性，此種擴散非等向性，也反映在臨界光強的分佈上。經由實驗和理論的分析我們更進一步的歸納出產生不同圖像的可能原因。

在我們的實驗中也觀察到其他動態的圖像形成現象，我們相信，藉由液晶作為非線性材料來做光學圖像形成現象的研究，會有更多有趣的現象值得繼續探討。

本計畫中所得到的部分結果已發表在 2004 年的國外期刊中¹¹。

五、參考文獻

- [1] W.J. Firth and C. Pare, *Opt. Lett.*, **13**, p 1096 (1988)
- [2] W.J. Firth, A. Fitzgerald and C. Pare, *J. Opt. Soc. Am. B*, **7**, p 1087 (1990)
- [3] W.J. Firth, *J. Mod. Opt.*, **37**, p 151 (1990)
- [4] G. Grynberg et al., *Opt. Commun.*, **67**, p 363 (1988)
- [5] P.P. Banerjee et al., *Opt. Lett.*, **20**, p 10 (1995)
- [6] R. Macdonal and H.J. Eichler, *Opt. Commun.*, **89**, p 289 (1992)
- [7] E. Santamato et al., *Appl. Phys. Lett.*, **64**, p 3080 (1994)
- [8] E. Santamato et al., *Opt. Commun.*, **143**, p 57

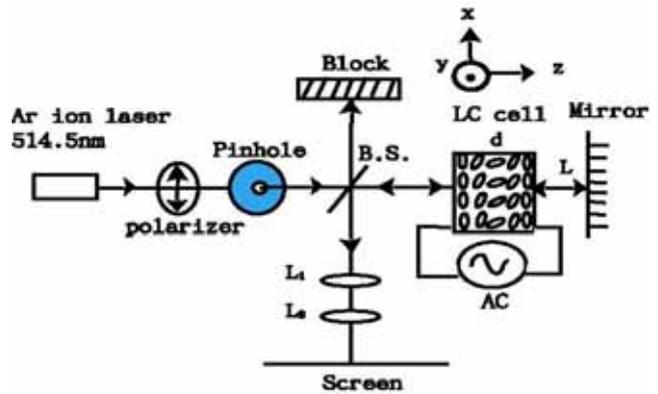
(1997)

- [9] T. Tschudi Et al., *Opt. Commun.*, **102**, p 115, (1993)

- [10] T. Tschudi Et al., *Phys. Rev. Lett.*, **84**, p 879 (2000)

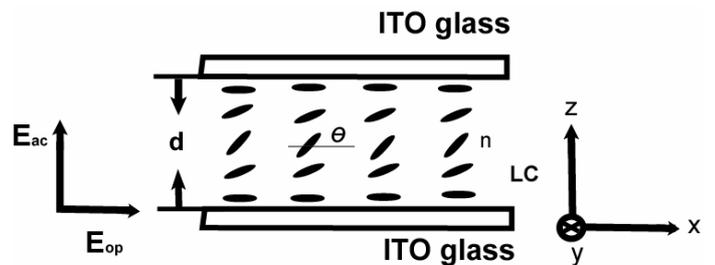
- [11] Hsu-Kuan Hsu, Shu-Hsia Chen and Yinchieh Lai, *Opt. Express*, **12**, p 1320 (2004)

六、附圖與表格

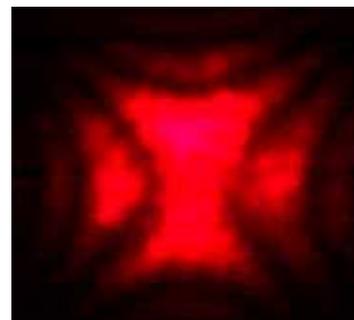


圖一 實驗裝置圖

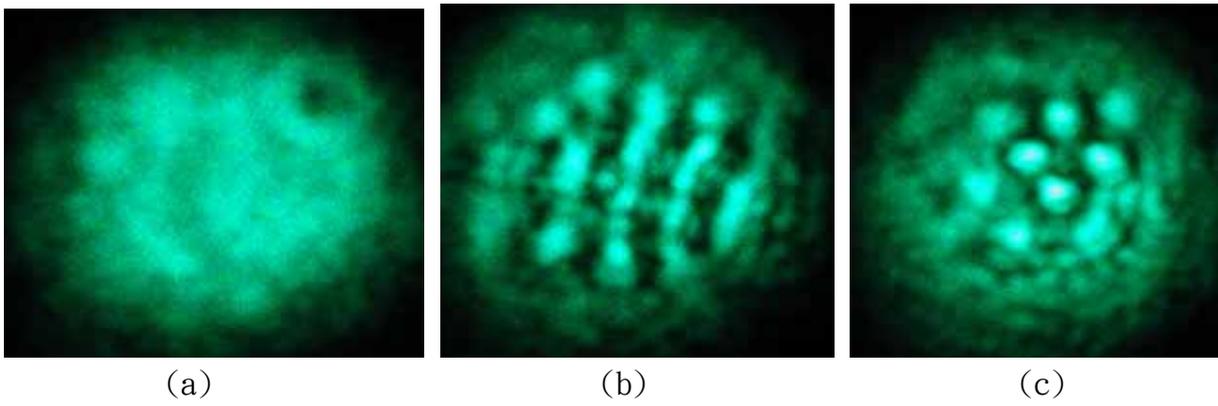
利用分光鏡在屏幕上觀察反射回樣品的雷射光的近場橫向圖像



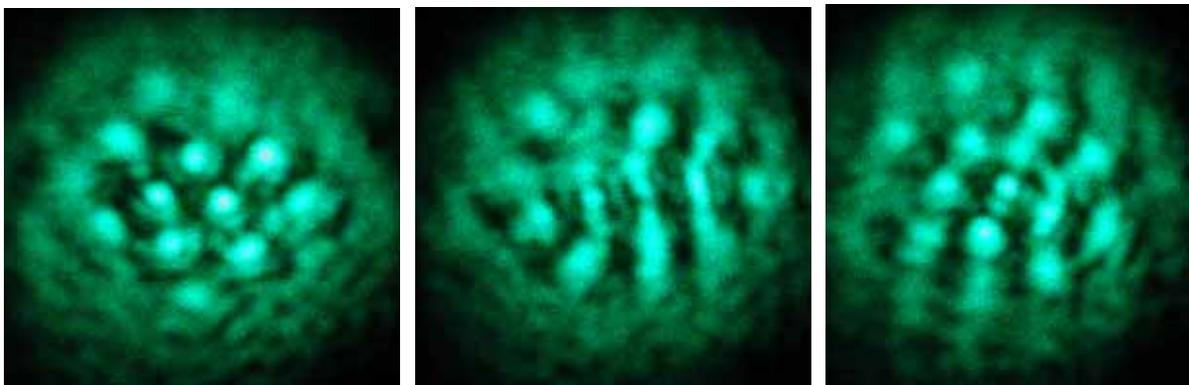
圖二 水平樣品在外加光場及電場作用下的示意圖



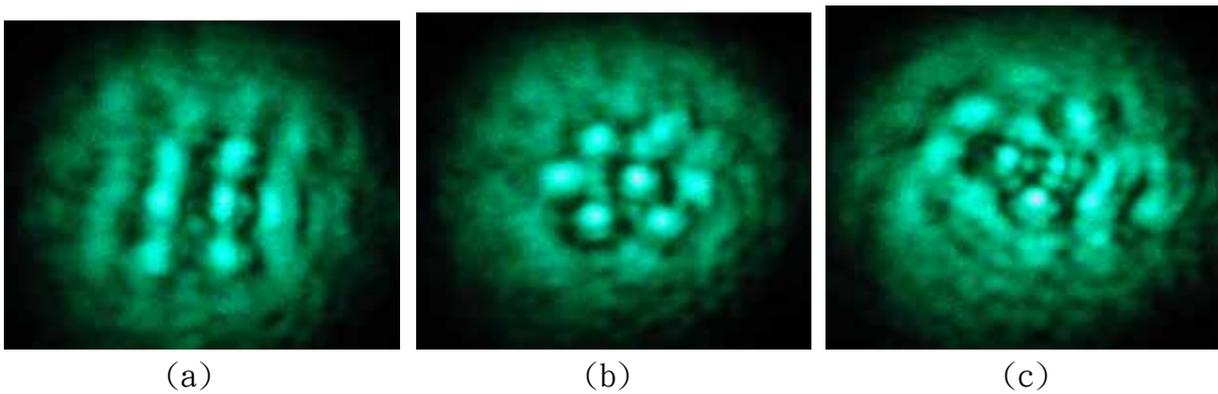
圖三 68μm 水平排列液晶樣品在聚光干涉儀下的圖樣



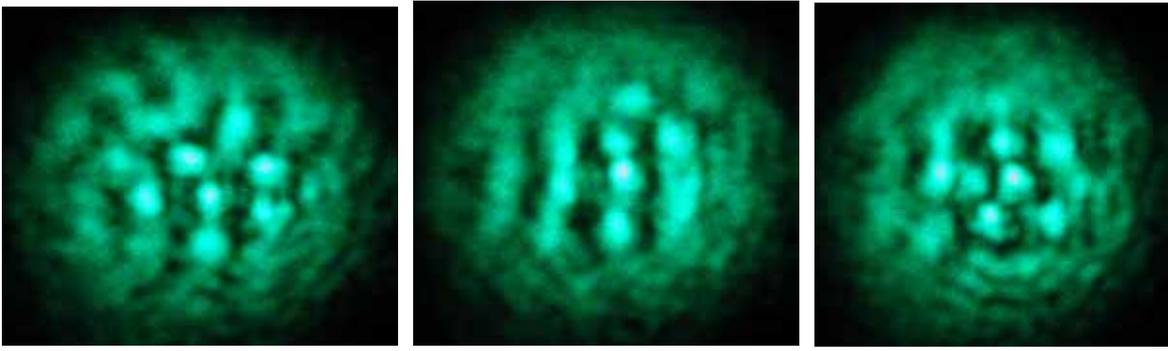
圖四 雷射光近場圖像觀察 (a) $V=0 V_{\text{rms}}$ (b) $V=1.032 V_{\text{rms}}$ (c) $V=1.114 V_{\text{rms}}$
 我們可以明顯的觀察到穩定的直條狀和六角狀圖像 (固定入射光場為 0.91 W)



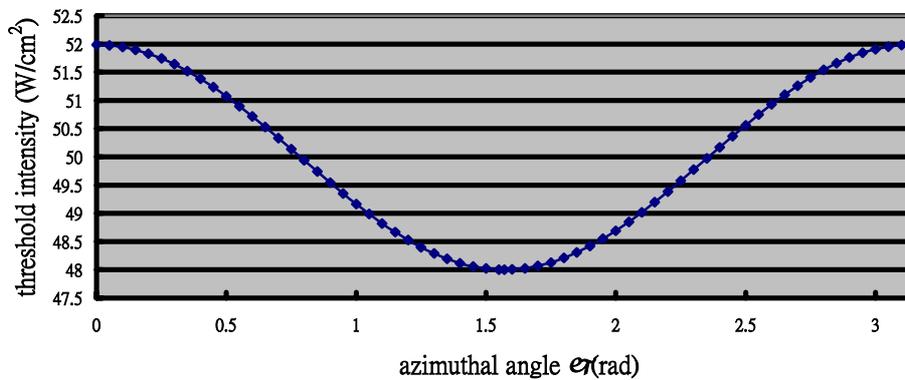
圖五 在外加電壓為 $1.096V_{\text{rms}}$ 時觀察到的雷射光近場圖像, 此時六角狀和直條狀的圖像交替出現且並不穩定. (固定入射光場為 0.91 W)



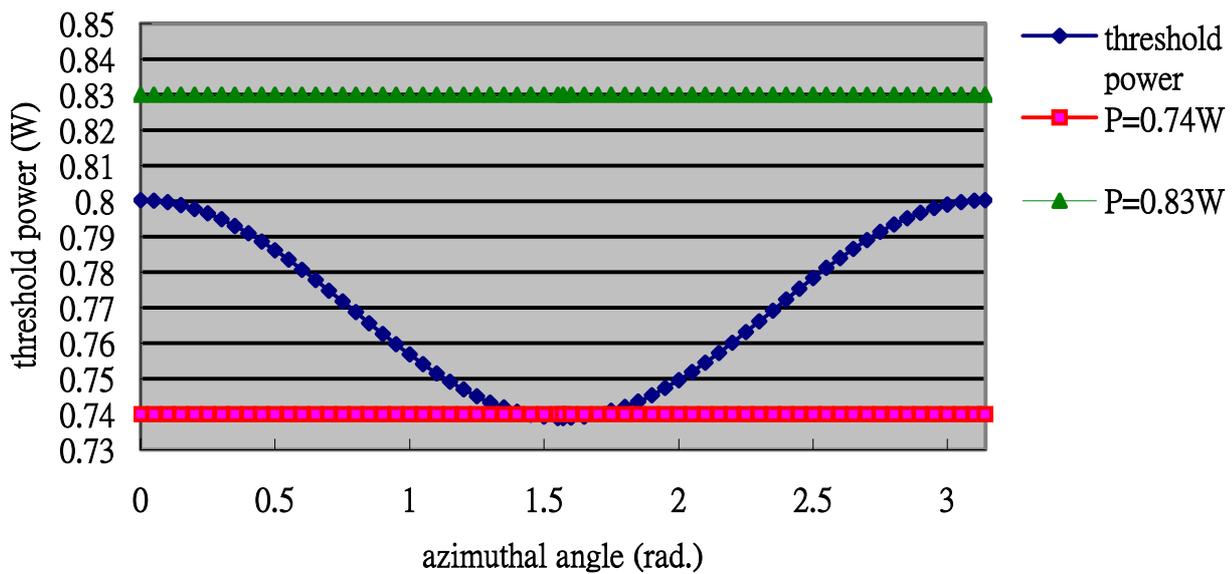
圖六 雷射光近場圖像觀察 (a) $P=0.78 \text{ W}$ (b) $P=0.83 \text{ W}$ (c) $P=0.98 \text{ W}$
 我們可以明顯的觀察到穩定的直條狀和六角狀圖像 (固定外加電壓為 $1.117 V_{\text{rms}}$)



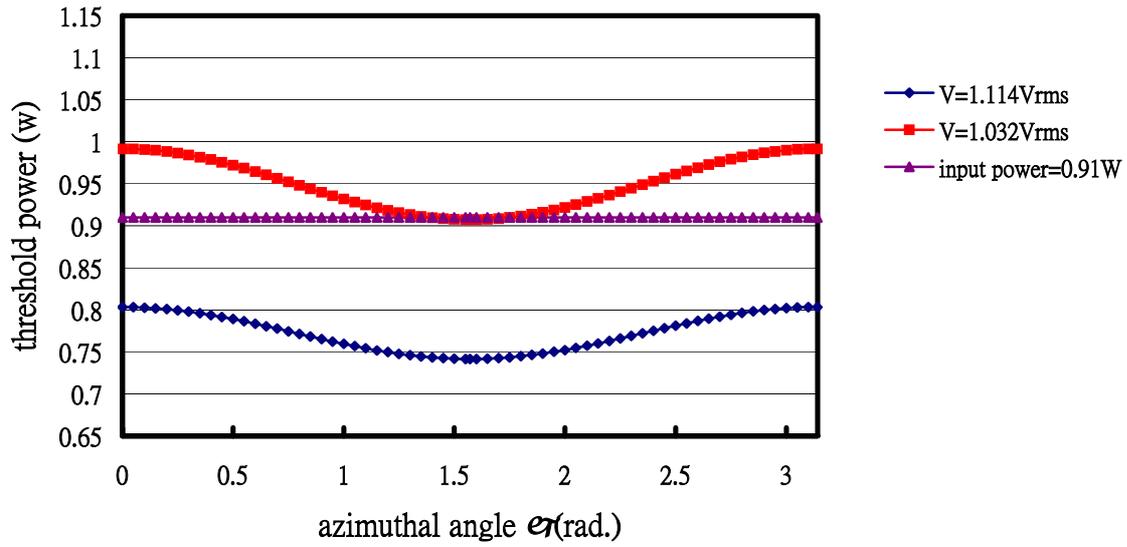
圖七 在入射光功率為 0.8 W 時觀察到的雷射光近場圖像，此時六角狀和直條狀的圖像交替出現且並不穩定。(固定外加電壓為 1.117 V_{rms})



圖八 圖像形成所需臨界光強非等向分佈曲線，最小臨界光強： $\phi=90^\circ$ ，最大臨界光強： $\phi=0^\circ$ 及 180° 。



圖九 固定外加電壓為 1.117 V_{rms} 理論臨界光功率分佈與實驗入射光功率的比較圖，很明顯的穩定直條狀圖像其入射光功率在最低臨界值附近，而穩定六角狀圖像在最高臨界值附近。



圖十 固定入射光為 0.91 W, 理論臨界光功率分佈與實驗入射光功率的比較圖, 很明顯的穩定直條狀圖像其入射光功率在最低臨界值附近, 而穩定六角狀圖像在最高臨界值附近.