

行政院國家科學委員會專題研究計畫進度及期中報告

漸開線圓錐齒輪特性研究(2/3)

The Characteristic Study of Conical Involute Gears (2/3)

計畫編號：NSC 91-2212-E-009-031

執行期限：91年8月1日至92年7月31日

主持人：蔡忠杓 教授 國立交通大學機械系

計畫參與人員：曾瑞堂、陳嘉宏、劉醇宙、陳錦盛、
陳信宏、廖健雄、金德浩

一、中英文摘要

本專題研究計畫為三年期之研究計畫，今年度為本研究計畫之第二年(91年8月至92年7月)。本年度計畫之主要工作為參考並改進日本三留謙一教授所提出之直進輪磨法(Infeed Grinding Method)，來模擬凹面漸開線圓錐齒輪(Concave Conical Involute Gear)之創成機構，並推導所創成之齒輪的齒面數學模式。凹面漸開線圓錐齒輪組可用以改善在非平行軸組裝狀況下，傳統漸開線圓錐齒輪組其接觸橢圓過小之缺點。本計畫亦建立一套泛用之嚙合模型，配合第一年研究計畫所發展之傳統以及本年度研究所發展之凹面漸開線圓錐齒輪組數學模式，進行包括齒面接觸分析(Tooth Contact Analysis)、曲率分析(Curvature Analysis)及接觸橢圓(Contact Ellipse)之模擬與分析等一系列之理論分析與電腦模擬，以了解漸開線圓錐齒輪組在平行軸、相交軸以及交錯軸組裝狀況下之嚙合特性，並探討不同設計參數對於漸開線圓錐齒輪組其接觸橢圓大小之影響，可驗證本研究所提之凹面漸開線圓錐齒輪之優越性。另一方面，本計畫第三年之實驗部分所需之萬用齒輪嚙合測試機，亦已於本年度完成組裝及測試等相關準備工作，將可提供本計畫第三年實驗之所需。

關鍵詞：漸開線圓錐齒輪，推拔滾削，直進輪磨法，齒面接觸分析，曲率分析，接觸橢圓

Abstract

The proposed research project is a three-year project. In the second year of the research project, referring to and improving the infeed grinding method proposed by Mitome, the mathematical model of the concave conical involute gear is developed. The concave conical involute gear pairs provide larger contact ellipses than conventional conical involute gear pairs under non-parallel axes meshing. Meanwhile, a general meshing model for the conical involute gear pair is developed. Combining the developed mathematical models of the conventional and concave conical involute gears, computer simulations involving tooth contact analysis, curvature analysis and contact ellipse simulation are performed. The simulation results reflect the contact nature of conical involute gear pairs under parallel, intersected and crossed axes meshing. The influences of design parameters on the dimension of contact ellipses are discussed, and the superiority of the concave conical involute gear pairs is proved. In addition, the fabrication and testing of the universal gear rolling test machine for the experimental of this project are accomplished in this year.

Keywords: Conical Involute Gear, Taper Hobbing, Infeed Grinding, Tooth Contact Analysis, Curvature Analysis, Contact Ellipses

二、緣由與目的

漸開線圓錐齒輪可適用於平行軸、相交軸與交錯軸間之運動傳遞，由於漸開線圓錐齒輪具有推拔齒厚，因此可藉由軸向位置之調整，來改變齒輪啮合時之背隙。此外，對於非平行軸之應用場合，漸開線圓錐齒輪組對組裝誤差並不敏感，因此漸開線圓錐齒輪十分適合於使用在精密傳動上。除此之外，漸開線圓錐齒輪可經由一般之 CNC 滾齒機滾製而成，不需要特殊之加工機具以及複雜之機器設定，在製造之彈性及成本上有其優勢。然而，非平行軸之傳統漸開線圓錐齒輪組，由於受限於接觸橢圓較小之緣故，並不適用於重負載下之傳動。針對此一缺失，日本之 三留 謙一教授提出如圖一所示之直進輪磨法 (Infeed Grinding Method) 來創成凹面漸開線圓錐齒輪 (Concave Conical Involute Gear)，並藉由實驗驗證凹面漸開線圓錐齒輪組的確具有較大之接觸橢圓。然而，三留 謙一教授之研究多著重於漸開線圓錐齒輪之理論、製造與量測，並未提出完整之漸開線圓錐齒輪之齒面數學模式和進行齒面接觸分析及接觸橢圓模擬，以供設計改進之依據。基於上述背景及目的，本研究計畫首先利用機構學原理、齒輪啮合原理及微分幾何的觀念，分別依據推拔滾削 (Taper Hobbing) 以及直進輪磨之機構推導傳統漸開線圓錐齒輪以及凹面漸開線圓錐齒輪之齒面數學模式。接著，利用所推導之齒面數學模式進行漸開線圓錐齒輪組之齒面接觸分析、曲率分析及接觸橢圓模擬，探討漸開線圓錐齒輪在平行軸、相交軸以及交錯軸狀況下之啮合特性，並模擬磨輪半徑改變對凹面漸開線圓錐齒輪組接觸橢圓大小之影響，以期獲得最佳之接觸位置及接觸齒印，並依據模擬結果設計出適用於各種不同應用場合之漸開線圓錐齒輪組。

除了利用電腦模擬漸開線圓錐齒輪組之啮合情形之外，本研究計畫亦利用本實驗室現有之 CNC 滾齒機稍加修改刀具轉軸與工件位置，實際地滾製漸開線圓錐齒輪，並配合本計畫所自行設計與委外加工製作之萬用齒輪啮合測試機，針對漸開線圓錐齒輪組在各種裝配條件下，進行其齒印測試以及單齒腹測試等實驗驗證，測試所得之結果除了可以反映漸開線圓錐齒輪組在各種不同組裝狀況下之實際啮合情形，更可以和電腦模擬之結果作比對，以驗證理論推導之正確性，俾提供齒輪設計者修改設計之依據，並為該型齒輪之實用化鋪路。

三、研究方法與結果

本專題研究計畫為三年期之研究計畫，今年度為本研究計畫之第二年(91年8月至92年7月)。由於傳統漸開線圓錐齒輪組應用於非平行軸之組裝狀況下，其接觸橢圓相對較小，此一缺點限制傳統漸開線圓錐齒輪組在高負載狀況下之應用。為了改進這個缺點，本研究參考並改良日本 三留 謙一教授所提出之直進輪磨法 (如圖二所示)，模擬凹面漸開線圓錐齒輪之創成機構並推導其齒面數學模式，並配合漸開線圓錐齒輪組之泛用啮合模型，進行傳統以及凹面漸開線圓錐齒輪組於交錯軸、交叉軸以及平行軸之組裝型態下，其啮合狀況由電腦啮合模擬，包含傳動誤差分析、曲率分析及接觸橢圓模擬。電腦啮合模擬的結果可以顯示出本研究所提出之凹面漸開線齒輪組之優越性。此外，本年度亦完成第三年計畫實驗所需之萬用齒輪啮合測試機之組裝與測試工作。

本研究計畫原規劃第二年之工作項目如下：

- (一) 建立凹面漸開線圓錐齒輪齒面之數學模式與齒形電腦繪圖軟體。
- (二) 完成漸開線圓錐齒輪組之泛用啮合模

型。

(三)完成傳統及凹面漸開線圓錐齒輪組在交錯軸、相交軸以及平行軸裝配狀況下之齒面接觸分析、曲率分析及接觸橢圓模擬。

(四)利用模擬結果探討傳統及凹面漸開線圓錐齒輪組之特性優劣比較。

(五)完成萬用齒輪嚙合測試機之組裝與測試。

至目前為止，本研究計畫第二年已完成了上述(一)至(三)項之工作項目，第(四)與第(五)項則可望於今年(92)七月份結案前如期完成。茲簡述本研究計畫已初步完成和獲得之結果如下：

凹面漸開線圓錐齒輪齒面數學模式之推導

如圖三所示，將固聯於 S_n 座標系之磨輪法向剖面作迴轉運動，即可將創成凹面漸開線圓錐齒輪所需之磨輪方程式及其單位法向量表示於座標系 S_w 如下：

$$\mathbf{R}_w^{(j)} = \begin{bmatrix} x_w^{(j)} \\ y_w^{(j)} \\ z_w^{(j)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \tau_j (\lambda_j \cos \alpha_n^{(j)} - a) + (r_w^{(j)} - r_w^{(j)}) \cos \tau_j \\ \lambda_j \sin \alpha_n^{(j)} - a \tan \alpha_n^{(j)} + b \\ -\sin \tau_j (\lambda_j \cos \alpha_n^{(j)} - a) + r_w^{(j)} \sin \tau_j \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\mathbf{n}_w^{(j)} = \begin{bmatrix} n_{xw}^{(j)} \\ n_{yw}^{(j)} \\ n_{zw}^{(j)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \alpha_n^{(j)} \cos \tau_j \\ -\cos \alpha_n^{(j)} \\ -\sin \alpha_n^{(j)} \sin \tau_j \end{bmatrix} \quad (2)$$

參考圖一及圖二所示之直進輪磨法示意圖，吾人可將以磨輪創成凹面漸開線圓錐齒輪之座標系統示意圖表示如圖四。依據三留謙一教授所提出之直進輪磨法，隨著齒胚轉動 ϕ_i 角度後，磨輪由原本之 $S_{w0}^{(j)}$ 座標系移動至 $S_{w1}^{(j)}$ 座標系。利用座標轉換，吾人可將磨輪之單位法向量轉換至 $S_b^{(j)}$ 座標系如下：

$$\mathbf{n}_b^{(j)} = \begin{bmatrix} \cos \delta_j n_{xw}^{(j)} - \sin \delta_j \sin \psi_j n_{yw}^{(j)} + \sin \delta_j \cos \psi_j n_{zw}^{(j)} \\ \cos \psi_j n_{yw}^{(j)} + \sin \psi_j n_{zw}^{(j)} \\ -\sin \delta_j n_{xw}^{(j)} - \cos \delta_j \sin \psi_j n_{yw}^{(j)} + \cos \delta_j \cos \psi_j n_{zw}^{(j)} \end{bmatrix} \quad (3)$$

由於齒胚之角速度可表示為

$$\boldsymbol{\omega}_b^{(i)} = \frac{d\phi_i}{dt} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\omega_i \end{bmatrix} \quad (4)$$

在創成過程中磨輪與被創成齒面之共同接觸點上，磨輪與齒胚之速度可分別表示為

$$\mathbf{V}_b^{(j)} = \begin{bmatrix} 0 \\ -r_i \omega_i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

以及

$$\mathbf{V}_b^{(i)} = \omega_i \begin{bmatrix} \cos \psi_j y_w^{(j)} + \sin \psi_j z_w^{(j)} - r_i \phi_i \\ -\cos \delta_j x_w^{(j)} + \sin \delta_j \sin \psi_j y_w^{(j)} - \sin \delta_j \cos \psi_j z_w^{(j)} - r_i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

因此，創成過程中磨輪與被創成齒面間之嚙合方程式可表示為

$$\mathbf{n}_b^{(j)} \cdot \mathbf{V}_b^{(j)} = \mathbf{n}_b^{(i)} \cdot (\mathbf{V}_b^{(j)} - \mathbf{V}_b^{(i)}) = 0 \quad (7)$$

利用座標轉換，吾人可將磨輪之位置向量轉換至 S_i 座標系如下：

$$\begin{aligned} x_i &= (\cos \phi_i \cos \delta_j) x_w^{(j)} - (\sin \phi_i \cos \psi_j + \cos \phi_i \sin \delta_j \sin \psi_j) y_w^{(j)} \\ &\quad - (\sin \phi_i \sin \psi_j - \cos \phi_i \sin \delta_j \cos \psi_j) z_w^{(j)} + A_i, \\ y_i &= (\sin \phi_i \cos \delta_j) x_w^{(j)} + (\cos \phi_i \cos \psi_j - \sin \phi_i \sin \delta_j \sin \psi_j) y_w^{(j)} \\ &\quad + (\cos \phi_i \sin \psi_j + \sin \phi_i \sin \delta_j \cos \psi_j) z_w^{(j)} + B_i, \\ z_i &= -\sin \delta_j x_w^{(j)} - \cos \delta_j \sin \psi_j y_w^{(j)} + \cos \delta_j \cos \psi_j z_w^{(j)} + C_i. \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $A_i = r_i \phi_i \sin \phi_i + r_i \cos \phi_i$

$$B_i = -r_i \phi_i \cos \phi_i + r_i \sin \phi_i$$

$$C_i = 0 \quad (9)$$

將方程式(7)與(8)聯立，即可在 S_i 座標系上得到以三留謙一之直進輪磨法所創成之凹面漸開線圓錐齒輪齒面數學模式。

為了改善三留謙一教授之方法所創成之螺旋凹面漸開線圓錐齒輪組具有傳動誤差之缺點，本研究提出一新型之改良式輪磨法，將原本沿著齒胚切向方向平移之磨輪改為垂直於齒面方向平移，如圖二所示。對圖四之座標系統而言，當齒胚旋轉動 ϕ_i 角度後，磨輪則由原本之 $S_{w0}^{(j)}$ 座標系移動至 $S_{w2}^{(j)}$ 座標系。此時磨輪與齒面之共同接觸點上，磨輪與齒胚之速度則分別表示為

$$\mathbf{V}_b^{(j)} = r_i \omega_i \begin{bmatrix} \sin \delta_j \sin \psi_j \cos \psi_j \\ -\cos^2 \psi_j \\ \cos \delta_j \sin \psi_j \cos \psi_j \end{bmatrix} \quad (10)$$

和

$$\mathbf{V}_b^{(i)} = \omega_i \begin{bmatrix} \cos \psi_j y_w^{(j)} + \sin \psi_j z_w^{(j)} - r_i \phi_i \cos^2 \psi_j \\ (-\cos \delta_j x_w^{(j)} + \sin \delta_j \sin \psi_j y_w^{(j)} - \sin \delta_j \cos \psi_j z_w^{(j)} - r_i) \\ -r_i \phi_i \sin \delta_j \sin \psi_j \cos \psi_j - r_i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

將方程式(10)與(11)代入方程式(7)，可得到改良式輪磨法之嚙合方程式。此時再將方程式(8)中之參數改變如下，即可獲得以改良式輪磨法所創成之凹面漸開線圓錐齒輪

之數學模式。

$$\begin{aligned} A_i &= r_i \phi_i (\sin \phi_i \cos \psi_j + \cos \phi_i \sin \delta_j \sin \psi_j) \cos \psi_j + r_i \cos \phi_i \\ B_i &= r_i \phi_i (-\cos \phi_i \cos \psi_j + \sin \phi_i \sin \delta_j \sin \psi_j) \cos \psi_j + r_i \sin \phi_i \\ C_i &= r_i \phi_i \cos \delta_j \sin \psi_j \cos \psi_j \end{aligned} \quad (12)$$

漸開線圓錐齒輪組之嚙合模型

利用漸開線圓錐齒輪之齒面數學模式，我們可進行漸開線圓錐齒輪對於交錯軸、相交軸以及平行軸之組裝型態下，其齒面接觸分析、曲率分析及接觸橢圓之模擬等一系列之理論分析與電腦模擬，以了解漸開線圓錐齒輪對之嚙合特性，並進而提供設計及改進之依據。圖五所示為漸開線圓錐齒輪對之嚙合座標系統示意圖，代表小齒輪 Σ_1 以及大齒輪 Σ_2 之假想圓錐分別橫臥在假想嚙合齒條刀節面之兩側。 r_1 及 r_2 分別為小齒輪及大齒輪之節圓半徑且兩節圓相切於 P 點。座標系 S_1 以及 S_2 分別固聯於小齒輪以及大齒輪而固定座標系 S_f 和 S_g 則分別為小齒輪以及大齒輪轉動時之參考座標系。 ϕ_1' 及 ϕ_2' 為小齒輪以及大齒輪之旋轉角度；此一嚙合模型可適用於漸開線圓錐齒輪對於交錯軸、相交軸以及平行軸組裝情形下之嚙合模擬。為了要計算兩嚙合齒輪之齒面接觸點的位置所在，必須先將嚙合齒輪對的齒形數學模式與齒面單位法向量，經由座標轉換，分別表示於固定座標系 S_f 。由於兩嚙合齒輪之齒面在瞬間之接觸點，其位置向量相同且法向量亦共線，因此，兩齒面之嚙合條件式可表示如下：

$$\mathbf{R}_f^{(1)} = \mathbf{R}_f^{(2)} \quad (13)$$

$$\text{且 } \mathbf{n}_f^{(1)} = \pm \mathbf{n}_f^{(2)} \quad (14)$$

將(13)、(14)兩式聯立求解，即可求得兩嚙合齒面之瞬間接觸點，並可進一步計算齒輪對之傳動誤差。由於大齒輪之輸出軸旋轉角度 ϕ_2' 為小齒輪輸入軸旋轉角度 ϕ_1' 的函數，因此，大齒輪的轉動角度 ϕ_2' 可以表示為 $\phi_2'(\phi_1')$ 。根據齒輪原理，在理想

狀態下，大齒輪的轉動角度 ϕ_2' 應等於小齒輪的轉動角度 ϕ_1' 和小齒輪與大齒輪齒數比的乘積，因此，齒輪對之運動誤差可以定義為：

$$\Delta \phi_2'(\phi_1') = \phi_2'(\phi_1') - \frac{N_1}{N_2} \phi_1' \quad (15)$$

其中 N_1 為小齒輪之齒數， N_2 為大齒輪之齒數，當 $\Delta \phi_2'(\phi_1')$ 存在時，則表示此一齒輪對具有傳動誤差。

此外，由於漸開線圓錐齒輪對在非平行軸嚙合下之接觸情形為點接觸，齒輪對在嚙合時，齒面由於受到外加負載，在其接觸點附近會產生齒面變形，齒面接觸變形後兩齒面接觸的區域稱為接觸齒印，接觸齒印常散佈於一橢圓形之區域，故習慣稱之為接觸橢圓。利用 Litvin 教授所提出之方法，我們可針對兩嚙合齒面進行其曲率分析並求出接觸點上兩曲面之主軸曲率以及主軸方向。並進一步利用嚙合齒面之間的曲率關係，求得嚙合齒面在接觸點附近，因接觸負荷而造成齒面彈性變形時其接觸橢圓的大小與方向。

漸開線圓錐齒輪組之齒面接觸分析、曲率分析及接觸橢圓模擬

圖六所示為漸開線圓錐齒輪對在平行軸、相交軸以及交錯軸組裝情形下嚙合之示意圖。由於平行軸之漸開線圓錐齒輪對呈線接觸且其接觸特性和一般之平行軸螺旋齒輪對類似，於此不再加以討論。以下所舉之範例乃針對相交軸之直齒漸開線圓錐齒輪對進行其齒面接觸分析以及接觸橢圓之模擬，並探討磨輪半徑對接觸橢圓大小之影響。以下範例所選用之齒輪對，其主要設計參數如表一所示。

例一 直齒凹面漸開線圓錐齒輪組在相交軸情形下嚙合

如圖六(a)所示之相交軸直齒漸開線圓錐齒輪對，其圓錐角為 $\delta_1 = \delta_2 = 30^\circ$ ，並且以相交角 60° 組裝嚙合。我們藉由改變磨輪半徑 r_w 來探討接觸橢圓大小之變化。如圖七所示，當磨輪半徑無限大時($r_w = \infty$)，可

將此一齒輪對視為以假想齒條刀創成之傳統漸開線圓錐齒輪對。觀察模擬之結果，我們可以明顯地發現隨著磨輪半徑減小，接觸橢圓之長軸會明顯地增大。此外，齒面上之接觸點位置以及接觸點路徑並不會隨磨輪半徑之變化而改變。較大之接觸橢圓可使得此一齒輪對承受較大之負荷，可有效地改善傳統漸開線圓錐齒輪對負荷過低之缺點。圖八所示為利用半徑 $r_w = 50 \text{ mm}$ 之磨輪所創成之相交軸凹面直齒漸開線圓錐齒輪對，在不同裝配誤差下嚙合之情形。根據模擬所得之結果，在不同之裝配誤差下嚙合，其傳動誤差皆可保持為零且其接觸橢圓仍然分佈於靠近齒面中央之區域。因此可以證明此一齒輪對於裝配誤差不敏感。

例二 三留謙一之輪磨法創成之螺旋凹面漸開線圓錐齒輪組在交錯軸情形下嚙合

如圖六(b)所示之交錯軸螺旋漸開線圓錐齒輪對，其圓錐角為 $\delta_1 = \delta_2 = 20^\circ$ 且 $\psi_1 = \psi_2 = 15^\circ$ 。假如此對齒輪是利用三留謙一之輪磨法創成，由圖九所示之模擬結果可發現隨著磨輪半徑減小，接觸橢圓之長軸會明顯地增大。然而此時齒面上接觸點位置以及接觸點路徑隨磨輪半徑之變化而改變，並且在標準之裝配情形下即造成明顯之運動誤差。因此三留謙一之輪磨法並不適用於交錯軸螺旋凹面漸開線圓錐齒輪對之創成。

例三 改良式輪磨法創成之螺旋凹面漸開線圓錐齒輪組在交錯軸情形下嚙合

重複例二之模擬，並以本研究所提出之改良式輪磨法創成之齒輪組取代三留謙一之輪磨法創成之齒輪組。如圖十所示，隨著磨輪半徑減小，接觸橢圓之長軸增大且接觸點位置以及接觸點路徑並不會隨之改變。此一齒輪組不但在標準之裝配情形下不會產生運動誤差，即使在不同之裝配誤差下嚙合，其傳動誤差皆可保持為零且其接觸橢圓仍然分佈於靠近齒面中央之區域，如圖十一所示。模擬之結果顯示本研究所提出之改良式輪磨法可有效地改

善利用三留謙一方法所創成之螺旋凹面漸開線圓錐齒輪組具有傳動誤差之缺點。

萬用齒輪嚙合測試機之組裝與測試

除了利用電腦模擬漸開線圓錐齒輪組之嚙合情形外，本研究計畫亦將於第三年利用本實驗室現有之 CNC 滾齒機實際地滾製漸開線圓錐齒輪，並配合本計畫所自行設計與委外加工製作之萬用齒輪嚙合測試機，針對漸開線圓錐齒輪組在各種裝配條件下，進行其齒印測試、單齒腹測試以及效率分析等驗證。圖十二所示即為此一萬用齒輪嚙合測試機，此測試機可供平行軸及非平行軸齒輪對之嚙合測試。其輸入端工作台上具有馬達動力源、扭力感測器 (Torque Sensor)、角度編碼器 (Encoder) 和齒輪支持座。輸出端工作台則具有齒輪支持座、角度編碼器、扭力感測器、轉速計、扭力限制器 (Torque Limit) 和負載。此一萬用齒輪嚙合測試機之軟體係以 Labview 圖形化語言撰寫，其內容包含齒輪對嚙合傳動誤差分析、齒輪對嚙合長短波誤差分析以及齒輪對運轉效率分析等功能。此一測試機已完成組裝，目前正進行各項系統整合與測試工作，預計於七月份結案前便能如期完工驗收。

四、討論及成果自評

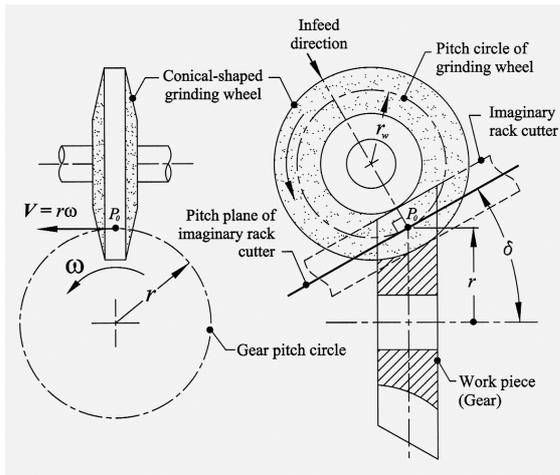
本年度之研究首先依據齒輪原理與創成機構推導出凹面漸開線圓錐齒輪之數學模式，並利用所推導之數學模式進行齒面接觸分析、嚙合幾何分析、曲率分析以及接觸橢圓模擬等，以驗證此一齒輪對在平行軸、相交軸以及交錯軸嚙合狀況下之接觸特性。模擬之結果反映了漸開線圓錐齒輪所特有的接觸特性。凹面漸開線圓錐齒輪不但可藉由增大接觸橢圓之面積來改善傳統漸開線圓錐齒輪負荷過低的缺點，同時仍能保留傳統漸開線圓錐齒輪對裝配誤差不敏感的特性。因此，本研究所提出之凹面漸開線圓錐齒輪具有產業上之應用性和優越性，並可適用於高負載及高精度情形下之傳動，將可適用於更多工業上非平行軸之動力傳遞之場合，有助於精密傳動技術之提昇。

五、參考文獻

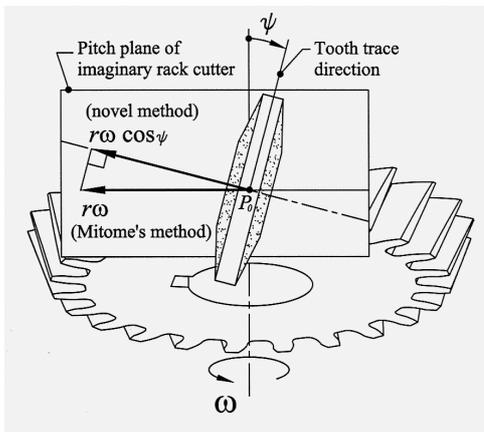
- [1] Beam, A. S., "Beveloid Gearing," Machine Design, Vol. 26, No. 12, pp. 220-238, 1954.
- [2] Chang, S. L., Tsay, C. B. and Tseng, C. H., "Kinematic Optimization of a Modified Helical Gear Train," ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 119, pp. 307-314, 1997.
- [3] Litvin, F. L., Theory of Gearing, NASA Publication RP-1212, Washington D. C., 1989.
- [4] Litvin, F. L., Gear Geometry and Applied Theory, Prentice Hall, New Jersey, 1994.
- [5] Klingelnberg Sohne Co. Catalogue, "Single Flank Rolling Test"
- [6] Merritt, H. E., "Conical Involute Gears", Gears, 3rd. ed., Issac Pitman and Sons, London, pp. 165-170, 1954.
- [7] Mitome, K., "Table Sliding Taper Hobbing of Conical Gear Using Cylindrical Hob, Part 1: Theoretical Analysis of Table Sliding Taper Hobbing," ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 103, pp. 446-451, 1981.
- [8] Mitome, K., "Table Sliding Taper Hobbing of Conical Gear Using Cylindrical Hob, Part 2: Hobbing of Conical Involute Gear," ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 103, pp. 452-455, 1981.
- [9] Mitome, K., "Conical Involute Gear, Part1: Design and Production System," Bulletin of the JSME, Vol. 26, No. 212, pp. 299-305, 1983.
- [10] Mitome, K., "Conical Involute Gear, Part3: Tooth Action of a Pair of Gears," Bulletin of the JSME, Vol. 28, No. 245, pp. 2757-2764, 1985.
- [11] Mitome, K., "Inclining Work-Arbor Taper Hobbing of Conical Gear Using Cylindrical Hob", ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 108, pp. 135-141, 1986.
- [12] Mitome, K., "Conical Involute Gear (Design of Nonintersecting-Nonparallel-Axis Conical Involute Gear)," JSME International Journal, Series III, Vol. 34, No. 2, pp. 265-270, 1991.
- [13] Mitome, K., "Infeed Grinding of Straight Conical Involute Gear," JSME International Journal, Series C, Vol. 36, No. 4, pp. 537-542, 1993.
- [14] Mitome, K., Gotou, T. and Ueda, T., "Tooth surface measurement of conical involute gears by CNC gear-measuring machine," ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 120, pp. 358-363, 1998.
- [15] Smith, L. J., "The Involute Helicoid and the Universal Gear," Gear Technology, Nov-Dec pp. 18-27, 1990.
- [16] Zhang, J., Mitome, K. and Ohmachi, T., "Control of Finishing Dimensions of Straight Concave Conical Gear," Transactions of the JSME, Series C, Vol. 65, No. 640, pp. 4807-4812, 1999.
- [17] 張永源, 「修整型螺旋齒輪傳動誤差之測試與分析」, 國立交通大學機械工程研究所, 碩士論文, 1997年6月.

表一 漸開線圓錐齒輪對之主要設計參數

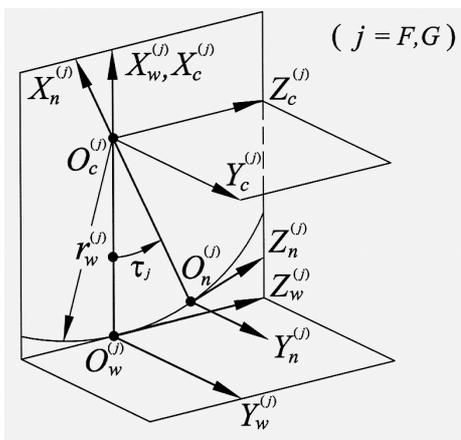
	小齒輪 Σ_1	大齒輪 Σ_2
齒數	$N_1 = 30$	$N_2 = 40$
法向壓力角	$\alpha_n = 20^\circ$	
法向模數	$m_n = 5 \text{ (mm/teeth)}$	



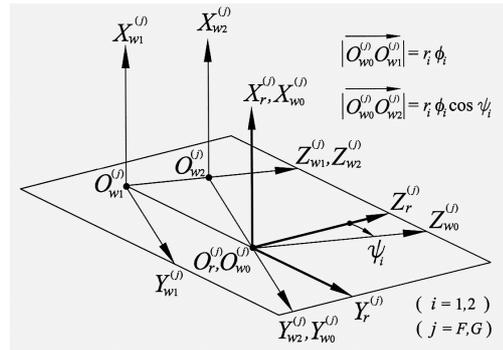
圖一 以直進輪磨法創成凹面漸開線圓錐齒輪示意圖



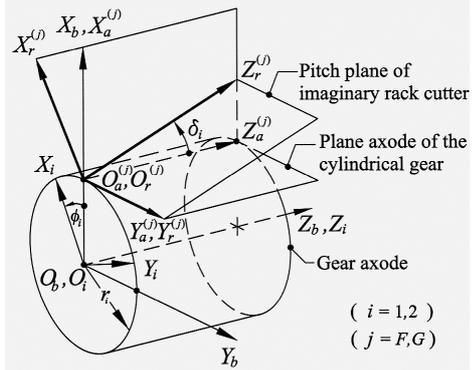
圖二 本研究提出之改良式直進輪磨法示意圖



圖三 磨輪座標系

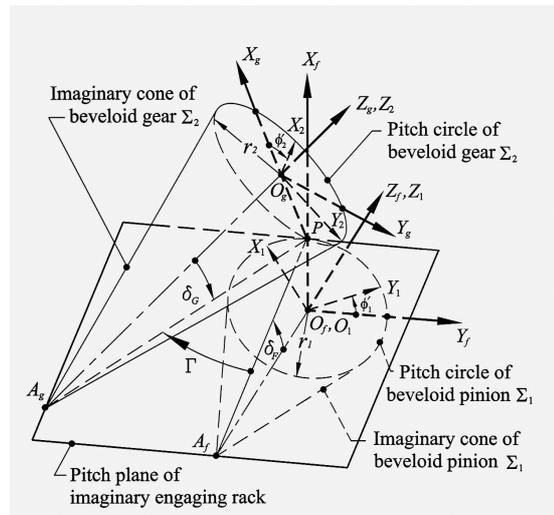


(a)

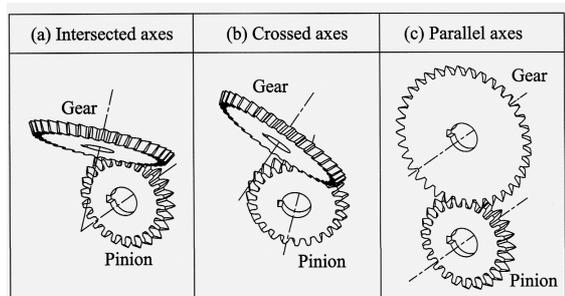


(b)

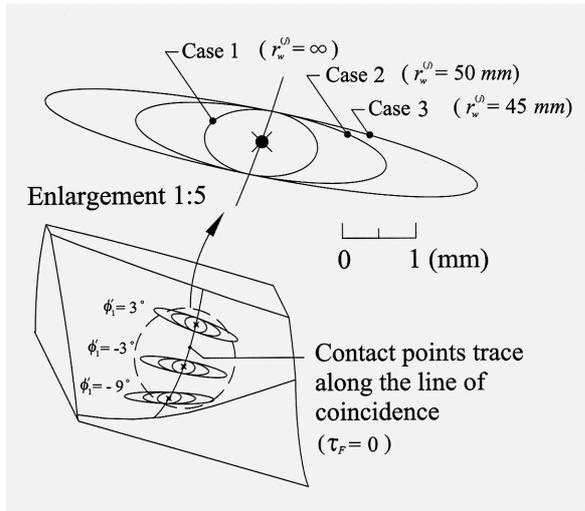
圖四 直進輪磨法座標系統示意圖



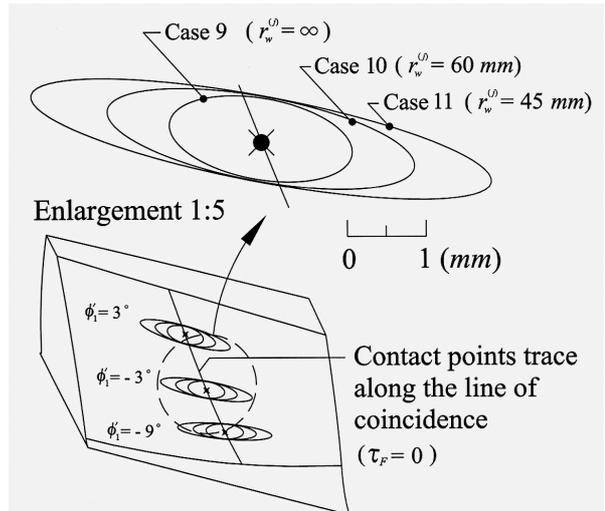
圖五 漸開線圓錐齒輪組之嚙合座標系統



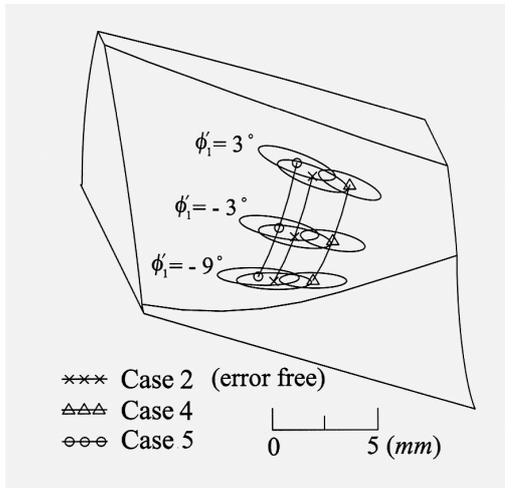
圖六 漸開線圓錐齒輪組應用於相交軸、交錯軸以及平行軸之嚙合示意圖



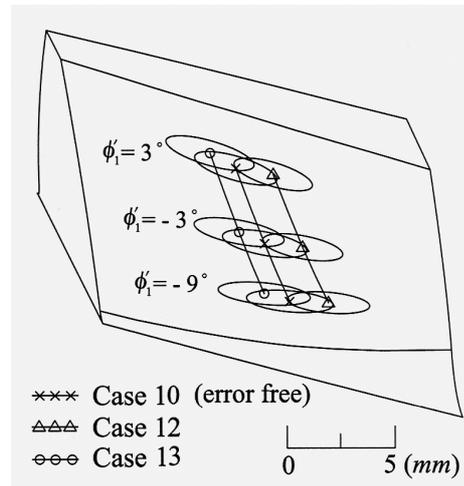
圖七 相交軸直齒凹面漸開線圓錐齒輪組之接觸齒印



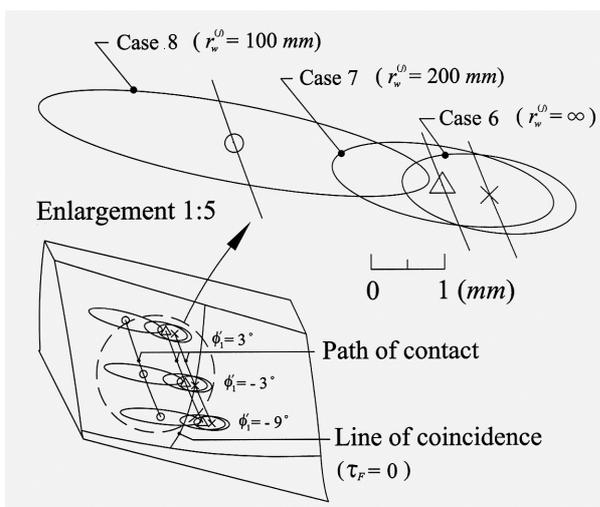
圖十 本研究所提出之改良式輪磨法所創成之交錯軸螺旋凹面漸開線圓錐齒輪組之接觸齒印



圖八 裝配誤差對於相交軸直齒凹面漸開線圓錐齒輪組接觸齒印之影響



圖十一 裝配誤差對於改良式輪磨法所創成之交錯軸螺旋凹面漸開線圓錐齒輪組接觸齒印之影響



圖九 三留謙一所提出之輪磨法所創成之交錯軸螺旋凹面漸開線圓錐齒輪組之接觸齒印



圖十二 萬用齒輪嚙合測試機