

柔性儲存槽之隔震分析與試驗(1/2)

計畫類別： 個別型計畫 整合型計畫

計畫編號：NSC91-2211-E009-040

執行期間：91年8月1日至92年7月31日

計畫主持人：王彥博

共同主持人：

計畫參與人員：

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)： 精簡報告 完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

赴國外出差或研習心得報告一份

赴大陸地區出差或研習心得報告一份

出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份

國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、  
列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢

涉及專利或其他智慧財產權， 一年 二年後可公開查詢

執行單位：國立交通大學土木工程學系

中華民國 92 年 5 月 15 日

**中文摘要(關鍵詞：隔震、摩擦單擺支承、柔性儲存槽、動水壓、衝擊液壓、液面激盪)**

本文探討應用摩擦單擺隔震支承於儲存槽之可行性。由於摩擦單擺支承隔震結構其周期僅與滑動介面之曲率半徑有關，因此無論儲存量多寡其結構動力特性均不變且能完全掌握。本研究根據簡化之儲存槽模型，建立柔性儲存槽之運動方程式，進而分析柔性儲存槽之基本動力特性。數值模擬分析藉由不同之地震震波與強度，比較柔性與剛性儲存槽動力特性之差異，並進行一系列的參數研究。分析結果顯示，細長形柔性儲存槽由於槽壁的振動導致衝擊動態水壓增加，但隨著儲存水位降低其動態水壓之分佈則趨近剛性儲存槽之結果；矮胖形儲存槽動力行為近似剛性儲存槽，其動態水壓與剛性儲存槽之結果接近。此外，槽壁的振動與液面激盪位移之互制效應極微，故流體液面激盪位移可由剛性儲存槽估算之。

**英文摘要(Keywords: seismic isolation, friction pendulum bearing, flexible tank , dynamic pressure, impulsive pressure, sloshing)**

In this project, the feasibility of using the friction pendulum bearings (FPS) for seismic isolation of storage tanks is investigated. Since the fundamental period of an FPS-isolated structure depends only on the radius of curvature of the sliding interface, the dynamic characteristics of such an isolated tank is invariant and fully controllable, regardless of the level of fluid in store. In this study, the equation of motion of flexible tanks under seismic load has been derived based on a simplified model, which allows for analyzing the dynamic characteristics of flexible tanks. A series of numerical simulations has been conducted to explore the difference of dynamic characteristics between flexible and rigid tanks via different earthquakes of various intensity levels. Simulation results indicate that the impulsive pressure for slender tanks increases due to the vibration of the tank shell, while the distribution of the dynamic pressure becomes closer to rigid tanks as the storage level lowered. The dynamic properties of broad tanks are similar to rigid tanks as reflected from the distribution of dynamic pressure. Moreover, the coupling effect of surface sloshing with the shell vibration is found negligible in the cases studied, which suggests the sloshing displacement may be estimated from the hydrodynamic analysis of rigid tanks.

## 目錄

中文摘要.....	II
英文摘要.....	III
目錄.....	IV
表目錄.....	V
圖目錄.....	VI
一、前言.....	1
二、研究目的.....	1
三、文獻探討.....	1
四、研究方法.....	3
4.1 柔性儲存槽之流體動力分析.....	3
4.2 柔性儲存槽之流體 - 槽殼運動方程式.....	16
4.3 狀態空間法.....	18
五、實例分析.....	19
5-1 數值分析結果.....	20
5-1.1 動水壓分析結果.....	20
5-1.2 槽壁變形對液面激盪的影響.....	20
5-2 地震強度與水壓變化之關係.....	21
六、研究成果與結論.....	21
七、參考文獻.....	22
八、計劃成果自評.....	23
附錄 A.....	25
附錄 B.....	25
附錄 C.....	26
附錄 D.....	26

## 表目錄

表 1 儲存槽振動頻率 (Hz) .....	27
表 2 鋁製儲存槽振動頻率 (Hz) .....	27

## 圖目錄

圖 1 儲存槽模型示意圖 .....	28
圖 2 動水壓沿高度變化 ( H=72ft, input=El Centro 0.5g ) .....	29
圖 3 動水壓沿高度變化 ( H=54ft, input=El Centro 0.5g ) .....	30
圖 4 動水壓沿高度變化 ( H=36ft, input=El Centro 0.5g ) .....	31
圖 5 動水壓沿高度變化 ( H=18ft, input=El Centro 0.5g ) .....	32
圖 6 動水壓沿高度變化 ( H=72ft, input=Kobe 1g ) .....	33
圖 7 動水壓沿高度變化 ( H=54ft, input=Kobe 1g ) .....	34
圖 8 動水壓沿高度變化 ( H=36ft, input=Kobe 1g ) .....	35
圖 9 動水壓沿高度變化 ( H=18ft, input=Kobe 1g ) .....	36
圖 10 動水壓沿高度變化 ( H=72ft, input=Hachinohe 1g ) .....	37
圖 11 動水壓沿高度變化 ( H=54ft, input=Hachinohe 1g ) .....	38
圖 12 動水壓沿高度變化 ( H=36ft, input=Hachinohe 1g ) .....	39
圖 13 動水壓沿高度變化 ( H=18ft, input=Hachinohe 1g ) .....	40
圖 14 動水壓沿高度變化 ( H=16ft, input=El Centro 0.5g ) .....	41
圖 15 動水壓沿高度變化 ( H=12ft, input=El Centro 0.5g ) .....	42
圖 16 動水壓沿高度變化 ( H=16ft, input=Kobe 1g ) .....	43
圖 17 動水壓沿高度變化 ( H=12ft, input=Kobe 1g ) .....	44
圖 18 動水壓沿高度變化 ( H=16ft, input=Kobe 0.8g ) .....	45
圖 19 動水壓沿高度變化 ( H=16ft, input=Kobe 0.4g ) .....	46
圖 20 動水壓沿高度變化 ( H=16ft, input=Hachinohe 1g ) .....	47
圖 21 動水壓沿高度變化 ( H=12ft, input=Hachinohe 1g ) .....	48
圖 22 動水壓沿高度變化 ( H=16ft, input=Hachinohe 0.8g ) .....	49
圖 23 動水壓沿高度變化 ( H=12ft, input=Hachinohe 0.8g ) .....	50
圖 24 動水壓沿高度變化 ( H=16ft, input=Hachinohe 0.4g ) .....	51
圖 25 動水壓沿高度變化 ( H=12ft, input=Hachinohe 0.4g ) .....	52
圖 26 激盪位移歷時圖 ( El Centro 0.5g ) .....	53
圖 27 激盪位移歷時圖 ( El Centro 0.34g ) .....	54
圖 28 激盪位移歷時圖 ( Kobe 1g ) .....	55
圖 29 激盪位移歷時圖 ( Kobe 0.8g ) .....	56
圖 30 激盪位移歷時圖 ( Kobe 0.4g ) .....	57
圖 31 激盪位移歷時圖 ( Hachinohe 1g ) .....	58
圖 32 激盪位移歷時圖 ( Hachinohe 0.8g ) .....	59
圖 33 激盪位移歷時圖 ( Hachinohe 0.4g ) .....	60
圖 34 地震強度對動水壓之影響 ( El Centro 0.34g&0.5g ) .....	61
圖 35 地震強度對動水壓之影響 ( Kobe 0.4g、0.8g&1g ) .....	62
圖 36 地震強度對動水壓之影響 ( Hachinohe 0.4g、0.8g&1g ) .....	63

## 一、前言

石化工業對於我國經濟的成長與繁榮扮演舉足輕重的角色。石化工業對於其原料或產品，無論是氣體或油料，均需依其特性已適當型式的儲存槽加以存放，並以地下管線作為輸送之管道。由於台灣位處地震帶，石化儲存槽與地下管線的耐震能力與安全檢核十分重要。儲存槽或地下管線一旦發生破裂，不僅會造成生產系統的癱瘓，若其所儲存、輸送之有毒或易燃物外洩，將立即造成環境污染或火災等二度傷害，付出極大的社會成本。九二一地震後，國內建築耐震設計震力係數提高，新建之工業儲存槽應如何設計以滿足規範之要求須進行研究。而既存、老舊之儲存槽耐震設計標準較為寬鬆且逐漸老化，公共安全實隱藏潛在危機，工業儲存槽耐震設計及補強新技術之研發工作刻不容緩。

## 二、研究目的

石化工業對於我國經濟的成長與繁榮扮演舉足輕重的角色。石化工業對於其原料或產品，無論是氣體或油料，均需依其特性已適當型式的儲存槽加以存放，並以地下管線作為輸送之管道。由於台灣位處地震帶，石化儲存槽與地下管線的耐震能力與安全檢核十分重要。儲存槽或地下管線一旦發生破裂，不僅會造成生產系統的癱瘓，若其所儲存、輸送之有毒或易燃物外洩，將立即造成環境污染或火災等二度傷害，付出極大的社會成本。九二一地震後，國內建築耐震設計震力係數提高，新建之工業儲存槽應如何設計以滿足規範之要求須進行研究。而既存、老舊之儲存槽耐震設計標準較為寬鬆且逐漸老化，公共安全實隱藏潛在危機，工業儲存槽耐震設計及補強新技術之研發工作刻不容緩。

儲存槽破壞的機制主要有：一、過大之軸壓力與彎矩造成槽殼挫屈；二、液體動態壓力造成槽頂破壞；三、基礎不均勻下陷造成之破壞...等。其中槽殼挫屈主要是由地震所導致，例如 1964 年日本 Niigata 地震、Sendai 地震及美國 Alaska 地震中，油槽即受到嚴重損壞，並造成火災與環境污染的後果。本計劃擬針對儲存槽之耐震行為進行深入研究，發展有效的防震技術。

隔震技術應用於結構耐震至今已有二十多年的歷史，它不但可以應用於新建之結構，亦能應用於老舊房屋、橋樑之耐震補強。目前國內外有關隔震的研究多係針對房屋及橋樑結構，大型儲存槽的應用仍不多。儲存槽不同於一般土木結構，其重量隨存量多寡而變化，有些則存放如液態瓦斯之低溫物質，因此橡膠類隔震支承並不適用。由於摩擦單擺支承隔震結構其周期僅與滑動介面之曲率半徑有關，因此無論儲存量多寡其結構動力特性均能完全掌握，且其不銹鋼材質在低溫下不會如橡膠般產生脆化，因此應用在儲存槽較為可行，目前已有應用實例—如美國 ISP 公司之 Ammonia 儲存槽、美國 Dow Chemical 公司之緊急備水槽及希臘公共瓦斯公司之大型液態天然瓦斯儲存槽【1】。惟在引進這項隔震技術前，仍須進行本土之研究及實驗，俾便更充分掌握其結構特性，建立隔震儲存槽之設計、分析與評估能力，並有助於研擬設計準則及設計程序。

## 三、文獻探討

儲存槽流體動力理論之發展已有四十多年的歷史，最早可追溯至 1957 年，Housner 首先提出矩形及圓形儲存槽在地震作用下的動力反應分析【2】。他假設槽體為剛性，並錨定在堅硬之基礎上，將儲存槽模擬為一單自由度系統，動水壓則分成衝擊壓(impulsive pressure)及對流壓(convective pressure)兩個部分 - 衝擊壓是液體隨槽殼之加速度運動所直接造成，對流壓則是液體在槽殼內激盪所形成。此後，陸續有許多研究提出分析與設

計儲存槽的方法。Haroun 及 Housner【3-5】針對圓形儲存槽，考慮流體具不可壓縮 (incompressible) 非旋性(irrotational)及非黏性(invicid)等性質，由拉普拉斯方程式(Laplace equation)建立流體動力方程式；在槽殼分析上採用彈性薄壁理論並建立有限元素分析模式，並分別探討由靜水壓力所導致之初始環狀應力影響、液體表面激盪與槽殼振動之關係、土壤柔性及儲槽頂蓋剛性之影響。其研究結果指出，液體表面激盪與槽殼振動間之交互影響極微，並建議有關衝擊 (Impulsive) 壓力之計算可忽略液體表面激盪運動，至於對流 (Convective) 壓力則可根據剛性儲存槽之流體動力分析模式計算；此外，其研究亦發現儲存槽之  $\cos n\theta$  自然振動模態主要係由於儲存槽製作之誤差所致，而儲槽的動力特性係以  $\cos\theta$  之自然振動模態最為重要。Haroun 及 Ellaithy【6】進一步考慮柔性儲存槽基礎板之水平及轉動自由度，並分別求得等效基底剪力與傾覆力矩以評估其動力行為。接續 Haroun 及 Ellaithy【6】研究，Haroun 及 Wajdi【7】探討土壤-儲槽互制效應承受水平地震力特性，其結論顯示儲槽反應因為考慮互制行為而放大，其放大參數則由土壤剪力波速與儲槽幾何性質控制 例如較鬆軟土壤及較細長儲槽動力放大效應越為顯著。柔性儲存槽之地震反應有別於剛性儲存槽，槽殼之柔性將使其地震反應大於承受相同激振之剛性儲存槽【3-8】；Tang【9】考慮槽內液體密度沿液體高度遞增，在動壓力推導上只考慮衝擊 (Impulsive) 壓力於流體-槽殼系統並且忽略對流 (Convective) 壓力所造成影響，其結果指出當液體高度與槽殼半徑比在 0.3 至 0.12 之間，柔性儲存槽之地震反應可用剛性儲存槽結果來估計。

國內有關儲存槽耐震問題之研究不多。賴世聲與蔡益超【10】針對中油既有之大型儲油槽，以簡化之質點集中動力模型探討儲油槽在地震作用下之基本動力特性，並進行現場不同水位高度微振動加速度之量測驗證其理論分析，惟其分析並未對於儲槽內液體表面激盪運動行為加以模擬；田堯彰及王宗鴻【11,12】比較 API 650 與我國建築技術規則之設計反應譜，並針對油槽各種可能的破壞機制提出安全評估準則；陳永祥【13,14】應用防震水箱置於高樓建築頂層達成減震效益評估，有關流體動力特性之模擬，係引用非線性淺水波理論 (Nonlinear shallow water theory)，建立水箱承受水平簡諧擾動之水分子運動方程式，再利用數值分析計算波高、波壓及水箱之剪力，配合矩形水箱模型試驗加以驗證；更針對黏彈性基礎儲油槽動力特性與地震反應進一步研究。

前述文獻中，僅考慮剛性或柔性儲存槽在基座固定時之動力分析。在隔震情況下，欲建立槽殼與流體動力行為之解析模式，必須結合流體動力與結構動力的理論。此外，由於摩擦單擺支承之行為具高度非線性，隔震儲存槽之地震反應分析為一相當複雜之非線性動力分析問題。Wang 及 Jwo【15】；Wang, Teng 及 Chung【16】由拉普拉斯方程式推導剛性儲存槽之流體動力分析模式，計算液面激盪反應及動態液壓，並由動態液壓與基底剪力及翻覆力矩之關係建立等效彈簧—質塊系統，進而與 FPS 隔震元素結合建立隔震儲存槽之結構—流體動力方程式，王彥博、鄧敏政與鍾國懷【17】利用上述發展之理論分析，進行摩擦單擺支承隔震儲存槽振動台試驗，試驗結果顯示，在各種地震下摩擦單擺支承對儲存槽均有減震結果，且地震強度愈大時減震效果愈明顯，水位高度對隔震效益則無一定之影響。此外，根據 Wang 等人提出之剛性儲存槽結構-流體動力分析模式所完成之數值模擬分析與試驗結果有相當程度之契合，顯示其理論分析模式足以預測滑動隔震儲存槽之高度非線性結構-流體動力行為。有關柔性儲存槽之隔震分析，目前僅見 Zayas 等人【1】利用有限元素分析 FPS 隔震儲存槽之動態反應，然而該研究報告並未提

出結構 - 流體動力分析理論(Structural-hydrodynamic)之完整論述。

#### 四、研究方法

儲存槽之流體動力分析理論十分複雜，1980年 Haroun 提出剛性儲存槽之單層流體動力分析理論，考慮流體為不可壓縮 (incompressible)、非旋性 (irrotational) 及非黏性 (inviscid)，由拉普拉斯方程式 (Laplace equation) 建立儲存槽在地震作用下之流體動力方程式，並建立剛性儲存槽之流體動態水壓與儲槽基座剪力及傾覆力矩之關係，進而將儲存槽之流體動態反應機制轉化成等效之多自由度彈簧—質塊系統，奠定今日剛性儲存槽的流體動力分析模式；1981年 Fujita 將流體動力方程式與柔性儲存槽動力方程式結合，建立包含流體自由液面激盪反應之柔性儲存槽結構—流體動力系統；1982年，Haroun 之研究指出柔性儲存槽之流體激盪頻率受柔性儲存槽之振動頻率影響甚小。本節將依據 Haroun 之理論首先由推導拉普拉斯方程式得到含流體自由液面激盪反應之流場速度勢，並利用 Lagrange's Equation 建立柔性儲存槽之運動方程式，再推導出柔性儲存槽結構 - 流體耦合(shell-liquid coupled system) 之動力系統。並介紹狀態空間法 (state-space procedure)。

##### 4.1 柔性儲存槽之流體動力分析

茲考慮一柔性之圓柱型儲存槽，如圖 1，採用包括徑向( $r$ )、角度( $\theta$ )及高度( $z$ )之圓柱座標系統。槽殼之徑向位移以  $w(z, \theta, t)$  表示。

假設液體具不可壓縮性(incompressible)、非旋性(irrotational)及非黏滯性(inviscid)，儲存槽在  $\theta = 0$  的方向受到地表加速度  $\ddot{x}_g$  之擾動，根據流體力學理論，若  $\mathbf{F}$  代表一非旋轉 (irrotational) 的流場，則由向量分析可知，必存在一個純量函數  $\phi$  使得  $\mathbf{F} = \nabla\phi$ ， $\phi$  即稱為此流場之速度勢(velocity potential)，此外，由流體之連續條件，可知流場  $\mathbf{F}$  需滿足

$$\operatorname{div}(\rho_l \mathbf{F}) = -\frac{\partial \rho_l}{\partial t} \quad (4.1-1)$$

其中  $\rho_l$  為流體之密度。

當流體為不可壓縮時， $\rho_l$  為常數，因此式(4.1-1)可簡化為

$$\operatorname{div}(\mathbf{F}) = 0 \quad (4.1-2a)$$

$$\text{或 } \nabla \cdot (\nabla \phi) = \nabla^2 \phi = 0 \quad (4.1-2b)$$

即拉普拉斯方程式(Laplace Equation)。

將式(4.1-2b)展開，即得到

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (4.1-3)$$

由速度勢函數可計算流體在  $\mathbf{n}$  方向之速率  $v_n = \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} = \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{n}}$  ; 此外, 動態液壓力

$$p = -\rho_l \frac{\partial \phi}{\partial t}.$$

速度勢  $\phi(r, \theta, z, t)$  須滿足下列邊界條件:

$$(1) \left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \quad (4.1-4a)$$

因不考慮垂直地震力, 液體速度在槽底 ( $z = 0$ ) 的地方為零;

$$(2) \left. \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|_{r=R} = \dot{w}(z, \theta, t) \cos \theta + \dot{x}_g \cos \theta \quad (4.1-4b)$$

液體之徑向速度和柔性槽殼在槽壁 ( $r = R$ ) 之速度一致, 其中  $w(z, \theta, t)$  為槽壁之徑向位移,  $\dot{x}_g$  為地表之速度。

在靜止液面,  $z = H + d(r, \theta, t)$ , 有兩個條件必須加以考慮,

(1) 流體沒有產生剝離(separation)的現象, (2) 另外需滿足 Bernoulli Equation,

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{p}{\rho_l} + \frac{1}{2} \nabla \phi \cdot \nabla \phi + g(z - H) = 0$$

得知自由液面上之壓力為零, 因此在自由液面上可以得到以下兩個邊界條件:

$$(3) \rho_l \left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|_{z=H} + \rho_l g d = 0 \quad (4.1-4c)$$

此為自由液面的壓力平衡式, 其中  $g$  為重力加速度。(附錄 A)

$$(4) \left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=H} = \frac{\partial d}{\partial t} \quad (4.1-4d)$$

此為自由液面垂直速度的一致性。

$d(r, \theta, t)$  為自由液面上任一位置相對於靜止表面(quiescent liquid free surface)之垂直波動位移。

由分離變數法, 令  $\phi = \hat{R}(r)\hat{\theta}(\theta)\hat{Z}(z)\hat{T}(t)$

代入 (4.1-3) 式

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \hat{R}}{\partial r^2} \hat{\theta} \hat{Z} \hat{T} + \frac{1}{r} \frac{\partial \hat{R}}{\partial r} \hat{\theta} \hat{Z} \hat{T} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \hat{\theta}}{\partial \theta^2} \hat{R} \hat{Z} \hat{T} + \frac{\partial^2 \hat{Z}}{\partial z^2} \hat{R} \hat{\theta} \hat{T} = 0 \quad (4.1-5)$$

將上式同除以  $\hat{R}\hat{\theta}\hat{Z}\hat{T}$ ，可得到

$$\frac{1}{\hat{R}} \frac{\partial^2 \hat{R}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{1}{\hat{R}} \frac{\partial \hat{R}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{1}{\hat{\theta}} \frac{\partial^2 \hat{\theta}}{\partial \theta^2} + \frac{1}{\hat{Z}} \frac{\partial^2 \hat{Z}}{\partial z^2} = 0 \quad (4.1-6)$$

再將 (4.1-6) 式乘上  $r^2$ ，而得到

$$\frac{r^2}{\hat{R}} \frac{\partial^2 \hat{R}}{\partial r^2} + \frac{r}{\hat{R}} \frac{\partial \hat{R}}{\partial r} + \frac{1}{\hat{\theta}} \frac{\partial^2 \hat{\theta}}{\partial \theta^2} + \frac{r^2}{\hat{Z}} \frac{\partial^2 \hat{Z}}{\partial z^2} = 0 \quad (4.1-7)$$

或

$$\frac{r^2}{\hat{R}} \frac{\partial^2 \hat{R}}{\partial r^2} + \frac{r}{\hat{R}} \frac{\partial \hat{R}}{\partial r} + \frac{r^2}{\hat{Z}} \frac{\partial^2 \hat{Z}}{\partial z^2} = -\frac{1}{\hat{\theta}} \frac{\partial^2 \hat{\theta}}{\partial \theta^2} \quad (4.1-8)$$

上式等號兩邊為不同自變數之函數，若要相等除非兩邊皆等於同一常數才有可能。茲令其等於常數  $n^2$  ( $-n^2$  不合)，則可得以下二式：(附錄 B)

$$\frac{r^2}{\hat{R}} \frac{\partial^2 \hat{R}}{\partial r^2} + \frac{r}{\hat{R}} \frac{\partial \hat{R}}{\partial r} + \frac{r^2}{\hat{Z}} \frac{\partial^2 \hat{Z}}{\partial z^2} = n^2 \quad (4.1-9)$$

$$\frac{\partial^2 \hat{\theta}}{\partial \theta^2} + n^2 \hat{\theta} = 0 \quad (4.1-10)$$

首先求解  $\hat{\theta}(\theta)$ 。(4.1-10) 式之通解如下：

$$\hat{\theta}(\theta) = A \cos(n\theta) + B \sin(n\theta) \quad (4.1-11)$$

其中未定係數 A, B 利用幾何對稱性關係，亦即

$$\hat{\theta}(\theta) = \hat{\theta}(-\theta)$$

(4.1-12) 可求出  $B=0$ ，則式(4.1-11)可簡化為

$$\hat{\theta}(\theta) = A \cos(n\theta) \quad (4.1-12)$$

另由 (4.1-9) 式，可進而得到

$$\frac{1}{\hat{R}} \frac{\partial^2 \hat{R}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{1}{\hat{R}} \frac{\partial \hat{R}}{\partial r} - \frac{n^2}{r^2} = -\frac{1}{\hat{Z}} \frac{\partial^2 \hat{Z}}{\partial z^2} \quad (4.1-13)$$

同樣地，因上式等號兩邊為不同自變數之函數，除非兩邊皆等於同一常數才有可能相等。茲令其等於常數  $\lambda$ ，亦即

$$\frac{1}{\hat{R}} \frac{\partial^2 \hat{R}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{1}{\hat{R}} \frac{\partial \hat{R}}{\partial r} - \frac{n^2}{r^2} = \lambda \quad (4.1-14)$$

及

$$-\frac{1}{\hat{Z}} \frac{\partial^2 \hat{Z}}{\partial z^2} = \lambda \quad (4.1-15)$$

將式(4.1-14)乘上  $r^2 \hat{R}$ ，經整理後可得

$$r^2 \frac{\partial^2 \hat{R}}{\partial r^2} + r \frac{\partial \hat{R}}{\partial r} - (r^2 \lambda + n^2) \hat{R} = 0 \quad (4.1-16)$$

此外，式(4.1-15)可改寫為

$$\frac{\partial^2 \hat{Z}}{\partial z^2} + \lambda \hat{Z} = 0 \quad (4.1-17)$$

茲針對  $\lambda$  為正、負及零等三種狀況討論其解。

(a) 令  $\lambda = -k^2, k \in R$  且  $k > 0$

則式 (4.1-16) 可表示成一貝索方程式(Bessel's differential equation)如下

$$r^2 \frac{\partial^2 \hat{R}}{\partial r^2} + r \frac{\partial \hat{R}}{\partial r} + (r^2 k^2 - n^2) \hat{R} = 0 \quad (4.1-18)$$

其通解為

$$\hat{R}(r) = A_{1n} J_n(kr) + A_{2n} Y_n(kr) \quad (4.1-19)$$

其中

$J_n$  為  $n$  階第一類貝索函數；

$Y_n$  為  $n$  階第二類貝索函數；

$A_{1n}$ 、 $A_{2n}$  為待定常數。

由於  $\lim_{r \rightarrow 0} Y_n(kr) \rightarrow -\infty$ ，顯然與物理現象不符，因此  $A_{2n}$  必須等於 0，其解可簡化為

$$\hat{R}(r) = A_{1n} J_n(kr) \quad (4.1-20)$$

另一方面，當  $\lambda < 0$  時，式(4.1-17)可改寫為

$$\frac{\partial^2 \hat{Z}}{\partial z^2} - k^2 \hat{Z} = 0 \quad (4.1-21)$$

$$\text{其通解為 } \hat{Z}(z) = B_1 \cosh(kz) + B_2 \sinh(kz) \quad (4.1-22)$$

其中  $B_1, B_2$  為待定常數。

由槽底界面垂直向速度為零之邊界條件，亦即

$$\frac{\partial \phi}{\partial z}(r, \theta, 0, t) = 0 = \hat{R} \hat{\theta} \hat{T} \frac{\partial \hat{Z}}{\partial z} \Big|_{z=0} \quad (4.1-23)$$

或相當於

$$\frac{\partial \hat{Z}}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \quad (4.1-24)$$

可得  $B_2 = 0$ ，因此式 (4.1-21) 可簡化為

$$\hat{Z}(z) = B_1 \cosh(kz) \quad (4.1-25)$$

綜合前述結果可知，當  $\lambda < 0$  時，速度場

$$\phi = \phi_1 = \sum_{n=1}^{\infty} [A_{1n} J_n(kr)] [A \cos(n\theta)] [B_1 \cosh(kz)] \hat{T}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{T}_{1n}(t) \cos(n\theta) J_n(kr) \cosh(kz) \quad (4.1-26)$$

$$\text{其中 } \hat{T}_{1n}(t) = A_{1n} A B_1 \hat{T}(t)$$

(b) 令  $\lambda = 0$

將 (4.1-16) 式改寫如下：

$$r^2 \frac{\partial^2 \hat{R}}{\partial r^2} + r \frac{\partial \hat{R}}{\partial r} - n^2 \hat{R} = 0 \quad (4.1-27)$$

其通解如下

$$\hat{R}(r) = D_{1n} r^n + D_{2n} r^{-n} \quad (4.1-28)$$

由於  $\lim_{r \rightarrow 0} r^{-n} = \infty$ ，故須  $D_{2n} = 0$ ，否則此解將與物理現象不符。因此， $\hat{R}(r)$  可簡化為

$$\hat{R}(r) = D_{1n} r^n \quad (4.1-29)$$

另一方面，當  $\lambda = 0$  時，式(4.1-17)可表示為

$$\frac{\partial^2 \hat{Z}}{\partial z^2} = 0 \quad (4.1-30)$$

其通解為

$$\hat{Z}(z) = B_5 z + B_6 \quad (4.1-31)$$

同樣地，由式(4.1-24)之條件可得  $B_5 = 0$ ，因此

$$\hat{Z}(z) = B_6 \quad (4.1-32)$$

綜合前述結果

$$\phi = \phi_2 = \sum_{n=1}^{\infty} B_6 (D_{1n} r^n) (A \cos n\theta) \hat{T}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{T}_{2n}(t) \cos(n\theta) r^n \quad (4.1-33)$$

$$\text{其中 } \hat{T}_{2n} = A B_6 D_{1n} \hat{T}(t)$$

(c) 令  $\lambda = +\mu^2, \mu > 0$

則式 (4.1-16) 可改寫如下：

$$r^2 \frac{\partial^2 \hat{R}}{\partial r^2} + r \frac{\partial \hat{R}}{\partial r} - (r^2 \mu^2 + n^2) \hat{R} = 0 \quad (4.1-34)$$

其通解如下

$$\hat{R}(r) = C_{1n} I_n(\mu r) + C_{2n} K_n(\mu r) \quad (4.1-35)$$

其中

$I_n$  為  $n$  階第一類修正貝索函數；

$K_n$  為  $n$  階第二類修正貝索函數；

$C_{1n}$ 、 $C_{2n}$  為待定係數

由於  $\lim_{r \rightarrow 0} K_n(\mu r) = \infty$ ，因此  $C_{2n}$  必須為 0，否則此解將與物理現象不符，故  $\hat{R}(r)$  可簡化為

$$\hat{R}(r) = C_{1n} I_n(\mu r) \quad (4.1-36)$$

另一方面，當  $\lambda = \mu^2$  時，式(4.1-17)可表示為

$$\frac{\partial^2 \hat{Z}}{\partial z^2} + \mu^2 \hat{Z} = 0 \quad (4.1-37)$$

其通解如下

$$\hat{Z}(z) = B_3 \cos(\mu z) + B_4 \sin(\mu z) \quad (4.1-38)$$

同樣地，由式(4.1-24)之條件可得  $B_4 = 0$ ，因此

$$\hat{Z}(z) = B_3 \cos(\mu z) \quad (4.1-39)$$

綜合前述結果，當  $\lambda > 0$  時，可得

$$\phi = \phi_3 = \sum_{n=1}^{\infty} (C_{1n} I_n(\mu r)) (A \cos n\theta) B_3 \cos(\mu z) \hat{T}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{T}_{3n}(t) \cos(n\theta) I_n(\mu r) \cos(\mu z) \quad (4.1-40)$$

$$\text{其中 } \hat{T}_{3n}(t) = C_{1n} A B_3 \hat{T}(t)$$

藉由以上三種情況之討論，整體而言，流場速度勢

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 \quad (4.1-41)$$

$$\phi_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{T}_{1n}(t) \cos(n\theta) J_n(kr) \cosh(kz) \quad (4.1-42)$$

$$\phi_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{T}_{2n}(t) \cos(n\theta) \left(\frac{r}{R}\right)^n \quad (4.1-43)$$

$$\phi_3 = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{T}_{3n}(t) \cos(n\theta) I_n(\mu r) \cos(\mu z) \quad (4.1-44)$$

將  $\phi_1$ 、 $\phi_2$  及  $\phi_3$  對於邊界條件式(4.1-4b)與(4.1-4c)滿足的情況加以討論，可將速度勢分為與槽殼作同步運動之衝擊速度勢，以及流體對槽壁作對流運動之流體速度勢。

首先， $\phi$  須滿足邊界條件(4.1-4c)，茲分別考慮三種情況：

第一種情況

$$\left. \frac{\partial \phi_1}{\partial t} \right|_{z=H} = gd(r, \theta, t) \quad (4.1-45a)$$

$$\left. \frac{\partial \phi_2}{\partial t} \right|_{z=H} = 0 \quad (4.1-45b)$$

$$\left. \frac{\partial \phi_3}{\partial t} \right|_{z=H} = 0 \quad (4.1-45c)$$

第二種情況

$$\left. \frac{\partial \phi_1}{\partial t} \right|_{z=H} = 0 \quad (4.1-46a)$$

$$\left. \frac{\partial \phi_2}{\partial t} \right|_{z=H} = gd(r, \theta, t) \quad (4.1-46b)$$

$$\left. \frac{\partial \phi_3}{\partial t} \right|_{z=H} = 0 \quad (4.1-46c)$$

第三種情況

$$\left. \frac{\partial \phi_1}{\partial t} \right|_{z=H} = 0 \quad (4.1-47a)$$

$$\left. \frac{\partial \phi_2}{\partial t} \right|_{z=H} = 0 \quad (4.1-47b)$$

$$\left. \frac{\partial \phi_3}{\partial t} \right|_{z=H} = gd(r, \theta, t) \quad (4.1-47c)$$

其中第二種情況及第三種情況之結果均會發生矛盾不合理的情況（詳見附錄 C），本處

僅針對第一種情況推導

由式(4.1-45c)

$$\left. \frac{\partial \phi_3}{\partial t} \right|_{z=H} = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{T}_{3n}(t) \cos(n\theta) I_n(\mu r) \cos(\mu H) = 0$$

欲上式恆成立，必須滿足  $\cos(\mu H) = 0$  之條件

因此，

$$\mu_i H = \frac{(2i-1)\pi}{2} = \lambda_i \quad (i = 1, 2, \dots, \infty)$$

或

$$\mu_i = \frac{\lambda_i}{H}$$

將上式代回式 (4.1-44) 中得到

$$\phi_3 = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} \hat{T}_{3ni}(t) \cos(n\theta) I_n\left(\frac{\lambda_i}{H} r\right) \cos\left(\frac{\lambda_i}{H} z\right) \quad (4.1-48)$$

當儲存槽受到地震擾動時，若不考慮儲存槽圓周不完美的情況，只有  $\cos\theta$ -mode 會被激發，因此只考慮  $n=1$ 。則式 (4.1-42)、式 (4.1-43) 及式 (4.1-44) 可簡化如下：

$$\phi_1 = \hat{T}_1(t) \cos\theta J_1(kr) \cosh(kz) \quad (4.1-49)$$

$$\phi_2 = \hat{T}_2(t) (\cos\theta) \frac{r}{R} \quad (4.1-50)$$

$$\phi_3 = \sum_{i=1}^{\infty} \hat{T}_{3i}(t) (\cos\theta) I_1\left(\frac{\lambda_i}{H} r\right) \cos\left(\frac{\lambda_i}{H} z\right) \quad (4.1-51)$$

此外， $\phi$  亦須滿足徑向速度一致之邊界條件，即式 (4.1-4b)，因此

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|_{r=R} = \dot{w}(z, t) \cos\theta + \dot{x}_g \cos\theta$$

其中  $w(z, t)$  為槽殼之徑向位移。

茲分為下列三種情況討論

第一種情況

$$\left. \frac{\partial \phi_1}{\partial r} \right|_{r=R} = 0 \quad (4.1-52a)$$

$$\left. \frac{\partial \phi_2}{\partial r} \right|_{r=R} = \dot{x}_g(t) \cos\theta \quad (4.1-52b)$$

$$\left. \frac{\partial \phi_3}{\partial r} \right|_{r=R} = \dot{w}(z, t) \cos\theta \quad (4.1-52c)$$

第二種情況

$$\left. \frac{\partial \phi_1}{\partial r} \right|_{r=R} = \dot{x}_g(t) \cos\theta \quad (4.1-53a)$$

$$\left. \frac{\partial \phi_2}{\partial r} \right|_{r=R} = 0 \quad (4.1-53b)$$

$$\left. \frac{\partial \phi_3}{\partial r} \right|_{r=R} = \dot{w}(z, t) \cos\theta \quad (4.1-53c)$$

### 第三種情況

$$\left. \frac{\partial \phi_1}{\partial r} \right|_{r=R} = \dot{w}(z, t) \cos \theta \quad (4.1-54a)$$

$$\left. \frac{\partial \phi_2}{\partial r} \right|_{r=R} = \dot{x}_g(t) \cos \theta \quad (4.1-54b)$$

$$\left. \frac{\partial \phi_3}{\partial r} \right|_{r=R} = 0 \quad (4.1-54c)$$

其中第二種情況及第三種情況均會發生矛盾的情況（詳見附錄 D），本處僅針對第一種

情況推導。

由式 (4.1-52a)

$$\left. \frac{\partial \phi_1}{\partial r} \right|_{r=R} = \hat{T}_1(t) (\cos \theta) k J_1'(kR) \cosh(kz) = 0$$

若欲上式恆成立，必須滿足  $J_1'(kR) = 0$

茲令  $\varepsilon_j$  為  $J_1'(kR) = 0$  之根，即

$$\text{即 } J_1'(k_j R) = J_1'(\varepsilon_j) = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, \infty)$$

$$\text{其中 } k = \frac{\varepsilon_j}{R}$$

將上式代回式 (4.1-49) 可得到

$$\phi_1 = \sum_{j=1}^{\infty} \hat{T}_{1j}(t) (\cos \theta) J_1\left(\frac{\varepsilon_j}{R} r\right) \cosh\left(\frac{\varepsilon_j}{R} z\right) \quad (4.1-55)$$

由式 (4.1-52b)

$$\left. \frac{\partial \phi_2}{\partial r} \right|_{r=R} = \hat{T}_2(t) \frac{1}{R} \cos \theta = \dot{x}_g(t) \cos \theta$$

$$\text{由上式可得到 } \hat{T}_2(t) = R \dot{x}_g(t)$$

將  $\hat{T}_2(t)$  代回式(4.1-50)， $\phi_2$  可改寫為

$$\phi_2 = \dot{x}_g(t) r \cos \theta \quad (4.1-56)$$

由式(4.1-53c)可得

$$\left. \frac{\partial \phi_3}{\partial r} \right|_{r=R} = \sum_{i=1}^{\infty} \hat{T}_{3i}(t) (\cos \theta) I_1'\left(\frac{\lambda_i}{H} R\right) \left(\frac{\lambda_i}{H}\right) \cos\left(\frac{\lambda_i}{H} z\right) = \dot{w}(z, t) \cos \theta$$

將上式乘以  $\cos\left(\frac{\lambda_s}{H} z\right)$ ，並對  $z$  積分，可得

$$\sum_{i=1}^{\infty} \hat{T}_{3i}(t) \left(\frac{\lambda_i}{H}\right) I_1' \left(\frac{\lambda_i}{H} R\right) \int_0^H \cos\left(\frac{\lambda_i}{H} z\right) \cos\left(\frac{\lambda_s}{H} z\right) dz = \int_0^H \dot{w}(z, t) \cos\left(\frac{\lambda_s}{H} z\right) dz \quad (4.1-57)$$

$$\text{利用 } \cos \theta \text{ 之正交性質 } \int_0^H \cos\left(\frac{\lambda_m}{H} z\right) \cos\left(\frac{\lambda_s}{H} z\right) dz = \begin{cases} 0 & i \neq s \\ H/2 & i = s \quad (s \geq 1) \end{cases}$$

當  $i = s$  時，式(4.1-57)可化簡為

$$\frac{1}{2} \hat{T}_{3i}(t) \left(\frac{\lambda_i}{H}\right) I_1' \left(\frac{\lambda_i}{H} R\right) = \int_0^H \dot{w}(z, t) \cos\left(\frac{\lambda_s}{H} z\right) dz$$

整理後可得到

$$\hat{T}_{3i}(t) = \dot{W}(t) \frac{2 \int_0^H \psi(z) \cos\left(\frac{\lambda_i}{H} z\right) dz}{\lambda_i I_1' \left(\frac{\lambda_i}{H} R\right)}$$

將上式代回 (4.1-51) 式得到  $\phi_3$

$$\phi_3 = \sum_{i=1}^{\infty} \left[ \frac{2C_1(\lambda_i)}{\lambda_i I_1' \left(\frac{\lambda_i}{H} R\right)} \right] \cos \theta I_1 \left(\frac{\lambda_i}{H} r\right) \cos\left(\frac{\lambda_i}{H} z\right) \dot{W}(t) \quad (4.1-58)$$

假設柔性儲存槽受到地震擾動時之振動行為如一懸臂梁，因此將槽壁速度表示成

$$\dot{w}(z, t) = \psi(z) \dot{W}(z, t), \quad \text{今假設其第一振動模態為 } \psi(z) = 1 - \cos\left(\frac{\pi z}{2L}\right)$$

$$C_1(\lambda_i) = \int_0^H \psi(z) \cos\left(\frac{\lambda_i}{H} z\right) dz = \frac{H}{\lambda_i} - \frac{\left(\frac{H}{\lambda_i}\right) \cos\left(\frac{\pi H}{2L}\right)}{1 - \left(\frac{H}{\lambda_i}\right)^2 \left(\frac{\pi}{2L}\right)^2}$$

由  $\phi_1$ 、 $\phi_2$  及  $\phi_3$  各自滿足之邊界條件，可進而將  $\phi_1$  視為流體對槽壁之對流速度勢， $\phi_2$  與  $\phi_3$

則為流體對槽壁之衝擊速度勢。因此， $\phi_1$  必須滿足式 (4.1-4d) 自由液面垂直向速度一致

的邊界條件，亦即

$$\text{由 (4.1-4d) 式 } \left. \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right|_{z=H} = \sum_{j=1}^{\infty} \hat{T}_{1j}(t) \cos \theta J_1 \left(\frac{\varepsilon_j}{R} r\right) \left(\frac{\varepsilon_j}{R}\right) \sinh\left(\frac{\varepsilon_j}{R} H\right) = \frac{\partial d(r, \theta, t)}{\partial t} \quad (4.1-59)$$

$$\text{令 } d(r, \theta, t) = \sum_{j=1}^{\infty} D_j(t) \frac{J_1 \left(\frac{\varepsilon_j}{R} r\right)}{J_1(\varepsilon_j)} \cos \theta$$

其中  $D_j(t)$  為流體激盪模態位移；

$\frac{J_1(\frac{\varepsilon_j}{R}r)}{J_1(\varepsilon_j)} \cos \theta$  為流體激盪反應之模態

因此，式(4.1-59)可改寫為  $\sum_{j=1}^{\infty} \hat{T}_{1j}(t) \cos \theta J_1(\frac{\varepsilon_j}{R}r) (\frac{\varepsilon_j}{R}) \sinh(\frac{\varepsilon_j}{R}H) = \sum_{j=1}^{\infty} \dot{D}_j(t) \frac{J_1(\frac{\varepsilon_j}{R}r)}{J_1(\varepsilon_j)} \cos \theta$

由上式可得

$$\hat{T}_{1j}(t) = \frac{R}{\varepsilon_j} \frac{\dot{D}_j(t)}{\sinh(\frac{\varepsilon_j}{R}H) J_1(\varepsilon_j)}$$

代回(4.1-55)式可得

$$\phi_1 = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{R}{\varepsilon_j} \frac{\dot{D}_j(t) \cosh(\frac{\varepsilon_j}{R}z)}{\sinh(\frac{\varepsilon_j}{R}H)} \frac{J_1(\frac{\varepsilon_j}{R}r)}{J_1(\varepsilon_j)} \cos \theta \quad (4.1-60)$$

當流體速度勢  $\phi$  求得後可進而決定流體之動水壓

$$P_d = -\rho_l \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) \Big|_{r=R}$$

$$P_d = -\rho_l \left[ \sum_{j=1}^{\infty} \frac{R}{\varepsilon_j} \frac{\ddot{D}_j(t) \cosh(\frac{\varepsilon_j}{R}z)}{\sinh(\frac{\varepsilon_j}{R}H)} \cos \theta + \ddot{x}_g(t) R \cos \theta + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2C_1(\lambda_i)}{\lambda_i I_1'(\frac{\lambda_i}{H}R)} \ddot{W}(t) \cos \theta I_1(\frac{\lambda_i}{H}R) \cos(\frac{\lambda_i}{H}z) \right] \quad (4.1-61)$$

由動水壓施加在槽壁上的側向作用力，以及槽殼之慣性力，可求得儲存槽之基底剪力 (S) 及翻覆力矩 (M<sub>O.T.</sub>)。

$$S = \int_0^H \int_0^{2\pi} P_d R(\cos \theta) d\theta dz + \int_0^L \int_{R-\frac{h}{2}}^{R+\frac{h}{2}} \int_0^{2\pi} \rho_s r (\ddot{x}_g(t) + \ddot{w}(z,t)) d\theta dr dz$$

上式積分後可整理如下：

$$S = -M_l \sum_{j=1}^{\infty} \frac{R}{H \varepsilon_j^2} \ddot{D}_j(t) - M_l \ddot{x}_g(t) - \sum_{i=1}^{\infty} \left[ \frac{2C_1(\lambda_i)}{R \lambda_i^2 I_1'(\frac{\lambda_i}{H}R)} \right] I_1(\frac{\lambda_i}{H}R) \ddot{W}(t) + M_s \ddot{x}_g(t) + M_s (1 - \frac{2}{\pi}) \ddot{W}(t) \quad (4.1-62)$$

其中  $M_l = \rho_l \pi R^2 H$  為流體總質量

$$M_s = \int_V dm = \int_0^L \int_{R-\frac{h}{2}}^{R+\frac{h}{2}} \int_0^{2\pi} \rho_s r d\theta dr dz = \rho_s 2\pi R h L \text{ 為槽殼質量}$$

$\rho_s$  為槽殼密度，L 為儲存槽高度，h 為槽壁厚度。

$$M_{O.T.} = \int_0^H \int_0^{2\pi} P_d R(\cos \theta) z d\theta dz + \int_0^L \int_{R-\frac{h}{2}}^{R+\frac{h}{2}} \int_0^{2\pi} \rho_s r [\ddot{x}_g(t) + \psi(z)\ddot{W}(t)] z d\theta dr dz$$

上式積分後可整理如下：

$$M_{O.T.} = -M_l \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\int_0^H z \cosh\left(\frac{\varepsilon_j}{R} z\right) dz}{\varepsilon_j^2 H \sinh\left(\frac{\varepsilon_j}{R} H\right)} \ddot{D}_j(t) - \frac{M_l H}{2} \ddot{x}_g(t) - M_l \sum_{i=1}^{\infty} \left[ \frac{2C_1(\lambda_i)}{RH\lambda_i I_1'\left(\frac{\varepsilon_j}{H} R\right)} \right] I_1\left(\frac{\varepsilon_j}{H} R\right) \int_0^H z \cos\left(\frac{\lambda_i}{H} z\right) dz \ddot{W}(t) + M_s \frac{L}{2} \ddot{x}_g(t) + M_s \left( \frac{L}{2} - \frac{2L}{\pi} + \frac{4L}{\pi^2} \right) \ddot{W}(t) \quad (4.1-63)$$

茲將邊界條件式(4.1-4c)、(4.1-4d) 進一步整理成一個以流場速度勢表示的自由液面邊界條件，式(4.1-4c)對時間 t 取一次偏微分如下：

$$\rho_l \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \Big|_{z=H} + \rho_l g \frac{\partial d(r, \theta, t)}{\partial t} = 0$$

將式 (4.1-2d) 代入上式可得到

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \Big|_{z=H} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{z=H} = 0 \quad (4.1-64)$$

將  $\phi_1$ 、 $\phi_2$  及  $\phi_3$  代入 (4.1-64) 式得到下式：

$$\sum_{j=1}^{\infty} \frac{R}{\varepsilon_j} \frac{\ddot{D}_j(t) \cosh\left(\frac{\varepsilon_j}{R} H\right) J_1\left(\frac{\varepsilon_j}{R} r\right)}{\sinh\left(\frac{\varepsilon_j}{R} H\right) J_1(\varepsilon_j)} \cos \theta + \ddot{x}_g(t) r \cos \theta + g \left\{ \sum_{j=1}^{\infty} \dot{D}_j(t) \frac{J_1\left(\frac{\varepsilon_j}{R} r\right)}{J_1(\varepsilon_j)} (\cos \theta) - \sum_{i=1}^{\infty} \left[ \frac{2C_1(\lambda_i)}{HI_1'\left(\frac{\lambda_i}{H} R\right)} \right] \dot{W}(t) (\cos \theta) I_1\left(\frac{\lambda_i}{H} r\right) \right\} = 0 \quad (4.1-65)$$

將式 (4.1-65) 乘上  $rJ_1\left(\frac{\varepsilon_s}{R} r\right)$ ，並對 r 作積分得到下式

$$\sum_{j=1}^{\infty} \frac{R}{\varepsilon_j} \frac{\ddot{D}_j(t) \cosh\left(\frac{\varepsilon_j}{R} H\right) \int_0^R r J_1\left(\frac{\varepsilon_s}{R} r\right) J_1\left(\frac{\varepsilon_j}{R} r\right) dr}{\sinh\left(\frac{\varepsilon_j}{R} H\right) J_1(\varepsilon_j)} \cos \theta + \ddot{x}_g(t) \cos \theta \int_0^R r J_1\left(\frac{\varepsilon_s}{R} r\right) dr + g \sum_{j=1}^{\infty} \dot{D}_j(t) \frac{\int_0^R r J_1\left(\frac{\varepsilon_s}{R} r\right) J_1\left(\frac{\varepsilon_j}{R} r\right) dr}{J_1(\varepsilon_j)} \cos \theta - g \sum_{j=1}^{\infty} \left[ \frac{2C_1(\lambda_i)}{HI_1'\left(\frac{\lambda_i}{H} R\right)} \right] \int_0^R r J_1\left(\frac{\varepsilon_s}{R} r\right) I_1\left(\frac{\lambda_i}{H} r\right) dr \dot{W}(t) \cos \theta = 0 \quad (4.1-66)$$

利用 Bessel Function 的正交性質

$$\int_0^R r J_1\left(\frac{\varepsilon_j}{R} r\right) J_1\left(\frac{\varepsilon_s}{R} r\right) dr = \begin{cases} 0 & j \neq s \\ \frac{R^2}{2} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_j^2}\right) J_1^2(\varepsilon_j) & j = s \end{cases}$$

將式 (4.1-66) 可簡化如下：

$$\begin{aligned} & \coth\left(\frac{\varepsilon_j}{R}H\right)J_1(\varepsilon_j)\frac{R^3(\varepsilon_j^2-1)}{2\varepsilon_j}\ddot{D}_j(t) + \ddot{x}_g(t)\int_0^R r^2J_1\left(\frac{\varepsilon_j}{R}r\right)dr + g\frac{R^2}{2}\left(1-\frac{1}{\varepsilon_j^2}\right)J_1(\varepsilon_j)\dot{D}_j(t) \\ & - g\dot{W}(t)\sum_{i=1}^{\infty}\left[\frac{2C_1(\lambda_i)}{HI_1'\left(\frac{\lambda_i}{H}R\right)}\right]\int_0^R rJ_1\left(\frac{\varepsilon_j}{R}r\right)I_1\left(\frac{\lambda_i}{H}r\right)dr = 0 \end{aligned} \quad (4.1-67)$$

$$\text{其中 } \int_0^R r^2J_1\left(\frac{\varepsilon_j}{R}r\right)dr = \frac{R^3}{\varepsilon_j^2}J_1(\varepsilon_j)$$

假設  $\dot{D}_j(0) = \dot{W}(0) = 0$ ，且  $D_j(0) = W(0) = 0$ ，將式 (4.1-67) 對時間  $t$  積分一次，可得：

$$\begin{aligned} & \coth\left(\frac{\varepsilon_j}{R}H\right)J_1(\varepsilon_j)\frac{R^3(\varepsilon_j^2-1)}{2\varepsilon_j^3}\dot{D}_j(t) + \frac{R^3}{\varepsilon_j^2}J_1(\varepsilon_j)\dot{x}_g(t) + g\frac{R^2}{2}\left(1-\frac{1}{\varepsilon_j^2}\right)J_1(\varepsilon_j)D_j(t) \\ & - \left\{g\sum_{i=1}^{\infty}\left[\frac{2C_1(\lambda_i)}{HI_1'\left(\frac{\lambda_i}{H}R\right)}\right]\int_0^R rJ_1\left(\frac{\varepsilon_j}{R}r\right)I_1\left(\frac{\lambda_i}{H}r\right)dr\right\}W(t) = 0 \end{aligned} \quad (4.1-68)$$

若僅考慮前面  $m$  個振太，取  $j=1\sim m$ ，則式 (4.1-68) 可以矩陣形式表示如下：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_1^{(11)} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{D}} \\ \ddot{W} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1^{(11)} & K_2^{(12)} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{D} \\ W \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_1 \\ 0 \end{Bmatrix} \dot{x}_g(t) \quad (4.1-69)$$

(4.1-69) 式即為柔性儲存槽之流體激盪動力方程式

其中

$\mathbf{D} = [D_1 \ \dots \ D_m]^T$  為  $m \times 1$  之激盪模態位移向量；

$\mathbf{M}_1^{(11)} = \begin{bmatrix} m_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & m_m \end{bmatrix}$  為  $m \times m$  之流體質量矩陣，

$$m_j = \coth\left(\frac{\varepsilon_j}{R}H\right)J_1(\varepsilon_j)\frac{R^3(\varepsilon_j^2-1)}{2\varepsilon_j^3} ;$$

$\mathbf{K}_1^{(11)} = \begin{bmatrix} k_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & k_m \end{bmatrix}$  為  $m \times m$  之流體勁度矩陣， $k_j = g\frac{R^2}{2}\left(1-\frac{1}{\varepsilon_j^2}\right)J_1(\varepsilon_j)$ ；

$$K_2^{(12)} = -g\sum_{i=1}^{\infty}\left[\frac{2C_1(\lambda_i)}{HI_1'\left(\frac{\lambda_i}{H}R\right)}\right]\int_0^R rJ_1\left(\frac{\varepsilon_j}{R}r\right)I_1\left(\frac{\lambda_i}{H}r\right)dr$$

當上式級數取前五項時其值已幾近收斂。

$$\mathbf{F}_1 = [f_1 \ \dots \ f_m]^T, \quad f_j = -\frac{R^3}{\varepsilon_j^2}J_1(\varepsilon_j)$$

#### 4.2 柔性儲存槽之流體 - 槽殼運動方程式

以下將利用 Lagrange's Equation 來建立柔性儲存槽之運動方程式

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{u}_i} \right) + \frac{\partial U}{\partial u_i} - Q_i = 0 \quad (\text{Lagrange's Equation}) \quad (4.2-1)$$

其中  $T$  表示動能， $U$  表示位能；

$u_i$  為廣義座標， $Q_i$  為廣義作用力。

(1) 槽殼之動能可以下列積分式表示：

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \int_{R-\frac{h}{2}}^{R+\frac{h}{2}} \int_0^{2\pi} \rho_s r [\dot{x}_g(t) + \dot{w}(z,t)]^2 d\theta dr dz$$

上式之積分結果如下：

$$T = \rho_s \pi R h \left[ \dot{x}_g^2(t) L + \left(2 - \frac{4}{\pi}\right) L \dot{x}_g(t) \dot{W}(t) + \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{\pi}\right) L \dot{W}^2(t) \right]$$

將上式對  $\dot{W}(t)$  作偏微分，並對  $t$  微分一次，其結果如下：

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{W}} \right) = M_s \left[ \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) \ddot{x}_g(t) + \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{\pi}\right) \ddot{W}(t) \right] \quad (4.2-2)$$

(2) 槽殼之位能可以下列積分式表示：

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L EI(z) (w''(z,t))^2 dz = \frac{E}{2} W^2(t) \int_0^L \int_{R-\frac{h}{2}}^{R+\frac{h}{2}} \int_0^{2\pi} (r \sin \theta)^2 (\psi''(z))^2 r d\theta dr dz$$

其中  $E$  表示槽殼之彈性模數， $I(z)$  為槽殼之慣性矩。

上式之積分結果如下：

$$U = \frac{E\pi^5 R^3 h}{64L^3} W^2(t)$$

上式對  $W(t)$  微分可得到：

$$\frac{\partial U}{\partial W} = \frac{E\pi^5 R^3 h}{32L^3} W(t) \quad (4.2-3)$$

(3) 動水壓  $P_d$  對槽殼作用的虛功  $\delta W$  可用以下式子表示：

$$\begin{aligned} \delta E &= \int_0^H \int_0^{2\pi} P_d \delta w \cos \theta R d\theta dz \\ &= \left[ -\rho_l \pi R \sum_{j=1}^m \frac{R}{\varepsilon_j} \frac{\ddot{D}_j(t)}{\sinh(\frac{\varepsilon_j}{R} H)} \int_0^H \psi(z) \cosh(\frac{\varepsilon_j}{R} z) dz \right] \delta W(t) - \rho_l \pi R^2 \ddot{x}_g(t) \int_0^H \psi(z) dz \delta W(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\rho_l \pi R \left[ \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2C_1^2(\lambda_i)}{\lambda_i I_1'(\frac{\lambda_i}{H} R)} I_1(\frac{\lambda_i}{H} R) \ddot{W}(t) \right] \delta W(t) \\
= & \left\{ \left[ -\rho_l \pi R \sum_{j=1}^m \frac{R}{\varepsilon_j} \frac{1}{\sinh(\frac{\varepsilon_j}{R} H)} C_2(\varepsilon_j) \ddot{D}_j(t) - \frac{M_l}{H} \ddot{x}_g(t) \int_0^H \psi(z) dz \right. \right. \\
& \left. \left. - \rho_l \pi R \left[ \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2C_1^2(\lambda_i)}{\lambda_i I_1'(\frac{\lambda_i}{H} R)} I_1(\frac{\lambda_i}{H} R) \right] \ddot{W}(t) \right\} \delta W
\end{aligned} \tag{4.2-4}$$

其中

$$C_2(\varepsilon_j) = \int_0^H \psi(z) \cosh\left(\frac{\varepsilon_j}{R} z\right) dz = \frac{R}{\varepsilon_j} \sinh\left(\frac{\varepsilon_j}{R} H\right) - \frac{\left[ \frac{R}{\varepsilon_j} \sinh\left(\frac{\varepsilon_j}{R} H\right) \cos\left(\frac{\pi H}{2L}\right) + \left(\frac{R}{\varepsilon_j}\right)^2 \left(\frac{\pi}{2L}\right) \cosh\left(\frac{\varepsilon_j}{R} H\right) \sinh\left(\frac{\pi H}{2L}\right) \right]}{1 + \left(\frac{R}{\varepsilon_j}\right)^2 \left(\frac{\pi}{2L}\right)^2} \tag{4.2-5}$$

將 (4.2-2) 式、(4.2-3) 式及 (4.2-4) 式代入 Lagrange's Equation

將運算結果整理如下，即為柔性儲存槽之動力方程式

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \mathbf{M}_2^{(21)} & M_1^{(22)} + M_2^{(22)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{D}} \\ \ddot{\mathbf{W}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_1^{(22)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{W} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ F_2 \end{Bmatrix} \ddot{x}_g(t) \tag{4.2-6}$$

其中

$$M_1^{(22)} = M_s \left( \frac{3}{2} - \frac{4}{\pi} \right)$$

$$M_2^{(22)} = \rho_l \pi R \left[ \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2C_1^2(\lambda_i)}{\lambda_i I_1'(\frac{\lambda_i}{H} R)} I_1(\frac{\lambda_i}{H} R) \right]$$

上式之無窮級數和取前 120 項時即接近收斂。

$$K_1^{(22)} = \frac{E\pi^5 R^3 h}{32L^3}$$

$$M_2^{(21)} = [M_{21} \cdots M_{2m}] , m_{2j} = \left[ \rho_l \pi R \sum_{j=1}^m \frac{R}{\varepsilon_j} \frac{C_2(\varepsilon_j)}{\sinh(\frac{\varepsilon_j}{R} H)} \right]$$

$$F_2 = -\frac{M_l}{H} \int_0^H \psi(z) dz - M_s \left( 1 - \frac{2}{\pi} \right)$$

將 (4.1-69) 式與 (4.2-6) 式結合可得到柔性儲存槽結構—流體運動方程式

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_1^{(11)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_2^{(21)} & M_1^{(22)} + M_2^{(22)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{D}} \\ \ddot{W} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1^{(11)} & K_2^{(21)} \\ \mathbf{0} & K_1^{(22)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{D} \\ W \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \ddot{x}_g \quad (4.2-7)$$

上式即為柔性儲存槽之運動方程式

將 (4.2-7) 式用下列矩陣式表示

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{F}\ddot{x}_g(t) \quad (4.2-8)$$

$\mathbf{M}$  為  $(m+1) \times (m+1)$  之質量矩陣；

$\mathbf{K}$  為  $(m+1) \times (m+1)$  之勁度矩陣；

$\mathbf{F}$  為  $(m+1) \times 1$  之擾動向量， $\mathbf{F} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_1 \\ F_2 \end{Bmatrix}$ ；

$\mathbf{u}$  為  $(m+1) \times 1$  之位移向量， $\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} \mathbf{D} \\ W \end{Bmatrix}$ 。

### 4-3 狀態空間法

利用狀態空間法將(4.2-7)式寫成

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}^* \mathbf{z}(t) + \mathbf{B}^* \ddot{x}_g(t) \quad (4.3-1)$$

其中

$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}(t) \\ \dot{\mathbf{u}}(t) \end{bmatrix}$  為  $2(m+1) \times 1$  之狀態向量；

$\mathbf{A}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$  為  $2(m+1) \times 2(m+1)$  之系統矩陣；

$\mathbf{B}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{F} \end{bmatrix}$  為  $2(m+1) \times 1$  之地震力分配矩陣；

對式(4.3-1)取拉普拉氏轉換 ( Laplace transform ) 可得到：

$$\mathbf{z}(s) = \mathbf{H}(s)\mathbf{z}(t_0) + \mathbf{H}(s)\mathbf{G}(s) \quad (4.3-2)$$

其中

$$\mathbf{H}(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A}^*)^{-1} \quad (4.3-3a)$$

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{B}^* \ddot{x}_g(s) \quad (4.3-3b)$$

$\mathbf{z}(t_0)$  表示初始條件。

狀態方程式(4.3-1)之解可由式(4.3-2)式取拉普拉氏逆轉換至時域而得到：

$$\mathbf{z}(t) = e^{\mathbf{A}^*(t-t_0)} \mathbf{z}(t_0) + \int_{t_0}^t e^{\mathbf{A}^*(t-\tau)} [\mathbf{B}^* \ddot{x}_g(\tau)] d\tau \quad (4.3-4)$$

式(4.3-4)中之積分式欲展開時， $x(\tau)$  在取樣週期內之連續函數須為已知。由於地震記錄通常為離散型態，因此若假設在兩連續取樣瞬間為線性變化應屬合理。今取  $t_0 = (k-1)\Delta t$ ， $t = k\Delta t$  及  $\mathbf{z}[k] = \mathbf{z}(k\Delta t)$ ， $x_g[k] = x_g(k\Delta t)$  時，則

$$\ddot{x}_g(\tau) = \frac{k\Delta t - \tau}{\Delta t} \ddot{x}_g[(k-1)\Delta t] + \frac{\tau - (k-1)\Delta t}{\Delta t} \ddot{x}_g[k\Delta t] \quad (k-1)\Delta t \leq \tau \leq k\Delta t \quad (4.3-5)$$

狀態方程式(4.3-1)之解析解可由式(4.3-4)及式(4.3-5)之差分方程表示：

$$\mathbf{z}[k] = \mathbf{A}\mathbf{z}[k-1] + \mathbf{B}_0 \ddot{x}_g[k-1] + \mathbf{B}_1 \ddot{x}_g[k] \quad (4.3-6)$$

其中

$$\mathbf{A} = e^{\mathbf{A}^* \Delta t}$$

為  $2(m+1) \times 2(m+1)$  之離散時間系統矩陣；

$$\mathbf{B}_0 = \left[ (\mathbf{A}^*)^{-1} \mathbf{A} + \frac{1}{\Delta t} (\mathbf{A}^*)^{-2} (\mathbf{I} - \mathbf{A}) \right] \mathbf{B}^*$$

為  $2(m+1) \times 1$  之前瞬時離散時間地震力分配矩陣；

$$\mathbf{B}_1 = \left[ -(\mathbf{A}^*)^{-1} + \frac{1}{\Delta t} (\mathbf{A}^*)^{-2} (\mathbf{A} - \mathbf{I}) \right] \mathbf{B}^*$$

為  $2(m+1) \times 1$  之後瞬時離散時間地震力分配矩陣。

## 五、實例分析

儲存槽體依其力學特性不同，可分為剛性與柔性兩種結構。一般而言，高壓儲存槽構造比較堅實，屬剛性結構，如 LNG tank；常壓性儲存槽較為柔軟，屬柔性結構，如油槽。柔性儲存槽由於槽殼變形與流體之互制作用，其動力特性與剛性儲存槽有很大的差異，槽殼上之壓力分佈情形也不同。

本章將根據第 4 節所建立之結構—流體動力方程式進行實例分析。採用半徑 (R) 為 24ft、厚度 (h) 為 1in 的鋼製圓形儲存槽，密度為  $0.733 \times 10^{-3} \text{ lb} \cdot \text{sec}^2/\text{in}^4$ ，彈性模數為  $29.6 \times 10^6 \text{ lb}/\text{in}^2$ 。為了解細長形與矮胖形柔性儲存槽受到地震時的動力特性，因此將儲存槽高度分別設為 72in 與 16in。

配合變動不同水位 H，固定槽殼半徑(R)，輸入震波 El Centro、Hachinohe、Kobe 地震歷時資料，以了解不同頻率內函地震對動水壓及槽壁變形之影響。將 El Centro 之 P.G.A 調至 0.34g、0.5g，Hachinohe 與 Kobe 之 PGA 調至 0.4g、0.8g、1.0g。此外，為了解槽壁變形對動水壓產生的影響，茲將每個地震歷時等分為四個區間，求出槽底處動水壓在各個區間發生最大值的時刻，分別畫出各區間儲存槽動水壓於該時刻沿高度變化的曲線；同時，為了解槽壁變形對於液面激盪位移的影響，針對每個水位作特徵分析，求出槽壁之振動頻率與流體前五個模態之激盪頻率，將流體前五個模態之激盪頻率與槽壁剛性之結果比較，並將柔性儲存槽的液面激盪位移歷時與剛性儲存槽的結果加以比較。

## 5-1 數值分析結果

### 5-1.1 動水壓分析結果

#### 1. 細長形 (Tall Tank, R=24ft, L=72ft)

##### El Centro 地震

觀察圖 2~5, El Centro 0.5g 地震下各個水位 H=72ft、54ft、36ft 及 18ft 的分析結果, 在 H=72ft 時, 流體由於槽壁變形所產生的衝擊液壓十分明顯, 因此接近槽底之動水壓相較於剛性儲存槽的變化較大, 但隨著高度提升至液面, 流體的對流液壓較顯著, 因此動水壓的變化與剛性儲存槽之結果差異不大, 動水壓在四個歷時區間出現最大值的時刻, 恰與其槽壁加速度歷時圖在該區間發生峰值的時刻接近, 尤其以第一個區間( $t=0\sim 5\text{sec}$ )最明顯; 當 H=18ft 時, 由於槽底的側向變位及加速度值都較小, 此時柔性儲存槽的動水壓與剛性的結果幾乎相同。

##### Kobe 地震

由圖 6~9, 可以發現水位高時, 前兩個區間的動水壓其衝擊液壓與剛性儲存槽之結果有極大的差異, 隨著 Kobe 地震歷時的加速度值趨緩, 後面兩個區間的衝擊液壓亦漸漸減小; 當水位低時, 也因為槽壁側向變形很小, 所以動水壓的分佈與剛性儲存槽之結果接近。

##### Hachinohe 地震

圖 10~13 為儲存槽受到 Hachinohe 地震的動水壓變化圖, 由於地震特性不同, 當水位高時, 各區間的動水壓變化與剛性儲存槽相較之下均相當明顯; 同樣地, 當水位降低時, 也因為槽壁側向變形很小, 所以動水壓的分佈與剛性儲存槽之結果接近。

#### 2. 矮胖形 (Broad Tank, R=24ft, L=16ft)

此種形狀之儲存槽由於側向勁度較大, 所以側向變形極小, 在地震擾動下幾乎為剛體運動 (Rigid Body Motion)。Kobe 地震為罕見且極具破壞性的強烈地震, 因此在 Kobe 1g 及 0.8g H=16ft 的情況下, 動水壓在槽底附近與剛性除儲存槽動水壓有明顯的不同外, 其餘地震下動水壓沿高度的變化與剛性的結果相較幾乎相同。圖 14~15 為 El Centro 0.5g 的動水壓變化圖; 圖 16~19 為 Kobe 0.4g、0.8g 及 1g 之分析結果; 圖 20~25 為 Hachinohe 地震之結果。

### 5-1.2 槽壁變形對液面激盪的影響

由細長形與矮胖形柔性儲存槽之液面激盪位移歷時圖可以發現, 其液面激盪位移與剛性儲存槽相同, 再由表 1 可以發現, 本文所採用的鋼製儲存槽之振動頻率遠大於流體之激盪頻率, 當  $H/R > 1$  時, 流體前五個模態之激盪頻率與剛性儲存槽之頻率幾乎近似, 由此可知; 而  $H/R < 1$  時, 柔性儲存槽之流體激盪頻率前兩個模態會略小於剛性之結果, 而其餘的模態之頻率與剛性的結果亦十分接近, 藉由圖 26~33 流體激盪位移歷時圖可以看出, 柔性儲存槽與剛性儲存槽之結果相同, 由此可知, 柔性儲存槽之槽壁振動對於流體之激盪位移產生之影響極小。

為了解低振頻槽殼對流體激盪頻率之影響, 因此將本文所採用之分析模型改用鋁,

並改變其厚度，進而得到一個低振動頻率之儲存槽，仿照上面之分析模式，求出不同槽壁厚度下槽壁與流體之頻率。透過表 2，當  $H/R > 1$  時，低振頻之儲存槽會使得流體前兩個模態之激盪頻率降低，而後三個模態與剛性之結果相當近似；而  $H/R < 1$  時，流體之第一模態激盪頻率會有明顯地降地。值得注意的是，當槽壁後度為 0.05in 及 0.01in 時，槽壁之振頻與流體之第五模態激盪頻率相當接近，因而導致流體之第五模態激盪頻率低於其他情況之結果。

## 5-2 地震強度與水壓變化之關係

由先前的介紹得知，對流液壓乃是液體激盪位移造成，而衝擊液壓則是由地震的衝擊力與槽壁變形所產生，透過圖 26~33 可以得知，在同一個水位，地震強度的大小與激盪位移的大小成正比，為了解液體激盪對細長形柔性儲存槽對流液壓之影響，以及衝擊液壓受地震力的影響，茲針對同一水位，分別取其在不同地震強度下，分別畫出槽底與液面的動水壓最大值的變化曲線並與剛性之結果作比較。以下將分別針對 El Centro、Kobe 及 Hachinohe 地震之比較結果加以說明。

### El Centro 地震

圖 34，當水位  $H=72\text{ft}$  與  $H=54\text{ft}$  時，隨著地震強度越大，由變化圖形之斜率可以看出，槽底動水壓也隨之增大，但液面之動水壓改變量卻沒有因為激盪位移變大而有明顯的改變，將此結果與剛性儲存槽加以比較，發現液面處之對流液壓改變量均相同；當水位低於 36ft 的時候，其結果恰與上述實例相反，對流液壓受地震大小的改變量較明顯，且水位越低，其變化趨勢與剛性之結果越接近。

### Kobe

圖 35，與上述 El Centro 之結果大致相同，水位高時，衝擊液壓受地震強度的影響很大，水位為 72ft 時，對流液壓之變化亦十分明顯，但到了 54ft 時，對流液壓之變化大於槽底之衝擊液壓；而低水位時，液面之對流液壓之值及變化均大於衝擊液壓，但衝擊液壓在低水位時，並沒有與剛性結果近似之情況產生。

### Hachinohe

圖 36，在 Hachinohe 地震下，只有  $H=72\text{ft}$  時，地震強度對衝擊液壓的改變較明顯，同樣地，當  $H=54\text{ft}$  以下時，地震強度對衝擊液壓的影響逐漸變小，水位越低時，其變化量也與剛性之結果越相近。

回顧過去剛性儲存槽之隔震研究，隔震儲存槽可以有效地降低衝擊液壓，所以水位越高時其隔震效益越好。透過此分析結果，發現水位高時，剛性儲存槽之衝擊液壓遠低於柔性儲存槽之衝擊液壓，因此日後可針對柔性儲存槽之隔震作進一步之研究。

## 六、研究成果與結論

本研究建立柔性儲存槽之分析模式，藉由簡化槽壁變形為單自由度之情況，建立柔性儲存槽結構 - 流體動力方程式，以求解柔性儲存槽之地震反應，並作為後續有關柔性儲存槽隔震研究之基礎。

數值實例分析中，本研究採用半徑 24ft、厚度 1in，高度分別為 72ft 及 16ft 之儲存槽，在固定半徑( $R$ )之情況下，考慮不同水位高度( $H$ )，以 El Centro、Kobe 及 Hachinohe 等地震歷時作為輸入震波，並調整不同之 PGA 值進行數值分析，以探討不同地震頻率內

函及地震強度對儲存槽動力反應之影響 依據本研究之數值模擬分析結果歸納結論如下：

1. 細長形儲存槽其半徑 (R) 固定，其高徑比 (H/R) 越大時，槽壁對於動水壓的影響越大，此乃因為高徑比大時，與槽殼同步運動之流體慣性質量所佔比例愈高，而對流運動由於槽壁振動對液面激盪之影響甚小，因此對於對流液壓之影響不大。當儲存槽屬於矮胖形時，一如理論分析所預測，因其槽壁變形極小，所以動水壓分佈情形可視為剛性儲存槽來分析。
2. 在同一尺寸 (L/R) 之儲存槽，當受到之地震強度相同時，水位越高時，所觀察到的液面激盪位移為大，同時，液面激盪位移也會隨著地震強度增加而變大。
3. 雖然流體液面激盪高度與輸入地震強度成正比，但是由先前之比較可以知道，當槽壁的振動行為屬於柔性儲存槽時，高水位時，地震強度越大，只有流體之衝擊液壓會顯著的增加，而對流液壓並未隨著激盪高度的增加而有明顯變化；相同條件下，水位越低，柔性儲存槽之對流液壓受到地震強度的影響反而較為顯著。不論上述何種情況，其對流液壓均與剛性儲存槽之結果相近，顯示槽壁之柔性儲存槽不會改變對流液壓的大小。
4. 由於槽壁變形與流體液面激盪之交互影響極微，雖低振頻儲存槽會使得流體之激盪頻率降低，但實際工程應用上，為考量儲存槽之耐震能力，槽壁厚度並不建議採用本文分析上所使用之厚度，故表 3.2 所分析之結果在實際工程案例上並不容易發生，因此建議對流運動所引致之液面激盪反應可由剛性儲存槽之分析結果估算。
5. 參考過去之文獻，多利用 Hamilton's Principle 來推導多自由柔性儲存槽運動方程式，但往往因為龐大且複雜的運算過程，導致推導過程容易發生錯誤，本文結合流體之激盪動力方程式與槽殼之動力方程式，推導出包含自由液面激盪效應之結構 - 流體 (liquid-structure couple system) 動力系統，期望作為後續有關隔震儲存槽動力系統理論推導之基礎。分析隔震儲存槽時，流體速度勢之徑向速度一致之邊界條件中，應加入隔震器之位移，再依據本文之推導過程建立隔震柔性儲存之槽運動方程式。

## 七、參考文獻

1. Zayas, VA. and Low SS. (1995), "Application of Seismic Isolation to Industrial Tanks," *Seismic, Shock, and Vibration Isolation American Society of Mechanical Engineers, Pressure Vessels and Piping Division (Publication) PVP*. v 319 1995. ASME, New York, NY, USA. pp. 273-288.
2. Housner, GW. Dynamic pressure on accelerated fluid containers. *Bulletin Seism. Soc. America*. 1957; **47**(1):15-35.
3. Haroun, MA. Dynamic analyses of liquid storage tanks. *EERL 80-04, Earthquake Engineering Research Laboratory Report, California Institute of Technology, Pasadena, Calif.*, Feb 1980.
4. Haroun, MA. and Housner, GW. Seismic design of liquid storage tanks. *J. Technical Councils*, ASCE. 1981; **107**, TC1, April: 191-207.
5. Haroun, MA. and Housner, GW. Dynamic characteristics of liquid storage tanks. *J. Engng Mech. Division*, ASCE. 1982; **108**, EM5, October: 783-818.
6. Haroun, MA. and Ellaithy, HM. Model for Flexible Tank Undergoing Rocking. *J. Engng Mech.*, ASCE. 1985; **111**(2), 143-157.

7. Haroun, MA. and Wajdi, AI. Parametric Study of Seismic Soil-Tank Interaction, I: Horizontal Excitation. *J. Struct. Engng.*, ASCE. 1992; **118**(3), 783-797.
8. Veletsos, AS. and Younan, AH. Dynamics of solid-containing tanks II: flexible tanks. *J. Struct. Engng.*, ASCE. 1998; **124**(1), January: 62-70.
9. Tang, Yu. Laterally Excited Flexibly Tanks with Nonuniform Density liquids. *J. Struct. Engng.*, ASCE, 1996; **122**(10),948-956.
10. 賴世聲、蔡益超及李英傑(1981), "儲油槽耐震動力特性研究報告", "國立台灣大學地震研究中心", 1981年七月。
11. 王宗鴻 (1997), "儲存油槽之耐震設計考量", "國立台灣大學土木工程研究所碩士論文", 1997年6月。(指導教授:田堯彰)
12. 王宗鴻、田堯彰 (1998), "石油與天然氣系統的耐震安全評估", "中華民國第四屆結構工程研討會論文集 2/3", 1998年9月, pp. 915-922。
13. 陳永祥 (1993), "高樓建築防震水箱之研究", 行政院國家科學委員會研究報告。
14. 陳永祥 (1994), "防震水箱與高樓之動力互制作用之研究", 行政院國家科學委員會研究報告。
15. Wang Yen-Po and Jwo Guey-Rong (1999), "Seismic isolation of rigid tanks using friction pendulum bearings," *Proceeding of the International Workshop on Seismic Isolation, Energy Dissipation and Control of Structures*, May 6~8, 1999, Guangzhou, China.
16. Wang YP., Teng, MC. and Chung, KW. (2001), "Seismic Isolation of Rigid Cylindrical Tanks Using Friction Pendulum Bearings," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.30, Issue 7, July, pp. 1083-1099.
17. 王彥博、鄧敏政、鍾國懷(2001), "FPS 隔震儲存槽之振動台試驗", "中華民國第二十五屆全國力學會議論文集 D 類組", 民國 90 年 12 月。

## 八、計劃成果自評

近年國際間相繼發生破壞性的地震，石化儲存槽與地下管線的耐震能力與安全檢核十分重要，益以耐震設計標準日趨嚴峻，如何提昇儲存槽耐震能力為本計劃之研究主軸。

隔震技術應用可提昇儲存槽耐震能力，有鑒於過去文獻大多局限於結構與橋樑應用範疇，本計劃將結合流體動力與結構動力的理論，建立隔震柔性儲存槽之結構—流體動力方程式。儲存槽不同於一般土木結構，其重量隨存量多寡而變化，有些則存放如液態瓦斯之低溫物質，因此橡膠類隔震支承並不適用。由於摩擦單擺支承隔震結構其周期僅與滑動介面之曲率半徑有關，因此無論儲存量多寡其結構動力特性均能完全掌握，且其不銹鋼材質在低溫下不會如橡膠般產生脆化，因此應用在儲存槽較為可行。計劃主持人先前已完成摩擦單擺支承應用於剛性儲存槽動力分析與振動台試驗 (NSC89-2211-E-009-011, NSC89-2211-E-009-066)，數值模擬分析與試驗結果有相當程度之契合，顯示其理論分析模式足以預測滑動隔震儲存槽之高度非線性結構-流體動力行為。

柔性儲存槽之地震反應有別於剛性儲存槽，槽殼之柔性將使其地震反應大於承受相同激振之剛性儲存槽，為了真實考量儲存槽動力特性，本研究計劃藉由簡化槽壁變形為

單自由度之情況，建立柔性儲存槽結構 - 流體動力方程式，以求解柔性儲存槽之地震反應，經由參數研究，可提供實際工程應用上初步設計考量，並藉由分析模式精確預測儲存槽受震反應，大幅降低工程施工風險，並作為後續有關柔性儲存槽隔震研究之基礎。本計劃目前已完成圓柱式柔性隔震儲存槽數值模擬分析；此外，振動台試驗儲存槽模型結構已著手進行設計，相關試驗準備工作—包括參與研究生有關振動台操作、感應器率定與安裝、訊號處理與分析等訓練工作，共計約佔計劃工作項目百分之八十五，皆按規劃時程完成。後續將繼續完成儲存槽結構之振動台試驗，以期驗證分析模式精確性，建立吾人對大型儲存槽之耐震安全評估能力，最後將完成隔震儲存槽之設計準則，作為結構工程師實際設計之參考。

## 附錄 A

在自由液面上，由於流體滿足不會發生剝離的現象且液壓為零等條件，因此必須滿足邊界條件  $\left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=H} = \frac{\partial \phi}{\partial t}$ ，即(4.1-4d)式，另外，在流體不穩定(unsteady)及非旋性(irrotational)

的情況下，流體必須滿足此 Bernoulli Equation：

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{p}{\rho_l} + \frac{1}{2} \nabla \phi \cdot \nabla \phi + g(z - H) = 0 \quad (\text{A.1})$$

其中  $p$  表示流體的液壓， $\rho_l$  表流體密度。

考慮流體為一微小質點，因此該質點之動能  $\frac{1}{2} \nabla \phi \cdot \nabla \phi$  可以忽略。

將(1.1)式同乘以  $\rho_l$  並改寫如下：

$$\rho_l \frac{\partial \phi}{\partial t} + p + \rho_l g(z - H) = 0 \quad (\text{A.2})$$

$$\text{或 } p = -\rho_l \frac{\partial \phi}{\partial t} - \rho_l g(z - H) = 0 \quad (\text{A.3})$$

因為自由液面壓力  $p = 0$ ，因此(A.3)式可改寫為  $\rho_l \frac{\partial \phi}{\partial t} + \rho_l g(z - H) = 0$ ，即邊界條件式(4.1-4c)。

## 附錄 B

由(4.1-8)式

$$\frac{r^2}{\hat{R}} \frac{\partial^2 \hat{R}}{\partial r^2} + \frac{r}{\hat{R}} \frac{\partial \hat{R}}{\partial r} + \frac{r^2}{\hat{Z}} \frac{\partial^2 \hat{Z}}{\partial z^2} = -\frac{1}{\hat{\theta}} \frac{\partial^2 \hat{\theta}}{\partial \theta^2}$$

成立等號必須兩邊均為常數，此常數記作  $\mu$  (特徵值)

則可將式(4.1-8)改寫成下列二式：

$$\frac{r^2}{\hat{R}} \frac{\partial^2 \hat{R}}{\partial r^2} + \frac{r}{\hat{R}} \frac{\partial \hat{R}}{\partial r} + \frac{r^2}{\hat{Z}} \frac{\partial^2 \hat{Z}}{\partial z^2} = \mu$$

$$\frac{\partial^2 \hat{\theta}}{\partial \theta^2} + \mu^2 \hat{\theta} = 0$$

因為極座標具有週期性，也就是恆有  $\phi(r, z, \theta, t) = \phi(r, z, \theta + 2\pi, t)$ ，因此  $\hat{\theta}(\theta)$  必須是以  $2\pi$  為週期的週期函數，也就是  $\hat{\theta}(\theta) = \hat{\theta}(\theta + 2n\pi)$ ，為滿足此條件，因此特徵值必須為某個整數的平方，也就是  $\mu = n^2$ 。

### 附錄 C

$$\text{由式(4.1-45a)} \quad \left. \frac{\partial \phi_1}{\partial t} \right|_{z=H} = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{T}_{1n}(t) \cos(n\theta) J_n(kr) \cosh(kH) = 0$$

若上式恆成立，則  $\cosh(kH)$  必須等於零。

$\cosh(x)$  可表示如下：

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \text{ 因此 } \cosh(kH) = \frac{e^{kH} + e^{-kH}}{2} = \frac{e^{2kH} + 1}{2} > 0$$

由此可知該恆等式不成立，所以第二種情況不滿足。

同樣地，第三種情況亦不滿足。

### 附錄 D

由式(4.1-53b)

$$\left. \frac{\partial \phi_2}{\partial t} \right|_{r=R} = \hat{T}_2(t) \cos \theta = 0$$

若上式恆成立，則  $\cos \theta$  必須為零，則  $\theta = \frac{\pi}{2}$

這表示流體在槽壁上的速度只在  $\theta = \frac{\pi}{2}$  滿足此邊界條件，此與真實情況不符，因此第二

種情況不成立。

另外由(4.1-54c)

$$\left. \frac{\partial \phi_3}{\partial r} \right|_{r=R} = \sum_{i=1}^{\infty} \hat{T}_{3i}(t) \cos \theta \left( \frac{\lambda_i}{H} \right) I_1' \left( \frac{\lambda_i}{H} R \right) \cos \left( \frac{\lambda_i}{H} z \right) = 0$$

若上式成立，則  $I_1' \left( \frac{\lambda_i}{H} R \right)$  必須為零。

$$I_n(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m! \Gamma(m+n+1)} \left( \frac{x}{2} \right)^{2m+n}$$

$$\text{因此 } I_1(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m! \Gamma(m+2)} \left( \frac{x}{2} \right)^{2m+1}, \text{ 則 } I_1'(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{2} \frac{1}{m!(m+1)\Gamma(m+1)} \left( \frac{x}{2} \right)^{2m}$$

$$I_0(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{2} \frac{1}{m! \Gamma(m+1)} \left( \frac{x}{2} \right)^{2m}$$

由  $I_0$  之圖形可得知， $I_0 > 0$

$$\text{其中 } \Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$$

$$\text{且 } \Gamma(x+1) = \int_0^{\infty} t^x e^{-t} dt = -e^{-t} t^x \Big|_0^{\infty} + x \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt = x\Gamma(x)$$

$$\text{因此 } \Gamma(2) = \Gamma(1+1) = 1\Gamma(1) = 1$$

$$\Gamma(m+1) = m\Gamma(m) = m!$$

$$\text{由此一關係可得知 } I_1'(x) = \frac{1}{2(m+1)} I_0 > 0$$

所以第三種情況不成立。

表 1 儲存槽振動頻率 ( Hz )

	H/R	shell	Liquid				
		1 <sup>st</sup>	1 <sup>st</sup>	2 <sup>nd</sup>	3 <sup>rd</sup>	4 <sup>th</sup>	5 <sup>th</sup>
<b>RIGID TANK</b>	3	-	0.2501	0.4256	0.5386	0.6307	0.7107
	2.25	-	0.2501	0.4256	0.5386	0.6307	0.7107
	1.5	-	0.2491	0.4256	0.5386	0.6307	0.7107
	0.75	-	0.2348	0.4255	0.5386	0.6307	0.709
<b>FLEX. TANK</b>	3	3.53	0.249	0.4253	0.5385	0.6307	0.7107
	2.25	6.27	0.249	0.4253	0.5384	0.6306	0.7107
	1.5	14.22	0.247	0.4246	0.5378	0.5303	0.7105
	0.75	134.24	0.1108	0.3804	0.5127	0.6137	0.6994

表 2 鋁製儲存槽振動頻率 ( Hz )

	H/R	shell	liquid					
		1 <sup>st</sup>	1 <sup>st</sup>	2 <sup>nd</sup>	3 <sup>rd</sup>	4 <sup>th</sup>	5 <sup>th</sup>	
<b>RIGID TANK</b>	3	-	0.2501	0.4256	0.5386	0.6307	0.7107	
	2.25	-	0.2501	0.4256	0.5386	0.6307	0.7107	
	1.5	-	0.2491	0.4256	0.5386	0.6307	0.7107	
	0.75	-	0.2348	0.4255	0.5386	0.6307	0.709	
<b>FLEX. TANK</b>	h=0.1in	3	0.7789	0.2182	0.4168	0.5337	0.6269	0.7064
		2.25	1.3473	0.2226	0.417	0.5342	0.6282	0.7091
		1.5	3.4959	0.2001	0.408	0.529	0.6249	0.707
		0.75	126.7006	0.0246	0.3718	0.5092	0.6117	0.6981
	h=0.05in	3	0.7152	0.1928	0.4091	0.5263	0.6098	0.5643
		2.25	1.08	0.2012	0.3989	0.5313	0.6263	0.7077
		1.5	2.9754	0.1707	0.4015	0.5258	0.6231	0.7059
		0.75	126.5095	0.0174	0.3716	0.5091	0.6117	0.6982
	h=0.01in	3	0.7125	0.1111	0.3861	0.4892	0.5573	0.6356
		2.25	0.8309	0.125	0.398	0.5234	0.62	0.7016
		1.5	2.4851	0.095	0.3922	0.5215	0.6206	0.7043
		0.75	126.3564	0.0007	0.3715	0.509	0.6116	0.6981

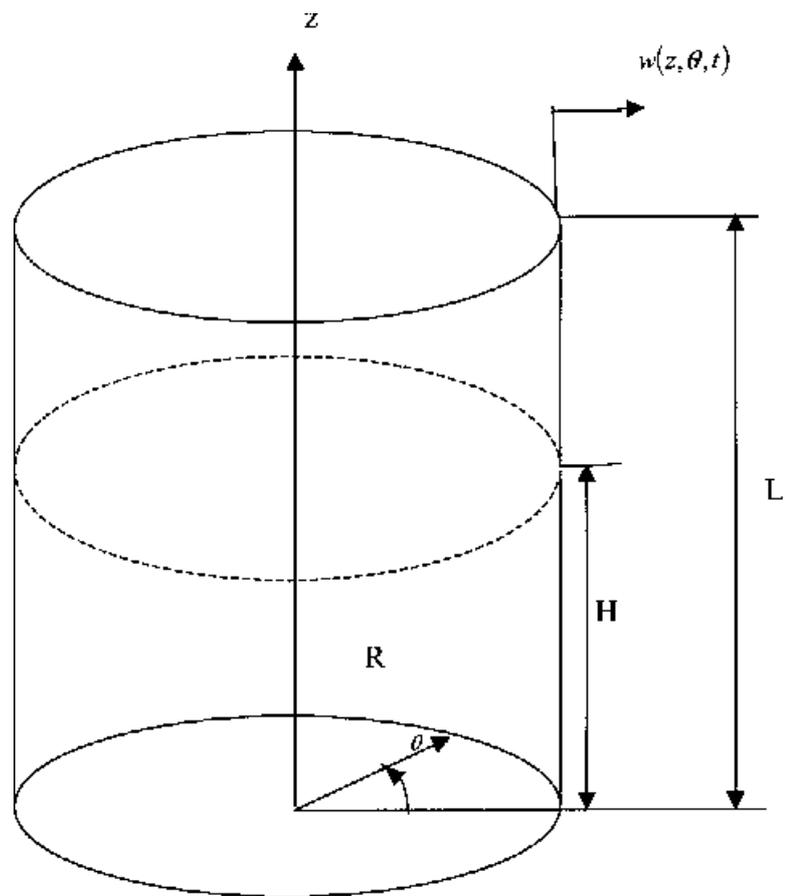


圖 1 儲存槽模型示意圖

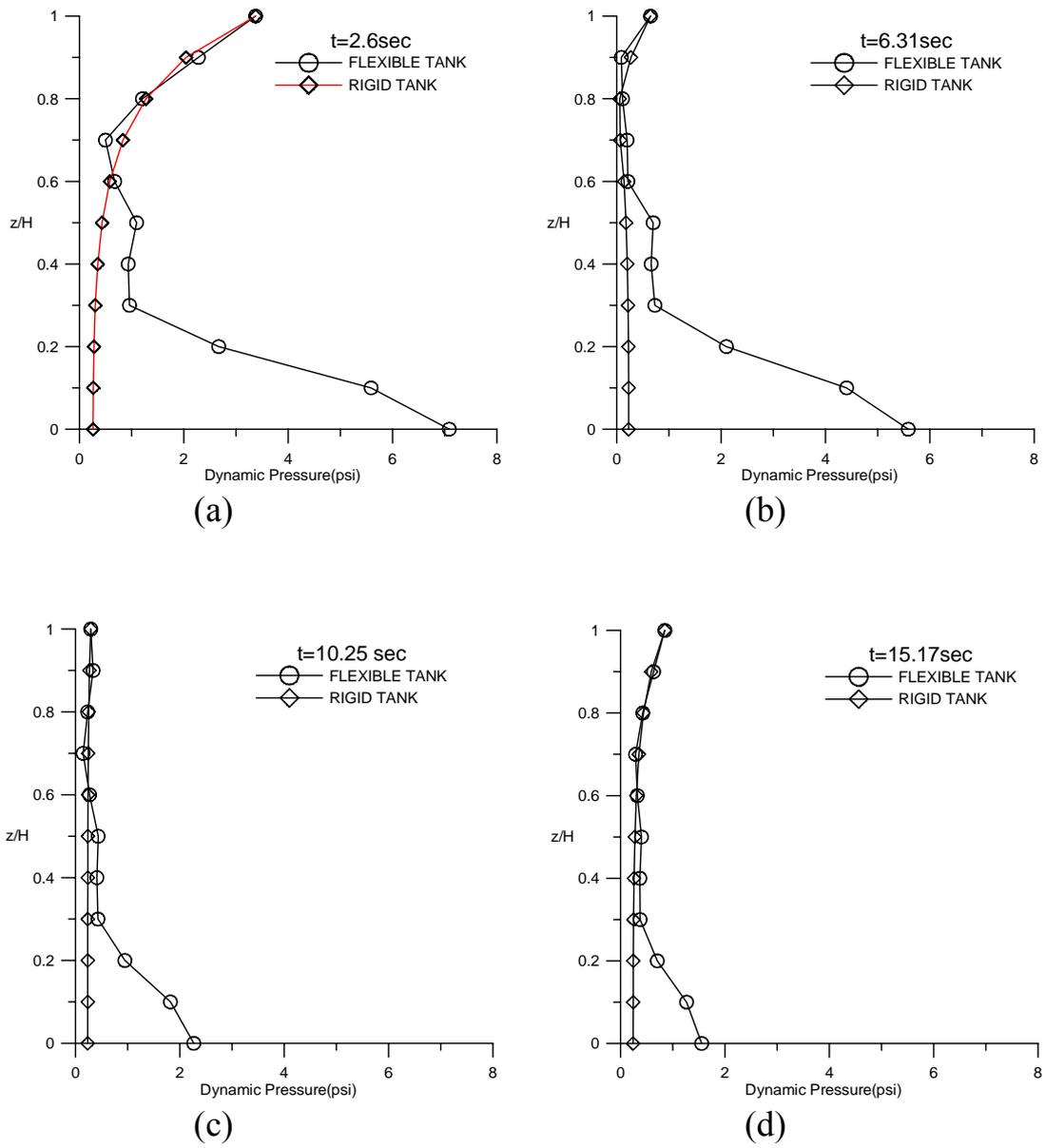


圖 2 動水壓沿高度變化 ( H=72ft, input=El Centro 0.5g )

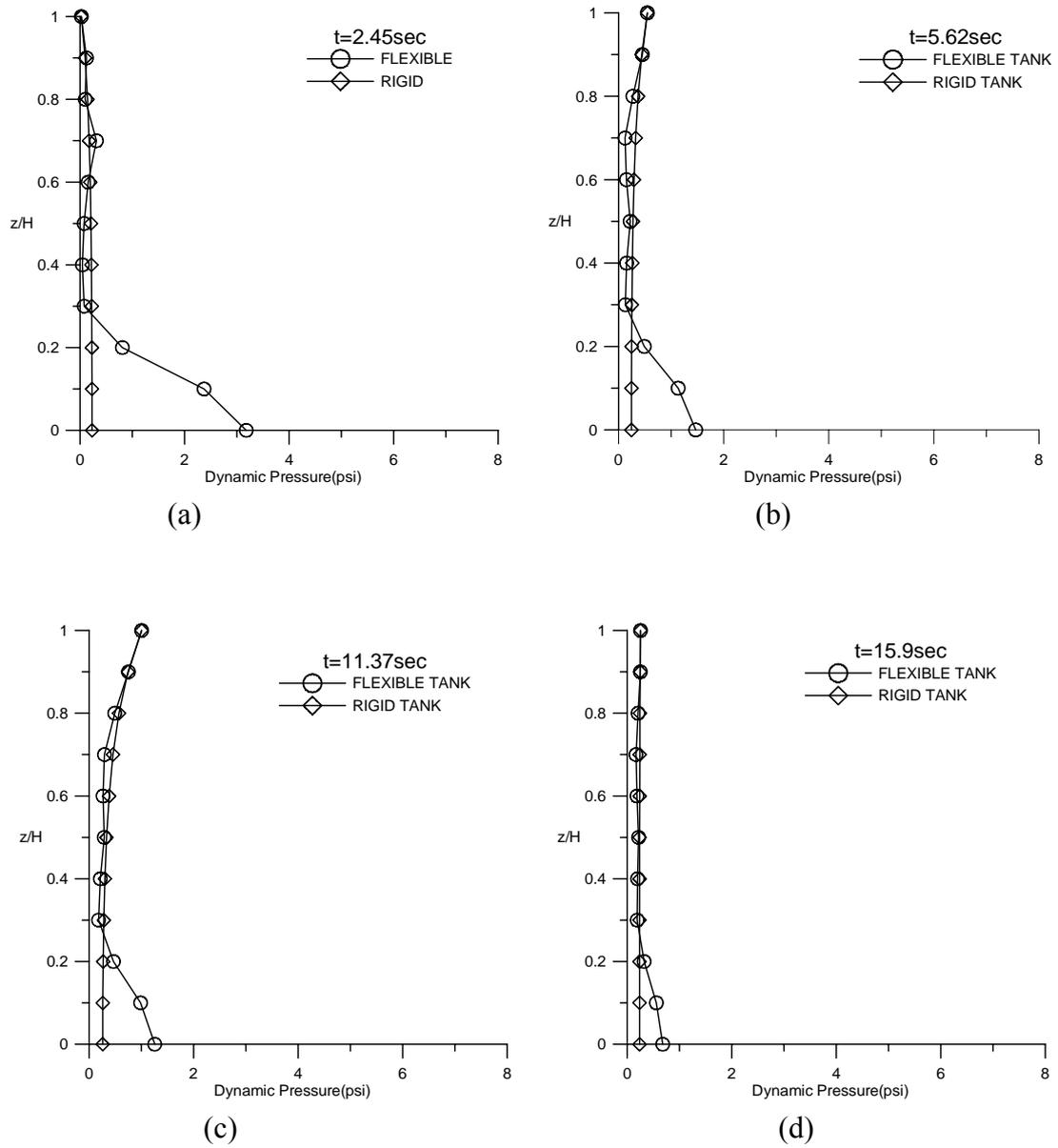


圖 3 動水壓沿高度變化 (  $H=54\text{ft}$ , input=El Centro 0.5g )

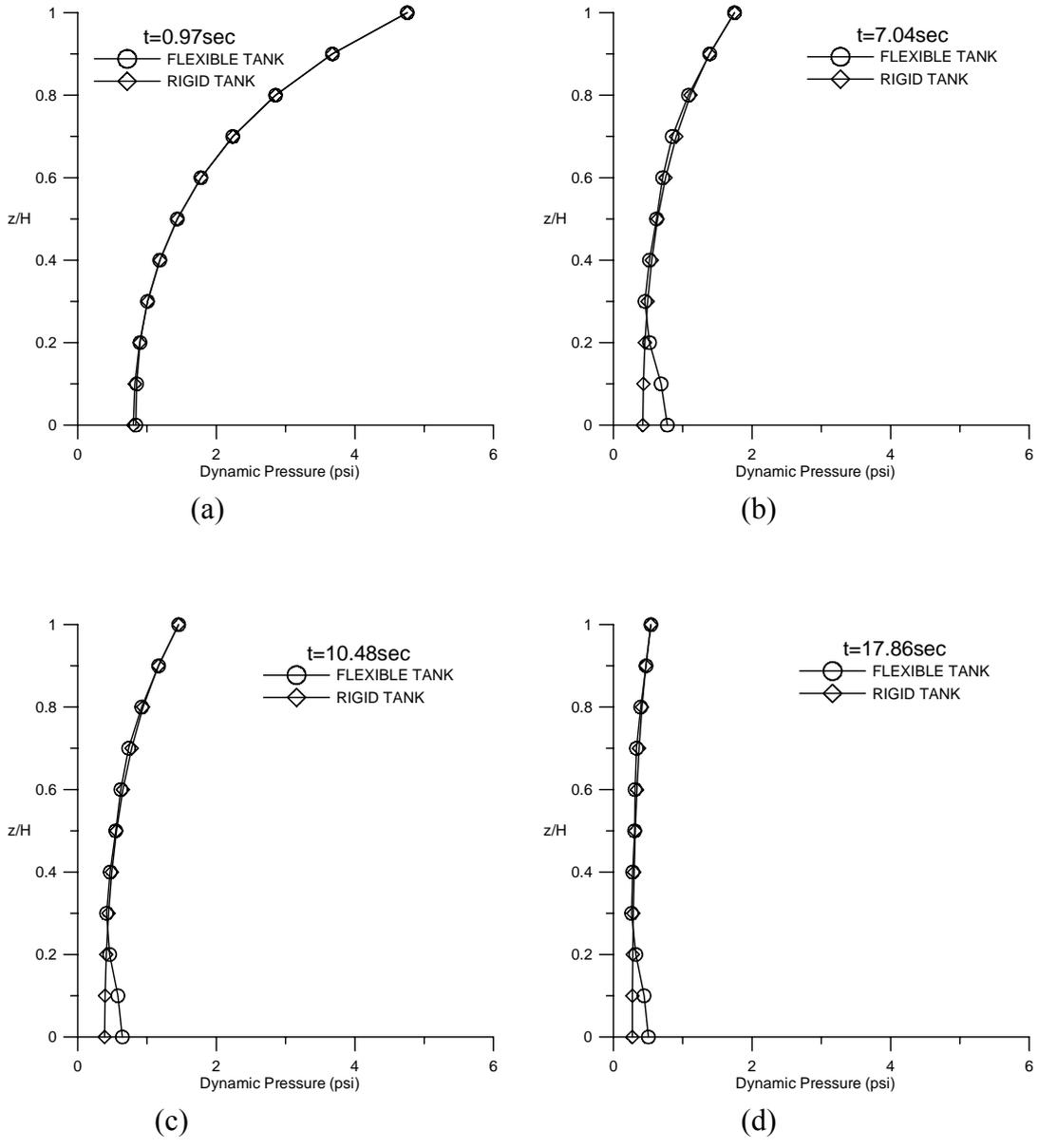


圖 4 動水壓沿高度變化 ( H=36ft, input=El Centro 0.5g )

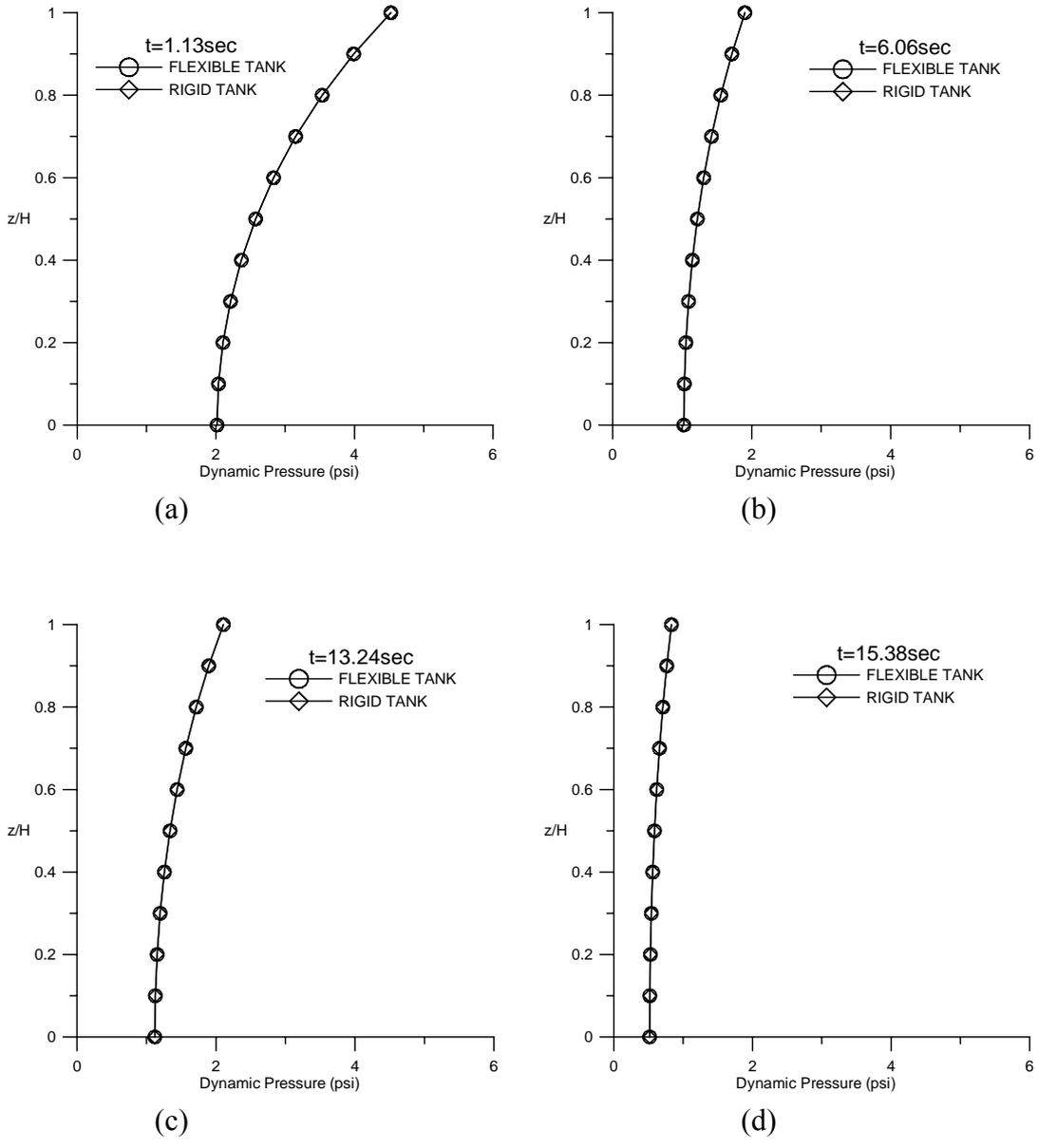
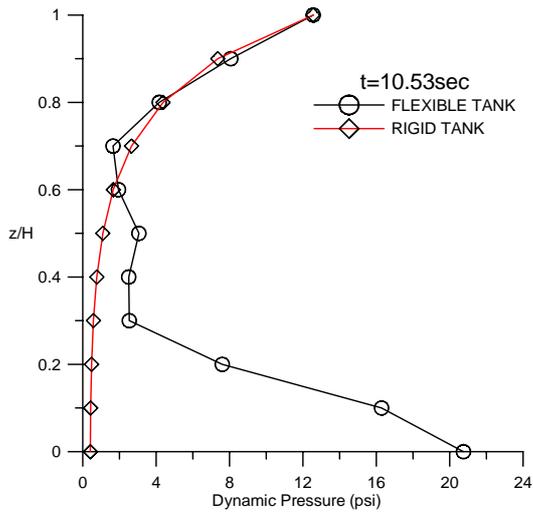
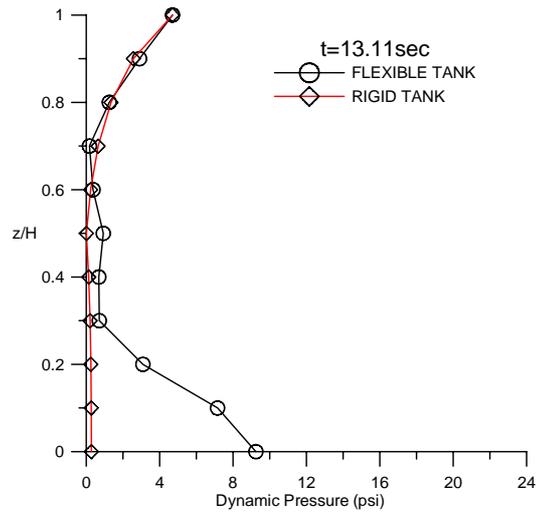


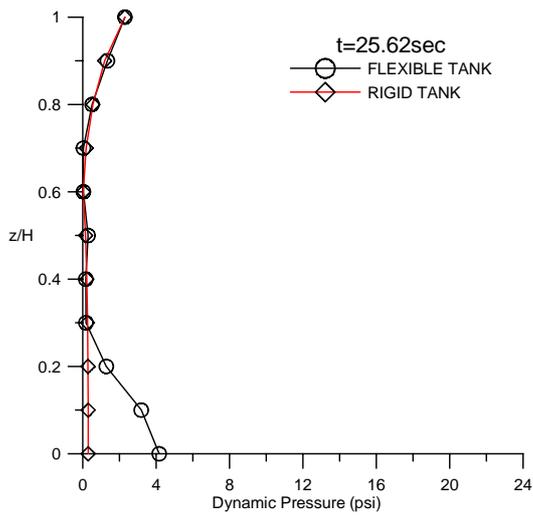
圖 5 動水壓沿高度變化 ( H=18ft, input=El Centro 0.5g )



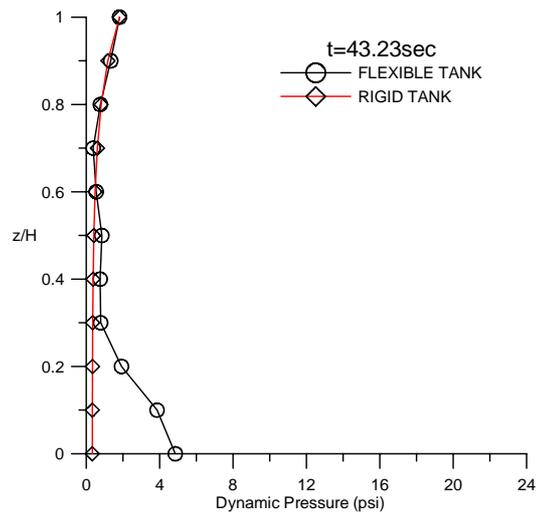
(a)



(b)

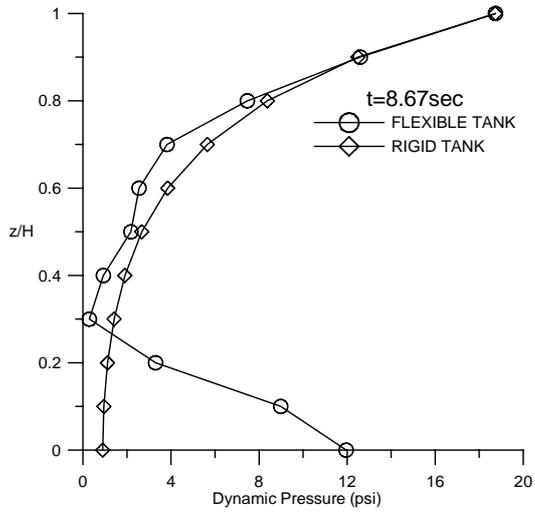


(c)

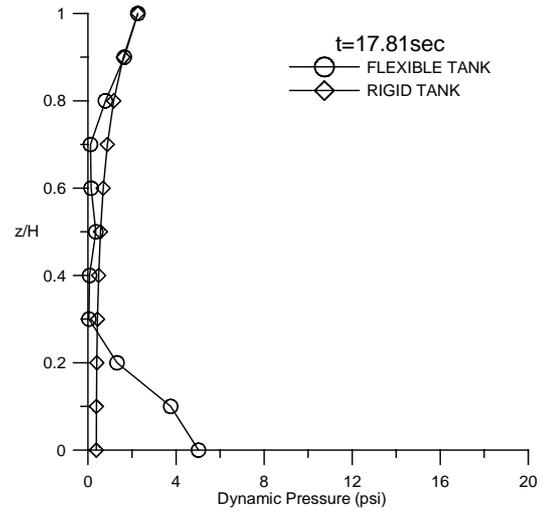


(d)

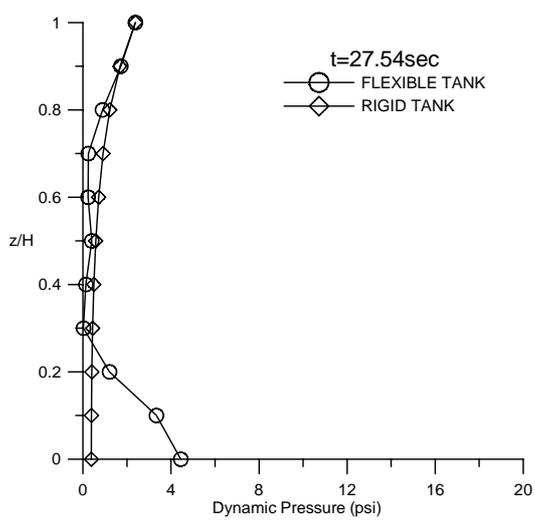
圖 6 動水壓沿高度變化 (H=72ft, input=Kobe 1g)



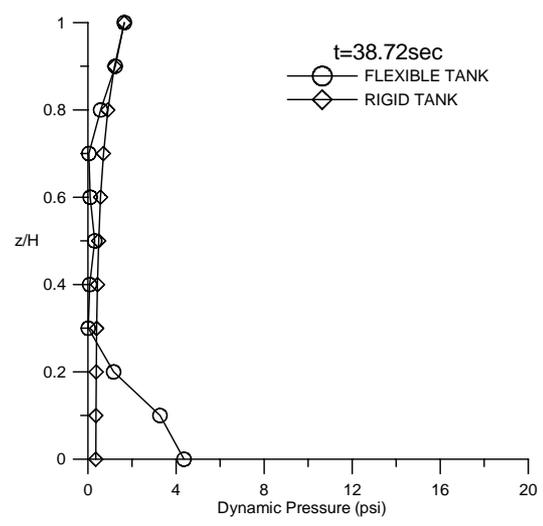
(a)



(b)



(c)



(d)

圖 7 動水壓沿高度變化 (H=54ft, input=Kobe 1g)

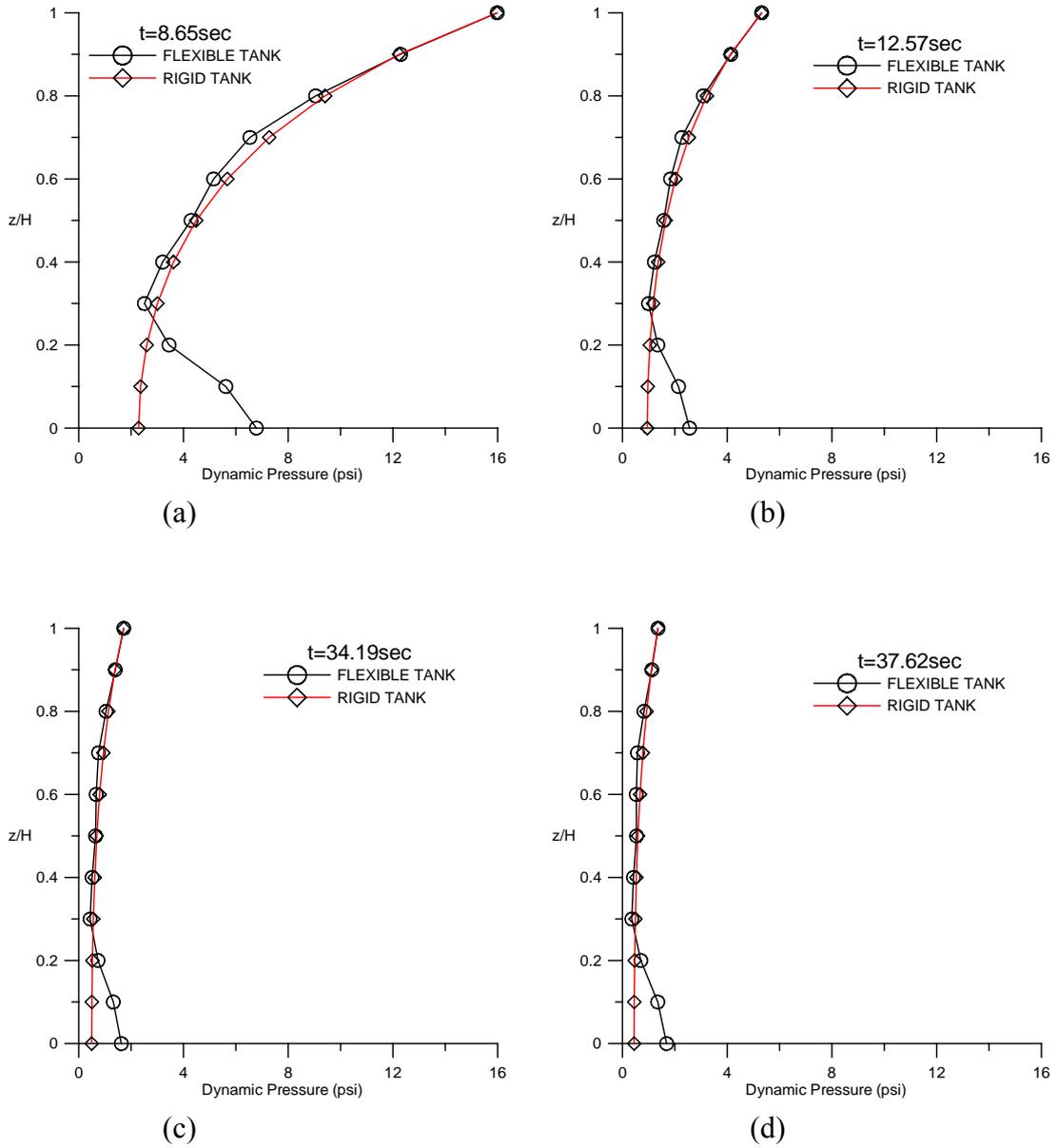


圖 8 動水壓沿高度變化 (H=36ft, input=Kobe 1g)

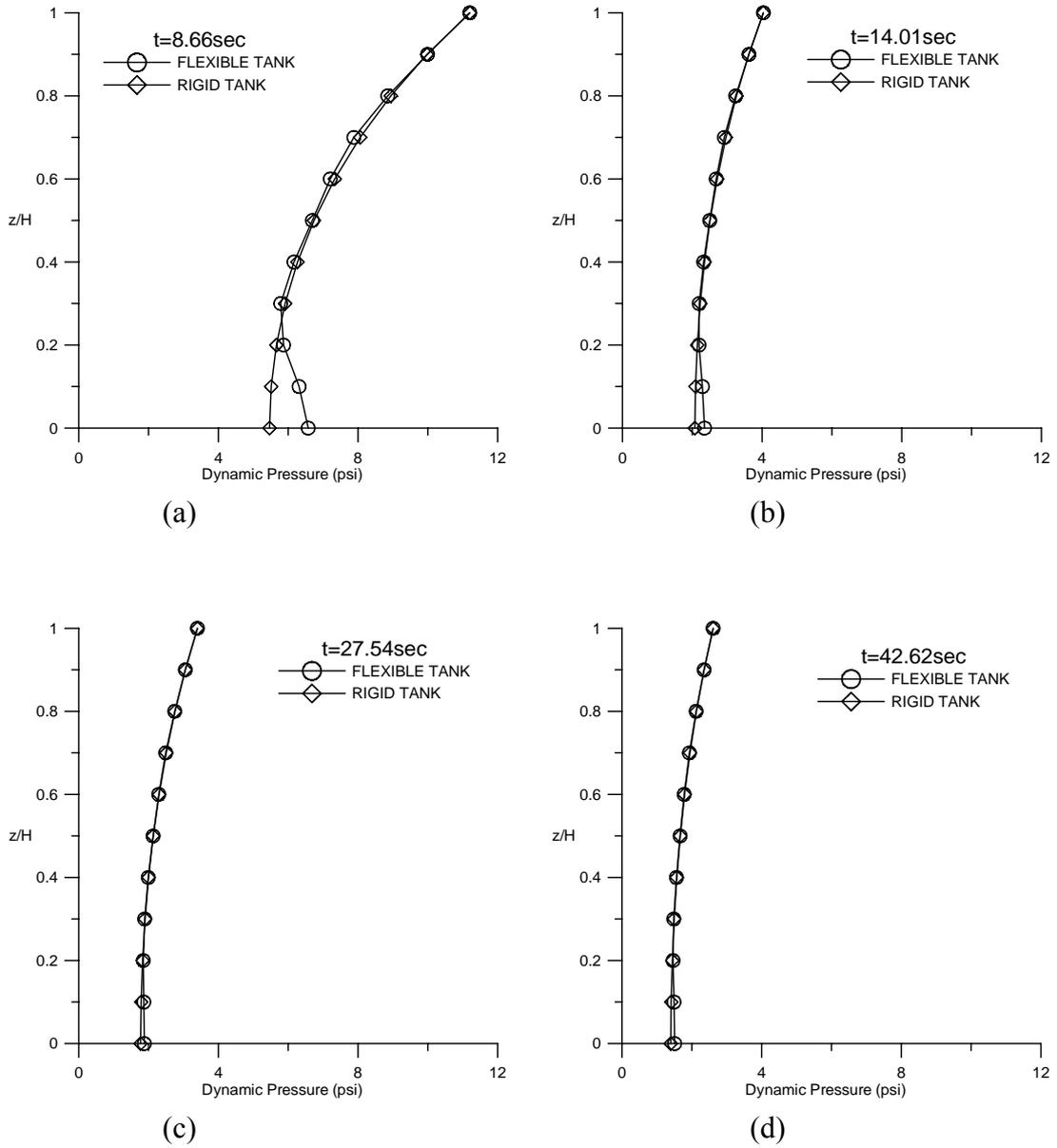
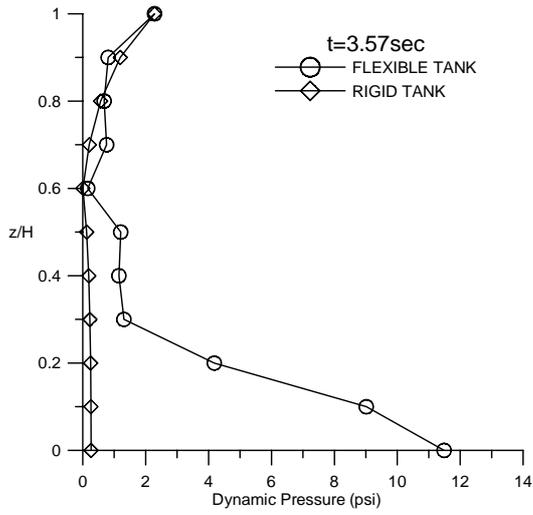
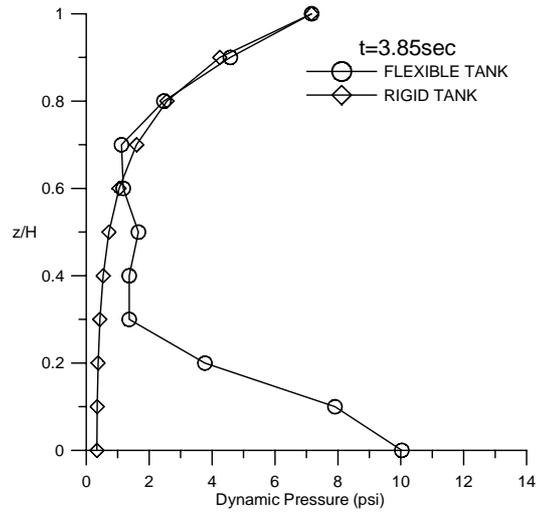


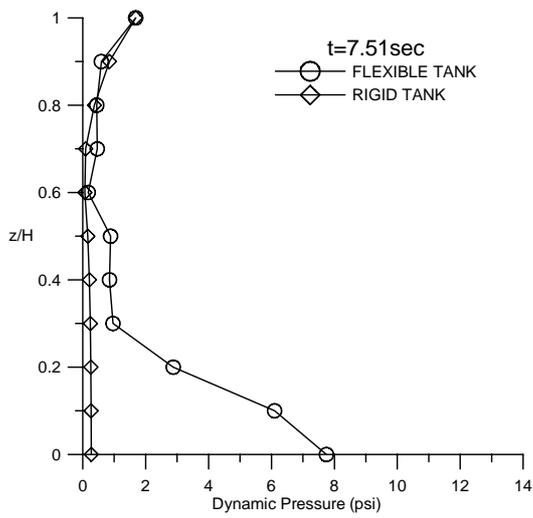
圖 9 動水壓沿高度變化 (H=18ft, input=Kobe 1g)



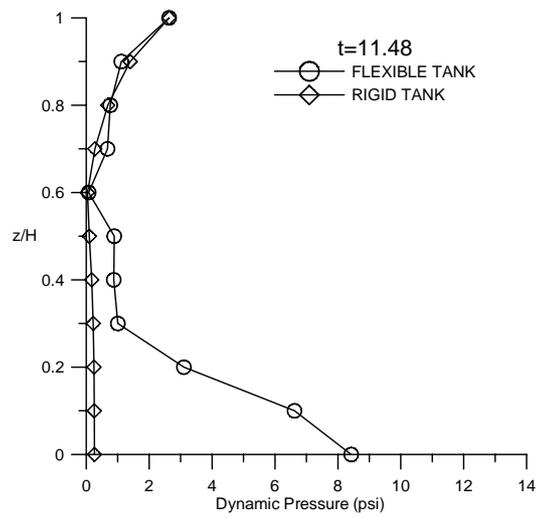
(a)



(b)



(c)



(d)

圖 10 動水壓沿高度變化 (H=72ft, input=Hachinohe 1g)

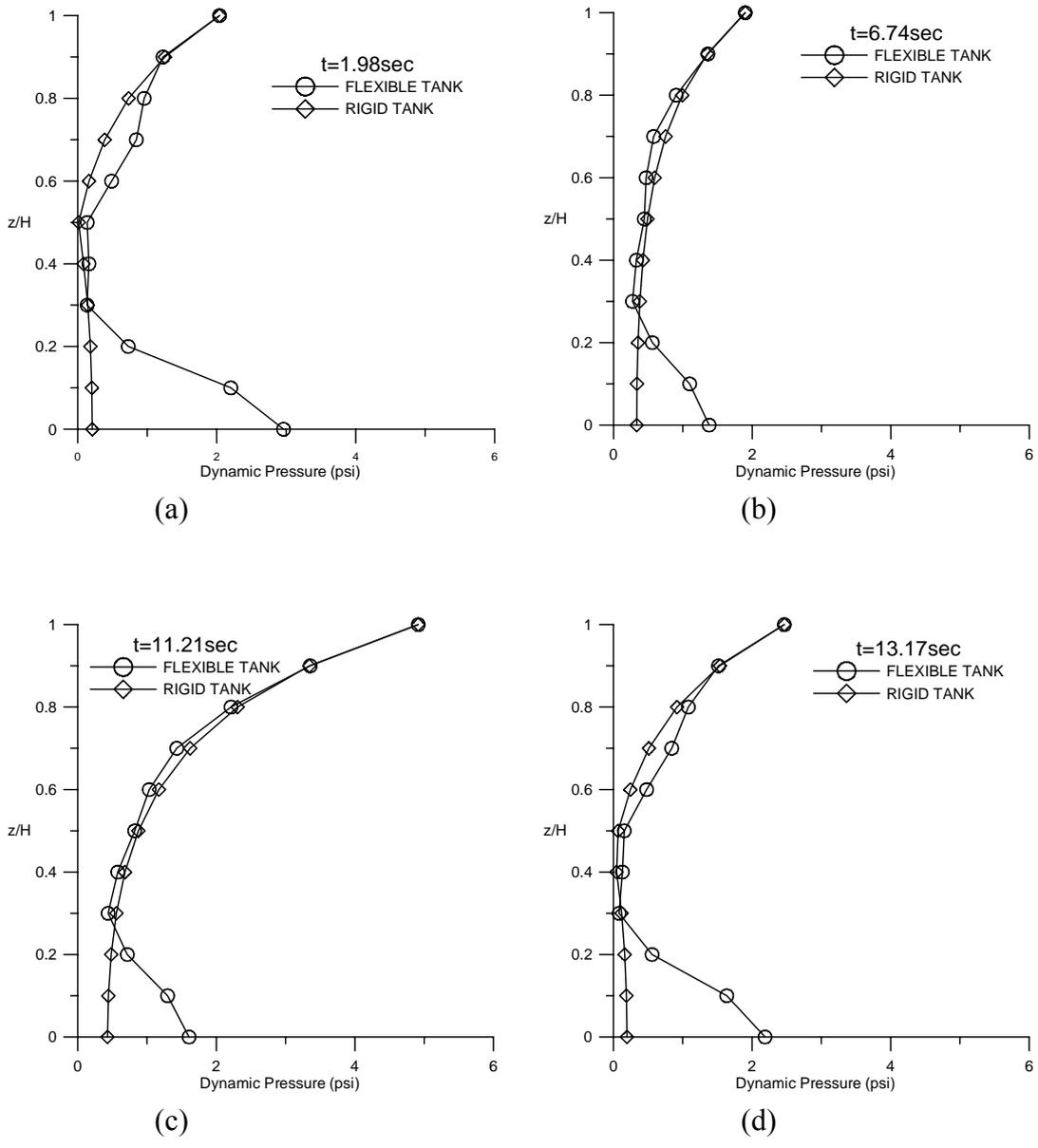
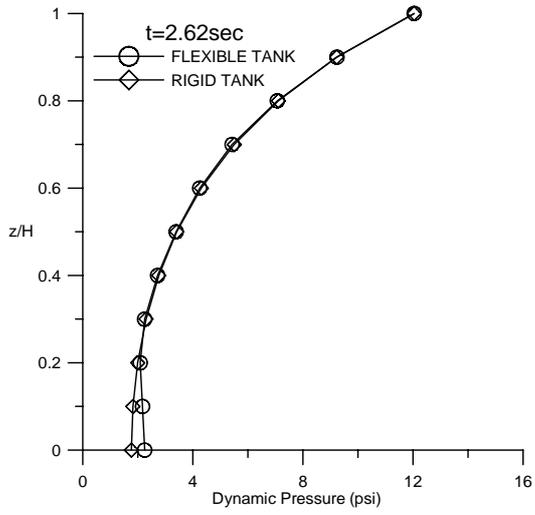
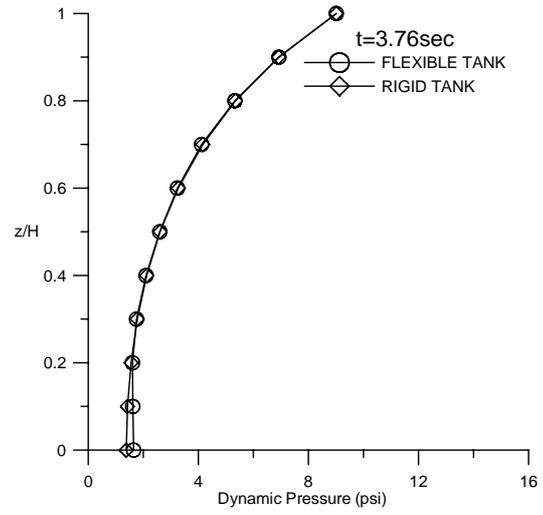


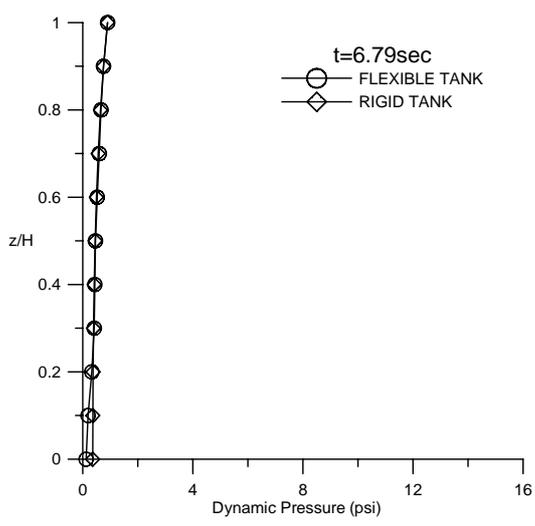
圖 11 動水壓沿高度變化 (H=54ft, input=Hachinohe 1g)



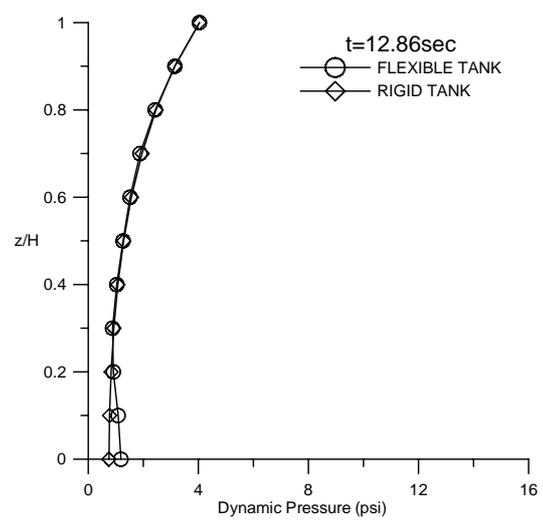
(a)



(b)

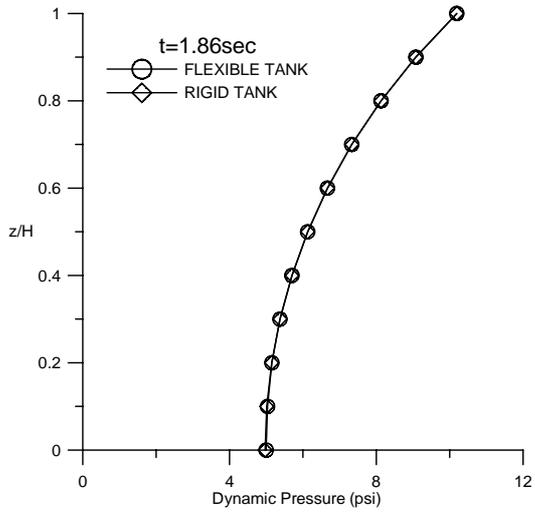


(c)

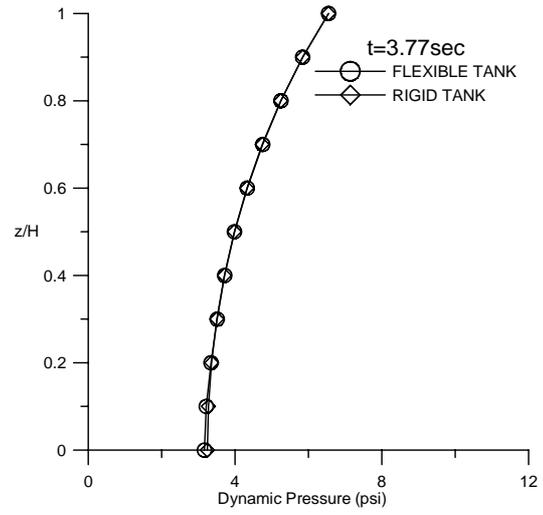


(d)

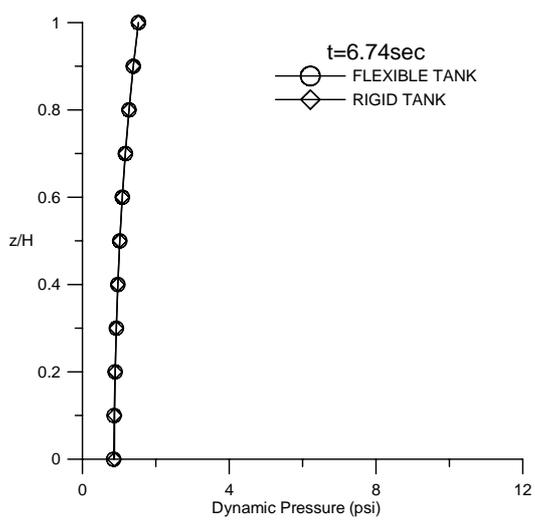
圖 12 動水壓沿高度變化 (H=36ft, input=Hachinohe 1g)



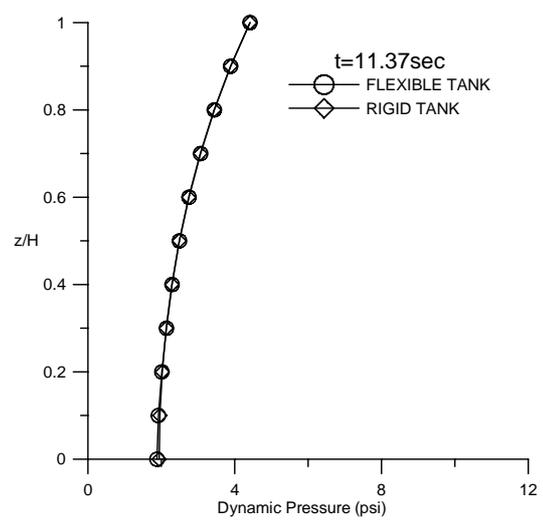
(a)



(b)



(c)



(d)

圖 13 動水壓沿高度變化 (H=18ft, input=Hachinohe 1g)

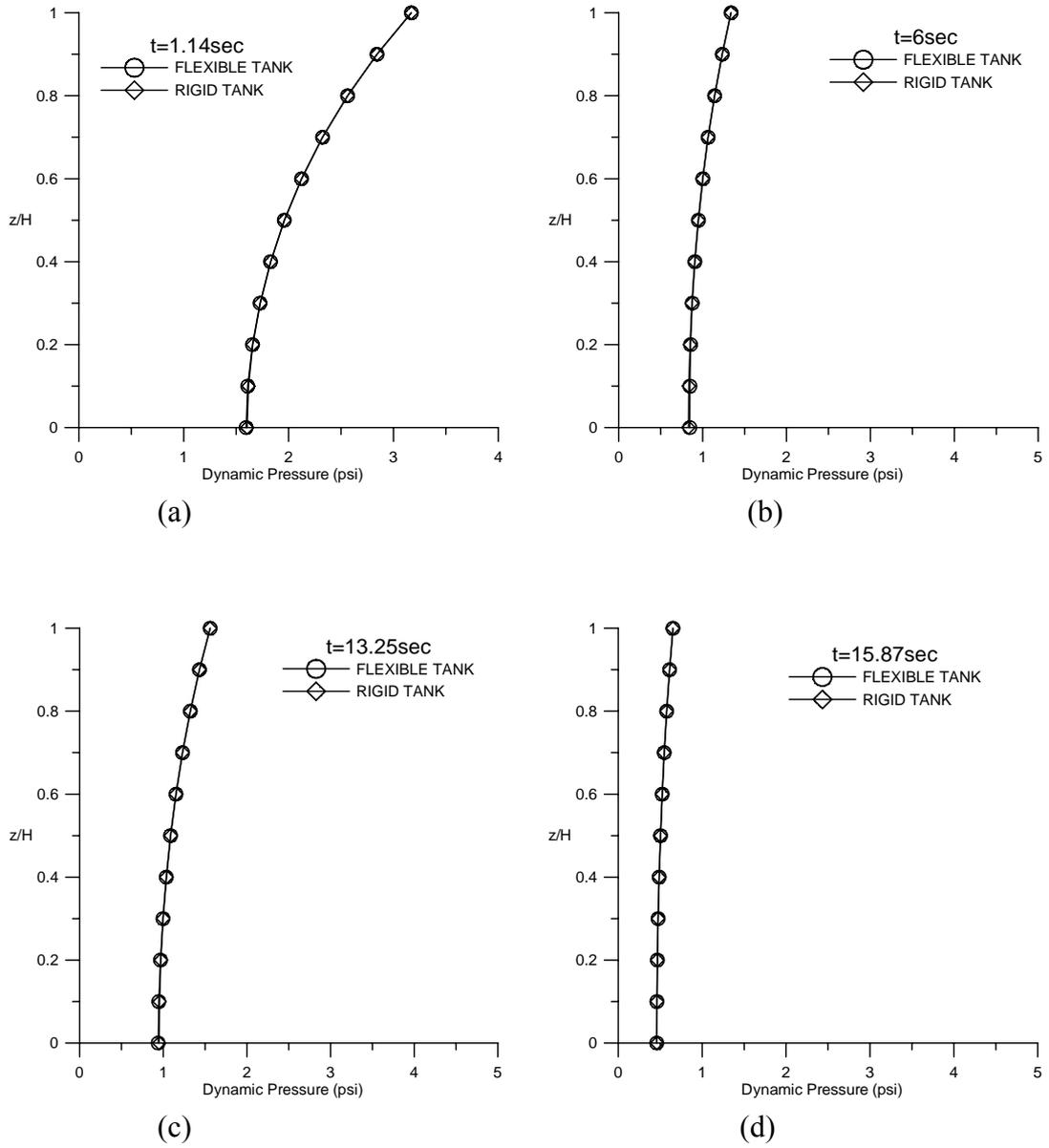
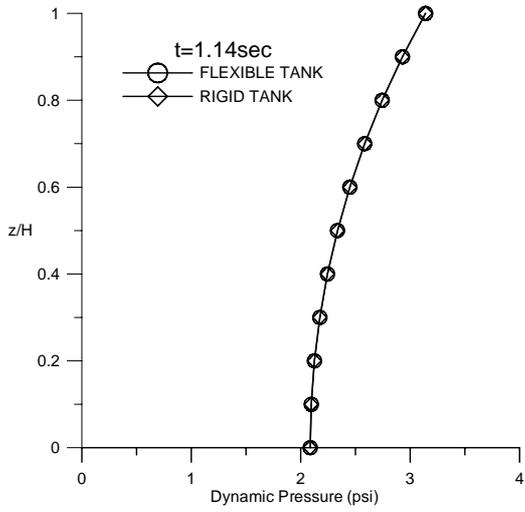
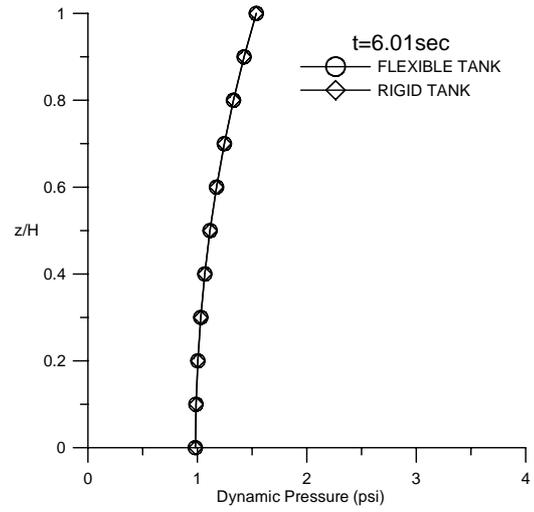


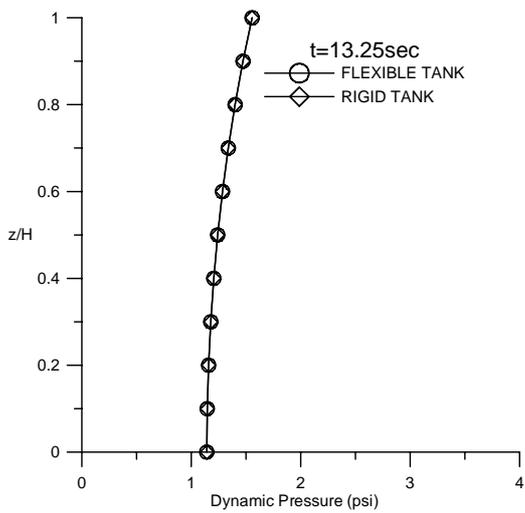
圖 14 動水壓沿高度變化 (H=16ft, input=El Centro 0.5g)



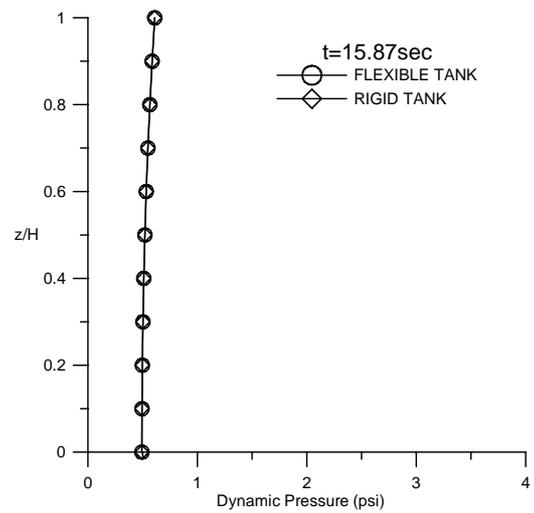
(a)



(b)

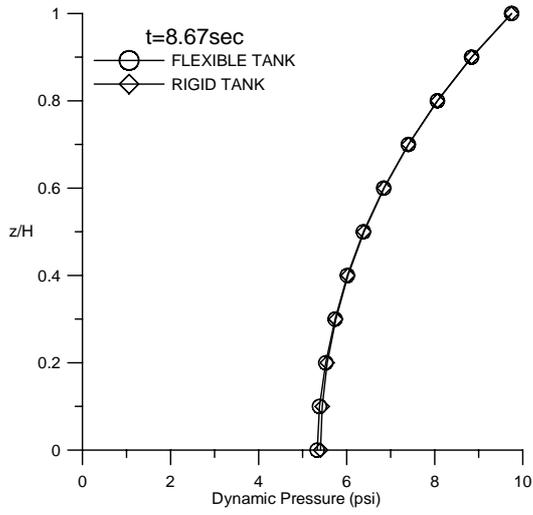


(c)

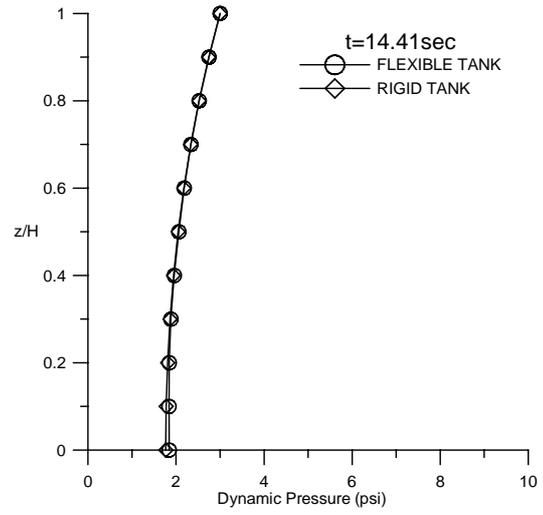


(d)

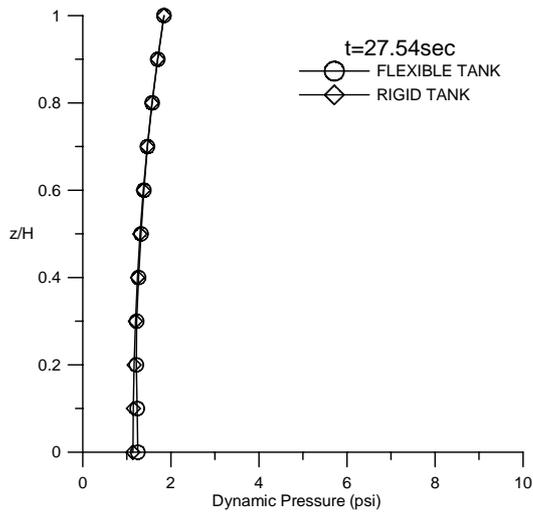
圖 15 動水壓沿高度變化 (  $H=12\text{ft}$ , input=El Centro 0.5g )



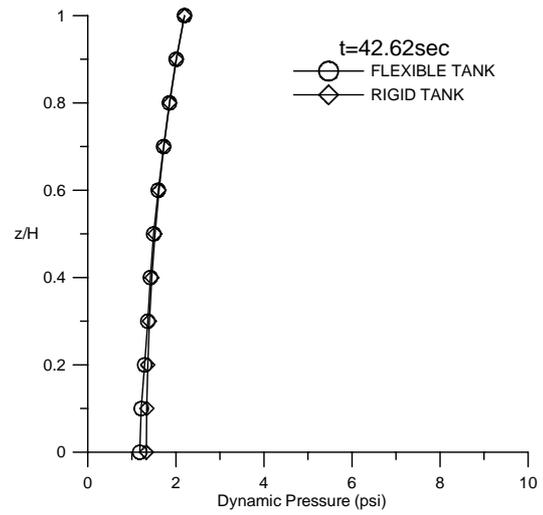
(a)



(b)

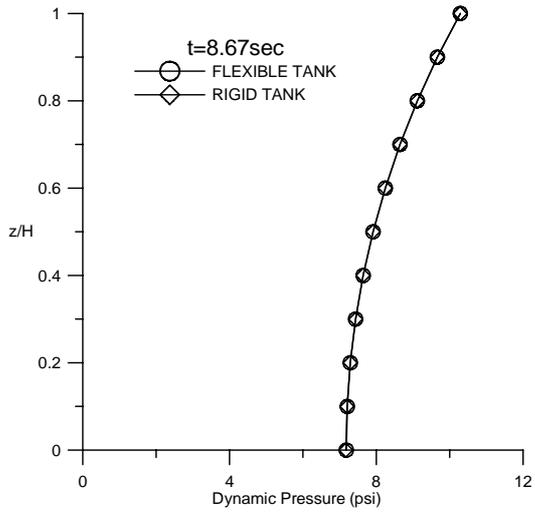


(c)

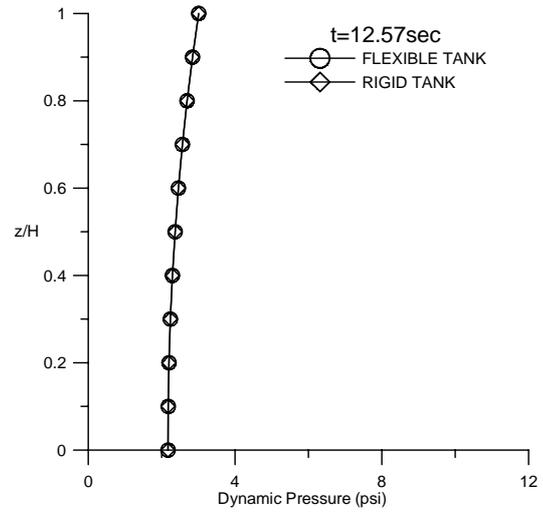


(d)

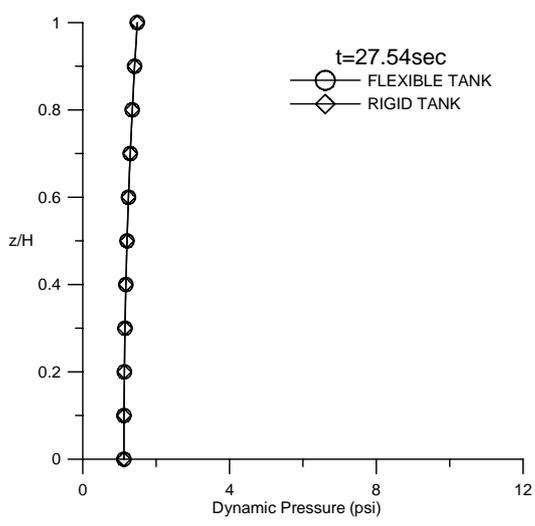
圖 16 動水壓沿高度變化 (H=16ft, input=Kobe 1g)



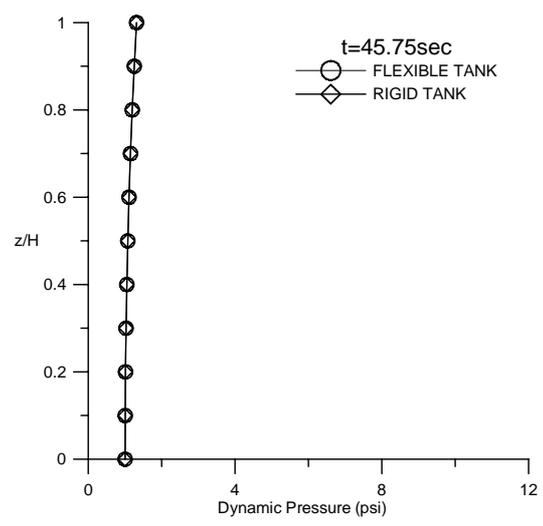
(a)



(b)



(c)



(d)

圖 17 動水壓沿高度變化 (H=12ft, input=Kobe 1g)

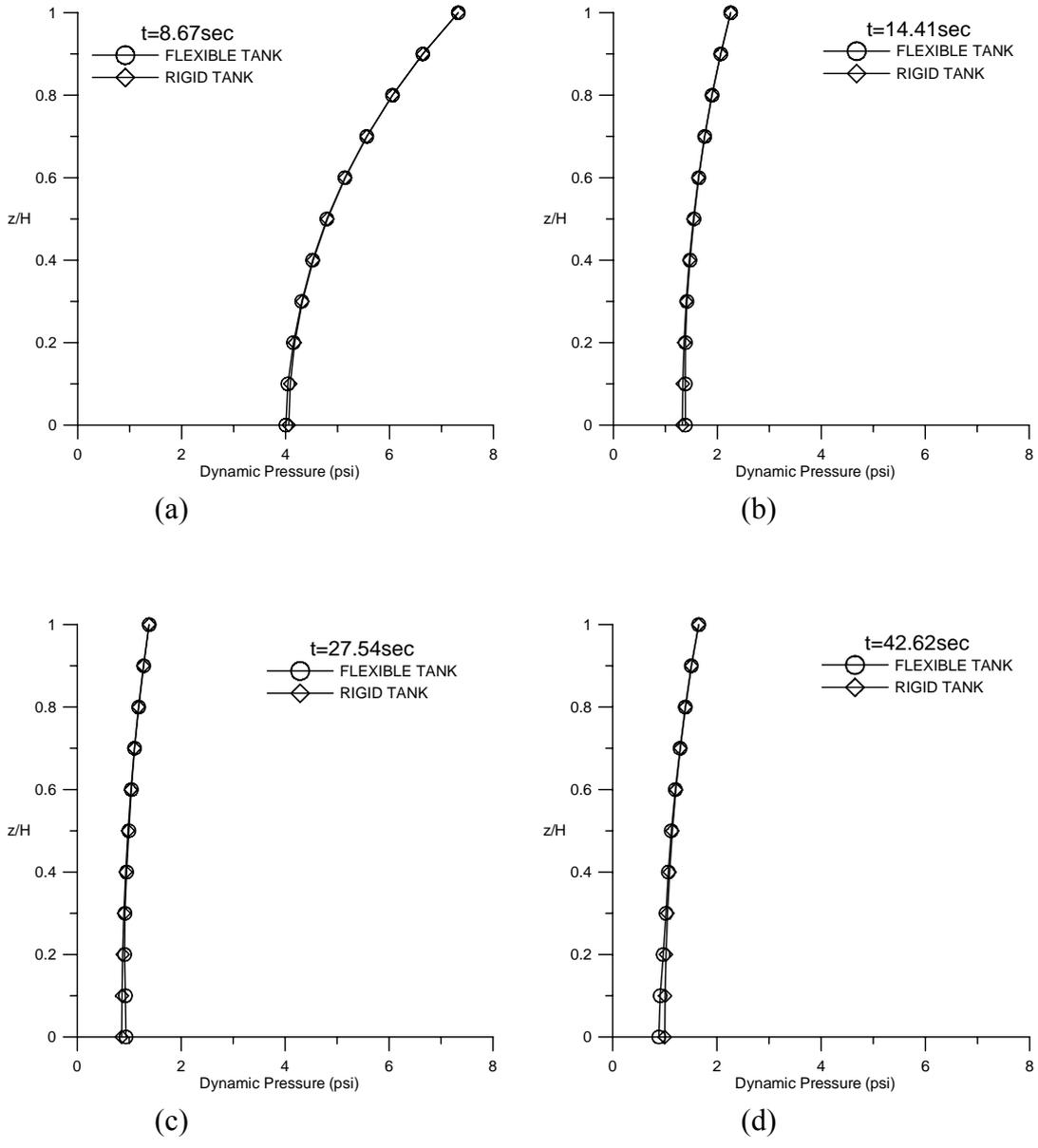
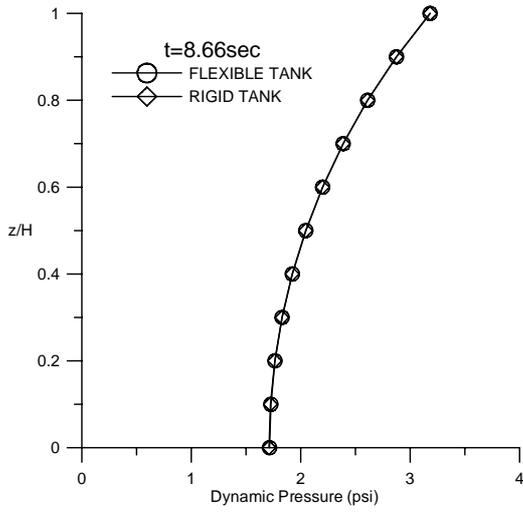
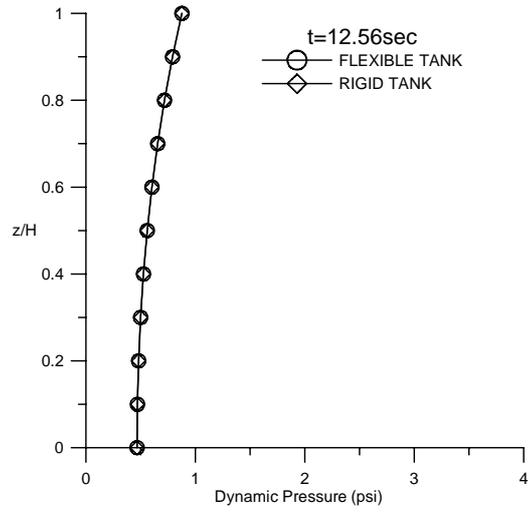


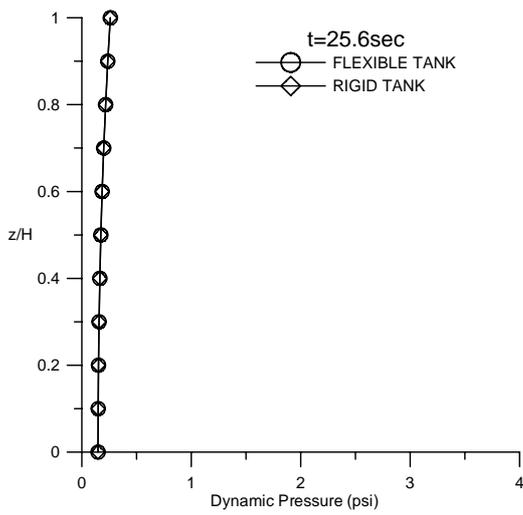
圖 18 動水壓沿高度變化 ( H=16ft, input=Kobe 0.8g )



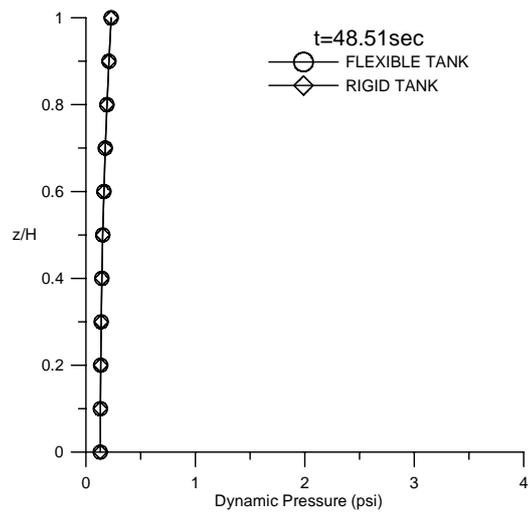
(a)



(b)

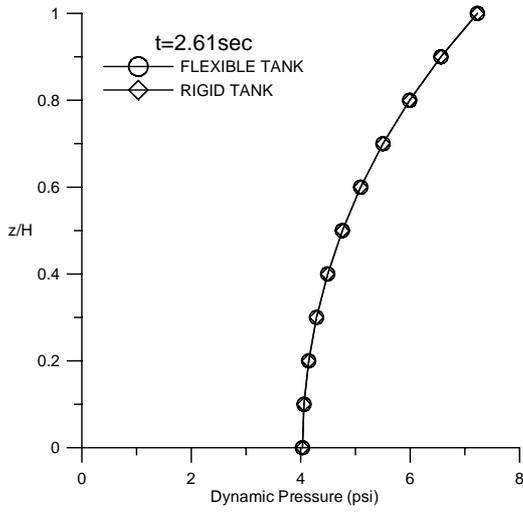


(c)

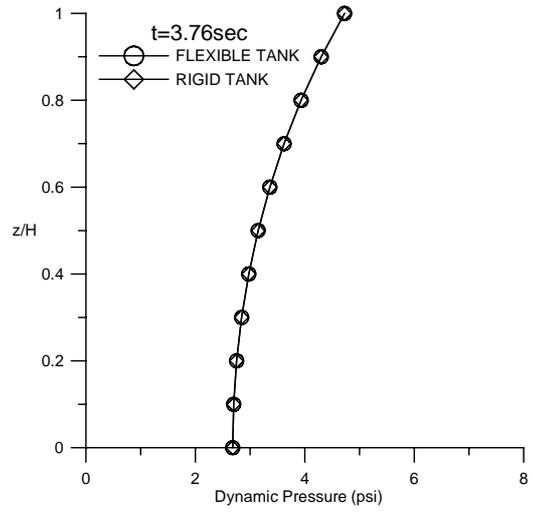


(d)

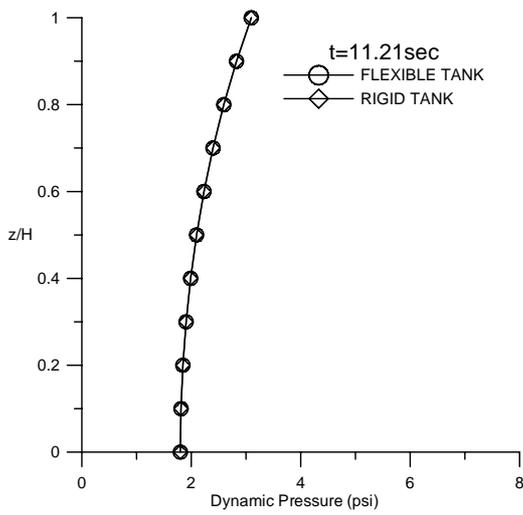
圖 19 動水壓沿高度變化 (  $H=16\text{ft}$ , input=Kobe 0.4g )



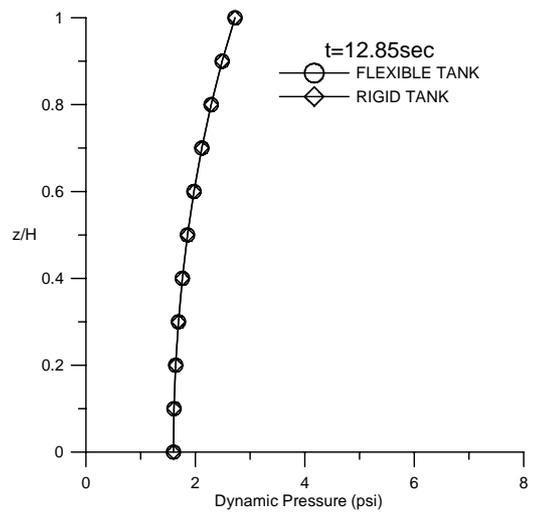
(a)



(b)

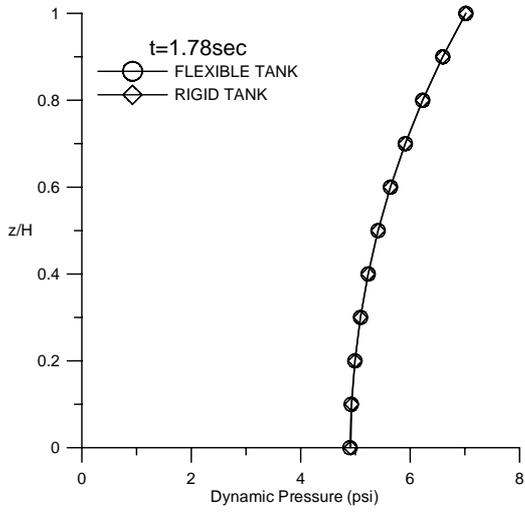


(c)

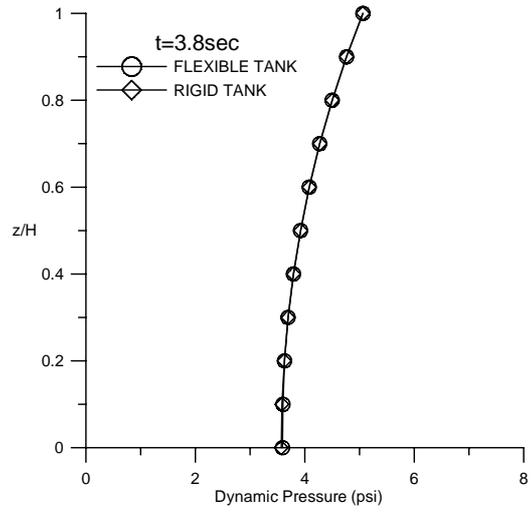


(d)

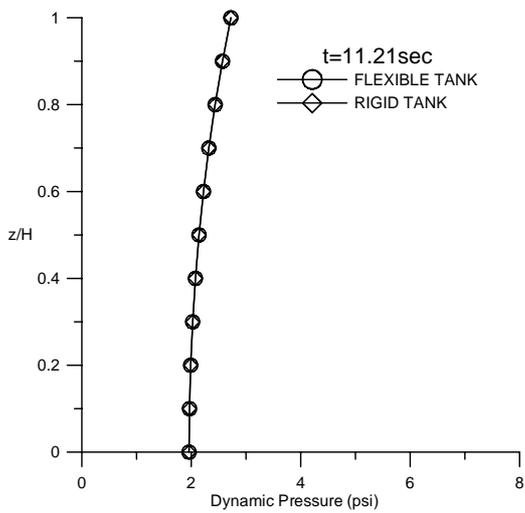
圖 20 動水壓沿高度變化 (  $H=16\text{ft}$ , input=Hachinohe 1g )



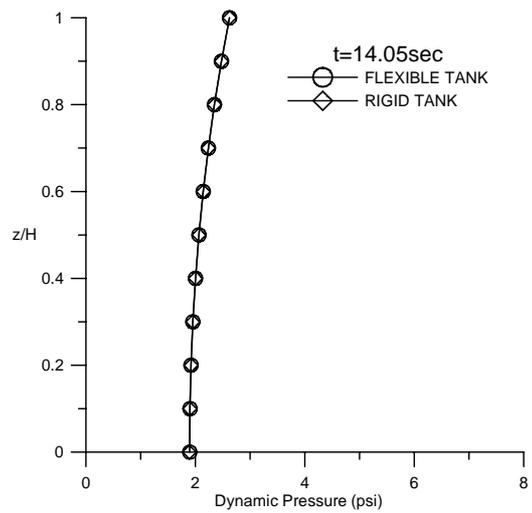
(a)



(b)

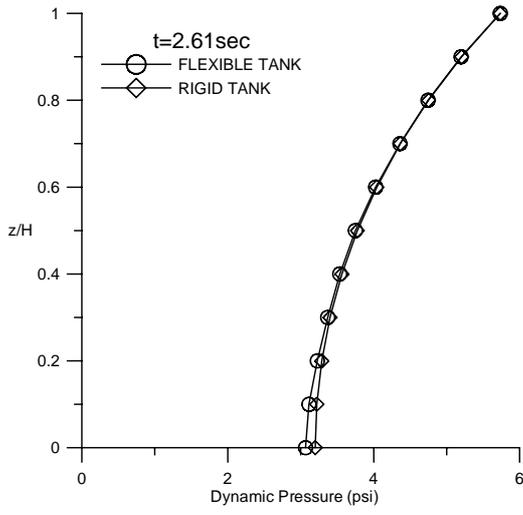


(c)

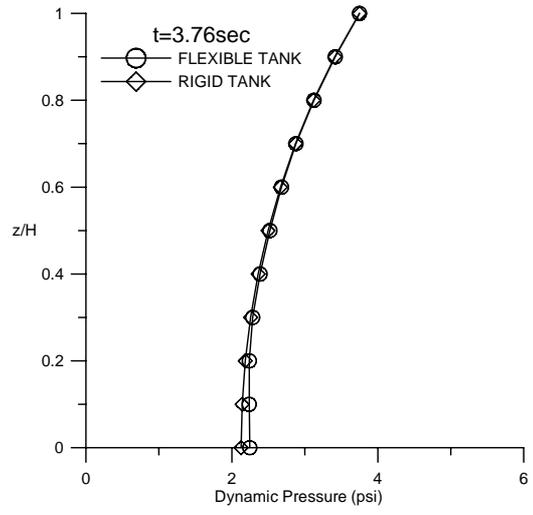


(d)

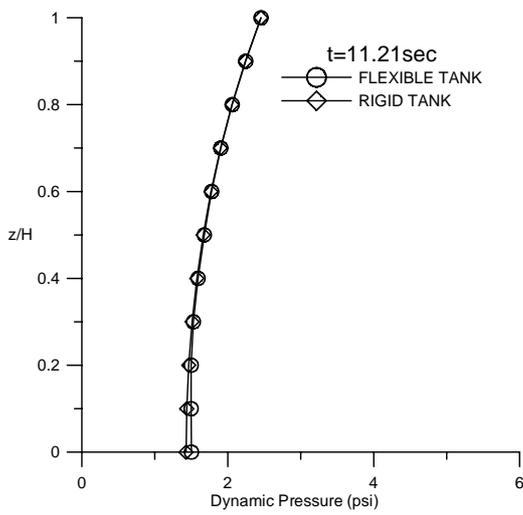
圖 21 動水壓沿高度變化 (  $H=12\text{ft}$ , input=Hachinohe 1g )



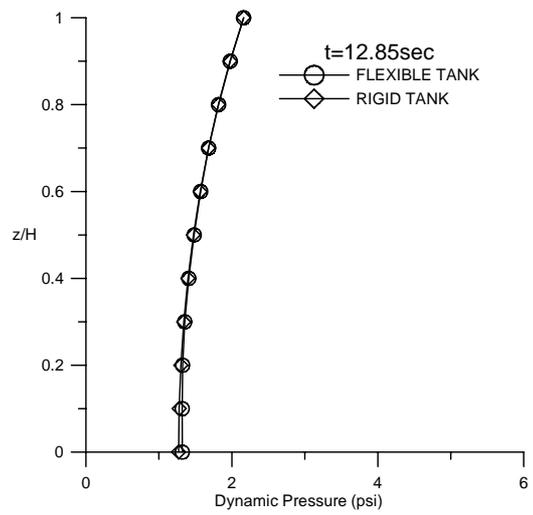
(a)



(b)

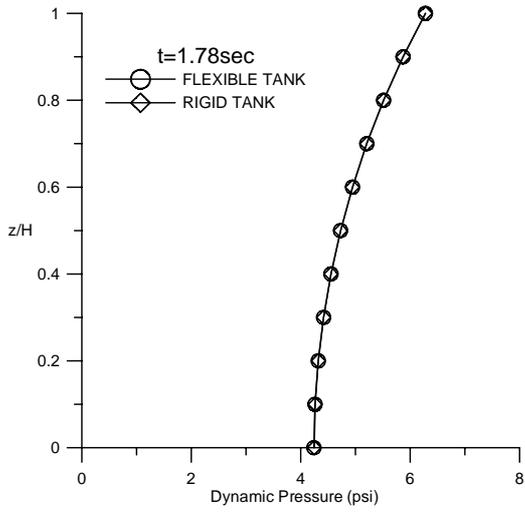


(c)

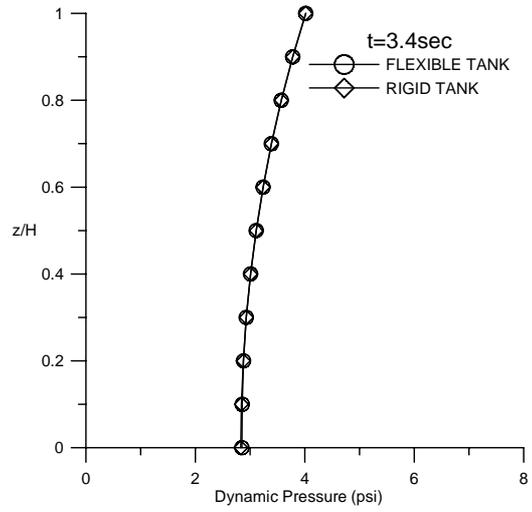


(d)

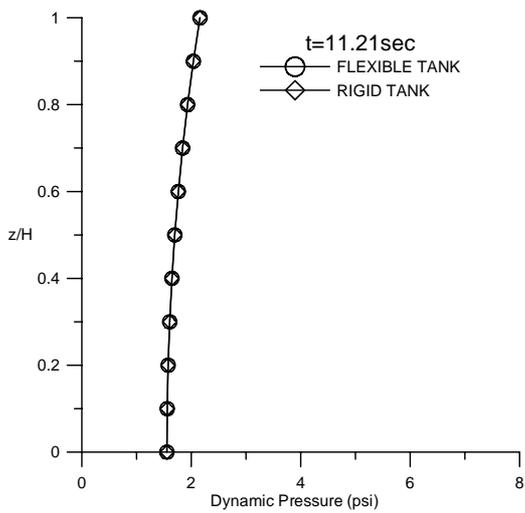
圖 22 動水壓沿高度變化 (  $H=16\text{ft}$ , input=Hachinohe 0.8g )



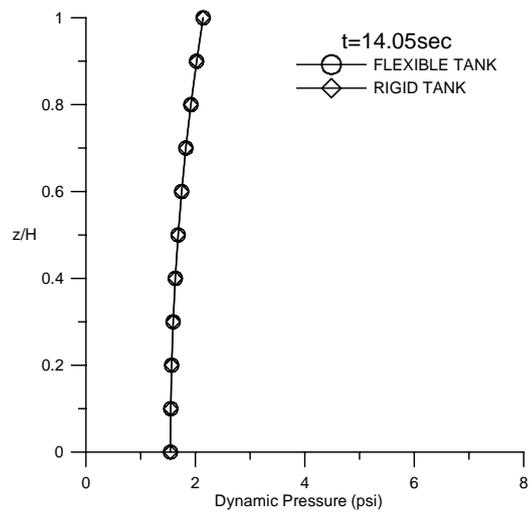
(a)



(b)

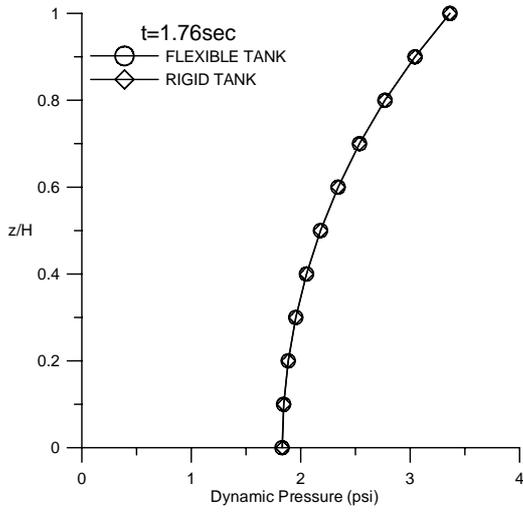


(c)

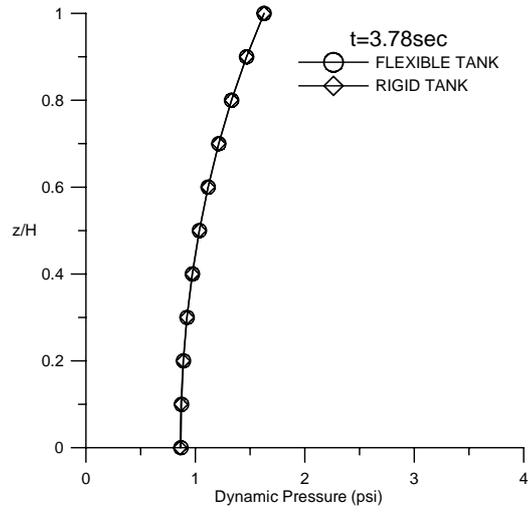


(d)

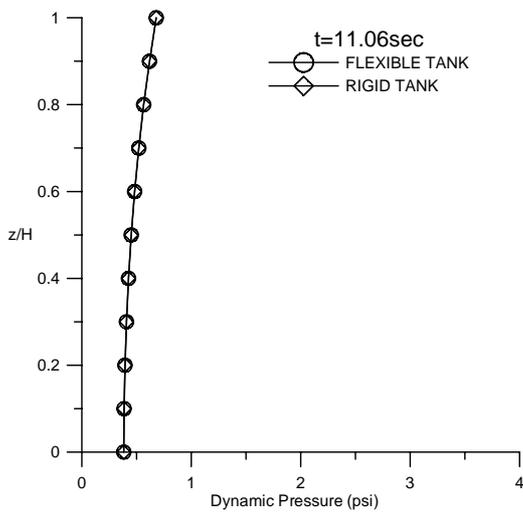
圖 23 動水壓沿高度變化 (  $H=12\text{ft}$ , input=Hachinohe 0.8g )



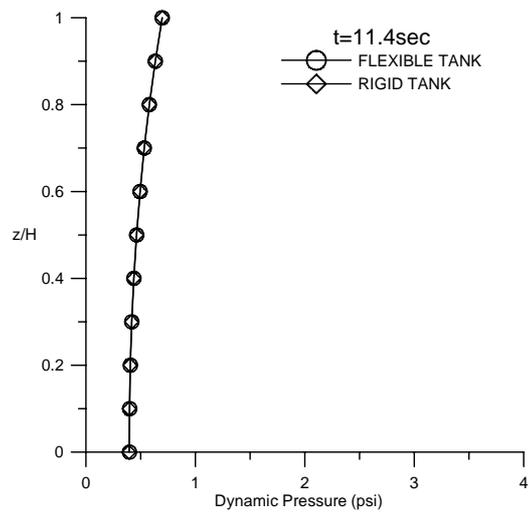
(a)



(b)

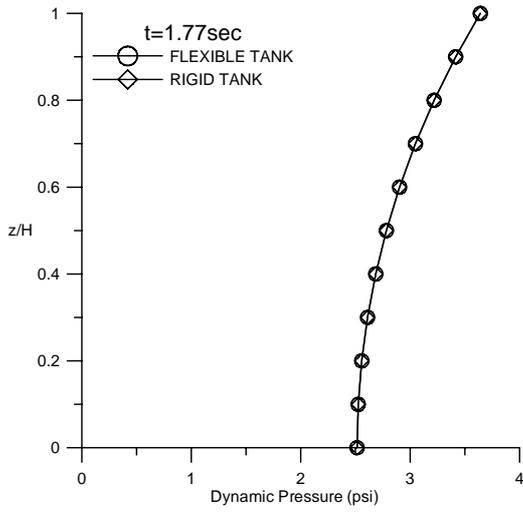


(c)

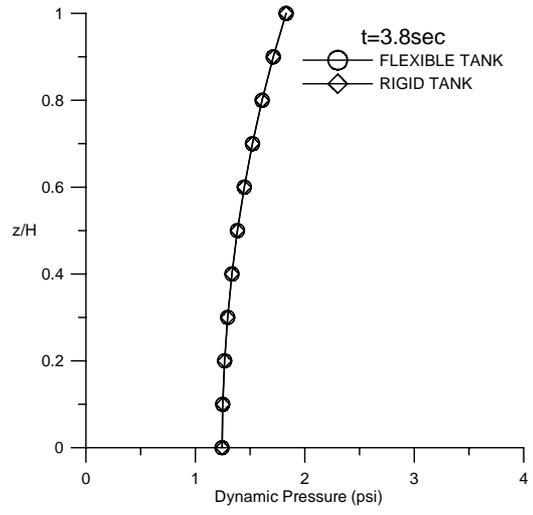


(d)

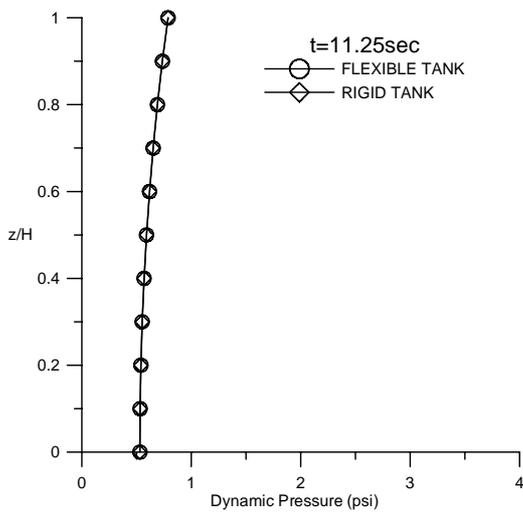
圖 24 動水壓沿高度變化 (  $H=16\text{ft}$ , input=Hachinohe 0.4g )



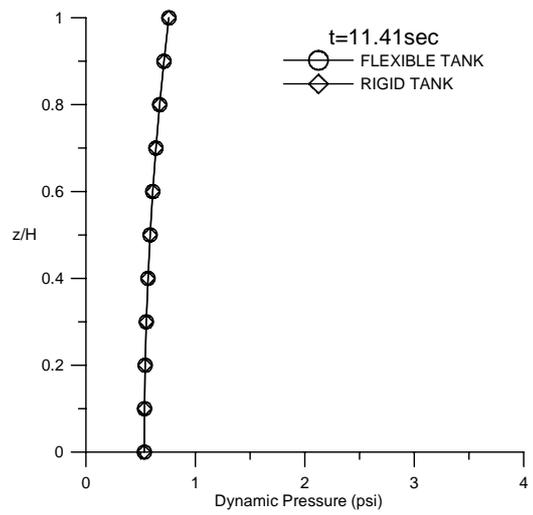
(a)



(b)

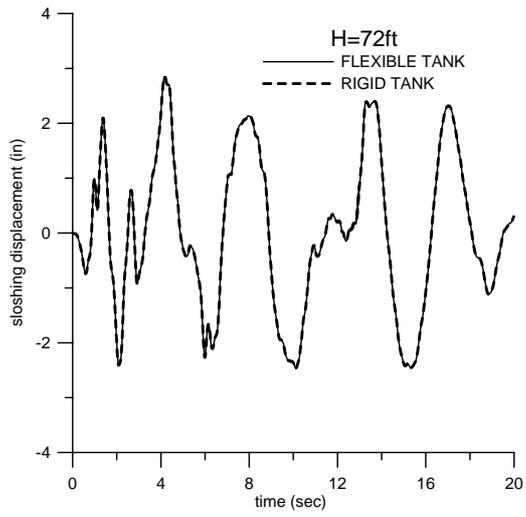


(c)

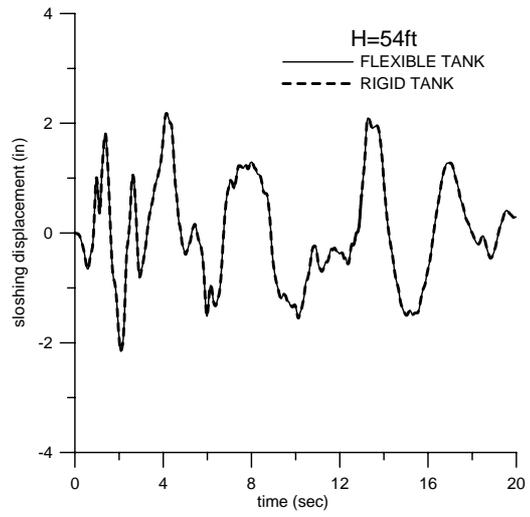


(d)

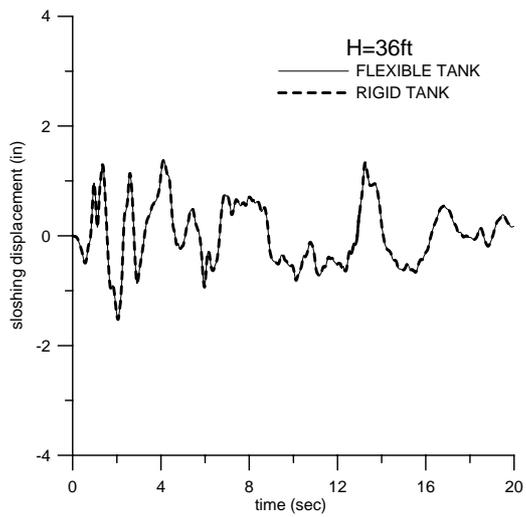
圖 25 動水壓沿高度變化 (  $H=12\text{ft}$ , input=Hachinohe 0.4g )



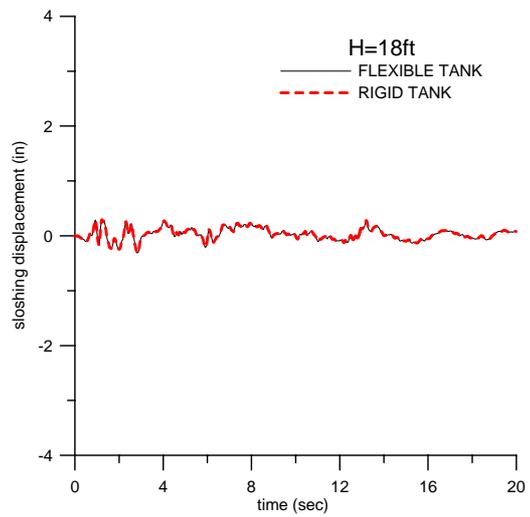
(a)



(b)

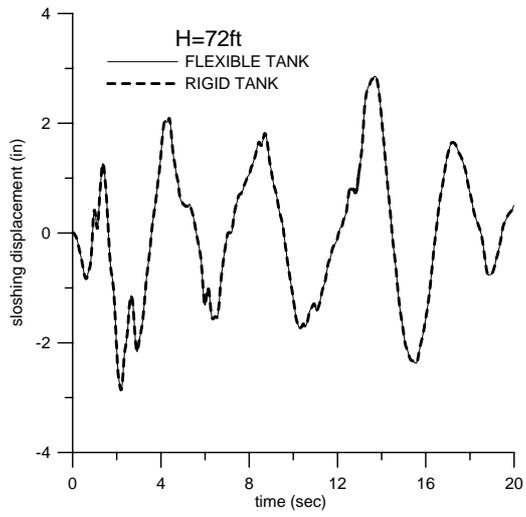


(c)

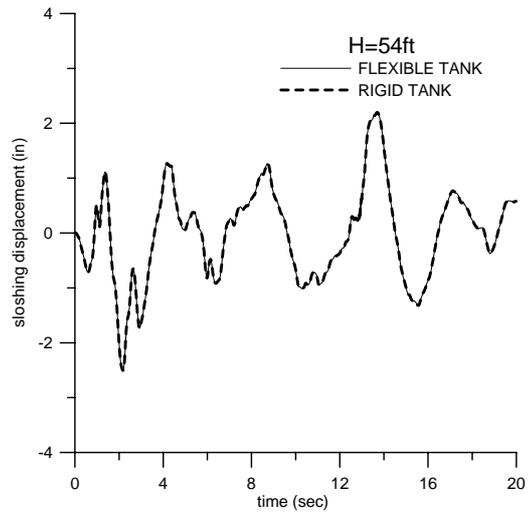


(d)

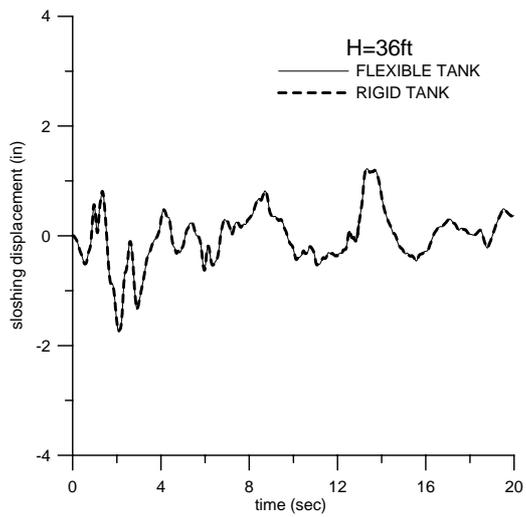
圖 26 激盪位移歷時圖 (El Centro 0.5g)



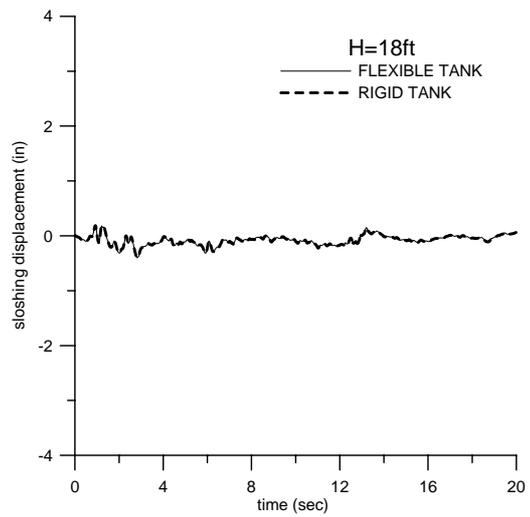
(a)



(b)

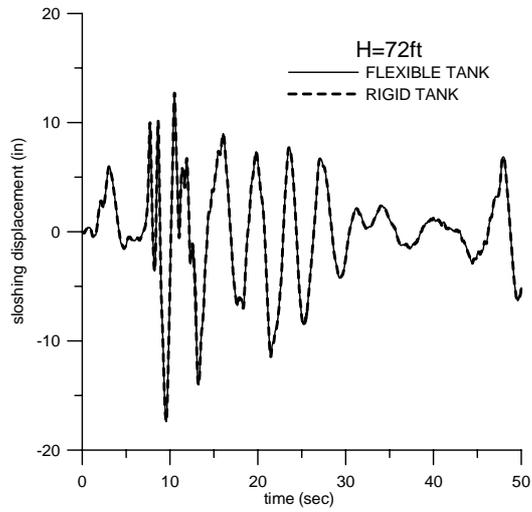


(c)

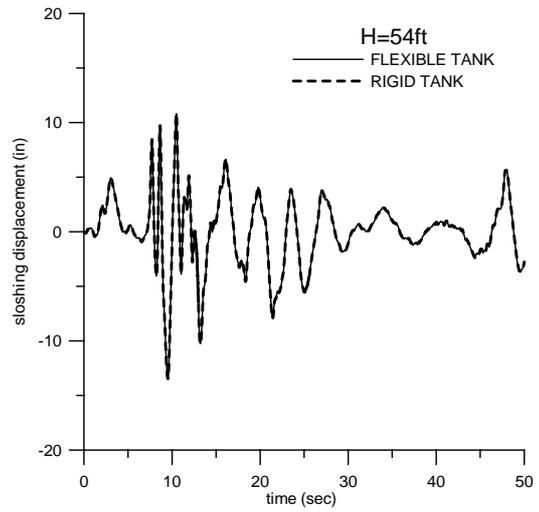


(d)

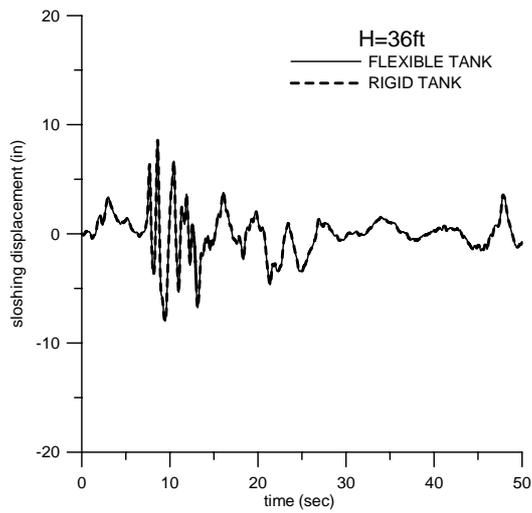
圖 27 激盪位移歷時圖 (El Centro 0.34g)



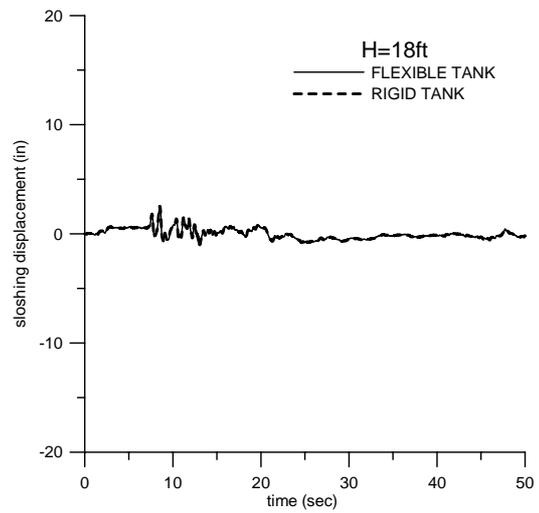
(a)



(b)

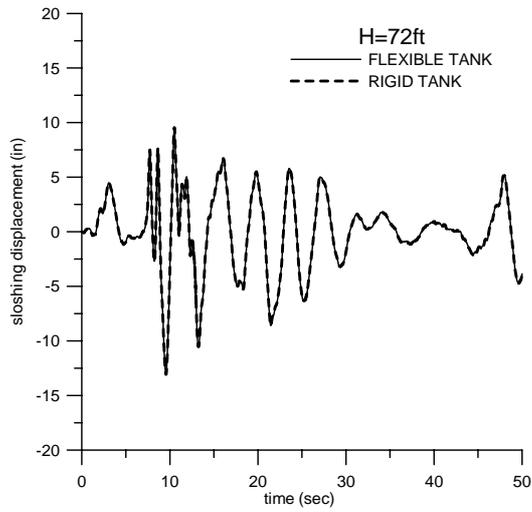


(c)

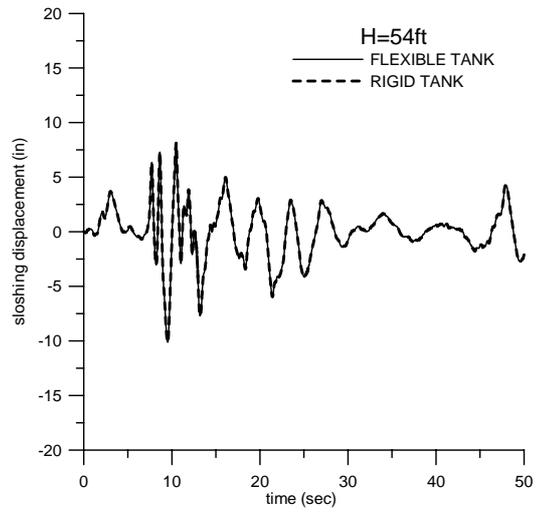


(d)

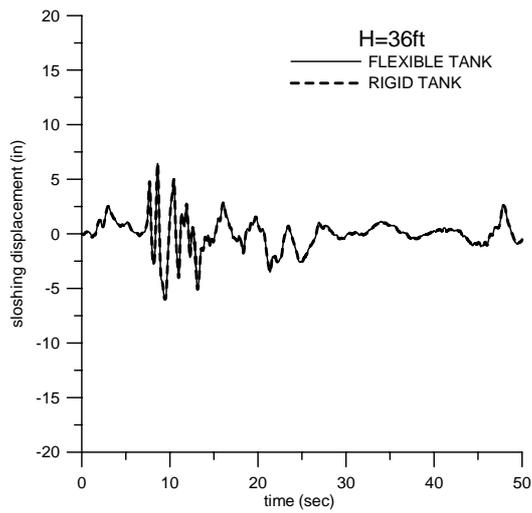
圖 28 激盪位移歷時圖 (Kobe 1g)



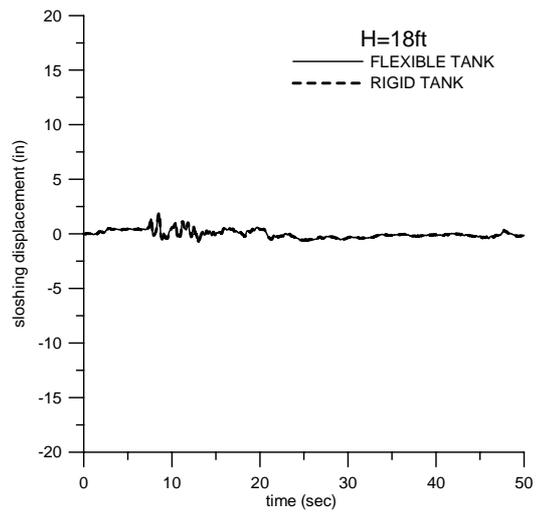
(a)



(b)

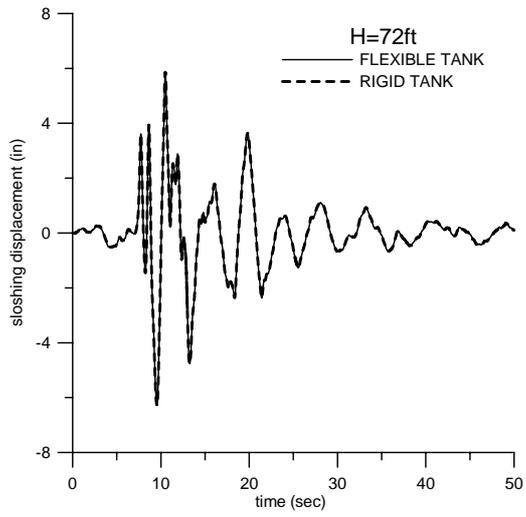


(c)

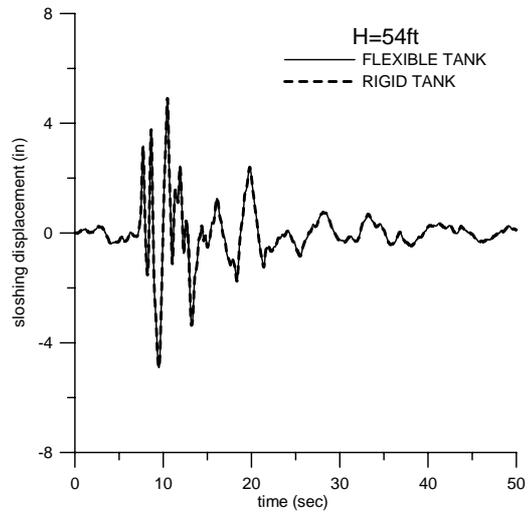


(d)

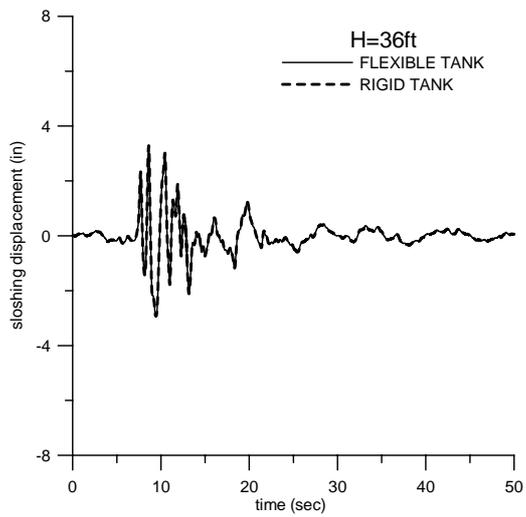
圖 29 激盪位移歷時圖 (Kobe 0.8g)



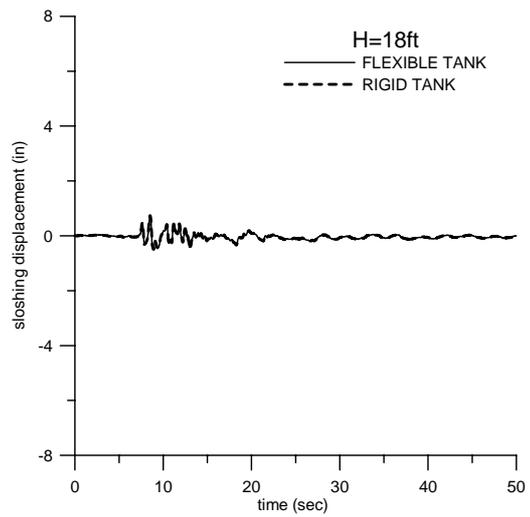
(a)



(b)

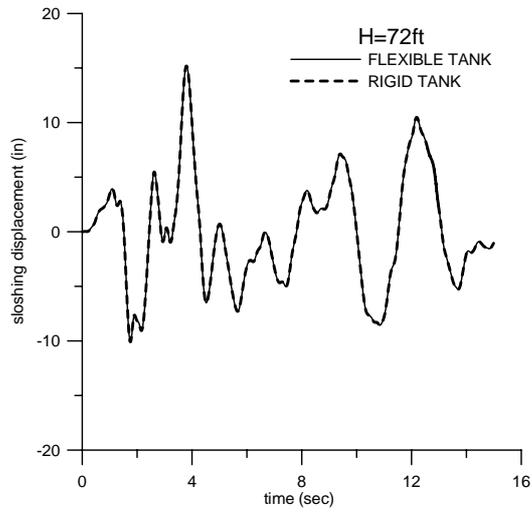


(c)

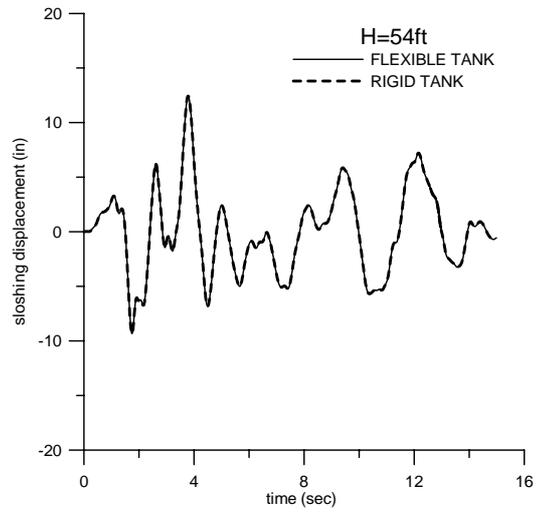


(d)

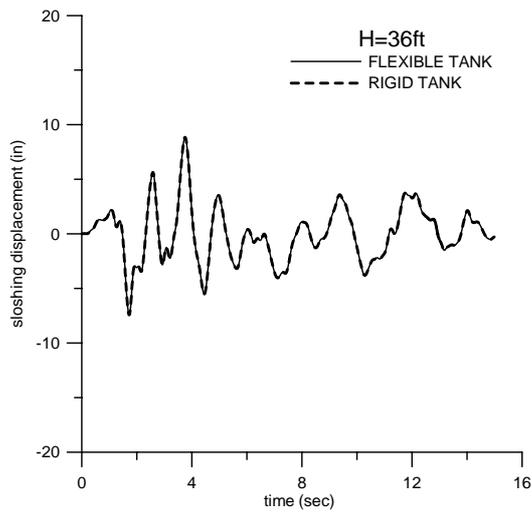
圖 30 激盪位移歷時圖 ( Kobe 0.4g )



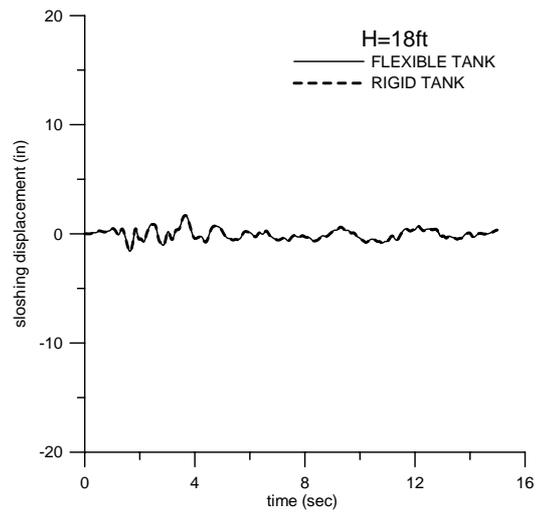
(a)



(b)

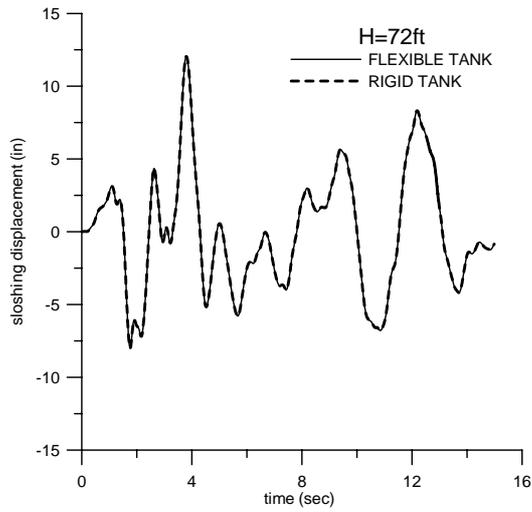


(c)

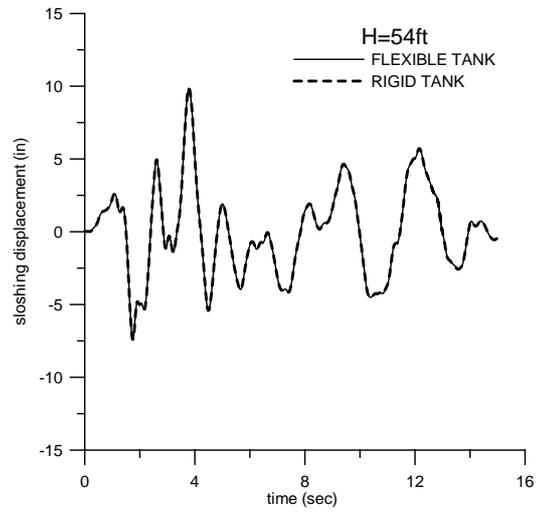


(d)

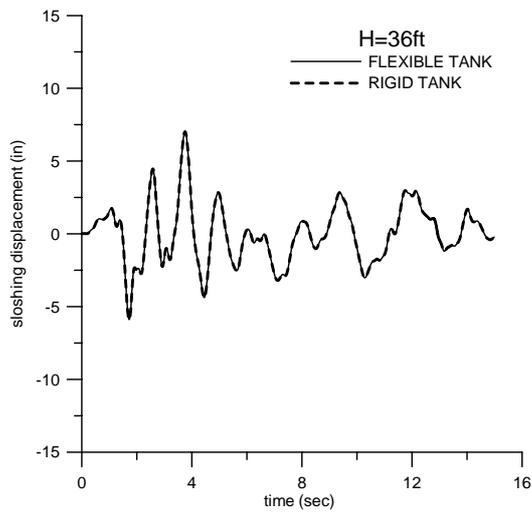
圖 31 激盪位移歷時圖 (Hachinohe 1g)



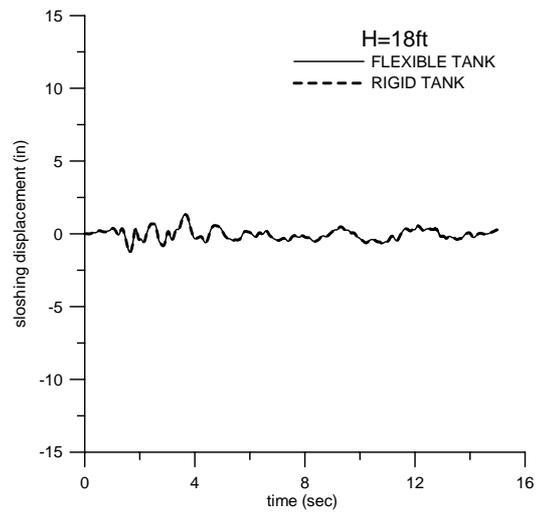
(a)



(b)

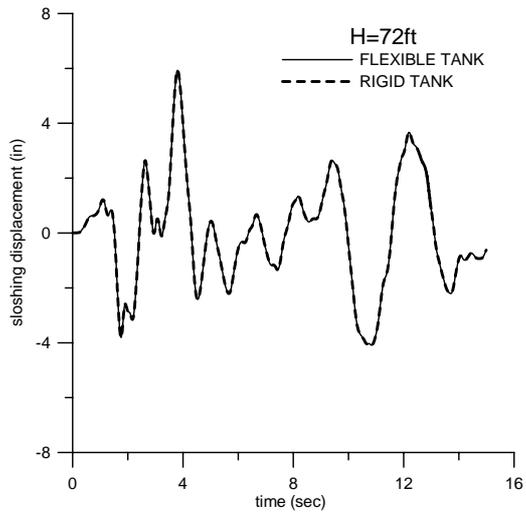


(c)

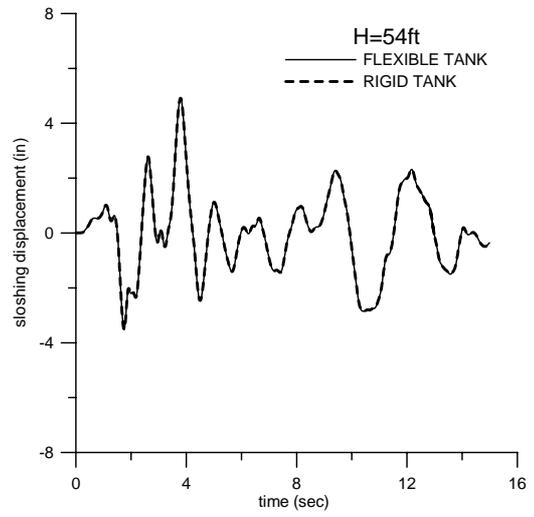


(d)

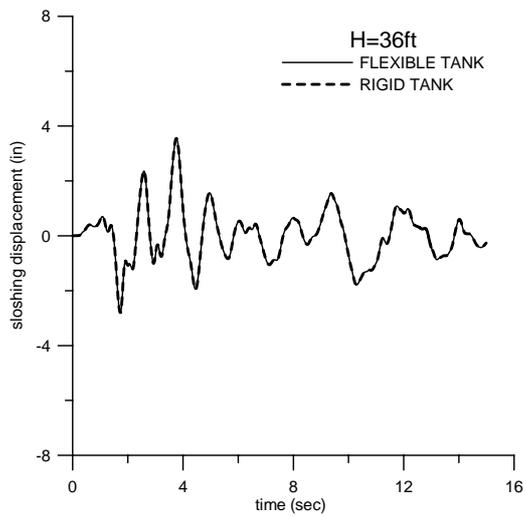
圖 32 激盪位移歷時圖 (Hachinohe 0.8g)



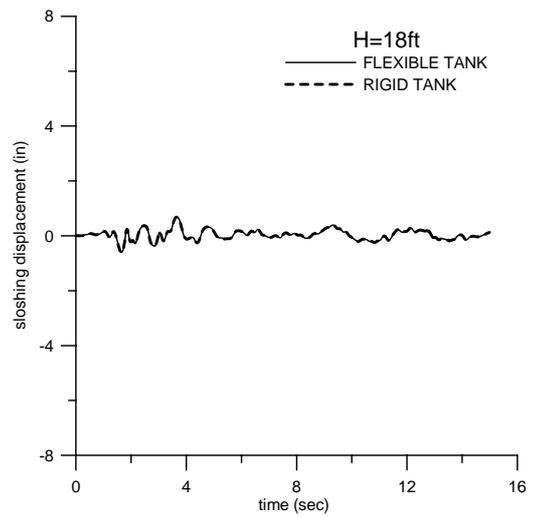
(a)



(b)

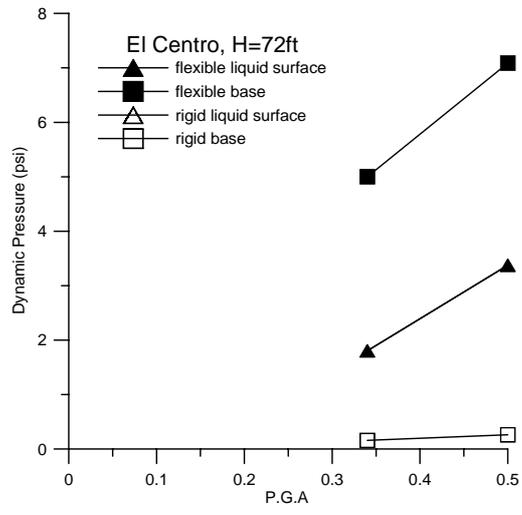


(c)

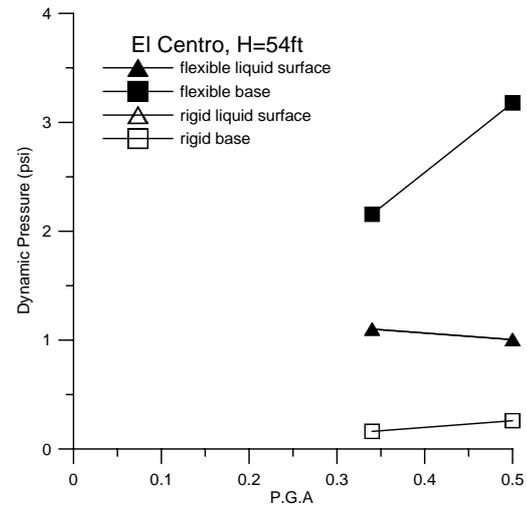


(d)

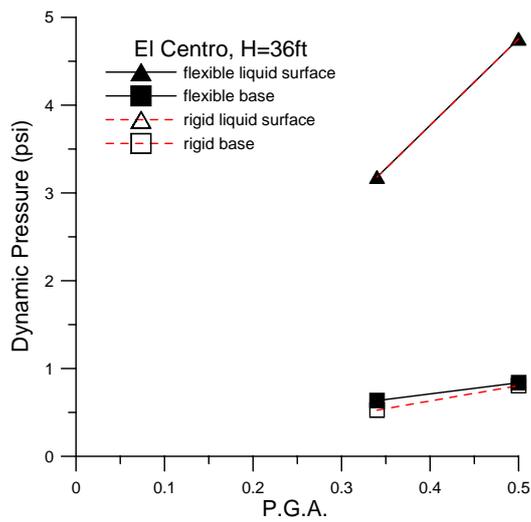
圖 33 激盪位移歷時圖 (Hachinohe 0.4g)



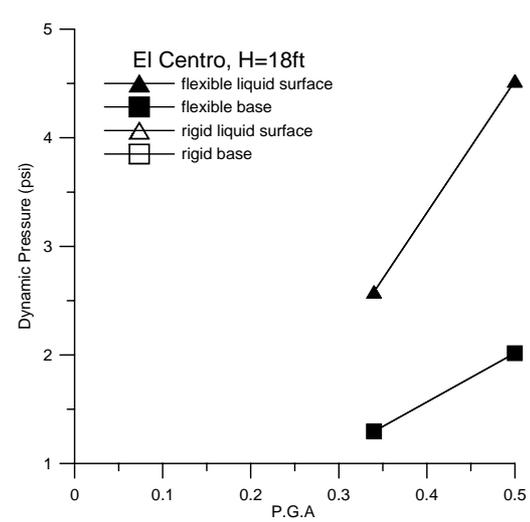
(a)



(b)

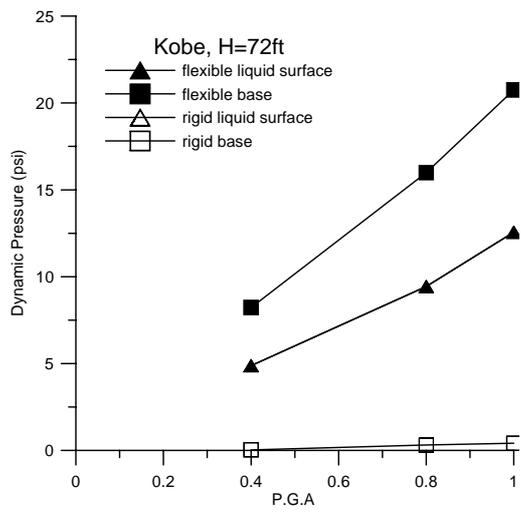


(c)

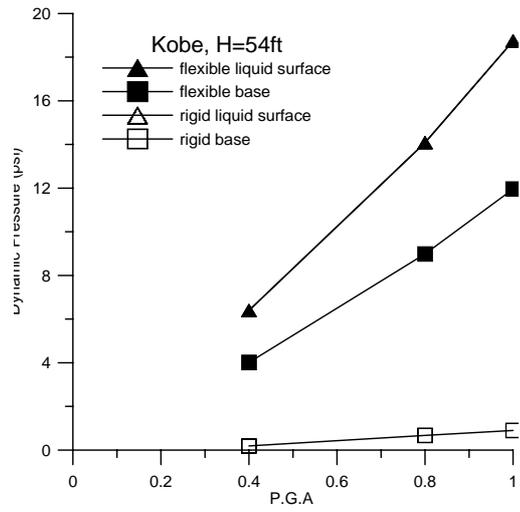


(d)

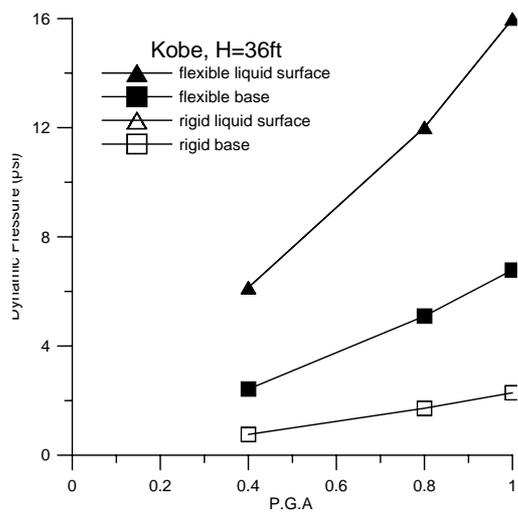
圖 34 地震強度對動水壓之影響 ( El Centro 0.34g&0.5g )



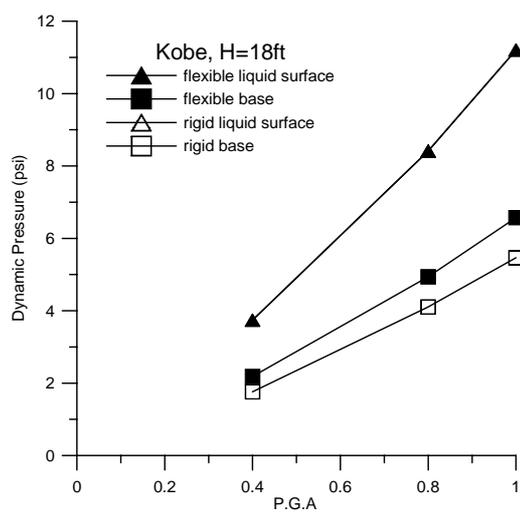
(a)



(b)

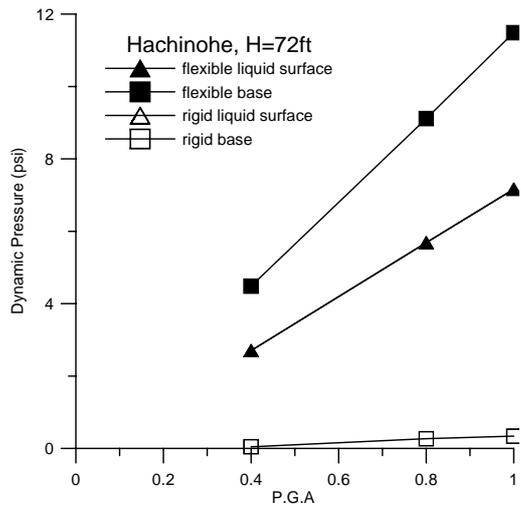


(c)

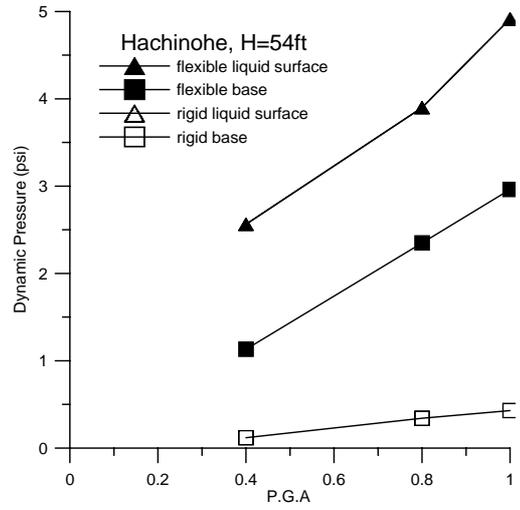


(d)

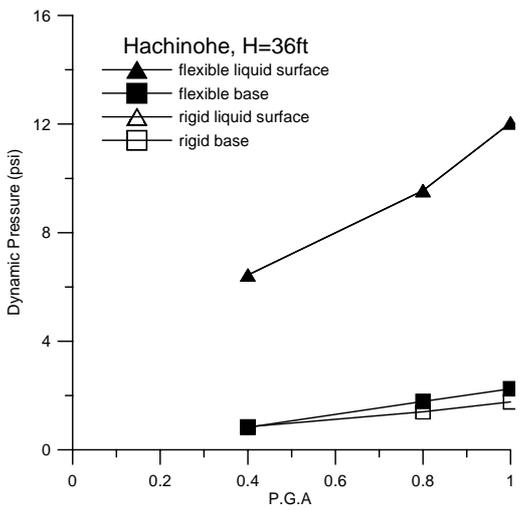
圖 35 地震強度對動水壓之影響 (Kobe 0.4g、0.8g&1g)



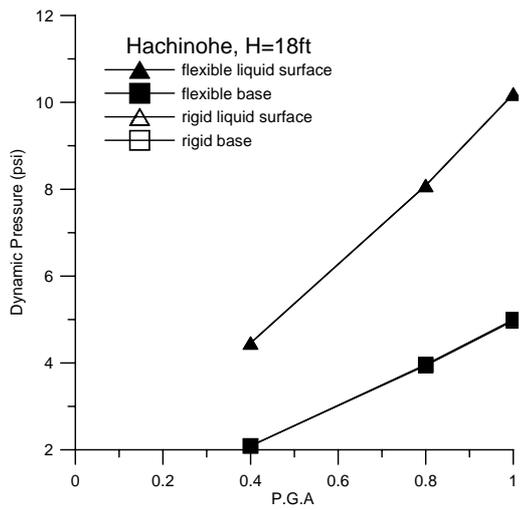
(a)



(b)



(c)



(d)

圖 36 地震強度對動水壓之影響 (Hachinohe 0.4g、0.8g&1g)