



RRPG89020107 (271.P)

# 減震消能系統於高橋墩 橋梁耐震耐風之研究



交通部台灣區國道新建工程局

Ministry of Transportation and Communications Taiwan Area National Expressway Engineering Bureau

委託研究報告 GRB 編號:125

# 減震消能系統於高橋墩 橋梁耐震耐風之研究

研究單位：國立交通大學防災工程研究中心

計劃主持人：王彥博

協同主持人：鍾立來、吳重成

研究人員：廖偉信、陳泰志、陳永蒼、黃吉瑞

執筆人員：王彥博

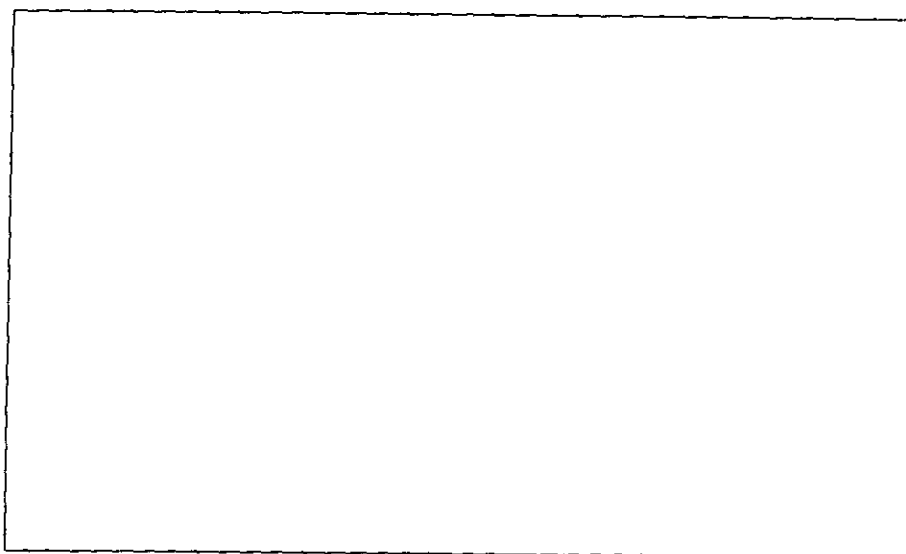
國工局結構組編



交通部台灣區國道新建工程局

Ministry of Transportation and Communications Taiwan Area National Expressway Engineering Bureau

中華民國 八十九 年 十二 月



書名: 減震消能系統於高橋墩橋梁耐震耐風之研究

編著者: 國道新建工程局結構組

發行人: 鄭文隆

發行所: 交通部台灣區國道新建工程局

台北市大安區和平東路三段一巷一號

電話: (02)27078808

網址: [www.taneeb.gov.tw](http://www.taneeb.gov.tw)

印刷商: 利捷打字行

中華民國八十九年十二月出版

定價: 560 元

GPN:009124890214

## 摘要

因應長跨徑、高橋墩橋梁結構耐震抗風設計上之多重挑戰，採用減震、消能系統以期於地震時降低橋梁受力，並於平時減少風力或車載引致之振動，增加橋梁穩定性，為必然之趨勢。由於高橋墩橋梁之結構特性不同於一般橋梁，習用之隔、減震裝置或設計方法未必適用，故須作特別之考量。搖晃橋柱系統係藉由橋柱與下部基礎結構之不連續介面，使橋柱在地震力大到一定程度時發生晃動而改變柱底邊界條件，進而截斷地震力之傳遞，防止過度之撓曲變形，有效降低柱底剪力與彎矩，極適合於高橋墩橋梁之防震設計。本計畫將研發適用於高橋墩橋梁之減震系統，進行高橋墩搖晃橋柱系統之理論分析。

## **Abstract**

In response to the challenge of seismic structural design for long-span, high pier bridges against earthquakes, the trend of applying seismic isolation and energy dissipation systems to reduce earthquake loading to bridges is logical. The isolation and damping devices as well as the design methodology commonly used in bridges may not be appropriate for high-pier bridges, as the structural characteristics of high-pier bridges are divergent from ordinary bridges. With a discontinuous interface between the pier and the foundation, a rocking pier system can cut off the transferring path of earthquake force through rocking behaviors that instantly change the boundary condition at the footing once the earthquake force is large enough. This prevents the piers from over-bending which in turn reduces the pier base shear and base moment effectively, therefore it is in particular adaptive to high piers. The theme of this study is to develop an earthquake protective system specifically for high-pier bridges. Effectiveness of the rocking pier system for earthquake protection of bridges will be assessed.

# 目錄

中文摘要.....	I
英文摘要.....	II
目錄 .....	III
表目錄 .....	VIII
圖目錄 .....	X
第一章 緒論 .....	1
1.1 前言 .....	1
1.2 各類高橋墩橋梁結構之特性比較與評選 .....	2
第二章 搖晃橋柱系統之防震理論與分析 .....	8
2.1 前言 .....	8
2.2 剛體晃動行爲之探討 .....	10
2.2.1 晃動剛體之解析模型 .....	10
2.2.2 運動方程式 .....	13
2.2.3 剛體結構自由晃動分析--解析解 .....	14
2.2.4 地表水平簡諧擾動之剛體晃動行爲分析--解析解 .....	17
2.2.5 結果與討論 .....	21
2.3 搖晃橋柱系統之耐震分析 .....	22

2.3.1	解析模型與基本假設 .....	22
2.3.2	搖晃橋柱系統之運動方程—能量法 .....	23
2.3.3	搖晃橋柱系統之動力分析 .....	32
2.4	搖晃橋柱系統之參數研究 .....	34
2.4.1	橋墩高寬比之影響 .....	34
2.4.2	柱底晃動介面阻尼力之影響 .....	35
2.4.3	搖晃橋柱系統高橋墩橋梁設計準則之初步建議 .....	36
2.5	結果與討論 .....	39
第三章	搖晃橋柱系統之縮尺模型試驗 .....	40
3.1	前言 .....	40
3.2	模型理論 .....	40
3.3	搖晃橋柱縮尺模型之設計 .....	44
3.3.1	縮尺模型之初步設計 .....	44
3.3.2	縮尺模型之細部設計 .....	46
3.4	縮尺模型振動台試驗環境之建構 .....	47
3.4.1	前言 .....	47
3.4.2	試驗之規劃 .....	48
3.5	試驗結果與分析 .....	50
3.5.1	系統識別試驗 .....	50
3.5.2	地震模擬試驗 .....	51

3.5.2.1 試驗結果 .....	51
3.5.2.2 試驗結果與模擬分析之比較 .....	53
第四章 高橋墩橋梁之風力反應分析 .....	54
4.1 理論背景 .....	56
4.1.1 運動方程式 .....	56
4.1.2 與風有關之重要物理參數 .....	57
4.1.3 順風向反應 (Along-wind Response) .....	60
4.1.4 橫風向反應 (Across-wind Response) .....	65
4.2 實例分析與結果 .....	70
4.2.1 運動方程式 .....	70
4.2.2 地形與風力資料之蒐集結果 .....	71
4.2.3 順風向反應之頻譜與歷時分析 .....	72
4.2.4 橫風向反應之頻譜與歷時分析 .....	73
4.2.5 順風向反應與橫風向反應之比較 .....	74
4.3 與現行規範比較 .....	75
4.3.1 與建築物風力規範條文、解說及示範例之研訂之比較 .....	75
4.3.2 與公路橋梁設計規範之比較 .....	77
4.4 搖晃橋柱行為分析 .....	78
4.5 應用消能裝置於長跨距高橋墩橋梁受風力作用之減振分析 .....	78
4.6 結果與討論 .....	79



第五章 調諧質塊阻尼器之最佳化設計 .....	80
5.1 前言 .....	80
5.2 理論推導 .....	81
5.3 數值方法 .....	88
5.4 數值驗證 .....	92
5.5 實例分析 .....	92
5.6 結果與討論 .....	94
第六章 應用調諧質塊阻尼器於橋梁受衝擊效應之減振分析 .....	95
6.1 前言 .....	95
6.1.1 橋梁之衝擊反應 .....	95
6.1.2 調諧質塊阻尼器 .....	95
6.2 橋梁受車行之衝擊反應 .....	96
6.2.1 簡支梁受移動荷重之振動理論 .....	96
6.2.2 振動控制方程式 .....	96
6.2.3 橋梁衝擊係數 .....	99
6.3 列車通過簡支型橋梁之衝擊反應 .....	102
6.3.1 序列型載重通過簡支梁之動態反應 .....	102
6.3.2 共振反應 .....	104
6.3.3 相消效應 .....	105
6.3.4 最佳車箱長度與橋跨 .....	105

6.4 橋梁安裝調諧質塊阻尼器受車行之動態反應 .....	105
6.4.1 運動方程式 .....	105
6.4.2 數值模擬 .....	106
6.4.3 實例探討 .....	110
第七章 結論與建議 .....	112
7.1 結論 .....	112
7.2 建議 .....	113
參考文獻 .....	114
附錄 A .....	A-1
附錄 B .....	B-1

# 表目錄

表 2.1	剛性質塊高寬比相同於不同週期個數之等效阻尼比( $H/B=8$ ) .....	118
表 2.2	橋柱模型之尺寸與結構參數 .....	118
表 2.3	搖晃橋柱系統與傳統橋柱之地震反應比較 (El Centro Earthquake; $PGA = 0.34g$ ).....	119
表 2.4	搖晃橋柱系統與傳統橋柱之地震反應比較 (El Centro Earthquake; $PGA=0.68g$ ).....	119
表 2.5	搖晃橋柱系統與傳統橋柱之地震反應比較 (El Centro Earthquake; $PGA=1.0g$ ).....	120
表 2.6	搖晃橋柱系統與傳統橋柱之地震反應比較 (Chi-Chi Earthquake; $PGA=1.003g$ ).....	120
表 2.7	搖晃橋柱系統在不同高寬比下之地震反應 (El Centro Earthquake; $PGA = 0.34g$ ).....	121
表 2.8	搖晃橋柱系統在不同高寬比下之地震反應 (El Centro Earthquake; $PGA = 0.5g$ ).....	121
表 2.9	搖晃橋柱系統在不同高寬比下之地震反應 (El Centro Earthquake; $PGA = 0.68g$ ).....	123
表 2.10	搖晃橋柱系統在不同高寬比下之地震反應 (El Centro Earthquake; $PGA = 0.8g$ ).....	124
表 2.11	搖晃橋柱系統在不同高寬比下之地震反應 (El Centro Earthquake; $PGA = 1.0g$ ).....	125
表 2.12	搖晃橋柱系統在不同阻尼係數下之地震反應 (El Centro Earthquake; $PGA = 0.34g, h/l=10$ ).....	126
表 2.13	搖晃橋柱系統在不同阻尼係數下之地震反應 (El Centro Earthquake; $PGA = 0.5g, h/l=10$ ).....	126

表 2.14	搖晃橋柱系統在不同阻尼係數下之地震反應 (El Centro Earthquake; $PGA = 1.0g, h/l=10$ ).....	127
表 3.1	因次系統之基本物理量.....	128
表 3.2	彈性力學問題之工程物理量與基本物理量之因次關係.....	128
表 3.3	簡支梁結構系統之工程物理量與基本物理量的因次關係.....	129
表 3.4	高橋墩橋梁相關結構參數.....	129
表 3.5	搖晃橋柱系統各物理量之因次關係.....	130
表 3.6	搖晃橋柱結構模型與實體結構各物理量之比例係數.....	130
表 3.7	縮尺橋梁模型參數.....	131
表 3.8	模型結構各構件之規格及數量.....	132
表 4.1	各種地況種類之 $\alpha$ 與 $Z_g$ 值.....	133
表 4.2	地況 C 時之順風向反應隨機分析之均方根值.....	133
表 4.3	地況 C 時之順風向反應歷時分析之最大值與時間的均方根值.....	133
表 4.4	地況 A 時之順風向反應隨機分析之均方根值.....	134
表 4.5	地況 A 時之順風向反應歷時分析之最大值與時間的均方根值.....	134
表 4.6	地況 B 時之順風向反應隨機分析之均方根值.....	135
表 4.7	地況 B 時之順風向反應歷時分析之最大值與時間的均方根值.....	135
表 4.8	地況 D 時之順風向反應隨機分析之均方根值.....	136
表 4.9	地況 D 時之順風向反應歷時分析之最大值與時間的均方根值.....	136
表 4.10	地況 A 時之橫風向反應隨機分析之均方根值.....	137
表 4.11	地況 A 時之橫風向反應歷時分析之最大值與時間的均方根值.....	137

表 4.12	地況D時之橫風向反應隨機分析之均方根值.....	138
表 4.13	地況D時之橫風向反應歷時分析之最大值與時間的均方根值.....	138
表 4.14	順風向總系統位移反應.....	139
表 4.15	風力作用下橋柱之伸長量與縮短量(伸長為+,縮短為- ).....	139
表 5.1	調諧質塊阻尼器之最佳設計參數.....	140
表 5.2	質塊阻尼器最佳設計參數之比較.....	140
表 5.3	系統識別所得之結構動力特性參數及結構系統參數.....	141
表 5.4	加上質塊阻尼器結構之特徵參數.....	141

# 圖目錄

圖 2.1	人體之骨骼結構.....	142
圖 2.2	南·朗吉塔克伊高架橋.....	142
圖 2.3	柱底晃動介面構造.....	143
圖 2.4	抗扭鋼板阻尼器.....	143
圖 2.5	剛性基礎上晃動的剛性質塊.....	144
圖 2.6	受地表擾動時剛塊靜止之情況.....	145
圖 2.7	晃動剛性質塊碰撞前後質心運動之情形.....	146
圖 2.8	剛性質塊高寬比與恢復係數之關係.....	147
圖 2.9	剛性質塊自由晃動之歷時圖(一)( $\theta_0 = 1^\circ$ ).....	148
圖 2.10	剛性質塊自由晃動之歷時圖(二)( $\theta_0 \approx \theta_{cr}$ ).....	149
圖 2.11	剛體晃動之週朗與晃動角振幅之關係.....	150
圖 2.12	剛體自由晃動於不同高寬比之歷時圖( $\theta_0 \approx \theta_{cr}$ ).....	151
圖 2.13	剛性質塊高寬比與等效阻尼比之關係.....	152
圖 2.14	剛性質塊自由晃動之回復力矩與旋轉角度的關係.....	153
圖 2.15	South-rangitikei 高架橋.....	154
圖 2.16	紐西蘭踏步隔震橋樑於不同初始角度下之晃動歷時。 (高 70m, 寬 8m, $\theta_{cr} = 7^\circ$ ).....	155
圖 2.17	地表水平擾動之加速度歷時.....	156
圖 2.18	剛性質塊受水平地表擾動時晃動之歷時圖(一)(外力頻率為 1Hz).....	157
圖 2.19	剛性質塊受水平地表擾動時晃動之歷時圖(二)(外力頻率為 2Hz).....	158
圖 2.20	橋墩未晃動時之變位形態.....	159
圖 2.21	墩柱晃動狀態.....	159
圖 2.22	橋梁上構質心之變位與橋墩各斷面變位場.....	160
圖 2.23	晃動剛體質心變位幾何圖(質心與 O' 水平距=a; 垂直距=b/2).....	160
圖 2.24	橋墩起始晃動瞬間之結構殘餘變位.....	160

圖 2.25	墩柱抬離與撞擊瞬時示意圖.....	161
圖 2.26	A 型搖晃橋柱系統之自由晃動反應歷時 ( $\varphi_0 = 0.1\varphi_{cr}, \varphi_{cr} = \tan^{-1}(h/l)$ ).....	162
圖 2.27	非共振條件下搖晃橋柱系統與傳統結構之比較 ( $h/l = 10, \Omega = 1.42\text{Hz}, \zeta = 0.05$ ).....	163
圖 2.28	非共振條件下搖晃橋柱系統與傳統結構之比較 ( $h/l = 10, \Omega = 0.7\text{Hz}, \zeta = 0.05$ ).....	164
圖 2.29	El Centro 地震歷時.....	165
圖 2.30	Chi-Chi 地震歷時(Tcu129 測站,E-W Component).....	165
圖 2.31	搖晃橋柱系統與傳統結構系統之地震反應歷時 ( $h/l = 10, \text{El Centro Earthquake; PGA} = 0.34\text{g}$ ).....	166
圖 2.32	搖晃橋柱系統與傳統結構系統之地震反應歷時 ( $h/l = 10, \text{El Centro Earthquake; PGA} = 0.68\text{g}$ ).....	167
圖 2.33	搖晃橋柱系統與傳統結構系統之地震反應歷時 ( $h/l = 10, \text{El Centro Earthquake; PGA} = 1.0\text{g}$ ).....	168
圖 2.34	搖晃橋柱系統與傳統結構系統之地震反應歷時 ( $h/l = 10, \text{Chi-Chi Earthquake; PGA} = 1.003\text{g}$ ).....	169
圖 2.35	不同高寬比與地震強度下之正規化晃動角度反應 (El Centro Earthquake).....	170
圖 2.36	不同高寬比與地震強度下之最大絕對加速度 (El Centro Earthquake).....	170
圖 2.37	不同高寬比與地震強度下之最大上部結構水平位移 (El Centro Earthquake).....	171
圖 2.38	不同高寬比與地震強度下之最大柱底剪力 (El Centro Earthquake).....	171
圖 2.39	不同高寬比與地震強度下之最大右柱軸力 (El Centro Earthquake).....	172
圖 2.40	不同阻尼係數與地震強度下之最大正規化晃動角度 (El Centro Earthquake, $h/l=10$ ).....	172

圖 2.41	不同阻尼係數與地震強度下之最大加速度 (El Centro Earthquake, $h/l=10$ ).....	173
圖 2.42	不同阻尼係數與地震強度下之最大上部結構水平位移 (El Centro Earthquake, $h/l=10$ ).....	173
圖 2.43	不同阻尼係數與地震強度下之最大基底剪力 (El Centro Earthquake, $h/l=10$ ).....	174
圖 2.44	不同阻尼係數與地震強度下之最大右柱軸力 (El Centro Earthquake, $h/l=10$ ).....	174
圖 3.1	幾何相似簡支梁受集中荷重之結構分析.....	175
圖 3.2	El Centro 之地震歷時記錄( $PGA=0.34g, \Delta t=0.02sec$ ).....	175
圖 3.3	El Centro 之修正地震歷時記錄( $PGA=0.34g, \Delta t=0.0028sec$ ).....	175
圖 3.4	搖晃橋柱鋼構架之有限元素模型.....	176
圖 3.5	紐西蘭南•朗吉塔克伊高架橋.....	177
圖 3.6	縮尺高橋墩橋樑模型架構示意圖.....	178
圖 3.7	交通大學地震模擬振動台.....	179
圖 3.8	搖晃橋柱主體鋼構架(正視圖).....	180
圖 3.9	搖晃橋柱主體鋼構架(側視圖).....	181
圖 3.10	支撐鋼柱細部設計圖.....	182
圖 3.11	支撐鋼柱與主體鋼構架以薄鋼板連結之細部設計圖.....	183
圖 3.12	基座俯視圖.....	184
圖 3.13	感應計佈點示意圖.....	185
圖 3.14	搖晃橋柱模型結構安裝於振動台上.....	186
圖 3.15	搖晃橋柱模型結構安裝於振動台上(正面).....	186
圖 3.16	微震振動試驗結果 (El Centro Earthquake, $PGA=0.1g$ ).....	187
圖 3.17	衝擊載重試驗結果.....	188
圖 3.18	地震模擬試驗結果(El Centro Earthquake, $PGA=0.2g$ ).....	189
圖 3.19	地震模擬試驗結果(El Centro Earthquake, $PGA=0.3g$ ).....	190
圖 3.20	地震模擬試驗結果(El Centro Earthquake, $PGA=0.34g$ ).....	191
圖 3.21	地震模擬試驗結果(El Centro Earthquake, $PGA=0.5g$ ).....	192



圖 3.22a	傳統橋柱系統數值模擬與試驗結果上部結構絕對加速度歷時比較 (El Centro, PGA=0.2g).....	193
圖 3.22b	傳統橋柱系統數值模擬與試驗結果上部結構位移歷時比較 (El Centro, PGA=0.2g).....	193
圖 3.23a	搖晃橋柱系統數值模擬與試驗結果上部結構絕對加速度歷時比較 (El Centro, PGA=0.2g).....	194
圖 3.23b	搖晃橋柱系統數值模擬與試驗結果上部結構位移歷時比較 (El Centro, PGA=0.2g).....	194
圖 3.24a	搖晃橋柱系統數值模擬與試驗結果上部結構絕對加速度歷時比較 (El Centro, PGA=0.3g).....	195
圖 3.24b	搖晃橋柱系統數值模擬與試驗結果上部結構位移歷時比較 (El Centro, PGA=0.3g).....	195
圖 3.25a	搖晃橋柱系統數值模擬與試驗結果上部結構絕對加速度歷時比較 (El Centro, PGA=0.34g).....	196
圖 3.25b	搖晃橋柱系統數值模擬與試驗結果上部結構位移歷時比較 (El Centro, PGA=0.34g).....	196
圖 3.26a	搖晃橋柱系統數值模擬與試驗結果上部結構絕對加速度歷時比較 (El Centro, PGA=0.5g).....	197
圖 3.26b	搖晃橋柱系統數值模擬與試驗結果上部結構位移歷時比較 (El Centro, PGA=0.5g).....	197
圖 4.1	結構系統示意圖.....	198
圖 4.2	圓柱體渦散與雷諾數之關係圖.....	198
圖 4.3	順風向反應與橫風向反應示意圖.....	199
圖 4.4	地況 C 時橋墩頂端(自由度處)單點之順風向風速頻譜圖.....	200
圖 4.5	地況 C 時橋墩頂端(自由度處)單點之順風向風力頻譜圖.....	200
圖 4.6	地況 C 時橋墩頂端(自由度處)單點之順風向系統反應頻譜圖.....	201
圖 4.7	地況 C 時之順風向風力歷時資料.....	202
圖 4.8	地況 C 時之結構物順風向位移反應.....	203
圖 4.9	地況 C 時之結構物順風向速度反應.....	204

圖 4.10	地況 C 時之結構物順風向加速度反應.....	205
圖 4.11	正規化橫風向風力頻譜圖.....	206
圖 4.12	地況 A 時橋墩頂端(自由度處)非共振時之橫風向風力頻譜圖.....	207
圖 4.13	地況 A 時橋墩頂端(自由度處)非共振時之橫風向位移反應頻譜.....	207
圖 4.14	地況 A 時橋墩頂端(自由度處)共振時之橫風向風力頻譜圖.....	208
圖 4.15	地況 A 時橋墩頂端(自由度處)共振時之橫風向位移反應頻譜圖.....	208
圖 4.16	地況 A 時無共振時橫風向風力之歷時資料.....	209
圖 4.17	地況 A 時共振時橫風向風力之歷時資料.....	209
圖 4.18	地況 A 時無共振時結構物橫風向位移反應.....	210
圖 4.19	地況 A 時共振時結構物橫風向位移反應.....	210
圖 4.20	地況 A 時無共振時結構物橫風向速度反應.....	211
圖 4.21	地況 A 時共振時結構物橫風向速度反應.....	211
圖 4.22	地況 A 時無共振時結構物橫風向加速度反應.....	212
圖 4.23	地況 A 時共振時結構物橫風向加速度反應.....	212
圖 4.24	風壓係數 $C_p$ 示意圖.....	213
圖 4.25	橋柱受力時之幾何變形示意圖.....	213
圖 5.1	結構裝置調諧質塊阻尼器示意圖.....	214
圖 5.2	調諧質塊阻尼器分析模型.....	214
圖 5.3	質塊阻尼器之最佳設計阻尼比.....	215
圖 5.4	質塊阻尼器之最佳設計頻率比.....	215
圖 5.5	地震加速度歷時(EI Centro).....	216
圖 5.6	主結構五樓之位移歷時圖.....	216
圖 5.7	主結構五樓之絕對加速度歷時圖.....	217
圖 5.8	質塊阻尼器之相對位移.....	217
圖 5.9	主結構五樓位移頻率響應函數.....	218
圖 5.10	決定步幅上下界之流程圖.....	219
圖 5.11	利用 Golden Section Search 決定最佳步幅 $s$ 之流程圖.....	220
圖 5.12	數值方法之流程圖.....	221
圖 6.1	簡支梁受等速移動荷重圖.....	222

圖 6.2	序列載重通過橋梁示意圖.....	222
圖 6.3(a)	列車通過橋梁載重之模擬圖.....	222
圖 6.3(b)	列車通過橋梁之俯視圖.....	223
圖 6.4	橋梁裝置調諧質塊阻尼器之示意圖.....	223
圖 6.5(a)	車速為六十公里時橋梁中點變位歷時圖.....	224
圖 6.5(b)	車速為一百二十公里時橋梁中點變位歷時圖.....	224
圖 6.5(c)	車速為兩百公里時橋梁中點變位歷時圖.....	225
圖 6.6(a)	車速為六十公里時橋梁中點加速度歷時圖.....	225
圖 6.6(b)	車速為一百二十公里時橋梁中點加速度歷時圖.....	226
圖 6.6(c)	車速為兩百公里時橋梁中點加速度歷時圖.....	226
圖 6.7(a)	車速為六十公里時，裝置 TMD 前後橋梁中點位移歷時圖.....	227
圖 6.7(b)	車速為一百二十公里時，裝置 TMD 前後橋梁中點位移歷時圖.....	227
圖 6.7(c)	車速為兩百公里時，裝置 TMD 前後橋梁中點位移歷時圖.....	228
圖 6.7(d)	車速為六十公里時，裝置 TMD 前後橋梁中點加速度歷時圖.....	228
圖 6.7(e)	車速一百二十公里時，裝置 TMD 前後橋梁中點加速歷時圖.....	229
圖 6.7(f)	車速兩百公里時，裝置 TMD 前後橋梁中點加速歷時圖.....	230
圖 6.8(a)	車速六十公里時，TMD 之相對位移.....	230
圖 6.8(b)	車速一百二十公里時，TMD 之相對位移.....	231
圖 6.8(c)	車速二百公里時，TMD 之相對位移.....	231
圖 6.9(a)	車子以共振車速通過橋梁時，車廂數 $N=4$ ，橋梁中點的位移反應.....	232
圖 6.9(b)	車子以共振車速通過橋梁時，車廂數 $N=8$ ，橋梁中點的位移反應.....	232
圖 6.9(c)	車子以共振車速通過橋梁時，車廂數 $N=16$ ，橋梁中點的位移反應.....	232
圖 6.10(a)	橋梁加裝 TMD 與未加裝 TMD 時，車廂數 $N=4$ ， 橋梁中點的位移反應.....	233
圖 6.10(b)	橋梁加裝 TMD 與未加裝 TMD 時，車廂數 $N=8$ ，橋梁中點的位移反應.....	233
圖 6.10(c)	橋梁加裝 TMD 與未加裝 TMD 時，車廂數 $N=16$ ，橋梁中點的位移反應.....	234
圖 6.10(d)	橋梁加裝 TMD 與未加裝 TMD 時，車廂數 $N=4$ ， 橋梁中點的加速度反應.....	234
圖 6.10(e)	橋梁加裝 TMD 與未加裝 TMD 時，車廂數 $N=8$ ，	

橋梁中點的加速度反應.....	235
圖 6.10(f)橋梁加裝 TMD 與未加裝 TMD 時,車廂數 $N=16$ ,	
橋梁中點的加速度反應.....	235

# 第一章 緒論

## 1.1 前言

未來東部公路、中橫及南橫等計畫國道橋梁多須縱橫於高山縱谷之間，配合工址特殊之地形、地貌及景觀，長跨徑、高橋墩橋梁乃必然之發展趨勢。由於花、東地區屬強震帶，耐震設計標準較高；且台灣屬典型海島氣候，夏季受太平洋環流影響，颱風頻仍，冬季則受東北季風侵襲，東北部首當其衝，橋樑受風害之影響甚大，若無適當之結構設計，將嚴重危及公共安全<sup>[1]</sup>。傳統非長跨度之鋼構或鋼筋混凝土橋梁，因其橋墩不高，結構勁度較大，風力對結構安全之影響不及地震。有關風力設計的部分，原則上只須遵照橋梁設計規範之規定，以靜力分析方式即可有效預測橋梁受風之反應行為，作為結構設計之參考。然而，高橋墩橋梁結構在強風作用下，因其結構較為柔軟，橋墩頂之風速可輕易到達渦散(Vortex Shedding)而與結構產生共振，其風力反應顯然迥異於一般之橋樑。因此，有關高橋墩橋梁在強風下之行為預測，以及對現有設計規範之檢討，亟需深入研究。如何提升長跨徑、高橋墩橋梁之耐震抗風能力，兼顧安全性、舒適性及經濟性等要求，乃本研究計畫之主要課題。高橋墩橋梁的結構特性主要有：

- 1.長周期。
- 2.地震時橋墩之剪力小，彎矩大。
- 3.橫向為耐震弱點。
- 4.須考慮橫向風力引起之氣彈效應。

高橋墩為細長結構，因此較柔軟，周期也較長，故設計地震力（橋墩基底剪力）並不大。但因橋墩極高，儘管所受水平剪力不大，但橋墩基底所受彎矩卻極為可觀。由於沿橋縱向之振動單元可由數跨之連續梁與橋墩結合而成有效之抗震構架系統，或將梁與橋墩介面支承設計成滑動式（形同隔震）而由橋台完全承擔上部結構之地震力，因此橋墩在縱向之耐震需求不大；沿橋橫向則因地震力所造成之傾覆彎矩悉由橋墩斷面之抗彎強度承擔而成為耐震設計之控制因素，由於橋墩斷面縱深不足，必須藉由加寬斷面與增加鋼筋量來提升其抗彎強度而顯得不甚經濟，即便採雙柱設計而形成一構架，卻因間距有限，為抵抗傾

覆彎矩而產生之對偶柱軸力仍相當大，設計上要避免橋墩挫屈發生，同時亦無法減輕基礎結構的負擔。此外，也因高橋墩橋梁結構較軟，橫向風力作用下有可能因氣彈效應（如渦散）而與橋墩產生共振而危及結構安全。

因應長跨徑、高橋墩橋梁結構設計上之多重挑戰，採用減震、消能系統以期於地震時降低橋梁受力，並於平時減少風力或車載引致之振動，增加橋梁穩定性，值得深入研究。隔震系統依其減震原理之不同，可區分為兩類：(1)延長結構周期者，(2)截斷地震力之傳輸路徑者。第(1)類包括鉛心橡膠支承墊(LRB)及高阻尼橡膠支承墊(HDRB)等橡膠類隔震系統；第(2)類則有摩擦單擺系統(FPS)—滑動式隔震系統，以及搖晃橋柱系統(Rocking Pier System, RPS)—晃動式隔震系統等。儘管過去已有許多橋梁工程採用隔震、消能技術之應用實例，惟長跨徑、高橋墩橋梁之結構特性不同於一般橋梁，由於其結構周期較長，應用橡膠類隔震系統減震效益將十分有限，且結構有位移過大之虞，習用之隔、減震裝置或設計方法並不適用，因此其相關防震設施須作更具體而精緻之考量。

## 1.2 各類高橋墩橋樑結構之特性比較與評選

茲就日本、中國大陸及紐西蘭等國家在高橋墩橋梁工程之發展情形，略述如下：

### 1. 日本

日本在興建「關越自動車道」前曾針對當時其國內幾座高橋墩橋梁進行評估研究，包括沼尾川橋、片品川橋及永井川橋等<sup>[2]</sup>。

沼尾川橋全長 699.3m，為連續六跨之鋼橋，最高之橋墩高 66.9m。在順橋方向（縱向），上下部結構界面間支承型式之安排為一兩端橋台與最左端之較短橋墩為滑動式，其餘四根高橋墩則為鉸接式，意即由此四根高橋墩與上部結構所形成之振動單元作為抗震構架系統(frame system)；在橫橋方向則均為鉸接。橋墩斷面設計時曾考慮壁式實斷面、I-型斷面與中空箱型斷面等設計型式，中空箱型斷面儘管施工上較為複雜，評估結果以此種斷面最為經濟（光是一根橋墩重量可省千餘公噸），當然對基礎部分也應有所節省。

片品川橋為全長 1033.9m 之鋼橋，全橋九跨共分為三個振動單元，每連續三

跨成一單元，最高之橋墩高 69.4m。在順橋方向，上下部結構界面間支承型式之安排，除兩端橋台為固接外，其餘橋墩上均為鉸接或滑動式，每個振動單元自成一抗震構架系統；在橫橋方向則均為鉸接。橋墩斷面設計時亦同樣考慮壁式實斷面、I-型斷面與中空箱型斷面等設計型式，儘管施工上較為複雜，評估結果仍以中空箱型斷面最為經濟。

永井川橋全長 487.5m，為連續 5 跨之預力混凝土橋，最高之橋墩高 75.7m。在順橋方向（縱向），上下部結構界面間支承型式之安排，除一端橋台為固接外，其餘橋墩與另一端橋台均採滑動式，對橋墩而言形同隔震，地震力完全由橋台承擔；在橫橋方向則均為鉸接（橋墩）或固接（橋台），本橋橋面相對於前二座橋較為寬闊，故採用雙柱式橋墩，惟橋墩中心距 28.8m，與順橋向之墩距 123m 相較則嫌小，地震力引致之傾覆彎矩仍會產生很大的柱軸力，對基礎設計而言仍屬不利。橋墩斷面設計亦採中空箱型斷面。

前述三座高橋墩之設計經評估皆以中空箱型斷面最為經濟，此與高橋墩橋梁在地震時剪力小、彎矩大之特性有關，並非偶然。惟就耐震設計而言，其焦點均置於順橋方向之結構系統配置，動力分析亦僅針對順橋向之平面構架進行。橫橋方面則侷限於傳統之壁式或雙柱式橋墩的範疇，雖以中空箱型斷面提高其經濟性，其對工程造價之節省仍有一定之限度。

## 2. 中國大陸<sup>[3]</sup>

中國大陸目前高橋墩橋梁最高者為陽金水溝公路跨谷橋，墩高達 85m；另外，侯月鐵路海子溝大橋墩高也有 81m，為中國鐵路橋梁之最高紀錄。中國大陸有關高橋墩橋梁多採用空心橋墩之設計，其理由並不難理解，顯與高橋墩橋梁之特性有關，如先前所分析。文獻 3 主要針對空心高橋墩常用之幾種施工法進行分析比較，包括滑動鋼模板工法、爬升鋼模板工法、木模板工法、瑞達模板工法、滑升翻模工法及翻版鋼模工法等。其結論以翻版鋼模工法具速度快、施工品質好、成本低及操作容易等優點最受青睞。陽金水溝公路跨谷橋之 85m 空心橋墩即採用此工法完成。惟就耐震設計之層面，中國大陸與日本一樣，並未針對耐震力較弱的橫橋方向於結構系統上考慮特殊之防震措施。

## 3. 紐西蘭

紐西蘭在結構防震技術之研發與創新有其優良的傳統，除了眾所熟知的鉛心橡膠支承墊為外，以搖晃橋柱(rocking pier)之觀念來提升高橋墩橋梁在橫橋方向的耐震能力亦為其所首創，兼具安全性與經濟性。

搖晃橋柱系統廣義而言亦屬隔震系統，惟其原理與一般隔震支承系統大異其趣。搖晃橋柱系統藉由橋柱與下部基礎結構之不連續介面，使橋柱在地震力大到一定程度時發生晃動，因而改變柱底之邊界條件，瞬間釋放橋墩基底的彎矩，進而截斷地震力之傳遞，防止橋柱產生進一步之撓曲變形，故能有效降低柱底剪力與彎矩而避免破壞。由於其設計係藉由 A 形<sup>[4]</sup>或門形橋墩構架<sup>[5]</sup>交替以其中之一柱腳為支點晃動，有如人站在原地踏步一般，因此又稱之為「踏步隔震」(stepping isolation)，最具代表性之應用實例為紐西蘭於 1981 年通車之「南朗吉塔克伊高架橋」(South Rangitikei Viaduct)<sup>[5]</sup>。該橋全長 315m，為連續六跨之預力混凝土箱型橋，由於橋墩高度達 60~70m，故於地震發生時柱底所承受之彎矩非常大，尤其橋梁橫向因靜不定度不若軸向，抗震能力較差。若採傳統設計方式，勢必導致橋墩斷面太大，又因結構週期較長，若使用一般隔震器減震效果有限，故而採用晃動式隔震系統以達到兼顧安全與經濟之設計目標，其橋墩斷面採中空圓柱設計。其與傳統橋墩設計不同處在於橋柱底端與基礎不連續，地震時橫向橋墩構架得輪流以一橋墩柱腳為支點，另一橋柱沿剪力樞(Shear Pin)上下來回滑動一次，如此持續交替互換而產生晃動機制。由於晃動時其支點為整個柱底面積，因此較無應力集中的問題。為避免橋墩晃動過大、過久，晃動介面間並裝置消能器以增加其穩定性，並緩衝撞擊力。類似的構想亦被應用於紐西蘭基督城機場(Christchurch Airport)的一座煙囪結構<sup>[6]</sup>。

綜觀前述各國有關高橋墩橋梁之設計，基於其結構之特殊性或以中空橋柱為最經濟之設計。惟在認知高橋墩橋梁之耐震弱點在橫橋方向，除以中空橋柱增進工程之經濟性外，於橫向採用搖晃橋柱設計當有進一步提升其耐震性能與經濟效益之空間。由於結構之搖晃行為十分複雜，在實際應用前，對於相關理論及其動力特性需有更充分之掌握，俾能作最經濟而有效的設計。就結構系統而言，搖晃橋柱之觀念在高橋墩橋梁之發展上具有前瞻性，其分析、設計與施工亦甚具挑戰性，故本計畫之研究方向主要將針對搖晃橋柱於未來實際應用之可行性進行評估，包括搖晃橋柱系統之理論與實例分析(第二章)與縮尺模型結構之振動台試驗(第三章)。



一般結構動力試驗模型之設計均著眼於動力相似性之維持，而忽略幾何相似性。主要原因是，結構構件依比例縮小後，往往找不到適用的規格化構材成品（如型鋼）；即使以訂製或組合構件替代，由於材料之力學行為受尺寸效應影響極大，構件之剛性(rigidity)或穩定性(stability)在尺寸縮小後可能不足，因此欲維持絕對的幾何相似性並不容易。然而，由於搖晃橋柱系統之晃動機制與橋墩之高-寬比（亦即幾何性質）有密切之關聯，因此若吾人於模型設計時僅考慮動力相似性之維持，則模型橋墩之晃動機制可能走樣，甚至可能發生滑動(sliding)而非晃動(rocking)的情形。為能同時兼顧模型結構之幾何與動力相似性，本研究遂引用「模型理論」(Physical Modeling Theory)作為高橋墩橋梁結構模型之設計依據，經由無因次分析，有系統地建立縮尺模型結構之設計方法。

有關高橋墩橋梁抗風問題方面，目前土木高層建築或類似之高聳結構所遭遇的風載效應，比較明顯者包括抖振及渦散現象，顫振及其他問題則較不明顯；抖振包含順風向與橫風向，一般考慮順風向抖振之影響時，依其隨機特性將風力以平均值當中心點分成兩部份之加成；亦即平均風力加擾動風力，前者為靜態作用力，可依靜力分析法進行分析，求得結構位移；後者則為一平均值為零之隨機過程(Random Process)，目前此方面的研究已相當成熟，根據有關文獻配合當地之地形及風力統計資料，可獲得具相當可信度的風力模型，定義出當地風力之功率頻譜密度函數(Power Spectral Density Function)，再以隨機振動理論可求得結構位移、速度及加速度之標準差(Standard Deviation)或稱均方根(Root-Mean-Square, RMS)，此稱為隨機分析(Stochastic Analysis)；同時也可將風力之功率頻譜密度函數轉換成一組時間域之歷時資料稱樣本函數(Sample Function)，以便進行動態的歷時分析(Deterministic Analysis)求得結構位移、速度及加速度之歷時資料，最後結構總反應即為上述兩部份反應之線性加成。

在橫風向反應方面，風載之分佈及大小遠較順風向複雜的多，而且受結構幾何外形之影響甚鉅，許多相關研究仍在進行中；目前較可行的方式之一乃是藉風洞之模型試驗直接量測作用於結構上之風壓，經由風壓資料計算出適當橫風向風力頻譜函數，其中必然包含上述之渦散效應，而且會隨風速變化而改變。最後，橫風向結構反應則以抖振分析方式（即隨機分析或歷時分析）計算得到。

一般橋梁風力規範主要考慮順風向之抖振反應，對順風向風載有詳細規定，如國內「公路橋梁設計規範」<sup>[7]</sup>及「建築物風力規範條文、解說及示範例之研訂」

<sup>[8]</sup>。雖然風載本身為動態之過程，但一般風力規範將平均風力乘上一所謂“陣風因子”(Gust Factor)後，以此靜態的風載力作用於結構上，代表擾動風力最大值加上平均風力之總和風載，進行結構分析與設計。在「建築物風力規範條文、解說及示範例之研訂」<sup>[8]</sup>中並對於迴避橫風向渦散鎖定現象之結構自然頻率範圍提供基本準則；至於橫風向風載方面，雖然提供了一些經驗公式，但嚴格來講並不完整，並不全然適用於各種情況，況且所提供之橫風向風力頻譜並無包含渦散效應。針對前述之問題，本研究將以更合理的模式加以分析(第四章)。

由於長跨徑橋梁抗彎勁度較低，在風荷載或行車載重下之振動變形可能過大，而影響行車之舒適性，甚至橋梁之安全性。因此，風荷載或行車載重引致之橋梁振動控制問題亦為本研究探討的內容。

新式降低結構動態反應的方法，乃是加設控制裝置於現存之結構物上；其大致可分為三類，即主動控制、被動隔震控制、被動消能裝置。針對長跨徑橋梁之結構特性，本研究選擇被動調諧質塊阻尼器(Tuned Mass Damper)，簡稱 TMD，作為橋梁減震控制之手段。調諧質塊阻尼器屬於被動消能控制裝置，其原理是利用原主結構內裝置之小質量-阻尼-彈簧系統來改變原主結構之動態特性，並將主結構之振動能轉移至小質量塊阻尼系統而降低主結構動態反應。

1970 年代，TMD 始被設計用以減低高樓、高塔因風力所導致過大的動態反應，如美國波士頓之 John Hancock 大樓<sup>[9]</sup>，澳洲雪梨之 Centerpoint Tower<sup>[10]</sup>，安裝後量測結果發現確實可有效降低約 40%因風力引起之加速度反應。巴西 The Rio-Niterói Bridge<sup>[11]</sup>亦考慮以 TMD 裝置解決其中央跨(central span)因風力引致之振動問題，以其改善行車舒適度的問題。惟其設計並未考慮最佳化問題，目前亦尚未有實測振動反應之減振效果評估。

Den Hartog 首先提出了 TMD 的基本設計理論及最佳設計參數<sup>[12]</sup>。Warburton<sup>[13][14]</sup>亦單自由度結構在外力如諧合力、風力、地震力等作用下，TMD 之最佳設計參數，惟其所應用之範圍亦僅限於單自由度系統，無法直接適用於多自由度之實際結構；此外，其外在擾動形式亦只考慮白雜訊，無法針對實際擾動作有效的處理。

本研究發展一 TMD 控制系統之最佳設計法(第五章)，不僅適用於單自由度系統，亦能適用在多自由度結構之情況，並可同時考慮結構外加多個 TMD 系

統之情形。此外，對外在擾動的頻率分佈形式與範圍已知者，亦可在最佳設計時加以考慮。由於本法可同時處理前人在作 TMD 最佳設計未能解決之多項問題，故可應用於長跨徑連續多跨橋裝設多個 TMD 之最佳設計。第五章並進行數值模擬分析，驗證本研究所提最佳設計法之正確性。

當車子以高速通過橋梁時會產生「衝擊效應」(impact effect)，當橋梁在車行載重的作用下，吾人必須考慮橋體因車行所造成的動態放大效應。一般而言，吾人可將橋梁視為一簡化的均質、等斷面之 Bernoulli-Euler 梁，而車體則以移動力量或移動質量來模擬。在一般常速狀況（時速一百五十公里以下），當車身質量遠小於橋體質量時，可將車身的慣性質量忽略，而僅將車子視為移動力量；若車速超過一百五十公里，即應將車子當作移動質量模型考慮。由於公路橋梁之速限在一百公里以內，因此吾人可將車子視為移動力量。本研究（第六章）將透過簡化的車橋物理模型，從梁受移動載重的基本動力理論出發，找出控制橋梁衝擊反應的關鍵因子，經由解析程序得到簡支梁受單一車行載重與序列型車行載重下之橋梁動態反應。此外，本文嘗試在橋梁結構中安裝一最佳設計之調諧質塊阻尼器進行振動控制，並透過數值模擬分析，探討在不同車速、不同載重型式對橋梁動態反應之減振功能。

## 第二章 搖晃橋柱系統之防震理論與分析

### 2.1 前言

近年來，應用搖晃橋柱系統於橋梁減震之研究相當受矚目<sup>[4,15]</sup>。搖晃橋柱系統之組成包括上部結構、橋柱及基礎等不連續之主要構件。此外配置預力鋼鍵貫穿橋墩，錨定於帽梁與基礎內，以增加垂直方向之束制力與整體系統之穩定性。根據 Mander 和 Cheng 之研究<sup>[15]</sup>，搖晃橋柱系統的特點摘要如下：

1. 因橋柱為獨立構件，與帽梁、基礎皆未連結，橋柱主筋亦於梁柱接頭處截斷，因此橋柱在搖晃時不會造成任何的結構損傷，在地震過後仍可維持其原有之強度與勁度。
2. 可藉由貫穿橋柱中心未握裹(unbonded)之預力鋼鍵提昇搖晃橋墩在強震時之穩定性，避免因晃動過大而翻覆。而當地震中含有垂直方向的振動時亦可防止上部結構的脫離，增加整體系統在垂直方向之束制能力。
3. 由於橋柱與帽梁為獨立之構件，因此可預鑄生產，如此不但可提昇施工品質，工程進度亦將不受天候的影響，這對雨季較長或較潮濕的地區將是一項相當重要的優勢。
4. 為防止晃動界面因局部撞擊破壞而造成整體系統的功能喪失，柱頂與帽梁、柱底與基礎界面上須設置足夠厚度的鋼板以避免柱趾之局部破壞。

其實，動物的骨骼結構即具備類似之搖晃機制。如圖 2.1 所示，大腿骨骼構造在接近膝關節處，大腿骨末端與小腿骨末端即近似搖晃介面，運動時可藉由搖晃機制保護骨骼與關節不致因衝擊作用而損傷，前述預力鋼鍵作用即類似關節間之韌帶。

搖晃橋柱系統藉由橋柱與下部基礎結構之不連續介面，使橋柱在地震力大到一定程度時發生晃動，因而改變柱底之邊界條件，進而截斷地震力之傳遞，防止橋柱產生進一步之撓曲變形，故能有效降低柱底剪力與彎矩而避免破壞。由於其設計係藉由 A 形<sup>[4]</sup>或門形橋墩構架<sup>[5]</sup>交替以其中之一柱腳為支點晃動，

有如人站在原地踏步一般，因此又稱之為「踏步隔震」(stepping isolation)，最具代表性之應用實例為紐西蘭於 1981 年通車之「南?朗吉塔克伊高架橋」(South Rangitikei Viaduct)<sup>[5]</sup>，如圖 2.2 所示。該橋全長 315m，為連續六跨之預力混凝土箱型橋，由於橋墩高度達 60~70m，故於地震發生時柱底所承受之彎矩非常大，尤其橋樑橫向因靜不定度不若軸向，抗震能力較差。若採傳統設計方式，勢必導致橋墩斷面太大，又因結構週期較長，若使用隔震器減震效果有限，故而採用晃動式隔震系統以達到兼顧安全與經濟之設計目標。其與傳統橋墩設計不同處在於橋柱底端與基礎不連續(圖 2.3)，地震時橫向橋墩構架得輪流以一橋墩柱腳為支點，另一橋柱沿剪力樞(Shear Pin)上下來回滑動一次，如此持續交替互換而產生晃動機制。由於晃動時其支點為整個柱底面積，因此較無應力集中的問題。為避免橋墩晃動過大、過久，晃動介面間並裝置消能器以增加其穩定性(圖 2.4)。類似的構想亦被應用於紐西蘭基督城機場(Christchurch Airport)的一座煙囪結構<sup>[6]</sup>。

在消能裝置方面，有液流阻尼器(fluid damper)、黏彈阻尼器(VE damper)、降伏鋼板阻尼器(yielding steel damper)、摩擦阻尼器(friction damper) ... 等不同材料、不同原理之消能器。過去有關應用消能器於橋梁減震之研究，多係針對橋梁車行方向之情況探討，消能器亦以裝置在橋台(abutment)上為主。惟對於穿越縱谷之高橋墩橋梁而言，其結構系統以橫向之靜不定度較低，抗震能力較為薄弱，究竟要選擇何種消能器? 如何安裝(無橋台)? 如何維護保養? 這些問題皆應作較務實之考量與研究。

由於結構之搖晃行為十分複雜，在實際應用前，對於相關理論及其動力特性需有更充分之掌握，俾能作最經濟而有效的設計。根據文獻記載，有關搖晃原理之應用可回溯至 19 世紀。當時尚無地震強度記錄儀，人們係以墓碑或紀念碑等矩形石塊是否於地震中傾倒來判斷地震之強弱<sup>[16]</sup>。在 1960 年智利地震中，許多固定於基座之水塔遭受嚴重毀損，而少數採用類似高爾夫球座(golf-ball-on-a-tee)之水塔支座，由於允許搖晃發生而未遭受破壞。Housner<sup>[17]</sup>在 1963 年針對此一現象，首先提出倒單擺結構之搖晃行為分析，其研究結果顯示搖晃行為有助於降低結構之受震反應，並已指出搖晃運動為高度非線性之行為。其後陸續有文獻確認搖晃行為有助於降低剛體結構之受震反應(例如，Yim et. al.<sup>[16]</sup>; Chopra and Yim<sup>[18]</sup>; Psycharis<sup>[19]</sup>; Xu and Spyrakos<sup>[20]</sup>)，提供今日應用搖晃橋柱設計於橋梁抗震之理論基礎。Priestley 和 Tao<sup>[21]</sup>提出藉由未握裹之預力鋼鍵貫穿梁柱接頭之搖晃梁柱接頭系統以提高結構之穩定性；Priestley 和 MacRae<sup>[22]</sup>進行搖晃

梁柱接頭試驗，惟其試驗因應力集中而造成柱趾之損傷。Mander 和 Cheng<sup>[15]</sup>提出橋墩之免壞設計(Damage Avoidance Design)來增加橋梁的抗震能力，其概念亦類似 Priestley 和 Tao 之構想，但於晃動橋柱上、下端之介面鋪上鋼板，以避免撞擊對柱趾造成破壞。該報告提出晃動橋柱之雙線性模式及簡化之設計程序，並以接近實尺寸之單柱橋墩進行往復載重試驗，驗證晃動橋柱勁度之雙線性特質。惟其理論並未考慮橋柱之撓曲行爲，亦未進行動力反應分析。本研究將先由剛性質塊之自由晃動與地震反應掌握晃動行爲之特性，進而建立搖晃橋柱系統之理論分析模式並評估其減震功能。

## 2.2 剛體晃動行爲之探討<sup>[23]</sup>

### 2.2.1 晃動剛體之解析模型

考慮一矩形剛性質塊置於剛性基礎上，如圖 2.5 所示，其高、寬分別爲  $2H$  及  $2B$ ，質量  $M$ ， $I_G$  爲剛性質塊對其質心之轉動慣量。對矩形質塊而言， $I_G = \frac{1}{3}MR^2$ ，其中  $R$  爲質量中心與旋轉中心( $O$  或  $O'$  點)之距離。茲考慮此剛性質塊受到水平方向( $\ddot{x}_g$ )及垂直方向( $\ddot{y}_g$ )之地表擾動，且其與基礎之界面有足夠之摩擦力使不致產生滑動，而僅發生晃動行爲。換言之，

$$|M\ddot{x}_g| < \mu_s M(\ddot{y}_g + g) \quad (2.2.1)$$

或

$$|\ddot{x}_g| < \mu_s(\ddot{y}_g + g) \quad (2.2.2)$$

其中  $\mu_s$  爲摩擦係數， $g$  爲重力加速度，如圖 2.6 所示。若忽略垂直向地震時，式(2.2.2)可簡化爲：

$$|\ddot{x}_g| < \mu_s g \quad (2.2.3)$$

剛性質塊若要晃動，必須先滿足(2.2.3)式之不等式。此外，晃動行爲需在剛性質塊之水平方向的慣性力對旋轉支點( $O$  或  $O'$  點)之傾覆力矩大於剛性質塊本身

之重力(含垂直方向加速度之效應)對該支點所產生之力矩才會產生，即

$$|\ddot{x}_g| \geq \frac{B}{H}(\ddot{y}_g + g) \quad (2.2.4)$$

若無垂直向地震，則式(2.2.4)可簡化為：

$$|\ddot{x}_g| \geq \frac{B}{H}g \quad (2.2.5)$$

一旦有晃動行為時，剛性質塊係輪流以點 $O$ 及點 $O'$ 為旋轉支點來回晃動。剛體之晃動行為可用其旋轉角 $\theta$ 來描述。如圖 2.5 所示，當剛體以點 $O$ 為支點旋轉時， $\theta$ 為正值；當剛體以點 $O'$ 為支點旋轉時， $\theta$ 為負值。惟晃動之角度不得大於臨界轉角 $\theta_{cr}$ ，亦即

$$|\theta| < \theta_{cr} \quad (2.2.6)$$

其中：

$$\theta_{cr} = \tan^{-1} \frac{B}{H} \quad (2.2.7)$$

否則剛性質塊將產生翻覆而脫離晃動之狀態。

晃動過程中，質塊與剛性基礎將產生碰撞。吾人假設剛體在碰撞後不會產生彈跳(bouncing)，亦即，剛體與基礎碰撞後隨即轉換旋轉支點，一如Housner(1963)或 Chopra(1980)等人所作之假設。

體碰撞前後之運動狀態，如圖 2.7 所示，吾人可利用 $\vec{H}_O = \vec{H}_G + \vec{\rho}_{G/O} \times M \vec{v}_G$  [24]

求出碰撞前、後之角動量。其中 $\vec{H}_O$ 表示剛體對 $O$ 點的角動量； $\vec{H}_G$ 為剛體對其質心 $G$ 之角動量； $\vec{\rho}_{G/O}$ 則為質心 $G$ 與 $O$ 點的距離； $\vec{v}_G$ 為質心 $G$ 的運動速度。對 $O'$ 點而言，碰撞前之角動量 $(H_{O'})_b$ 為：

$$\begin{aligned} (H_{O'})_b &= -I_G \dot{\theta}_b \vec{k} + (-B \vec{i} + H \vec{j}) \times M(v_{Gx} \vec{i} - v_{Gy} \vec{j}) \\ &= -I_G \dot{\theta}_b \vec{k} - HMv_{Gx} \vec{k} + BMv_{Gy} \vec{k} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -I_G \dot{\theta}_b \vec{k} - HMR \dot{\theta}_b \cos \theta_{cr} \vec{k} + BMR \dot{\theta}_b \sin \theta_{cr} \vec{k} \\
&= -(I_G + MH^2 - MB^2) \dot{\theta}_b \vec{k}
\end{aligned} \tag{2.2.8}$$

其中， $\vec{i}$  表示向右為正， $\vec{j}$  表示向上為正， $\vec{k}$  表示對  $O'$  點旋轉的方向，假設方向射出紙面為正(根據右手定則拇指的方向)。

同理，碰撞後之角動量  $(H_{O'})_a$  則為：

$$\begin{aligned}
(H_{O'})_a &= -I_G \dot{\theta}_a \vec{k} + (-B \vec{i} + H \vec{j}) \times M(v_{Gx} \vec{i} + v_{Gy} \vec{j}) \\
&= -I_G \dot{\theta}_a \vec{k} - HMR \dot{\theta}_a \cos \theta_{cr} \vec{k} - BMR \dot{\theta}_a \sin \theta_{cr} \vec{k} \\
&= -(I_G + MH^2 + MB^2) \dot{\theta}_a \vec{k}
\end{aligned} \tag{2.2.9}$$

其中  $\dot{\theta}_b$  及  $\dot{\theta}_a$  分別表示碰撞前與碰撞後之角速度， $I_G$  為剛性質塊對其質心的轉動慣量，對矩形質塊而言其值為  $\frac{1}{3}MR^2$ ，其中  $M$  為剛性質塊之質量， $R = \sqrt{B^2 + H^2}$ 。若外力(反力)的作用線通過  $O'$  點，也就是說外力對  $O$  點的角衝量為零 ( $\int \vec{M}_{O'} dt = 0$ )。吾人可根據角動量守恆(conservation of angular momentum)原理，即<sup>[24]</sup>

$$(H_{O'})_b + \int_b^a \vec{M}_{O'} dt = (H_{O'})_a \tag{2.2.10a}$$

將(2.2.8)式及(2.2.9)式代入上式，可得

$$(I_G + MH^2 - MB^2) \dot{\theta}_b = (I_G + MH^2 + MB^2) \dot{\theta}_a \tag{2.2.10b}$$

定義剛體碰撞後與碰撞前之角速度比值  $\nu$  為動能折減係數，亦即

$$\nu = \frac{\dot{\theta}_a}{\dot{\theta}_b} \tag{2.2.11}$$



則由(2.2.10)式及  $I_G = \frac{1}{3}MR^2$  可得

$$\nu = \frac{2H^2 - B^2}{2H^2 + 2B^2} = \frac{2\left(\frac{H}{B}\right)^2 - 1}{2\left(\frac{H}{B}\right)^2 + 2} \quad (2.2.12)$$

由上式顯示，動能折減係數  $\nu$  僅與剛塊之高寬比  $\left(\frac{H}{B}\right)$  有關。如圖 2.8 所示，當剛性質塊愈細長時  $\left(\frac{H}{B} \rightarrow \infty\right)$ ，動能折減係數將趨近於 1，亦即

$$\lim_{H/B \rightarrow \infty} \nu = 1 \quad (2.2.12a)$$

換言之，隨著剛體之高寬比增加，伴隨晃動而產生的消能機制將逐漸喪失，此時結構即類似一無阻尼之倒單擺。而(2.2.11)式可做為晃動過程中每一次碰撞後之初始條件，即

$$\dot{\theta}_a = \nu \dot{\theta}_b \quad (2.2.13)$$

## 2.2.2 運動方程式

茲考慮一剛性質塊受到水平方向  $(\ddot{x}_g)$  及垂直方向  $(\ddot{y}_g)$  之地表擾動，且滿足式(2.1.2)及(2.1.4)之剛體純晃動條件。

當剛性質塊對  $O$  點旋轉時，如圖 2.5(a)所示，其所受之水平慣性力為  $-M\ddot{x}_g$ ，垂直慣性力則為  $M(\ddot{y}_g + g)$ 。由於剛體之翻覆彎矩大於抗傾彎矩，必須由轉動慣性矩來平衡。對  $O$  點取力矩平衡，即  $\sum M_0 = 0$ ，可得

$$I_o \ddot{\theta} + M(-\ddot{x}_g)R \cos(\theta_{cr} - \theta) + M(\ddot{y}_g + g)R \sin(\theta_{cr} - \theta) = 0 \quad (2.2.14)$$

此式即為剛性質塊對  $O$  點旋轉時之運動方程式。其中  $M$  為剛性質塊之質量； $I_o$  為剛性質塊對  $O$  點之轉動慣量，如前節所定義； $R = \sqrt{B^2 + H^2}$  為質量中心與旋

轉中心( $O$  或  $O'$  點)之距離。 $\theta_{cr}$  為剛性質塊不產生傾倒之臨界角， $\theta_{cr} = \tan^{-1}(\frac{B}{H})$ 。

(2.2.14)式可進一步改寫為：

$$I_o \ddot{\theta} + MR \sin(\theta_{cr} - \theta)(\ddot{y}_g + g) = MR \cos(\theta_{cr} - \theta)\ddot{x}_g \quad (2.2.15)$$

同理，當剛性質塊對  $O'$  點旋轉時，如圖 2.5(b)所示，應滿足：

$$I_o \ddot{\theta} - MR \sin(\theta_{cr} + \theta)(\ddot{y}_g + g) = MR \cos(\theta_{cr} + \theta)\ddot{x}_g \quad (2.2.16)$$

合併(2.2.15)式及(2.2.16)式可得

$$I_o \ddot{\theta} + S_\theta MR \sin(\theta_{cr} - |\theta|)(\ddot{y}_g + g) = MR \cos(\theta_{cr} - |\theta|)\ddot{x}_g \quad (2.2.17)$$

其中， $S_\theta$  表示旋轉方向的符號： $S_\theta = 1$ 時，代表剛性質塊對  $O$  點晃動( $\theta > 0$ )；

$S_\theta = -1$ 時，則代表剛性質塊對  $O'$  點晃動( $\theta < 0$ )。若不考慮垂直向之地表擾動

( $\ddot{y}_g$ )，亦即  $\ddot{y}_g = 0$ ，則(2.2.17)式可簡化為：

$$\ddot{\theta} + S_\theta \frac{MgR}{I_o} \sin(\theta_{cr} - |\theta|) = \frac{MR}{I_o} \cos(\theta_{cr} - |\theta|)\ddot{x}_g \quad (2.2.18)$$

上式中令  $\alpha^2 = \frac{MgR}{I_o}$ ，則可改寫為：

$$\ddot{\theta} + S_\theta \alpha^2 \sin(\theta_{cr} - |\theta|) = \frac{\alpha^2}{g} \cos(\theta_{cr} - |\theta|)\ddot{x}_g \quad (2.2.19)$$

(2.2.19)式即為剛性質塊受地表水平擾動時之搖晃運動方程式。此方程式為一高度非線性之二階常微分方程式，本文將採用四階朗吉-卡特法來求解，將於附錄一中闡述此數值計算方法。

### 2.2.3 剛體結構自由晃動分析--解析解

為能充分了解晃動剛體結構之動力特性，首先將針對自由晃動的情況進行分析。當無地表擾動時，式(2.2.19)可簡化為：

$$\ddot{\theta} + S_\theta \alpha^2 \sin(\theta_{cr} - |\theta|) = 0 \quad (2.2.20)$$

由於此式為非線性二階常微分方程式，基本上必須採用數值方法求解。惟若剛性質塊為細長結構( $\theta_{cr} < 20^\circ$  或  $\frac{H}{B} > 3$ )且晃動角度不大時，上式中

$$\sin(\theta_{cr} - |\theta|) \cong \theta_{cr} - |\theta| \quad (2.2.21)$$

因此式(2.2.20)可被線性化如下(Housner, 1963)：

$$\ddot{\theta} - \alpha^2 \theta = -S_0 \alpha^2 \theta_{cr} \quad (2.2.22)$$

若考慮初始條件  $0 < \theta(0) = \theta_0 < \theta_{cr}$  (以點  $O$  為起使旋轉支點， $S_0 = 1$ ) 及  $\dot{\theta}(0) = 0$ ，則其運動方程式為

$$\ddot{\theta} - \alpha^2 \theta = -\alpha^2 \theta_{cr} \quad (2.2.23)$$

則可求得解析解

$$\theta(t) = \theta_{cr} - (\theta_{cr} - \theta_0) \cosh \alpha t \quad (2.2.24a)$$

$$\dot{\theta}(t) = (\theta_0 - \theta_{cr}) \alpha \sinh \alpha t \quad (2.2.24b)$$

惟上述結果僅在剛性質塊第一次與基礎產生碰撞前成立，亦即  $0 \leq t < t_1$ ， $t_1 = \frac{1}{\alpha} \cosh^{-1} \left( \frac{\theta_{cr}}{\theta_{cr} - \theta_0} \right)$ 。  $t_1$  之決定係由式(2.2.24a)令  $\theta = 0$  時求出。碰撞瞬間，剛性質塊的角速度為  $\dot{\theta}(t_1^-)$ 。此後剛體晃動之轉角將由正轉負，改以  $O'$  點為旋轉支點，其運動則須滿足

$$\ddot{\theta} - \alpha^2 \theta = \alpha^2 \theta_{cr} \quad (2.2.25)$$

根據角動量守恆原理，如 2.2.1 節所述，剛性質塊在碰撞前後之速度需滿足式(2.2.13)，亦即

$$\dot{\theta}(t_1^+) = v \dot{\theta}(t_1^-) \quad (2.2.26)$$

同時， $\theta(t_1^+) = 0$ 。因此可解得其晃動反應

$$\theta(t) = \theta_{cr} [\cosh \alpha(t - t_1) - 1] + \frac{v \dot{\theta}(t_1^-)}{\alpha} \sinh \alpha(t - t_1) \quad (2.2.27a)$$

及

$$\dot{\theta}(t) = \alpha\theta_{cr} \sinh \alpha(t - t_1) + v\dot{\theta}(t_1^-) \cosh \alpha(t - t_1) \quad (2.2.27b)$$

同理，上述結果僅在剛性質塊與基礎碰撞前( $t_2^-$ )成立，亦即 $t_1 \leq t < t_2$ ， $t_2$ 之決定係由式(2.2.27a)令 $\theta(t) = 0$ 時求出。由於式(2.2.27a)較複雜而無法得到解析解，本文將利用牛頓—拉弗森法(Newton-Raphson Method)以數值計算求出 $t_2$ ，其詳細流程請參照附錄 A。

下一階段之運動又回復以式(2.2.23)來控制，其初始條件為

$$\theta(t_2^+) = 0 \quad (2.2.28a)$$

及

$$\dot{\theta}(t_2^+) = v\dot{\theta}(t_2^-) \quad (2.2.28b)$$

其解為

$$\theta(t) = \theta_{cr} [1 - \cosh \alpha(t - t_2)] + \frac{v\dot{\theta}(t_2^-)}{\alpha} \sinh \alpha(t - t_2) \quad (2.2.29a)$$

及

$$\dot{\theta}(t) = -\alpha\theta_{cr} \sinh \alpha(t - t_2) + v\dot{\theta}(t_2^-) \cosh \alpha(t - t_2) \quad (2.2.29b)$$

直到剛性質塊與基礎產生碰撞為止。後續有關碰撞時間及初始條件的分析將重複前述之步驟。

結構體在搖晃運動之過程中，由於底座兩端的旋轉支點不斷地交替互換而消耗部分之能量，如圖 2.9 所示。吾人可由觀察自由晃動之質塊，晃動數周後漸趨平靜的過程體會到能量消耗的事實。

圖 2.9 為不同高寬比( $H/B=4,6,8$ )之剛性質塊於初始角度( $\theta_0 = 1^\circ$ )時之自由晃動歷時圖。比較這些歷時圖可知，剛性質塊隨著其高寬比增加時，停止晃動的時間就愈長，此即因愈細長的結構其動能損失愈小所致。假如初始角度趨近於使剛性質塊翻覆之臨界角時，即 $\theta_0 \approx \theta_{cr}$ ，此剛性質塊之自由晃動歷時，如圖 2.10 所示。比較圖 2.9 及圖 2.10，當剛性質塊之高寬比相同時，初始角度之大小將影響自由晃動之行爲，自由晃動週期會隨著初始角度增加而變長，吾人亦可由圖 2.11

之結果觀察出此現象。上述現象可作為日後橋樑防震設計的參考。

圖 2.12 為剛性質塊具不同高寬比( $H/B=2\sim 20$ )之自由晃動歷時圖，從這些衰減的歷時圖中，可應用結構動力學黏滯阻尼系統之概念求得在不同的高寬比下，晃動結構之等效阻尼比(equivalent damping ratio)  $\zeta$ ，即

$$\zeta \cong \left(\frac{1}{N2\pi}\right) \ln\left(\frac{u_p}{u_0}\right) \quad (2.2.30)$$

其中  $u_p$  表示初始振幅， $u_0$  為量測結束的振幅， $N$  則表示  $u_p$  與  $u_0$  相距週期。

表 2.1 之結果為具相同高寬比( $H/B=8$ )，不同尺寸之晃動質塊其等效阻尼比與  $N$  之關係，其結果顯示若剛性質塊具相同高寬比時，其等效阻尼比與質塊之尺寸無關，而與週期個數  $N$  的選取有關。經計算  $N=5$  以後  $\zeta$  已經收斂，故本文將選週期個數  $N=5$  為計算不同高寬比時，其等效阻尼比之值。結果如圖 2.13 所示，當剛性質塊愈細長時( $\frac{H}{B} \rightarrow \infty$ )，等效阻尼比將趨近於 0。

換言之，隨著剛性質塊之高寬比增加，伴隨晃動而產生的消能機制將逐漸喪失，如圖 2.14 所示。吾人亦可從 2.2.1 節之式(2.2.12a)與圖 2.8 印證此一現象。

橋梁隔震技術發展較早的紐西蘭在 1981 年通車之 South Rangitikei 高架橋，即應用踏步隔震(stepping isolation)之設計，如圖 2.15 所示(其高寬分別為 70m 及 8m， $\theta_{cr} = 7^\circ$ )，其原理十分類似塊體搖晃之設計理念，藉由橋墩底部的晃動提升橋梁之耐震能力，晃動歷時如圖 2.16 所示。如同先前的敘述，不同的初始角度會有不同的晃動反應。當設計晃動之初始角度為  $6^\circ$  時，其晃動初始週期可達 30 秒之久，如此可避開地震對結構體所受之損害。但由前面所述可知，此一細長結構於晃動時產生的消能機制將會減少，亦即利用此搖晃反應來提升橋樑之耐震能力稍嫌不足。所以，此高架橋在設計中需額外加入鋼板阻尼器與彈塑性阻尼器以增加其受震後之消能機制。

## 2.2.4 地表水平簡諧擾動之剛體晃動行為分析--解析解

茲考慮地表簡諧擾動的情況，即  $\ddot{x}_g(t) = A_x \sin \omega t$ ，其中  $A_x$  為外力擾動之振幅， $\omega$  為外力之頻率。則此時剛性質塊受到簡諧擾動(正弦形式)之運動方程式可表示為：

$$\ddot{\theta} + S_{\theta} \alpha^2 \sin(\theta_{cr} - |\theta|) = \frac{\alpha^2}{g} \cos(\theta_{cr} - |\theta|) A_x \sin \omega t \quad (2.2.31)$$

由於此式為非線性二階常微分方程式，基本上必須採用數值方法求解，惟若剛性質塊為細長結構( $\theta_{cr} < 20^\circ$  或  $\frac{H}{B} > 3$ )且晃動角度不大時，上式中

$$\sin(\theta_{cr} - |\theta|) \cong \theta_{cr} - |\theta| \quad (2.2.32a)$$

$$\cos(\theta_{cr} - |\theta|) \cong 1 \quad (2.2.32b)$$

則式(2.2.31)可被線性化如下(Housner, 1963)：

$$\ddot{\theta} - \alpha^2 \theta = \frac{\alpha^2}{g} A_x \sin \omega t - S_{\theta} \alpha^2 \theta_{cr} \quad (2.2.33)$$

由於初期地表擾動力不足以產生結構之晃動，直到不等式(2.2.4)滿足後才可使剛性質塊產生晃動。此時間( $t_1$ )之求算係利用式(2.2.4)等號成立時求出，即

$$t_1 = \frac{1}{\omega} \sin^{-1} \left( \frac{Bg}{HA_x} \right) \cong \frac{1}{\omega} \sin^{-1} \left( \frac{\theta_{cr} g}{A_x} \right) \quad (2.2.33a)$$

此時初始條件為  $\theta(t_1) = 0$  (以點  $O$  為起使旋轉支點， $S_{\theta} = 1$ )， $\dot{\theta}(t_1) = 0$ ，則其運動方程式為

$$\ddot{\theta} - \alpha^2 \theta = \frac{\alpha^2}{g} A_x \sin \omega t - \alpha^2 \theta_{cr} \quad (2.2.34)$$

則可求得解析解

$$\begin{aligned} \theta(t) = & \frac{\alpha}{(\omega^2 + \alpha^2)} \frac{A_x}{g} \omega \cos[\sin^{-1}(\frac{\theta_{cr} g}{A_x})] \sinh \alpha(t - t_1) \\ & + [\frac{\alpha^2}{(\omega^2 + \alpha^2)} - 1] \theta_{cr} \cosh \alpha(t - t_1) - \frac{\alpha^2}{(\omega^2 + \alpha^2)} \frac{A_x}{g} \sin \omega t + \theta_{cr} \end{aligned} \quad (2.2.35a)$$

及

$$\dot{\theta}(t) = \frac{\alpha^2}{(\omega^2 + \alpha^2)} \frac{A_x}{g} \omega \cos[\sin^{-1}(\frac{\theta_{cr} g}{A_x})] \cosh \alpha(t - t_1)$$

$$\left[\frac{\alpha^2}{(\omega^2 + \alpha^2)} - 1\right]\theta_{cr}\alpha \sinh \alpha(t - t_1) - \frac{\alpha^2}{(\omega^2 + \alpha^2)} \frac{A_x}{g} \omega \cos \omega t \quad (2.2.35b)$$

惟上述結果僅在剛性質塊第一次與基礎產生碰撞前( $t_2^-$ )成立，亦即 $t_1 \leq t < t_2$ 。 $t_2$ 之決定係由式(2.2.35a)令 $\theta(t) = 0$ 時求出。由於式(2.2.35a)較複雜而無法得到解析解，本文亦利用上一節所述之牛頓—拉弗森法求出碰撞時間 $t_2$ 。其詳細流程請參照附錄 A。

碰撞瞬間，剛性質塊的角速度為 $\dot{\theta}(t_2^-)$ 。此後剛體晃動之轉角將由正轉負，改以 $O'$ 點為旋轉支點，其運動則須滿足

$$\ddot{\theta} - \alpha^2 \theta = \frac{\alpha^2}{g} A_x \sin \omega t + \alpha^2 \theta_{cr} \quad (2.2.36)$$

根據角動量守恆原理，如 2.2.1 節所述，剛性質塊在碰撞前後之速度需滿足式(2.2.13)，亦即

$$\dot{\theta}(t_2^+) = v\dot{\theta}(t_2^-) \quad (2.2.37)$$

同時， $\theta(t_2^+) = 0$ 。因此可得其晃動反應

$$\begin{aligned} \theta(t) = & \frac{1}{\alpha} \left[ v\dot{\theta}(t_2^-) + \frac{\alpha^2}{(\omega^2 + \alpha^2)} \frac{A_x}{g} \omega \cos \omega t_2 \right] \sinh \alpha(t - t_2) \\ & + \left[ \frac{\alpha^2}{(\omega^2 + \alpha^2)} \frac{A_x}{g} \sin \omega t_2 + \theta_{cr} \right] \cosh \alpha(t - t_2) \\ & - \frac{\alpha^2}{(\omega^2 + \alpha^2)} \frac{A_x}{g} \sin \omega t - \theta_{cr} \end{aligned} \quad (2.2.38a)$$

及

$$\begin{aligned} \dot{\theta}(t) = & \left[ v\dot{\theta}(t_2^-) + \frac{\alpha^2}{(\omega^2 + \alpha^2)} \frac{A_x}{g} \omega \cos \omega t_2 \right] \cosh \alpha(t - t_2) \\ & + \left[ \frac{\alpha^2}{(\omega^2 + \alpha^2)} \frac{A_x}{g} \sin \omega t_2 + \theta_{cr} \right] \alpha \sinh \alpha(t - t_2) \\ & - \frac{\alpha^2}{(\omega^2 + \alpha^2)} \frac{A_x}{g} \omega \cos \omega t \end{aligned} \quad (2.2.38b)$$

同理，上述結果僅在剛性質塊與基礎碰撞前( $t_3^-$ )成立，亦即 $t_2 \leq t < t_3$ ， $t_3$ 之決定與上一階段的求法相同，係由式(2.2.38a)令 $\theta(t) = 0$ 時求出。下一階段之運動又回復以式(2.1.34)來控制，其初始條件為

$$\theta(t_3^+) = 0 \quad (2.2.39a)$$

及

$$\dot{\theta}(t_3^+) = v\dot{\theta}(t_3^-) \quad (2.2.39b)$$

其解為

$$\begin{aligned} \theta(t) = & \frac{1}{\alpha} [v\dot{\theta}(t_3^-) + \frac{\alpha^2}{(\omega^2 + \alpha^2)} \frac{A_x}{g} \omega \cos \omega t_3] \sinh \alpha(t - t_3) \\ & + [\frac{\alpha^2}{(\omega^2 + \alpha^2)} \frac{A_x}{g} \sin \omega t_3 - \theta_{cr}] \cosh \alpha(t - t_3) \\ & - \frac{\alpha^2}{(\omega^2 + \alpha^2)} \frac{A_x}{g} \sin \omega t + \theta_{cr} \end{aligned} \quad (2.2.40a)$$

及

$$\begin{aligned} \dot{\theta}(t) = & [v\dot{\theta}(t_3^-) + \frac{\alpha^2}{(\omega^2 + \alpha^2)} \frac{A_x}{g} \omega \cos \omega t_3] \cosh \alpha(t - t_3) \\ & + [\frac{\alpha^2}{(\omega^2 + \alpha^2)} \frac{A_x}{g} \sin \omega t_3 - \theta_{cr}] \alpha \sinh \alpha(t - t_3) \\ & - \frac{\alpha^2}{(\omega^2 + \alpha^2)} \frac{A_x}{g} \omega \cos \omega t \end{aligned} \quad (2.2.40b)$$

直到剛性質塊與基礎產生碰撞為止。後續的分析將重複前述之步驟。後續有關碰撞時間及初始條件的分析將重複前述之步驟。

圖 2.17 為本文所考慮之地表水平擾動(正弦形式)的情況，將討論當外力振幅固定只改變外力頻率時，剛性質塊於不同高寬比(H/B=4,6,8)之晃動歷時的影響，其結果如圖 2.18、圖 2.19 所示。比較這些歷時圖可知，剛性質塊隨著其高寬比增加時，產生晃動之初始時間會提早發生且晃動的週期也較長。而當外力頻率增加時，剛性質塊晃動之頻率也跟著改變，但晃動的反應卻明顯的減小。此即，當剛性質塊產生晃動碰撞剛性基礎後，剛性質塊下一瞬時晃動的方向與地表擾動之方向剛好相反所致。



### 2.2.5 結果與討論

2.2 節探討剛性質塊自由晃動及受水平地表擾動之晃動行爲，並由解析解與本文所使用之數值方法作比較，以驗證數值方法之正確合理，再進一步分析地表簡諧擾動時剛性質塊之晃動行爲。根據分析的結果可歸納出下列之結論：

1. 剛性質塊隨高寬比增加，停止晃動之時間就愈長，此即因愈細長之結構其動能損失愈小。
2. 剛性質塊隨高寬比增加，其動能折減係數將趨近於 1，亦即等效阻尼比趨近於 0。所以，伴隨晃動所產生之消能機制將逐漸喪失。
3. 初始傾角之大小將影響剛體自由晃動之行爲，角度愈大時晃動之周期愈長。
4. 剛性質塊受外力擾動時，愈細長的結構愈容易產生晃動。
5. 對於高寬比相同的剛性質塊，當外力之頻率增加時，其晃動的反應反而減小。
6. 當設計有關細長結構如高橋墩橋梁時，欲利用結構之晃動行爲提升其耐震能力可能稍嫌不足，因結構隨高寬比增加，伴隨晃動所產生之消能機制將逐漸喪失。所以，建議於設計中需額外加入阻尼器以增加其受震後之消能機制。

## 2.3 搖晃橋柱系統之耐震分析

將踏步隔震或晃動減震概念應用於細長結構體上，最著名的實例，一為紐西蘭於 1981 年通車的「南·朗吉塔克伊高架橋」(South Rangitikei Viaduct)<sup>[5]</sup>，另一則是紐西蘭基督城機場(Christchurch Airport)的一座煙囪結構<sup>[6]</sup>。其結構體高度均達 60 餘米，細長比均約為 1:5。本節中將建立搖晃橋柱系統之運動方程式，並進行數值模擬分析，探討該結構物於強震作用下的反應。

### 2.3.1 解析模型與基本假設<sup>[4]</sup>

考慮一典型之搖晃橋柱結構模型（在橋梁橫向）如圖 2.20 所示，為一 A 字型墩柱構成之振動單元。其高、寬分別為  $h$  及  $2l$ ，每支橋墩長為  $d$ ，橋面板重量  $W$  係集中於 A 字型構架之頂緣，橋墩係假設為均勻斷面，每支各重  $P$ 。兩支橋墩在頂緣處雖是與橋面板一起澆鑄形同固接，但由於構架本身呈 A 字型之幾何形式使其受力圖 2.20 橋墩未晃動時之變位形態分析時可將其視為桁架結構，橋墩受力主要為軸力，因而忽略撓曲之影響。在水平向地表加速度  $\ddot{x}_g$  及垂直向地表加速度  $\ddot{x}_v$  同時作用下，墩體振動反應之自由度分別以晃動前與晃動後之局部座標系統定義，如圖 2.20 及圖 2.21 所示。

此外，並假設橋墩任一時刻的動態反應均維持在線彈性範圍內，因此其未晃動時的運動狀態可分別以橋梁上部結構在水平( $X_1$ )與垂直( $X_3$ )兩正交方向上的自由度來描述（如圖 2.20），晃動時的運動狀態則分別以橋梁上部結構以支撐柱腳為中心旋轉之切線方向( $X_2$ )和支撐柱軸向( $X_4$ )兩正交方向上的自由度來描述（如圖 2.21）。

#### 1. 橋墩未晃動（雙柱腳皆呈鉸接）狀態:

地震時，橋梁上構在水平及垂直方向上的運動將導致在墩柱軸向上之壓縮或拉伸，如圖 2.20 所示。橋墩系統並倚其對偶之橋柱軸力抵抗水平地震所引致的傾覆力矩。因自重的關係，墩柱原即承擔相當之軸壓力，當傾覆力矩尚不足以造成任一邊墩柱產生軸拉力時，橋墩柱腳與基礎間仍維持在接觸狀態，邊界條件形同鉸接。儘管搖晃橋墩結構系統在設計上其柱腳與基礎間並未相連，在

此狀態中，其結構行為與雙柱底皆為鉸支承之桁架結構無異。

## 2. 橋墩晃動狀態

一旦傾覆力矩大到足以造成某一邊墩柱產生軸拉力時，由於柱腳與基礎間並未相連，無法提供抗拉能力，橋墩系統遂以受壓柱之柱腳為支點作近似於剛體旋轉之運動，其轉角以 $\phi$ 來表示，如圖 2.21 所示，其與切線方向位移( $X_2$ )之關係為 $X_2 = d\phi$ 。此時地震引致之傾覆力矩係由橋梁自重與來回晃動產生之轉動慣性力來平衡，當晃動角度小於臨界值時，橋墩並無傾覆之虞，其行為類似剛性質塊之晃動反應（詳 2.2 節），惟在晃動過程中橋墩將產生軸向之彈性變形。若晃動角度有超過臨界值之可能，則必須在柱底之晃動介面增加消能裝置以確保系統之穩定。

## 3. 晃動介面撞擊之過渡狀態

搖晃橋墩系統在晃動過程中，係交替以其一柱腳為支點來回地晃動，在轉換晃動支點時會經過一段介面碰撞之過渡期。當結構體細長比夠大以及接觸界面有足夠之摩擦力防止其滑動時，碰撞過程中不發生彈跳，晃動行為係連續而平順地交替進行，因此吾人可考慮柱底與剛性基礎間的撞擊為「完全非彈性碰撞」，亦即在撞擊瞬間結構體在垂直方向上的速度分量在撞擊後將完全消失，而水平方向之速度則仍遵循動量守恆原理，如 Chopra and Yim<sup>[18]</sup>所假設者。碰撞後運動方向（ $\phi$ ）隨即改變，其初始條件亦根據前述之「完全非彈性碰撞」與變位相容等條件予以更新。由於碰撞過程中橋墩仍將產生軸向之彈性變形，碰撞反應可能存在一短暫之過渡期（如同未晃動之狀態），而不若剛體晃動行為係瞬間之交替更迭直至晃動停止方休。

### 2.3.2 搖晃橋柱系統之運動方程—能量法

搖晃橋柱系統之運動，依其狀態(未晃動、晃動)分別由不同之運動方程式描述。本研究將根據能量法，利用拉格朗治方程式(Lagrange's equation)來建立其運動方程式。拉格朗治方程式如下：

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{X}_i} \right) + \frac{\partial V}{\partial X_i} = Q_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, N) \quad (2.3.1)$$

其中  $X_i, \dot{X}_i$  分別為第  $i$  個自由度之位移與速度;  $T$  為系統之總動能;  $V$  為系統之總勢能;  $Q_i$  為作用在第  $i$  個自由度上之非保守力;  $N$  為系統自由度之總數。

### 1. 橋墩未晃動之狀態

在此運動狀態下, 橋墩系統之自由度包括橋梁上構在水平( $X_1$ )與垂直( $X_3$ )兩正交方向之位移。若以左橋柱為例, 則橋柱各斷面對應於  $X_1$  及  $X_3$  之變位場(displacement field)可分別由形狀函數  $u_x(y,t)$  (圖 2.22a) 及  $u_y(x,t)$  (圖 2.22b) 來表示, 其中

$$u_x(y,t) = \frac{l + X_1(t)}{h} y - \frac{l}{h} y = \frac{X_1(t)}{h} y \quad (2.3.2a)$$

$$u_y(x,t) = \frac{h + X_3(t)}{l} x - \frac{h}{l} x = \frac{X_3(t)}{l} x \quad (2.3.2b)$$

則其所對應之速度場分別為

$$\dot{u}_x(y,t) = \frac{\dot{X}_1(t)}{h} y \quad (2.3.3a)$$

$$\dot{u}_y(x,t) = \frac{\dot{X}_3(t)}{l} x \quad (2.3.3b)$$

因此, 系統之動能及位能可依據式(2.3.2)與(2.3.3)分別表示如下:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \frac{W}{g} \left[ (\dot{X}_1 + \dot{X}_{gr})^2 + (\dot{X}_3 + \dot{X}_{gr})^2 \right] \\ &+ 2 \left[ \frac{1}{2} \int_0^h \frac{p}{gh} \left( \frac{\dot{X}_1}{h} y + \dot{X}_{gr} \right)^2 dy + \frac{1}{2} \int_0^l \frac{p}{gl} \left( \frac{\dot{X}_3}{l} x + \dot{X}_{gr} \right)^2 dx \right] \\ &= \frac{1}{2} \frac{W}{g} \left[ (\dot{X}_1 + \dot{X}_{gr})^2 + (\dot{X}_3 + \dot{X}_{gr})^2 \right] + \frac{p}{g} \left[ \frac{\dot{X}_1^2}{3} + \dot{X}_1 \dot{X}_{gr} + \dot{X}_{gr}^2 + \frac{\dot{X}_3^2}{3} + \dot{X}_3 \dot{X}_{gr} + \dot{X}_{gr}^2 \right] \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

$$\begin{aligned}
 V = & \frac{EA}{2d}(X_1 \sin\theta + X_3 \cos\theta - \delta^{(1)}_{st})^2 + \frac{EA}{2d}(-X_1 \sin\theta + X_3 \cos\theta - \delta^{(1)}_{st})^2 \\
 & + WX_3 + 2\left(\frac{P}{l} \int_0^l \frac{X_3}{l} x dx\right)
 \end{aligned}
 \tag{2.3.5}$$

其中  $\theta$  為橋柱與垂直向 (y 軸) 之夾角;

$$\delta^{(1)}_{st} = \int_0^d \frac{(\rho A(d-x) + \frac{W}{2}) \sec\theta}{EA} dx = \frac{d(W+P) \sec\theta}{2EA}$$

為橋柱因自重而產生的軸壓變位，其中  $\rho$  與  $E$  分別為構材之比重及彈性模數;  $A$  為橋柱之橫斷面積。

將式(2.3.4)及(2.3.5)代入拉格朗治方程式(2.3.1)，可得

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{W}{g} + \frac{2P}{3g}\right) & 0 \\ 0 & \left(\frac{W}{g} + \frac{2P}{3g}\right) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{X}_3 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 2\frac{EA}{d} \sin^2\theta & 0 \\ 0 & 2\frac{EA}{d} \cos^2\theta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_3 \end{pmatrix} = - \begin{bmatrix} \left(\frac{W}{g} + \frac{P}{g}\right) & 0 \\ 0 & \left(\frac{W}{g} + \frac{P}{g}\right) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{X}_{gr} \\ \ddot{X}_{gr} \end{pmatrix}$$

(2.3.6)

此為橋墩尚未晃動時之運動方程式。

在自重與地震力同時作用下，左、右橋柱之軸力 (圖 2.20) 分別為

$$P_L(t) = \frac{1}{2}(W+2P)\beta \sec\theta - \frac{EA}{d}(X_1(t) \sin\theta + X_3(t) \cos\theta) \tag{2.3.7a}$$

$$P_R(t) = \frac{1}{2}(W+2P)\beta \sec\theta + \frac{EA}{d}(X_1(t) \sin\theta - X_3(t) \cos\theta) \tag{2.3.7b}$$

其中  $\beta = (1 + \frac{\ddot{X}_{gr}}{g})$ 。在滿足式(2.3.7)之非晃動狀態下，橋墩所受之軸力必須為壓力，因此  $P_L(t) \geq 0$  且  $P_R(t) \geq 0$ ，亦即

$$X_1 + X_3 \cot\theta \leq \frac{d(W+2P)\beta}{EA \sin 2\theta} \tag{2.3.8a}$$

且

$$X_1 - X_3 \cot \theta \geq \frac{-d(W + 2P)\beta}{EA \sin 2\theta} \quad (2.3.8b)$$

當不等式(2.3.8)不成立時，系統即進入晃動狀態。

## 2. 橋墩晃動之狀態

晃動發生時，受拉之橋柱將抬起，稱之為「抬升柱」，其軸向應力瞬間釋放，所有載重將完全由「支撐柱」來承擔，結構隨即以支撐柱之柱腳為支點作近似剛體之旋轉，此時系統之自由度包括橋梁上構在切線運動方向之位移( $X_2$ )和支撐柱軸向位移( $X_4$ )。

橋柱各斷面對應於  $X_4$  之變位場可分別由形狀函數  $u_x(y, t)$  及  $u_y(x, t)$  來表示，

其中

$$u_x(y, t) = \frac{-X_4(t) \sin \theta}{h} y \approx \frac{-X_4 \theta}{h} y \quad (2.3.9a)$$

$$u_y(x, t) = \frac{X_4(t) \cos \theta}{l} x \approx \frac{X_4}{l} x \quad (2.3.9b)$$

有關搖晃橋墩系統之剛體旋轉運動，可考慮包括橋梁上構質心與左、右橋墩質心之質點變位。茲以一剛性質塊之旋轉運動為例，如圖 2.23 所示，其質心(C.M.)因基座支點  $O'$  抬升角度  $\phi$  而產生在水平及垂直向之變位<sup>[25]</sup>分別為  $u_{Gx}$  與

$u_{Gy}$ ，其定義為

$$u_{Gx} = \eta a(1 - \cos \phi) + \frac{b}{2} \sin \phi = 2\eta a \sin^2 \frac{\phi}{2} + \frac{b}{2} \sin \phi \approx \frac{a}{2} \eta \phi^2 + \frac{b}{2} \phi \quad (2.3.10a)$$

$$u_{Gy} = \eta a \sin \phi + \frac{b}{2} \cos \phi - \frac{b}{2} = \eta a \sin \phi - b \sin^2 \frac{\phi}{2} \approx a \eta \phi - b \left(\frac{\phi}{2}\right)^2 \quad (2.3.10b)$$

其中  $a$  與  $b/2$  分別為質塊晃動前其質心與支點  $O'$  之水平及垂直距離，

$$\eta = \begin{cases} +1 & \varphi > 0 \\ -1 & \varphi < 0 \end{cases}$$

$\varphi$  : 定義順時針轉角為正

由於橋墩在晃動起始之前已有側位移  $x_c$ ，因此橋梁上構以及兩橋柱質心並非在靜平衡位置，如圖 2.24 所示，其中

$$x_c = \frac{d(W + 2P)\beta}{EA \sin 2\theta} \quad (2.3.11)$$

係由式(2.3.8)決定。

對應於圖 2.23 之晃動剛體質心變位幾何圖，搖晃橋柱系統在起始晃動瞬間，其各構件單元之質心與基座支點  $O'$  之水平( $a$ )與垂直( $b/2$ )距離分別為：

構件單元	水平距 ( $a$ )	垂直距 ( $b/2$ )
橋梁上構	$l - x_c$	$h$
抬升柱	$3l/2 - x_c/2$	$h/2$
支撐柱	$l/2 - x_c/2$	$h/2$

將上表中各構件單元之質心與晃動支點  $O'$  所對應之水平距與垂直距分別代入式(2.3.10)中，則搖晃橋柱系統各構件單元在晃動角度為  $\varphi$  時，其質心之水平向與垂直向變位分別為：

橋梁上構:

$$\begin{aligned} u_{Gx} &= (l - x_c)\eta\varphi^2/2 + h\varphi \\ u_{Gy} &= (l - x_c)\eta\varphi - h\varphi^2/2 \end{aligned} \quad (2.3.12)$$

抬升柱:

$$u_{Gx} = (3l/2 - x_c/2)\eta\phi^2/2 + h\phi/2 \quad (2.3.13)$$

$$u_{Gy} = (3l/2 - x_c/2)\eta\phi - h\phi^2/4$$

支撐柱:

$$u_{Gx} = (l/2 - x_c/2)\eta\phi^2/2 + h\phi/2 \quad (2.3.14)$$

$$u_{Gy} = (l/2 - x_c/2)\eta\phi - h\phi^2/4$$

此外，橋梁上構質心之運動速度可由式(2.3.12)對時間微分一次得到：

$$\dot{u}_{Gx} = (l - x_c)\eta\phi\dot{\phi} + h\dot{\phi} \quad (2.3.15)$$

$$\dot{u}_{Gy} = (l - x_c)\eta\dot{\phi} - h\phi\dot{\phi}$$

同理可得抬升柱質心之運動速度

$$\dot{u}_{Gx} = (3l/2 - x_c/2)\eta\phi\dot{\phi} + h\dot{\phi}/2 \quad (2.3.16)$$

$$\dot{u}_{Gy} = (3l/2 - x_c/2)\eta\dot{\phi} - h\phi\dot{\phi}/2$$

及支撐柱質心之運動速度

$$\dot{u}_{Gx} = (l/2 - x_c/2)\eta\phi\dot{\phi} + h\dot{\phi}/2 \quad (2.3.17)$$

$$\dot{u}_{Gy} = (l/2 - x_c/2)\eta\dot{\phi} - h\phi\dot{\phi}/2$$

搖晃橋柱系統在晃動狀態下，其系統之總位能（含重力位能與應變能）可依據式(2.3.9)表示如下：

$$\begin{aligned} V = & W\beta \left[ (l - x_c)\eta\phi - \frac{h\phi^2}{2} \right] + P\beta \left[ (2l - x_c)\eta\phi - \frac{h\phi^2}{2} \right] \\ & + \left( W + \frac{3P}{2} \right) \beta \left( X_4 - \frac{EA}{d} \left( W + \frac{3P}{2} \right) \beta \sec\theta \right) \cos\theta + \frac{EA}{2d} \left( X_4 - \frac{EA}{d} \left( W + \frac{3P}{2} \right) \beta \sec\theta \right)^2 \end{aligned} \quad (2.3.18)$$

此外，系統之動能則根據式(2.3.9)及式(2.3.12)~(2.3.17)建立如



$$\begin{aligned}
T = & \frac{1}{2} \frac{W}{g} \left[ \left( (l-x_c)\eta\dot{\phi}\dot{\phi} + h\dot{\phi} + \dot{X}_{gx} \right)^2 + \left( (l-x_c)\eta\dot{\phi} - h\dot{\phi}\dot{\phi} + \dot{X}_{gy} \right)^2 \right] \\
& + \frac{1}{2} \frac{W}{g} \left[ (-\dot{X}_4\theta + \dot{X}_{gx})^2 + (\dot{X}_4 + \dot{X}_{gy})^2 \right] \\
& + \frac{1}{2} \frac{P}{g} \left[ \left( \left( \frac{3l}{2} - \frac{x_c}{2} \right) \eta\dot{\phi}\dot{\phi} + \frac{h}{2}\dot{\phi} + \dot{X}_{gx} \right)^2 + \left( \left( \frac{3l}{2} - \frac{x_c}{2} \right) \eta\dot{\phi} - \frac{h}{2}\dot{\phi}\dot{\phi} + \dot{X}_{gy} \right)^2 \right] + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{12} \frac{P}{g} d^2 \right) \dot{\phi}^2 \\
& + \frac{1}{2} \frac{P}{g} \left[ (-\dot{X}_4\theta + \dot{X}_{gx})^2 + (\dot{X}_4 + \dot{X}_{gy})^2 \right] \\
& + \frac{1}{2} \frac{P}{g} \left[ \left( \left( \frac{l}{2} - \frac{x_c}{2} \right) \eta\dot{\phi}\dot{\phi} + \frac{h}{2}\dot{\phi} + \dot{X}_{gx} \right)^2 + \left( \left( \frac{l}{2} - \frac{x_c}{2} \right) \eta\dot{\phi} - \frac{h}{2}\dot{\phi}\dot{\phi} + \dot{X}_{gy} \right)^2 \right] + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{12} \frac{P}{g} d^2 \right) \dot{\phi}^2 \\
& + \frac{1}{2} \int_0^h \frac{P}{gh} \left( -\frac{\dot{X}_4\theta}{h} y + \dot{X}_{gx} \right)^2 dy + \frac{1}{2} \int_0^l \frac{P}{gl} \left( \frac{\dot{X}_4}{l} x + \dot{X}_{gy} \right)^2 dx
\end{aligned} \tag{2.3.19}$$

將式(2.3.18)及(2.3.19)代入拉格朗治方程式(2.3.1)，考慮  $h \gg l$  及  $h \approx d$ ，並忽略  $\dot{\phi}^2$ 、 $\dot{\phi}\dot{\phi}$  及  $\theta^2$  等高次項，可得搖晃橋墩系統在晃動狀態之運動方程式

$$\begin{aligned}
\Rightarrow & \begin{bmatrix} \left( \frac{W}{g} + \frac{2P}{3g} \right) h^2 & 0 \\ 0 & \left( \frac{W}{g} + \frac{4P}{3g} \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{X}_4 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C(2l) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{X}_4 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -\left( \frac{W}{g} + \frac{P}{g} \right) h \ddot{X}_{gy} - (W+P)\beta h & 0 \\ 0 & \frac{EA}{d} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi \\ X_4 \end{Bmatrix} \\
= & \begin{bmatrix} -\left( \frac{W}{g} + \frac{P}{g} \right) h & -\left[ \left( \frac{W}{g} + \frac{2P}{g} \right) l - \left( \frac{W}{g} + \frac{P}{g} \right) x_c \right] \\ \eta \left( \frac{W}{g} + \frac{3P}{2g} \right) \theta & -\left( \frac{W}{g} + \frac{3P}{2g} \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{X}_{gx} \\ \ddot{X}_{gy} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -\eta(W+2P)\beta l + (W+P)\beta x_c \\ \beta \left( W + \frac{3}{2}P \right) (\sec\theta - \cos\theta) \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.3.20a}$$

若忽略垂直向地震力之影響，則上式可簡化如下：

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \left(\frac{W}{g} + \frac{2P}{3g}\right)h^2 & 0 \\ 0 & \left(\frac{W}{g} + \frac{4P}{3g}\right) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\varphi} \\ \ddot{X}_4 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} -(W+P)\beta h & 0 \\ 0 & \frac{EA}{d} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varphi \\ X_4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\left(\frac{W}{g} + \frac{P}{g}\right)h & -\left[\left(\frac{W}{g} + \frac{2P}{g}\right)l - \left(\frac{W}{g} + \frac{P}{g}\right)x_c\right] \\ \eta\left(\frac{W}{g} + \frac{3P}{2g}\right)\theta & -\left(\frac{W}{g} + \frac{3P}{2g}\right) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{X}_{gx} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\eta(W+2P)\beta l + (W+P)\beta x_c \\ \beta\left(W + \frac{3}{2}P\right)(\sec\theta - \cos\theta) \end{pmatrix}$$

(2.3.20b)

### 3. 運動狀態轉換時之初始條件

吾人由先前之推導已知，若橋柱系統原在晃動的狀態中，一旦 (2.3.8) 之不等式成立時，其動態行為將由晃動狀態進入非晃動狀態，其運動係由式(2.3.6)所描述；反之，若橋柱系統在原非晃動狀態中，一旦 (2.3.8) 之不等式不成立時，其動態行為隨即由非晃動狀態進入晃動狀態，其運動係由式(2.3.20)描述。惟橋柱基底碰撞時，因運動狀態改變，初始條件可能有不連續之情況，吾人必須進一步加以釐清、決定之。

碰撞後初始條件之決定：

(1) 碰撞前右柱腳為支點 ( $\varphi \geq 0$ )

當(2.3.8a)之不等式成立時，橋墩之運動應在非晃動狀態，因此若

$$\varphi < 0 \tag{2.3.21}$$

則橋柱底應已發生碰撞。吾人可由

$$\varphi(t) = 0 \tag{2.3.22}$$

解出碰撞時間  $t_i$  (詳附錄二)。碰撞後之初始條件，位移的部分在滿足變位相容之情況下(如圖 2.25(b)所示)，可得

$$X_1(t_i^+) = x_c - X_4(t_i) \sin\theta \tag{2.3.23}$$

此外，因左柱腳碰撞前並無軸力，因此亦無產生變形，亦即

$$-\delta_{st}^{(1)} + X_1(t_i^+) \sin \theta + X_3(t_i^+) \cos \theta = 0 \quad (2.3.24a)$$

或者

$$X_3(t_i^+) = \frac{\delta_{st}^{(1)} - X_1(t_i^+) \sin \theta}{\cos \theta} \quad (2.3.24a)$$

基於撞擊為完全非彈性碰撞以及墩體不發生彈跳之假設，撞擊瞬間：

$$\dot{X}_3(t_i^+) = 0 \quad (2.3.25)$$

此外，水平向的運動在動量守恆的假設下，滿足

$$\begin{aligned} & \frac{W}{g} \dot{X}_1(t_i^+) + 2 \frac{P}{gh} \int_0^h \frac{\dot{X}_1(t_i^+)}{h} y dy \\ &= \left( \frac{W}{g} + \frac{P}{g} \right) (-\eta \dot{X}_4(t_i) \sin \theta) + \frac{P}{gh} \int_0^h \frac{-\eta \dot{X}_4(t_i) \sin \theta}{h} y dy + \frac{W}{g} h \dot{\phi}(t_i) + \frac{P}{g} \left( \frac{h \dot{\phi}(t_i)}{2} + \frac{h \dot{\phi}(t_i)}{2} \right) \end{aligned} \quad (2.3.26)$$

因此，

$$\dot{X}_1(t_i^+) \approx \frac{(W + 3P/2)(\dot{\phi}(\delta_{st}^{(2)} + d) \cos \theta \mp \dot{X}_4(t_i) \sin \theta)}{W + P} \quad (2.3.27)$$

(2) 碰撞前左柱腳為支點 ( $\varphi \leq 0$ )

當(2.3.8b)之不等式成立時，橋墩之運動應在非晃動狀態，因此若

$$\varphi > 0 \quad (2.3.28)$$

則橋柱底應已發生碰撞。吾人可由式(2.3.22) 解出碰撞時間  $t_i$  (詳附錄 A)。

碰撞後之初始條件，位移的部分在滿足變位相容之情況下(如圖 2.25(b)所示)，可得

$$X_1(t_i^+) = -x_c + X_4(t_i) \sin \theta \quad (2.3.29)$$

此外，因左柱腳碰撞前並無軸力，因此亦無產生變形，亦即

$$-\delta_{st}^{(1)} - X_1(t_i^+) \sin \theta + X_3(t_i^+) \cos \theta = 0 \quad (2.3.30a)$$

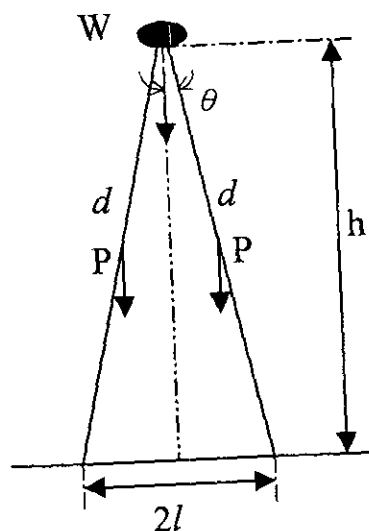
或者

$$X_3(t_i^+) = \frac{\delta^{(0)}_{s1} + X_1(t_i^+) \sin\theta}{\cos\theta} \quad (2.3.30a)$$

同理，初始速度的部分可由式(2.3.25)及(2.3.27)決定。

### 2.3.3 搖晃橋柱系統之動力分析

本節將進行搖晃橋柱系統之自由晃動分析、簡諧激振分析及地震反應分析。自由晃動分析結果與 2.2 節剛性質塊系統之振動特性比較，可初步驗證搖晃橋柱系統分析模式之合理性；簡諧激振分析考慮共振與非共振條件之情況，可進一步瞭解搖晃橋柱系統之動力特性；地震反應分析則提供搖晃橋柱系統之減震效益評估，並有助於發掘其應用上潛在之問題與思考改善措施。實例分析所考慮之搖晃橋柱結構模型如下圖所示，相關之結構參數歸納於表 2.2。



#### 1. 自由晃動分析

晃動系統之結構動力特性（頻率與阻尼）與其細長比（ $h/l$ ）及晃動角度大小均有關係。圖 2.26 所示為不同之橋墩構架細長比（ $h/l=4, 6, 8, 10$ ），分別在初始傾角（ $\varphi_0 = \varphi_{cr} = \tan^{-1}(l/h)$ ）之自由晃動反應。在不考慮結構本身阻尼（ $\xi=0$ ）的情況下，自由振動反應的衰減完全由晃動機制所致，此因碰撞時（完全非彈性碰撞）有消散能量的作用。其結果顯示，細長比愈小者其反應衰減愈快，且晃

動愈接近停止時振動頻率愈高，惟細長比增大至  $h/l=10$  時，伴隨晃動而發生的消能作用已十分有限。此一趨勢與剛性質塊之自由晃動反應特性完全一致。

## 2. 簡諧激震分析

為能進一步瞭解搖晃橋柱系統之特性，茲以振幅為  $1g$ ，擾動頻率 ( $\Omega$ ) 為  $1.25\text{Hz}$  (非共振頻率) 及  $0.7\text{Hz}$  (共振頻率) 之正弦波為地表加速度進行動力分析。

圖 2.27 為非共振條件下搖晃橋柱系統之反應歷時，其中  $u_x$  為橋梁上構之總水平位移，其定義為

$$u_x(t) \approx x_c + \varphi(t)(-\delta^{(2)}_{sr} + d) \cos \theta - X_4(t) \sin \theta$$

其中

$$\delta^{(2)}_{sr} = \int_0^l \frac{(\rho A(l-\bar{x}) + W + P) \sec \theta}{EA} d\bar{x} = \frac{l}{EA} (W + \frac{3P}{2}) \sec \theta$$

此外， $\ddot{u}$  為橋梁上構之加速度， $P_R$  為右橋墩之軸力， $\varphi$  為晃動角度 (右柱腳為支點時為正，左柱腳為支點時為負)。由晃動角之歷時反應可知，整體橋墩系統之搖晃時間與次數並不多。此外，在幾次晃動瞬間加速度反應與柱軸壓力有突增之現象，晃動機制對於減震未顯現任何助益。

圖 2.28 為共振條件下搖晃橋柱系統之位移反應歷時。無論由橋梁上構之水平位移或加速度，或柱軸力，搖晃橋柱系統之動態反應都遠小於傳統橋柱系統。在忽略橋梁結構本身阻尼的情況下，傳統橋柱系統在激振頻率與結構頻率相近時，其動態反應因無消能機制而將隨時間而逐漸發散 (假設結構仍為彈性)。搖晃橋柱系統為幾何非線性 (材料仍為線彈性) 結構，並無固定之基本周期，故不會與外在擾動產生共振，此乃其動力特性中之另一優點。

## 3. 地震反應分析

本例考慮以 1940 年 El Centro 地震 (圖 2.29) 與 1999 年集集地震 (Tcu 測站，東-西向) (圖 2.30) 之記錄為輸入震波進行搖晃橋柱系統之減震效益評估。同時，為瞭解地震強度對減震效益之影響，El Centro 地震強度考慮  $\text{PGA}=0.34g, 0.68g$  及  $1.0g$  進行分析。

圖 2.31 為 El Centro 地震 (PGA=0.34g) 下，搖晃橋柱系統與傳統結構系統之地震反應比較。表 2.3 之結果顯示，搖晃橋柱系統在地震中，無論其橋梁上構之水平位移、加速度或橋柱基底剪力(BS)均比傳統橋柱略為增加，顯示並未發揮減震功能。晃動次數與振幅並不大，最大之晃動角 約為臨界晃角  $\phi_{cr}$  的 1/200。

圖 2.32 為 El Centro 地震 (PGA=0.68g) 下，搖晃橋柱系統與傳統結構系統之地震反應比較。表 2.4 之結果顯示，橋梁上構與柱底剪力(BS)及傾覆力矩(OM)均有折減，搖晃橋柱系統發揮減震之作用。隨著地震強度增大，橋柱晃動次數與振幅均有明顯增多，惟其最大晃動角度為臨界晃角  $\phi_{cr}$  的 3/100，仍不至於傾倒，但橋梁上構之水平總位移反而較傳統橋柱增加，增加的部分主要是剛體轉動所致。

圖 2.33 為 El Centro 地震 (PGA=1.0g) 下，搖晃橋柱系統與傳統結構系統之地震反應比較。表 2.5 之結果顯示，晃動橋柱之橋梁上構與柱底剪力(BS)及傾覆力矩(OM) 隨著地震強度增大而有顯著增加，傳統橋柱之各項反應則成比例增加，因此減震效益就相對提升。橋柱晃動次數與振幅均有明顯增多，惟其最大晃動角度為臨界晃角  $\phi_{cr}$  的 17%，並無傾倒之虞。柱軸力則有大幅增加，主要是晃動時橋梁重量完全由單柱支撐之故。

圖 2.34 為集集地震 (PGA=1.003g) 下，搖晃橋柱系統與傳統結構系統之地震反應比較。表 2.6 之結果顯示，晃動橋柱之橋梁上構與柱底剪力(BS)及傾覆力矩(OM) 均有顯著之折減。雖然橋柱晃動次數不多，振幅並不大，其最大晃動角度為臨界晃角  $\phi_{cr}$  的 3/100，卻已發揮良好之減震作用，顯示晃動橋柱機制對於近斷層地震有不錯的防震作用。

## 2.4 搖晃橋柱系統之參數研究

### 2.4.1 橋墩高寬比之影響

本節將探討橋墩高寬比對橋墩晃動行為與減震效益之影響，考慮高寬比分別為  $h/l=4,6,8,10$  及 12 等情況，在不同地震強度(El Centro PGA=0.34g, 0.68g, 0.8g, 1.0g)下進行分析。

當  $PGA=0.34g$  時，表 2.7 之結果顯示，晃動角度大小與橋墩高寬比並無一定之關係，加速度反應則隨高寬比增加而降低。與傳統橋柱相較，晃動橋柱對於加速度( $\ddot{u}$ )與柱底剪力(BS)之減震作用隨高寬比增加而遞減，當  $h/l \geq 10$  時振動量反而增加。晃動橋柱之柱軸壓力( $P_R, P_L$ )大小與高寬比亦無規律性，但均較傳統橋柱為大，主要是晃動時橋梁重量完全交由單柱支撐所致。

當  $PGA=0.5g$  時，表 2.8 之結果顯示，除  $h/l=8$  一例外，正規化晃動角度大小隨橋墩高寬比增加而增大，加速度反應則仍隨高寬比增加而降低，其振幅則與  $PGA=0.34g$  時相當。與傳統橋柱相較，晃動橋柱對於加速度( $\ddot{u}$ )與柱底剪力(BS)在不同之高寬比下均具減震作用，惟減震效益仍隨高寬比增加而遞減。柱軸壓力( $P_R, P_L$ )仍較傳統橋柱為大，理由同上。

當  $PGA=0.68g$  時，表 2.9 之結果顯示，晃動角度大小與橋墩高寬比並無一定之關係，加速度反應則隨高寬比增加而降低，其振幅則與  $PGA=0.34g, 0.5g$  時相當，顯示晃動橋柱無論地震強度大小，其加速度反應有一上限值。與傳統橋柱相較，晃動橋柱對於加速度( $\ddot{u}$ )與柱底剪力(BS)在不同之高寬比下均具減震作用，其減震效果較  $PGA=0.34g, 0.5g$  時更為顯著，惟減震效益仍隨高寬比增加而遞減。

$PGA=0.8g$  與  $1.0g$  之結果分別列於表 2.10 與 2.11，其反應趨勢與先前各例大致相同，減震效益則隨地震強度之增加而更為顯著。各項反應參數在不同高寬比與地震強度之變化趨勢歸納於圖 2.35~2.39。

#### 2.4.2 柱底晃動介面阻尼力之影響

前述分析結果顯示，搖晃橋柱之晃動角在地震強度超過  $PGA=0.5g$  會有顯著之增加，柱軸壓力亦有同樣趨勢。為避免橋墩在強震時產生過大之晃角與柱軸力，可考慮於晃動介面裝置消能器減緩之。本研究考慮裝置液流阻尼器(fluid damper)，其阻尼力  $F_D = (2l)C\dot{\phi}$ ，其中  $C$  為阻尼係數。本文分別考慮  $C=1 \times 10^6, 5 \times 10^6, 10 \times 10^6, 20 \times 10^6 \text{ kNs/m}$  等情況，在不同地震強度(EI Centro  $PGA=0.34g, 0.5g, 1.0g$ )下，以橋墩高寬比  $h/l=10$  為例進行分析，結果如圖 2.40~2.44 所示。

當  $PGA=0.34g$  時，表 2.12 之結果顯示，隨著阻尼力之增加，晃動角度有減緩的趨勢，但程度上並不顯著；上部結構水平位移( $u_x$ )與軸力( $P_R, P_L$ )之情況亦相同。加速度( $\ddot{u}$ )與柱底剪力(BS)則隨著阻尼力之增加而有明顯上升的現象。

當  $PGA=0.5g$  時，表 2.13 之結果顯示，隨著阻尼力之增加，晃動角度有明顯減緩的趨勢，上部結構水平位移( $u_x$ )與軸力( $P_R, P_L$ )之情況亦相同；加速度( $\ddot{u}$ )與柱底剪力(BS)則隨著阻尼力之增加而有明顯上升的現象。

當  $PGA=1.0g$  時，表 2.14 之結果顯示，隨著阻尼力之增加，晃動角度大幅降低，上部結構水平位移( $u_x$ )與軸力( $P_R, P_L$ )之情況亦有相同趨勢；加速度( $\ddot{u}$ )與柱底剪力(BS)則隨著阻尼力之增加而有明顯上升的現象。

### 2.4.3 搖晃橋柱系統高橋墩橋梁設計準則之初步建議

由於本研究計畫研究時程相當有限，根據目前之研究結果尚不足以擬訂具體之搖晃橋柱系統設計準則。茲就吾人對搖晃橋柱結構特性之瞭解與參數研究結果歸納設計通則如下：

#### 第一章 通則

##### 1.1 適用範圍

本設計準則適用於高橋墩橋梁橋墩單元於沿橋橫向使用晃動橋柱系統之抗震設計。橋墩在沿橋縱向之設計應按公路橋梁耐震設計規範或其他適用之工程設計規範之規定辦理。

##### 1.2 搖晃橋柱設計基本原則

本設計準則所訂之搖晃橋柱設計基本原則為在設計地震下，搖晃橋柱系統能正常發揮功能，橋墩、橋梁上部結構與橋墩基礎無明顯損壞。

##### 1.3 基本設計要求

橋柱之設計應以符合本設計準則及公路橋梁耐震設計規範有關地震力條文部分之規定並據以設計及施工。橋柱側向力抵抗系統及晃動介面之設計，應考慮所考慮之設計地震所產生之變位及應力。

##### 1.4 晃動介面之認定

晃動介面係指地震輸入橋墩之基面，或可使其上方之構造視為晃動體之水平面。

##### 1.5 晃動系統之穩定性



搖晃橋柱在最大晃動位移時，其結構重量對晃動支點造成之抗傾覆力矩必須大於地震力對晃動支點造成之傾覆力矩。柱因晃動產生之抬升不能超過消能裝置之最大容許變位。

## 1.6 分析方法之選擇

搖晃橋柱之耐震分析，可採用第二章規定之靜力分析方法進行初步分析，或依本研究報告所發展之動力分析方法進行分析。

## 第二章 靜力分析方法

本研究計畫尚未涵蓋晃動橋柱之簡易靜力分析方法，具體之分析與設計準則尚無法擬訂。為本章應涵蓋之內容綱要如下：

### 2.1 適用範圍

### 2.2 搖晃橋柱變位特性

### 2.3 最小側向位移

2.3.1 側向位移  $D$  (計算公式 e.g.  $D=f(Z,I,C,h/l, \dots)$ )

2.3.2 設計總位移  $D_T$  (橋梁上構產生之抗扭束制效應)

2.3.3 最大總位移  $D_{TM}=1.5 D_T$

2.4 震區水平加速度係數 (本節與「建築物耐震設計規範及解說」相同)

2.5 用途係數 (本節與「建築物耐震設計規範及解說」相同)

2.6 工址正規化加速度反應譜係數 (本節與「建築物耐震設計規範及解說」相同)

2.7 有效振動周期及阻尼比修正係數

2.8 最小設計柱底剪力 (計算公式 e.g.  $V=f(D,h/l, \dots)$ )

2.9 最小設計柱軸力與基礎集中荷重 (計算公式 e.g.  $P=f(D,h/l, \dots)$ )

第三章 動力分析方法 (目前有限元素分析軟體尚無具備晃動橋柱之分析功能者，建議以本研究報告所發展之動力分析方法進行分析)

## 第四章 系統設計詳細要求

### 4.1 通則

晃動橋柱系統及整體橋梁設計應遵守橋梁耐震設計規範條文之要求事項，亦應滿足本章之規定。

## 4.2 搖晃橋柱系統

### 4.2.1 環境狀況

除風與地震所造成之載重外，搖晃橋柱系統之設計並應考慮其他環境狀況，包含老化效應、潛變、疲勞、溫度...等影響。

### 4.2.2 側向位移限制

搖晃橋柱系統之設計應配置適當之位移束制裝置（如消能器），使搖晃橋柱系統之最大側向位移不超過 1.5 倍設計總位移。

### 4.2.3 垂直加載穩定性

搖晃橋柱系統在承受垂直載重  $1.2DL+0.5LL+|E|$  作用下須保持穩定。其中 E 應包括水平及垂直設計地震效應。

### 4.2.4 傾倒

搖晃橋柱系統之抗傾倒力矩不得小於傾倒力矩。傾倒力矩以設計地震力之 1.2 倍計算，抗傾倒力矩則依照橋梁上部結構重量之 0.9 倍計算。

### 4.2.5 檢測與更換

## 第五章 其他相關規定

### 5.1 基礎構造

搖晃橋柱系統之基礎構造，應依據公路橋梁設計規範之要求進行設計與施工。

### 5.2 設計與施工之審查

搖晃橋柱系統設計之審查評定應包含下列各項：

(1) 建地工址地震準則之審查；

(2) 初步審查：包括設計位移、設計總位移、最小柱底剪力及柱軸

力之決定。

(3)有關整體搖晃橋柱系統所有分析及最後設計成果之審查。

## 2.5 結果與討論

本節建立搖晃橋柱系統之動力分析模式，自由晃動分析與簡諧擾動分析顯示，其動力反應特徵與剛性質塊之晃動行為極為類似。地震反應分析顯示搖晃橋柱系統在地震強度夠大時具減震功能，地震強度愈大時減震效益愈佳，惟減震效果隨橋墩高寬比增加而遞減。此外，搖晃橋柱在集集地震下有很好的減震效果，顯示此一減震機制對於近斷層地震有防制作用。晃動橋柱之柱軸壓力大小與高寬比並無一定之規律性，但均較傳統橋柱為大，主要是晃動時橋梁重量完全交由單柱支撐所致。惟晃動橋柱不受拉力，晃動時傾覆力矩(OM)將完全釋放，此或有利於 RC 柱及基礎之設計。為確保搖晃橋柱系統在強震下無傾倒之虞，並減少橋梁上構之側位移與柱軸力，吾人應考慮在柱腳晃動界面裝設消能裝置。惟消能裝置提供之阻尼力亦不宜太大，以免使加速度與柱底剪力增加太多而抵銷減震作用。此外，由於橋柱基底所受的軸壓力於水平方向上的分量所造成之剪力，若不能完全以摩擦力來平衡則可能會伴隨滑動現象，而與分析時所假設之純晃動行為有所出入。因此，晃動界面之細部設計應作適當考量使結構之行為符合晃動機制之立意。

## 第三章 搖晃橋柱系統之縮尺模型試驗

### 3.1 前言

有關搖晃橋柱系統之理論基礎與動力分析模式已於前章建立，數值實例分析亦初步驗證了晃動機制對於橋梁減震之可行性。為能更真實地觀察搖晃橋柱系統在地震中之行爲，本研究並規劃進行了搖晃橋柱縮尺結構模型之地震模擬振動台試驗。

為使模型試驗結果具代表性，縮尺試驗模型與實尺結構之間應維持良好的幾何相似性與動力相似性。由本研究蒐集到有關結構地震模擬試驗之文獻中，我們發現，一般結構動力試驗模型之設計均著眼於動力相似性之維持，而忽略幾何相似性。主要原因是，結構構件依比例縮小後，往往找不到適用的規格化構材成品（如型鋼）；即使以訂製或組合構件替代，由於材料之力學行爲受尺寸效應影響極大，構件之剛性(rigidity)或穩定性(stability)在尺寸縮小後可能不足，因此欲維持絕對的幾何相似性並不容易。然而，由於搖晃橋柱系統之晃動機制與橋墩之高-寬比（亦即幾何性質）有密切之關聯，因此若吾人於模型設計時僅考慮動力相似性之維持，則模型橋墩之晃動機制可能走樣，甚至可能發生滑動(sliding)而非晃動(rocking)的情形。有鑑於此，為能同時兼顧模型結構之幾何與動力相似性，本研究遂引用「模型理論」(Physical Modeling Theory)作為高橋墩橋梁結構模型之設計依據，經由無因次分析，有系統地建立縮尺模型結構之設計方法。

### 3.2 模型理論

「模型理論」濫觴於 19 世紀初，相關理論之發展並延續了將近一個世紀<sup>[26]</sup>。時至今日，「模型理論」已廣泛地應用於各種工程問題的研究上。發展「模型理論」的基本目的，在於尋求兩相似物理系統間的特定關係，藉由定義出控制系統行爲之主要物理參數間的相似條件，從而建立相似系統間各物理參數的對應關係。因應複雜度高而難以數學模式模擬的物理現象與工程環境，「因次分析法則」遂被發展出來。應用「因次分析法則」，吾人僅須由描述相似系統行爲之若干關鍵物理量間的比例關係，即能確保該相似系統滿足相同的物理定律，而毋須具體建立物理現象發生的內涵或其過程（這些物理現象的內涵或其過程通常

要以數學模式描述)，因而大大地提升「模型理論」之實用價值與應用範圍。本節將簡述「因次分析法則」之基本原理。

「因次分析法則」要求系統物理量之因次一致性 (dimensionally homogeneous)，亦即各物理量之基本單位須為一致。一般而言，因次系統依其基本單位之定義不同，而分為質量系統與力量系統兩類，如表 3.1 所示。其中，質量系統係定義質量  $[M]$  為一基本單位，而力量之單位可由長度  $[L]$ 、時間  $[T]$  及質量  $[M]$  等基本物理量推算而為  $[MLT^{-2}]$ ；力量系統則視力量  $[F]$  為一基本單位，質量之單位則由其他基本物理量推算而為  $[FL^{-1}T^2]$ 。本研究應用「因次分析法則」時係採用力系統。凡基本物理量以外之物理量，其單位皆可由若干基本物理量之因次關係求得。

彈性力學問題中，常用之工程物理量與基本物理量之因次關係如表 3.2 所示。由這些工程物理量，吾人可進而定義若干獨立之無因次參數如下：

$$\pi_1 = \frac{\sigma}{E}, \quad \pi_2 = \frac{l}{\delta}, \quad \pi_3 = \frac{P}{R}, \quad \pi_4 = \nu, \quad \pi_5 = \varepsilon, \quad \pi_6 = \frac{P}{El^2}$$

當然亦可定義出其他無因次參數，但這些無因次參數皆可由上列六組無因次參數來表示，例如

$$\frac{\sigma l^2}{P} = \frac{\sigma}{E} \frac{El^2}{P} = \pi_1 \pi_6^{-1}$$

因此，前述之六項無因次參數 ( $\pi_1 \sim \pi_6$ ) 稱為一完整無因次參數組 (a complete set of dimensionless parameters)。根據巴金漢定理 (Buckingham's Theorem)，完整無因次參數組所應包括之無因次參數個數，係由足以描述該系統行為之獨立工程物理量總數，減去相關基本物理量之個數而得。如上例中，吾人考慮之工程物理量總數 (8) 減去基本物理量之個數 (2) = 無因次參數個數 (6)。

物理系統間之相似條件，可經由滿足相同的物理定律 (governing differential equation) 或「因次分析法則」而建立。茲舉例說明之：

圖 3.1 所示為兩幾何相似之矩形斷面簡支梁結構系統。在集中載重  $P$  (or  $P'$ ) 作用下，吾人根據材料力學理論 (即物理定律)，可分別求出其相對應點之最大應力如下：

其中， $\sigma$  為最大應力， $b$  為梁寬， $h$  為梁深， $l, c$  皆為長度。由於兩結構系統之幾何條件相似，其各對應長度之比例係數  $\lambda = \frac{l'}{l} = \frac{c'_1}{c_1} = \frac{b'}{b} = \frac{h'}{h}$ ，則由式(3.1) 可得

$$\sigma = \sigma' \frac{P}{P'} \lambda^2 \quad (3.2)$$

或

$$\frac{\lambda^2 \lambda_\sigma}{\lambda_p} = 1 \quad (3.3)$$

其中， $\lambda_p = \frac{P'}{P}$ ， $\lambda_\sigma = \frac{\sigma'}{\sigma}$ 。

式(3.3)中的參數為相似結構系統間各對應物理量之比例係數(scale factor)。

另一方面，根據表 3.3 所列該力學問題各物理量之因次陣列，吾人可任意定義四個相互獨立之無因次參數如下：

$$\pi_1 = \frac{\sigma l^2}{P}, \quad \pi_2 = \frac{b}{l}, \quad \pi_3 = \frac{h}{l}, \quad \pi_4 = \frac{c}{l}$$

假設吾人並不清楚該物理系統所滿足之物理定律內涵，僅知其控制方程式可表為前述四個無因次參數之函數：

$$f_1\left(\frac{\sigma l^2}{P}, \frac{b}{l}, \frac{h}{l}, \frac{c}{l}\right) = 0 \quad (3.4)$$

式(3.4)可進一步表示為：

$$\frac{\sigma l^2}{P} = f_2\left(\frac{b}{l}, \frac{h}{l}, \frac{c}{l}\right) = \pi_1 \quad (3.5)$$

同理，其相似結構系統亦可建立類似之關係式如

$$\frac{\sigma' l'^2}{P'} = f_2'\left(\frac{b'}{l'}, \frac{h'}{l'}, \frac{c'}{l'}\right) = \pi_1' \quad (3.6)$$

若令  $\pi_1 = \pi_1'$  時，可得

$$\frac{\lambda^2 \lambda_\sigma}{\lambda_p} = 1 \quad (3.7)$$

則此一結果將與先前根據材料力學理論所得者（式(3.3)）完全一致。換言之，只要該相似結構系統各獨立物理量之比例關係滿足式(3.7)，則該相似系統亦滿足相同之物理定律，即使該物理定律之數學模式並未被具體定義。此即「因次分析法則」所根據之原理。同理，吾人亦可遵循「因次分析法則」建立兩相似動力結構系統之相似條件，作為縮尺模型設計之依據。

### 3.3 搖晃橋柱縮尺模型之設計

#### 3.3.1 縮尺模型之初步設計

本研究以高度 100m 之實體高橋墩橋樑結構為對象進行 1/50 比例縮尺模型試驗。考慮該實體高橋墩橋樑為鋼筋混凝土結構，其相關之結構參數如表 3.4 所示。

搖晃橋柱系統各物理量之因次關係如表 3.5 所示。茲根據因次分析法則，定義五個獨立之無因次參數如下：

$$\pi_1 = \frac{at^2}{l} = \frac{a't'^2}{l'} \quad (3.8)$$

$$\pi_2 = \frac{\rho l^3}{P} = \frac{\rho' l'^3}{P'} \quad (3.9)$$

$$\pi_3 = \frac{El^2}{W} = \frac{E'l'^2}{W'} \quad (3.10)$$

$$\pi_4 = \omega t = \omega' t' \quad (3.11)$$

$$\pi_5 = \frac{\rho la}{E} = \frac{\rho' l' a'}{E'} \quad (3.12)$$

由式(3.8)可進一步得到

$$\left(\frac{a'}{a}\right)\left(\frac{t'}{t}\right)^2\left(\frac{l}{l'}\right) = \frac{\lambda_a \lambda_t^2}{\lambda_l} = 1 \quad (3.13)$$

其中，由於模型結構與實體結構之幾何關係已定( $\lambda_l = 1/50$ )，若吾人選擇以該相似結構系統的加速度反應之一致性為相似條件(亦即  $\lambda_a = 1$ )，則可推得

$$\lambda_t = \sqrt{1/50} = 0.141 \text{。}$$

再由式(3.9)可得

$$\left(\frac{\rho'}{\rho}\right)\left(\frac{l'}{l}\right)^3\left(\frac{P}{P'}\right)^2 = \frac{\lambda_\rho \lambda_l^3}{\lambda_P} = 1 \quad (3.14)$$



其中因實體結構之材料為混凝土( $\rho = 2400 \text{ kg / m}^3$ )，模型結構之材料為鋼

( $\rho = 7850 \text{ kg / m}^3$ )，因此 $\lambda_\rho = 3.271$ ，而 $\lambda_p = 0.0000261$

再由式(3.10)可得

$$\left(\frac{E'}{E}\right)\left(\frac{l'}{l}\right)^2\left(\frac{W}{W'}\right)^2 = \frac{\lambda_E \lambda_l^2}{\lambda_w} = 1 \quad (3.15)$$

其中因模型結構係採用鋼材 ( $E' = 203 \text{ GPa}$ )，而實體結構為混凝土材料 ( $E = 30.44 \text{ GPa}$ )，因此 $\lambda_E = 6.67$ ，故 $\lambda_w = 0.00267$ 。

再由式(3.11)可得

$$\left(\frac{\omega'}{\omega}\right)\left(\frac{t'}{t}\right) = \lambda_\omega \lambda_t = 1 \quad (3.16)$$

因此， $\lambda_\omega = 7.07$ 。

最後，由式(3.12)可得

$$\left(\frac{\bar{\rho}'}{\rho}\right)\left(\frac{l'}{l}\right)\left(\frac{a'}{a}\right)\left(\frac{E}{E'}\right) = \frac{\lambda_{\bar{\rho}} \lambda_l \lambda_a}{\lambda_E} = 1 \quad (3.17)$$

其中， $\lambda_a = 1$ 、 $\lambda_E = 6.67$ 、 $\lambda_l = 1/50$ 已確定，因此 $\lambda_{\bar{\rho}} = 333.5$ 。此外，為維持動力相似性所需之人為質量模擬(artificial mass simulation)須滿足

$$\lambda_m = \lambda_{\bar{\rho}} \lambda_l^3 = (333.5)(0.02)^3 = 0.00267$$

此一結果與視橋梁上構重為載重(loading force)而非重力(gravitational force)時之重量比( $\lambda_w$ )完全吻合。相似結構系統之各物理量比例係數歸納於表 3.6。

根據前述模型理論分析結果，決定本研究之縮尺橋梁模型之參數如表 3.7 所示。

進行地震模擬試驗時，為維持模型設計所依據之動力相似性，所用地震記錄之採樣周期亦應作調整。以本研究中考慮為擾動源之 1940 年 El Centro 地震歷時記錄為例（圖 3.2），其原始記錄之採樣周期  $\Delta t = 0.02$  (sec)。因此，應用時應調整為  $\Delta t' = \lambda_r \Delta t = (0.141)(0.02) = 0.0028$  (sec)，修正後之地震歷時記錄如圖 3.3 所示。

根據上述模型結構參數，以 SAP2000 進行有限元素分析所得到之結構自然振頻為 4.30 Hz，與模型理論所推算之結構自然振頻( $\omega' = 4.32$  Hz)十分接近，顯示由前述之模型理論所推估之模型結構參數(尺寸)相當可靠。

### 3.3.2 縮尺模型之細部設計

前節依模型理論決定縮尺橋梁模型主體之結構參數，本節將進一步說明其細部設計內容，以及包括橋梁上構模擬質塊、支撐鄰柱及基座等周邊構件之設計。各構件之規格及數量列於表 3.8。茲分別說明如下：

#### 1. 晃動橋墩主體鋼構架

理論分析中，係以二維平面結構模擬橋墩振動單元。但進行實際模型設計時，考慮結構之側向穩定性以及橋梁上構堆疊模擬質塊鋼板的空間，模型結構乃設計成一立體鋼構架，如圖 3.4。在橋梁橫向（晃動方向, x-向）上，其幾何型式為近似 A 字型之兩平行梯形門形剛架(圖 3.8)以維持整體橋墩之桁架行爲，共同分攤承載橋梁上構及模擬質塊重量，並方便橋柱鋼管與橋面鋼板之焊接，同時兼顧放置模擬質塊鋼板之穩定性；沿橋軸向（車行方向, y-向）上則以橫向支撐與斜撐加勁(與橋柱焊接)，以增加結構之側向穩定性(詳圖 3.9)。

根據模型設計結果，單跨橋墩每根橋柱面積須為  $0.00111 m^2$  以維持幾何與動力之相似性，相當於雙跨時每根橋柱之面積約  $0.00056 m^2$ 。茲選用最接近之鋼管規格品（外徑  $d_o = 7.6 cm$ ，管壁厚  $t = 0.3 mm$ ），其面積為  $0.000688 m^2$ 。其穩定性檢核如下：

以  $PGA=0.34g$  之 El Centro 地震為輸入進行分析，橋柱所受之最大軸力（加上靜載重）後為 154.7kN。

$$d_{outer} = 7.6cm, t = 0.3cm$$

$$\Rightarrow I = \frac{\pi}{64}(d_{outer}^4 - d_{inner}^4) = 4.59 \times 10^{-7} m^4$$

$$p_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(\lambda d)^2} = \frac{\pi^2 (203 \times 10^9) \times 4.59 \times 10^{-7}}{(1 \times 2.01)^2} = 227.623 kN > 154.7kN \quad (o.k.)$$

惟模型製作時仍在柱高 2/5 處增加橫向支撐以增加安全性。

## 2. 支撐鄰柱

如圖 3.5 之紐西蘭南·朗吉塔克伊高架橋所示，搖晃橋柱在沿橋軸向仍與其他相鄰橋墩以連續橋梁聯結，因此搖晃橋柱單元在柱上端仍有連續梁所產生之抗扭束制。為能模擬此一情況，整體試驗模型在主體鋼構架之兩側各立一支 H 型鋼(250×250×9×14 單位 mm)以模擬傳統橋柱(無晃動機制)，如圖 3.10 所示；其頂部藉由薄鋼板與試驗主體以螺栓接合以增進晃動單元的穩定性，如圖 3.11 所示。

## 3. 基座

如圖 3.12 基座平面俯視圖所示，係由 6 根 H 型鋼(250×250×9×14 單位 mm)組成，下與振動台基座以螺栓接合，上供模型結構架設。模擬傳統橋墩時，於橋墩柱腳處以螺栓( $\phi = 16mm$ )固定於基座鋼梁之翼板上，同時於柱腳外緣設置角鋼(L 65×65×10 單位 mm)，以防止模型結構產生滑動。基座 H 梁下翼板四個角落處配合振動台面上的基座孔位開孔，俾能以螺栓接合。

## 4. 橋梁上構模擬質塊

橋上部結構之重量係以堆疊鋼板來模擬，共用五塊(130×130×2.5 單位 cm)鋼板，每塊重約 331.5kg，加上橋墩頂板重 137.4kg，共 1795.7kg (根據模型設計，模擬質塊重應為 1823.6kg)。在質塊之安置方面，考慮以四根 A36 Grade50  $\phi 2.2cm$  螺牙棒貫穿各鋼板固定之。螺牙棒尺寸係以抵抗  $PGA=0.34g$  El Centro 地震作用下，質塊產生之最大加速度與鋼板總質量乘積所得之剪力而決定。

## 3.4 縮尺模型振動台試驗環境之建構

### 3.4.1 前言

由於結構整體之抗震機構乃十分複雜的力學行爲，許多問題的研究須經由實驗加以驗證。以往國內所做的結構試驗多偏重在靜力或受低頻、簡諧載重下的結構桿件試驗。然而晃動結構之動力行爲具高度非線性，靜力或往復載重試驗無法完整模擬其機制，自然無法代表整體結構的真實行爲。動力試驗方法中，以振動台最能模擬真實之地動環境，重現震災特性，最適於研究成果之示範與檢驗。因此，在本項研究成果落實應用之前，必須完成振動台試驗，俾增進工程界對晃動橋柱行爲機制之瞭解。

非週期性振動台（地震模擬振動台）從 1960 年代初期就陸續出現在抗震試驗中。至目前為止各國非週期性振動台數量以日本最多，美國次之，中國大陸和台灣也積極發展當中。非週期性振動台爲一完整系統，包括台面及基礎、泵源及油壓分配系統、加振器、模控系統、資料收集及資料處理器。台面可供放置模型試件，必須具有足夠的強度、剛度和很高的自然頻率；泵源及油壓分配系統必須有足夠的推力和滿足台身運動速度的要求；起振器是爲了進行非週期性運動而設計的，其特性曲線限制了振動台的工作範圍，如果要求行程(stroke)大，則最大工作頻率將低減，反之亦然。所以位移大於 80mm 以上的振動台，其工作頻率很少可以超過 50Hz 以上。中頻大位移振動台適用於如房屋、橋梁、海域平台等設備的破損實驗。模控系統是用以控制起振器之用，有位移回饋控制系統和位移、速度、加速度三參數同時回饋控制系統兩種。位移控制系統中，由於系統的阻尼比小，容易產生不穩定的現象。三參數同時控制系統者，除保證系統的穩定性外，並可提高系統的使用頻寬。資料收集和資料處理系統連接所安裝的各種感應計，收集所得反應信號並放大處理之。

交通大學地震模擬振動台(圖 3.7)係由交大土木系所自行研發完成，振動台之桌面尺寸爲 3m 見方，振動台重 5 ton，所能承載之最大試體重爲 10 ton，在此載重下之最大加速度可達 1g；桌體之自然振頻大於 100Hz，超過致動器之最大操作頻率(50Hz) 兩倍。振動台最大之速度與位移分別爲 60 cm/sec 以及 12.5 cm。地震模擬振動台之控制系統採用 MTS407 控制器，爲一位移控制模式之類比控制器。控制器內含造波器，可提供矩形波、三角形波以及正弦波等類比訊號用以驅動振動台，並有一外在輸入管道可接受任意形式的隨機訊號，可輸入地震波訊號模擬地表運動。資料截取系統採用德國 IMC 之  $\mu$ -MUCIS，用以處理類比/數位(A/D)訊號或數位/類比(D/A)訊號之轉換，以及數位輸入/輸出(Digital I/O)等工作，最大取樣頻率可達 80kHz。

### 3.4.2 試驗之規劃

### 試驗計畫 (Test program)

為充分瞭解搖晃橋柱系統之動力特性，並與傳統橋柱之行爲進行比較（傳統橋柱係將搖晃橋柱底板固定鎖緊模擬之），本研究規劃試驗項目如下：

#### 系統識別試驗：

1. 傳統橋柱之自由振動試驗：以繩索拉放或衝擊槌敲擊方式爲之。
2. 傳統橋柱之微震試驗：以縮小強度之地震波爲擾動源。

系統識別試驗之目的在於建立橋梁模型之真實結構參數，包括自然頻率、阻尼比、有效勁度...等，以供進一步理論分析之用。

#### 地震模擬試驗：

1. 搖晃橋柱之地震模擬試驗：以最大地表加速度 (PGA)分別爲 0.2g, 0.3g, 0.34g 及 0.5g 之 El Centro 地震（採樣周期依相似系統時間比例壓縮）進行測試。
2. 傳統橋柱之地震模擬試驗：以最大地表加速度 (PGA) 0.2g 之 El Centro 地震（採樣周期依相似系統時間比例壓縮）進行測試。

#### 振動感應計之裝設 (Implementations)

本試驗裝設之感應計包括加速規、傾斜儀及應變計，其安裝位置如圖 3.13 所示。

#### 1. 加速規(Accelerometer)

本研究縮尺模型設計係以相似結構系統之加速度反應一致( $\lambda_a = 1$ )爲基礎，因此模型結構之加速度反應最能直接反映出實體結構之動態行爲。由於縮尺橋梁結構之質量幾乎集中於橋梁上構之模擬質塊上，吾人可由其加速度反應推算出基底剪力與傾覆彎矩。Crossbow 加速規( $A_E, A_W$ )兩顆，量測範圍 $\pm 4g$ ，分別安裝於模擬質塊之東、西兩緣，比較兩加速規之結果有助於吾人檢核結構模型是否發生水平面之扭轉現象。另外一顆 Silicon 加速規( $A_b$ )，量測範圍 $\pm 10g$ ，裝置於模型基座上以量測實際之輸入地震。

## 2. 傾斜儀(Tilt sensor)

傾斜儀( $T_1$ )主要係用來量測橋墩晃動的情況，裝置於模擬質塊之頂面中央。本計畫採用 Silicon 傾斜儀，量測範圍  $\pm 100\text{deg/sec}$ 。

## 3. 應變計(Strain gauge)

由於本試驗模型橋墩之結構形式較接近於桁架，因此橋墩之主要受力為軸力。應變計即用來量測橋墩之軸向應變，並換算出柱軸力。共用了四組 EA-06-250BF-350 應變計( $S_1 \sim S_4$ )，分別貼於每根橋柱下半段距柱底約 1/5 柱高處。

振動台上安裝完成之搖晃橋柱試驗模型如圖 3.14 與圖 3.15 所示。

## 3.5 試驗結果與分析

### 3.5.1 系統識別試驗

為了解模型結構之實際動力特性(自然振頻與阻尼比)，應先進行系統識別試驗。系統識別試驗方法包括強迫振動試驗與自由振動試驗。強迫振動試驗一般是以激振器(vibration generator)為振動源，利用正弦掃描(sweep sines)過程找出結構之自然頻率，本試驗則直接以振動台提供微小之震波，此處稱之為「微震擾動試驗」，配合系統識別方法[40]求出結構之自然頻率與阻尼比；自由振動試驗可採拉放試驗，給予結構一初始位移後由其自由震盪反應得到結構之自然頻率與阻尼比。惟本試驗模型較重，拉放試驗不易進行，故採用模態衝擊槌(impact hammer)敲擊橋梁上構模擬質塊--相當於給予結構一初始速度，此處稱之為「衝擊載重試驗」，由質塊之加速度反應與衝擊力之關係建立其傳遞函數(transfer function)，從而找出結構之自然頻率與阻尼比。

#### 1. 微震擾動試驗

本項試驗係在橋墩基座固定的情況下，將 El Centro 地震最大地表加速度 (PGA) 調降為 0.1g 進行測試。以模型基座量得之加速度反應  $\ddot{u}_g + \ddot{u}$  (圖 3.16b) 為輸入，橋梁質塊量得之加速度反應  $\ddot{u}$  (圖 3.16a) 為輸出進行系統識別分析，建立其傳遞函數如圖 3.16c 所示，並計算出模型結構之自然頻率為 6.4Hz，阻尼比 1.6%，橋梁之有效水平勁度  $k_{eff} = 2.846 \times 10^7 \text{ N/m}$ ，換算每根橋柱之軸向勁度

$k' = 7.115 \times 10^8 \text{ N/m}$ 。根據模型設計結果估算之橋柱軸向勁度為  $k' = 1.12 \times 10^8 \text{ N/m}$ ，其差異主要是模型製作時選擇之斷面較設計值為大，且兩柱間以橫桿加勁所致。

## 2. 衝擊載重試驗

本項試驗係以模態衝擊槌瞬間敲擊橋梁上構模擬質塊，由質塊之加速度反應（圖 3.17a）與衝擊槌荷重元量得之載重歷時（圖 3.17b）進行系統識別分析。一般係由加速度反應與載重歷時之傅立葉轉換函數之比定義其傳遞函數，從而計算模型結構之自然頻率與阻尼比。本次試驗由於衝擊載重力與結構反應均不大，雜訊干擾相形嚴重，以頻域分析法識別系統參數結果並不理想，故仍採用文獻 40 之方法進行系統識別分析，建立其傳遞函數如圖 3.17c 所示，並計算出模型結構之自然頻率為 6.71Hz，阻尼比 2%。此一結果與先前微震擾動試驗分析結果十分接近。

### 3.5.2 地震模擬試驗

本項試驗分別以 El Centro 地震最大地表加速度調為 0.2g，0.3g，0.34g 以及 0.5g 等不同強度之地震進行測試。為避免模型橋梁在無晃動機制保護下於試驗時產生破壞，橋墩柱腳固定（fixed）之情況只以 PGA=0.2g 進行測試，其餘各案例則以本次試驗結果按其 PGA 值之比例放大（考慮結構為線性）。此外，按模型設計原理將地震記錄採樣周期壓縮至 0.0028 秒時，因地表位移振幅太小且頻率較高，振動台無法正常工作，因此試驗時僅將採樣周期壓縮至 0.01 秒進行測試。

#### 3.5.2.1 試驗結果

##### 1. PGA=0.2g

圖 3.18a 為橋梁質塊之加速度反應歷時。晃動橋柱(rocking)之加速度(0.333g)較傳統橋柱(Conventional)者(0.395g)為小，峰值之折減率為 15.76%，顯示晃動機制對橋梁具減震效果。橋梁上構相對於地表之位移可由質塊之加速度反應積分兩次，扣除地表位移而得到，其結果如圖 3.18b 所示。晃動橋柱之橋梁上構位移較傳統橋柱為大，惟此位移主要為橋柱晃動時作剛體旋轉運動所致，不會增加

橋柱之應變量，且本傳統橋柱試驗模型自然頻率較高，在採樣周期僅壓縮至 0.01 秒的情況下，其動態反應尚未被充分激發而有低估的情形。圖 3.18c 所示為橋柱之晃動角速度，經積分後可得其晃動角位移（圖 3.18d），其最大晃角為 0.03 rad，尚不及臨界晃角  $\phi_{cr}=0.1$  rad，並無翻覆之虞。實際應用時，橋墩頂端沿橋縱向尚有連續梁之扭轉束制作用，晃角將會更小。

## 2. PGA=0.3g

圖 3.19a 為橋梁質塊之加速度反應歷時。晃動橋柱之加速度(0.324g) 相較於前例並未增加，且較傳統橋柱者(0.593g)為小，峰值之折減率為 45.34%，顯示晃動機制對橋梁具更為顯著之減震效果。橋梁上構相對於地表之位移如圖 3.19b 所示。晃動橋柱之橋梁上構位移仍較傳統橋柱為大，其理由同前例所述。圖 3.19c 所示為橋柱之晃動角速度，其晃動角位移如圖 3.18d，其最大晃角為 0.034 rad，尚不及臨界晃角  $\phi_{cr}=0.1$  rad，並無翻覆之虞。此外，與前例相較，橋墩晃角並未因地震強度增加(1.5 倍)而增大，顯示晃動機制對地震力之傳遞有一上限門檻 (threshold)。

## 3. PGA=0.34g

圖 3.20a 為橋梁質塊之加速度反應歷時。晃動橋柱之加速度(0.337g) 相較於前二例並無明顯增加，且較傳統橋柱者(0.672g)為小，峰值之折減率更提高為 49.87%。橋梁上構相對於地表之位移如圖 3.20b 所示，晃動橋柱之橋梁上構位移仍較傳統橋柱為大，其理由同前例所述。圖 3.20c 所示為橋柱之晃動角速度，其晃動角位移如圖 3.20d，其最大晃角為 0.0295 rad，尚不及臨界晃角  $\phi_{cr}=0.1$  rad，並無翻覆之虞。此外，與前二例相較，橋墩晃角並未因地震強度增加而增大，顯示晃動機制對地震力之傳遞有一上限門檻之推論應屬合理。

## 4. PGA=0.5g

圖 3.21a 為橋梁質塊之加速度反應歷時。晃動橋柱之加速度(0.358g) 相較於先前各例並無明顯增加，且較傳統橋柱者(0.988g)為小，峰值之折減率更提高為 63.82%。橋梁上構相對於地表之位移如圖 3.21b 所示，晃動橋柱之橋梁上構位移仍較傳統橋柱為大，其理由同前例所述。圖 3.21c 所示為橋柱之晃動角速度，晃



動角位移如圖 3.21d，其最大晃角為 0.0288 rad，尚不及臨界晃角  $\phi_{cr}=0.1$  rad，並無翻覆之虞。此外，與先前各例相較，橋墩晃角並未因地震強度增加而增大，確認晃動機制對地震力之傳遞有一上限門檻之推論相當合理。因此，對搖晃橋柱而言，地震強度愈大時，減震效益則愈為顯著。

### 3.5.2.2 試驗結果與模擬分析之比較

本節將根據 3.5.1 節系統識別分析得到之結構參數進行試驗結果之預測。

圖 3.22a 與 3.22b 為傳統橋柱（柱基固定）在 El Centro 地震 PGA=0.2g 作用下，橋梁上構加速度反應與水平位移之比較。理論分析與試驗結果相當契合。

圖 3.23a 與 3.23b 為晃動橋柱在 El Centro 地震 PGA=0.2g 作用下，橋梁上構加速度反應與水平位移之比較。分析結果所得之晃動量稍大及晃動周期較長，可能之誤差來源為碰撞瞬間碰撞介面之能量損耗在模擬分析時難以考量，對於高度非線性之晃動行為而言，大體上此一模擬分析結果對橋柱搖晃運動之趨勢預測已屬相當不錯。

在 El Centro 地震 PGA=0.3g, 0.34g, 0.5g 作用下，晃動橋柱之橋梁上構加速度反應與水平位移之比較分別列於圖 3.24 至 3.26。整體而言，模擬分析結果對橋柱搖晃運動趨勢之掌握相當不錯，本研究提出之晃動橋柱分析模式應屬合理。

## 第四章 高橋墩橋梁之風力反應分析

本章主要探討高橋墩搖晃橋柱系統受風力效應之動態反應，高橋墩橋梁因勁度較小，具低頻特性，較接近風力之頻率範圍，因此結構受風力影響之反應必然比一般高度之橋梁嚴重。一般而言，風力對結構造成之振動反應可大致分為下列幾種<sup>[27]</sup>，略述如下：

非發散式振動：

1. 抖振 (Buffeting) — 此為結構受紊流風場逼近流 (Incident Flow) 影響而產生之振動，可能發生在順風方向 (與風速方向平行) 或橫風方向 (與風速方向垂直)，以宏觀角度而言，可視此風速及其伴隨在結構物引起之風力為隨機過程，因此引致之結構振動型態屬於隨機振動；因為土木結構本為穩定 (Stable) 系統，雖然此效應並不會造成發散式 (Divergent) 振動反應，但過大之抖振反應會影響結構安全及人員舒適性，為結構設計時應考慮之重要因素。
2. 渦散 (Vortex Shedding) — Von Karman 最初發現圓柱結構在風場雷諾數 (Reynold Number) 大於 30 時，氣流流經結構物後方形成分離 (Separation) 且產生交替渦漩 (Vortex) 並往下游延伸一段距離，此週期性氣流現象拍打於結構物上會造成橫風向的週期性振動，而此渦散頻率隨風速增加而增加；若風速到達某一程度，使得渦散頻率與結構物之自然頻率相近時即發生共振效應，進而形成鎖定 (Lock-in)，亦即此時即使風速再略有增加，渦散與結構頻率共振現象仍將持續。雖然此共振形成之過大位移會造成結構破壞，但基本上仍不會有發散式振動產生。

發散式振動：

1. 顫振 (Flutter) — 主要指較大變形之結構反應與氣流間產生互制作用 (Interaction)，風載大小與結構反應間存在某種對應關係，使得結構橫風向位移與扭轉角度之頻率產生偶合的一種氣彈效應 (Aeroelasticity)，此現象在某一臨界風速下將造成無阻尼形式之結構反應形成結構不穩定，造成發散式振動。

2. 扭轉發散 (Torsional Divergence) — 形成機制類似一般結構 P- $\Delta$  效應，愈大之扭轉角度變形引起愈大之氣動力轉矩，分析之理論模式可視為扭轉角度主控的顫振現象，扭轉方向之振動在一特定臨界風速下形成發散。
3. 馳振 (galloping) — 多發生於斷面不對稱之結構，分析模式可視為橫風向位移主控的顫振現象，在一特定臨界風速下，橫風向會形成發散的不穩定振動。

目前土木高層建築或類似之高聳結構所遭遇的風載效應，比較明顯者包括抖振及渦散現象，顫振及其他問題則較不明顯；抖振包含順風向與橫風向，一般考慮順風向抖振之影響時，依其隨機特性將風力以平均值當中心點分成兩部份之加成；亦即平均風力加擾動風力，前者為靜態作用力，可依靜力分析法進行分析，求得結構位移；後者則為一平均值為零之隨機過程 (Random Process)，目前此方面的研究已相當成熟，根據有關文獻配合當地之地形及風力統計資料，可獲得具相當可信度的風力模型，定義出當地風力之功率頻譜密度函數 (Power Spectral Density Function)，再以隨機振動理論可求得結構位移、速度及加速度之標準差 (Standard Deviation) 或稱均方根 (Root-Mean-Square, RMS)，此稱為隨機分析 (Stochastic Analysis)；同時也可將風力之功率頻譜密度函數轉換成一組時間域之歷時資料稱樣本函數 (Sample Function)，以便進行動態的歷時分析 (Deterministic Analysis) 求得結構位移、速度及加速度之歷時資料，最後結構總反應即為上述兩部份反應之線性加成。

在橫風向反應方面，風載之分佈及大小遠較順風向複雜的多，而且受結構幾何外形之影響甚鉅，許多相關研究仍在進行中；目前較可行的方式之一乃是藉風洞之模型試驗直接量測作用於結構上之風壓，經由風壓資料計算出適當橫風向風力頻譜函數，其中必然包含上述之渦散效應，而且會隨風速變化而改變。最後，橫風向結構反應則以抖振分析方式 (即隨機分析或歷時分析) 計算得到。

一般橋梁風力規範主要考慮順風向之抖振反應，對順風向風載有詳細規定，如國內「公路橋梁設計規範」<sup>[7]</sup>及「建築物風力規範條文、解說及示範例之研訂」<sup>[8]</sup>。雖然風載本身為動態之過程，但一般風力規範將平均風力乘上一所謂"陣風因子" (Gust Factor) 後，以此靜態的風載力作用於結構上，代表擾動風力最大值加上平均風力之總和風載，進行結構分析與設計。在「建築物風力規範條文、解說及示範例之研訂」中並對於迴避橫風向渦散鎖定現象之結構自然頻率範圍提供基本準則；至於橫風向風載方面，雖然提供了一些經驗公式，但嚴格來講

並不完整，並不全然適用於各種情況，況且所提供之橫風向風力頻譜並無包含渦散效應。

本章以文獻<sup>[4]</sup>中一座高橋墩搖晃橋柱進行實例分析，期能更深入了解高橋墩橋梁之受風行爲，並適當評估現行規範之適用性。該橋橋墩形狀爲 A 字型，高度爲六十公尺（如圖 4.1 所示），分析時主要考慮垂直車行方向之結構反應，而風之吹行方向則包括車行方向與垂直車行方向。本計畫爲高橋墩橋梁受風力影響之初步評估，以計算機之數值模擬進行分析；本章首先針對數值模擬所需之理論背景及基本假設做介紹，包括風力模型及結構模型，再以該實例進行數值模擬分析，將結構反應之數值結果與現行風力規範進行比較，以評估其適用性並提出建議。各節依序綜合整理如下：

## 4.1 理論背景

### 4.1.1 運動方程式

首先考慮高橋墩橋梁無搖晃時之風力效應動態分析，其結構系統如圖 4.1 所示<sup>[4]</sup>。圖 4.1 爲一 2 自由度 (D.O.F.) 之 A 型鋼筋混凝土構架， $u_1$  爲橋面版之垂直車行方向之位移， $u_2$  則爲橋面版之向上位移，橋梁高度  $H = 61\text{m}$ ，寬度  $L = 12.2\text{m}$ ，每根橋柱總重量  $P = 227\text{ ton}$ ，橋柱斷面直徑  $D = 1.4\text{m}$ ，橋柱頂端連結橋面版，假設橋面版質量效應可模擬成一集中質量  $681\text{ ton}$  於 A 型結構之頂端，如圖 4.1 所示。

此 2 自由度系統之運動方程式可表示爲

$$[M] \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} + [C] \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \end{Bmatrix} + [K] \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \quad (4.1)$$

其中系統參數矩陣包括：

1. 質量矩陣  $[M]$ ：係採用集中質量矩陣 (Lumped Mass)，假設結構體之質量集中於各結點上，亦即假設每一段元素之質量平均分佈於其兩端點，再將每一結點相加即得質量矩陣。
2. 勁度矩陣  $[K]$ ：以有限元素法分別採用梁 (Beam) 元素及桁架 (Truss) 元素模擬結構系統以求得勁度矩陣。

3. 阻尼矩陣[C]：設結構阻尼為雷利 (Rayleigh) 阻尼，亦即假設阻尼矩陣為質量矩陣與勁度矩陣之線性組合。本文假設整個系統每一模態之阻尼比 (Damping Ratio)  $\zeta$  為 2%。

另外，運動方程式 (4.1) 右邊之  $\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix}$  則代表風力。考慮風力作用時，大部份著重水平方向之風力影響，因此爾後本文進行實例分析時僅考慮  $u_1$  方向 (垂直車行方向) 之單自由度系統反應。

#### 4.1.2 與風有關之重要物理參數

##### 1. 平均風速

風形成的原因是由於大氣中氣壓分佈不均所致，因其受地球自轉、地形高低起伏與地表粗糙度之影響而形成大氣邊界層 (Boundary Layer of Atmosphere)。大氣邊界層的厚度依地況、地理位置、天候等而定。一般而言，高度約 150~500m 左右，其平均風速不再隨高度而改變，此高度稱為梯度高度 (Gradient Height,  $Z_g$ )，該處的風速則稱做梯度風速 (Gradient Velocity,  $U(Z_g)$ )。在大氣邊界層 (梯度高度) 以外，風基本是以梯度風速流動。依據「建築物風力規範條文、解說及示範例之研訂」所規定 (ANSI 也有類似規定)，地況可大致分為以下四類：

**地況 A**：大城市市中心區，至少有 50% 之建築物高度大於 20m 者。建築物迎風向之前方至少 800m 或建築物高度 10 倍的範圍 (兩者取大值) 係屬此種條件下，才可使用地況 A。

**地況 B**：大城市市郊，小市鎮或有許多像民舍高度，或較民舍為高之障礙物分佈其間之地區者。建築物迎風向之前方至少 500m 或建築物高度 10 倍的範圍 (兩者取大值)，係屬此種條件下，才可使用地況 B。

**地況 C**：平坦開闊之地面或草原，其分散之障礙物高度小於 10m 者。

**地況 D**：平坦無障礙物之海岸或湖岸地區，風係由水面吹過來的方向才適用。距海岸線 500m 建築物高度 10 倍的範圍 (兩者取大值) 才可使用地況 D。

描述大氣邊界層厚度與高度變化之風速剖面，一般常用的有兩大定律，一

為對數律 (Logarithmic Law)，另一為指數律 (Power Law) [27]。本文估算平均風速之垂直分佈是以實際工程上較適用之指數律<sup>[8]</sup>公式計算：

$$\frac{U_z}{U_{10}} = \left(\frac{Z}{10}\right)^\alpha \quad ; \quad 0 \leq Z \leq Z_g \quad (4.2)$$

其中：

$U_z$  為高度  $Z$  處之風速。

$U_{10}$  為高度 10m 處之風速。

$\alpha$  為與地況種類有關之係數，見表 4.1。

$Z_g$  為梯度高，與地況種類有關，見表 4.1。

因在大氣邊界層（梯度高度）以外，風基本是以梯度風速流動，所以不同地況之平均風速之轉換可藉由梯度風速來轉換。例如，若地況 C 之  $U_{10}$  為 47.5 m/sec，根據式 (4.2)，其地況 C 梯度風速為 79.1 m/sec；以此梯度風速當作地況 B 之梯度風速，再根據式 (4.2) 換算成地況 B 之 10m 平均風速  $U_{10}$  為 31.5 m/sec。

## 2. 紊流擾動 (Turbulence Fluctuation)

風本身具有散漫性，其隨著時間而變化，為一隨機 (Random) 之時間函數。當氣流通過結構物時會產生渦流 (Eddy) 或漩渦 (Vortex) 而造成紊流 (Turbulence)。

茲將風速以向量形式表示，一般分為兩部份：一為平均風速，另一為紊流擾動，如下式所示：

$$\hat{U}(Z, t) = U(Z)\bar{i} + u(Z, t)\bar{i} + v(Z, t)\bar{j} + w(Z, t)\bar{k} \quad (4.3)$$

其中：

$u$  為與平均風速同向之水平紊流擾動分量。

$v$  為與平均風速垂直之水平紊流擾動分量。

w 為與平均風速垂直之垂直紊流擾動分量。

與平均風速同向之紊流擾動  $u(Z,t)$  對於高層建築物之撓度設計甚為重要；紊流擾動  $v(Z,t)$  所造成的渦散效應對於低阻尼、低勁度結構物（如高的煙囪）甚為影響；紊流擾動  $w(Z,t)$  對於長跨度橋梁較為重要。

另外，本文考慮兩種可能的平均風速行進方向，即順著車行方向或垂直車行方向，因此分別定義結構之順風向及橫風向反應如下，方便爾後之闡述。

探討受風反應時：

若平均風速垂直車行方向，則  $u_1$  方向反應即所謂**順風向反應**；

若平均風速若順著車行方向，則  $u_1$  方向反應即所謂**橫風向反應**。

順風向反應及橫風向反應之計算將依序於後文中描述。

### 3. 紊流強度 (Turbulence Intensity)

紊流強度是用以量度大氣紊流中風速擾動程度大小的指標，其定義為以紊流強度取樣時間之風速均方根值 (Root Mean Square, R.M.S.)，即其標準差作為指標。其定義如下：

$$I_u(Z) = \frac{\sigma_u(Z)}{U(Z)} \quad (4.4)$$

$$\sigma_u(Z) = \left[ \overline{u^2} \right]^{1/2} = \left[ \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \{u(Z,t)\}^2 dt \right]^{1/2} \quad (4.5)$$

其中：

$$\overline{u^2} = \beta \cdot u_*^2$$

$T_0$  為平均週期。就各國規範而言，取  $T_0 = 10\text{min} \sim 1\text{hr}$ 。

$\overline{u^2}$  為紊流波動  $u(Z,t)$  之均方根值。

$\beta$  為一量測值，就工程而言， $\beta \cong 6.0^{[27]}$ 。

$$\beta u_* \text{ 爲剪力速度 (Shear Velocity) } = \frac{U(Z_{\text{ref}})}{2.5 \ln\left(\frac{Z_{\text{ref}}}{Z_0}\right)}, \quad Z_{\text{ref}} \text{ 爲參考高度 (}=10\text{m)},$$

$Z_0$  爲粗糙長度 (Roughness Length)，與地形狀況有關。

### 4.1.3 順風向反應 (Along-wind Response)

本節考慮當平均風速行進方向爲垂直車行方向時之結構反應，分述如下：

#### 1. 順風向紊流擾動之風速頻譜

因風速有先天的不確定性 (Uncertainty)，其作用之載重隨時間變化之歷程及大小無法給定，而必須利用統計的方法 (如平均值、頻譜密度函數等) 方能加以描述，此類問題屬於隨機 (散漫) 振動 (Random Vibration)。茲因在任何設定的時間  $t_i$  求出所有記錄在此時刻的平均值，並不因時間  $t_i$  的不同而改變，故風速可視爲一穩態隨機函數 (Stationary Random Function)。

下列各式爲由各學者所提出有關紊流波動頻譜之表示式<sup>[27]</sup>，頻譜表示某一點之流場能量分佈型態。目前工程上所採用之紊流波動頻譜大致有 Davenport 頻譜、Kaimal 頻譜及 Von Karman 頻譜；以下之頻譜表示式  $S_u$  爲單邊 (One-Sided) 頻譜，亦即頻率  $n$  之適用範圍爲  $0 \sim \infty$  Hz。

#### I. Davenport 風速頻譜：

Davenport 風速頻譜  $S_u$  只與頻率  $n$  有關；

$$\frac{n \cdot S_u(n)}{u_*^2} = \frac{4.0 \cdot x^2}{(1 + x^2)^{4/3}} \quad (4.6)$$

其中：

$n$  爲流場頻率 (Hz)。

$$x = \frac{1200n}{U(10)}, \quad U(10) \text{ 爲距地表 } 10\text{m} \text{ 處之平均風速。}$$



## II. Kaimal 風速頻譜：

Kaimal 風速頻譜  $S_u$  與高度  $Z$  及頻率  $n$  有關；

$$\frac{n \cdot S_u(Z, n)}{u_*^2} = \frac{200 \cdot f}{(1 + 50f)^{5/3}} \quad (4.7)$$

其中：

$$f = \frac{nZ}{U(Z)}, \quad Z \text{ 爲距離地表之高度。}$$

## III. Von Karman 風速頻譜：

Von Karman 風速頻譜  $S_u$  與高度  $Z$  及頻率  $n$  有關；

$$\frac{n \cdot S_u(Z, n)}{u_*^2} = \frac{4\beta \cdot \left( \frac{n \cdot L_u^x}{U} \right)}{\left( 1 + 70.8 \left( \frac{n \cdot L_u^x}{U} \right)^2 \right)^{5/6}} \quad (4.8)$$

其中：

$L_u^x$  爲積分長度尺度，爲量測紊渦（Turbulent Eddy）的平均大小，

$$L_u^x \cong 0.3\beta^{3/2}Z。$$

### 2. 順風向擾動拖曳力之頻譜密度函數

若一鈍體處於一 2-D 均勻流場(Uniform Flow)內，則在流動方向上將對鈍體產生一拖曳力（Drag Force）；在垂直於流動方向上將對鈍體有一升力（Lift Force）；若此合力對鈍體產生偏心，則對鈍體產生一扭矩作用。以下是作用在鈍體上的各種力：

拖曳力（Drag Force）：

$$f_D = \frac{1}{2} \rho C_D A U^2 \quad (4.9)$$

II. 升力 (Lift Force) :

$$f_L = \frac{1}{2} \rho C_L A U^2 \quad (4.10)$$

III. 扭矩 (Moment)

$$M_\alpha = \frac{1}{2} \rho C_M A^2 U^2 \quad (4.11)$$

其中：

U 為平均風速。

$\rho$  為空氣密度。

$C_D, C_L, C_M$  為無因次之風力係數。

A 為受風面積。

假設為紊流狀況時，其順風向之風速為：

$$\hat{U}(Z, t) = U(Z)\bar{i} + u(Z, t)\bar{j} \quad (4.12)$$

將 (4.12) 式代入 (4.9) 式得：

$$\begin{aligned} f_D &= \frac{1}{2} \rho C_D A [U(Z) + u(Z, t)]^2 \\ &= \frac{1}{2} \rho C_D A U^2 + \rho C_D A U u + \frac{1}{2} \rho C_D A u^2 \end{aligned} \quad (4.13)$$

因為在紊流強度實際應用範圍內， $u(Z, t)/U(Z)$  很少超過 0.2，所以  $u^2(Z, t)$  一般可忽略之。隨時間變化之拖曳力如下所示：<sup>[27,28]</sup>

$$f_D = \frac{1}{2} \rho C_D A U^2 + \rho C_D A U u = \bar{f}_D + f'_D(t) \quad (4.14)$$

其中：

$$\bar{f}_D = \text{平均拖曳力} = \frac{1}{2} \rho C_D A U^2。$$

$f'_D(t) = \text{波動拖曳力} = \rho C_D A U u$ 。

擾動拖曳力之頻譜密度函數可由自相關函數得到，即

$$\begin{aligned} R_{f'_D}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f'_D(t) f'_D(t+\tau) dt \right] \\ &= \overline{f'_D(t) f'_D(t+\tau)} \\ &= \rho^2 C_D^2 A^2 U^2 \overline{u(t) u(t+\tau)} \end{aligned} \quad (4.15)$$

將 (4.15) 式經由 Fourier 變換可得到頻譜密度函數，即

$$\begin{aligned} S_f(n) &= 2 \int_0^{\infty} R_{f'_D}(\tau) \cos(2\pi n \tau) d\tau \\ &= \rho^2 C_D^2 A^2 U^2 S_u(n) \end{aligned} \quad (4.16)$$

由於結構物會扭曲了紊流波動，故引入一修正因子即氣動力導納函數  $\chi(n)$  (Aerodynamic Admittance Function) 以考量這些效應。下式之經驗公式由 Vickery 所提出<sup>[27]</sup>：

$$\chi(n) = \frac{1}{1 + \left[ \frac{2n\sqrt{A}}{U(Z)} \right]^{4/3}} \quad (4.17)$$

因此擾動拖曳力之頻譜密度函數  $S_f(n)$  表示為

$$S_f(n) = \rho^2 C_D^2 A^2 U^2 \chi(n) S_u(n) \quad (4.18)$$

### 1. 順風向擾動系統反應之頻譜密度函數

因風力為動態函數且具穩態 (Stationary) 隨機性，其結構系統之反應亦為動態的且具穩態性質，根據隨機 (散漫) 振動理論，系統擾動反應之頻譜密度函數可依下式求得<sup>[27,28]</sup>：

$$\text{位移：} S_x(n) = \frac{1}{K^2} |H(n)|^2 S_f(n)$$

$$\text{速度： } S_v(n) = (2\pi n)^2 S_x(n)$$

$$\text{加速度： } S_a(n) = (2\pi n)^2 S_v(n) \quad (4.19)$$

其中：

K 為結構物勁度。

H(n) 為機械導納函數 (Mechanical Admittance Function) 或動態放大因子 (Dynamic Magnification Factor) 或頻率反應函數 (Frequency Response Function)

$$H(n) = \frac{1}{\left[ \left[ 1 - \left( \frac{n}{n_0} \right)^2 \right]^2 + 4\xi_1^2 \left( \frac{n}{n_0} \right)^2 \right]^{1/2}}, \quad n_0 \text{ 為結構自然頻率。}$$

#### 4. 順風向擾動系統反應之標準差 (均方根 R.M.S.值)

因結構系統之反應為穩態之動態函數，其定量之描述依或然率觀念可用**標準差** (在平均值為零時即為**均方根 R.M.S.值**) 之統計參數表之。根據隨機振動理論，系統反應之標準差 (均方根) 可由系統反應之頻譜密度函數對頻率積分求得，亦即

$$\text{位移： } \sigma_x^2 = \int_0^{\infty} S_x(n) dn$$

$$\text{速度： } \sigma_v^2 = \int_0^{\infty} S_v(n) dn$$

$$\text{加速度： } \sigma_a^2 = \int_0^{\infty} S_a(n) dn \quad (4.20)$$

#### 5. 順風向擾動系統反應之歷時分析

欲進行歷時分析，根據隨機分析理論，首先將頻率域之順風向擾動風力頻譜密度函數轉換至時間域的樣本函數 (Sample Function)。產生樣本函數之轉換

公式如下<sup>[23]</sup>：

$$f(t) = \sum_{l=1}^N \sqrt{2\Delta f} |H_f(n_l)| \cos[2\pi n_l t + \phi_l] \quad (4.21)$$

其中：

$H_f$  為順風向擾動風力頻譜  $S_f$  之開方根。

$N$  為取樣頻率點數目。

$n_l = (l-1) \Delta n$ ； $\Delta n$  為取樣頻率間距。

$\phi_l$  為介於  $0$  到  $2\pi$  間之均勻亂數。

樣本函數代表風力之歷時資料，代入原運動方程式再運用逐步積分法分析結構歷時反應。其中逐步積分法最常見的有 Newmark 法及狀態空間法(State Space Procedure, SSP)<sup>[30]</sup>等幾種方法。Newmark 法基本上係假設結構的加速度反應在區段間呈線性變化，因此所選擇的取樣週期(sampling period)不宜太大。而 SSP 法僅假設隨機（散漫）振動之取樣區間內呈線性變化，並未如前者針對結構反應作任何假設，因此不會扭曲結構之振頻與阻尼比，其精確度較高。本研究將採用狀態空間法求結構位移、速度及加速度之歷時資料。

## 6. 順風向總系統反應

順風向總系統反應為靜態平均拖曳力  $\bar{f}_D$  引起之靜態反應（由結構靜力分析求得）與擾動系統反應之加成總和。其中只有位移才有靜態反應須作加成，速度及加速度則不需要。

### 4.1.4 橫風向反應 (Across-wind Response)

本節考慮當平均風速行進方向為平行車行方向時之結構（ $u_1$  方向）反應。結構物所受之橫風向振動係由下列三個因素所產生的力所引起的：

I 在橫風方向之紊流所造成的抖振 (Buffeting)。

II 氣彈現象，如渦散 (Vortex Shedding)、鎖定 (Lock-in)、馳振 (Galloping)、顫振 (Flutter) 等效應。

顫振主要發生在橋面版之反應，是一種彎曲及扭轉兩振動模態耦合的運動，

由於主梁自身的微幅運動而不斷從來流中吸取能量，在某風速條件下振幅迅速增大直至使結構破壞；而馳振是具不對稱斷面結構自身振動造成風攻角改變，使得所受風力增加，當風速超過某一臨界值時，甚至可使振幅高達橫風向截面寬度數倍以上，形成不穩定現象。對於柔性、低阻尼及細長之塔形結構物而言，馳振影響很大，顫振比較可能發生在橋面版或懸臂式屋頂，而高層建築物中則不易有馳振或顫振的傾向。本結構物為高橋墩橋柱，類似高層建築，因此以下僅考慮抖振與渦散現象所造成之影響。

渦散現象為結構物受交遞形成渦流影響所形成之振動行為，其渦流來自於流場受結構物阻撓之界面效應，當流場速度持續加至某一範圍時，渦流會周期性地相互交遞形成，在均勻流場中其形成頻率與流場速度、斷面形狀雷諾數有關，其關係式即為史特赫數 (Strouhal Number)： $Str = \frac{n_s D}{U}$ ， $n_s$  為渦散頻率、 $D$  為斷面特徵長度、 $U$  為流場速度；對於非圓斷面結構物而言則與風攻角也有關係。在二維均勻流下，圓柱體渦散與雷諾數之關係如圖 4.2。當渦流產生的頻率和結構物在橫風向自然振動頻率相近時，結構物將因共振作用使振幅放大。當共振作用發生時，結構物振動行為將與流場結構型態產生互制效應，結構物振動頻率會主導渦流形成的頻率，該現象稱為鎖定 (Lock-in)。

### 1. 橫風向風力頻譜密度函數

橫風向風載之分佈及大小遠較順風向複雜的多，而且受結構幾何外形之影響甚鉅；橫風向風力沒有靜力部份，皆為擾動風力，目前較可行的方式之一乃是藉風洞之模型試驗直接量測作用於結構上之風壓，經由風壓資料計算出適當橫風向風力頻譜函數作為分析依據。本研究為初步評估，尙未能進行此項風洞試驗以釐定較為精確的風力頻譜，因此暫引用相關的研究文獻所提供之風力頻譜。本文利用 Kareem<sup>[32]</sup>建議之橫風向頻譜密度函數，如下式所示：

$$\frac{nS_f(Z,n)}{\sigma_f^2} = \begin{cases} \alpha^* \beta^* \left(\frac{n}{n_s}\right)^{0.9} & , \quad n \leq n_s \\ \alpha^* \beta^* \left(\frac{n}{n_s}\right)^{0.3} & , \quad n \geq n_s \end{cases} \quad (4.22)$$

$$\alpha^* = \frac{b}{\left[1 - \left(\frac{n}{n_s}\right)^2\right]^2 + \left[2b\left(\frac{n}{n_s}\right)\right]^2}$$

$$\beta^* = 1.32 \left[ \left(\frac{1}{3\alpha}\right)^{0.5} + 0.154 \left(1 - \frac{Z}{H}\right)^{3.5} \right]$$

其中：

$n_s$  為渦散頻率 (Hz)，可由史特赫數之關係求得， $Str = \frac{n_s B}{U(Z)}$ 。

$\sigma_f^2$  為波動橫向風力之均方值，由量測資料經計算得知。

$\alpha$  為平均風速分佈指數律 (Power Law) 之指數。

$b$  為帶寬係數  $= \sqrt{2}I(Z)$ ； $I(Z)$  為紊流強度： $I(Z) = \frac{2.35\sqrt{D_0}}{\left(\frac{Z}{10}\right)^\alpha}$ 。

$D_0$  為地表拖曳係數<sup>[8]</sup>。

上述之風力頻譜其實已包含渦散效應，而且其中渦散頻率會隨風速而改變。值得注意的是，此理論風力頻譜為根據一方形斷面且高寬比為 9 之高層建築得來，在高橋墩橋柱結構之適用性雖值得商榷，但在未有風洞試驗資料前仍可用來分析其概估值，但結果僅供參考；惟建議應進行後續之風洞試驗以獲得最可靠的結果。

## 2. 橫風向系統反應之頻譜密度函數

結構物的位移反應頻譜由橫風向風力頻譜  $S_f(n)$  與頻率反應函數  $|H_1(n)|^2$  平方相乘而得；另速度及加速度反應頻譜如下式所示：

$$\text{位移： } S_x(n) = \frac{1}{k^2} |H_1(n)|^2 S_f(n)$$

$$\text{速度： } S_v(n) = (2\pi n)^2 S_x(n)$$

$$\text{加速度： } S_a(n) = (2\pi n)^2 S_v(n) \quad (4.23)$$

### 3. 橫風向波動系統反應之標準差（均方根 R.M.S.值）

根據隨機振動理論，系統反應之標準差（均方根 R.M.S.值）可由系統反應之頻譜密度函數對頻率積分求得，亦即

$$\text{位移： } \sigma_x^2 = \int_0^{\infty} S_x(n) dn$$

$$\text{速度： } \sigma_v^2 = \int_0^{\infty} S_v(n) dn$$

$$\text{加速度： } \sigma_a^2 = \int_0^{\infty} S_a(n) dn \quad (4.24)$$

### 4. 橫風向系統反應之歷時分析

欲進行歷時分析，根據隨機分析理論，首先將頻率域之順風向波動風力頻譜密度函數轉換至時間域的樣本函數（Sample Function）。產生樣本函數之轉換公式如下<sup>[29]</sup>：

$$f(t) = \sum_{l=1}^N \sqrt{2\Delta f} |H_f(n_l)| \cos[2\pi n_l t + \phi_l] \quad (4.25)$$

其中：

$H_f$  為順風向波動風力頻譜  $S_f$  之開方根。

$N$  為取樣頻率點數目。

$n_l = (l-1) \Delta n$ ； $\Delta n$  為取樣頻率間距。

$\phi_l$  為介於 0 到  $2\pi$  間之均勻亂數。

樣本函數代表風力之歷時資料，代入原運動方程式再運用逐步積分法分析結構歷時反應。其中逐步積分法最常見的有 Newmark 法及狀態空間法(State Space Procedure, SSP)<sup>[30]</sup>等幾種方法。Newmark 法基本上係假設結構的加速度反應在



區段間呈線性變化，因此所選擇的取樣週期(sampling period)不宜太大。而 SSP 法僅假設隨機（散漫）振動之取樣區間內呈線性變化，並未如前者針對結構反應作任何假設，因此不會扭曲結構之振頻與阻尼比，其精確度較高。本研究將採用狀態空間法求橫風向結構位移、速度及加速度之歷時資料。

## 4.2 實例分析與結果

### 4.2.1 運動方程式

根據 (4.1) 式 2 自由度運動方程式應用有限元素法之梁 (Beam) 元素及桁架 (Truss) 元素計算質量及勁度矩陣如下：

#### 1. 梁 (Beam) 元素

$$\text{質量矩陣：} [M] = \begin{bmatrix} 92.455 & 0 \\ 0 & 92.455 \end{bmatrix} \text{ (Ton.} - \text{sec}^2 / \text{m)}$$

$$\text{勁度矩陣：} [K] = \begin{bmatrix} 1052.1992 & 0 \\ 0 & 105284.62 \end{bmatrix} \text{ (Ton./m)}$$

$$\text{自然頻率：} n_0 = \begin{bmatrix} 0.5476 \\ 5.3706 \end{bmatrix} \text{ Hz}$$

#### 2. 桁架 (Truss) 元素

$$\text{質量矩陣：} [M] = \begin{bmatrix} 92.455 & 0 \\ 0 & 92.455 \end{bmatrix} \text{ (Ton.} - \text{sec}^2 / \text{m)}$$

$$\text{勁度矩陣：} [K] = \begin{bmatrix} 1052.8421 & 0 \\ 0 & 105284.21 \end{bmatrix} \text{ (Ton./m)}$$

$$\text{自然頻率：} n_0 = \begin{bmatrix} 0.5371 \\ 5.3706 \end{bmatrix} \text{ Hz}$$

由以上結果得知，採用梁元素及桁架元素分析所得之週期相當接近，故本文最後採用桁架元素分析所得之質量矩陣及勁度矩陣。假設阻尼比為 (Damping Ratio) 2% 之雷利 (Rayleigh) 阻尼，得到之阻尼矩陣如下：

$$[C] = \begin{bmatrix} 44.602 & 0 \\ 0 & 47.938 \end{bmatrix} \text{ (Ton.} - \text{sec/m)}$$

因此 2 自由度系統之運動方程式可表示為：

$$\begin{bmatrix} 92.455 & 0 \\ 0 & 92.455 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 44.602 & 0 \\ 0 & 47.938 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \end{Bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} 1052.8462 & 0 \\ 0 & 105284.62 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix}$$

考慮水平風力作用時只需  $u_1$  方向之運動方程式；亦即

$$92.455\ddot{u}_1 + 44.602\dot{u}_1 + 1052.8462u_1 = F_1$$

#### 4.2.2 地形與風力資料之蒐集結果

平均風速及分佈、地形狀況等有關參數之釐定須經風力及地形資料之蒐集，其結果分述如下：

##### 1. 地形地況部份：

高橋墩橋樑之興建地點大約位於台灣東部花東縱谷地帶，因目前尚無法得知其確實位置，其相關地況亦無法掌握。因此本章以地況各為 A、B、C、D 時分別探討之。

以下就“地況 C：平坦開闊之地面或草原，其分散之障礙物高度小於 10m 者”說明之，依據文獻<sup>[8]</sup>決定垂直風速分佈之指數律公式中  $\alpha$  之值採用 0.15，梯度高  $Z_g$  採用 300m。另外，粗糙長度參數  $Z_0$  則取 0.03m，地表拖曳係數  $D_0$  取 0.005。

##### 2. 基本設計風速 $U_{10}(C)$ 部份：

基本設計風速乃根據機率概念定義為在地況 C 之情形下，位於十公尺之超越機率為五分之一之最大十分鐘平均風速，亦即迴歸周期為五十年之最大十分鐘平均風速。花蓮及台東地區之十分鐘平均風速資料可於中央氣象局取得，台灣每年受颱風侵襲，對每次颱風所量測到之十分鐘平均風速幾近常態分佈

(Normal Distribution)，其平均值及標準差分別為  $\bar{u}$  及  $\sigma_u$ ，根據機率原理，其每次颱風十分鐘平均風速之最大值將形成第一類極值分佈 (Type I Distribution)，其累積分佈函數 (Cumulative Distribution Function) 表示為

$$F_{U_p}(v) = \exp(-\exp(-s(v-u)))$$

其中  $s = \pi / (\sqrt{6} \sigma_U)$ ， $u = \bar{U} - 0.5772/s$

假設各颱風之發生並無相關性，每年颱風發生之次數可以包生過程 (Poisson Process) 模擬，故每年十分鐘平均風速之最大值大於某一風速  $u^*$  之機率可表示為

$$P(U_p > u^*) = 1 - \exp(-v_0(1 - F_{U_p}(u^*)))$$

其中  $v_0$  為每年颱風平均發生率。相對於迴歸周期為五十年之基本設計風速即為使上式之值等於  $1/50$  之  $u^*$  值。

有關中央氣象局歷年來記錄颱風之十分鐘平均風速資料之統計分析在中華民國結構工程學會出版之建築物風力規範條文、解說及示範例之研訂已經建立，花蓮地區之基本設計風速  $U_{10}(C)$  為  $47.5$  (m/sec)、台東為  $37.5$  (m/sec)，而本研究中所採用之基本設計風速取兩地區中最大者。

### 4.2.3 順風向反應之頻譜與歷時分析

因風向的不同，其結構物之反應也不盡相同，如圖 4.3 (a) (b) 所示。圖 4.3 (a) 中結構物的振動反應與風行進方向一致，即所謂順風向反應；而圖 4.3 (b) 中因結構物的振動反應與風行進方向垂直，故為橫風向反應。本節考慮圖 4.3 (a) 中情況；圖 4.3 (b) 情況則在 4.2.4 節討論。

圖 4.3 (a) 為結構之順風向反應，結構自然頻率為  $0.5371$  Hz，自由度處距基準面高  $Z = 61$ m，受風面積為  $A = 150$  m<sup>2</sup>，基本設計風速  $U_{10}(C) = 47.5$  (m/sec)，由公式 (4.2) 計算得自由度處風速  $U_{61}(C) = 62.3$  (m/sec)，空氣密度  $\rho = 0.125 \times 10^{-3}$  (ton-sec<sup>2</sup>/m<sup>4</sup>)，由文獻<sup>[27]</sup>中以受風斷面形狀查得拖曳係數  $C_D = 1.5$ 。由以上參數代入 Davenport、Kaimal 及 Von Karman 之經驗公式即可繪製擾動風速頻譜圖 (式 (4.6)、(4.7)、(4.8)) 及其相對應之擾動風力頻譜圖 (式 (4.18))。經由式 (4.19) 計算得擾動系統反應頻譜圖 (包括位移、速度及加速

度)。

在繪製頻譜圖時，考慮的頻率域區間應為全頻率 ( $0 \sim \infty$ )，但因在較低頻率之區間內才對反應有較顯著的貢獻，因此頻率太高處之頻譜可忽略不計。本文分析所選取之頻率域區間為  $0 \sim 10$  Hz。

圖 4.4 為橋墩頂端 (自由度處) 單點之順風向擾動風速頻譜；圖 4.5 為橋墩頂端 (自由度處) 單點之順風向擾動風力頻譜；圖 4.6 為橋墩頂端 (自由度處) 單點之擾動系統位移反應頻譜。利用式 (4.20) 數值積分求得隨機振動之均方根值 (R.M.S.)，如表 4.2 所示。由結果顯示，三種頻譜引起之結構反應差異不大。

進行歷時分析時，將順風向力量頻譜以式 (4.21) 將頻率域 (Frequency Domain) 頻譜轉換至時間域 (Time Domain) 之樣本函數歷時資料，如圖 4.7 所示。將擾動風力歷時資料以數值方法 (numerical method) 中之狀態空間法 (SSP) 分析之<sup>[31]</sup>，可得到結構物位移 (Displacement)、速度 (Velocity) 及加速度 (Acceleration) 反應，如圖 4.8、4.9、4.10 所示。由此組風力、位移、速度及加速度歷時反應各可求得其時間的均方根值 (Temporal Root Mean Square)，如表 4.3 所示。由結果顯示，三種頻譜引起之結構反應差異不大。

而地況 A、B、D 之分析方法與前者同，在此不再詳述，其結果如表 4.4~表 4.9 所示。

#### 4.2.4 橫風向反應之頻譜與歷時分析

考慮圖 4.3 (b) 平行於車行方向之風所引起之結構橫風向反應。此結構自然頻率為 0.5371 Hz，若假設橋面版厚度  $H=3$  m，橋面版寬度  $B=15$  m，對矩形柱體而言，史特赫數 Str 為 0.1，可得渦散頻率  $n_s = \frac{\text{Str} * U(Z)}{B} = 0.0067 U(Z)$  Hz。其餘相關參數同前。

原本橫向風力均方值  $\sigma_f^2$  須經由風洞試驗求得；然而本研究於無試驗結果情況下，利用文獻<sup>[32]</sup>之正規化橫風向風力頻譜圖以求出  $\sigma_f^2$ ；其中頻譜圖是以寬高比為 1:9 的方形斷面建築物縮尺模型，風速分佈指數律常數  $\alpha$  為 0.12 (類似地況 D,  $\alpha=0.11$ ) 與 0.34 (類似地況 A,  $\alpha=0.36$ ) 時，經由試驗所得的結果，如圖 4.11 所示。惟因文獻欠缺地況 B 及 D 之試驗資料，此兩種情況尚無法進行分析。

任取一頻率  $f$  求得折減頻率 (Reduced Frequency)  $\frac{fB}{V_h}$  後，分別對應到圖 4.11 之 BL1 曲線 ( $\alpha=0.12$ ，類似地況 D) 與 BL2 曲線 ( $\alpha=0.34$ ，類似地況 A) 即可得  $\frac{n \cdot S_f(n)}{\left(\frac{1}{2}\rho U^2 BH\right)^2}$  之值，再與由式 (4.22) 所得  $\frac{n \cdot S_f(n)}{\sigma_f^2}$  之值做一比較，

可得到均方值  $\sigma_f^2$  與  $\left(\frac{1}{2}\rho U^2 BH\right)^2$  之關係。為方便起見，可以圖 4.11 之尖峰值與式 (4.22) 之尖峰值作比較 (因其對應之頻率相同)。比較結果如下：在此案例中地況 A 與地況 D 所得結果相同，即  $\sigma_f^2 = \left(\frac{1}{2}\rho U^2 BH\right)^2 * \left(\frac{2}{100}\right)$ 。以下就地況 A 時進行說明，地況 D 之進行步驟亦同。

將所有參數代入 (4.22) 即得橫風向風力頻譜圖，其中自由度處風速  $U_{61}(A)=37.1$  (m/sec)，如圖 4.12。此時渦散頻率  $n_s = 0.0067 * 37.1 = 0.247$  Hz，系統反應頻譜依 (4.23) 式計算得到，其中位移頻譜如圖 4.13 所示，此時並無共振現象 (結構自然頻率為 0.5371 Hz)。假若平均風速繼續增加至自由度處風速  $U_{61}(A)$  達 80.6m/sec 時 (此時  $U_{10}(A)=42.04$ )，因渦散頻率與結構物自然頻率相同 ( $n_s = 0.5371$  Hz) 而形成共振，圖 4.14 即為渦散頻率與結構物自然頻率相同時之橫風向風力頻譜圖，同樣地亦可計算此時之系統反應頻譜，其中位移頻譜如圖 4.15 所示。隨機振動之均方根值 (R.M.S.) 則列於表 4.10。

歷時分析方面，依前述方法可得無共振及共振時之橫風向風力歷時資料，如圖 4.16、4.17 所示。以狀態空間法分析可得到無共振及共振時結構物位移 (如圖 4.18、4.19 所示)、速度 (如圖 4.20、4.21 所示) 及加速度反應 (如圖 4.22、4.23 所示)。由風力、位移、速度及加速度歷時資料可求得時間的均方根值 (Temporal R.M.S.)，如表 4.11 所示；而地況為 D 時之結果則列於表 4.12、4.13。

#### 4.2.5 順風向反應與橫風向反應之比較

比較順風向反應與橫風向反應結果可知，該結構為順風向反應控制。其順

風向總系統反應為靜態平均拖曳力  $\bar{f}_D$  引起之靜態反應與擾動系統反應之加成總和，其結果如表 4.14 所示。

### 4.3 與現行規範比較

以下將本文分析所得結果與民國 85 年頒佈的〔建築物風力規範條文、解說及示範例之研訂〕及民國 76 年頒佈的〔公路橋梁設計規範〕做一比較，以探討現行規範之適用性。

#### 4.3.1 與建築物風力規範條文、解說及示範例之研訂之比較

就〔建築物風力規範條文、解說及示範例之研訂〕中之規定，以地況 C 為例，順風向反應之計算如下：

視本結構為封閉式建築物，地況種類為地況 C，基本設計風速為  $U_{10}(C) = 47.5$  (m/sec)，用途係數採  $I = 1.1$  (第一類建築物)。動力分析結構基本振動周期  $T = 1.862$  sec，結構物總高度  $h = 61$  m。

##### 1. 順風向風力計算

$$\text{風速壓地況係數 } K(Z) = \begin{cases} 2.774 \left( \frac{Z}{Z_g} \right)^{2\alpha} & Z > 5\text{m} \\ 2.774 \left( \frac{5}{Z_g} \right)^{2\alpha} & Z \leq 5\text{m} \end{cases}$$

依地況 C 查表 2.2 可得  $\alpha = 0.15$ ， $Z_g = 300$  m，因此  $K(Z) = 2.774 \left( \frac{61}{300} \right)^{2(0.15)}$ ，

所以風速壓  $q(Z) = 0.0625K(Z)[U_{10}(C)]^2 = 293.51$  (kg/m<sup>2</sup>)

##### 2. 陣風反應因子

振動周期  $T_{\text{dyna}} = 1.862$  sec

$$f_n = \frac{1}{T_{\text{dyna}}} = \frac{1}{1.862} = 0.537(\text{Hz}) < 1(\text{Hz})$$

故本建築物屬柔性建築物

$$\text{封閉式柔性結構物之陣風反應因子 } \bar{G} = 0.89 + \left[ 1.86 \frac{p}{\beta} + \frac{(4.52T_1)^2 S}{1 + 0.00656c} \right]^{1/2}$$

式中：

$$p = JY\bar{f}$$

$\beta$  = 建築物之阻尼比

$T_1$  = 離地面  $\frac{2}{3}h$  處之紊流強度

$S$  = 結構物尺寸因子

$c$  = 垂直於風向之建築物平均水平尺寸

依地況 C 查表 2.3 得地表摩擦因子  $s = 1.00$  及  $\gamma = 0.07/h = 0.07/61 = 0.00115$ ，查圖 2.2 可得  $J = 0.004$ ；再依  $c = 50\text{m}$ ， $c/h = 50/61 = 0.82$ ， $\gamma = 0.00115$  及  $\bar{f} = \frac{13.2f_n h}{sU_{10}(C)} = \frac{13.2 \cdot 0.537 \cdot 61}{1.00 \cdot 47.5} = 9.103$ ，查圖 2.3，得共振因子  $Y = 0.0865$ （由  $c/h = 0.4$  之  $Y = 0.125$  及  $c/h = 1.0$  之  $Y = 0.07$  內插而得）。因此  $p = JY\bar{f} = 0.004 \cdot 0.0865 \cdot 9.103 = 0.00315$ 。

$$\text{再代入此時之紊流強度 } T_1 = \frac{2.35\sqrt{D_0}}{(Z/10)^\alpha} = \frac{2.35\sqrt{0.005}}{\left(\frac{2}{3} \cdot 61/10\right)^{0.15}} = 0.135，\text{可得柔性結}$$

$$\text{構物之陣風反應因子 } \bar{G} = 0.89 + \left[ 1.86 \frac{p}{\beta} + \frac{(4.52T_1)^2 S}{1 + 0.00656c} \right]^{1/2}$$

$$= 0.89 + \left[ 1.86 \cdot \frac{0.00315}{0.02} + \frac{(4.52 \cdot 0.135)^2 \cdot 0.92}{1 + 0.00656 \cdot 50} \right]^{1/2}$$



$$=1.632$$

### 3. 設計風力

$$\begin{aligned}\text{設計風力 } F &= \text{風速壓} \times \text{風壓係數} \times \text{陣風反應因子} \times \text{受風面積} \\ &= 293.51 \times 1.6 \times 1.632 \times 150 \\ &= 115000\text{kg} \\ &= 115\text{ton}\end{aligned}$$

其中風壓係數之決定如圖 4.24 所示，為迎風面與背風面之和。

$$\text{結構物勁度 } K = 1052.8462 \text{ (ton/m)}$$

$$\text{位移量} = \frac{F}{K} = \frac{115}{1052.8421} = 0.1092\text{m} = 11\text{cm}$$

根據〔建築物風力規範條文、解說及示範例之研訂〕規定順風向位移反應之計算結果與本文動態分析結果相當一致，其原因為此規範其實已採用 Davenport 頻譜作為擾動風力頻譜且將擾動位移反應納入陣風反應因子中，因此計算結果一致是可預期的。

另外，規範中橫風向反應之計算乃參考〔日本建築學會擬修訂的風力規範〕之規定，根據實驗結果歸納，主要適用於矩形建築物，且必須滿足， $3 \leq H/\sqrt{BD} \leq 6$ ， $0.2 \leq D/B \leq 5$ ， $n_0\sqrt{BD}/U_H \leq 0.3$ ，其中  $n_0$  為建築物橫風向自然頻率，但本結構  $H/\sqrt{BD} = 2.23$ ，並不滿足  $3 \leq H/\sqrt{BD} \leq 6$ 。所以本結構只適用規範中之順風向反應計算方法。

#### 4.3.2 公路橋梁設計規範之比較

就本結構型式，〔公路橋梁設計規範〕僅簡單規定上部結構大梁順風向最大風力為  $390 \text{ (kg/m}^2\text{)}$ （此規範並無地況分類）。本結構受風面積為  $150 \text{ m}^2$ ，其總風力為  $58.5\text{ton}$ ，結構物勁度  $K = 1052.8421 \text{ (ton/m)}$ ，因此結構物順風向位移為  $5.56 \text{ cm}$ 。與本文分析所得總位移比較（見表 4.14）得知，〔公路橋梁設計規範〕之規定只試用於高橋墩橋梁位址於地況 A 時；若高橋墩橋梁位址於地況 B、C 或 D 時，此規範顯然低估風力效應，所以並不適用。

#### 4.4 搖晃橋柱行爲分析

本計劃提出以搖晃橋柱結構之構想進行抗風減振；在本章前面各節之分析中均假設高橋柱柱底爲鉸支承；本節則更進一步探討此結構是否因風力作用使橋柱產生搖晃行爲。

此結構因自重  $P$  及集中荷重  $W$  而使橋柱初始受壓縮短  $1.7\text{cm}$ 。由圖 4.25 變形圖可知，橋柱頂端自由度處因風力作用下造成  $\delta$  最大變形量，由小變形理論假設變形前與變形後橋柱之夾角不變，利用幾何關係即可算出橋柱受壓力縮短或張力伸長 ( $\delta_1$  或  $\delta_2$ )，再與初始縮短量疊加，可得到橋柱受風力時是否受張力或壓力，如橋柱受壓力表示不會產生搖晃行爲；反之，則會產生搖晃行爲，必須進行搖晃行爲分析。在不同地況條件下以順風向引致之最大變形計算，其結果如表 4.15 所示，橋柱均受壓力，因此無搖晃行爲。

#### 4.5 應用消能裝置於長跨距高橋墩橋梁受風力作用之減振分析

由以上結果得知，橋梁振動行爲由順風向風力控制，其所造成之反應雖不致造成結構損害，但卻可能影響使用之舒適性。因此本文考慮採用調諧質塊阻尼器(Tuned Mass Dampers)以降低長跨徑橋梁受風力反應所引起之振動反應。

有關 TMD 之參數設計，本研究推導出 TMD 之最佳化參數設計，並已於第五章中驗證其正確性；故本節即利用第五章中所發展之質塊阻尼器最佳化設計法則設計其阻尼與勁度等參數。

本節以一長跨徑橋梁裝置一調諧質塊阻尼器爲例，探討裝置 TMD 對於降低橋面板因風力引致垂直振動之減振功能。考慮橋梁跨徑長  $L = 100(m)$ ，楊氏模數  $E = 29.43 \times 10^6 (kN/m)$ ，慣性矩  $I = 9.64 (m^4)$ ，橋梁單位長度的質量  $m = 23.4 (t/m)$ 。經最佳化參數設計後，可得到阻尼器的最佳設計參數爲  $c_d = 12.1 (kN \cdot s/m)$ ，

$k_d = 177.67 (kN/m)$ 。目前尚無垂直橋面方向之風力頻譜或風洞試驗結果可作分析依據，惟一般風力譜之形式較接近白雜訊(White Noise)，因此本文將以白雜訊來模擬橋梁所受到的風力之作用。

數值模擬結果顯示，在加裝 TMD 前後，橋梁中點之最大位移反應可折減 54.2%，最大加速度反應可折減 15.6%，確認調諧質塊阻尼器確能有效抑制主結

構因風力所引起之振動反應。

#### 4.6 結果與討論

本章詳細探討位於花東縱谷之高橋墩橋梁在各類地況下之受風行爲，期能更深入了解高橋墩橋梁之受風行爲，做爲爾後設計之參考。本章分析時只考慮垂直車行方向之結構反應（包括位移、速度及加速度），而風之吹行方向則包括車行方向與垂直車行方向。本文定義順風向反應爲當風之吹行方向爲垂直車行方向時之結構反應；而橫風向反應爲當風之吹行方向爲車行方向時之結構反應。本研究爲高橋墩橋梁受風力影響之初步評估，以文獻<sup>[4]</sup>中一座高橋墩搖晃橋柱進行計算機之數值模擬分析，包括隨機分析及歷時分析，歷時分析中直接計算得到位移、速度及加速度之物理量，而隨機分析則得到其均方根值（R.M.S.）。比較分析結果與現行風力規範：85 年頒佈的〔建築物風力規範條文、解說及示範例之研訂〕及民國 76 年頒佈的〔公路橋梁設計規範〕，其結論如下：

1. 〔建築物風力規範條文、解說及示範例之研訂〕有關順風向風力之規定可適用於高橋墩橋梁之結構設計。
2. 〔建築物風力規範條文、解說及示範例之研訂〕有關橫風向風力之規定太過侷限於建築物，無法用於高橋墩橋梁之結構設計。
3. 〔公路橋梁設計規範〕有關風力之規定僅適用於地況 A；即大城市市中心區，至少有 50%之建築物高度大於 20 公尺者。對於地況 B,C,D 之風力則過於低估，並不適用。
4. 以文獻<sup>[4]</sup>中一座高橋墩搖晃橋柱之實例分析而言，風力之作用並不會產生橋柱搖晃行爲。

根據本研究之初步評估，橫風向風載之分佈及大小遠較順風向複雜的多，而且受結構幾何外形之影響甚鉅，欲準確估計高橋墩橋梁之橫風向風力，建議必須進行縮尺模型之風洞試驗，量測得較爲可靠橫風向風力頻譜函數作爲分析依據，此橫風向效應須待進一步評估。

## 第五章 調諧質塊阻尼器之最佳化設計

### 5.1 前言

傳統之耐震設計在於確保結構具有足夠的強度、勁度與韌性，並利用結構變形進入塑性階段時，構件之遲滯行為或塑性鉸，將地震能量吸收並消散；同時，爲了兼顧安全性與經濟性，允許在大地震發生時，有結構桿件產生破壞，但不致倒塌。

然而，對某些重要結構物如核能電廠而言，是不允許有任何的裂縫發生；對具有精密儀器之工業廠房，其亦不容許結構體產生過大的變形或移動；對於許多重要結構物如醫院、警察局、消防隊等，亦不允許因大地震時結構物的倒塌，而影響最重要的醫療、救災等工作，使社會付出龐大的成本。

新式降低結構動態反應的方法，乃是加設控制裝置於現存之結構物上；其大致可分爲三類，即主動控制、被動隔震控制、被動消能裝置。本章所討論之被動調諧質塊阻尼器(Tuned Mass Damper)，簡稱 TMD，其爲一種被動消能控制裝置，其原理是利用原主結構內裝置之小質量-阻尼-彈簧系統來改變原主結構之動態特性，並將主結構之振動能轉移至小質量塊阻尼系統而降低主結構動態反應。

TMD 於 1909 年首先由 Frahm 提出，其目的爲降低機械單頻諧和力所引起之振動<sup>[33]</sup>。當初發現，在主結構上加裝一小質量-阻尼系統，當其基本頻率與主結構之基本頻率相同時，則可有效的降低主結構的位移與加速度反應，此一質量結構體即被稱爲動態振動吸收器(Dynamic Vibration Absorber)或調諧質塊阻尼器。然而，阻尼器的參數並不是任意決定的，一個設計不當的阻尼器並無法發揮它最大的效果，故如何找到一最佳之設計參數，使得阻尼器能發揮最大之減振作用，成爲一個極重要的課題。

Den Hartog 首先提出了 TMD 的基本設計理論及未考慮主結構阻尼的情況下，TMD 之最佳設計參數<sup>[12]</sup>。至 1970 年代，TMD 始被設計用以減低高樓、高塔因風力所導致過大的動態反應，如美國波士頓之 John Hancock 大樓<sup>[9]</sup>，澳洲雪梨之 Centerpoint Tower<sup>[10]</sup>，安裝後量測結果發現確實可有效降低約 40%因風力引起之加速度。

過去，已有文獻陳述了 TMD 之設計方法<sup>[12]</sup>，許多研究亦肯定了 TMD 在降

低結構物受外力作用下之反應的有效性<sup>[9,10]</sup>。Crandall 與 Mark<sup>[34]</sup>曾應用散漫振動理論分析了含單自由度 TMD 之兩自由度結構系統承受白雜訊(White Noise)之基底外力作用下之動態反應,認為 TMD 具降低基底外力引起之振動。Warburton<sup>[13,14]</sup>亦利用含單自由度 TMD 之兩自由度系統承受各種形式之外力如諧合力、風力、地震力等作用下, TMD 之最佳設計參數。惟其所應用之範圍亦僅限於單自由度系統,即大多數的研究都將主結構模擬成單自由度系統,對於實際之結構物皆為多自由度之情形,並無法直接適用;且外在擾動形式亦只限於白雜訊,無法針對實際擾動作有效的處理。

有鑑於此,本文嘗試推導一最佳設計參數之方法,期望不僅適用於單自由度系統能,在實際結構物為多自由度之情形下,亦能適用;不僅結構外加一個 TMD 之系統能適用本法,結構外加多個 TMD 之結構系統,亦能適用。此外,對外在擾動的頻率分佈形式與範圍已知者亦可藉加以考慮,因本法可同時解決前人所遭遇之多項問題,故可提供為多自由度結構裝設多個 TMD 之最佳設計法則。

## 5.2 理論推導

對於多自由度之結構物外加多個調諧質塊阻尼器之結構系統,其受到外在擾動  $f(t)$  作用下,其運動方程式可表示為:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{X}(t) = \mathbf{E}f(t) \quad (5.1)$$

其中:

$$\mathbf{X}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_s(t) \\ \mathbf{X}_d(t) \end{bmatrix}, \text{ 為 } (m+n) \times 1 \text{ 之位移向量,}$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & \mathbf{0}_{m \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times m} & \mathbf{0}_{n \times n} \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^n m_{di} \mathbf{b}_i \mathbf{b}_i^T, \text{ 為 } (m+n) \times (m+n) \text{ 之質量矩陣,}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_s & \mathbf{0}_{m \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times m} & \mathbf{0}_{n \times n} \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^n c_{di} \mathbf{L}_i \mathbf{L}_i^T, \text{ 為 } (m+n) \times (m+n) \text{ 之阻尼矩陣,}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & \mathbf{0}_{m \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times m} & \mathbf{0}_{n \times n} \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^n k_{di} \mathbf{L}_i \mathbf{L}_i^T, \text{ 為 } (m+n) \times (m+n) \text{ 之勁度矩陣,}$$

$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_s \\ 0 \end{bmatrix}$ ，為  $(m+n) \times 1$  之擾動配置矩陣，

$f(t)$  為  $1 \times 1$  擾動向量，

$\mathbf{M}_s$ 、 $\mathbf{C}_s$  及  $\mathbf{K}_s$  分別為  $(m \times m)$  結構物之質量、阻尼及勁度矩陣，

$m_d$ 、 $c_d$  及  $k_d$  分別為阻尼器之質量、阻尼及勁度，

$\mathbf{b}$  為阻尼器質量之位置矩陣，

$\mathbf{L}$  為阻尼器阻尼及勁度之位置矩陣。

對(5.1)式取傅利葉轉換(Fourier Transform)，可得：

$$\mathbf{X}(\omega) = [-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}]^{-1} \mathbf{E}f(\omega) \quad (5.2)$$

其中  $\mathbf{X}(\omega)$  及  $f(\omega)$  分別為  $\mathbf{X}(t)$  及  $f(t)$  之傅利葉轉換。

令轉移函數(Transfer Function)為：

$$\mathbf{H}(\omega) = [-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}]^{-1} \mathbf{E} \quad (5.3)$$

則  $\mathbf{X}(\omega)$  可寫成：

$$\mathbf{X}(\omega) = \mathbf{H}(\omega)f(\omega) \quad (5.4)$$

$$\mathbf{X}(\omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_s(\omega) \\ \mathbf{X}_d(\omega) \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

$$\mathbf{X}_s(\omega) = [\mathbf{1}_{1 \times m} \quad \mathbf{0}_{1 \times n}] \mathbf{X}(\omega) = [\mathbf{1}_{1 \times m} \quad \mathbf{0}_{1 \times n}] \mathbf{H}(\omega)f(\omega) \quad (5.6)$$

令  $\mathbf{D} = [\mathbf{1}_{1 \times m} \quad \mathbf{0}_{1 \times n}]$ ，則上式可寫成：

$$\mathbf{X}_s(\omega) = \mathbf{D}\mathbf{H}(\omega)f(\omega) \quad (5.7)$$

定義效能指標  $J$  為：

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} \|\mathbf{X}_s(\omega)\|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} [\mathbf{X}_s^*(\omega)]^T \mathbf{X}_s(\omega) d\omega \quad (5.8)$$

由於  $[\mathbf{X}_s^*(\omega)]^T \mathbf{X}_s(\omega)$  為純量，故上式可寫為：

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} [\mathbf{X}_s^*(\omega)]^T \mathbf{X}_s(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \text{tr} \left\{ [\mathbf{X}_s^*(\omega)]^T \mathbf{X}_s(\omega) \right\} \omega \quad (5.9)$$

其中  $\mathbf{X}_s^*(\omega)$  表示  $\mathbf{X}_s(\omega)$  的共軛複數 (complex conjugate)， $\text{tr}$  表示對矩陣取跡 (trace)， $T$  表對矩陣取轉置 (transpose)。將式(5.7)及式(5.3)先後帶入上式可得：

$$\begin{aligned} & [\mathbf{X}_s^*(\omega)]^T \mathbf{X}_s(\omega) \\ &= \left\{ \mathbf{D}[-\omega^2 \mathbf{M} - i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}]^{-1} \mathbf{E} f^*(\omega) \right\}^T \mathbf{D}[-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}]^{-1} \mathbf{E} f(\omega) \\ &= [f^*(\omega)]^T \mathbf{E}^T \left\{ [-\omega^2 \mathbf{M} - i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}]^{-1} \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} [-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}]^{-1} \mathbf{E} f(\omega) \quad (5.10) \\ & \text{tr} \left\{ [\mathbf{X}_s^*(\omega)]^T \mathbf{X}_s(\omega) \right\} \\ &= \text{tr} \left\{ \left\{ [-\omega^2 \mathbf{M} - i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}]^{-1} \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} [-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}]^{-1} \mathbf{E} f(\omega) [f^*(\omega)]^T \mathbf{E}^T \right\} \end{aligned} \quad (5.11)$$

若可使  $J$  之值最小，則結構物整體之反應將可降至最低，由於一般土木結構之體積與質量均十分龐大，在經濟性的考量下，阻尼器之質量  $m_d$  不能太大，故在  $m_d$  固定的情況下，可使  $J$  值最小化的阻尼器參數  $c_d$  與  $k_d$ ，即為最佳設計參數。

由於勁度矩陣  $\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & \mathbf{0}_{m \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times m} & \mathbf{0}_{n \times n} \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^n k_{di} \mathbf{L}_i \mathbf{L}_i^T$ ，故  $\mathbf{K}$  必可化為：

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & \mathbf{0}_{m \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times m} & \mathbf{0}_{n \times n} \end{bmatrix} + k_{di} \mathbf{L}_i \mathbf{L}_i^T + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n k_{dj} \mathbf{L}_j \mathbf{L}_j^T \quad (5.12)$$

令：

$$\mathbf{H}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & \mathbf{0}_{m \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times m} & \mathbf{0}_{n \times n} \end{bmatrix} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n k_{dj} \mathbf{L}_j \mathbf{L}_j^T, \quad \mathbf{G}_i = -\mathbf{L}_i \mathbf{L}_i^T$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{H}_i - k_{di} \mathbf{G}_i \quad (5.13)$$

且(5.11)式可改寫為:

$$\begin{aligned} & \text{tr} \left\{ \left[ -\omega^2 \mathbf{M} - i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K} \right]^{-1} \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \left[ -\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K} \right]^{-1} \mathbf{E} f(\omega) \left[ f^*(\omega) \right]^T \mathbf{E}^T \} \\ &= \text{tr} \left\{ \left[ -\omega^2 \mathbf{M} - i\omega \mathbf{C} + \mathbf{H}_i - k_{di} \mathbf{G}_i \right]^{-1} \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \left[ -\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{H}_i - k_{di} \mathbf{G}_i \right]^{-1} \mathbf{E} f(\omega) \left[ f^*(\omega) \right]^T \mathbf{E}^T \} \\ &= \text{tr} \left\{ \left\{ \left[ -\omega^2 \mathbf{M} - i\omega \mathbf{C} + \mathbf{H}_i \right] \left[ \mathbf{I} - k_{di} \left[ -\omega^2 \mathbf{M} - i\omega \mathbf{C} + \mathbf{H}_i \right]^{-1} \mathbf{G}_i \right] \right\}^{-1} \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D}^* \\ & \quad \left\{ \left[ -\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{H}_i \right] \left[ \mathbf{I} - k_{di} \left[ -\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{H}_i \right]^{-1} \mathbf{G}_i \right] \right\}^{-1} \mathbf{E} f(\omega) \left[ f^*(\omega) \right]^T \mathbf{E}^T \} \\ &= \text{tr} \left\{ \left\{ \left[ \mathbf{I} - k_{di} \left[ -\omega^2 \mathbf{M} - i\omega \mathbf{C} + \mathbf{H}_i \right]^{-1} \mathbf{G}_i \right] \right\}^{-1} \left[ -\omega^2 \mathbf{M} - i\omega \mathbf{C} + \mathbf{H}_i \right]^{-1} \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D}^* \\ & \quad \left[ \mathbf{I} - k_{di} \left[ -\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{H}_i \right]^{-1} \mathbf{G}_i \right]^{-1} \left[ -\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{H}_i \right]^{-1} \mathbf{E} f(\omega) \left[ f^*(\omega) \right]^T \mathbf{E}^T \} \quad (5.14) \end{aligned}$$

令:

$$\mathbf{P}_i = \left[ -\omega^2 \mathbf{M} - i\omega \mathbf{C} + \mathbf{H}_i \right]^{-1} \mathbf{G}_i, \quad (5.15)$$

$$\mathbf{Q}_i = \left[ -\omega^2 \mathbf{M} - i\omega \mathbf{C} + \mathbf{H}_i \right]^{-1}, \quad (5.16)$$

$$\mathbf{R}_i = \left[ -\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{H}_i \right]^{-1} \mathbf{G}_i, \quad (5.17)$$

$$\mathbf{S}_i = \left[ -\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{H}_i \right]^{-1} \mathbf{E} f(\omega) \left[ f^*(\omega) \right]^T \mathbf{E}^T, \quad (5.18)$$

則(5.10)式可表示為:

$$\left[ \mathbf{X}_s^*(\omega) \right]^T \mathbf{X}_s(\omega) = \text{tr} \left\{ \left[ \mathbf{I} - k_{di} \mathbf{P}_i \right]^{-1} \mathbf{Q}_i \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \left[ \mathbf{I} - k_{di} \mathbf{R}_i \right]^{-1} \mathbf{S}_i \right\} \quad (5.19)$$

效能指標對  $k_{di}$  微分:

$$\frac{\partial J}{\partial k_d} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial k_{di}} \text{tr} \left\{ \left[ \mathbf{I} - k_{di} \mathbf{P}_i \right]^{-1} \mathbf{Q}_i \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \left[ \mathbf{I} - k_{di} \mathbf{R}_i \right]^{-1} \mathbf{S}_i \right\} d\omega \quad (5.20)$$

而:



$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial k_{di}} \text{tr} \left\{ \left[ \mathbf{I} - k_{di} \mathbf{P}_i \right]^{-1} \mathbf{Q}_i \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \left[ \mathbf{I} - k_{di} \mathbf{R}_i \right]^{-1} \mathbf{S}_i \left. \right\} \\
&= \text{tr} \left\{ \frac{\partial}{\partial k_{di}} \left\{ \left[ \mathbf{I} - k_{di} \mathbf{P}_i \right]^{-1} \mathbf{Q}_i \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \left[ \mathbf{I} - k_{di} \mathbf{R}_i \right]^{-1} \mathbf{S}_i \right\} \\
&= \text{tr} \left\{ \frac{\partial}{\partial k_{di}} \left\{ \left[ \mathbf{I} + k_{di} \mathbf{P}_i + k_{di}^2 \mathbf{P}_i^2 + \dots \right] \mathbf{Q}_i \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \left[ \mathbf{I} + k_{di} \mathbf{R}_i + k_{di}^2 \mathbf{R}_i^2 + \dots \right] \mathbf{S}_i \right\} \\
&= \text{tr} \left\{ \left\{ \mathbf{P}_i \left[ \mathbf{I} + 2k_{di} \mathbf{P}_i + 3k_{di}^2 \mathbf{P}_i^2 + \dots \right] \mathbf{Q}_i \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \left[ \mathbf{I} - k_{di} \mathbf{R}_i \right]^{-1} \mathbf{S}_i \right. \\
&\quad \left. + \left\{ \left[ \mathbf{I} - k_{di} \mathbf{P}_i \right] \mathbf{Q}_i \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{R}_i \left[ \mathbf{I} + 2k_{di} \mathbf{P}_i + 3k_{di}^2 \mathbf{P}_i^2 + \dots \right] \mathbf{S}_i \right\} \\
&= \text{tr} \left\{ \left\{ \mathbf{P}_i \left[ \mathbf{I} - k_{di} \mathbf{P}_i \right]^{-1} \left[ \mathbf{I} - k_{di} \mathbf{P}_i \right]^{-1} \mathbf{Q}_i \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \left[ \mathbf{I} - k_{di} \mathbf{R}_i \right]^{-1} \mathbf{S}_i \right. \\
&\quad \left. + \left\{ \left[ \mathbf{I} - k_{di} \mathbf{P}_i \right]^{-1} \mathbf{Q}_i \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{R}_i \left[ \mathbf{I} - k_{di} \mathbf{R}_i \right]^{-1} \left[ \mathbf{I} - k_{di} \mathbf{R}_i \right]^{-1} \mathbf{S}_i \right\} \quad (5.21)
\end{aligned}$$

故  $\frac{\partial J}{\partial k_{di}}$  可寫成：

$$\begin{aligned}
\frac{\partial J}{\partial k_{di}} &= \int_{-\infty}^{\infty} \text{tr} \left\{ \left\{ \mathbf{P}_i \left[ \mathbf{I} - k_{di} \mathbf{P}_i \right]^{-1} \left[ \mathbf{I} - k_{di} \mathbf{P}_i \right]^{-1} \mathbf{Q}_i \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \left[ \mathbf{I} - k_{di} \mathbf{R}_i \right]^{-1} \mathbf{S}_i \right. \\
&\quad \left. + \left\{ \left[ \mathbf{I} - k_{di} \mathbf{P}_i \right]^{-1} \mathbf{Q}_i \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{R}_i \left[ \mathbf{I} - k_{di} \mathbf{R}_i \right]^{-1} \left[ \mathbf{I} - k_{di} \mathbf{R}_i \right]^{-1} \mathbf{S}_i \right\} d\omega \quad (5.22)
\end{aligned}$$

同理，由於阻尼矩陣  $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_s & \mathbf{0}_{m \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times m} & \mathbf{0}_{n \times n} \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^n c_{di} \mathbf{L}_i \mathbf{L}_i^T$ ，故  $\mathbf{C}$  亦可化成：

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_s & \mathbf{0}_{m \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times m} & \mathbf{0}_{n \times n} \end{bmatrix} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n c_{dj} \mathbf{L}_j \mathbf{L}_j^T + c_{di} \mathbf{L}_i \mathbf{L}_i^T \quad (5.23)$$

令：

$$\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_s & \mathbf{0}_{m \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times m} & \mathbf{0}_{n \times n} \end{bmatrix} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n c_{dj} \mathbf{L}_j \mathbf{L}_j^T, \quad \mathbf{F}_i = \mathbf{L}_i \mathbf{L}_i^T, \quad \mathbf{N}_i = -\mathbf{L}_i \mathbf{L}_i^T$$

則C可寫成:

$$\mathbf{C} = \mathbf{T}_i + c_{di} \mathbf{F}_i = \mathbf{T}_i - c_{di} \mathbf{N}_i \quad (5.24)$$

$$\begin{aligned} & \text{tr} \left\{ \mathbf{X}_s^*(\omega) \mathbf{X}_s(\omega) \right\} \\ &= \text{tr} \left\{ \left[ -\omega^2 \mathbf{M} - i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K} \right]^{-1} \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \left[ -\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K} \right]^{-1} \mathbf{E} f(\omega) \left[ f^*(\omega) \right]^T \mathbf{E}^T \} \\ &= \text{tr} \left\{ \left[ -\omega^2 \mathbf{M} - i\omega \mathbf{T}_i - i\omega c_{di} \mathbf{F}_i + \mathbf{K} \right]^{-1} \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D}^* \\ & \quad \left[ -\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{T}_i - i\omega c_{di} \mathbf{N}_i + \mathbf{K} \right]^{-1} \mathbf{E} f(\omega) \left[ f^*(\omega) \right]^T \mathbf{E}^T \} \\ &= \text{tr} \left\{ \left\{ \left[ -\omega^2 \mathbf{M} - i\omega \mathbf{T}_i + \mathbf{K} \right] \left[ \mathbf{I} - \left[ -\omega^2 \mathbf{M} - i\omega \mathbf{T}_i + \mathbf{K} \right]^{-1} i\omega c_{di} \mathbf{F}_i \right] \right\}^{-1} \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D}^* \\ & \quad \left\{ \left[ -\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{T}_i + \mathbf{K} \right] \left[ \mathbf{I} - \left[ -\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{T}_i + \mathbf{K} \right]^{-1} i\omega c_{di} \mathbf{N}_i \right] \right\}^{-1} \mathbf{E} f(\omega) \left[ f^*(\omega) \right]^T \mathbf{E}^T \} \\ &= \text{tr} \left\{ \left\{ \left[ \mathbf{I} - \left[ -\omega^2 \mathbf{M} - i\omega \mathbf{T}_i + \mathbf{K} \right]^{-1} i\omega c_{di} \mathbf{F}_i \right] \right\}^{-1} \left[ -\omega^2 \mathbf{M} - i\omega \mathbf{T}_i + \mathbf{K} \right]^{-1} \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D}^* \\ & \quad \left\{ \left[ \mathbf{I} - \left[ -\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{T}_i + \mathbf{K} \right]^{-1} i\omega c_{di} \mathbf{N}_i \right] \right\}^{-1} \left[ -\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{T}_i + \mathbf{K} \right]^{-1} \mathbf{E} f(\omega) \left[ f^*(\omega) \right]^T \mathbf{E}^T \} \\ &= \text{tr} \left\{ \left\{ \left[ \mathbf{I} - c_{di} i\omega \left[ -\omega^2 \mathbf{M} - i\omega \mathbf{T}_i + \mathbf{K} \right]^{-1} \mathbf{F}_i \right] \right\}^{-1} \left[ -\omega^2 \mathbf{M} - i\omega \mathbf{T}_i + \mathbf{K} \right]^{-1} \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D}^* \\ & \quad \left\{ \left[ \mathbf{I} - c_{di} i\omega \left[ -\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{T}_i + \mathbf{K} \right]^{-1} \mathbf{N}_i \right] \right\}^{-1} \left[ -\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{T}_i + \mathbf{K} \right]^{-1} \mathbf{E} f(\omega) \left[ f^*(\omega) \right]^T \mathbf{E}^T \} \end{aligned} \quad (5.25)$$

令:

$$\mathbf{A}_i = i\omega \left[ -\omega^2 \mathbf{M} - i\omega \mathbf{T}_i + \mathbf{K} \right]^{-1} \mathbf{F}_i, \quad (5.26)$$

$$\mathbf{B}_i = \left[ -\omega^2 \mathbf{M} - i\omega \mathbf{T}_i + \mathbf{K} \right]^{-1}, \quad (5.27)$$

$$\mathbf{Y}_i = i\omega \left[ -\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{T}_i + \mathbf{K} \right]^{-1} \mathbf{N}_i, \quad (5.28)$$

$$\mathbf{Z}_i = [-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{T}_i + \mathbf{K}]^{-1} \mathbf{E} f(\omega) [f^*(\omega)]^T \quad (5.29)$$

則(5.25)式可表示為:

$$\text{tr} \{ \mathbf{X}_s^*(\omega) \}^T \mathbf{X}_s(\omega) \} = \text{tr} \left\{ \left[ \mathbf{I} - c_{di} \mathbf{A}_i \right]^{-1} \mathbf{B}_i \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \left[ \mathbf{I} - c_{di} \mathbf{Y}_i \right]^{-1} \mathbf{Z}_i \right\} \quad (5.30)$$

效能指標對  $c_{di}$  微分為:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial c_{di}} &= \frac{\partial}{\partial c_{di}} \int_{-\infty}^{\infty} \text{tr} \left\{ \left[ \mathbf{I} - c_{di} \mathbf{A}_i \right]^{-1} \mathbf{B}_i \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \left[ \mathbf{I} - c_{di} \mathbf{Y}_i \right]^{-1} \mathbf{Z}_i \right\} d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial c_{di}} \text{tr} \left\{ \left[ \mathbf{I} - c_{di} \mathbf{A}_i \right]^{-1} \mathbf{B}_i \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \left[ \mathbf{I} - c_{di} \mathbf{Y}_i \right]^{-1} \mathbf{Z}_i \right\} d\omega \end{aligned} \quad (5.31)$$

而:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial c_{di}} \text{tr} \left\{ \left[ \mathbf{I} - c_{di} \mathbf{A}_i \right]^{-1} \mathbf{B}_i \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \left[ \mathbf{I} - c_{di} \mathbf{Y}_i \right]^{-1} \mathbf{Z}_i \right\} \\ &= \text{tr} \left\{ \left[ \mathbf{A}_i + 2c_{di} \mathbf{A}_i^2 + 3c_{di}^2 \mathbf{A}_i^3 + \dots \right] \mathbf{B}_i \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \left[ \mathbf{I} - c_{di} \mathbf{Y}_i \right]^{-1} \mathbf{Z}_i \\ &\quad + \left\{ \left[ \mathbf{I} - c_{di} \mathbf{A}_i \right]^{-1} \mathbf{B}_i \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \left[ \mathbf{Y}_i + 2c_{di} \mathbf{Y}_i^2 + 3c_{di}^2 \mathbf{Y}_i^3 + \dots \right] \mathbf{Z}_i \right\} \\ &= \text{tr} \left\{ \left[ \mathbf{P}_i \left[ \mathbf{I} - k_{di} \mathbf{P}_i \right]^{-1} \left[ \mathbf{I} - k_{di} \mathbf{P}_i \right]^{-1} \mathbf{Q}_i \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \left[ \mathbf{I} - k_{di} \mathbf{R}_i \right]^{-1} \mathbf{S}_i \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \left[ \mathbf{I} - k_{di} \mathbf{P}_i \right]^{-1} \mathbf{Q}_i \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{R}_i \left[ \mathbf{I} - k_{di} \mathbf{R}_i \right]^{-1} \left[ \mathbf{I} - k_{di} \mathbf{R}_i \right]^{-1} \mathbf{S}_i \right\} \end{aligned} \quad (5.32)$$

故  $\frac{\partial J}{\partial c_{di}}$  可寫成:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial c_{di}} &= \int_{-\infty}^{\infty} \text{tr} \left\{ \left[ \mathbf{A}_i \left[ \mathbf{I} - c_{di} \mathbf{A}_i \right]^{-1} \left[ \mathbf{I} - c_{di} \mathbf{A}_i \right]^{-1} \mathbf{B}_i \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \left[ \mathbf{I} - c_{di} \mathbf{Y}_i \right]^{-1} \mathbf{Z}_i \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \left[ \mathbf{I} - c_{di} \mathbf{A}_i \right]^{-1} \mathbf{B}_i \right\}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{Y}_i \left[ \mathbf{I} - c_{di} \mathbf{Y}_i \right]^{-1} \left[ \mathbf{I} - c_{di} \mathbf{Y}_i \right]^{-1} \mathbf{Z}_i \right\} d\omega \end{aligned} \quad (5.33)$$

欲使  $J$  值最小, 可令  $\frac{\partial J}{\partial c_{di}} = 0$ 、 $\frac{\partial J}{\partial k_{di}} = 0$ ,  $i = 1 \sim n$ , 以求得  $J$  之極值; 而  $\frac{\partial J}{\partial k_{di}}$ 、

$\frac{\partial J}{\partial c_{di}}$  之值可由(5.22)式與(5.33)式得到。由於主結構外加  $n$  個調諧質塊阻尼器，故需解  $2n$  個聯立方程式以求解各個阻尼器之  $c_d$ 、 $k_d$  之值，則所得之  $c_d$ 、 $k_d$  之值即為各個阻尼器之最佳設計阻尼與勁度。

### 5.3 數值方法

在求解非線性聯立矩陣方程式，並沒有固定特別的方法，故吾人採用的求解基本觀念為試誤法；以有規則、有系統之方式，使得下一步嘗試的值比上一步更接近答案。利用計算機的快速運算，以反覆迭代的方式，來趨近方程式的解，而求得最佳設計阻尼器之阻尼與勁度。

首先猜測一組參數的初始值，分別為  $c_{di}^{(1)}$ 、 $k_{di}^{(1)}$ ， $i=1\sim n$ ，代入方程式中，求得第一步  $J^{(1)}$ ，令第二步  $J^{(2)}$  與  $J^{(1)}$  相差  $dJ$ ，其關係式為：

$$J^{(2)} = J^{(1)} + dJ \quad (5.34)$$

其中必須使  $J^{(2)}$  小於  $J^{(1)}$  方可。因  $J$  包含了  $c_{di}$ 、 $k_{di}$  等  $2n$  個變數，故取全微分如下：

$$dJ = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial J}{\partial c_{di}} dc_{di} + \frac{\partial J}{\partial k_{di}} dk_{di} \right) \quad (5.35)$$

令：

$$\frac{\partial J}{\partial c_{di}} = -dc_{di} \quad (5.36a)$$

$$\frac{\partial J}{\partial k_{di}} = -dk_{di} \quad (5.36b)$$

則：

$$dJ = \sum_{i=1}^n \left[ -(dc_{di})^2 - (dk_{di})^2 \right] = -\sum_{i=1}^n \left[ (dc_{di})^2 + (dk_{di})^2 \right] \quad (5.37)$$

故上式必小於零，若迭代步幅很小時，則  $dc_{di}$ 、 $dk_{di}$  可寫成：

$$dc_{di} = c_{di}^{(2)} - c_{di}^{(1)}, \quad (5.38a)$$

$$dk_{di} = k_{di}^{(2)} - k_{di}^{(1)}, \quad (5.38b)$$

整理可得：

$$c_{di}^{(2)} = c_{di}^{(1)} - \frac{\partial J^{(1)}}{\partial c_{di}^{(1)}}, \quad (5.39a)$$

$$k_{di}^{(2)} = k_{di}^{(1)} - \frac{\partial J^{(1)}}{\partial k_{di}^{(1)}}, \quad (5.39b)$$

式中的偏微分可由(5.22)式、(5.33)式計算得到。由上述方程式可知，吾人可經由逐步迭代，使得每一步的  $J$  值比前一步更小，如此反覆迭代後可得最佳近似解。若時間夠長，所求得解會越接近真實解，然而為了顧及計算效率，只要在限定誤差範圍內，即可接受。

由於(5.38)式成立的條件，必須使用很小的步幅，但越小的步幅將使電腦程式的效率大打折扣，因此在不影響答案的正確性下，吾人希望找到一最大的步幅，以縮短求解所花費的時間。故有必要建立一套有系統的步幅規則；且步幅會根據該步幅的條件而改變，並非恆久不變的，必須根據該步幅之條件來決定。將步幅加入，調整參數變化的大小如下：

$$c_{di}^{(2)} = c_{di}^{(1)} - s \frac{\partial J^{(1)}}{\partial c_{di}^{(1)}}, \quad (5.40a)$$

$$k_{di}^{(2)} = k_{di}^{(1)} - s \frac{\partial J^{(1)}}{\partial k_{di}^{(1)}}, \quad (5.40b)$$

其中  $s$  為調整步幅大小之最佳值，計算步幅大小之步驟，乃先求出步幅之上界與下界，再利用“Golden Section Search”數值方法計算出最佳步幅  $s$ ，計算步幅上下界之步驟如下：

1. 分別給定步幅  $s$  之上界與下界  $s_u$ 、 $s_l$ ，

2. 代入(4.40)式求得  $c_d^{(s_u)}$ 、 $k_d^{(s_u)}$  與  $c_d^{(s_l)}$ 、 $k_d^{(s_l)}$ ，分別計算  $J(s_u)$ 、 $J(s_l)$ ，
3. 若  $J(s_u) > J(s_l)$ ，則  $s_u = \frac{s_u}{10}$ ， $s_l = s_l$ ，回到步驟 2，
4. 若  $J(s_u) < J(s_l)$ ，則  $s_l' = s_u$ ， $s_u' = 10 * s_u$  並計算  $J(s_l')$ 、 $J(s_u')$ ，
5. 更新  $s_l = s_l'$ ， $s_u = s_u'$ ； $J(s_l) = J(s_l')$ ， $J(s_u) = J(s_u')$ ，
6. 若  $J(s_u) < J(s_l)$ ，則回到步驟 4，
7. 若  $J(s_u) > J(s_l)$ ，則  $s_l = s_l$ ， $s_u = s_u$ 。

求得步幅之上下界後，再利用“Golden Section Search”數值方法求出最佳步幅  $s$ ，其步驟如下：

1. 分別給定步幅  $s$  之上界  $s_u$  與下界  $s_l$ ，
2. 令  $d = s_u - s_l$ ， $\rho = (3 - \sqrt{5})/2$ ，則  $s_1 = s_l + \rho d$ ， $s_2 = s_u - \rho d$ ，分別計算  $J(s_1)$ 、 $J(s_2)$ ，
3. 判別其相對誤差是否可接受，即  $\left| \frac{J(s_2) - J(s_1)}{J(s_1)} \right| \leq \delta$ ，又若  $J(s_1) < J(s_2)$  則  $s = s_1$ ，  
否則  $s = s_2$ ，
4. 若步驟 3 不合，則更新  $d$ ，使  $d = (1 - \rho)d$ ，
5. 若  $J(s_1) < J(s_2)$  則  $s_2' = s_1$ ， $J(s_2') = J(s_1)$ ， $s_1' = s_2' - (1 - 2\rho)d$ ，並計算  $J(s_1')$ ，

6. 若  $J(s_1) > J(s_2)$  則  $s_1' = s_2$  ,  $J(s_1') = J(s_2)$  ,  $s_1' = s_2' + (1-2\rho)d$  , 並計算  $J(s_2')$  ,
7. 更新  $s_1 = s_1'$  、  $s_2 = s_2'$  ;  $J(s_1) = J(s_1')$  、  $J(s_2) = J(s_2')$  , 回到步驟 4 。

經上述步驟即可得最佳步幅,將所得步幅大小代入主程式,即可求解,其步驟如下:

1. 給定初始值  $c_{di}^{(1)}$  、  $k_{di}^{(1)}$  ,  $i=1 \sim n$  , 代入方程式求得  $J^{(1)}$  , 令  $i=1$  , 此為第一步 ,
2. 將  $c_{di}^{(1)}$  、  $k_{di}^{(1)}$  之值代入方程式(5.24)、(5.26~29)式中計算  $T_i$  、  $F_i$  、  $N_i$  、  $A_i$  、  $B_i$  、  $Y_i$  、  $Z_i$  之值,再代入(5.33)式中計算  $\frac{\partial J}{\partial c_{di}^{(1)}}$  之值,並計算最佳步幅  $s$  , 代入(5.7a)式計算  $c_{di}^{(2)}$  ,
3. 將  $c_{di}^{(2)}$  、  $k_{di}^{(1)}$  之值代入方程式(5.13)、(5.15~18)式中計算  $H_i$  、  $G_i$  、  $P_i$  、  $Q_i$  、  $R_i$  、  $S_i$  之值,再代入(5.22)式中計算  $\frac{\partial J}{\partial k_{di}^{(1)}}$  之值,並計算最佳步幅  $s$  , 代入(5.7b)式計算  $k_{di}^{(2)}$  ,
4.  $i=2 \sim n-1$  , 重複步驟 2~3 , 得到所有  $c_{di}$  、  $k_{di}$  ,
5. 將所有  $c_{di}^{(2)}$  、  $k_{di}^{(2)}$  ,  $i=1 \sim n$  , 代入方程式求得  $J^{(2)}$  ,
6. 若  $\left| \frac{J^{(1)} - J^{(2)}}{J^{(1)}} \right| \leq \varepsilon$  , 則停止 ,
7. 若步驟 5 之條件不合,則令  $c_{di}^{(1)} = c_{di}^{(2)}$  、  $k_{di}^{(1)} = k_{di}^{(2)}$  ,  $i=1 \sim n$  ,  $J^{(1)} = J^{(2)}$  , 回到

步驟 2。

## 5.4 數值驗證

本文以一單自由度結構系統外加一 TMD 為例，將數值計算所得之單自由度結構之最佳阻尼器設計參數與文獻<sup>[13]</sup>所提出之公式解作比較，以驗證本方法之正確性。

在忽略主結構之阻尼的情況下，文獻之 TMD 最佳化參數其公式為：

$$f_{opt} = \frac{(1 + \frac{\mu}{2})^{\frac{1}{2}}}{1 + \mu}, \quad \xi_{d,opt} = \left[ \frac{\mu(1 + \frac{3\mu}{4})}{4(1 + \mu)(1 + \frac{\mu}{2})} \right]^{\frac{1}{2}}$$

其中：

$$\mu = \frac{m_d}{m_s}, \quad f = \frac{w_d}{w_s}, \quad \zeta_d \text{ 爲 TMD 之阻尼比。}$$

由圖 5.3 以及圖 5.4 可知，在忽略主結構阻尼的情況下，由數值方法所求出 TMD 與主結構之頻率比  $f$  及 TMD 之阻尼比  $\xi_d$  之值與文獻作比較，吾人可發現兩者所繪出之曲線非常近似，幾乎重合；而在考慮主結構之阻尼的情況下，由表 5.2 可知，所求出之最佳設計參數  $f$  及  $\xi_d$  亦與文獻所求出者相當近似，其差異在 1% 以內。故經由與文獻之比較結果，可用以驗證本法理論推導之正確性。

## 5.5 實例分析

本文以一多自由度結構外加一調諧質塊阻尼器為例，嘗試找出此結構之最佳設計阻尼器之阻尼與勁度。針對如圖 5.2 之一般剪力樓房結構，其外加一 TMD 所組成之結構系統，受地震力作用時，其運動方程式可寫為：

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{X}(t) = \mathbf{E}f(t)$$

其中：



$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times n} & 0 \end{bmatrix} + m_d \mathbf{b} \cdot \mathbf{b}^T, \text{ 爲 } (n+1) \times (n+1) \text{ 之質量矩陣,}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_s & \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times n} & 0 \end{bmatrix} + c_d \mathbf{L} \cdot \mathbf{L}^T, \text{ 爲 } (n+1) \times (n+1) \text{ 之阻尼矩陣,}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times n} & 0 \end{bmatrix} + k_d \mathbf{L} \cdot \mathbf{L}^T, \text{ 爲 } (n+1) \times (n+1) \text{ 之勁度矩陣,}$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_s \\ x_d \end{bmatrix}, \text{ 爲 } (n+1) \times 1 \text{ 之位移向量,}$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_s \cdot \mathbf{1} \\ 0 \end{bmatrix} + m_d \mathbf{L}, \text{ 爲 } (n+1) \times 1 \text{ 之地震力分配向量,}$$

$\mathbf{M}_s$ 、 $\mathbf{C}_s$ 、 $\mathbf{K}_s$ 分別為 $(n \times n)$ 之主結構質量矩陣、阻尼矩陣、勁度矩陣，

$m_d$ 、 $c_d$ 、 $k_d$ 分別為阻尼器之質量，阻尼，勁度，

$\mathbf{X}_s$ 為 $n \times 1$ 主結構之位移向量， $x_d$ 為阻尼器相對於主結構之位移量

$f(t) = \ddot{x}_g(t)$ ，為地表加速度，

$\mathbf{1}$ 為 $n \times 1$ 之向量，其每一分量皆為1，

$\mathbf{b}$ 為 $(n+1) \times 1$ TMD質量之位置向量，

$\mathbf{L}$ 為 $(n+1) \times 1$ TMD 阻尼與勁度之位置向量，

此多自由度結構係以交通大學五層樓縮尺寸鋼結構為模型，將表 5.3 之結構系統參數代入式中，即式中之 $\mathbf{M}_s$ 、 $\mathbf{C}_s$ 及 $\mathbf{K}_s$ 即為表三中之質量、組尼及勁度矩陣，令 TMD 之重量 $m_d$ 為結構總重量的 1%，則 $\mathbf{M}$ 矩陣即可求出，而 $\mathbf{G}$ 、 $\mathbf{L}$ 與 $\mathbf{N}$ 矩陣變為：

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times n} & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times n} & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times n} & -1 \end{bmatrix}$$

依 5.2 節之步驟，配合數值方法，即可求得 TMD 之最佳設計參數  $c_d=9.2202(kg \cdot s/m)$ ， $k_d=1264.4(kg/m)$ 。外力之輸入方面，本文採用 El Centro(1940) 地震加速度歷時資料作為地表之輸入擾動；由表 5.4 可知，TMD 可提昇主結構之阻尼。圖 5.6 及圖 5.7 之結果顯示，結構裝設 TMD 具有降低主結構反應之效果，主結構位移之最大峰值可折減 14.27%，加速度之最大峰值可折減 10.73%，位移之均方根值(R.M.S.)則可折減 52.21%；圖 5.8 則為質塊阻尼器之相對位移，由圖可知期位移並不至於過大，僅約 10 公分，圖 5.9 則為主結構五樓位移頻率響應函數圖，由圖可知加裝一個最佳化設計的 TMD 的確能有效抑制其頻率響應函數的峰值；故結構物裝設 TMD 的確能降低在外在擾動下所產生之動態反應。

## 5.6 結果與討論

當主結構為單自由度時，在 TMD 與主結構之質量比固定下，由數值方法可求出 TMD 之最佳設計阻尼  $c_d$  與勁度  $k_d$  之值，經由轉換可求得相對應的 TMD 與主結構之頻率比  $f$  與 TMD 之阻尼比  $\zeta_d$ ，據此與文獻之結果比較，幾乎一致，驗證了本法之正確性。

對多自由度結構而言，只要結構的系統矩陣已知，即可利用本文之方法，求得 TMD 之最佳設計參數，而進行設計，此為過去文獻所不及者。

對於外力擾動的形式而言，本法可以考慮外力擾動為白雜訊，亦可針對特定之外力擾動，作最佳化之 TMD 參數設計，過去文獻只考慮輸入為白雜訊之條件。

在傳統之 TMD 設計中，係藉降低結構物欲控制模態之位移反應，以達降低主結構整體反應之效果，本文所提出之方法，則以降低結構物整體模態之反應，以達降低主結構之整體反應；本文所提出之方法不僅解決了前人所遭遇之問題，且與前人之研究比較，本方法更具整體性與更強之適用性。

## 第六章 應用調諧質塊阻尼器於橋梁受衝擊效應之減振分析

### 6.1 前言

#### 6.1.1 橋梁之衝擊反應

當車子以高速通過橋梁時，橋梁在瞬間會產生些微的上下振動，這種因車行所造成的橋梁之動態反應，在工程上即稱為「衝擊效應」(impact effect)。由於衝擊現象的影響，當橋梁在車行載重的作用下，吾人必須考慮橋體因車行所造成的動態放大效應。

本文擬從解析的角度著手，希望透過簡化的車橋物理模型，透過理論解析的模式，找出控制橋梁衝擊反應的關鍵因子。一般而言，吾人可將橋梁視為一簡化的均質、等斷面之 Bernoulli-Euler 梁，而車體則以移動力量或移動質量來模擬。在一般常速狀況(時速一百五十公里以下)，當車身質量遠小於橋體質量時，即可將車身的慣性質量忽略，而將車子視為移動力量，若車速超過一百五十公里，即應將車子當作移動質量模型考慮。本文將從梁受移動載重的基本動力理論出發，經由解析程序得到簡支梁受單一車行載重與序列型車行載重下，梁的動態反應。

#### 6.1.2 調諧質塊阻尼器

調諧質塊阻尼器(Tuned Mass Damper)，簡稱 TMD，乃被動消能控制裝置的一種，其原理是於原主結構內外加一單自由度結構系統，此裝置具有一小質塊、阻尼與勁度，藉由此裝置，以改變原主結構之動態特性，並傳遞主結構之振動能至小質量塊上，而達到降低主結構動態反應之作用。

本文嘗試在橋梁結構中，設計一最佳化之調諧質塊阻尼器，安裝於橋樑結構上，探討在不同車速、不同載重型式下，TMD 是否具備降低橋梁動態反應之功能，並以數值模擬的方式，求得橋梁之動態反應。

## 6.2 橋梁受車行之衝擊反應

### 6.2.1 簡支梁受移動荷重之振動理論

梁構造型式有許多選擇，爲了配合理論解析之用，吾人有必要排除複雜的樑型式，針對簡單的梁構造進行討論。本文即以簡支型橋梁作爲橋梁受車行衝擊的探討對象。對於橋梁受車行的振動現象，吾人作以下的簡化考量：

1. 橋梁的構造體可視爲均質、等斷面的 Bernoulli-Euler 梁；
2. 在不考慮車流的情況下，橋上只有一部車子以單向等速通過橋梁；
3. 車子質量遠小於橋梁質量，故車體慣性效應可忽略，而車子即可視爲移動力量；
4. 車子的阻尼與材質成比例性關係，及比例性阻尼(proportional damping)；
5. 當車子未進入橋梁時，橋梁成完全靜止狀態（即零初始條件）；
6. 假設橋面之粗糙度甚微可忽略。

### 6.2.2 振動控制方程式

當一簡支梁，如圖 6.1 所示<sup>[34,36]</sup>，在受到一等速  $v$  之移動力量通過時，其運動方程式可寫爲：

$$m\ddot{u} + \dot{c}_e \dot{u} + c_s I_b \dot{u}'''' + EI_b u'''' = p\delta(x-vt) \quad , \quad 0 < vt < L \quad (6.2.1)$$

其中： $m$ =樑單位質量， $u(x,t)$ =梁的豎向變形， $c_e$ =外在阻尼係數， $c_s$ =內在阻尼係數， $E$ =彈性模數， $I_b$ =斷面轉動慣性矩， $p$ =移動荷重， $\delta(x-vt)$ =Dirac Delta 函數， $L$ =樑跨的長度；「 $\dot{\cdot}$ 」表示位移函數  $u(x,t)$  對時間的微分，「 $\prime$ 」則爲  $u(x,t)$  對長度  $x$  的微分。

假設  $u(x,t)$  可以下列的級數型函數表示：

$$u(x,t) = \sum \phi_n(x)q_n(t) \quad (6.2.2)$$

其中： $\phi_n(x)$ =第  $n$  項形狀函數， $q_n(t)$ =對應於第  $n$  項形狀函數之廣義時間座標。將(2.2)式代入(2.1)式，於運動方程式兩邊乘上第  $i$  項形狀函數  $\phi_i(x)$ ，再沿著梁的長度  $x$  從 0 (初始位置) 積分至  $L$  (梁長)，則(2.1)式可寫成：

$$m \sum \ddot{q}_n(t) \int_0^L \phi_n(x)\phi_i(x)dx + \sum \dot{q}_n(t) \left[ c_e \int_0^L \phi_n(x)\phi_i(x)dx + c_s I_b \int_0^L \phi_n^{(4)}(x)\phi_i(x)dx \right] + EI_b \sum q_n(t) \int_0^L \phi_n^{(4)}(x)\phi_i(x)dx = \phi_i(vt) \quad (6.2.3)$$

若採用正交型的形狀函數 (如結構體的振動模態)，及「梁材料具有比例性阻尼的特性」<sup>[35]</sup> (即  $c_e = \alpha_e m$ ， $c_s = \alpha_s E$ ， $\alpha_s$  與  $\alpha_e$  為待定之比例常數)，則(6.2.3)式可化爲：

$$\ddot{q}_i(t) + 2\xi_i \omega_i \dot{q}_i(t) + \omega_n^2 q_i(t) = \frac{p\phi_i(vt)}{\int_0^L m[\phi_i(x)]^2 dx}, \quad i=1 \sim n \quad (6.2.4)$$

其中： $\omega_i$ =簡支梁第  $i$  振態的自然頻率， $\xi_i$ =第  $i$  振態的阻尼比 [=  $(\alpha_e / \omega_n + \alpha_s \omega_n) / 2$ ]。於簡支梁狀況，梁的自由振態可以  $\phi_n(x) = \sin(n\pi x / L)$  來表示，故(6.2.4)式可以改寫成：

$$\ddot{q}_n(t) + 2\xi_n \omega_n \dot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) = \frac{2p}{mL} \sin \frac{n\pi vt}{L} \quad (6.2.5)$$

其中： $\omega_n = \frac{n^2 \pi^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI_b}{m}}$ ，配合前述的初始條件， $q_n(t)$  可以求得：

$$q_n(t) = \frac{2pL^3}{EI_b \pi^4 n^4} \times \left\{ (1 - S_n^2) \sin \frac{n\pi vt}{L} - 2\xi_n S_n \cos \frac{n\pi vt}{L} + (e^{-\xi_n \omega_n t}) \times \left[ 2\xi_n S_n \cos \omega_{dn} t + \frac{S_n}{\sqrt{1 - \xi_n^2}} (2\xi_n^2 + S_n^2 - 1) \sin \omega_{dn} t \right] \right\}$$

(6.2.5)

其中： $\omega_{dn} = \omega_n \sqrt{1 - \xi_n^2}$ ， $S_n = \frac{n\pi vt}{\omega_n L}$ ； $S_n$  為無因次之速度參數，其物理意義為當車子以等速通過橋梁時，車子對橋梁的作用力驅動頻率( $n\pi v/L$ )與橋梁第  $n$  個自然振動頻率 ( $\omega_n$ ) 之比值，在常速狀態下通常  $S_n$  較 1 為小。(6.2.6)式中含有 ( $n\pi vt/L$ ) 的三角函數項者，表車行載重在橋上所產生的強迫振動反應(forced vibration)，而含有 ( $\omega_{dn}t$ ) 項者，則代表橋體本身受外力激振所引起之自由振動反應(free vibration)。故簡支梁受單一移動載重之動態反應可表示成：

$$u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cdot \frac{2pL^3}{EI_b \pi^4 n^4} \times \left\{ (1 - S_n^2) \sin \frac{n\pi vt}{L} - 2\xi_n S_n \cos \frac{n\pi vt}{L} + (e^{-\xi_n \omega_n t}) \times \left[ 2\xi_n S_n \cos \omega_{dn} t + \frac{S_n}{\sqrt{1 - \xi_n^2}} (2\xi_n^2 + S_n^2 - 1) \sin \omega_{dn} t \right] \right\} \quad (6.2.7)$$

而橋梁受單一車行載重的動態行為均屬暫態反應(transient response)，一般而言，在輕阻尼(light damping)的情況下，阻尼係數對橋梁初期之反應相當小，為方便推導，吾人先將其忽略；故由(6.2.7)式，在不考慮結構物之阻尼效應下，簡支梁受單一移動載重之動態反應可表示成：

$$u(x,t) = \frac{2pL^3}{EI_b \pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} \sin \frac{n\pi x}{L} \left[ \frac{\sin \frac{n\pi vt}{L} - S_n \sin \omega_n t}{1 - S_n^2} \right] \quad (6.2.8)$$

一般而言，吾人較關心者為梁中點( $x = L/2$ )之反應，故  $u(L/2, t)$  便可以表示成：

### 1. 考慮結構阻尼之效應：

$$u\left(\frac{L}{2}, t\right) = \frac{2pL^3}{EI_b \pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} \sin \frac{n\pi}{2} \times \left\{ (1-S_n^2) \sin \frac{n\pi vt}{L} - 2\xi_n S_n \cos \frac{n\pi vt}{L} + (e^{-\xi_n \omega_n t}) \times \left[ 2\xi_n S_n \cos \omega_{dn} t + \frac{S_n}{\sqrt{1-\xi_n^2}} (2\xi_n^2 + S_n^2 - 1) \sin \omega_{dn} t \right] \right\} \quad (6.2.9a)$$

2. 不考慮結構物阻尼之效應:

$$u\left(\frac{L}{2}, t\right) = \frac{2pL^3}{EI_b \pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} \sin \frac{n\pi}{2} \left[ \frac{\sin \frac{n\pi vt}{L} - S_n \sin \omega_n t}{1-S_n^2} \right] \quad (6.2.9b)$$

(6.2.9)式中，當 $n=2,4,6\dots$ 時 $\sin(n\pi/2)=0$ ，故(2.9)式 $=0$ ，而當 $n=1,3,5\dots$ 時，對橋樑中點之反應才有貢獻。由於(6.2.9)式以 $n^{-4}$ 遞減，故高階振態對橋樑之影響極微，故吾人只取第一振態來描述橋樑中點之反應。所以(6.2.9)式可簡化為：

1. 考慮結構阻尼之效應:

$$u\left(\frac{L}{2}, t\right) = \frac{2pL^3}{EI_b \pi^4} \times \left\{ (1-S_1^2) \sin \frac{\pi vt}{L} - 2\xi_1 S_1 \cos \frac{\pi vt}{L} + (e^{-\xi_1 \omega_1 t}) \times \left[ 2\xi_1 S_1 \cos \omega_{d1} t + \frac{S_1}{\sqrt{1-\xi_1^2}} (2\xi_1^2 + S_1^2 - 1) \sin \omega_{d1} t \right] \right\} \quad (6.2.10a)$$

2. 不考慮結構阻尼之效應:

$$u\left(\frac{L}{2}, t\right) = \frac{2pL^3}{EI_b \pi^4} \frac{\sin \frac{\pi vt}{L} - S_1 \sin \omega_1 t}{1-S_1^2} \quad (6.2.10b)$$

### 6.2.3 橋樑衝擊係數

一般橋樑結構具有長期承受車行作用之特性，故因車行所產生的衝擊性振動甚為重要，在現行橋樑規範中，是將車行的衝擊效應以衝擊係數 $I$ 的方式併入

活載重來考慮，其計算方式為（公路橋樑設計規範，1993）：

$$\text{活載重} = (1 + I) \times (\text{最大絕對靜態載重}) \quad (6.2.11)$$

其中靜態載重是指車子或行人之類的活載重，「最大絕對靜態載重」是指在不含橋體自重下，用來考慮橋上因塞車滿載、或是因慶典而站滿人潮時，可能產生的最大活載重狀況。

現行 AASHTO(1989)橋樑規範，是以橋梁長度做為考慮因素，即：

$$I = \frac{50}{L + 125} \leq 0.3 \quad (\text{單位為英尺}), \text{ 或:} \quad (6.2.12a)$$

$$I = \frac{50}{L + 38.1} \leq 0.3 \quad (\text{單位為公尺}). \quad (6.2.12b)$$

由於上式並未納入可能影響衝擊係數的因素，故(6.2.11)式並不能合理的反映出車輛移動對橋梁的放大效應，故 Yang (1997)等人<sup>[37-39]</sup>提出以下之衝擊係數之定義：

$$I = \frac{R_d(x) - R_s(x)}{R_s(x)} \quad (6.2.13)$$

由(6.2.12)式可得：

$$(1 + I) = \frac{R_d(x)}{R_s(x)} \quad (6.2.14)$$

其中： $R_d(x)$ 為橋梁  $x$  處於車行時之最大動態反應，而  $R_s(x)$  則為車子以靜態方式通過橋梁時，橋梁  $x$  處所產生之最大靜態反應。

將(6.2.14)式與(6.2.10)式比較，可發現 (6.2.10) 式之活載重計算式，恰與結構體受動力載重時，結構體被激盪的動力放大因子 (dynamic amplification factor) 一致。因此，(最大絕對靜態載重)  $\times (1 + I)$  所得到的活載重  $[(1 + I)p]$  將可反映出橋梁在此「放大載重」作用下，活載重對橋梁所造成之「最大絕對靜態反應」即為橋樑受車行載重 ( $= p$ ) 的「最大動態反應」。

由於簡支梁受單一移動載重時，在梁中央將會有最大靜態變形  $[\Delta_{st} = pL^3 / (48EI_b)]$ ，故可定義：



$$I_u = \frac{u(\frac{L}{2}, t)}{\Delta_{st}} - 1 \quad (6.2.15)$$

將(6.2.10)式代入(6.2.15)式，並引進  $96/\pi^4 \cong 1$ 之條件，吾人可得：

$$I_u \cong \left[ \frac{\sin \frac{\pi vt}{L} - S \sin \frac{\pi vt}{SL}}{1 - S^2} \right] - 1 \quad (6.2.16)$$

其中  $S = S_1 = \pi v / \omega_1 L$ ，稱為速度參數。

由於梁中點的最大動態反應才是衝擊係數所要的計算物理量，因此，(6.2.16)式之最大值才是我們所需推算之梁變位衝擊係數  $I_u$ ，即：

$$I_u \cong \left[ \frac{\sin \frac{\pi vt}{L} - S \sin \frac{\pi vt}{SL}}{1 - S^2} \right]_{\max} - 1 \quad (6.2.17)$$

欲求上式之極值，可以  $(vt/L, S)$  為變數，對上式進行偏微分計算，求出衝擊係數之最大值，即  $S = 0.167$ ， $vt/L = 0.763$ ， $I_{u, \max} = 0.77$ ，唯此種計算方式之困難在非線性方程式之求解。

Yang 等人則以量測的方式來計算大部分橋梁的衝擊反應，然後再由這些衝擊反應資料來找出最大的衝擊值，其所得到的變位衝擊係數表示式：

$$\xi = 0, \quad I_u = \begin{cases} 1.54S & \dots\dots\dots 0 < S < 0.5 \\ 0.77 & \dots\dots\dots 0.5 \leq S < 1.0 \end{cases} \quad (6.2.18a)$$

$$\xi = 0.02, \quad I_u = \begin{cases} 1.45S & \dots\dots\dots 0 < S < 0.5 \\ 0.72 & \dots\dots\dots 0.5 \leq S < 1.0 \end{cases} \quad (6.2.18b)$$

$$\xi = 0.05, \quad I_u = \begin{cases} 1.3S & \dots\dots\dots 0 < S < 0.5 \\ 0.66 & \dots\dots\dots 0.5 \leq S < 1.0 \end{cases} \quad (6.2.18c)$$

由(6.2.18)式可知，最大變位衝擊係數與速度參數  $S$  呈線性關係，即車速越快，橋的衝擊反應也越明顯，而當  $S \geq 0.5$  時，則呈常數關係，其原因可能是當車速達到超高速狀態時 ( $\geq 300\text{km/h}$ )，車子通過橋梁的時間極短，橋體所受到的行車衝擊力宛若彈性體受到突加的衝擊力(impulse force)一般，因此當車子以

$S \geq 0.5$  的超高速通過時，梁的最大動態反應即可視為達到衝擊反應的最高定位。

### 6.3 列車通過簡支型橋梁之衝擊反應

#### 6.3.1 序列型載重通過簡支梁之動態反應

當一序列型載重，如圖 6.2，以等間距  $d$ ，等速  $v$  通過一長度為  $L$  之簡支梁時，在忽略橋梁之阻尼的情況下，其運動方程式可寫為<sup>[37,38]</sup>：

$$m\ddot{u}(x,t) + EI_b u^{(4)}(x,t) = \sum_{k=1}^N p[U_k(t,v,L)] \quad (6.3.1)$$

其中： $m$  = 梁的單位長度質量， $EI_b$  = 梁的撓曲斷面性質， $u(x,t)$  = 梁的變形， $N$  為已通過橋梁左端點之載重個數，函數  $U_k(t,v,L)$  表示第  $k$  個移動載重進入橋梁時，作用在橋梁上所經歷的時程，其可表示為：

$$U_k(t,v,L) = \delta[x - v(t - t_k)] [H(t - t_k) - H(t - t_k - L/v)] \quad (6.3.2)$$

其中：

$\delta$  為 Dirac Delta 函數， $t_k$  代表第  $k$  個移動載重進入橋梁左端點的時間， $H(t - t_k)$  為單位階梯函數(unit step function)。

若序列型載重為一列車，為了模擬列車之載重，我們可以將列車的車箱以「前后台車系統」為劃分元件，分別模擬成兩串等間距之等大小之移動載重，兩者具有時間差  $t_c = L_c/v$ ，如圖 6.3，兩串載重間僅具有時間延時  $t_c$ ，故僅需將 (6.3.1) 式之外力作用項加上一時間延時即可，其運動方程式可寫為：

$$m\ddot{u}(x,t) + EI_b u^{(4)}(x,t) = \sum_{k=1}^N p[U_k(t,v,L) + U_k(t - t_c, v, L)] \quad (6.3.3)$$

若在零初始條件下，就簡支梁而言，其邊界條件及初始條件可表示為：

$$u(0,t) = u(L,t) = 0 \quad (6.3.4a)$$

$$EI_b u''(0,t) = EI_b u''(L,t) = 0 \quad (6.3.4b)$$

$$u(x,0) = \dot{u}(0,t) = 0 \quad (6.3.4c)$$

由於簡支梁的基本振態可以用來作為  $u(x,t)$  的形狀函數，並滿足(6.3.4)式之邊界條件，故吾人可令  $u(x,t) = q(t) \sin(\pi x/L)$ ，代入(6.3.3)式，可得：

$$\ddot{q}(t) + \omega^2 q(t) = \frac{2P}{mL} \left\{ \sum_{k=1}^N \sin\left(\frac{\pi v(t-t_k)}{L}\right) \times [H(t-t_k) - H(t-t_k - L/v)] + \sum_{k=1}^N \sin\left(\frac{\pi v(t-t_k-t_c)}{L}\right) \times [H(t-t_k-t_c) - H(t-t_k-t_c - L/v)] \right\} \quad (6.3.5)$$

經由求解(6.3.5)式，並配合(6.3.4)式之零初始條件，我們可以得到：

$$u(x,t) = \frac{2pL^3}{EI_b \pi^4} \frac{1}{1-S^2} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \times [P(v,t) + P(v,t-t_c)] \quad (6.3.6)$$

其中：

$$P(v,t) = \sum_{k=1}^N \{ \sin \Omega(t-t_k) - S \sin \omega(t-t_k) \} H(t-t_k) - \sum_{k=1}^N \{ \sin \Omega(t-t_k - L/v) - S \sin \omega(t-t_k - L/v) \} H(t-t_k - L/v) \quad (6.3.7)$$

而  $\Omega =$  車體對橋梁驅動頻率  $(= \pi v/L)$ ， $\omega =$  基本振頻  $[= (\pi/L)^2 \times (EI_b/m)^{1/2}]$ ；

$S$  為速度參數  $(= \Omega/\omega)$ ，由於(6.3.6)式只採用單一形狀函數來計算，故其著眼點在於梁中點之動態反應，若  $x$  表梁中其他位置，則僅能視為近似模擬。

由於(6.3.7)式甚為繁複，故可再將(6.3.7)式簡化為：

$$P(v,t) = \left[ \sin \Omega(t-t_N) - S \sin \omega(t-t_N) \right] H(t-t_N) - 2S \cos \frac{\omega L}{2v} \times \left[ \sin\left(t - \frac{L}{2v}\right) + \sin\left(t - \frac{L}{2v} - \frac{t_N}{2}\right) \frac{\sin\left((N-2)\frac{\omega d}{2v}\right)}{\sin \frac{\omega d}{2v}} \right] H\left(t - t_{N-1} - \frac{L}{v}\right) \quad (6.3.8)$$

橋梁中點的反應可寫為：

$$u\left(\frac{L}{2}, t\right) = \frac{2pL^3}{EI_b\pi^4} \frac{1}{1-S^2} \times [P(v, t) + P(v, t-t_c)] \quad (6.3.9)$$

其中  $P(v, t)$  如(6.3.8)式所示。

### 6.3.2 共振反應

由(6.3.8)式可知，當  $(\omega d/2v) = n\pi$ ，即  $\sin(\omega d/2v) = 0$  時，由 L'Hospital 法則可知：

$$\begin{aligned} & \left. \sin\left(t - \frac{L}{2v} - \frac{t_N}{2}\right) \frac{\sin\left((N-2)\frac{\omega d}{2v}\right)}{\sin\frac{\omega d}{2v}} \right|_{\sin\frac{\omega d}{2v}=0} \\ &= (N-2) \times \sin\left[\omega\left(t - \frac{L}{2v}\right) - 2(N-1) \times \frac{\omega d}{2\pi}\right] \\ &= (N-2) \times \sin\omega\left(t - \frac{L}{2v}\right) \end{aligned} \quad (6.3.10)$$

故(6.3.9)式可寫成：

$$\begin{aligned} P(v, t) &= [\sin\Omega(t-t_N) - S \sin\omega(t-t_N)]H(t-t_N) \\ &\quad - 2(N-1)S \cos\frac{\omega L}{2v} \sin\left(t - \frac{L}{2v}\right)H\left(t - t_N - \frac{L}{v}\right) \end{aligned} \quad (6.3.11)$$

故橋梁反應將隨通橋梁的移動載重數  $(N-1)$  的增加而放大，即所謂的“共振反應”。由  $(\omega d/2v) = n\pi$  之條件，可得：

$$v_{res} = \frac{\omega d}{(2n\pi)} \quad (6.3.12)$$

(6.3.12)式即為共振車速，若以無因次之速度參數  $S$  表示，可寫為：

$$S_{res} = \frac{d}{2nL} \quad (6.3.13)$$

由(6.3.12)式可知，當列車由開始啟動到加速到營運速度時，將會遭遇一連串共振反應，所幸  $n$  越大， $S$  越小，(6.3.11)式  $P(v, t)$  之值也越小，對橋梁產生的影響也越小，當  $n=1$  時， $S_{res} = d/2L$ ，以現行高鐵橋梁的形式， $S$  有可能落在營

運車速之範圍內，故吾人必須加以避免之，若已知固定輪距  $d$ ，則在既定之營運速度下，可藉由調整橋梁長  $L$  與斷面性質  $EI_b$  來避免橋梁發生共振的效應。

### 6.3.3 相消效應

由 (6.3.8) 式可知，當  $(\omega d/2v) = \frac{(2n-1)}{2}\pi$ ，即  $\cos(\omega d/2v) = 0$  時，(6.3.9) 式可寫成：

$$P(v,t) = [\sin \Omega(t-t_N) - S \sin(t-t_N)]H(t-t_N) \quad (6.3.14)$$

由上式觀之， $P(v,t)$  並不會因為移動載重的數目增加而使反應變大，由  $(\omega L/2v) = (2n-1)\pi/2$  之條件，可得：

$$S_{can} = \frac{1}{2n-1} \quad (6.3.15)$$

故在此種狀況下，無論車軸間距  $d$  為何，吾人可藉由調整橋梁之跨長  $L$  及斷面性質  $EI_b$ ，期望當列車通過橋梁所產生的動態反應，能因相消效應而降至最小。

### 6.3.4 最佳車箱長度與橋跨

根據 Yang<sup>[39]</sup>等人之研究，第一共振尖峰條件 ( $S_{res} = d/2L$ ) 常是使橋梁衝擊反應巨幅增加的原因，若能使這種共振條件，配合(6.3.15)式的相消條件，即  $d/2L = 1/(2n-1)$ ，則吾人便可得：

$$\frac{L}{d} = n - 0.5 \quad (6.3.16)$$

則上式便可視為列車行經簡支型橋梁之最佳車長與橋跨之建議式。

## 6.4 橋梁安裝調諧質塊阻尼器受車行之動態反應

### 6.4.1 運動方程式

對於如圖 6.4 之簡支型橋梁外加一調諧質塊阻尼器之結構系統，受車行載重作用時，其運動方程式可寫為：

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{X}(t) = \mathbf{E}\mathbf{w}(t) \quad (6.4.1)$$

其中：

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_s + \mathbf{L}m_d\mathbf{L}^T & m_d\mathbf{L} \\ m_d\mathbf{L}^T & m_d \end{bmatrix}, \text{ 爲}(n+1) \times (n+1)\text{-之質量矩陣；}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_s & 0_{n \times 1} \\ 0_{1 \times n} & c_d \end{bmatrix}, \text{ 爲}(n+1) \times (n+1)\text{-之阻尼矩陣，}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & 0_{n \times 1} \\ 0_{1 \times n} & k_d \end{bmatrix}, \text{ 爲}(n+1) \times (n+1)\text{-之勁度矩陣，}$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_s \\ x_d \end{bmatrix}, \text{ 爲}(n+1) \times 1\text{-之位移向量，}$$

$\mathbf{M}_s$ 、 $\mathbf{C}_s$ 、 $\mathbf{K}_s$ 分別為 $(n \times n)$ -之主結構質量矩陣、阻尼矩陣、勁度矩陣，

$m_d$ 、 $c_d$ 、 $k_d$ 分別為阻尼器之質量，阻尼，勁度，

$\mathbf{E}$ 為 $(n+1) \times (n+1)$ 擾動位置向量，

$\mathbf{w}(t)$ 為 $(n+1) \times 1$ 擾動向量，

$\mathbf{L}$ 為 $(n \times 1)$ TMD 之位置向量，

## 6.4.2 數值模擬

### 1. 質量矩陣：

關於質量矩陣部分，本文擬利用諧和質量法，對於一簡支梁，假設其垂直變位 $u(x,t)$ 由 $N$ 個形狀函數所疊加而成，即：

$$u(x,t) = \sum_{j=1}^N q_j(t)\phi_j(x) \quad (6.4.2)$$

因質量矩陣僅與慣性力相關，故梁中任一段微元素  $dx$  之慣性力為：

$$m(x)dx\ddot{u}(x,t) = m(x)dx \sum_{j=1}^N \ddot{q}_j(t)\phi_j(x) \quad (6.4.3)$$

利用虛功原理，當於  $q_i(t)$  座標引進一虛變位  $\delta q_i$  時，則梁所生之變位為  $\delta u(x) = \delta q_i \phi_i(x)$ ，此時全梁之慣性力所做之虛功  $\delta W_1$  應等於相當節點外力所做之虛功，即：

$$\delta W_1 = \int_0^L - \left[ m(x)dx \sum_{j=1}^N \ddot{q}_j(t)\phi_j(x) \right] \delta q_i \phi_i(x) = \sum_{j=1}^N -\delta q_i [\ddot{q}_j(t)m_{ij}] \quad (6.4.4)$$

故得：

$$m_{ij} = \int_0^L m(x)\phi_i(x)\phi_j(x)dx \quad (6.4.5)$$

上述之形狀函數係選取全梁之變形形狀，有時並不容易，甚至產生嚴重誤差，故吾人可以有限元素法之觀念，將連體系統分割成一組分離之元素；故可用撓曲問題中之梁元素來模擬。此元素每一節點各有一移動座標，一轉動座標，故  $u(x,t)$  可寫成：

$$u(x,t) = q_1\phi_1 + q_2\phi_2 + q_3\phi_3 + q_4\phi_4 \quad (6.4.6)$$

利用靜力學方式，可求出對應於  $q_i(t)$  之形狀函數，此皆為三次函數，稱

「Hermitian」三次多項式，即：

$$\phi_1(x) = -x(1-x/L)^2 \quad (6.4.7a)$$

$$\phi_2(x) = -(x^2/L)(1-x/L)^2 \quad (6.4.7b)$$

$$\phi_3(x) = 1-3(x/L)^2 + 2(x/L)^3 \quad (6.4.7c)$$

$$\phi_4(x) = 2(x/L)^2 - 2(x/L)^3 \quad (6.4.7d)$$

將(6.4.7)式代入(6.4.5)式，即可得：

$$[\mathbf{M}] = \left( \frac{mL}{420} \right) \begin{bmatrix} 4L^2 & & & & & \\ & -3L^2 & 4L^2 & & & \\ & -22L & 13L & 156 & & \\ & -13L & 22L & 54 & 156 & \\ & & & & & \end{bmatrix} \quad (6.4.8)$$

## 2. 勁度矩陣

與質量矩陣類似，勁度矩陣亦可利用虛功法求出，再利用有限元素法之模式，可求出勁度矩陣為：

$$[\mathbf{K}] = \left( \frac{EI_b}{L^3} \right) \begin{bmatrix} 4L^2 & & & & & \\ & 2L^2 & 4L^2 & & & \\ & -6L & -6L & 12 & & \\ & 6L & 6L & -12 & 12 & \\ & & & & & \end{bmatrix} \quad (6.4.9)$$

## 3. 靜態濃縮

由於將一連體系統加以離散化時，常為求準確度，須將系統細分為許多元素，導致自由度座標之數目相當龐大，連帶使系統之質量、勁度矩陣階數亦大為增加。故吾人採用「靜態濃縮法」(static condensation method)，將次要自由度去除，剩餘主要自由度座標，由於兩座標之間依其靜態關係而建立，故稱為靜態濃縮法。

以一勁度矩陣為例，若一組欲除去之次要自由度座標為  $q_s(t)$ ，主要自由度座標為  $q_p(t)$ ，則可將勁度矩陣加以重新排列，得表為：

$$\begin{bmatrix} K_{ss} & K_{sp} \\ K_{ps} & K_{pp} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_s \\ q_p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{ss} \\ f_{sp} \end{bmatrix} \quad (6.4.10)$$

假受無任何彈性力作用於次要自由度上，即  $f_{ss} = 0$ ，則  $q_s$  可寫成：

$$q_s = -K_{ss}^{-1} K_{sp} q_p = T^* q_p \quad (6.4.11)$$



其中： $T^* = -K_{ss}^{-1}K_{sp}$

將(6.4.11)式帶回(6.4.10)式，則 $q_p$ 可寫成：

$$K'q_p = f_{sp} \quad (6.4.12)$$

其中： $K' = K_{pp} - K_{ps}K_{ss}^{-1}K_{sp}$

故經(6.4.12)式，即可將次要自由度座標濃縮至主要自由度座標。

在本文所舉之例子中，樑之旋轉自由度與垂直自由度比較，係較不重要之自由度座標，故吾人以靜態濃縮法得到以垂直自由度為主之自由度座標。

#### 4. 載重向量

本文中簡支型橋梁的外加載重為車行載重，故可將橋梁離散化為一具有 $n$ 個結點， $n$ 自由度之結構系統，當外力作用在結點上時，此外力即為對應之自由度所承受之外力；若載重作用在兩結點之間時，則以線性分配的原則分配至兩對應之自由度上。

#### 5. 狀態空間法

(6.4.1)式可以狀態空間法寫成：

$$\dot{z}(t) = A^*z(t) + E^*w(t) \quad (6.4.10)$$

其中：

$z(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix}$ ，為 $2(n+1) \times 1$ 之狀態向量，

$A^* = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}$ ，為 $2(n+1) \times 2(n+1)$ 之系統矩陣，

$E^* = \begin{bmatrix} 0 \\ -M^{-1}E \end{bmatrix}$ ，為 $2(n+1) \times (n+1)$ 外力分配矩陣，

對(6.4.10)式取拉普拉斯轉換 (Laplace Transform) 後可得，

$$z(s) = H(s)z(t_0) + H(s)G(s) \quad (6.4.11)$$

其中：

$$\mathbf{H}(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A}^*)^{-1}, \quad (6.4.12a)$$

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{E}^* \mathbf{w}(s), \quad (6.4.12b)$$

$\mathbf{z}(t_0)$  表初始條件。

對(6.4.11)式取逆拉式轉換，利用迴旋積分定理(convolution theorem)，可得：

$$\mathbf{z}(t) = e^{\mathbf{A}^*(t-t_0)} \mathbf{z}(t_0) + \int e^{\mathbf{A}^*(t-\tau)} \mathbf{E}^* \mathbf{w}(\tau) d\tau \quad (6.4.13)$$

欲展開(6.4.13)式，在取樣週期內之連續函數  $\mathbf{w}(\tau)$  須已知。假設載重函數在兩連續取樣瞬間為線性變化，令  $t_0 = (k-1)\Delta t$ 、 $t = k\Delta t$  及  $\mathbf{z}[k] = \mathbf{z}(k\Delta t)$ 、 $\mathbf{z}[k-1] = \mathbf{z}((k-1)\Delta t)$ ，則：

$$\mathbf{w}(\tau) = \frac{k\Delta t - \tau}{\Delta t} \mathbf{w}[(k-1)\Delta t] + \frac{\tau - (k-1)\Delta t}{\Delta t} \mathbf{w}[k\Delta t], \quad (k-1)\Delta t < \tau < k\Delta t \quad (6.4.14)$$

故(6.4.1)式之解，依據狀態空間法，可表示成差分方程式如下：

$$\mathbf{z}[k] = \mathbf{A}\mathbf{z}[k-1] + \mathbf{E}_0 \mathbf{w}[k-1] + \mathbf{E}_1 \mathbf{w}[k] \quad (6.4.15)$$

其中：

$\mathbf{A} = e^{\mathbf{A}^* \Delta t}$ ，為  $2(n+1) \times 2(n+1)$  之離散時間系統矩陣，

$\mathbf{E}_0 = \left[ (\mathbf{A}^*)^{-1} \mathbf{A} + \frac{1}{\Delta t} (\mathbf{A}^*)^{-2} (\mathbf{I} - \mathbf{A}) \right] \mathbf{E}^*$ ，為  $2(n+1) \times (n+1)$  前瞬時離散時間外力分配矩陣；

$\mathbf{E}_1 = \left[ -(\mathbf{A}^*)^{-1} + \frac{1}{\Delta t} (\mathbf{A}^*)^{-2} (\mathbf{I} - \mathbf{A}) \right] \mathbf{E}^*$ ，為  $2(n+1) \times (n+1)$  後瞬時離散時間外力分配矩陣。

### 6.4.3 實例探討

本文擬以一簡支型橋梁為範例，討論在橋梁受單一與序列式載重下，橋梁所受之衝擊反應，並探討橋梁加裝 TMD 後，是否能對降低橋梁的動態反應有所助益。

今有一簡支型橋梁，其單位長度的質量為  $23.4(t/m)$ ，跨距為  $31.3(m)$ ，梁撓曲剛度  $EI = 153 \times 10^6 (KN/m)$ ，承受單一移動車行載重  $P = 50(t)$ ，圖 6.5、6.6 為在各種不同之行車速率下，橋梁中點之位移與加速度的歷時反應。由圖可知，車行之速度越快，橋梁中點之位移反應雖然亦變大，但增加之幅度則並不明顯，而橋梁中點之加速度反應之增加幅度，則隨車速的增快而變大；故行車載重對橋梁中點加速度反應的影響較位移反應的影響為大。圖 6.7 則為橋梁加裝 TMD 與未加裝 TMD 的情況下，橋梁中點的位移與加速度反應。由圖可知，調諧質塊阻尼器對降低橋梁之反應助益不大。

當此橋梁受序列型載重  $P = 90(t)$ 、 $d = 20(m)$  通過時，由圖 6.7，吾人可觀察到當車速為共振車速時，橋梁中點的位移反應在共振車速下，有放大的情形，並隨通過的車廂數 ( $N$ ) 越多，位移反應越大。

圖 6.8 則為當序列型載重以共振車速通過時，橋梁加裝 TMD 與未加裝 TMD 時，橋梁中點的位移與加速度反應，由圖可知一個經由最佳化設計之 TMD，確實可以有效降低橋梁中點的位移與加速度反應。綜觀上述，吾人可獲得如下之結論：

1. 在單一行車載重通過橋梁時，由於通過時間極短，載重亦不具規律性，故橋梁並不易產生共振，裝置 TMD 之效果亦非常有限。
2. 在序列型載重通過時，若車速已定，可選擇適當的  $EI, L$  之值以避開共振。
3. 若橋梁因車行載重而產生共振時，一個設計適當的 TMD，可有效的降低橋梁之動態反應。

## 第七章 結論與建議

### 7.1 結論

本計畫針對高橋墩橋梁周期長、地震時橋墩之剪力小彎矩大及橫向為耐震弱點等結構特性，提出以晃動橋墩機制減少橋梁所受之地震力，並建立其數值解析模式以及完成 1/50 縮尺橋梁模型之振動台試驗。此外，本研究亦完成高橋墩橋梁之風力反應分析、現行風力規範應用於高橋墩橋梁之檢討，以及行車引致橋梁振動之振動分析與控制（應用諧調質塊阻尼器），並發展出多自由度諧調質塊阻尼控制結構之最佳設計方法。根據本研究完成之理論分析與試驗結果歸納結論如下：

1. 愈細長的結構愈容易產生晃動（於地震強度較小時即發生晃動行為），因此高橋墩橋梁極易形成晃動機制。
2. 晃動機制有助於高橋墩橋梁減震。搖晃橋柱系統藉由橋柱與下部基礎結構之不連續介面，使橋柱在地震力大到一定程度時發生晃動，因而改變柱底之邊界條件，瞬間釋放橋墩基底的傾覆彎矩，進而截斷地震力之傳遞，防止橋柱產生進一步之撓曲變形，故能有效降低柱底剪力與彎矩而避免破壞。
3. 晃動機制屬非線性行為，橋墩之晃動角度有一上限門檻，並不隨地震強度增加而增大；地震強度愈大，減震效益愈明顯。
4. 參數研究之結果顯示，在不同強度之 El Centro 地震下，晃動橋柱之減震效益隨橋墩之高寬比增加而遞減。
5. 在以集集地震（Tcu129 測站之記錄，近斷層）為輸入震波下，搖晃橋柱有極顯著之減震效益，顯示晃動機制對於近斷層結構之防震相當有效。
6. 〔建築物風力規範條文、解說及示範例之研訂〕有關順風向風力之規定可適用於高橋墩橋樑之結構設計；有關橫風向風力之規定侷限於建築物，無法用於高橋墩橋樑之結構設計。
7. 〔公路橋梁設計規範〕有關風力之規定僅適用於地況 A；即大城市市中心區，至少有 50%之建築物高度大於 20 公尺者才適用。對於地況

B,C,D 之風力則過於低估，並不適用。

8. 根據文獻【1】高橋墩搖晃橋柱之實例分析結果顯示，風力之作用不致產生橋柱搖晃行爲。
9. 傳統 TMD 之最佳設計中，係藉降低結構物欲控制模態之位移反應，以達降低主結構整體反應之效果，本研究提出之方法，則以降低結構物所有模態之反應而達到降低主結構整體反應之目標，因此更具整體性與適用性。
10. 單一行車載重通過橋梁時，由於載重不具周期性，即使以共振車速通過亦不會產生持續之共振效應，裝置 TMD 之控制效果十分有限；橋梁因序列車行載重而產生共振時，經適當設計之 TMD 可有效降低橋梁之動態反應。
11. 序列型載重通過時，可根據設計車速選擇適當的橋梁斷面(EI)及跨距值而避開共振。

## 7.2 建議

1. 爲避免晃動過程柱腳因碰撞而局部破壞，建議實際應用時應於碰撞介面鋪陳橡膠墊以緩衝碰撞力。
2. 本研究之搖晃橋柱分析模型係針對 A 型桁架結構所發展，建議未來應再發展門型構架之搖晃橋柱分析模型。
3. 本研究初步證實搖晃橋柱系統對於近斷層地震之減震效益極佳，相關問題值得作更深入之探討。
4. 橫風向效應仍須待進一步評估，建議未來須進行縮尺模型之風洞試驗，量測得較爲可靠橫風向風力頻譜函數作爲分析依據。
5. 本研究有關行車引致之橋梁振動反應係針對簡支梁而發展，建議未來可針對連續梁進一步加以探討。
6. 我國之長跨徑橋梁以斜張橋爲主，建議未來有關長跨徑橋梁之抗風問題以斜張橋爲具體之研究對象。斜張橋之減振技術發展目前爲各國所重視，斜張橋風力反應分析涉及大變形、繩索動力學以及風與結構互制等問題，此外須有風洞試驗配合，建議應著手進行相關研究。

## 參考文獻

1. 蔡益超、林宗賢，「建築物所受風力有關規範之研擬」，行政院國科會防災科技研究報告 73-24 號(台北，民國 73 年)。
2. 吉田浩，「關越自動車道之高橋腳之設計施工」，橋梁與基礎(民國 74 年)，頁 13-21。
3. 陰飛龍，「空心橋墩施工簡介」，橋梁建設，第二期(民國 82 年)，頁 42-47。
4. Beck, J.L. and R.I. Skinner, "The Seismic Response of a Reinforced Concrete Bridge Pier Designed to Step," Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 2(1974), 343-358.
5. Skinner I. R., Robinson W.H., and Mcverry G.H.. An Introduction to Seismic Isolation, John Wiley & Sons. (1993)
6. Sharpe, R.D. and R.I. Skinner, "The Seismic Design of an Industrial Chimney with Rocking Base," Bull. NZ Nat. Soc. for Earthq. Eng. , Vol. 16, No. 2(1983), 98-106.
7. 交通部，公路橋樑設計規範，民國 76 年。
8. 中華民國結構工程學會，「建築物風力規範條文、解說及示範例之研訂」，內政部建築研究所，民國 85 年。
9. McNamara ,R.J., "Tuned Mass Dampers for Buildings", Journal of the Structure Division, ASCE, Vol.103, No.ST9(Sep,1977), 1985-1988.
10. Kwok, K.C.S. "Dampers Increase in Building with Tuned Mass Damper", Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 110(1984), 1645-1649.
11. Battista, Pfeil "Damping Wind and Traffic-Induced Oscillations of the Rio-Niteroi Bridge", IABSE Symposium- Rio de Janeiro-(Aug.1999) 25-27.
12. Den Hartog, J.P., Mechanical Vibrations.4<sup>th</sup> edition, McGraw-Hill, (New York.1956)
13. Warburton, G.B and Ayorinde, E.O. "Optimum Absorber Parameters for Simple

- Systems”, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 8(1980), 197-217.
14. Warburton, G.B. “Optimum Absorber Parameters for Various Combinations of Response and Excitation Parameters”, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 10(1982), 381-401.
15. Mander, J.B., and Cheng, C-T. “Seismic Resistance of Bridge Piers Based on Damage Avoidance Design,” Technical Report NCEER-97-0014, NCEER SUNY/Buffalo(1997), N.Y.
16. Yim, C-S., Chopra, A.K. and Penzien, J.. “Rocking Response of Rigid Blocks to Earthquake,” Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 8(1980), 565-587.
17. Housner, G.W.. “The Behavior of Inverted Pendulum Structures During Earthquake,” Bulletin of the seismological Society of America, Vol. 53, No.2(1963), 403-417.
18. Chopra, A. K. and Yim, C.-S. “Simplified earthquake analysis of structures with foundation uplift.” J. Struct. Engrg., ASCE, Vol.111, No. 4.(1985), 906-930.
19. Psycharis, I.N.. “Effect of Base Uplift on Dynamic Response of SDOF Structures,” Journal of Structural Engineering, ASCE Vol. 117, No. 3, (March 1991), 733-754.
20. Xu, C-J. and Spyrakos, C.C.. “Seismic Analysis of Towers Including Foundation Uplift,” Engineering Structures, Vol. 18, No. 4(1996), 271-278.
21. Priestley, M.J.N. and Tao, J.. ”Seismic Response of Precast Prestressed Concrete Frame with Partially Debonded Tendons,” PCI Journal, Vol. 38, No. 1, (January-February 1993), 58-69.
22. Priestley, M.J.N. and MacRae, G.A.. ”Seismic Testing of Precast Beam-to-Column Joint Assemblage with Unbonded Tendons,” PCI Journal, Vol. 41, No. 1(1996), 64-80.
23. 王建超, 「剛體滑動晃動行為之研究」(新竹市國立交通大學土木工程學系碩士論文, 民國 88 年)。
24. Ferdinand P. Beer and E. Russel Johnston., Vector Mechanics for Engineers

Dynamics, Fourth Edition. (1984)

- 25.孔垂昌，「搖晃橋柱應用於橋梁減震之研究」(國立交通大學土木工程學系碩士論文，民國 88 年)。
- 26.Hossdorf, (1971), "Model Analysis of Structure", Von Nostrand Reinhold, Berkeley.
- 27.Simiu, E. and Scanlan, R. H., "Wind Effects on Structures", John Wiley (NY,1986).
- 28.張景鐘，李政儒，"結構物受風力作用之動態效應分析" 土木工程技術，第 5 期， pp. 1-19，民國 85 年六月。
- 29.Shinozuka, M., () "Stochastic Fields and Their Digital Simulation," Lecture Notes for CISM Course on Stochastic Methods in Structural Mechanics, Herries Publication Ltd Udine(Italy, Aug 1985), 28-30.
- 30.廖一帆 (1996)，「擬動態試驗數值積分法之研究-狀態空間法之應用」(新竹市，國立交通大學土木工程研究所碩士論文)。
- 31.Kareem, A. " Model for Predicting the Across-Wind Response of Buildings " , Engineering Structures, Vol. 6(1984) , 136-141 pp.
- 32.Kareem, A. "Across Wind Response of Buildings" , ASCE Vol.108, No. ST4(April 1982), 869-887.
- 33.Frahm, H., "Device for Damping Vibration of Bodies", U.S. Patent (1911)NO 989-958.
- 34.Crandall, S.H.&Mark, W.D. Random Vibration in Mechanical Systems, Academic Press(N.Y.1973), 55-101.
- 35.Clough, R. W., and Penzien, J. Dynamics of Structures, McGraw-Hill, N.Y. (1993)
- 36.Humar, J.L. , Dynamics of Structures, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J. (1990)
- 37.Yang, Y.B., Yau, J.D. " Vehicle-bridge interaction element for dynamic analysis" , Journal of Structure Engineering, 123(11) (1997), 1512-1518.



38. Yang, Y.B., Yau, J.D. "Vibration of simple beam due to trains moving at high speed", Engineering Structures, (11) (1997), 936-944.
39. 姚忠達、楊永斌，「高速鐵路車-橋互制理論」(圖文技術服務有限公司，民國 89 年)。
40. 王彥博、卓建全，「推測適應過濾法在系統識別之應用」，中華民國第三屆結構工程研討會論文集(墾丁，民國 85 年)，2023~2032。

表 2.1 剛性質塊高寬比相同於不同週期個數之等效阻尼比(H/B=8)

尺寸 週期數(N)	B=10	B=50
	$\zeta$ (%)	
3	1.73	1.73
5	1.87	1.87
7	1.88	1.87
10	1.84	1.84

表 2.2 橋柱模型之尺寸與結構參數

結構參數	單位	
橋梁上部結構重量(W)	N	$6.7 \times 10^6$
橋柱重量(P)	N	$2.2 \times 10^6$
橋柱之斷面性質(EA)	N	$1.37 \times 10^7$
橋柱全長(d)	m	61.3
橋墩高度 (h)	m	61
基部寬 (2l)	m	12.2
A 形橋墩張角 ( $2\theta$ )	rad	0.1994
基本周期 (T1) *	sec	1.4063

\*橋墩未晃動狀態

表 2.3 搖晃橋柱系統與傳統橋柱之地震反應比較  
(El Centro Earthquake; PGA = 0.34g)

<i>Max. Response Quantity</i>		<i>Conventional</i>	<i>Rocking</i>
$u_x$ (cm)		9	10
$\ddot{u}$ (g)		0.19	0.23
BS(kN)		1574	1896
OM (m-kN)		96032	74690
$\phi / \phi_{cr}$		0	0.0048
$P_R$ (kN)	<i>Compression</i>	12615	25970
	<i>Tension</i>	2284	0
$P_L$ (kN)	<i>Compression</i>	13439	26397
	<i>Tension</i>	1460	0

表 2.4 搖晃橋柱系統與傳統橋柱之地震反應比較  
(El Centro Earthquake; PGA=0.68g)

<i>Max. Response Quantity</i>		<i>Conventional</i>	<i>Rocking</i>
$u_x$ (cm)		19	25
$\ddot{u}$ (g)		0.39	0.23
BS(kN)		3149	1916
OM (m-kN)		192000	85539
$\phi / \phi_{cr}$		0	0.030
$P_R$ (kN)	<i>Compression</i>	19652	34278
	<i>Tension</i>	10145	0
$P_L$ (kN)	<i>Compression</i>	21300	36380
	<i>Tension</i>	8497	0

表 2.5 搖晃橋柱系統與傳統橋柱之地震反應比較  
(El Centro Earthquake; PGA=1.0g)

<i>Max. Response Quantity</i>		<i>Conventional</i>	<i>Rocking</i>
$u_x$ (cm)		28	50
$\ddot{u}$ (g)		0.57	0.27
BS(kN)		4630	2167
OM (m-kN)		282000	95343
$\phi / \phi_{cr}$		0	0.172
$P_R$ (kN)	<i>Compression</i>	26275	57793
	<i>Tension</i>	17544	0
$P_L$ (kN)	<i>Compression</i>	28700	40104
	<i>Tension</i>	15120	0

表 2.6 搖晃橋柱系統與傳統橋柱之地震反應比較  
(Chi-Chi Earthquake; PGA=1.003g)

<i>Max. Response Quantity</i>		<i>Conventional</i>	<i>Rocking</i>
$u_x$ (cm)		26	25
$\ddot{u}$ (g)		0.54	0.23
BS(kN)		4400	1878
OM (m-kN)		268000	74428
$\phi / \phi_{cr}$		0	0.03
$P_R$ (kN)	<i>Compression</i>	27560	36166
	<i>Tension</i>	13900	0
$P_L$ (kN)	<i>Compression</i>	25056	33165
	<i>Tension</i>	16405	0

表 2.7 搖晃橋柱系統在不同高寬比下之地震反應  
(El Centro Earthquake, PGA=0.34g)

$h/l$		4	6	8	10	12
Max. Response Quantity						
T(sec)		0.90	1.09	1.26	1.41	1.54
$\phi / \phi_{cr}$	Rocking	0.028	0.006	0.018	0.005	0.008
	Conventional	--	--	--	--	--
$\ddot{u}$ (g)	Rocking	0.442	0.319	0.265	0.232	0.212
	Conventional	0.573	0.425	0.296	0.193	0.207
$u_x$ (cm)	Rocking	20	8	17	10	13
	Conventional	11	13	12	9	12
BS (kN)	Rocking	3613	2604	2165	1896	1731
	Conventional	4683	3474	2420	1574	1690
OM (MN-m)	Rocking	42	47	65	75	90
	Conventional	114	127	118	96	124
$P_R$ (kN)	Rocking	50492	25561	33173	25990	26101
	Conventional	28981	21189	16392	12615	13116
$P_L$ (kN)	Rocking	55657	28353	32549	26397	26953
	Conventional	27816	22893	17678	13439	14030

表 2.8 搖晃橋柱系統在不同高寬比下之地震反應  
(El Centro Earthquake, PGA=0.5g)

$h/l$		4	6	8	10	12
Max. Response Quantity						
T(sec)		0.90	1.09	1.26	1.41	1.54
$\phi / \phi_{cr}$	Rocking	0.017	0.036	0.028	0.047	0.059
	Conventional	--	--	--	--	--
$\ddot{u}$ (g)	Rocking	0.437	0.324	0.267	0.233	0.213
	Conventional	0.843	0.626	0.436	0.283	0.304
$u_x$ (cm)	Rocking	13	26	23	35	44
	Conventional	17	18	17	14	18
BS (kN)	Rocking	3569	2646	2178	1902	1737
	Conventional	6887	5109	3559	2315	2486
OM (MN-m)	Rocking	38	57	69	84	102
	Conventional	168	187	174	141	182
$P_R$ (kN)	Rocking	40714	50350	36652	43717	44997
	Conventional	39994	28536	21481	15927	16664
$P_L$ (kN)	Rocking	42394	46164	38962	37063	42941
	Conventional	38281	31041	23372	17139	18008

表 2.9 搖晃橋柱系統在不同高寬比下之地震反應  
(El Centro Earthquake, PGA=0.68g)

$h/l$		4	6	8	10	12
Max. Response Quantity						
T(sec)		0.90	1.09	1.26	1.41	1.54
$\phi / \phi_{cr}$	Rocking	0.045	0.026	0.050	0.030	0.049
	Conventional	--	--	--	--	--
$\ddot{u}$ (g)	Rocking	0.443	0.324	0.267	0.235	0.212
	Conventional	1.147	0.851	0.593	0.386	0.414
$u_x$ (cm)	Rocking	29	20	36	25	38
	Conventional	23	25	23	19	24
BS (kN)	Rocking	3569	2646	2178	1902	1737
	Conventional	9367	6949	4840	3149	3381
OM (MN-m)	Rocking	44	56	73	86	93
	Conventional	229	254	236	192	248
$P_R$ (kN)	Rocking	73473	43065	51908	34278	32057
	Conventional	52385	36801	27206	19652	20654
$P_L$ (kN)	Rocking	52519	35769	38300	36380	41405
	Conventional	50054	40208	29778	21301	22482

表 2.10 搖晃橋柱系統在不同高寬比下之地震反應  
(El Centro Earthquake, PGA=0.8g)

$h/l$		4	6	8	10	12
Max. Response Quantity						
T(sec)		0.90	1.09	1.26	1.41	1.54
$\phi / \phi_{cr}$	Rocking	0.137	0.067	0.121	0.051	0.071
	Conventional	--	--	--	--	--
$\ddot{u}$ (g)	Rocking	0.48	0.33	0.279	0.234	0.212
	Conventional	1.349	1.001	0.697	0.454	0.487
$u_x$ (cm)	Rocking	86	43	79	38	51
	Conventional	27	29	27	22	29
BS (kN)	Rocking	3919	2698	2281	1909	1733
	Conventional	11020	8175	5694	3704	3977
OM (MN-m)	Rocking	61	63	88	84	96
	Conventional	269	299	278	226	291
$P_R$ (kN)	Rocking	187460	64642	95303	40902	34273
	Conventional	60645	42311	31023	22136	23315
$P_L$ (kN)	Rocking	189580	73654	87086	46312	50776
	Conventional	57902	46319	34048	24075	25465



表 2.11 搖晃橋柱系統在不同高寬比下之地震反應  
(El Centro Earthquake, PGA=1.0g)

<i>h/l</i>		<i>4</i>	<i>6</i>	<i>8</i>	<i>10</i>	<i>12</i>
<i>Max. Response Quantity</i>						
<i>T(sec)</i>		0.90	1.09	1.26	1.41	1.54
$\phi / \phi_{cr}$	<i>Rocking</i>	0.150	0.149	0.106	0.172	0.087
	<i>Conventional</i>	--	--	--	--	--
<i>ii</i> (g)	<i>Rocking</i>	0.485	0.346	0.275	0.238	0.214
	<i>Conventional</i>	1.687	1.251	0.871	0.567	0.609
$u_x$ (cm)	<i>Rocking</i>	95	95	70	111	61
	<i>Conventional</i>	34	37	34	28	36
<i>BS</i> (kN)	<i>Rocking</i>	3963	2826	2245	1943	1746
	<i>Conventional</i>	13775	10219	7117	4630	4972
<i>OM</i> (MN-m)	<i>Rocking</i>	95	79	85	95	103
	<i>Conventional</i>	336	374	347	283	364
$P_R$ (kN)	<i>Rocking</i>	204000	144000	83264	74279	50927
	<i>Conventional</i>	74411	51494	37384	26275	27749
$P_L$ (kN)	<i>Rocking</i>	206000	133000	85541	106000	56049
	<i>Conventional</i>	70983	56505	41166	28700	30437

表 2.12 搖晃橋柱系統在不同阻尼係數下之地震反應  
(El Centro Earthquake, PGA=0.34g,  $h/l=10$ )

$C$ ( $kN \cdot s / m$ ) Max. Response Quantity	$0$	$1 \times 10^6$	$5 \times 10^6$	$10 \times 10^6$	$20 \times 10^6$
$\phi / \phi_{cr}$	0.0048	0.0047	0.0040	0.0043	0.0037
$\ddot{u}$ (g)	0.23	0.24	0.27	0.34	0.46
$u_x$ (cm)	9.67	9.62	9.17	9.33	8.92
BS(kN)	1896	1969	2213	2784	3721
$P_R$ (kN)	25990	25990	25989	25989	25987
$P_L$ (kN)	26397	26401	25595	26534	26288

表 2.13 搖晃橋柱系統在不同阻尼係數下之地震反應  
(El Centro Earthquake, PGA=0.5g,  $h/l=10$ )

$C$ ( $kN \cdot s / m$ ) Max. Response Quantity	$0$	$1 \times 10^6$	$5 \times 10^6$	$10 \times 10^6$	$20 \times 10^6$
$\phi / \phi_{cr}$	0.047	0.032	0.011	0.0146	0.013
$\ddot{u}$ (g)	0.232	0.256	0.313	0.303	0.663
$u_x$ (cm)	35	26	13	15	14
BS(kN)	1902	2091	2558	3119	5418
$P_R$ (kN)	43717	37687	28678	27730	29725
$P_L$ (kN)	37063	34368	27960	30303	25632

表 2.14 搖晃橋柱系統在不同阻尼係數下之地震反應  
(El Centro Earthquake, PGA=1.0g,  $h/l=10$ )

Max. Response Quantity \ C (kN · s / m)	0	$1 \times 10^6$	$5 \times 10^6$	$10 \times 10^6$	$20 \times 10^6$
$\phi / \phi_{cr}$	0.172	0.112	0.054	0.037	0.017
$\ddot{u}$ (g)	0.238	0.269	0.488	0.627	1.084
$u_x$ (cm)	111	74	39	29	17
BS(kN)	1943	2199	3983	5122	8848
$P_R$ (kN)	74279	45468	46274	39911	32007
$P_L$ (kN)	106570	75231	48904	38246	32596

表 3.1 因次系統之基本物理量

因次參數	質量系統	力量系統
長度	[L]	[L]
時間	[T]	[T]
質量	[M]	[FL <sup>-1</sup> T <sup>2</sup> ]
力量	[MLT <sup>-2</sup> ]	[F]
溫度	[α]	[α]

表 3.2 彈性力學問題之工程物理量與基本物理量之因次關係

工程物理量 基本量	長度 (l)	彈性模數 (E)	波松比 (ν)	荷重 (P)	反力 (R)	應力 (σ)	應變 (ε)	變形 (δ)
[L]	1	-2	0	0	0	-2	0	1
[F]	0	1	0	1	1	1	0	0

表 3.3 簡支梁結構系統之工程物理量與基本物理量的因次關係

工程物 理量 基本量	長度 (l)	荷重 (P)	應力 ( $\sigma$ )	梁寬 (b)	梁深 (h)	長度 (c)
[L]	1	0	-2	1	0	1
[F]	0	1	1	0	0	0

表 3.4 高橋墩橋梁相關結構參數

(1)橋墩高度(h)	100 (m)
(2)橋梁上部結構重量( $W$ )	$6.7 \times 10^6$ (N)
(3)橋柱軸向勁度( $k$ )	$8.4 \times 10^8$ (N/m)
(4)基腳距離 ( $2l$ )	20 (m)
(5)橋柱長 ( $d$ )	100.5 (m)
(6)橋柱重量 ( $P$ )	$6.56 \times 10^6$ (N)
(7)彈性模數 ( $E$ )	30.44 (GPa)
(8)橋柱斷面積 ( $A$ )	2.7731 (m <sup>2</sup> )
(9)自然振頻( $\omega$ )	0.611 (Hz)

表 3.5 搖晃橋柱系統各物理量之因次關係

物理量 基本量	長度 (l)	時間 (t)	頻率 ( $\omega$ )	加速度 (a)	彈性模數 (E)	橋墩自重 (P)	上構重量 (W)	密度 ( $\rho$ )
長度[L]	1	0	0	1	-2	-1	0	-4
力量[F]	0	0	0	0	1	1	1	1
時間[T]	0	1	-1	-2	0	2	0	2

表 3.6 搖晃橋柱結構模型與實體結構各物理量之比例係數

物理量比例係數	比值
$\lambda_l$	0.02
$\lambda_\rho$	3.271
$\lambda_E$	6.67
$\lambda_a$	1
$\lambda_\omega$	7.07
$\lambda_t$	0.141
$\lambda_P$	0.0000261
$\lambda_W$	0.00267
$\lambda_{\bar{\rho}}$	333.5

表 3.7 縮尺橋梁模型參數

(1)橋墩高度( $h'$ )	2 (m)
(2)橋梁上部結構重量( $W'$ )	$1.789 \times 10^4$ (N)
(3)橋柱軸向勁度( $k'$ )	$1.12 \times 10^8$ (N/m)
(4)基腳距離 ( $2l'$ )	0.4 (m)
(5)橋柱長 ( $d'$ )	2.01 (m)
(6)橋柱重量 ( $P'$ )	$1.712 \times 10^2$ (N)
(7)彈性模數 ( $E'$ )	203 (Gpa)
(8)橋柱斷面積( $A'$ )	0.00111 ( $m^2$ )
(9)自然振頻( $\omega'$ )	4.32 (Hz)

表 3.8 模型結構各構件之規格及數量

	種類	單位重	規格(cm)	長度(cm)	數量
基座	H 型鋼	7850 (Kg/m <sup>3</sup> )	25x25x0.9x1.4	200	4
				240	2
	鋼板	7850 (Kg/m <sup>3</sup> )	13x13x1		4
			25x25x1		2
	角鋼	7850 (Kg/m <sup>3</sup> )	L6.5x6.5x1	25	4
	螺栓 ASTM A325			Φ=2.2	
Φ=1.6					32
橋墩主體結構	鋼管	5.4 (Kg/m)	外徑=7.6 厚度=0.3	201	4
				80	2
				20	2
				126.5	4
	鋼板	7850 (Kg/m <sup>3</sup> )	50x140x2	112.1	2
					1
支撐柱	H 型鋼	7850 (Kg/m <sup>3</sup> )	25x25x0.9x1.4	210	2
	鋼板	7850 (Kg/m <sup>3</sup> )	40x45x0.5		2
	角鋼	7850 (Kg/m <sup>3</sup> )	L6.5x6.5x1	9	4
	螺栓 ASTM A325		Φ=1.0		16
	螺牙桿件 A36		Φ=2.2	50	4



表 4.1 各種地況種類之  $\alpha$  與  $Z_g$  值<sup>[8]</sup>

地況種類	$\alpha$	$Z_g$ (m)
A	0.36	500
B	0.25	400
C	0.15	300
D	0.11	233

表 4.2 地況 C 時之順風向反應隨機分析之均方根值

頻譜	R.M.S. Force (Ton)	R.M.S. Displacement (cm)	R.M.S. Velocity (cm/sec)	R.M.S. Acceleration (g)
<i>Davenport</i>	13.33	1.47	3.22	0.02
<i>Kaimal</i>	13.77	1.43	2.51	0.02
<i>Von Karman</i>	13.65	1.42	2.42	0.02

表 4.3 地況 C 時之順風向反應歷時分析之最大值與時間的均方根值

頻譜	Max. Force (Ton.)	Max. Displacement (cm)	Max. Velocity (cm/sec)	Max. Acceleration (g)	Temporal R.M.S. Force (Ton.)	Temporal R.M.S. Displacement (cm)	Temporal R.M.S. Velocity (cm/sec)	Temporal R.M.S. Acceleration (g)
<i>Davenport</i>	41.76	6.22	15.53	0.06	13.00	1.79	4.47	0.02
<i>Kaimal</i>	39.55	5.74	11.77	0.05	12.92	1.59	3.49	0.01
<i>Von Karman</i>	40.40	5.77	11.63	0.04	13.18	1.58	3.36	0.01

表 4.4 地況 A 時之順風向反應隨機分析之均方根值

頻譜	R.M.S. Force (Ton)	R.M.S. Displacement (cm)	R.M.S. Velocity (cm/sec)	R.M.S. Acceleration (g)
<i>Davenport</i>	7.39	0.76	1.25	0.007
<i>Kaimal</i>	7.77	0.79	1.12	0.006
<i>Von Karman</i>	7.57	0.76	1.06	0.006

表 4.5 地況 A 時之順風向反應歷時分析之最大值與時間的均方根值

頻譜	Max. Force (Ton.)	Max. Displacement (cm)	Max. Velocity (cm/sec)	Max. Acceleration (g)	Temporal R.M.S. Force (Ton.)	Temporal R.M.S. Displacement (cm)	Temporal R.M.S. Velocity (cm/sec.)	Temporal R.M.S. Acceleration (g)
<i>Davenport</i>	23.15	3.22	6.02	0.023	7.37	0.87	1.75	0.006
<i>Kaimal</i>	20.42	2.85	5.38	0.021	6.99	0.80	1.57	0.005
<i>Von Karman</i>	21.55	2.92	5.11	0.020	7.24	0.81	1.49	0.005

表 4.6 地況 B 時之順風向反應隨機分析之均方根值

頻譜	R.M.S. Force (Ton)	R.M.S. Displacement (cm)	R.M.S. Velocity (cm/sec)	R.M.S. Acceleration (g)
<i>Davenport</i>	10.24	1.09	2.11	0.013
<i>Kaimal</i>	10.60	1.09	1.75	0.011
<i>Von Karman</i>	10.45	1.07	1.68	0.010

表 4.7 地況 B 時之順風向反應歷時分析之最大值與時間的均方根值

頻譜	Max. Force (Ton.)	Max. Displacement (cm)	Max. Velocity (cm/sec)	Max. Acceleration (g)	Temporal R.M.S. Force (Ton.)	Temporal R.M.S. Displacement (cm)	Temporal R.M.S. Velocity (cm/sec)	Temporal R.M.S. Acceleration (g)
<i>Davenport</i>	30.94	4.62	10.14	0.039	10.04	1.28	2.93	0.010
<i>Kaimal</i>	29.46	4.20	8.43	0.032	9.80	1.17	2.44	0.009
<i>Von Karman</i>	30.55	4.26	8.05	0.031	10.06	1.17	2.34	0.008

表 4.8 地況D時之順風向反應隨機分析之均方根值

頻譜	R.M.S. Force (Ton)	R.M.S. Displacement (cm)	R.M.S. Velocity (cm/sec)	R.M.S. Acceleration (g)
<i>Davenport</i>	13.68	1.53	3.52	0.023
<i>Kaimal</i>	14.13	1.48	2.68	0.018
<i>Von Karman</i>	14.04	1.46	2.59	0.017

表 4.9 地況D時之順風向反應歷時分析之最大值與時間的均方根值

頻譜	Max. Force (Ton.)	Max. Displacement (cm)	Max. Velocity (cm/sec)	Max. Acceleration (g)	Temporal R.M.S. Force (Ton.)	Temporal R.M.S. Displacement (cm)	Temporal R.M.S. Velocity (cm/sec)	Temporal R.M.S. Acceleration (g)
<i>Davenport</i>	44.90	6.50	17.00	0.065	13.34	1.89	4.88	0.017
<i>Kaimal</i>	41.06	6.01	12.90	0.050	13.33	1.66	3.72	0.013
<i>Von Karman</i>	41.69	6.01	12.43	0.048	13.57	1.65	3.59	0.013

表 4.10 地況A時之橫風向反應隨機分析之均方根值

頻譜		<i>R.M.S. Force (Ton)</i>	<i>R.M.S. Displacement (cm)</i>	<i>R.M.S. Velocity (cm/sec)</i>	<i>R.M.S. Acceleration (g)</i>
Kareem	非共振	0.54	0.06	0.10	0.0002
	共振	2.57	0.50	1.59	0.007

表 4.11 地況A時之橫風向反應歷時分析之最大值與時間的均方根值

頻譜		<i>Max. Force (Ton)</i>	<i>Max. Displacement (cm)</i>	<i>Max. Velocity (cm/sec)</i>	<i>Max. Acceleration (g)</i>	<i>Temporal R.M.S. Force (Ton)</i>	<i>Temporal R.M.S. Displacement (cm)</i>	<i>Temporal R.M.S. Velocity (cm/sec)</i>	<i>Temporal R.M.S. Acceleration (g)</i>
Kareem	非共振	1.99	0.23	0.41	0.0012	0.55	0.07	0.13	0.0003
	共振	8.63	2.39	8.19	0.028	2.56	0.79	2.56	0.009

表 4.12 地況D時之橫風向反應隨機分析之均方根值

頻譜		<i>R.M.S. Force (Ton)</i>	<i>R.M.S. Displacement (cm)</i>	<i>R.M.S. Velocity (cm/sec)</i>	<i>R.M.S. Acceleration (g)</i>
<i>Kareem</i>	非共振	2.47	0.46	1.37	0.005
	共振	3.44	0.80	2.64	0.009

表 4.13 地況D時之橫風向反應歷時分析之最大值與時間的均方根值

頻譜		<i>Max. Force (Ton)</i>	<i>Max. Displacement (cm)</i>	<i>Max. Velocity (cm/sec)</i>	<i>Max. Acceleration (g)</i>	<i>Temporal R.M.S. Force (Ton)</i>	<i>Temporal R.M.S. Displacement (cm)</i>	<i>Temporal R.M.S. Velocity (cm/sec)</i>	<i>Temporal R.M.S. Acceleration (g)</i>
<i>Kareem</i>	非共振	7.61	2.28	6.75	0.022	2.40	0.73	2.26	0.007
	共振	12.02	3.75	13.01	0.045	3.45	1.31	4.32	0.015

表 4.14 順風向總系統位移反應

地況種類	靜態平均拖曳力 之位移量 (cm)	擾動系統反應 之位移量 (cm)	總位移量 (cm)
A	1.83	3.22	5.05
B	3.27	4.62	7.89
C	5.18	6.22	11.40
D	6.23	6.5	12.73

表 4.15 風力作用下橋柱之伸長量與縮短量（伸長為+，縮短為-）

地況種類	初始受壓 縮短量 (cm)	橋柱伸長量 (受張力 $\delta_1$ ) (cm)	橋柱縮短量 (受壓力 $\delta_2$ ) (cm)	總變形量 (cm)	總變形量 (cm)
地況 A	-1.7	+0.51	-0.50	-1.19	-2.20
地況 B	-1.7	+0.80	-0.79	-0.90	-2.49
地況 C	-1.7	+1.16	-1.13	-0.54	-2.83
地況 D	-1.7	+1.29	-1.27	-0.41	-2.97

表 5.1 調諧質塊阻尼器之最佳設計參數

	$\zeta_s$	$\zeta_d$	$f$	$J$
$\mu = 1\%$	0	0.0498135	0.992572	10.056
	0.02	0.0498130	0.991592	6.1349
	0.05	0.0498099	0.990143	3.7344
$\mu = 2\%$	0	0.0701857	0.985286	7.0823
	0.02	0.0701833	0.983931	4.8964
	0.05	0.0701730	0.981933	3.2600
$\mu = 3\%$	0	0.0856420	0.978139	5.7633
	0.02	0.0856364	0.976509	3.9926
	0.05	0.0856150	0.971243	2.9598
$\mu = 5\%$	0	0.1097541	0.964232	4.4381
	0.02	0.1097337	0.962293	3.4696
	0.05	0.1096812	0.959279	2.5728
$\mu = 10\%$	0	0.1524191	0.931618	3.0995
	0.02	0.1523334	0.929058	2.5009
	0.05	0.1521371	0.925367	2.0588

註:  $\mu = \frac{m_d}{m_s}$ ,  $f = \frac{w_d}{w_s}$ ,  $\zeta_s$  爲主結構之阻尼比,  $\zeta_d$  爲 TMD 之阻尼比,  $J$  爲效能指標。

表 5.2 質塊阻尼器最佳設計參數之比較

	$\zeta_d$ (本文)	$\zeta_d$ (文獻 12)	$f$ (本文)	$f$ (文獻 12)
$\mu = 1\%$	0.04981	0.04981	0.9926	0.9926
	0.04981	0.04981	0.9916	0.9916
	0.04981	0.04981	0.9901	0.9901
$\mu = 3\%$	0.08564	0.08565	0.9781	0.9781
	0.08564	0.08565	0.9765	0.9765
	0.08561	0.08565	0.9712	0.9741
$\mu = 10\%$	0.1524	0.1525	0.9316	0.9315
	0.1523	0.1525	0.9291	0.9289
	0.1521	0.1525	0.9254	0.9250



表 5.3 系統識別所得之結構動力特性參數及結構系統參數

<i>Mode</i>	1	2	3	4	5
<i>Frequency (Hz)</i>	2.79	9.58	17.83	27.21	36.09
<i>Damping Ratio (%)</i>	0.34	3.44	2.63	2.91	3.21
<i>Mode Shapes</i>					
5f	0.5667	-0.4994	0.4455	-0.0868	-0.4943
4f	0.6314	-0.1747	-0.1903	0.0275	0.7257
3f	0.3580	0.2274	-0.7430	-0.2589	-0.4423
2f	0.3247	0.7856	0.4600	-0.2422	0.0356
1f	0.2159	0.2266	-0.0408	0.9306	-0.1794
<i>System Matrices</i>					
<i>Mass matrix (kg·s<sup>2</sup>/m)</i>	82.03	0	0	0	0
	0	84.32	0	0	0
	0	0	84.32	0	0
	0	0	0	84.32	0
	0	0	0	0	84.68
<i>Stiffness matrix (kg/m)</i>	1307200	-1581400	610500	75100	134400
	-1581400	2358800	-1274200	-33600	-507600
	610500	-1274200	1625200	-220500	-196500
	75100	-33600	-220500	567300	-547300
	134400	-507600	-196500	-547300	2306500
<i>Damping matrix (kg·s/m)</i>	471.65	-440.90	83.43	-36.69	-5.44
	-440.90	684.32	-343.50	-63.44	-148.62
	83.43	-343.50	593.06	-73.81	-69.73
	-36.69	-63.44	-73.81	374.31	-143.03
	-5.44	-148.62	-69.73	-143.03	790.01

表 5.4 加上質塊阻尼器結構之特徵參數

<i>Mode</i>	1	2	3	4	5
<i>Frequency (Hz)</i>	2.21	2.96	9.58	17.83	27.21
<i>Damping Ratio (%)</i>	3.22	3.49	3.46	2.64	2.91
<i>Mode Shapes</i>					
TMD	0.9776	-0.9749	0.4787	-0.4155	0.0874
5f	0.1206	0.1249	-0.4389	0.4055	-0.0865
4f	0.1329	0.1405	-0.1542	-0.1728	0.0274
3f	0.0745	0.0806	0.1989	-0.6758	-0.2579
2f	0.0668	0.0739	0.6895	0.4183	-0.2412
1f	0.0449	0.0487	0.1968	-0.0371	0.9287

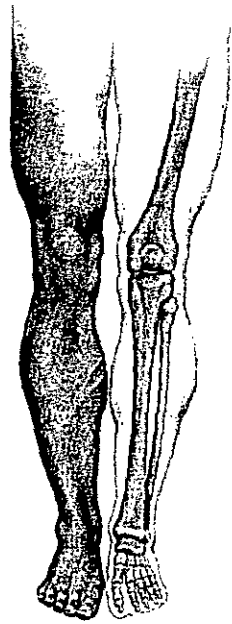


圖 2.1 人體之骨骼結構

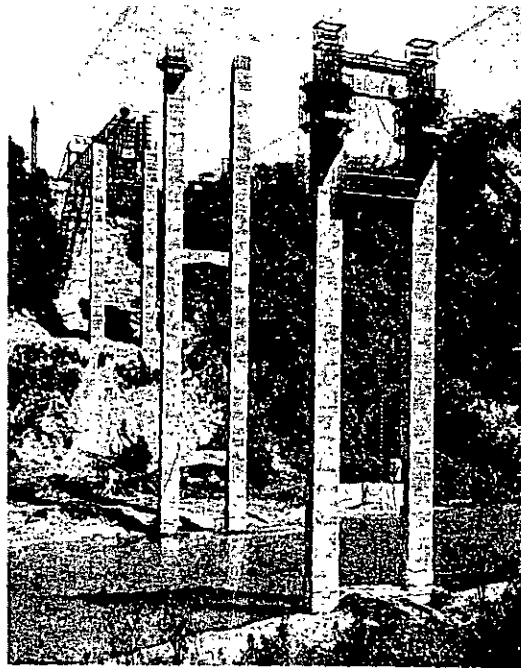


圖 2.2 南?朗吉塔克伊高架橋

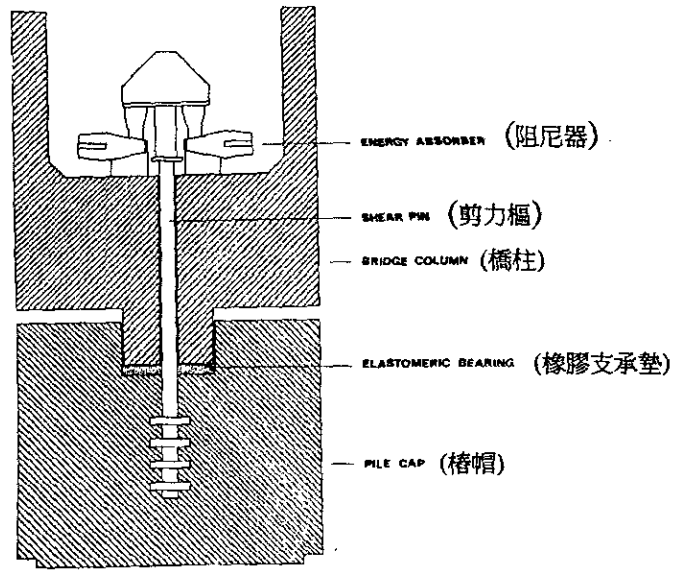


圖 2.3 柱底晃動介面構造

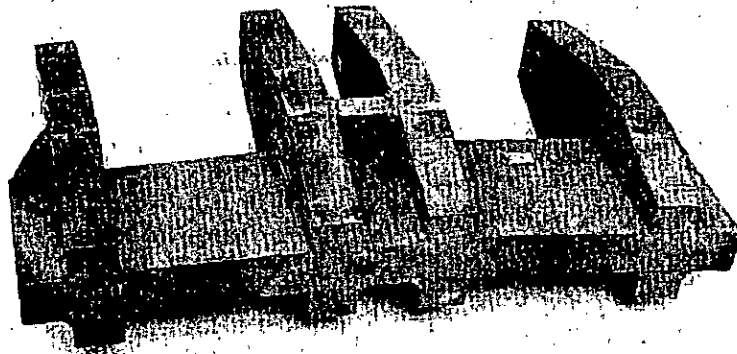
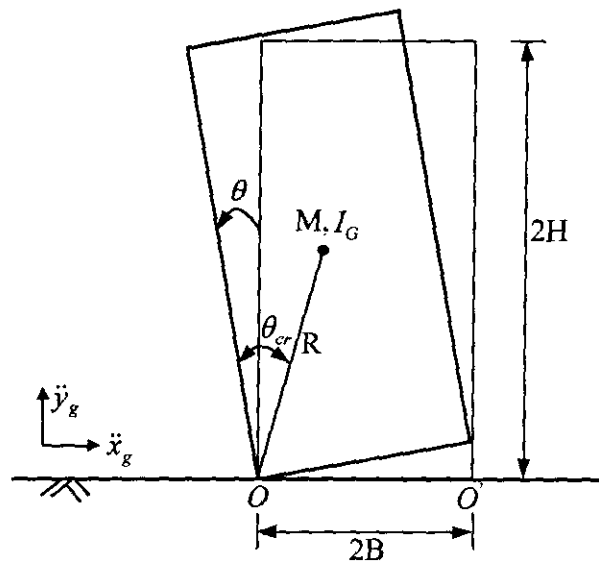
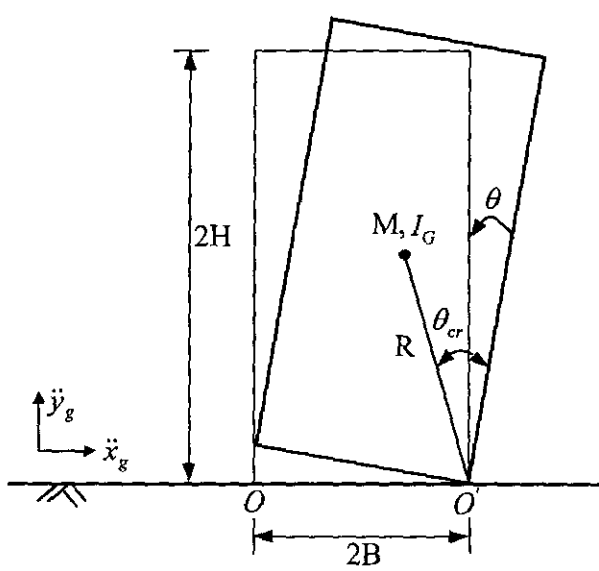


圖 2.4 抗扭鋼板阻尼器



(a)  $\theta > 0$



(b)  $\theta < 0$

圖 2.5 剛性基礎上晃動的剛性質塊

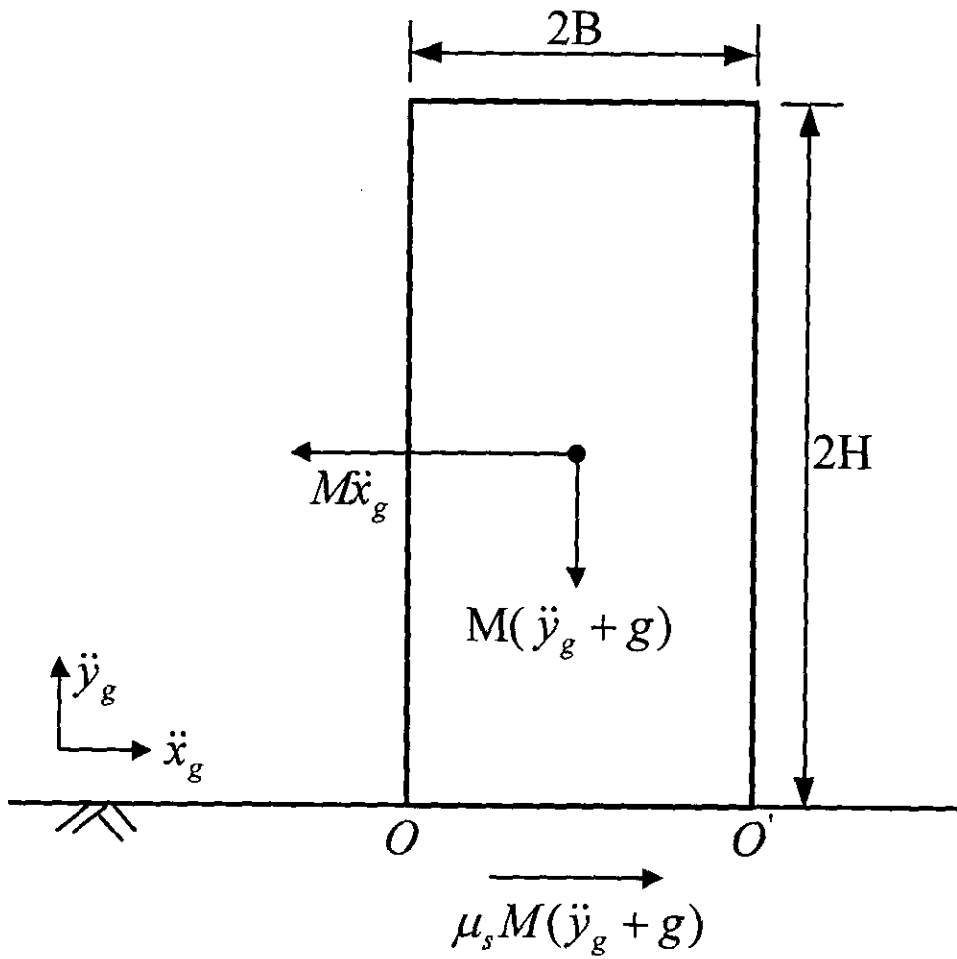
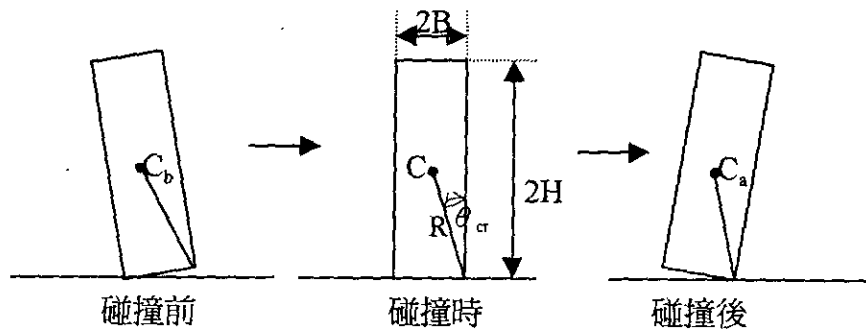
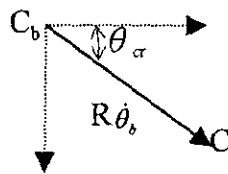


圖 2.6 受地表擾動時剛塊靜止之情況



碰撞前至碰撞時質心運動之情形



碰撞時至碰撞後質心運動之情形

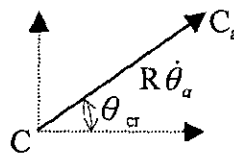


圖 2.7 晃動剛性質塊碰撞前後質心運動之情形

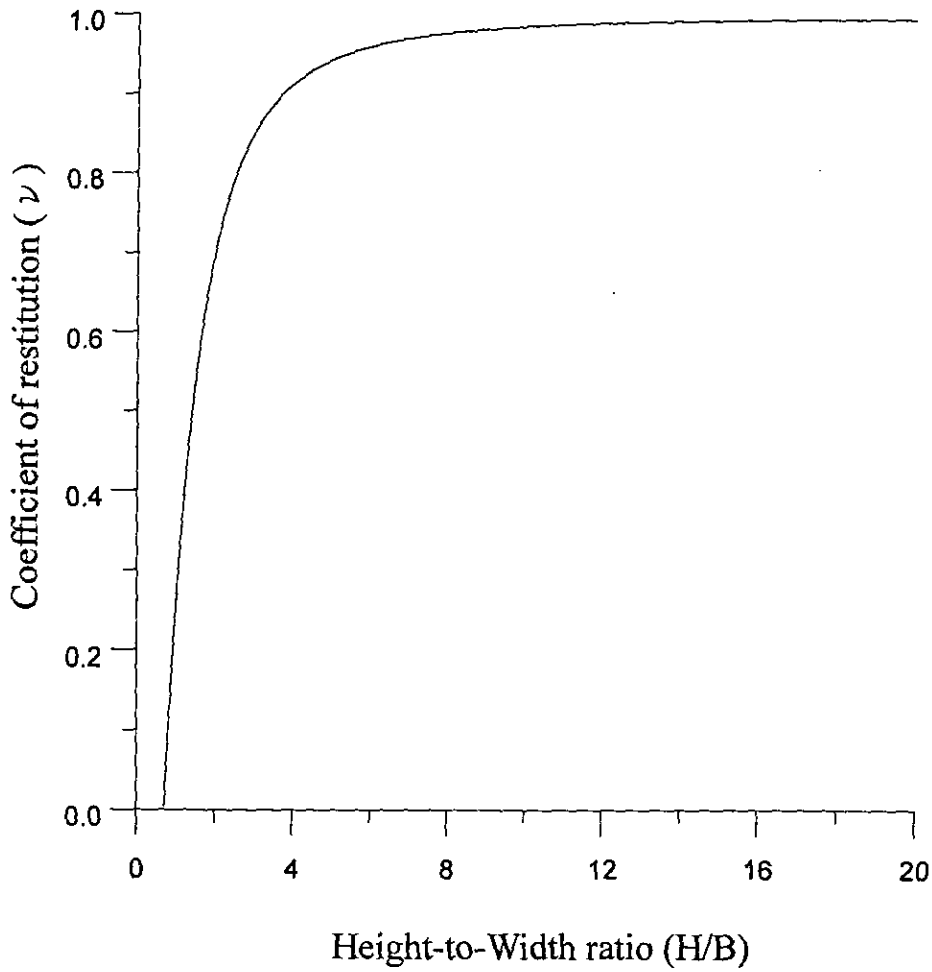


圖 2.8 剛性質塊高寬比與恢復係數之關係

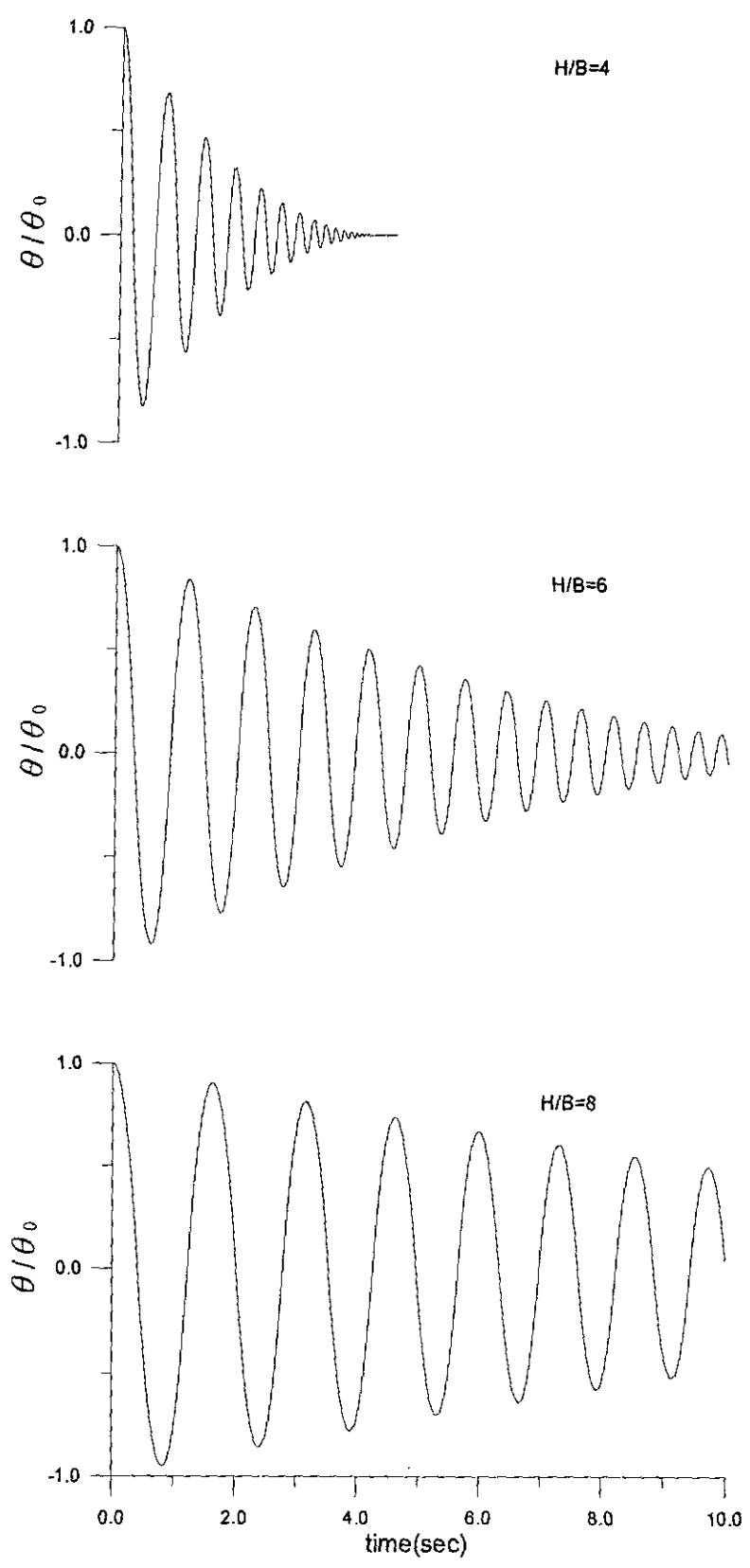


圖 2.9 剛性質塊自由晃動之歷時圖(一)  
 $(\theta_0 = 1^\circ)$



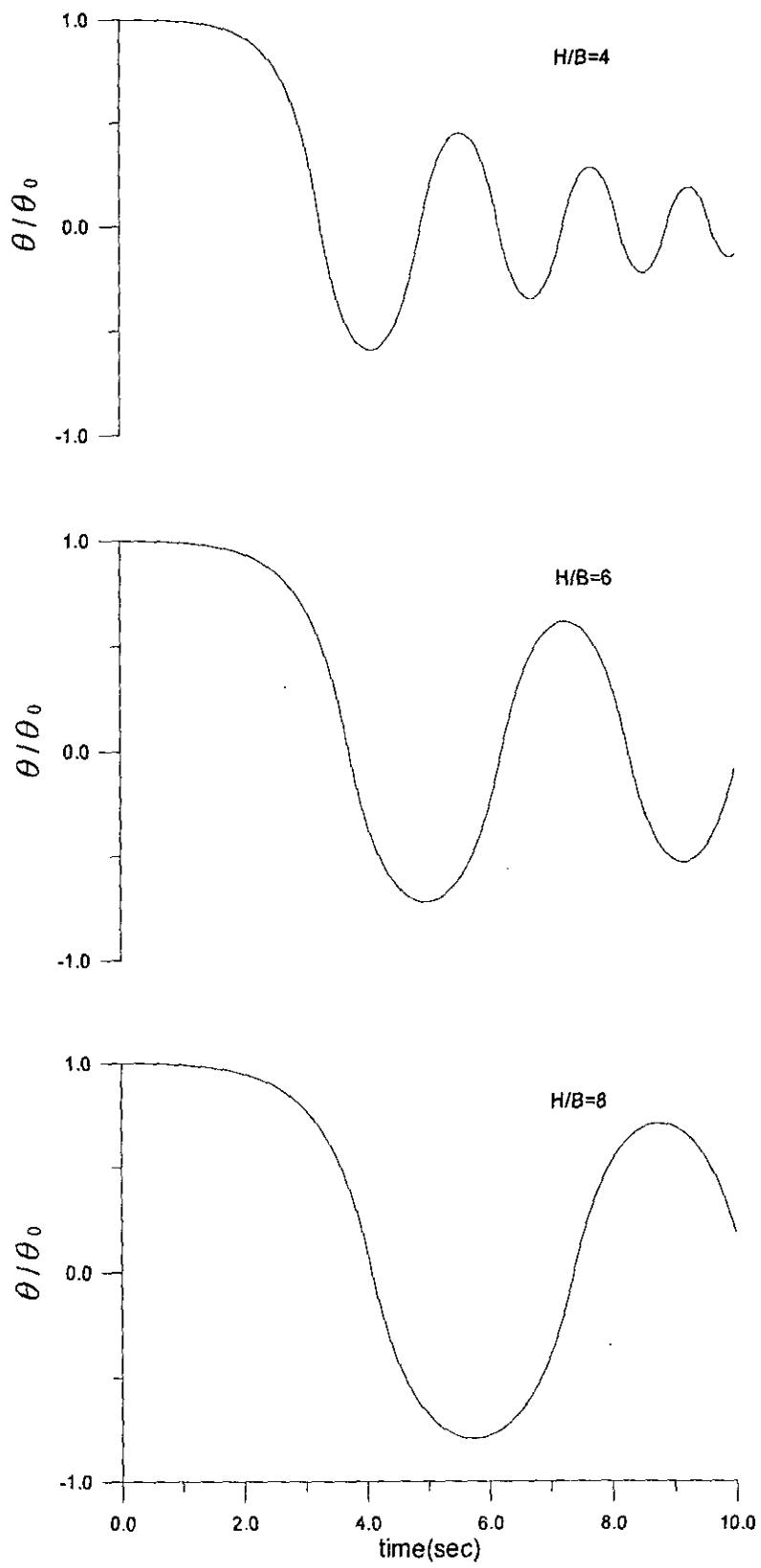


圖 2.10 剛性質塊自由晃動之歷時圖(二)  
 $(\theta_0 \approx \theta_{cr})$

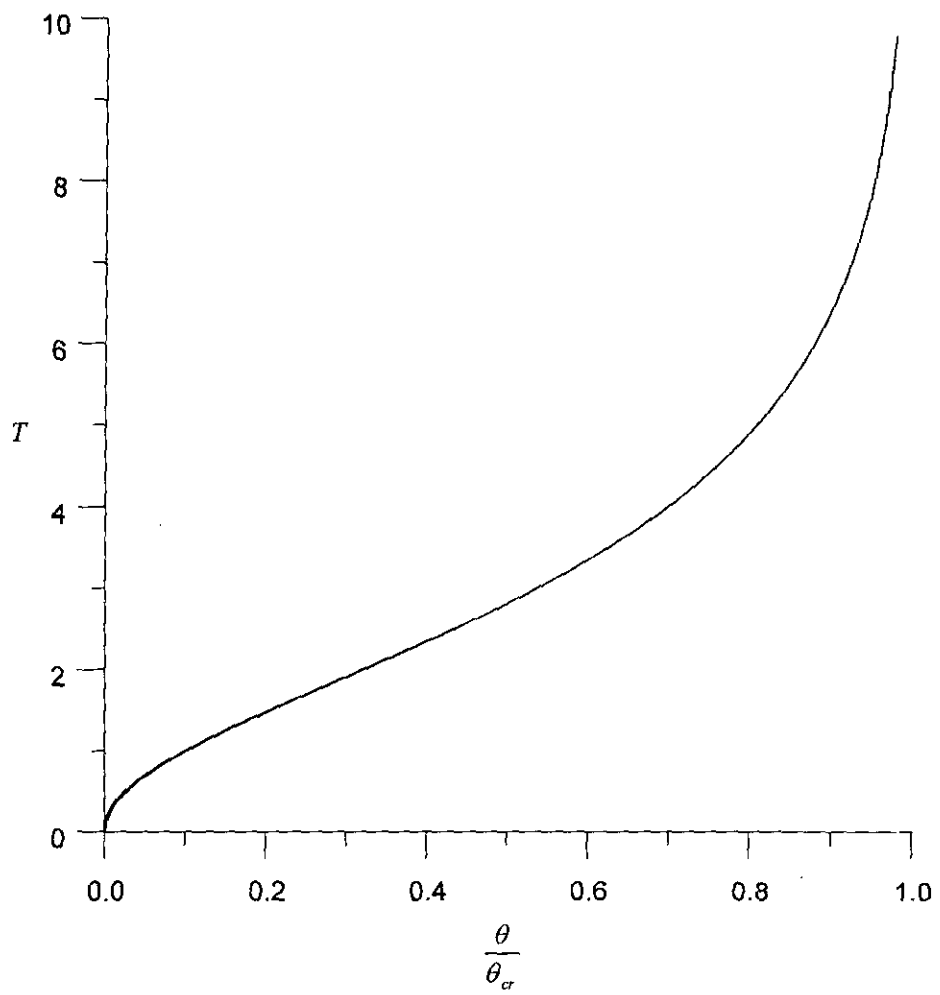


圖 2.11 剛體晃動之週期與晃動角振幅之關係

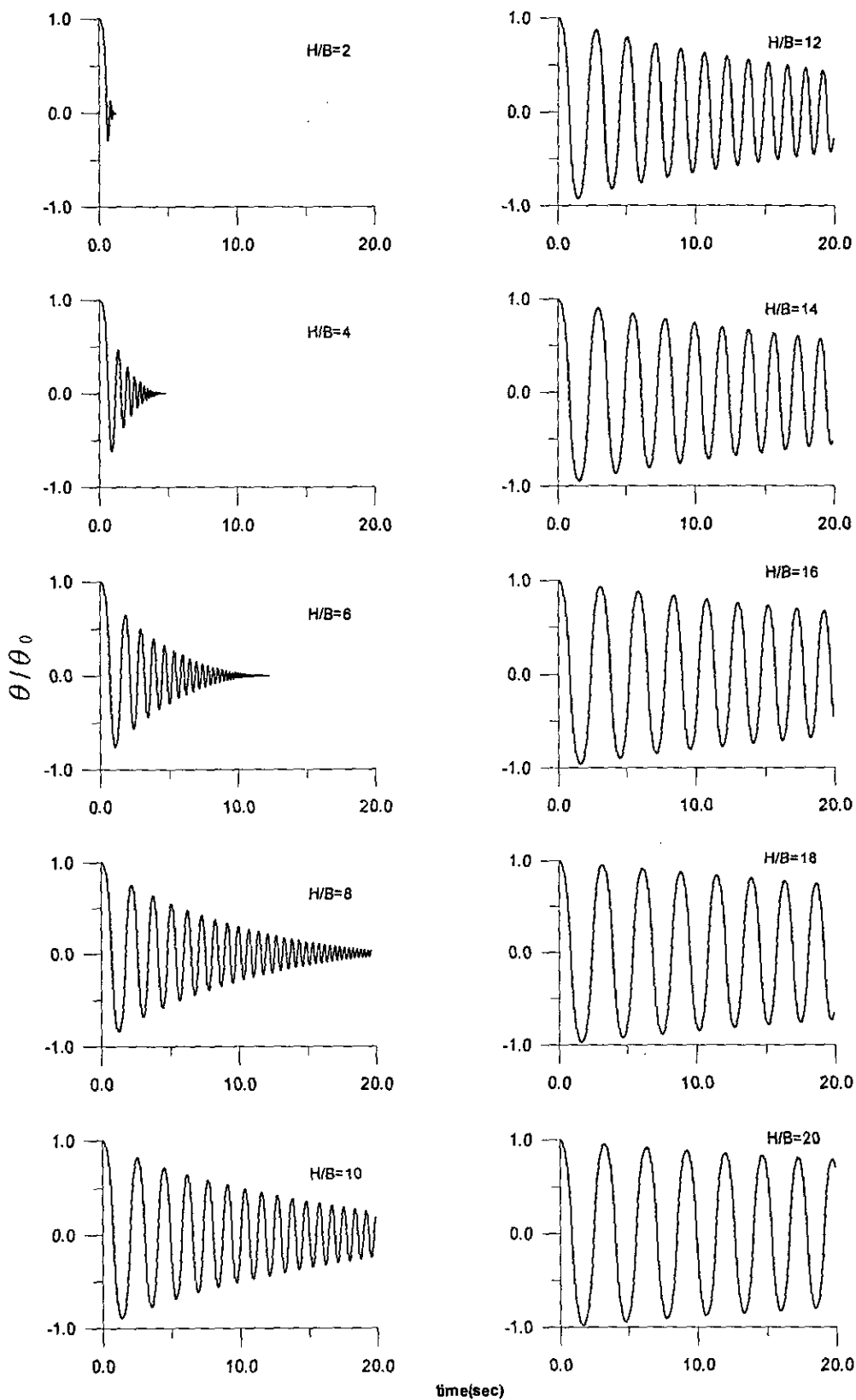


圖 2.12 剛體自由晃動於不同高寬比之歷時圖  
 $(\theta_0 \approx \theta_{cr})$

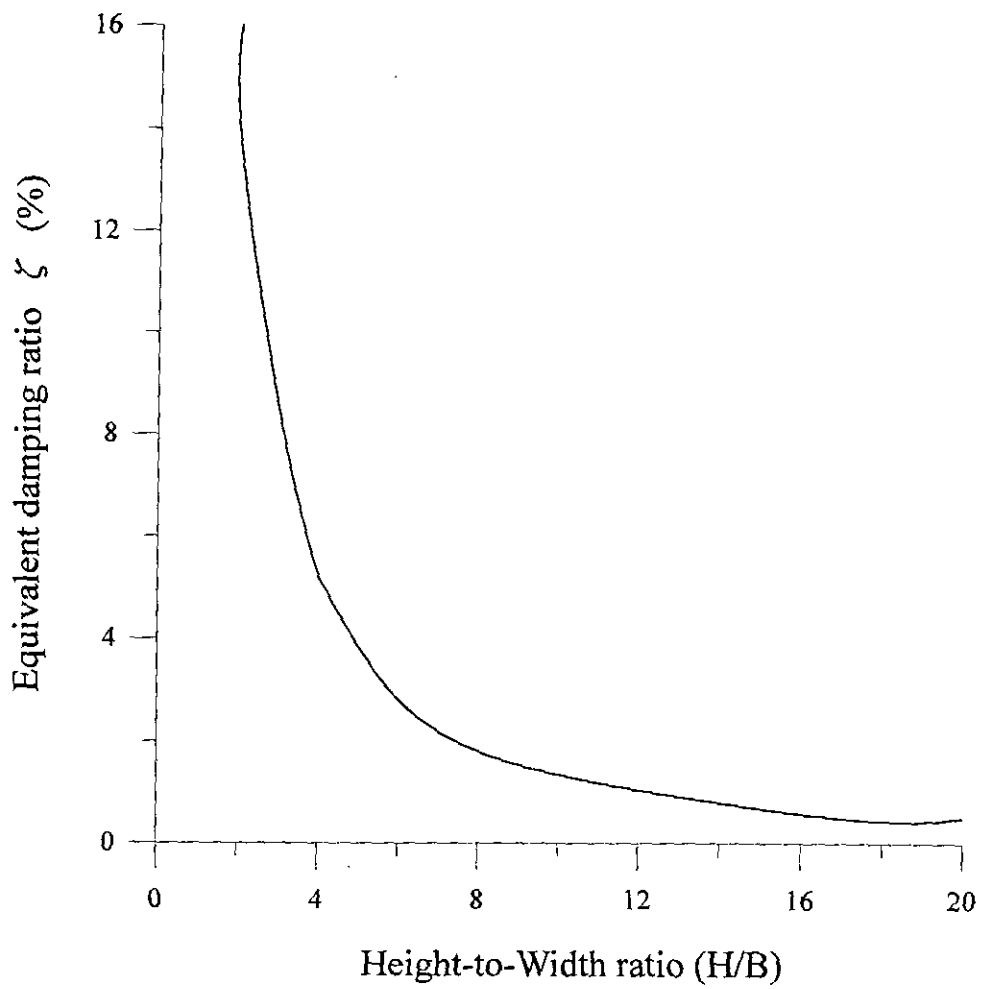


圖 2.13 剛性質塊高寬比與等效阻尼比之關係

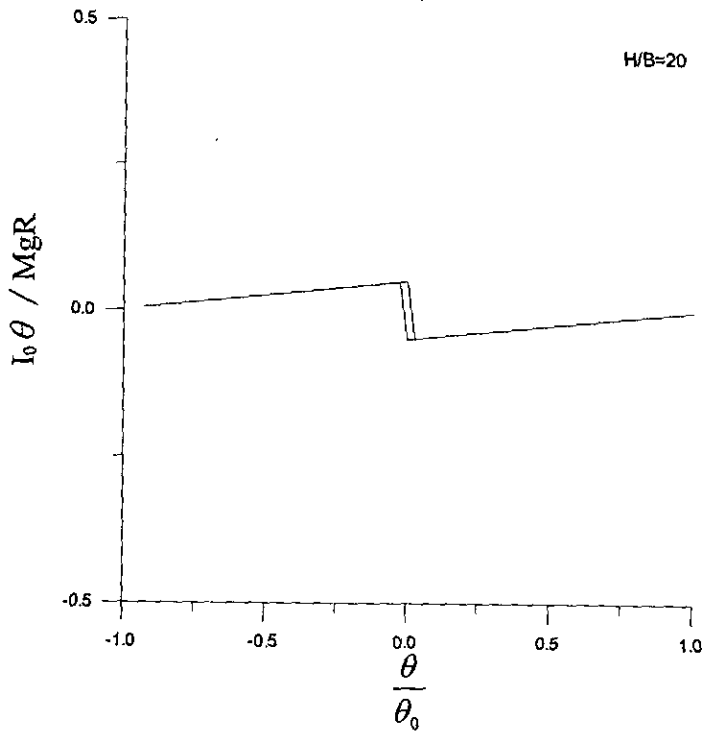
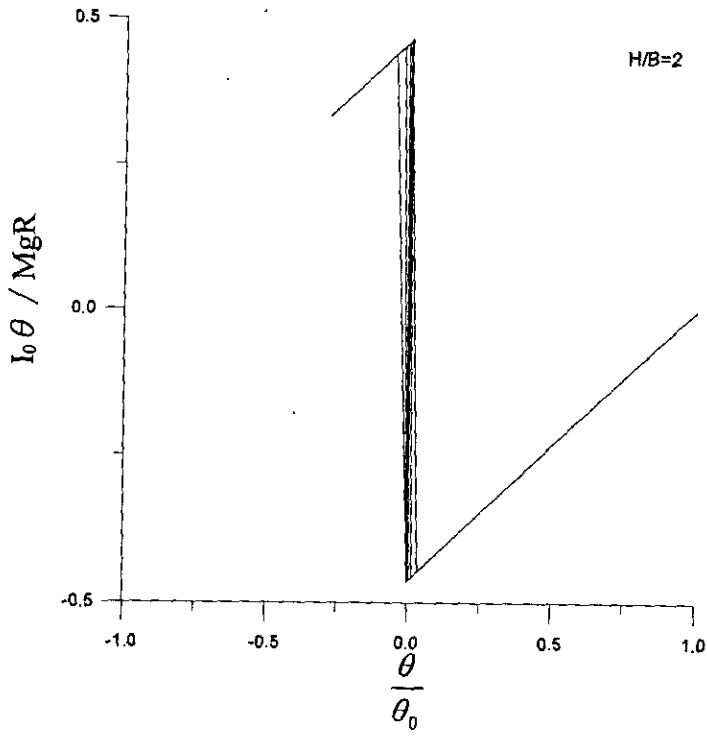


圖 2.14 剛性質塊自由晃動之回復力矩與旋轉角度的關係

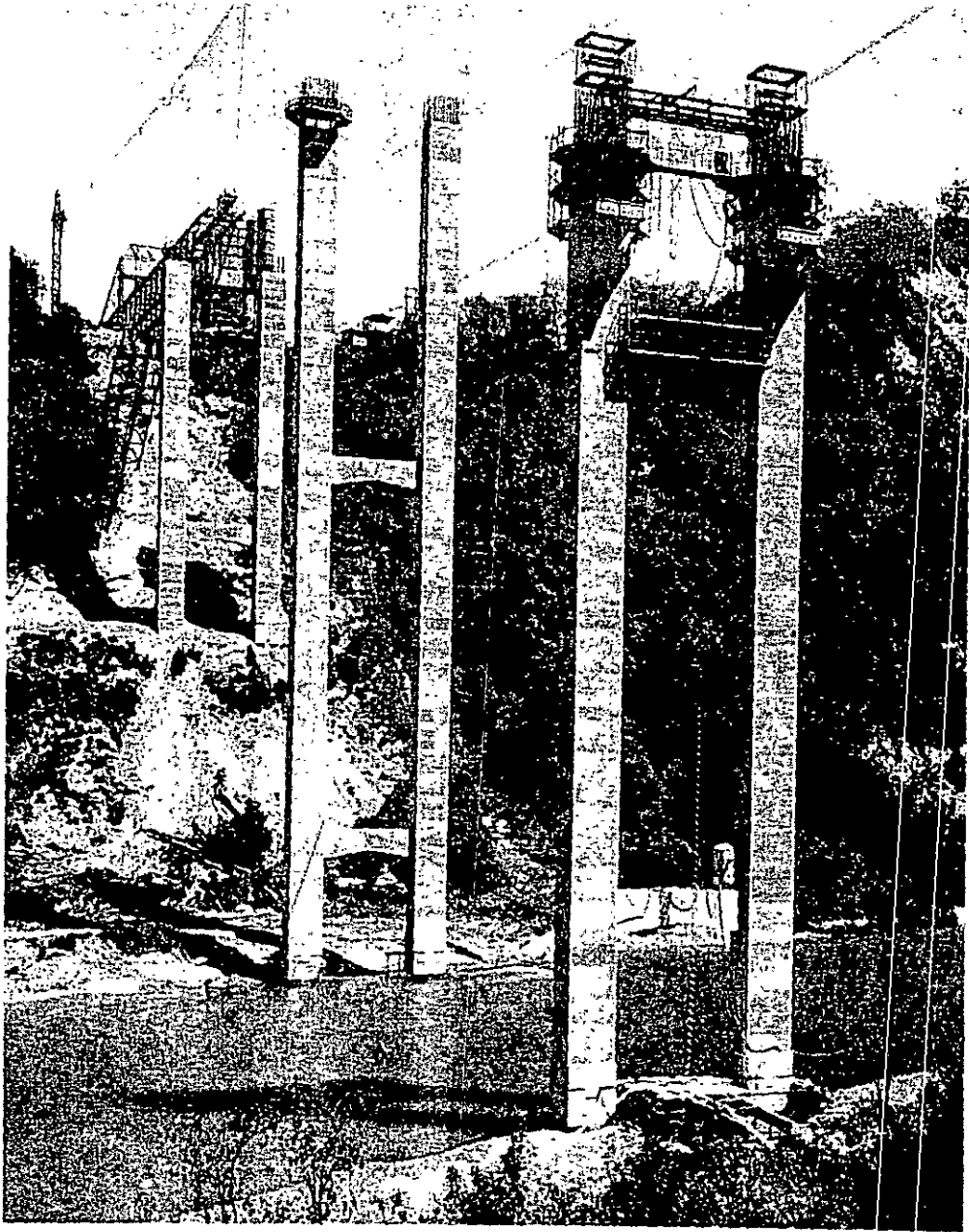


圖 2.15 South rangitikei 高架橋

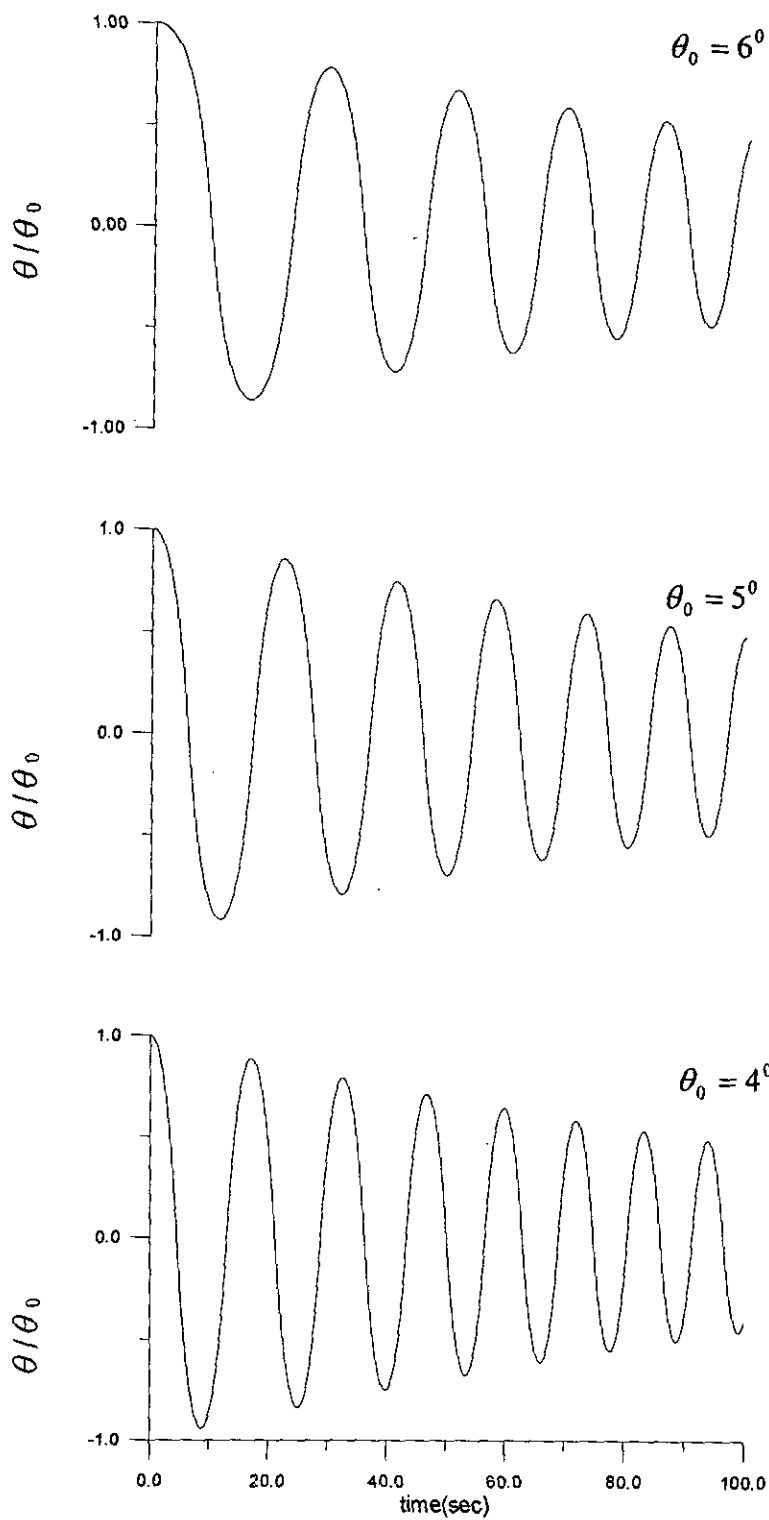
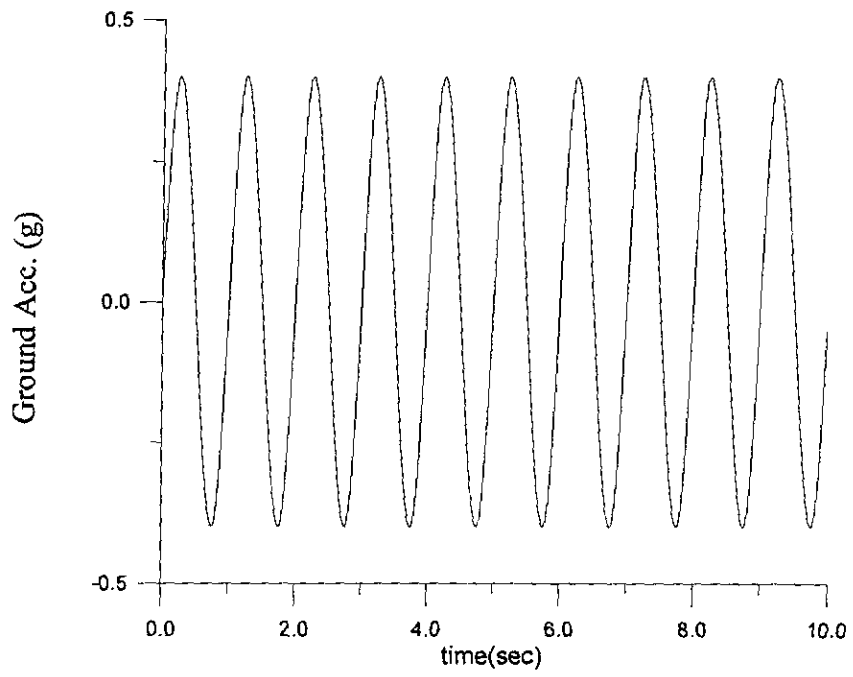
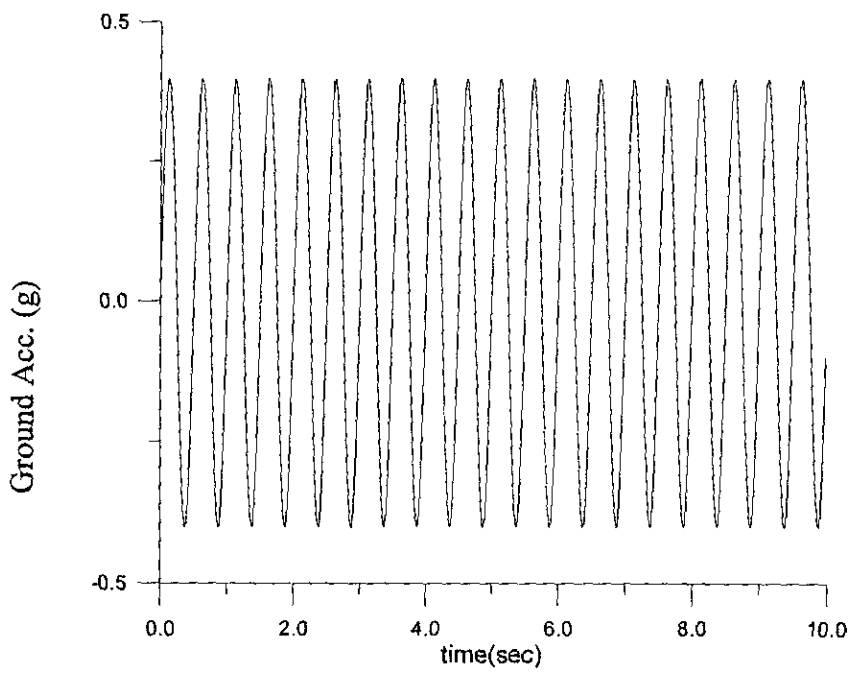


圖 2.16 紐西蘭踏步隔震橋樑於不同初始角度下之晃動歷時  
(高 70m, 寬 8m,  $\theta_{cr} = 7^\circ$ )



(a)  $f=1\text{Hz}$



(b)  $f=2\text{Hz}$

圖 2.17 地表水平擾動之加速度歷時



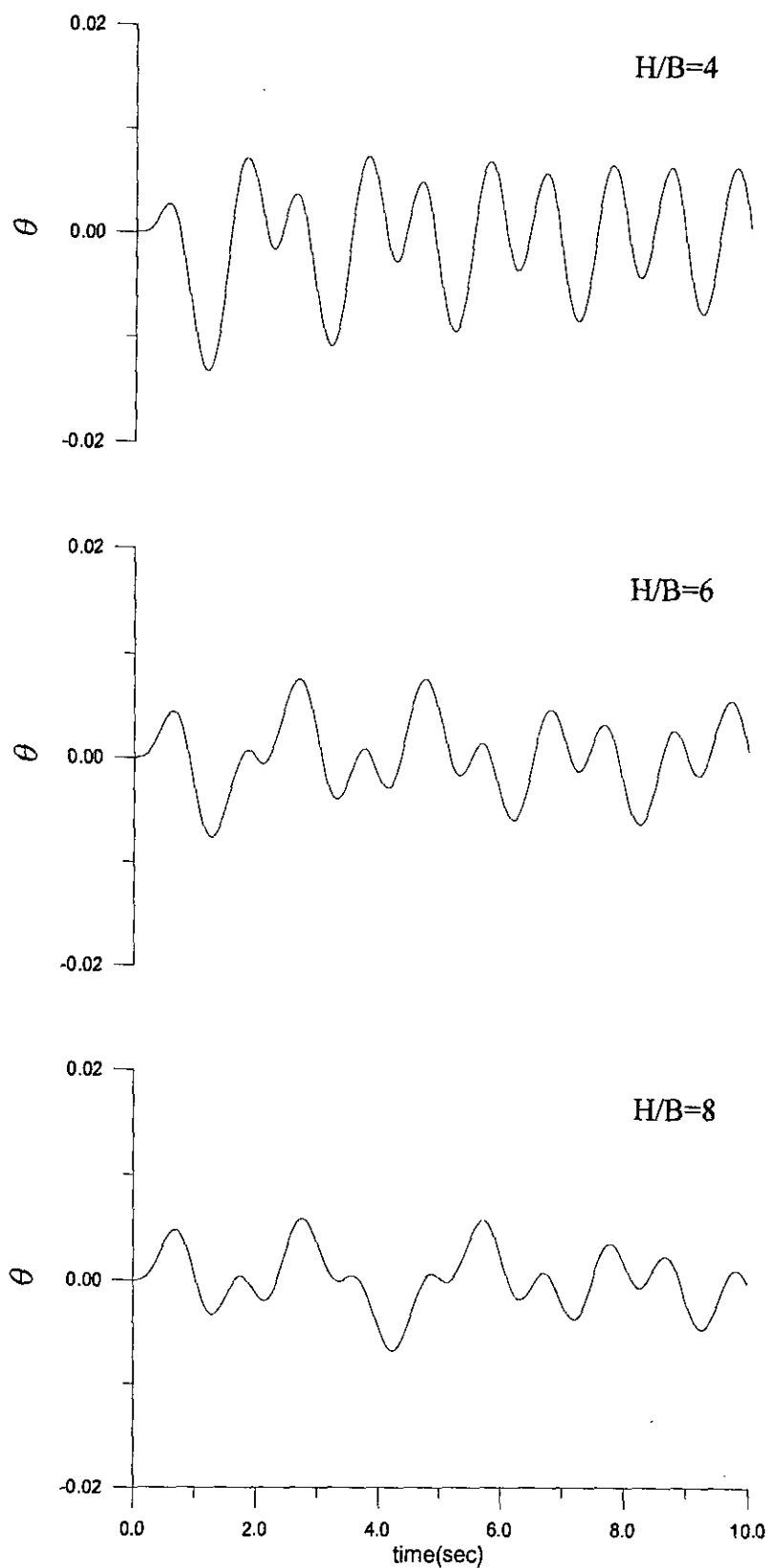


圖 2.18 剛性質塊受水平地表擾動時晃動之歷時圖(一)  
(外力頻率為 1Hz)

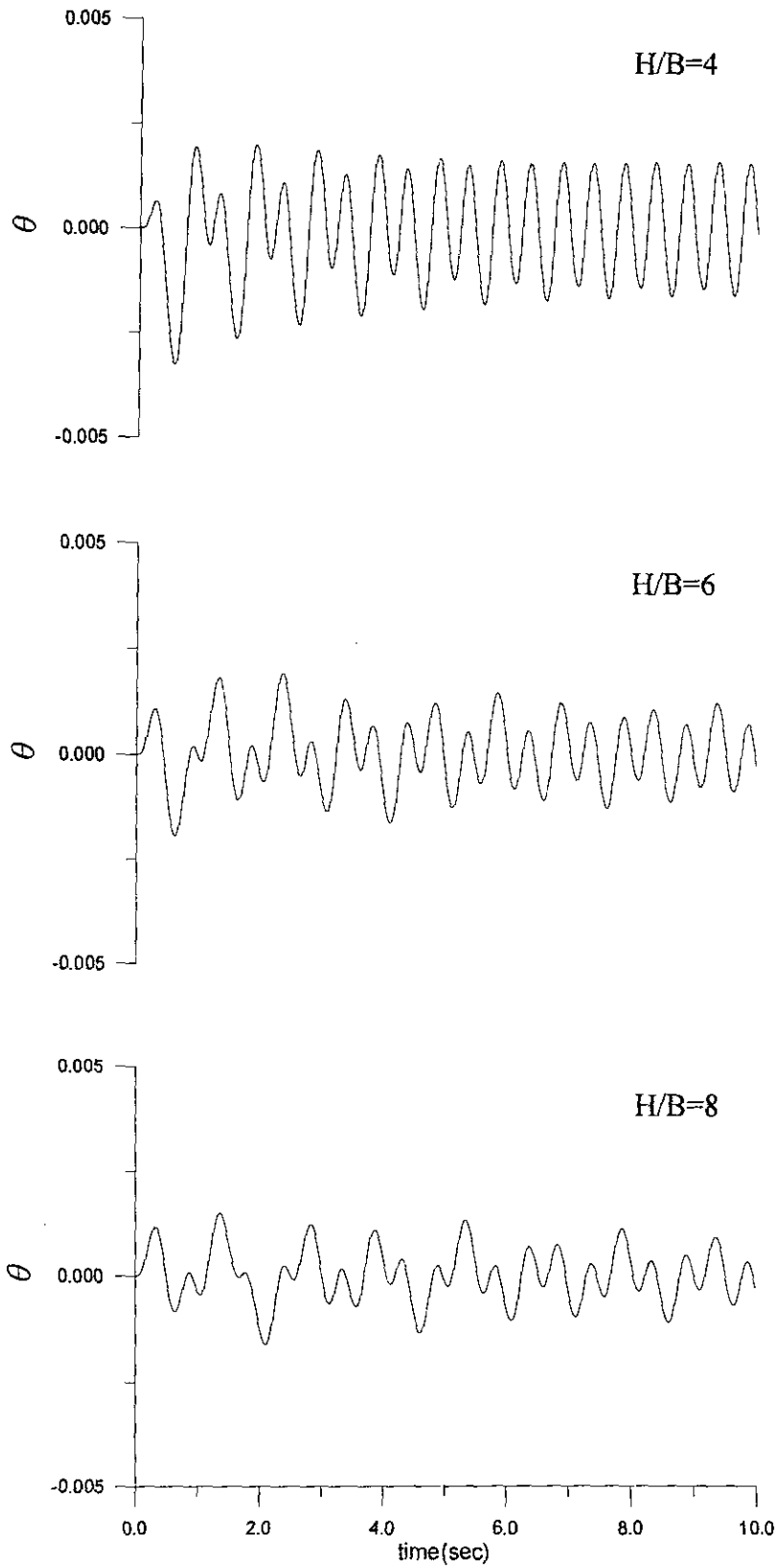


圖 2.19 剛性質塊受水平地表擾動時晃動之歷時圖(二)  
(外力頻率為 2Hz)

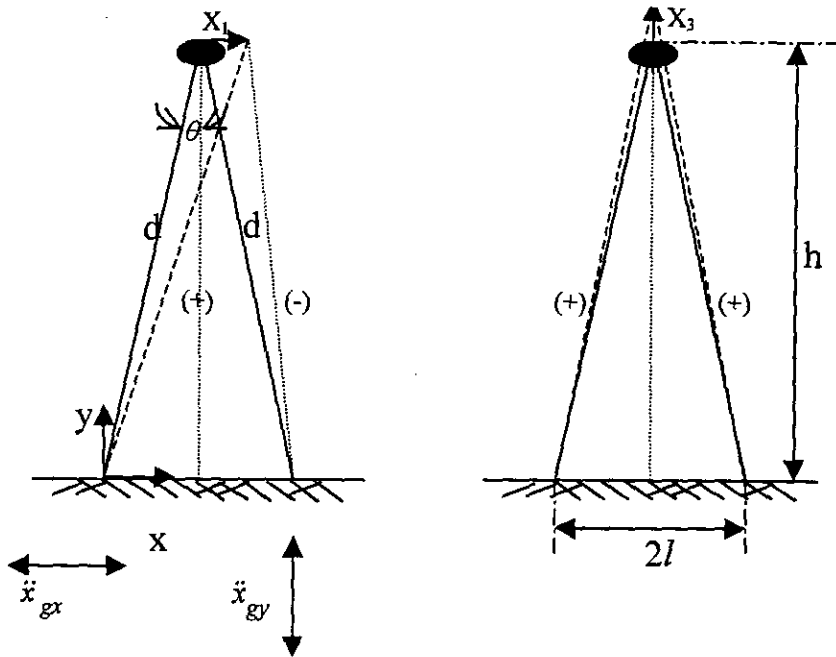


圖 2.20 橋墩未晃動時之變位形態

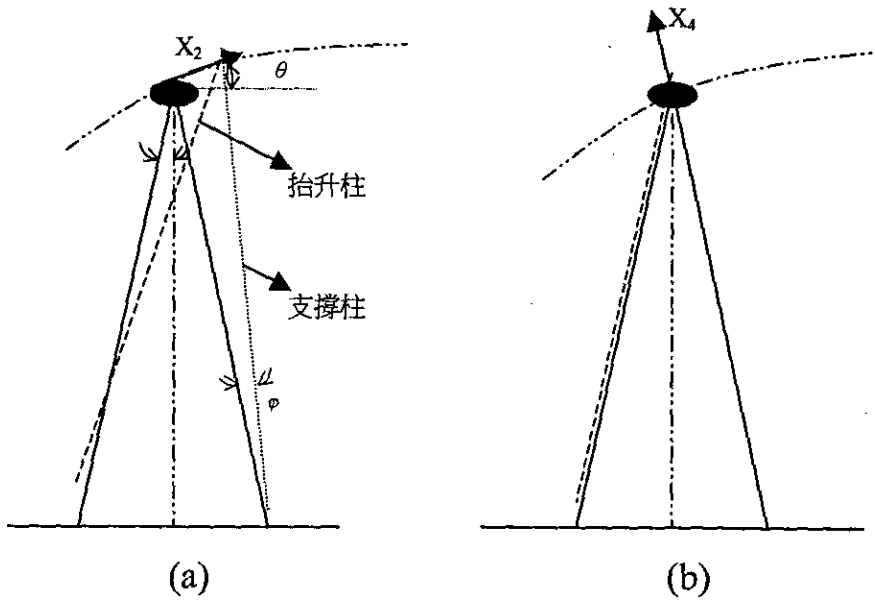


圖 2.21 墩柱晃動狀態

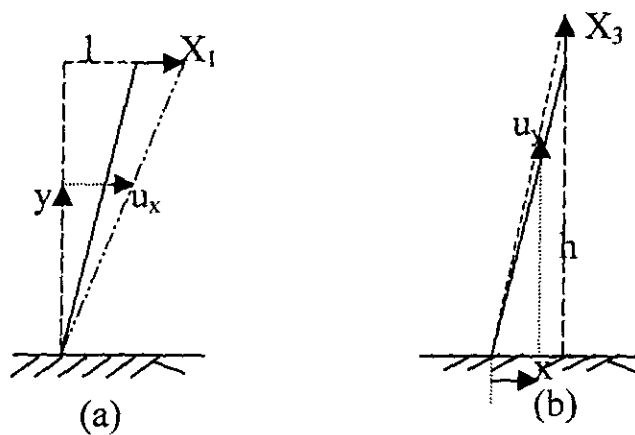


圖 2.22 橋梁上構質心之變位與橋墩各斷面變位場

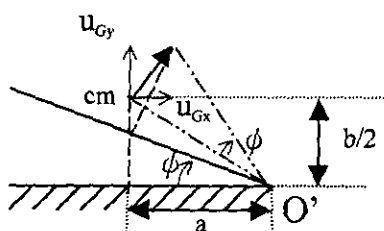


圖 2.23 晃動剛體質心變位幾何圖(質心與  $O'$  水平距= $a$  ; 垂直距= $b/2$  )

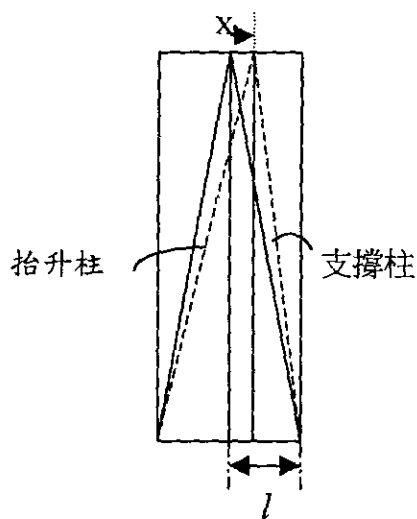
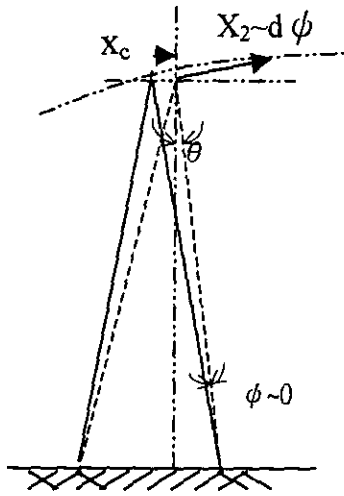
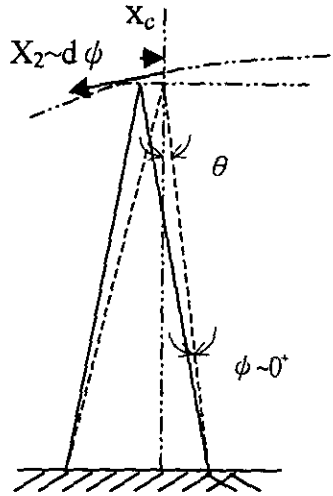


圖 2.24 橋墩起始晃動瞬間之結構殘餘變位



(a) 柱腳抬離瞬時



(b) 柱腳碰撞瞬時

圖 2.25 墩柱抬離與撞擊瞬時示意圖

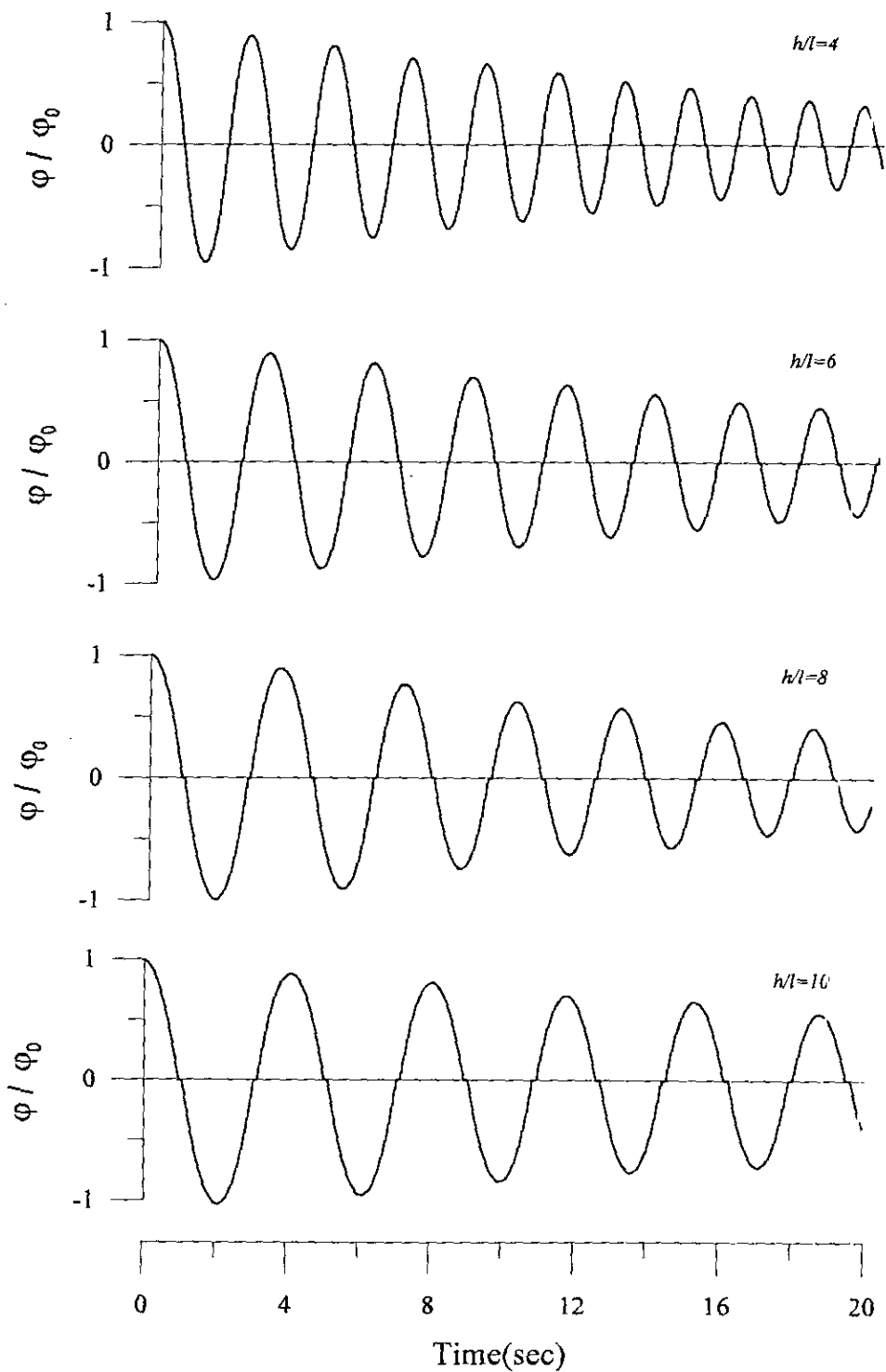


圖 2.26 A 型搖晃橋柱系統之自由晃動反應歷時

$$(\varphi_0 = 0.1\varphi_{cr}, \varphi_{cr} = \tan^{-1}(l/h))$$

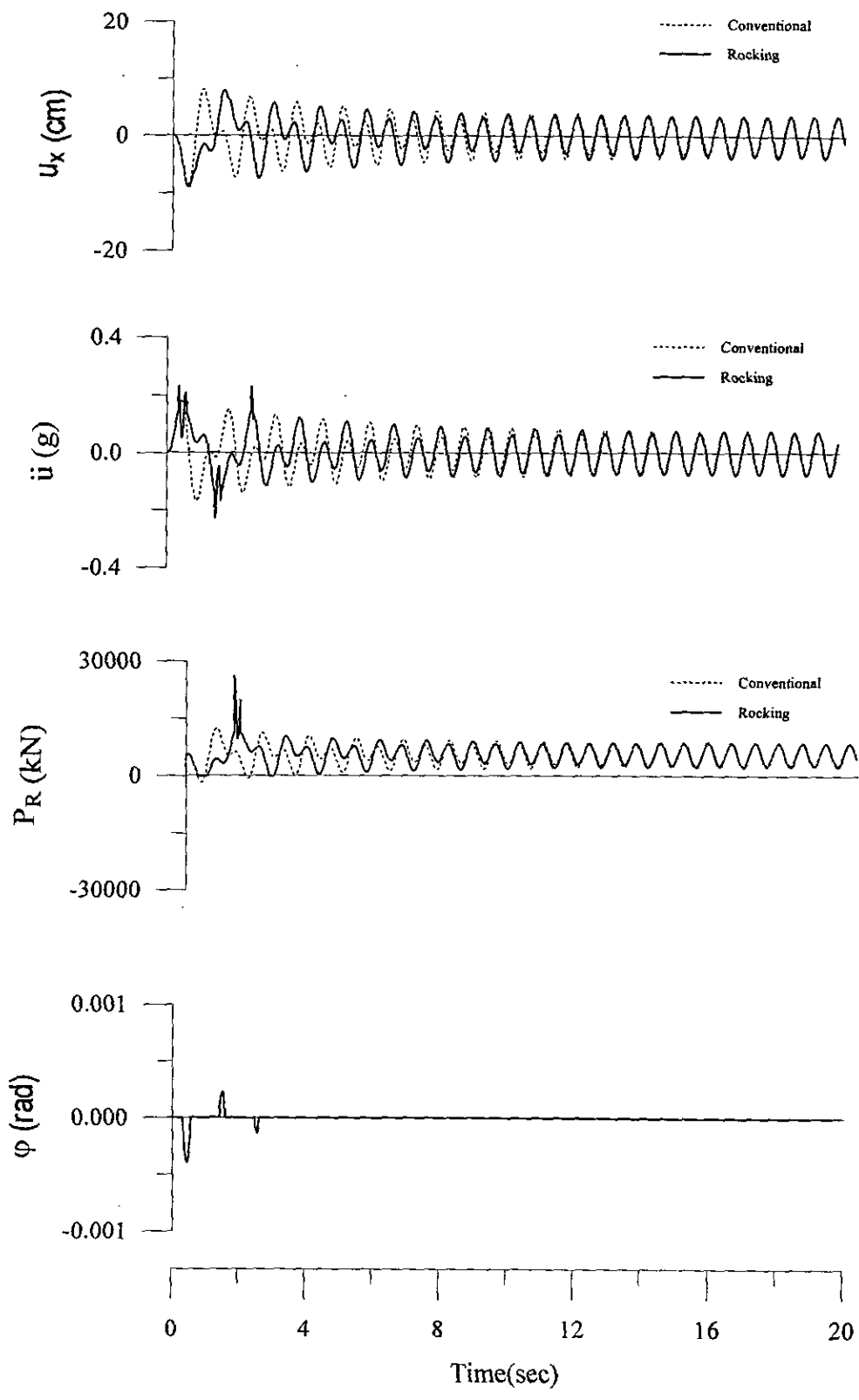


圖 2.27 非共振條件下搖晃橋柱系統與傳統結構之比較  
 ( $h/l=10, \Omega=1.42\text{Hz}, \zeta=0.05$ )

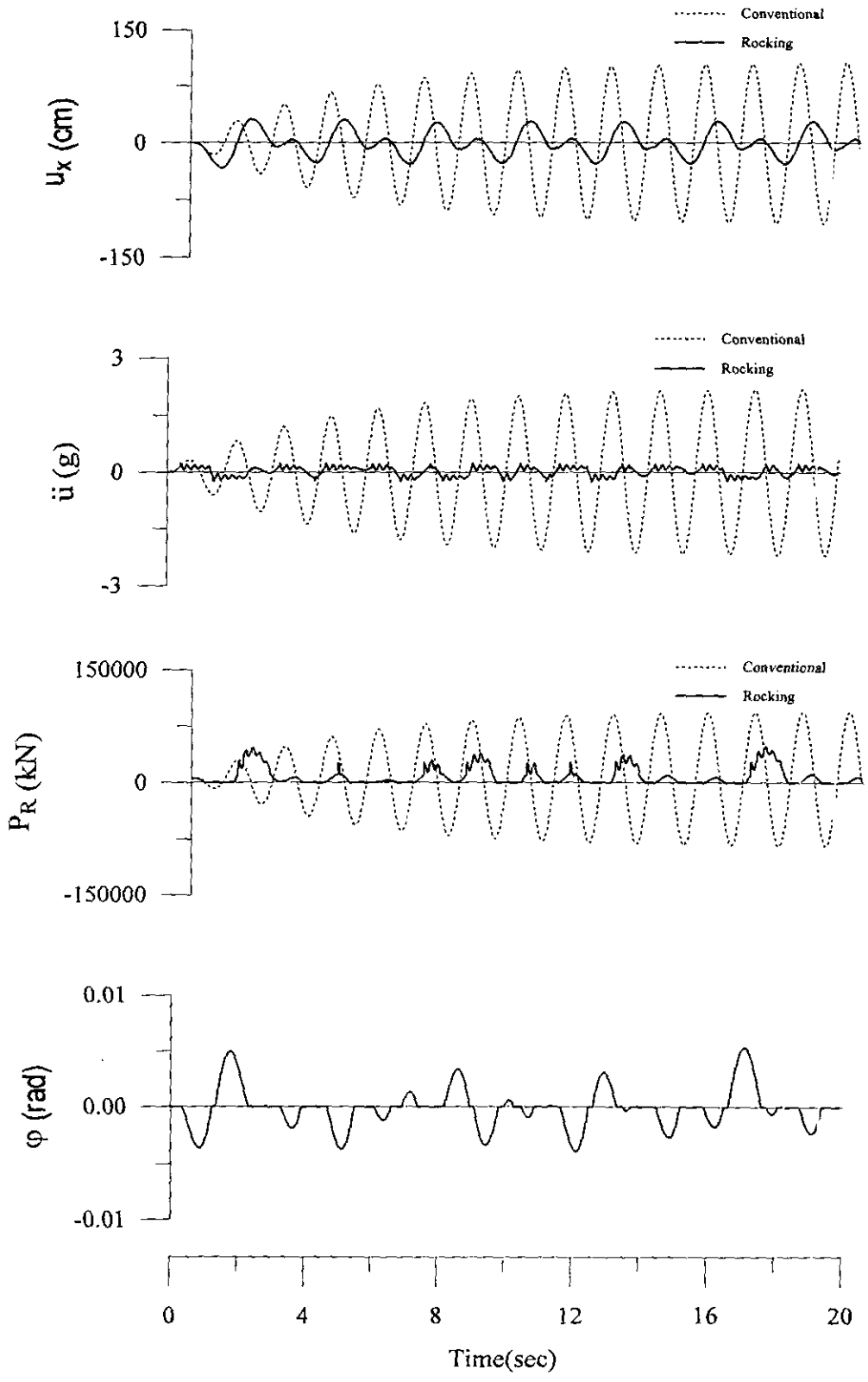


圖 2.28 共振條件下搖晃橋柱系統與傳統結構之比較  
 ( $h/l=10, \Omega=0.7 \text{ Hz}, \zeta=0.05$ )



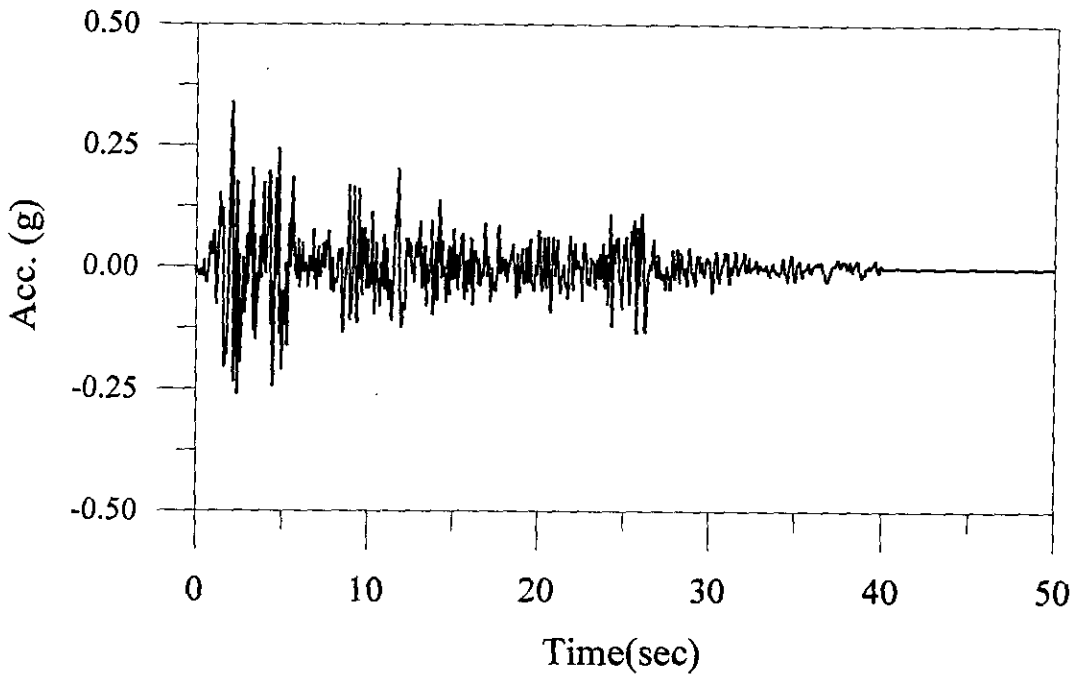


圖 2.29 El Centro 地震歷時

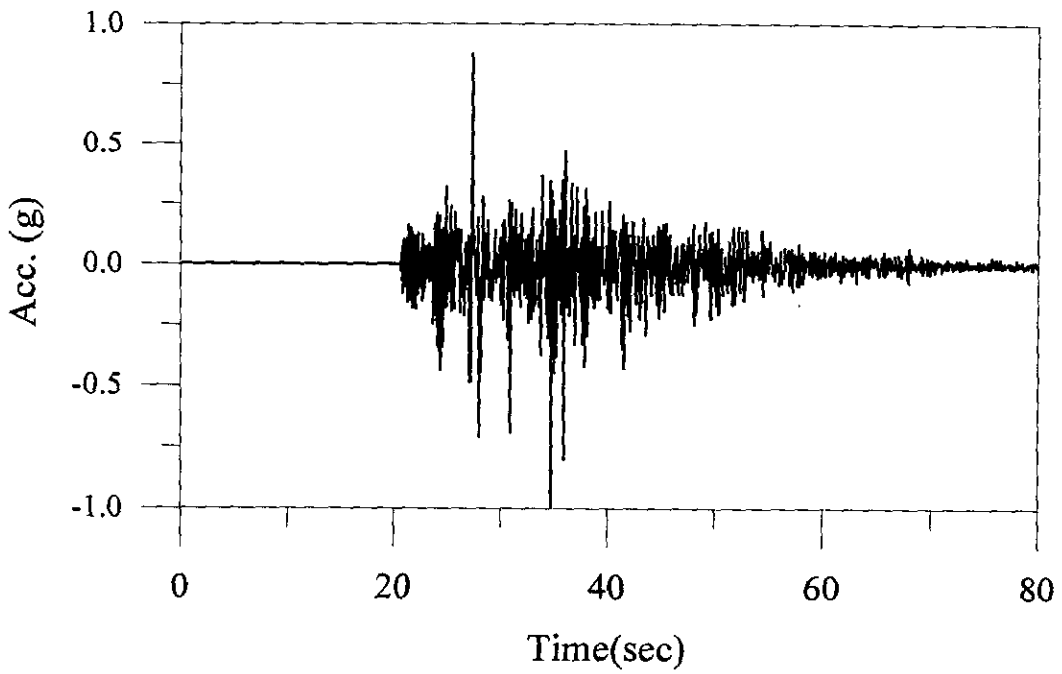


圖 2.30 Chi-Chi 地震歷時(Tcu129 測站, E-W Component)

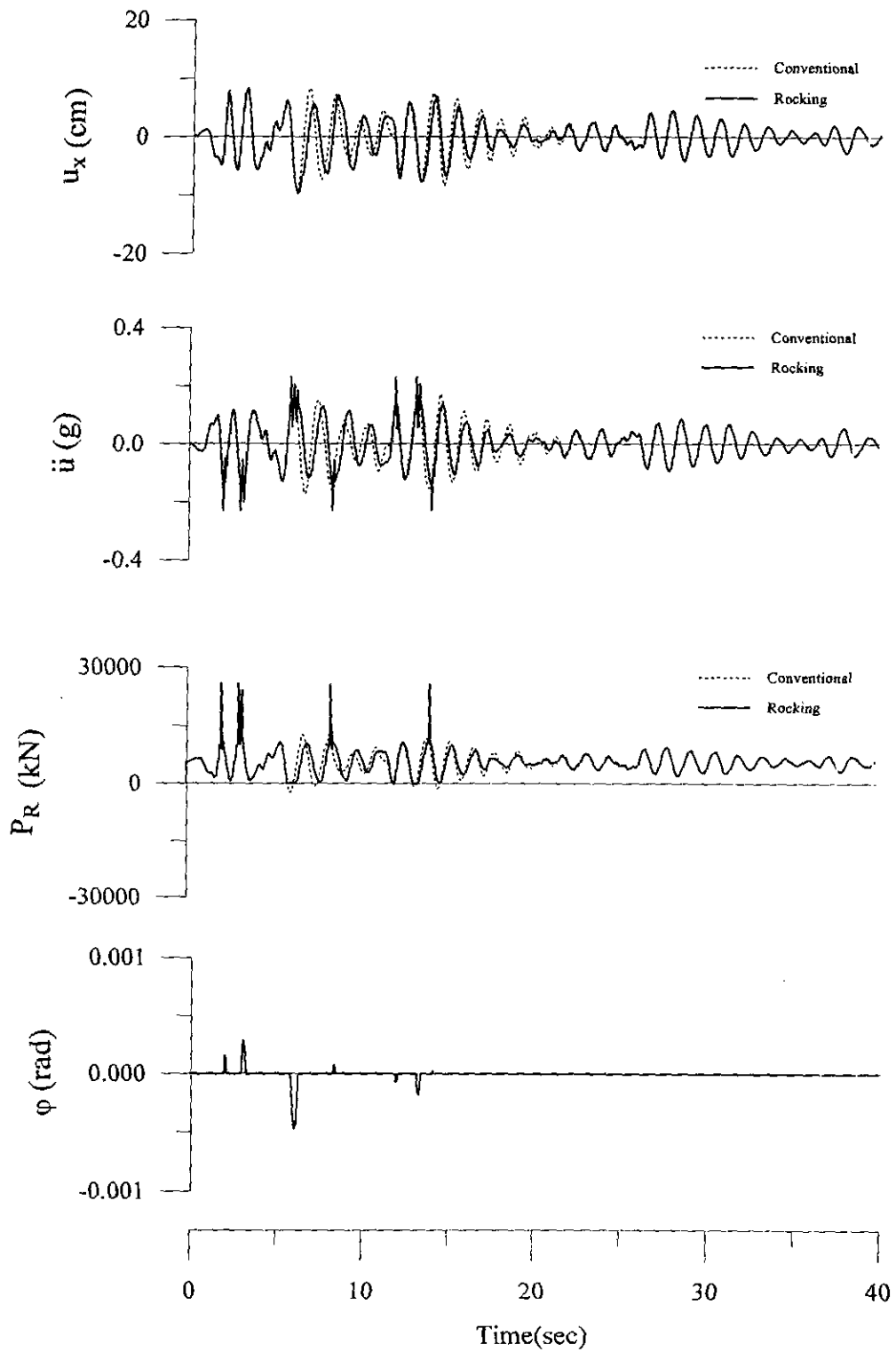


圖 2.31 搖晃橋柱系統與傳統結構系統之地震反應歷時  
( $h/l=10$ , El Centro,  $PGA=0.34g$ )

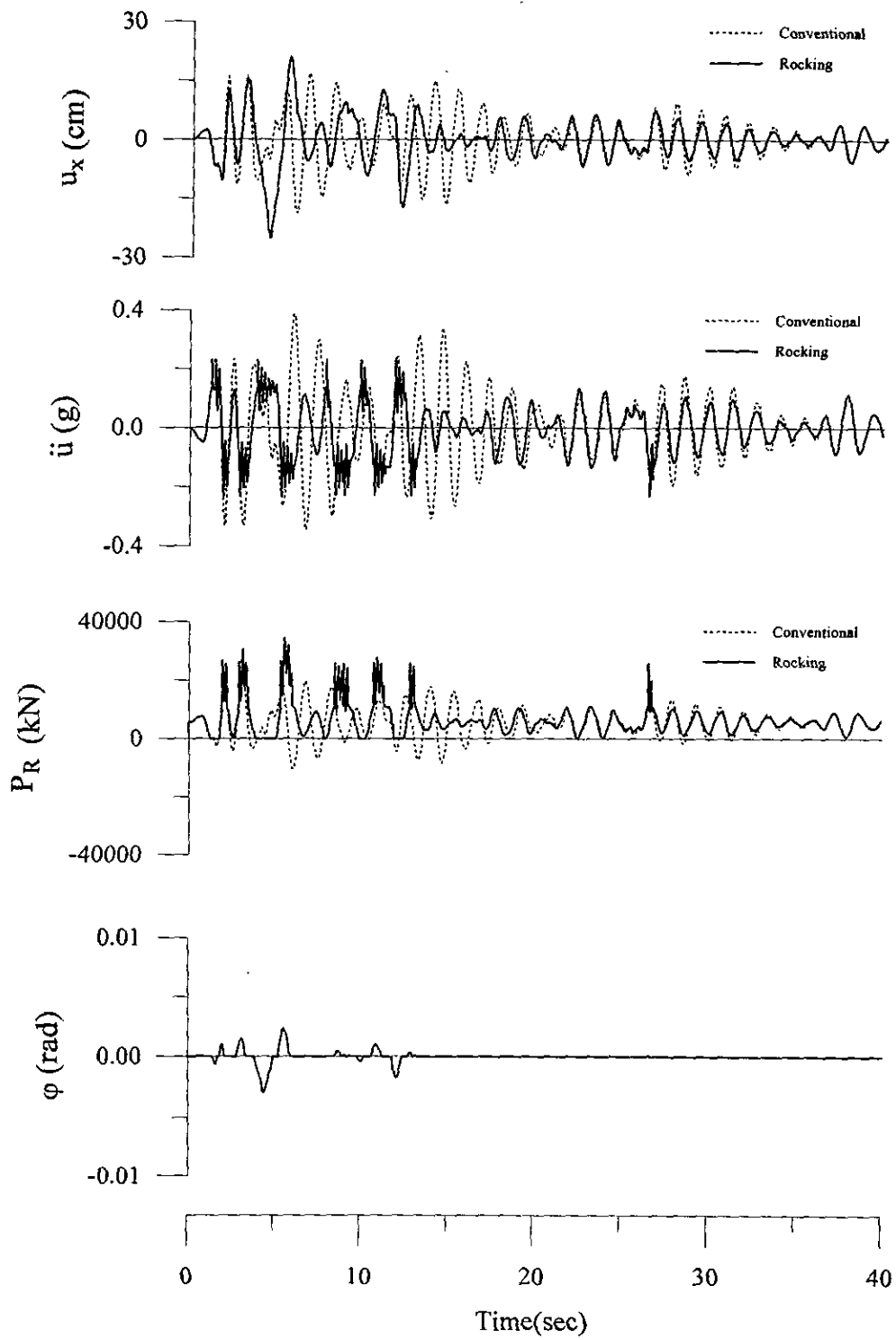


圖 2.32 搖晃橋柱系統與傳統結構系統之地震反應歷時  
( $h/l=10$ , El Centro,  $PGA=0.68g$ )

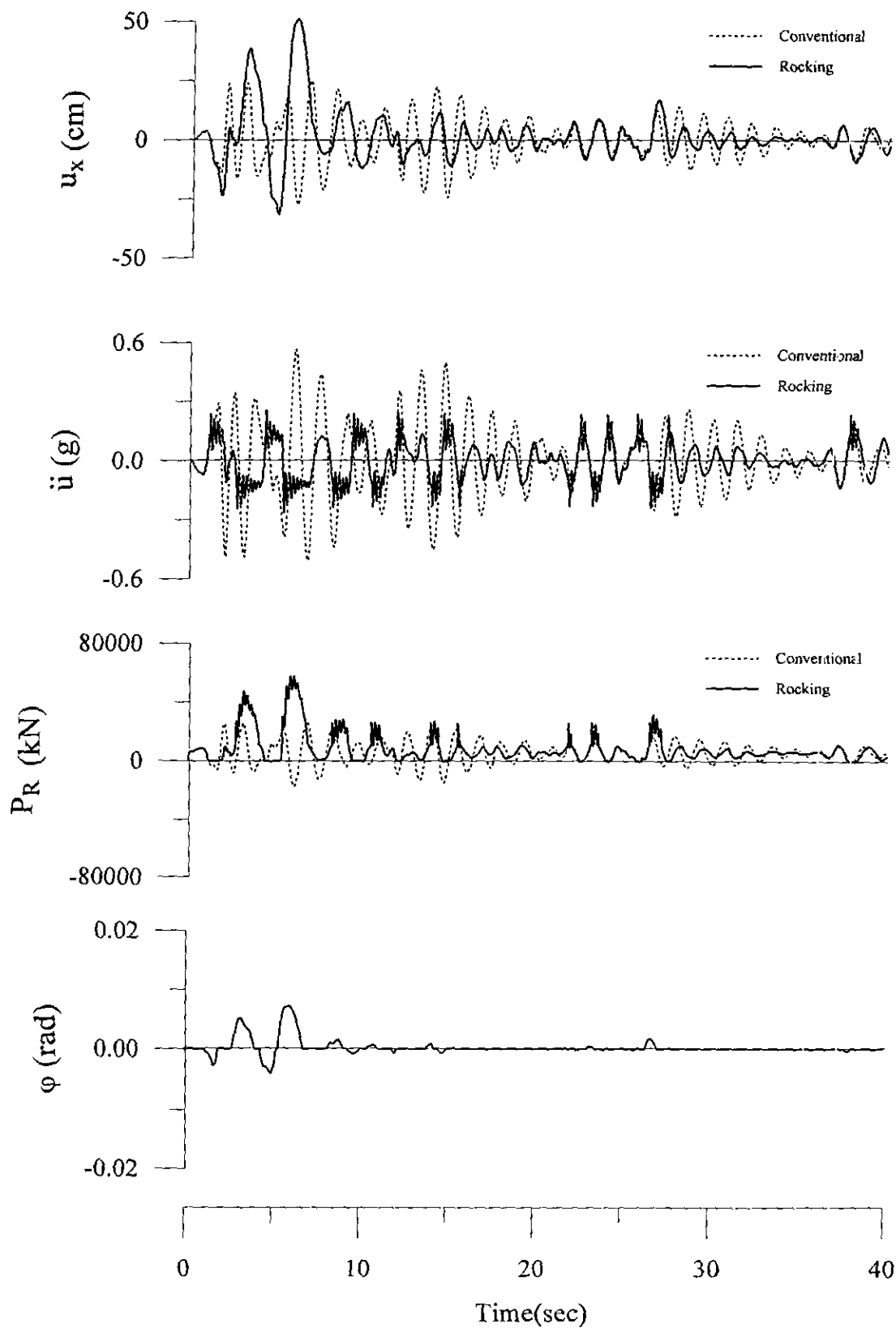


圖 2.33 搖晃橋柱系統與傳統結構系統之地震反應歷時  
( $h/l=10$ , El Centro,  $PGA=1.0g$ )

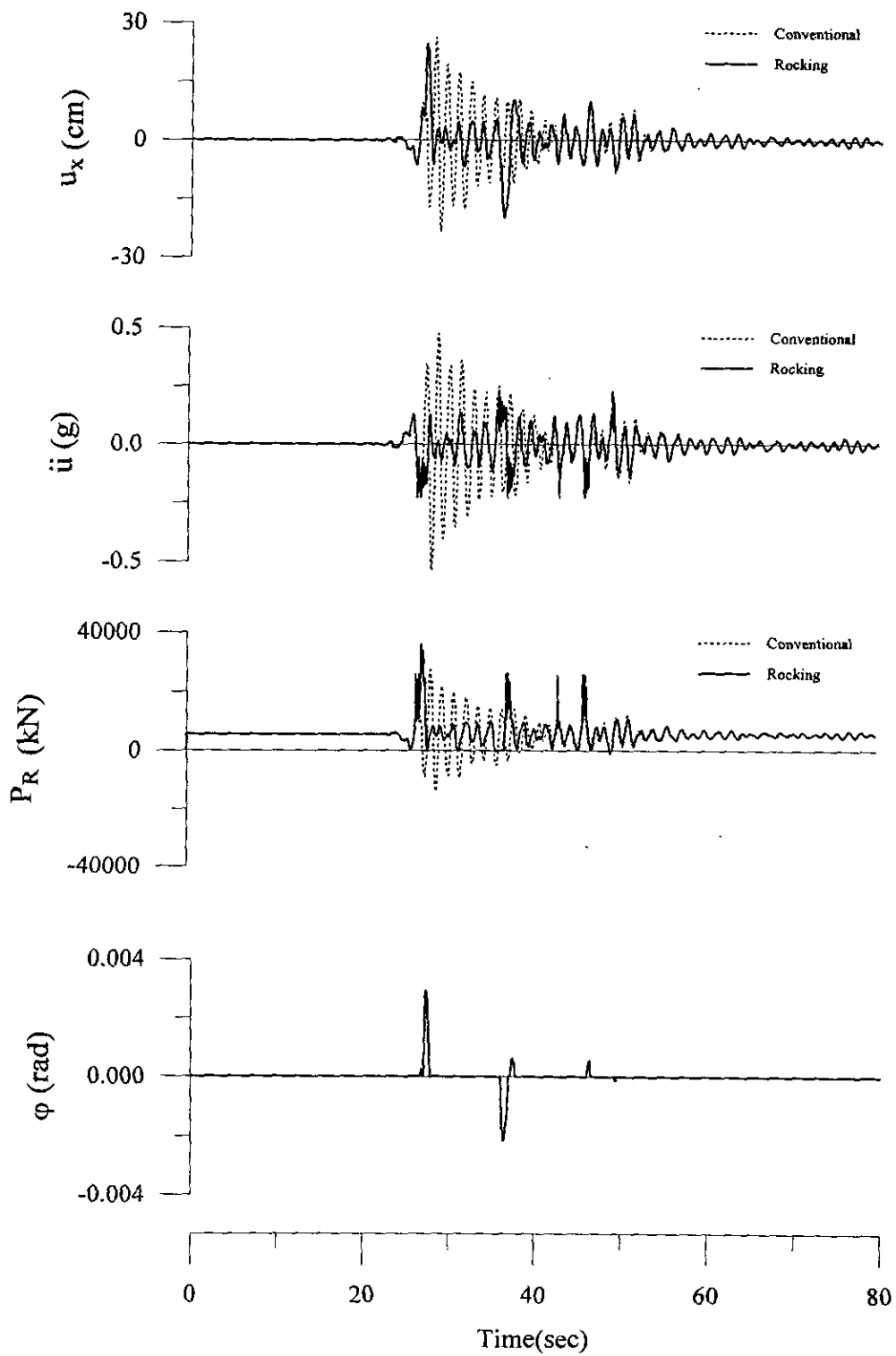


圖 2.34 搖晃橋柱系統與傳統結構系統之地震反應歷時  
( $h/l=10$ , Chi-Chi Earthquake,  $PGA=1.003g$ )

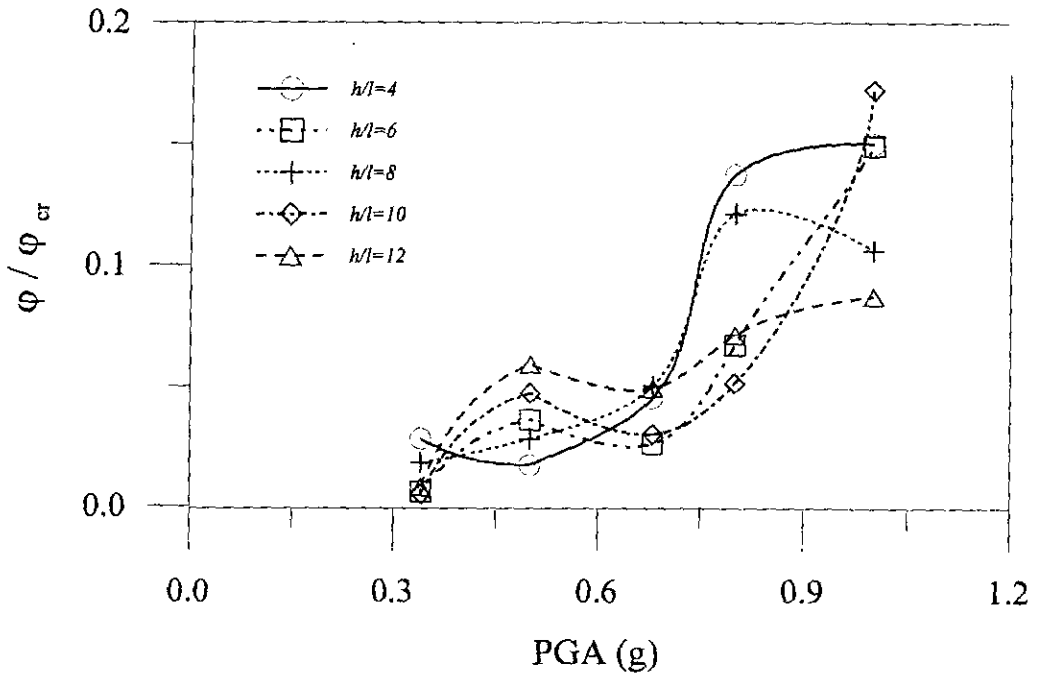


圖 2.35 不同高寬比與地震強度下之正規化晃動角度反應  
(El Centro Earthquake)

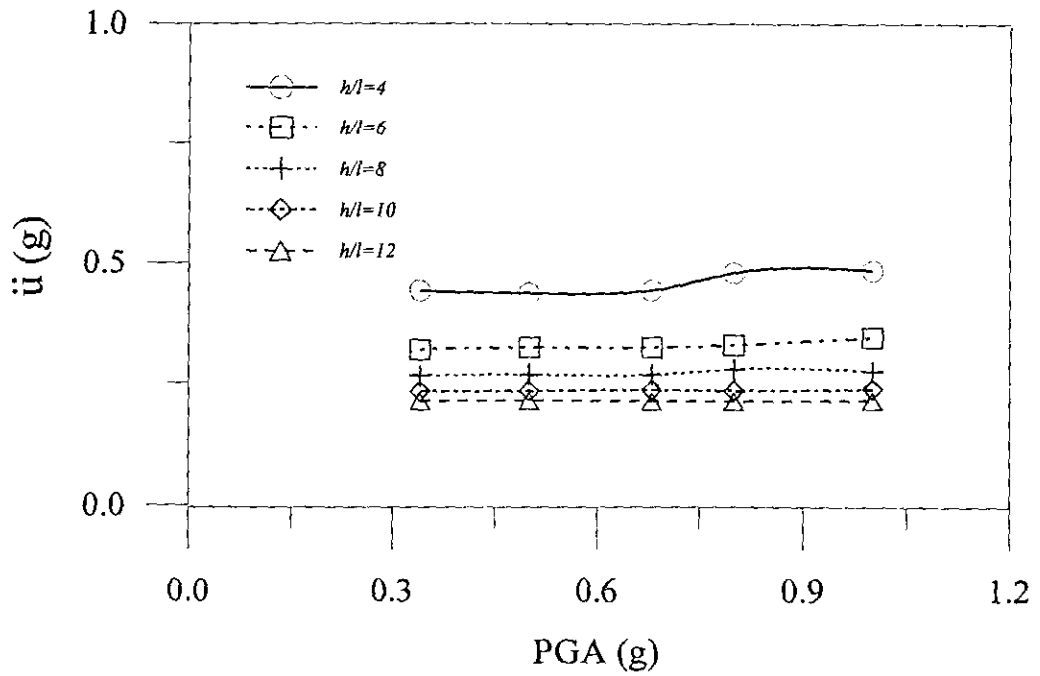


圖 2.36 不同高寬比與地震強度下之最大絕對加速度  
(El Centro Earthquake)

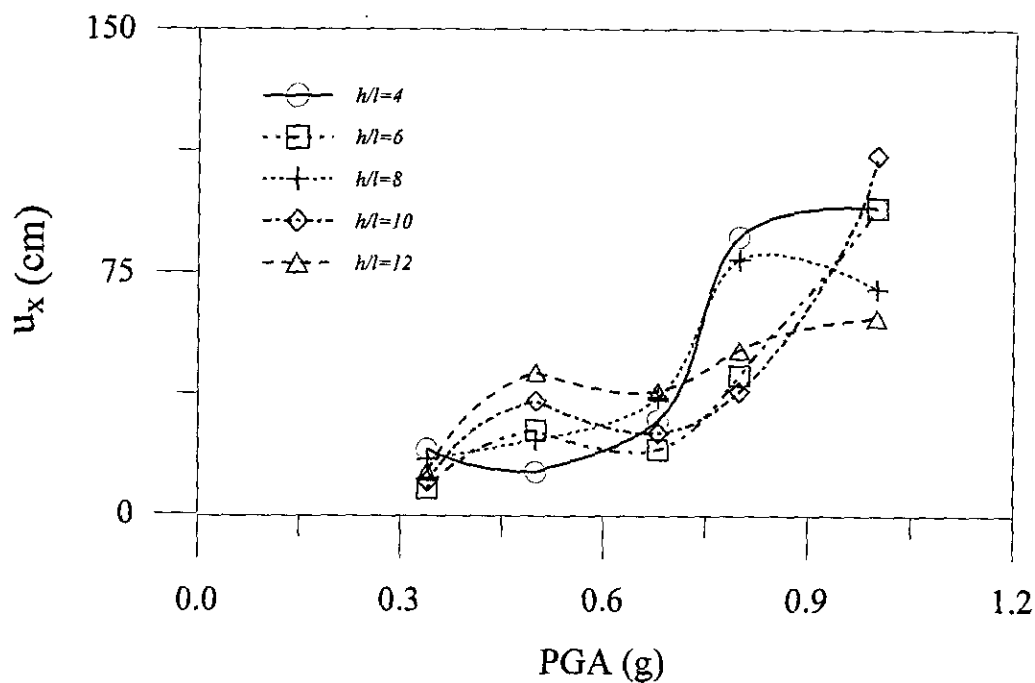


圖 2.37 不同高寬比與地震強度下之最大上部結構水平位移  
(El Centro Earthquake)

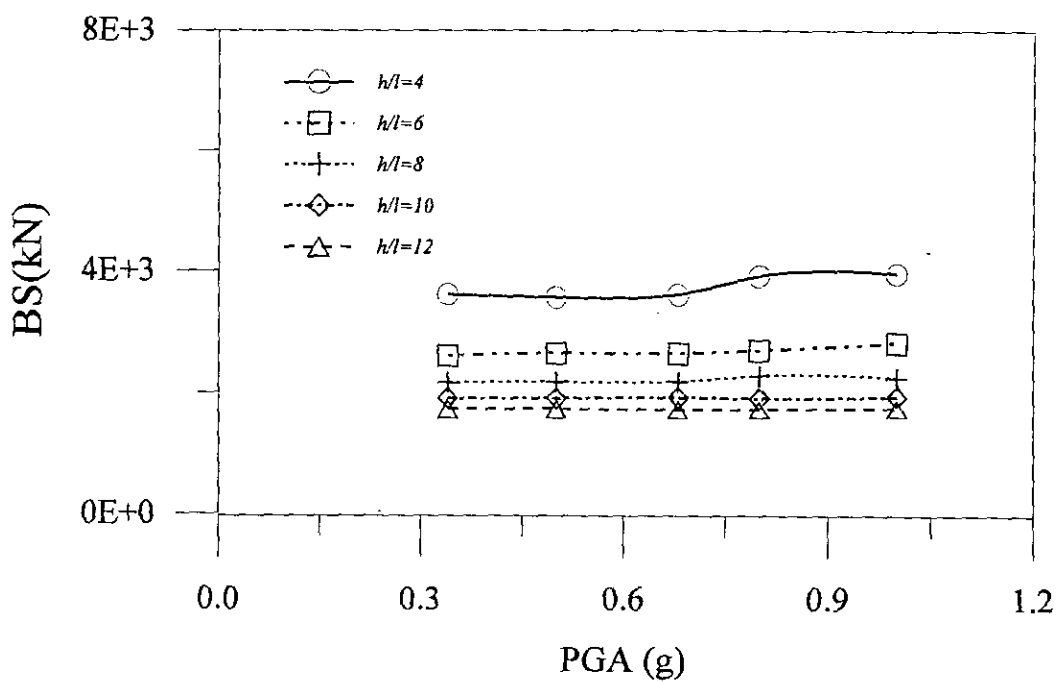


圖 2.38 不同高寬比與地震強度下之最大柱底剪力  
(El Centro Earthquake)

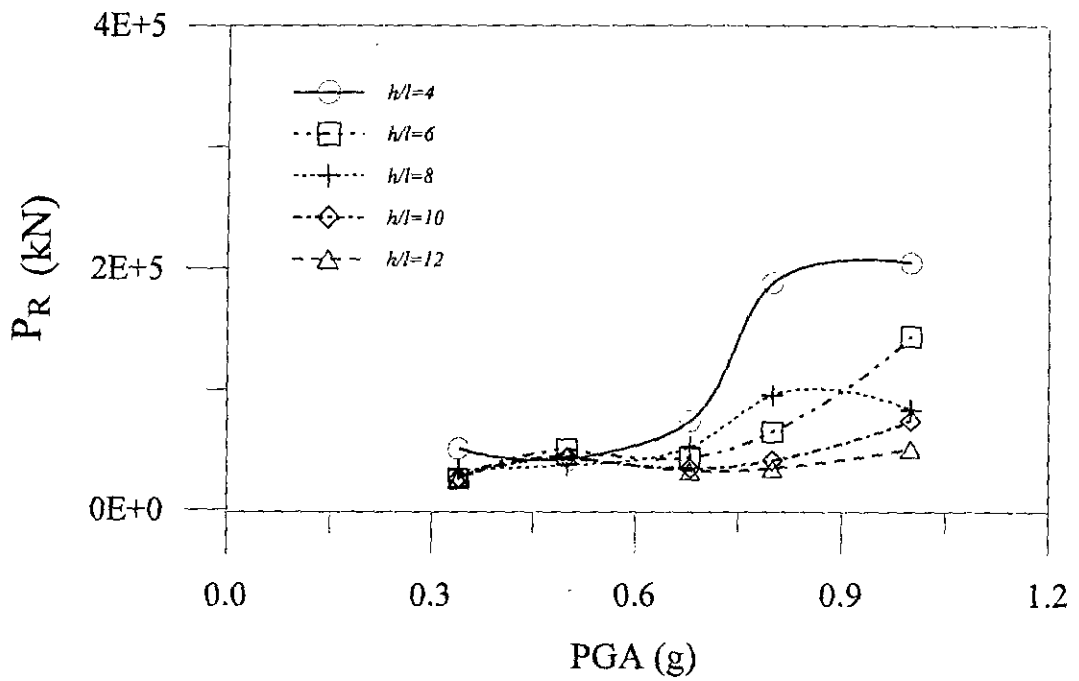


圖 2.39 不同高寬比與地震強度下之最大右柱軸力  
(El Centro Earthquake)

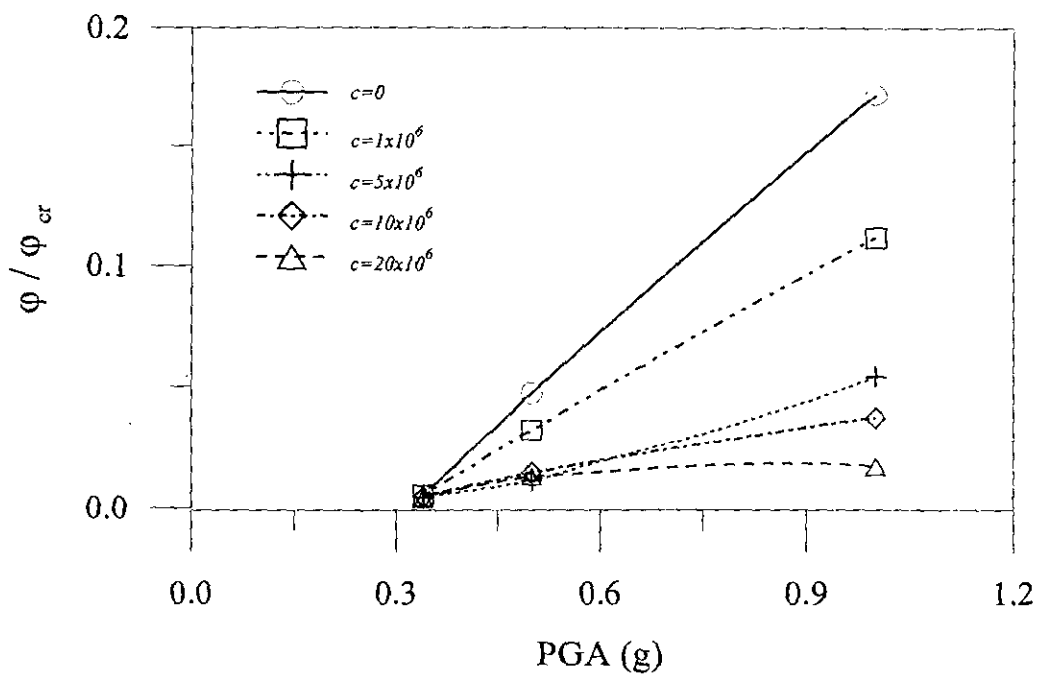


圖 2.40 不同阻尼係數與地震強度下之最大正規化晃動角度  
(El Centro Earthquake,  $h/l=10$ )



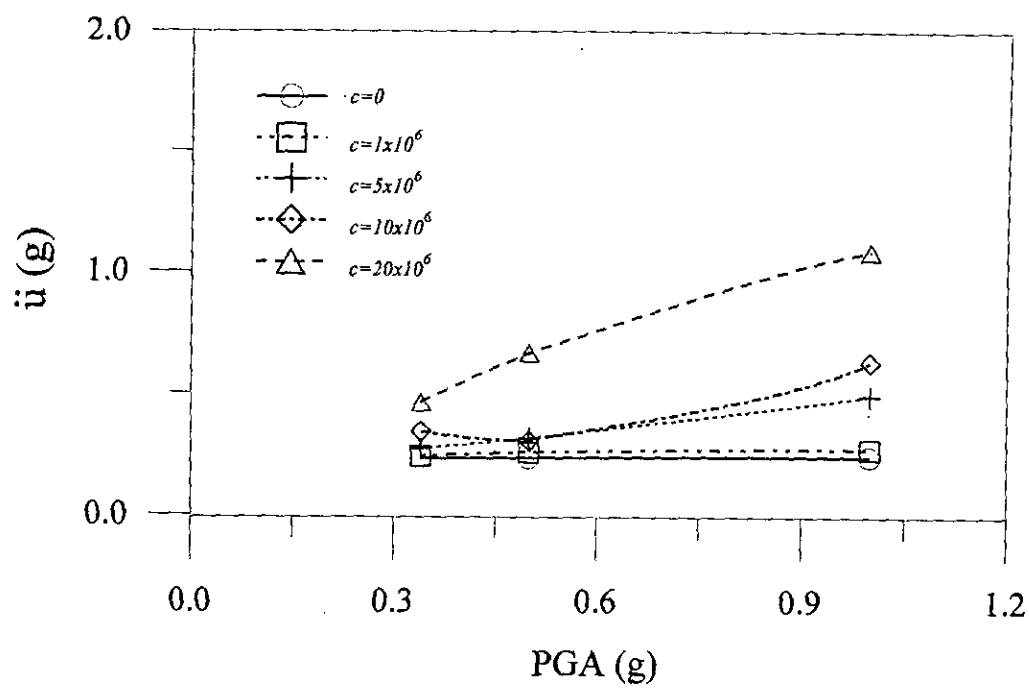


圖 2.41 不同阻尼係數與地震強度下之最大加速度  
(El Centro Earthquake,  $h/l=10$ )

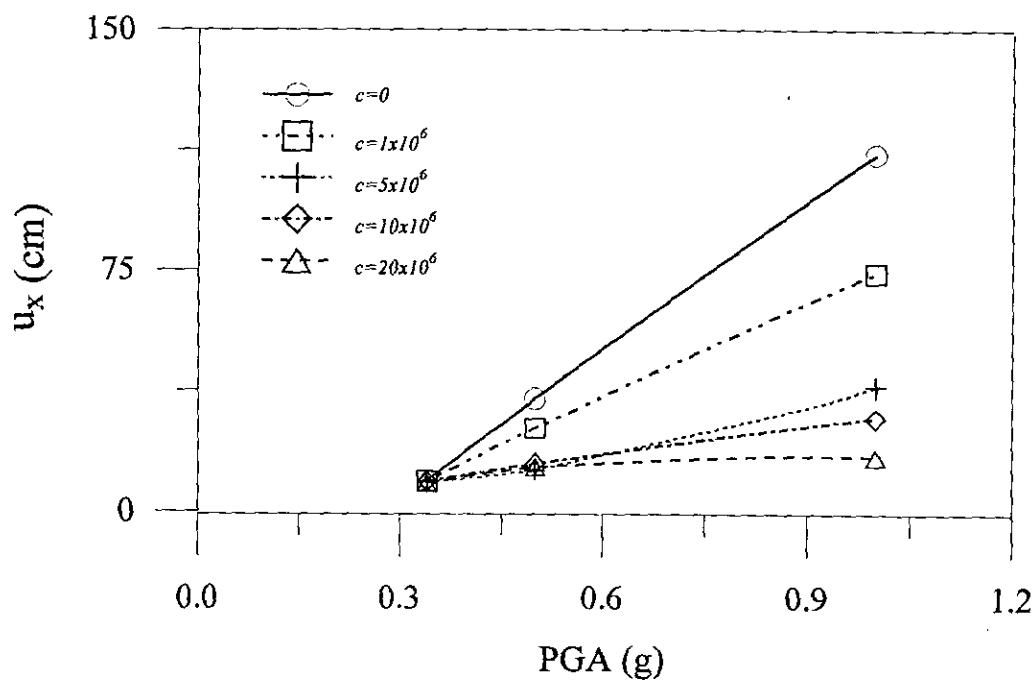


圖 2.42 不同阻尼係數與地震強度下之最大上部結構水平位移  
(El Centro Earthquake,  $h/l=10$ )

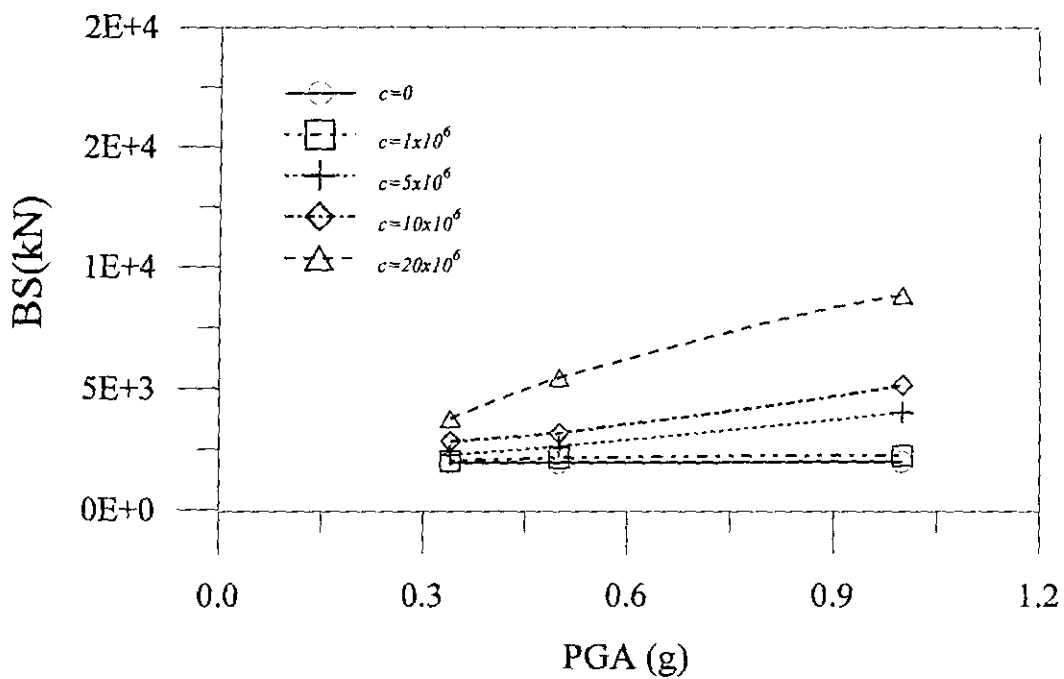


圖 2.43 不同阻尼係數與地震強度下之最大基底剪力  
(El Centro Earthquake,  $h/l=10$ )

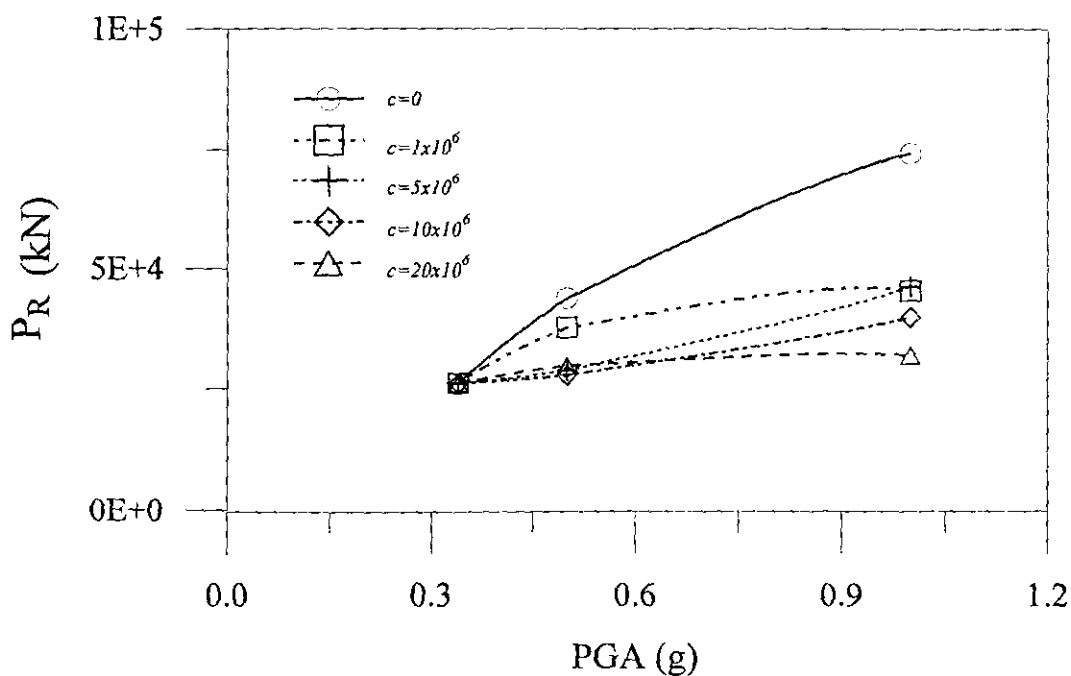


圖 2.44 不同阻尼係數與地震強度下之最大右柱軸力  
(El Centro Earthquake,  $h/l=10$ )

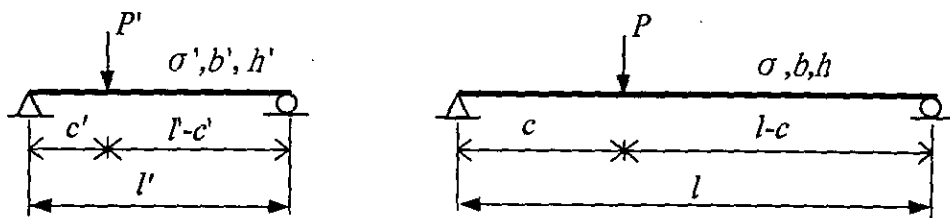


圖 3.1 幾何相似簡支梁受荷種之結構分析

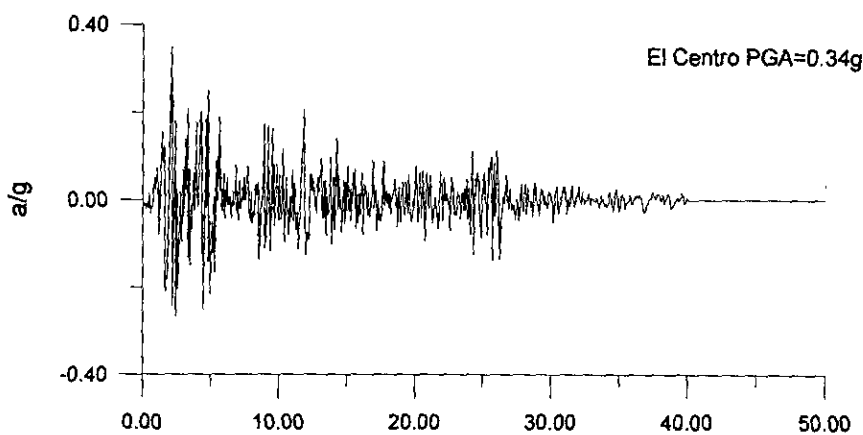


圖 3.2 El Centro 之地震歷時記錄(PGA=0.34g,  $\Delta t=0.02\text{sec}$ )

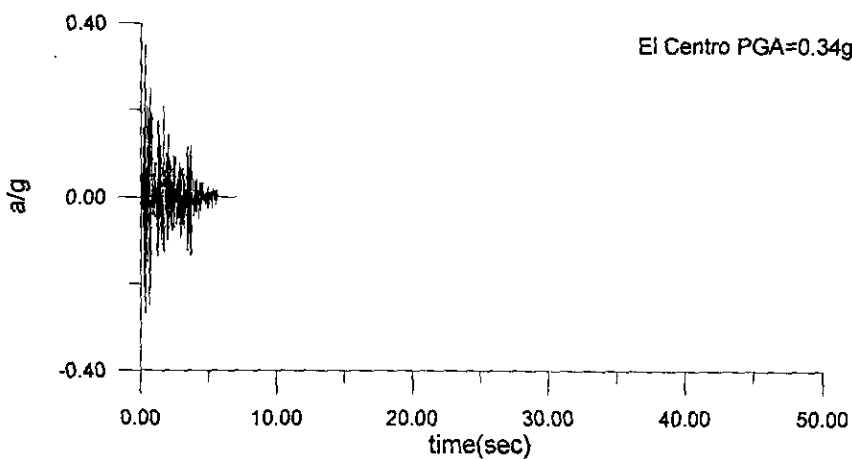


圖 3.3 El Centro 之修正地震歷時記錄(PGA=0.34g,  $\Delta t=0.0028\text{sec}$ )

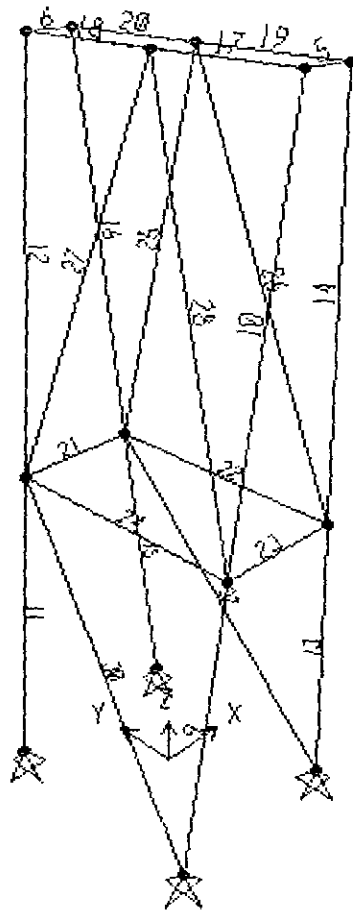


圖 3.4 搖晃橋柱鋼構架之有限元素模型

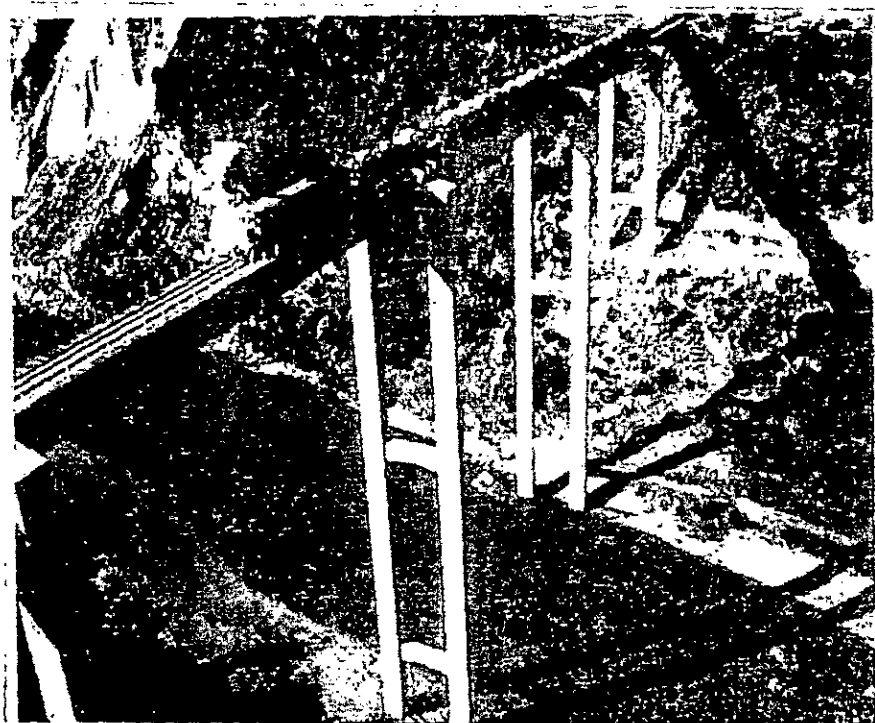


圖 3.5 紐西蘭南·朗吉塔克伊高架橋

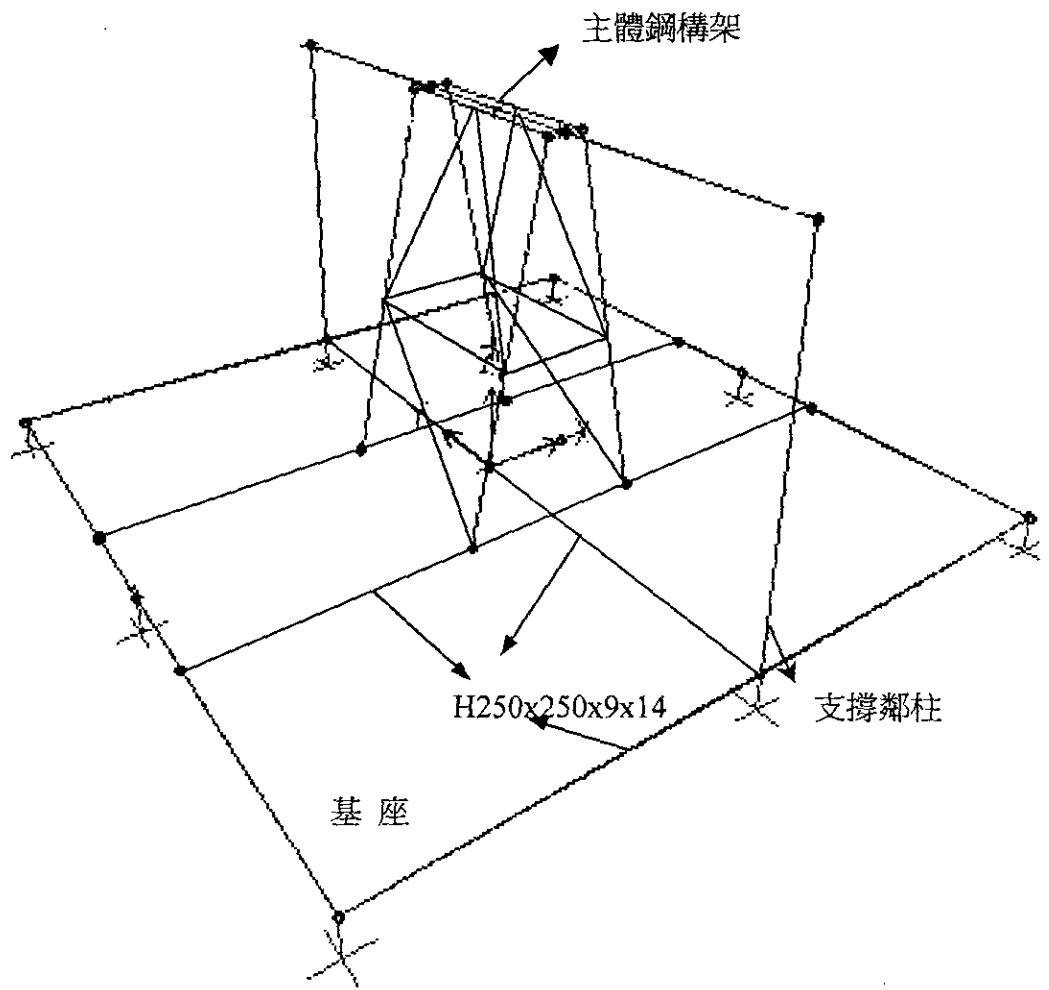


圖 3.6 縮尺高橋墩橋樑模型架構示意圖

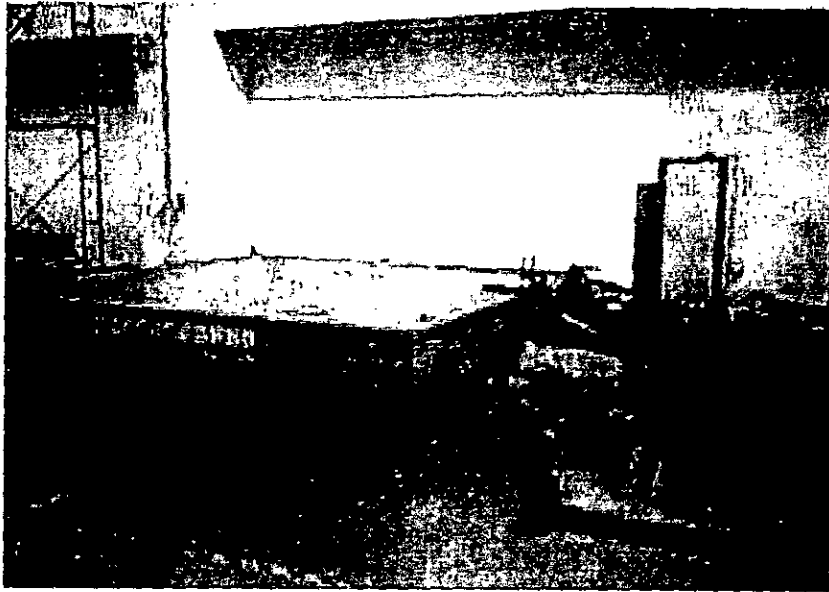


圖 3.7 交通大學地震模擬振動台

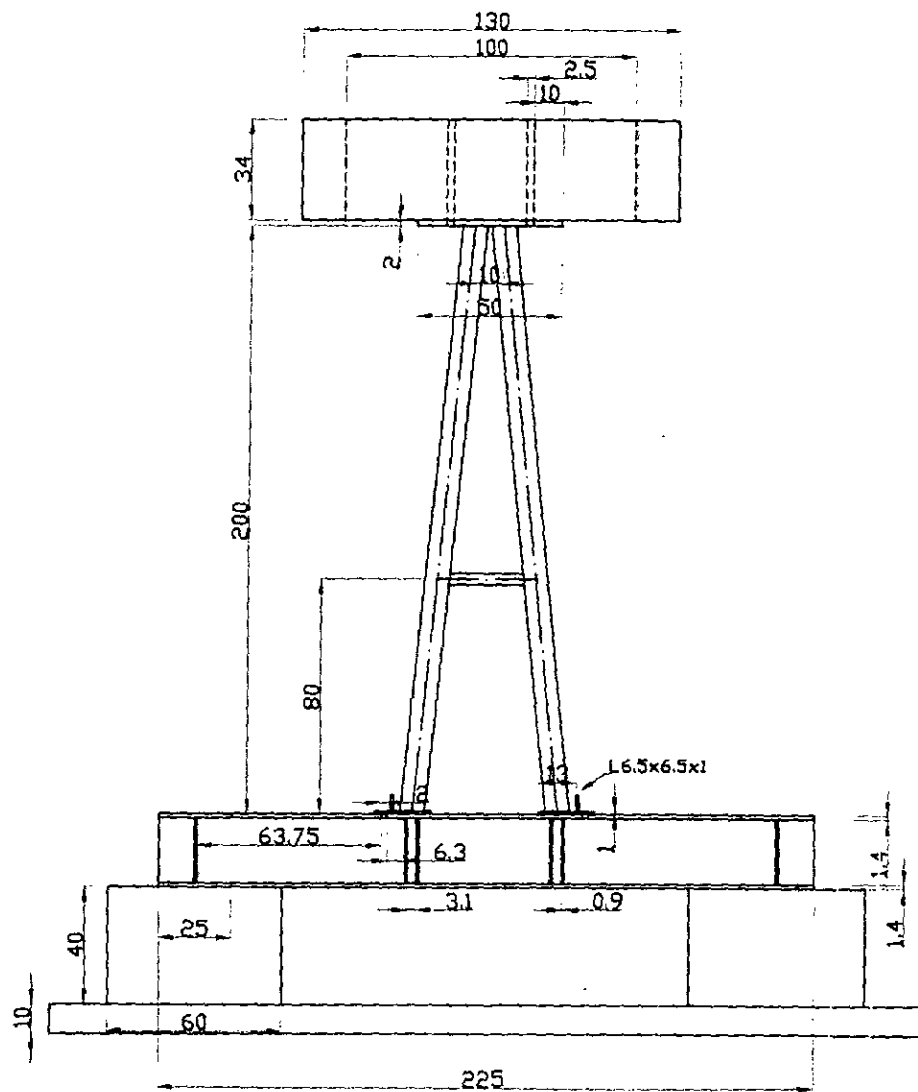


圖 3.8 搖晃橋柱主體鋼構架 (正視圖)









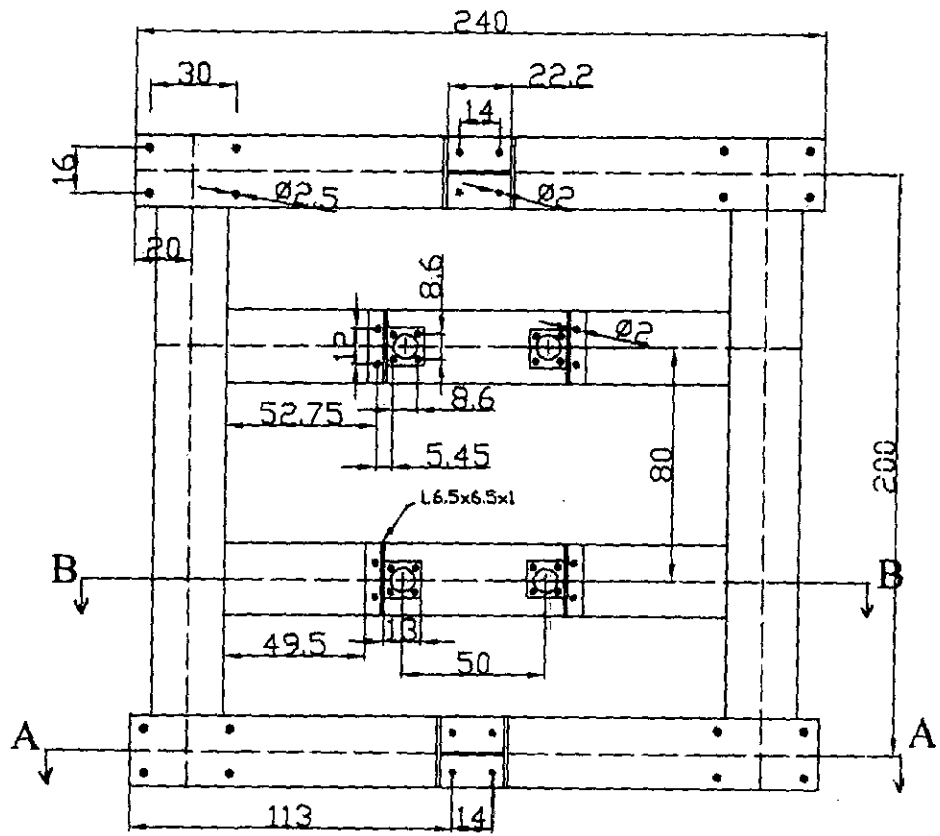


圖 3.12 基座俯視圖

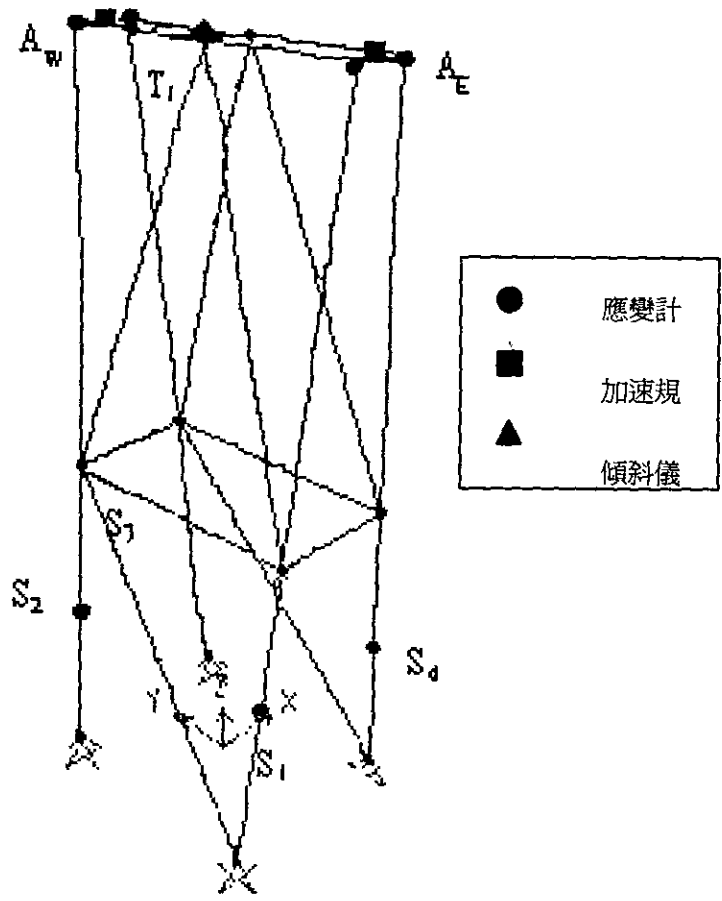


圖 3.13 感應計佈點示意圖

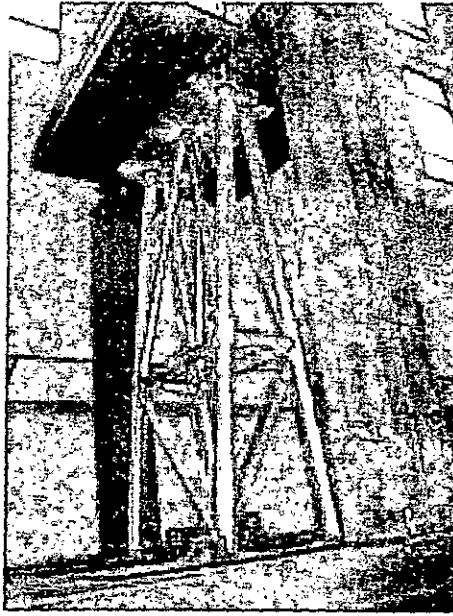


圖 3.14 搖晃橋柱模型結構安裝於振動台上

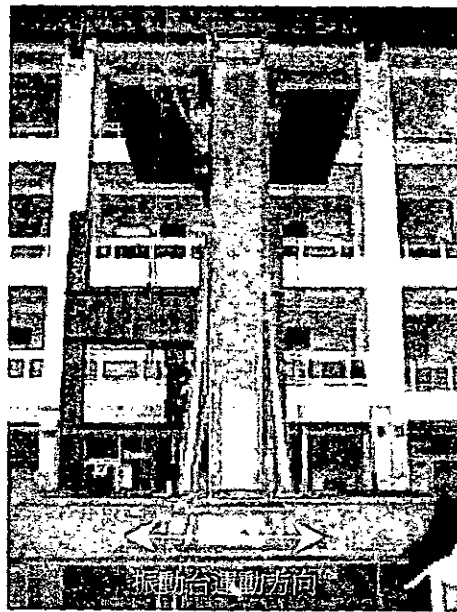


圖 3.15 搖晃橋柱模型結構安裝於振動台上（正面）

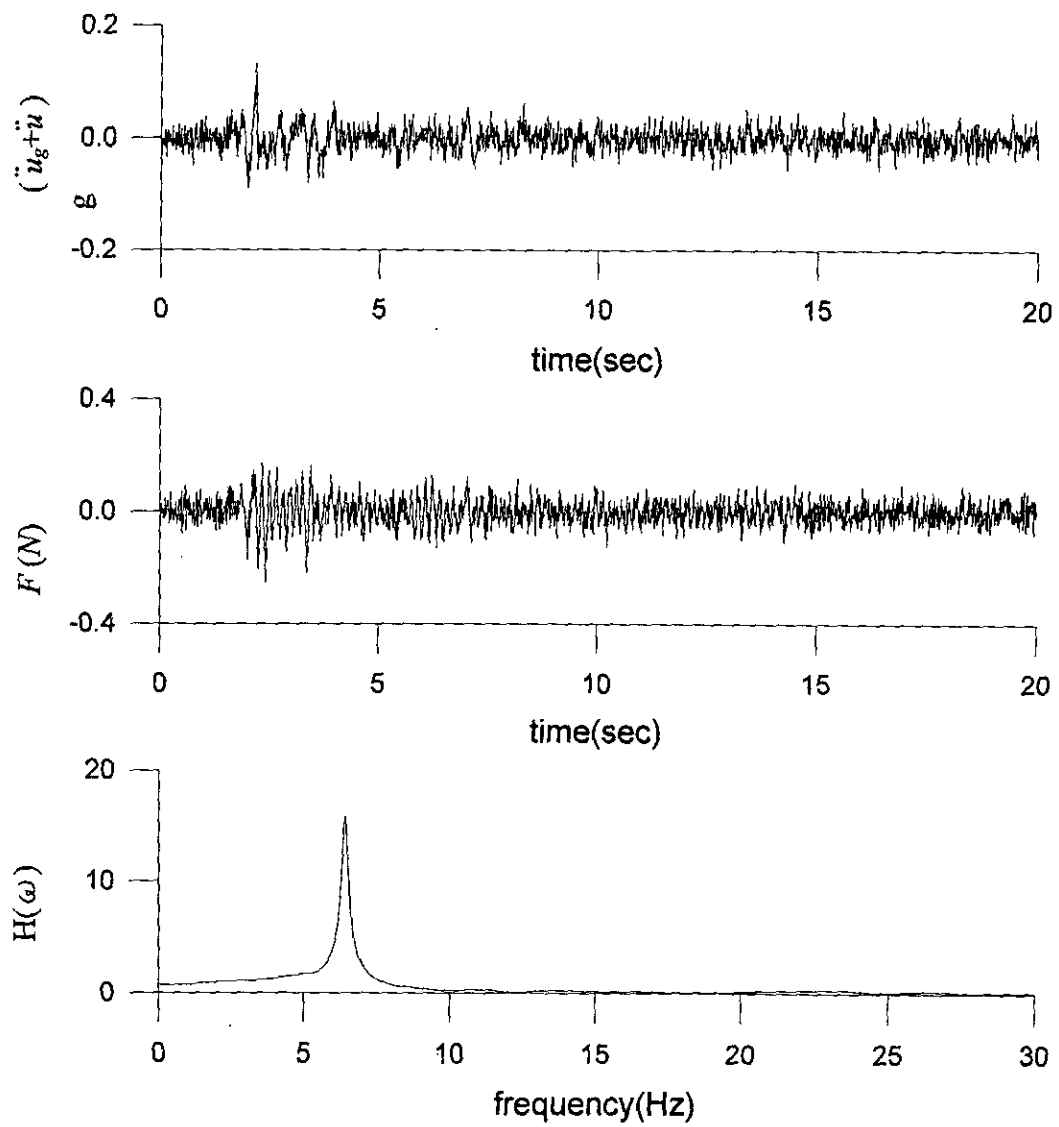


圖 3.16 微震振動試驗結果(El Centro, PGA=0.1g)

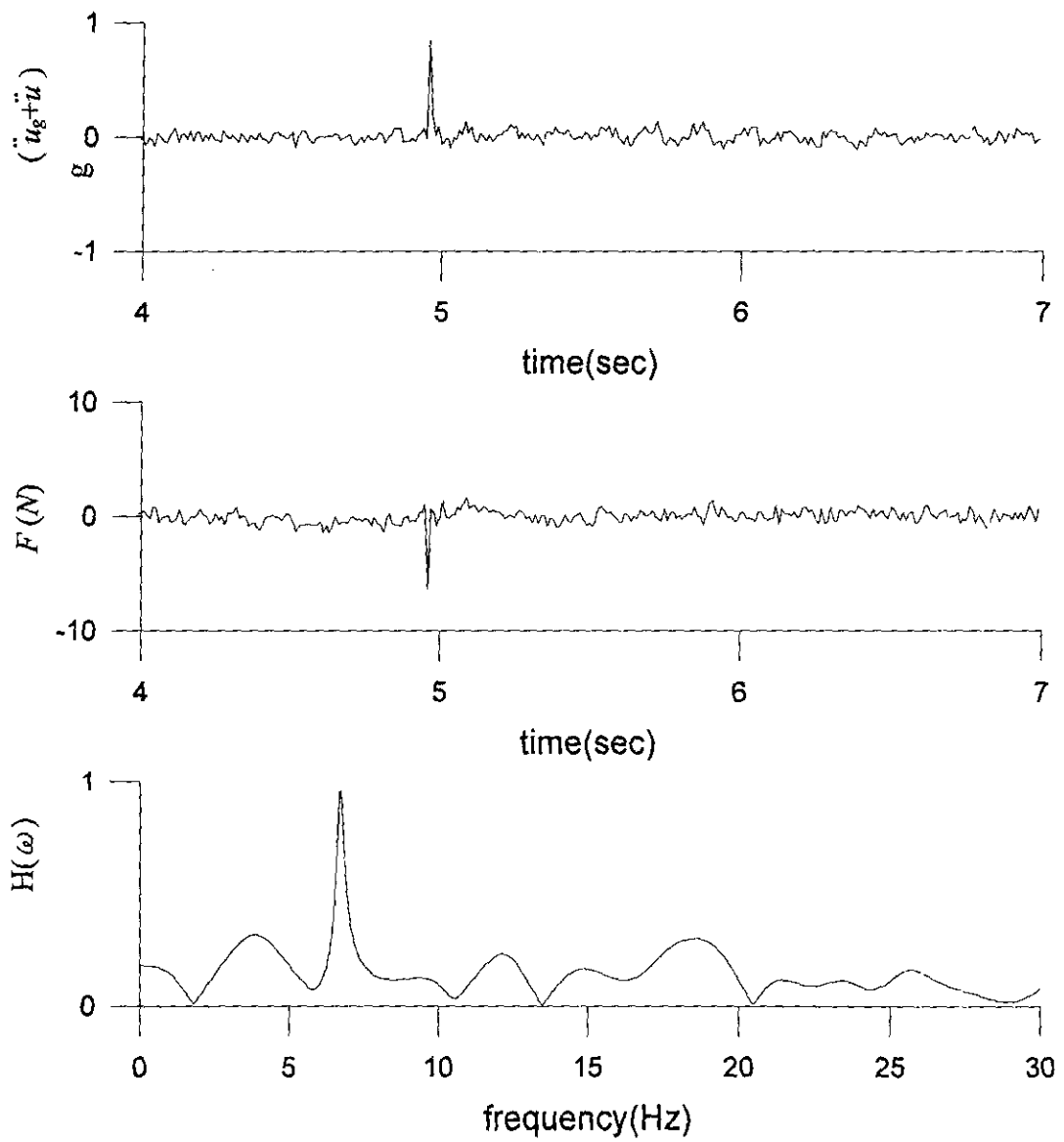


圖 3.17 衝擊載重試驗結果



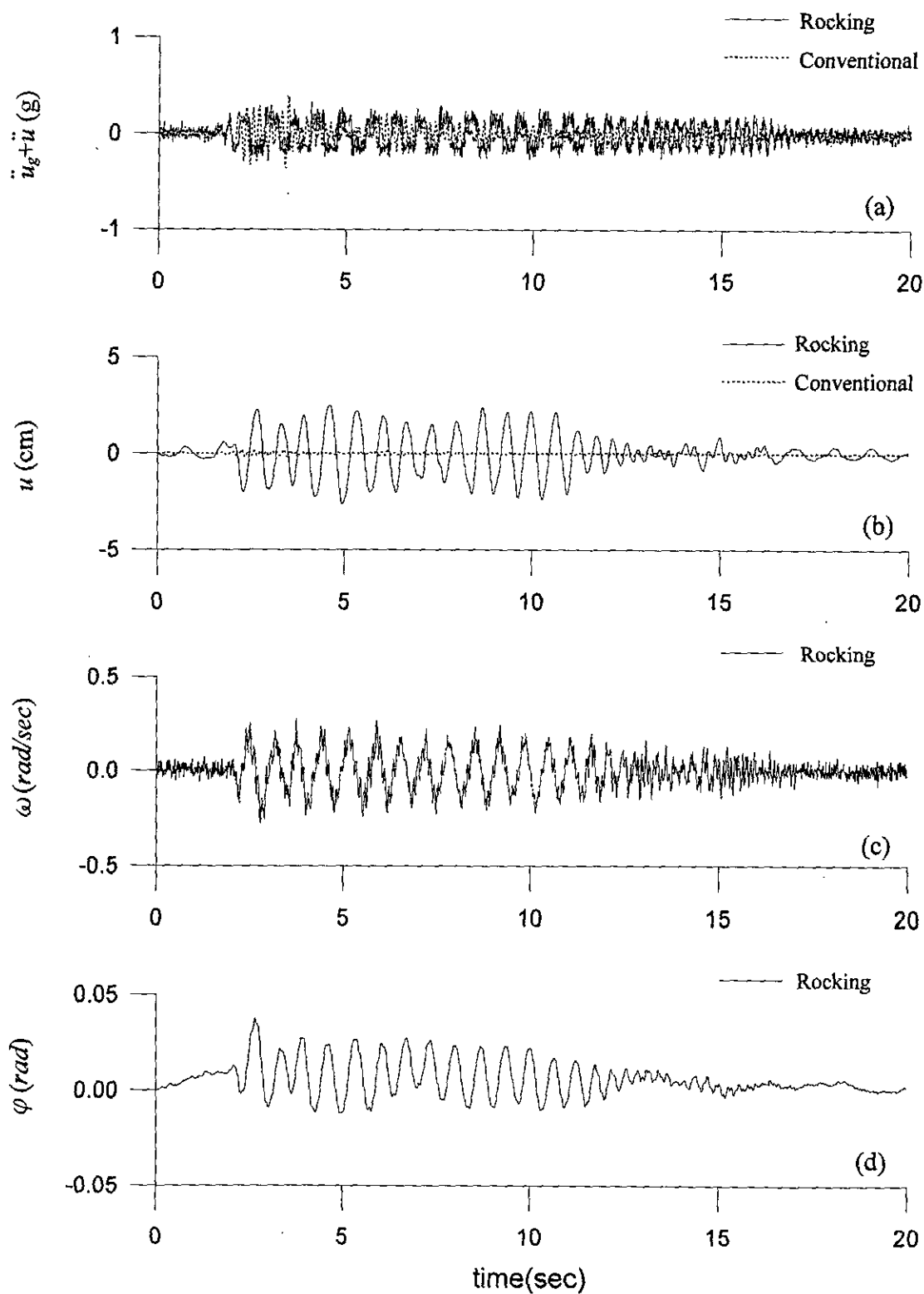


圖 3.18 地震模擬試驗結果(El Centro, PGA=0.2g)

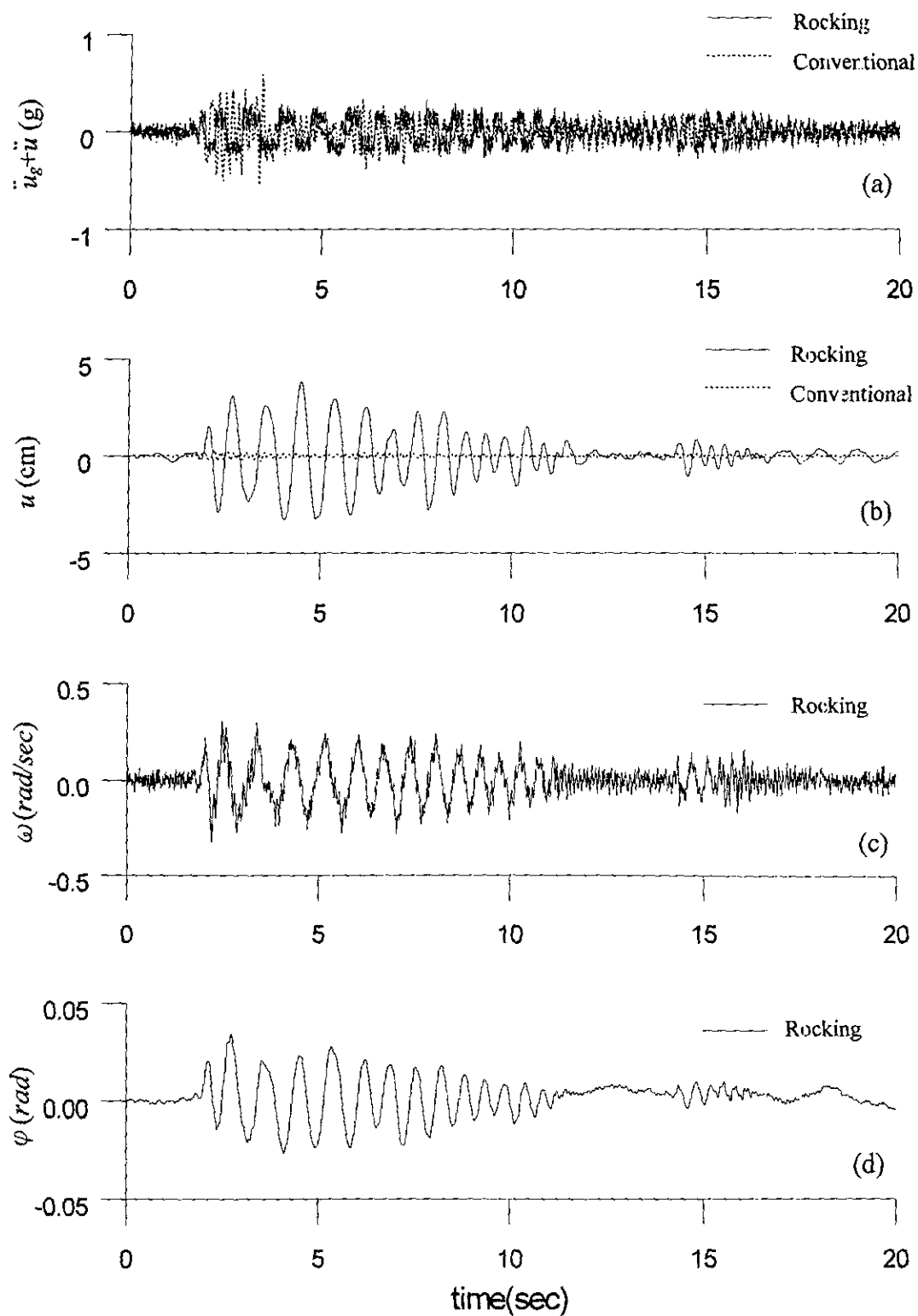


圖 3.19 地震模擬試驗結果(El Centro, PGA=0.3g)

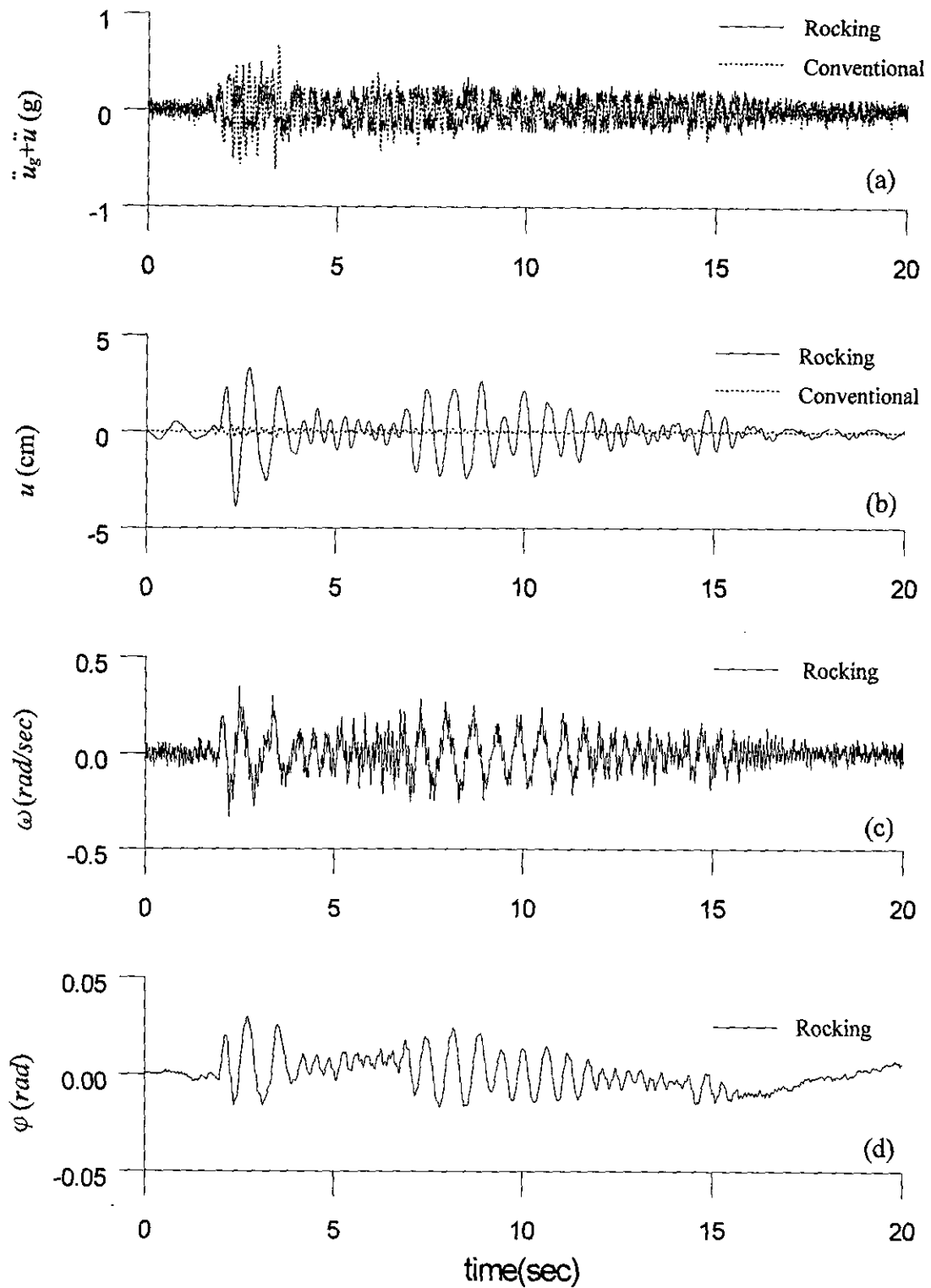


圖 3.20 地震模擬試驗結果(El Centro, PGA=0.34g)

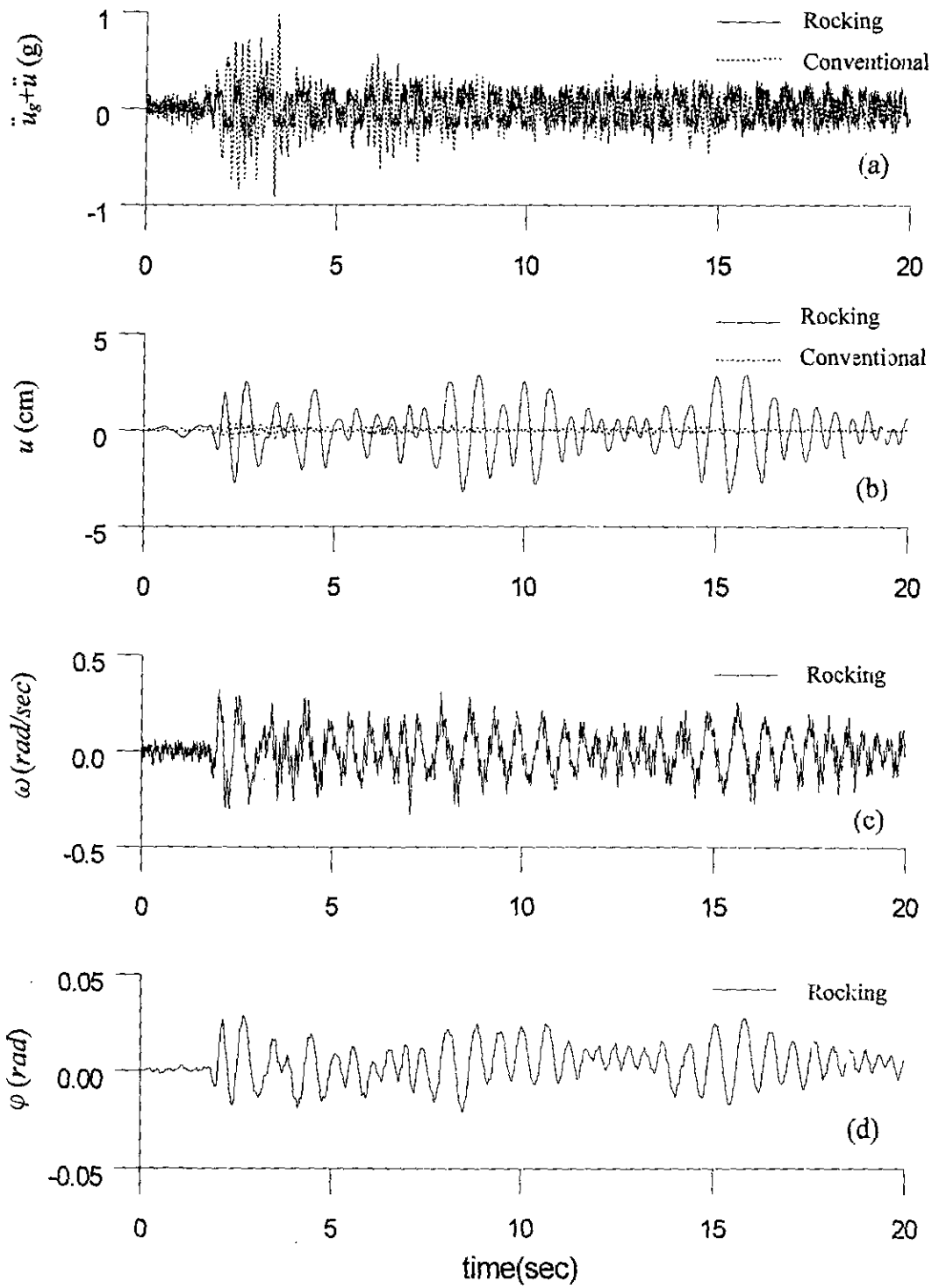


圖 3.21 地震模擬試驗結果(El Centro, PGA=0.5g)

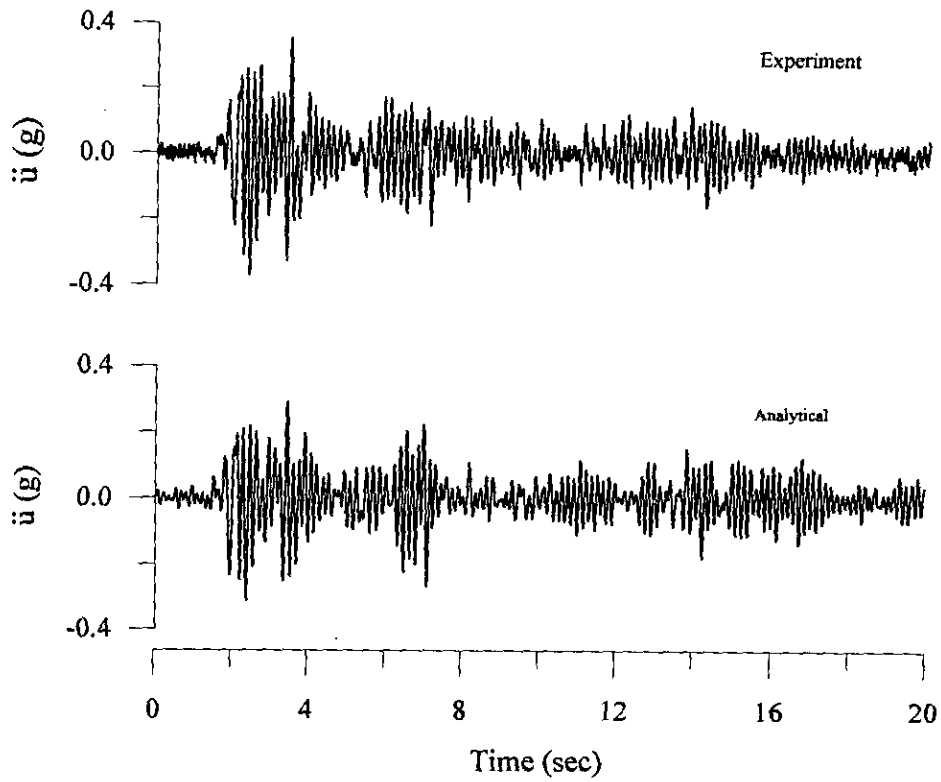


圖 3.22a 傳統橋柱系統數值模擬與試驗結果上部結構絕對加速度歷時比較  
(El Centro, PGA=0.2g)

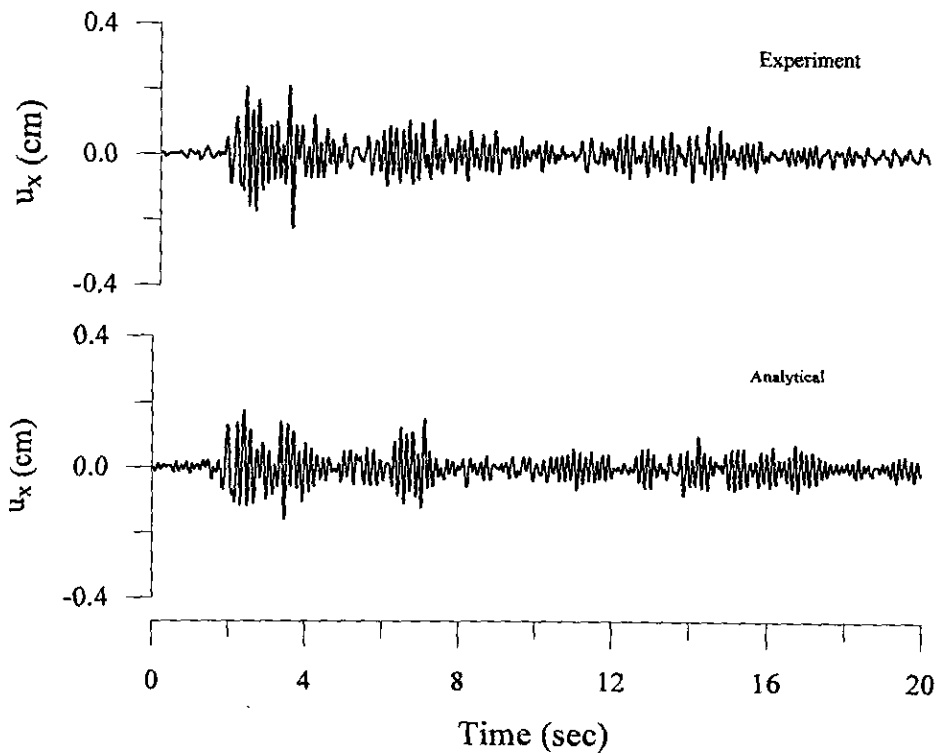


圖 3.22b 傳統橋柱系統數值模擬與試驗結果上部結構位移歷時比較  
(El Centro, PGA=0.2g)

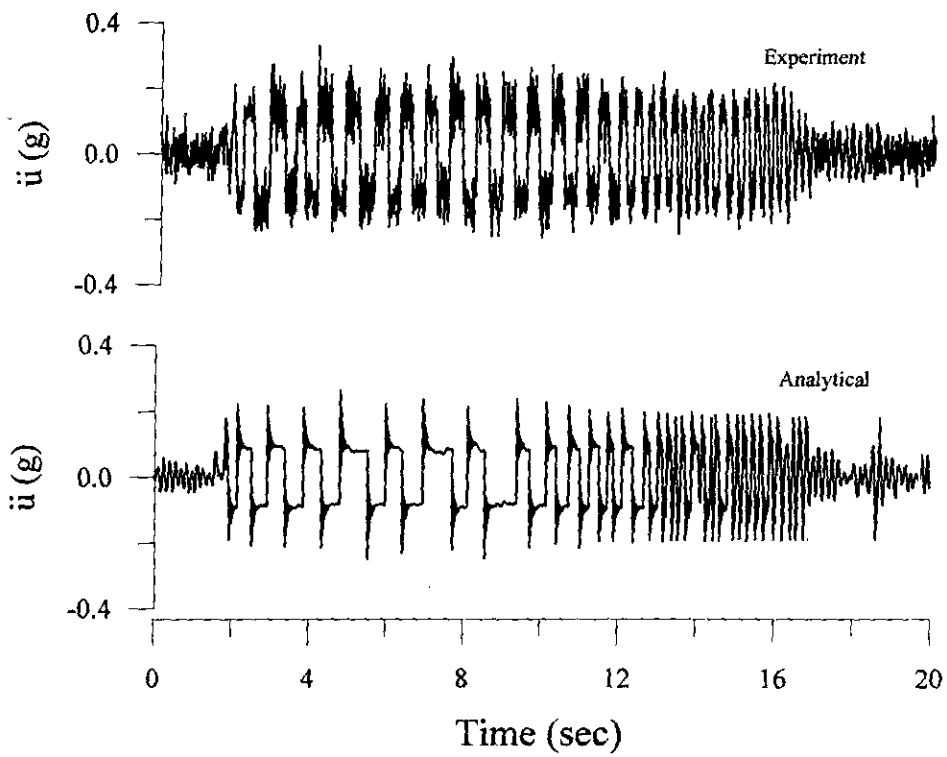


圖 3.23a 搖晃橋柱系統數值模擬與試驗結果上部結構絕對加速度歷時比較  
(El Centro, PGA=0.2g)

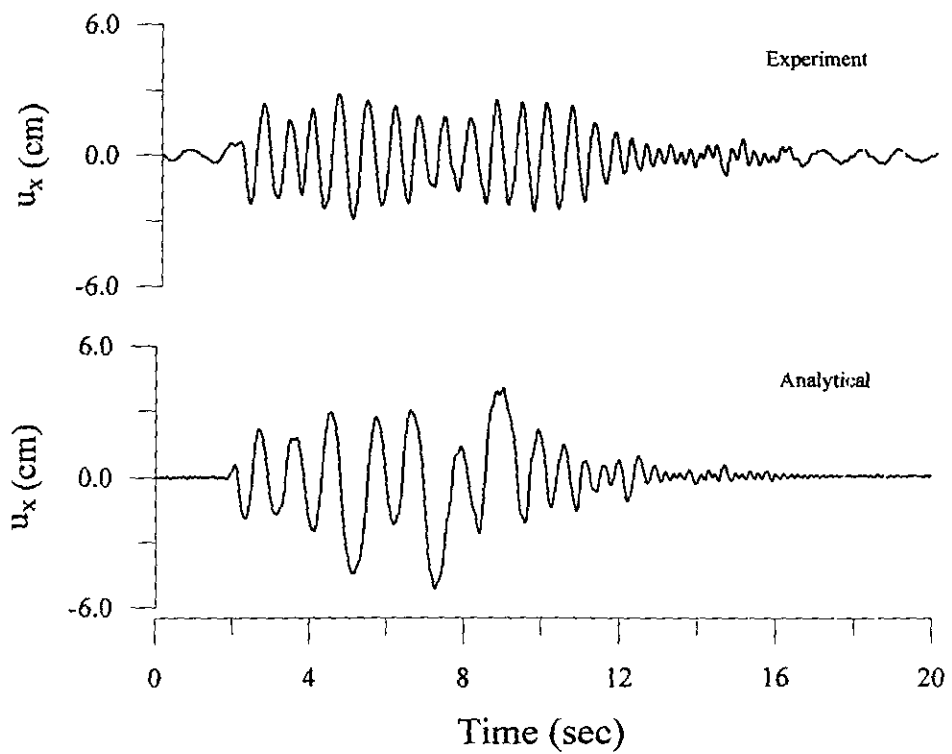


圖 3.23b 搖晃橋柱系統數值模擬與試驗結果上部結構位移歷時比較  
(El Centro, PGA=0.2g)

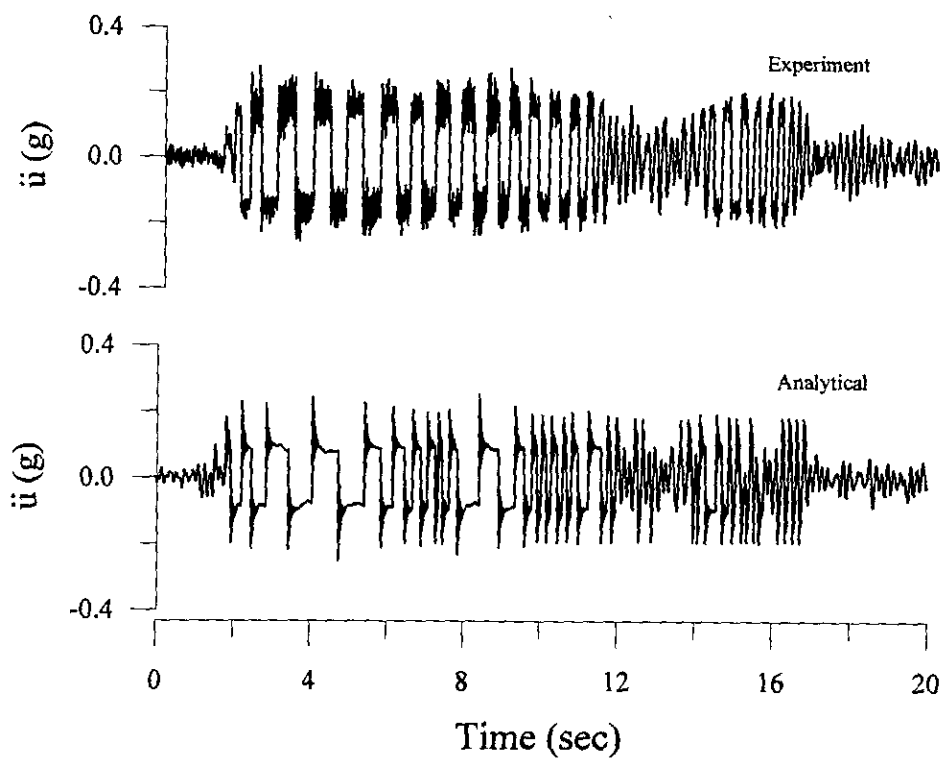


圖 3.24a 搖晃橋柱系統數值模擬與試驗結果上部結構絕對加速度歷時比較  
(El Centro, PGA=0.3g)

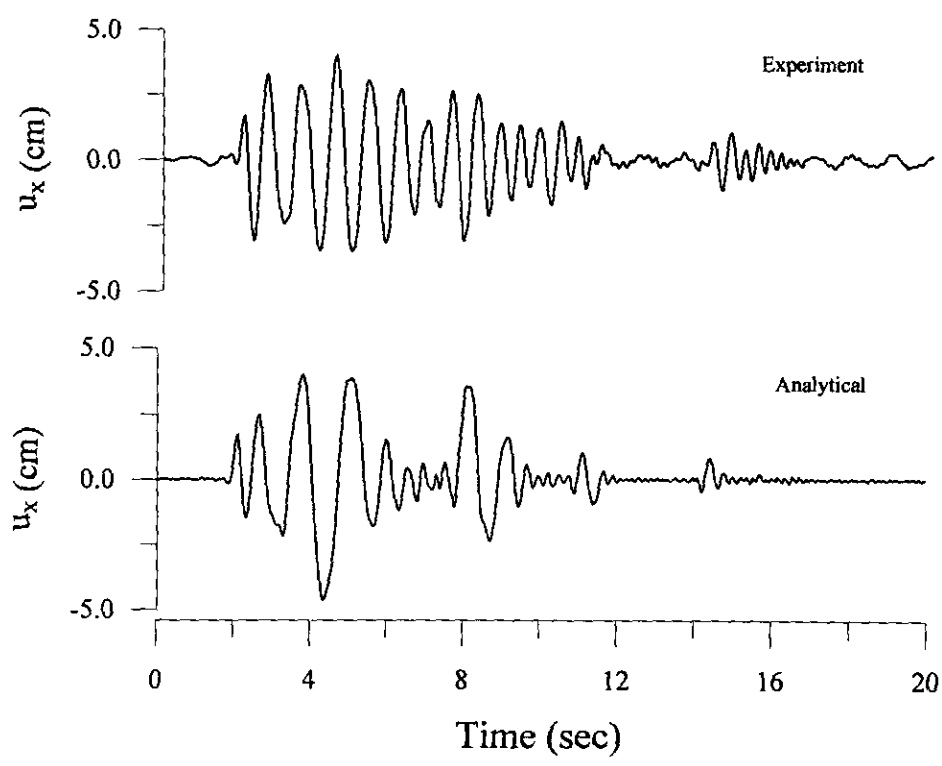


圖 3.24b 搖晃橋柱系統數值模擬與試驗結果上部結構位移歷時比較  
(El Centro, PGA=0.3g)

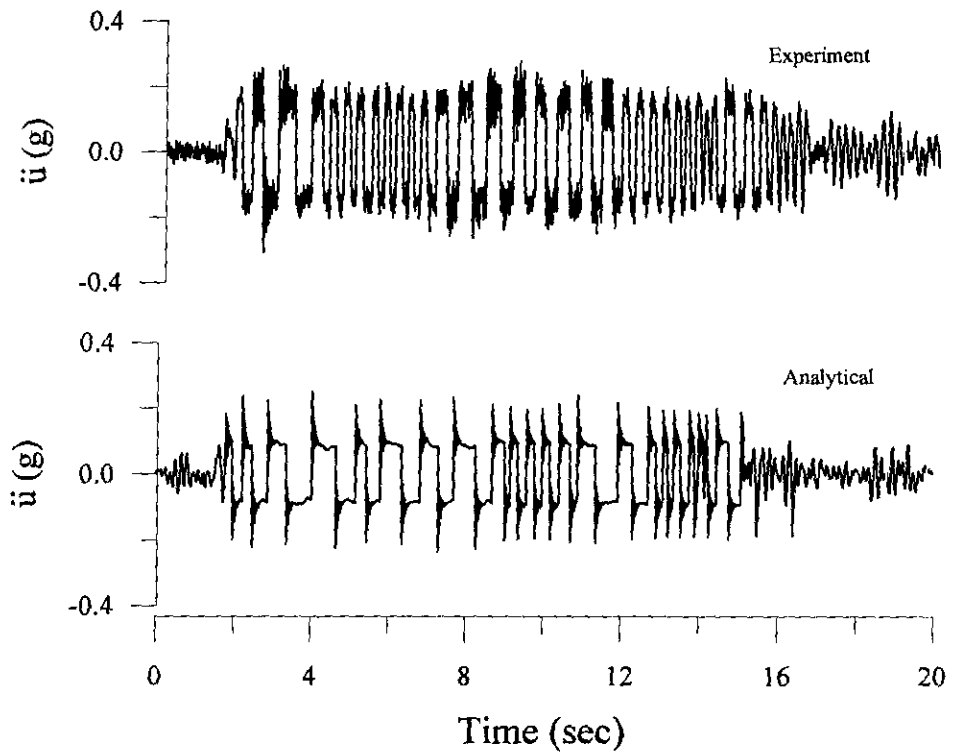


圖 3.25a 搖晃橋柱系統數值模擬與試驗結果上部結構絕對加速度歷時比較  
(El Centro, PGA=0.34g)

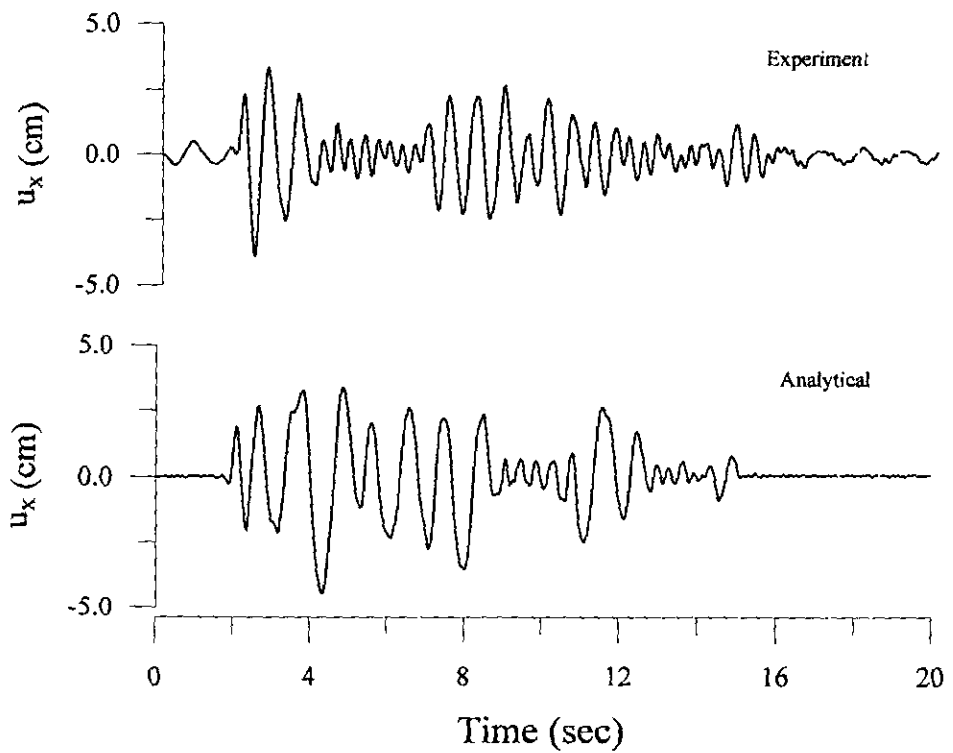


圖 3.25b 搖晃橋柱系統數值模擬與試驗結果上部結構位移歷時比較  
(El Centro, PGA=0.34g)



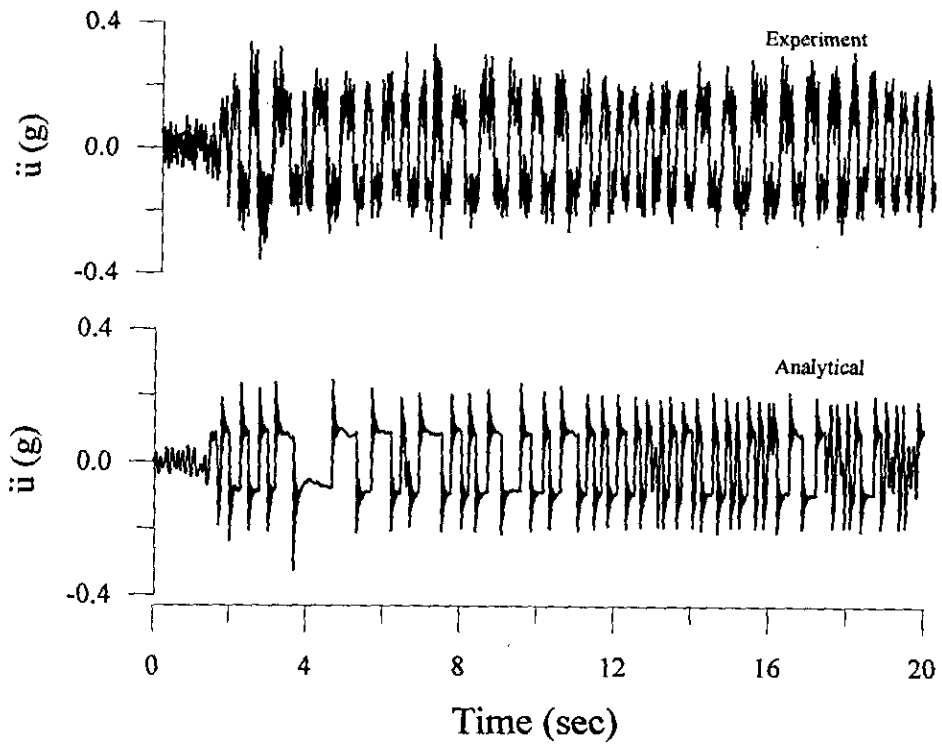


圖 3.26a 搖晃橋柱系統數值模擬與試驗結果上部結構絕對加速度歷時比較  
(El Centro, PGA=0.5g)

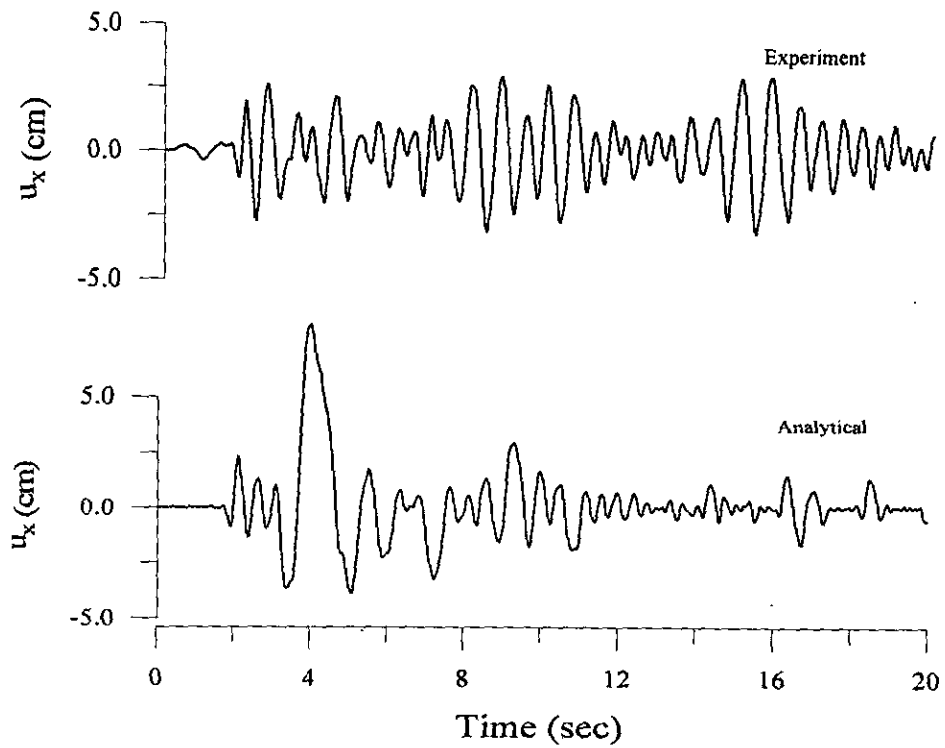


圖 3.26b 搖晃橋柱系統數值模擬與試驗結果上部結構位移歷時比較  
(El Centro, PGA=0.5g)

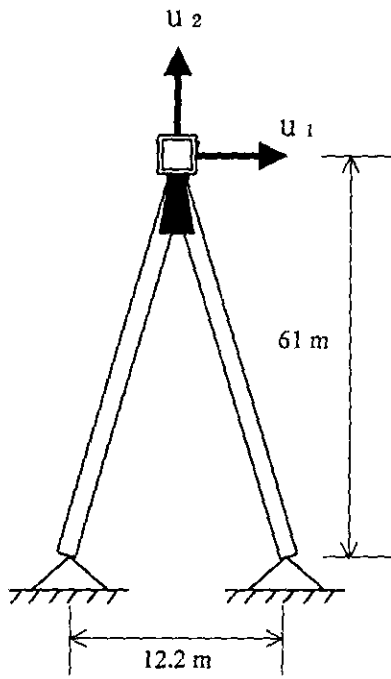


圖 4.1 結構系統示意圖

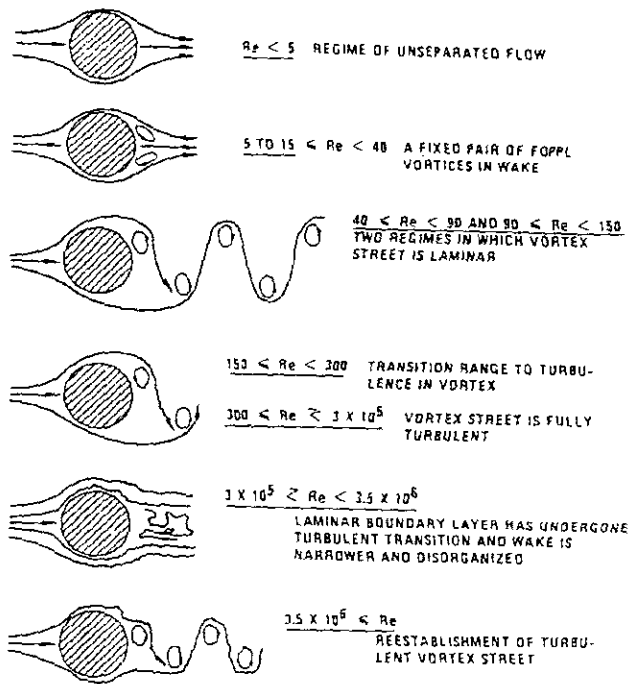


圖 4.2 圓柱體渦散與雷諾數之關係圖<sup>[27]</sup>

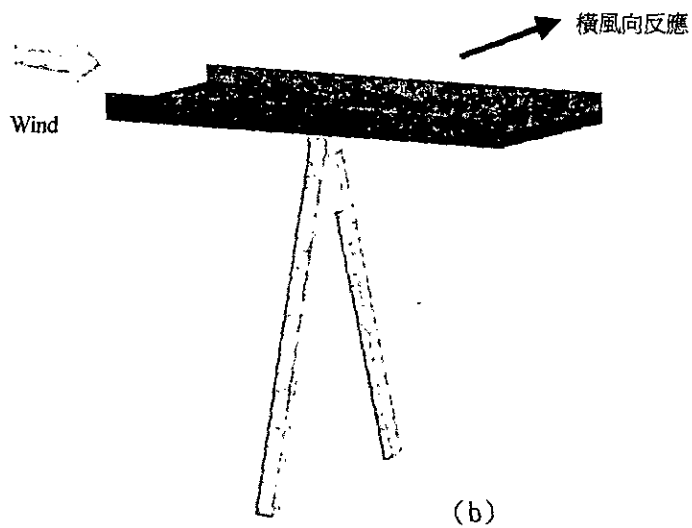
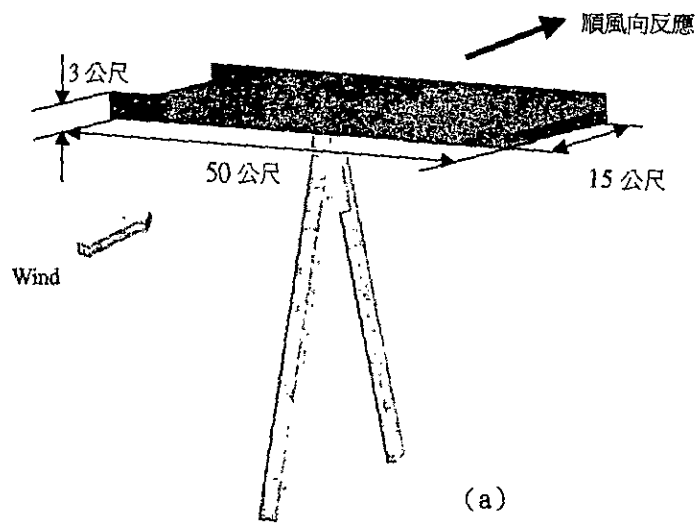


圖 4.3 順風向反應與橫風向反應示意

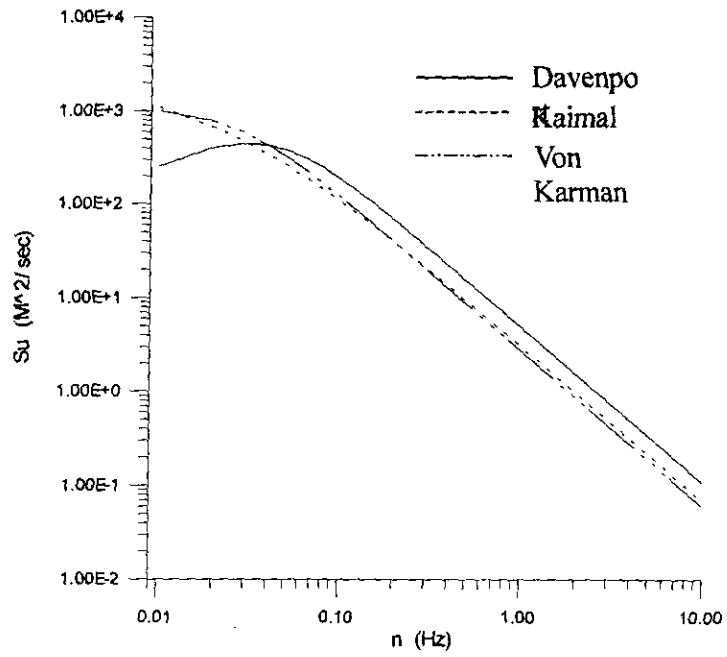


圖 4.4 地況 C 時橋墩頂端（自由度處）單點之順風向風速頻譜圖

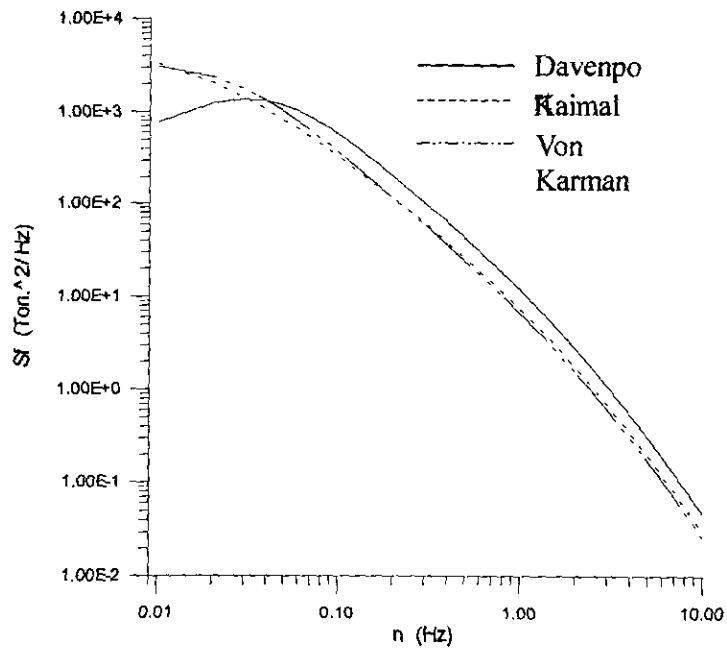


圖 4.5 地況 C 時橋墩頂端（自由度處）單點之順風向風力頻譜圖

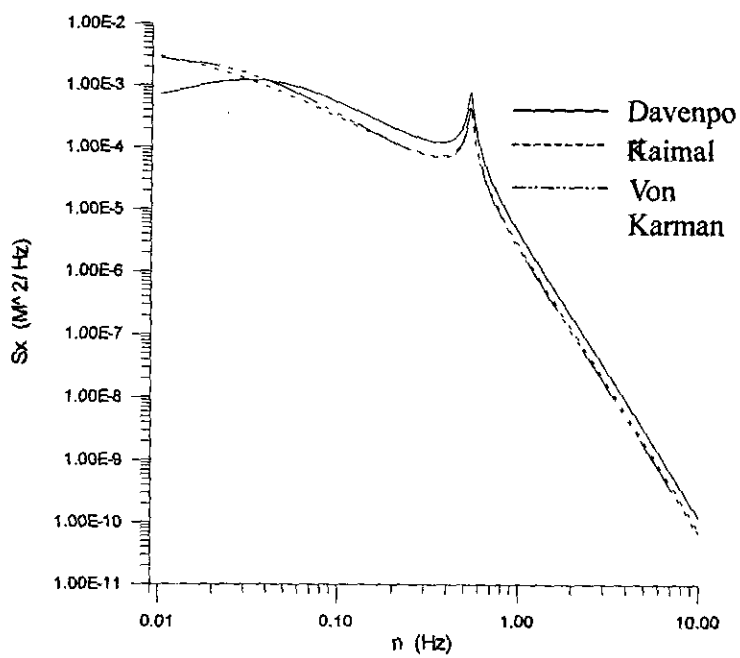
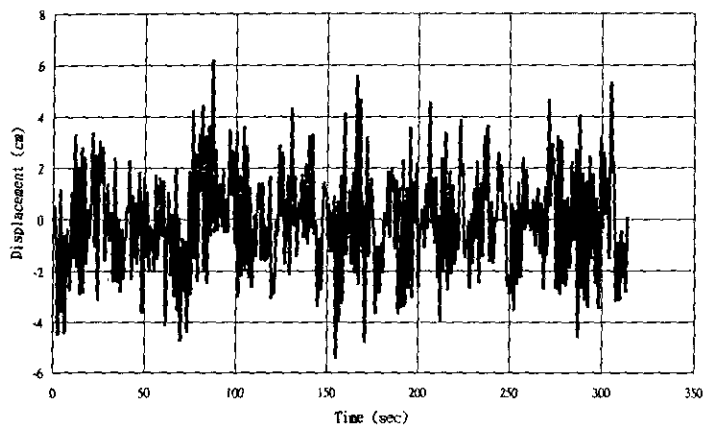


圖 4.6 地況 C 時橋墩頂端（自由度處）單點之順風向系統反應頻譜圖

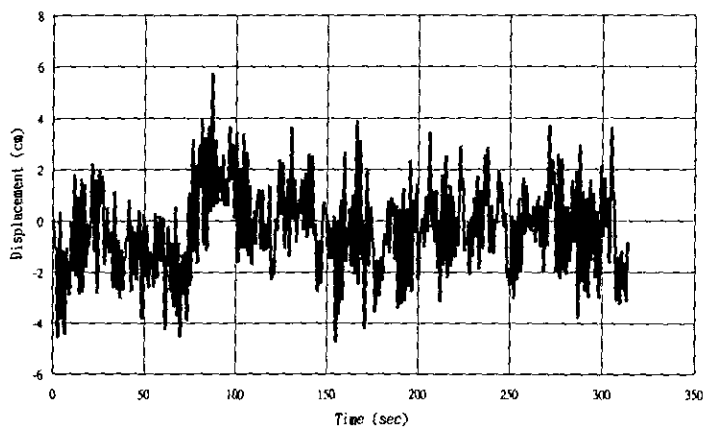
(a)

Davenport



(b)

Kaimal



(c)

Von Karman

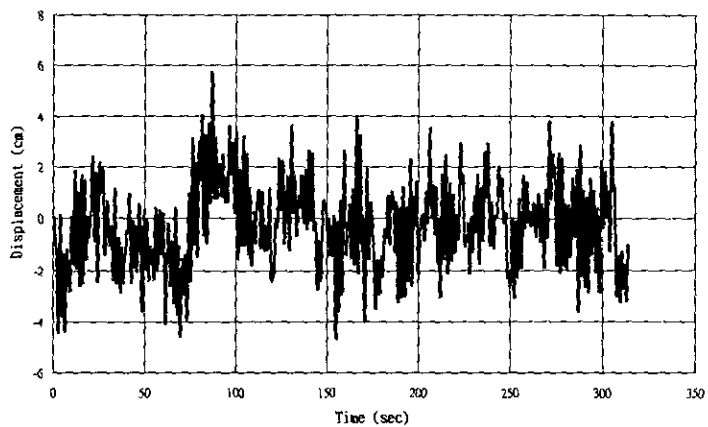


圖 4.7 地況 C 時之順風向風力歷時資料

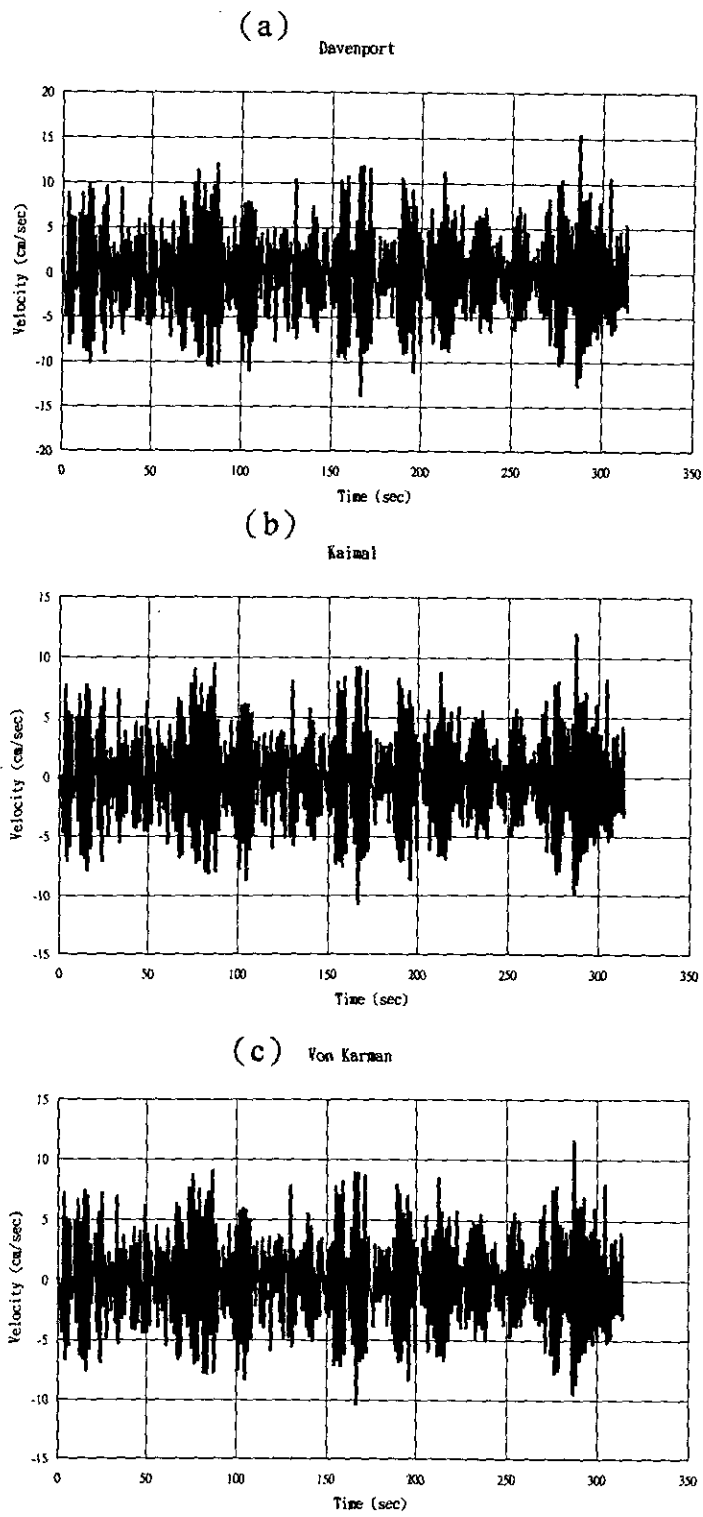
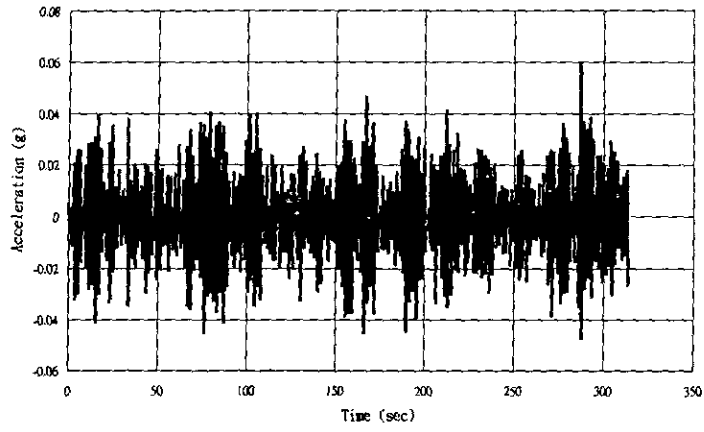
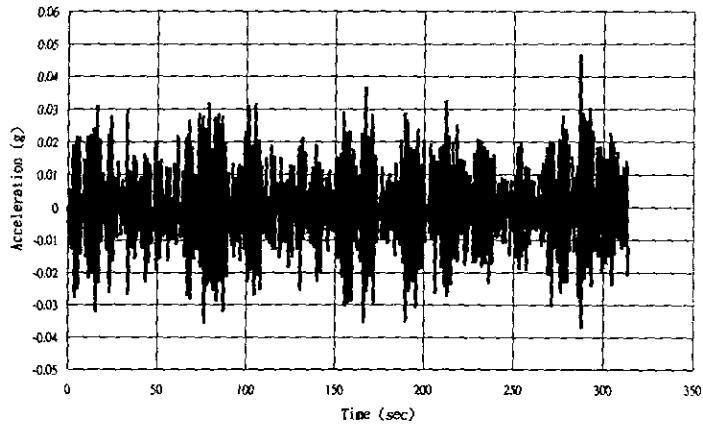


圖 4.8 地況 C 時之結構物順風向位移反應

(a) Davenport



(b) Kaimal



(c) Von Karman

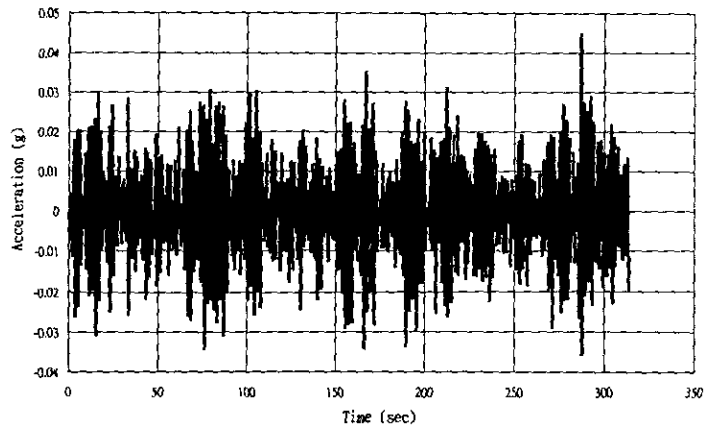
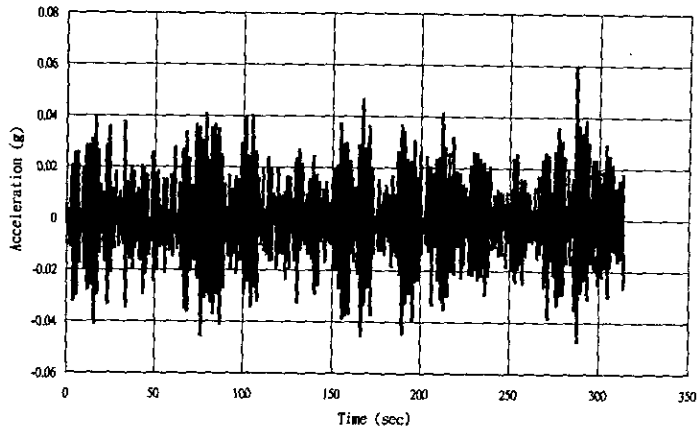


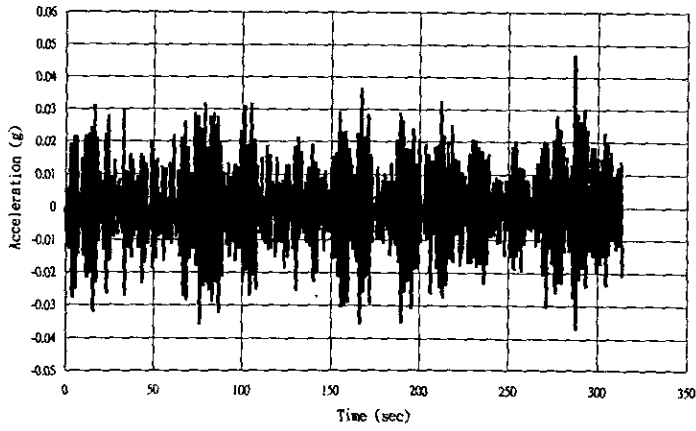
圖 4.9 地況 C 時之結構物順風向速度反應



(a) Davenport



(b) Kaimal



(c) Von Karman

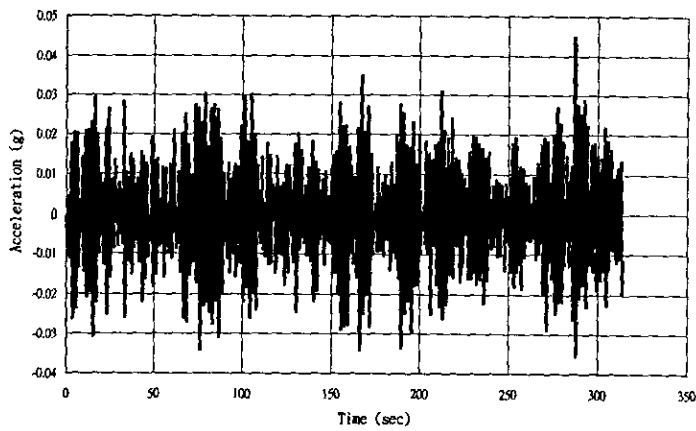


圖 4.10 地況 C 時之結構物順風向加速度反應

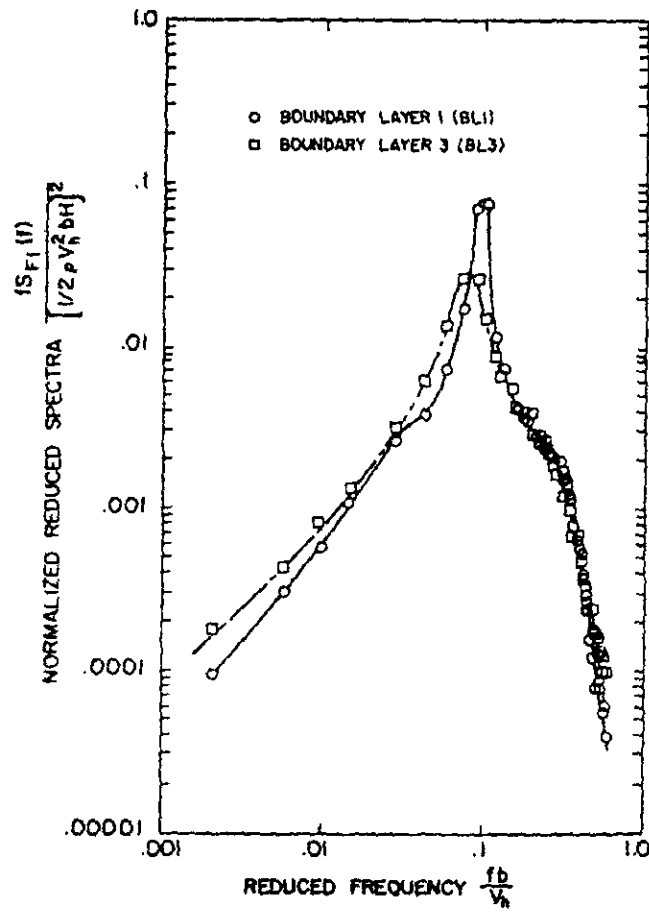


圖 4.11 正規化橫風向風力頻譜圖<sup>[32]</sup>

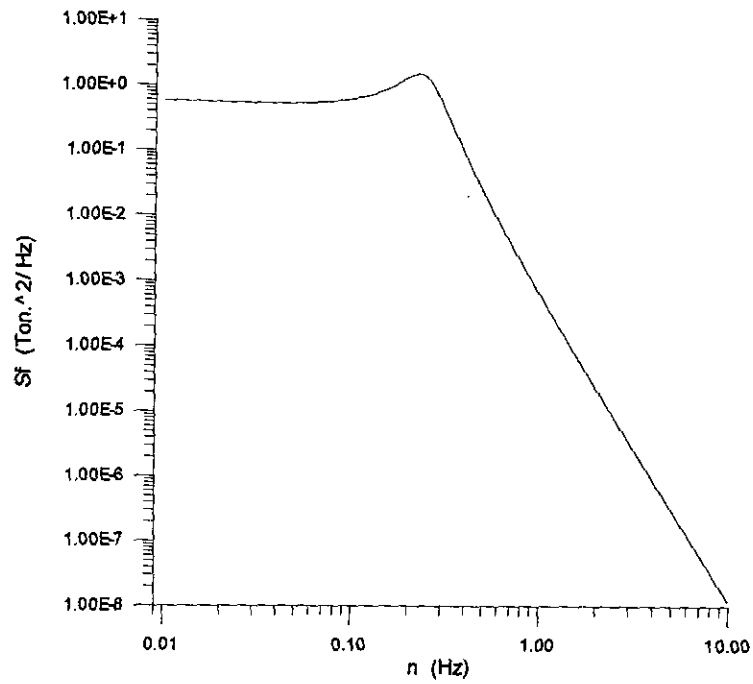


圖 4.12 地況A時橋墩頂端（自由度處）非共振時之橫風向風力頻譜圖

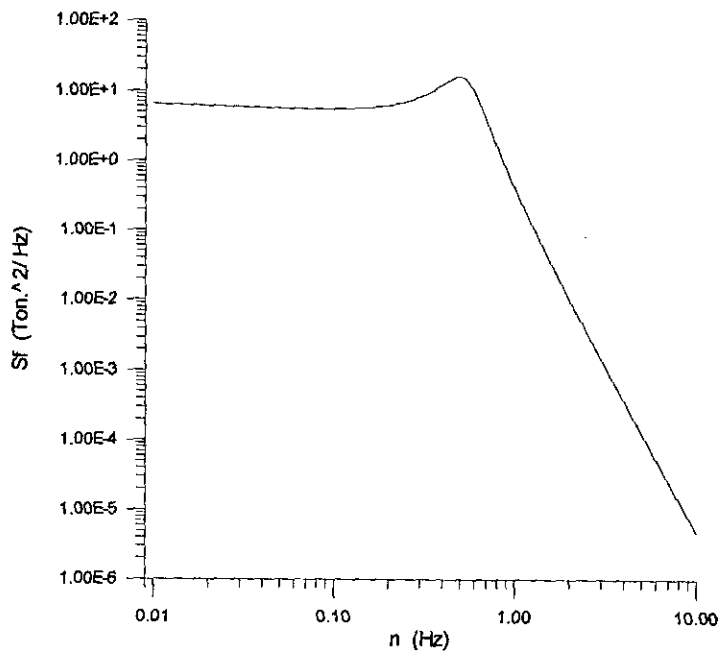


圖 4.13 地況A時橋墩頂端（自由度處）非共振時之橫風向位移反應頻譜圖

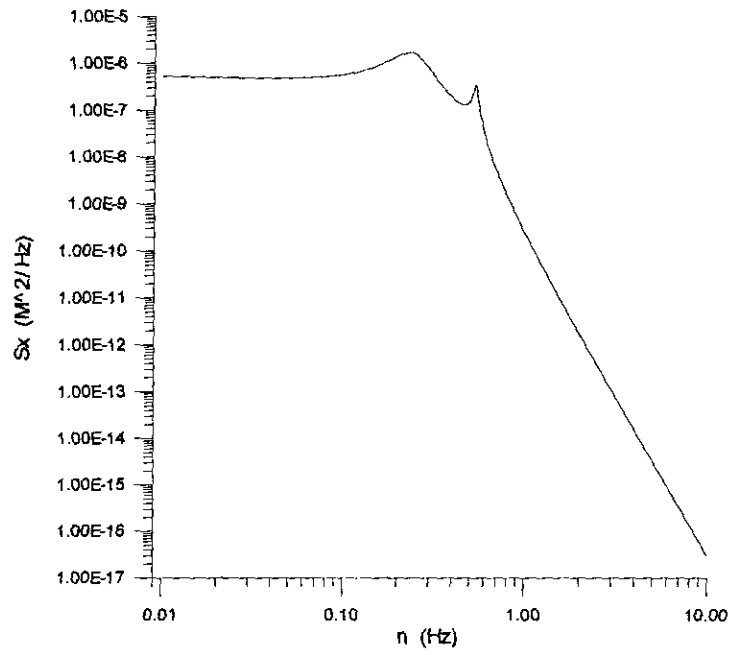


圖 4.14 地況 A 時橋墩頂端（自由度處）共振時之橫風向風力頻譜圖

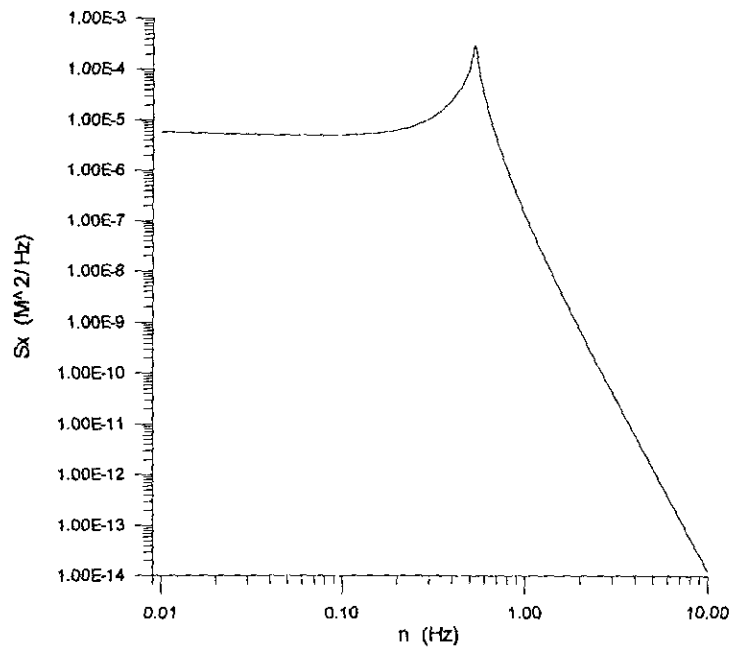


圖 4.15 地況 A 時橋墩頂端（自由度處）共振時之橫風向位移反應頻譜圖

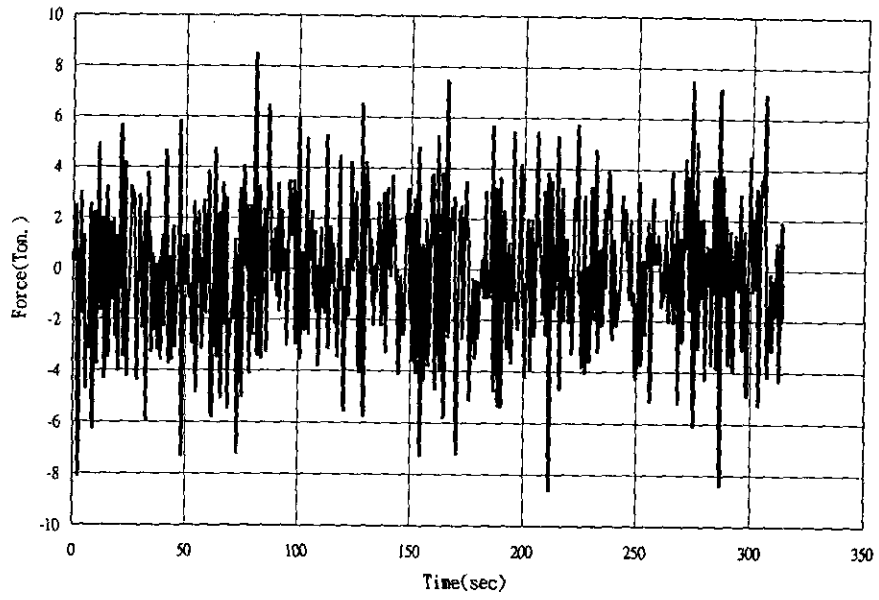


圖 4.16 地況 A 時無共振時橫風向風力之歷時資料

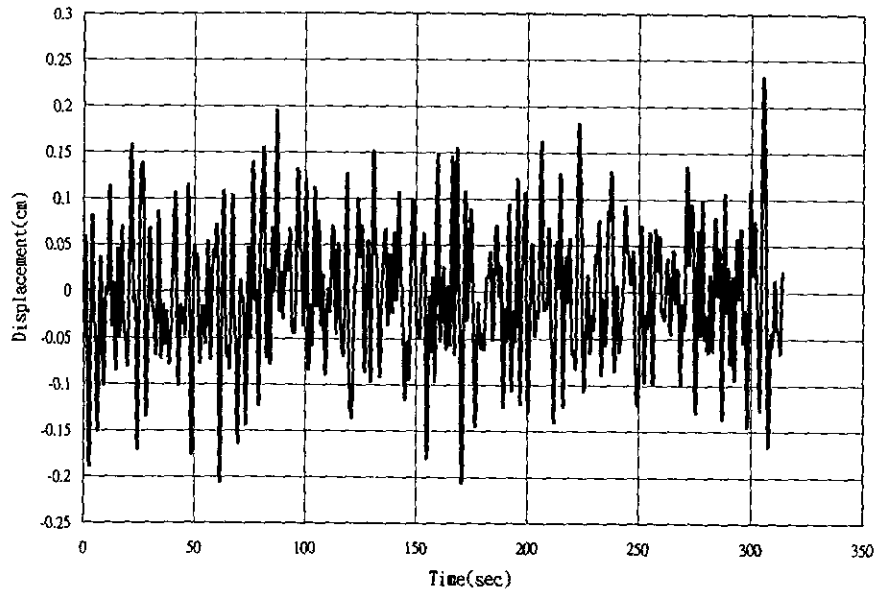


圖 4.17 地況 A 時共振時橫風向風力之歷時資料

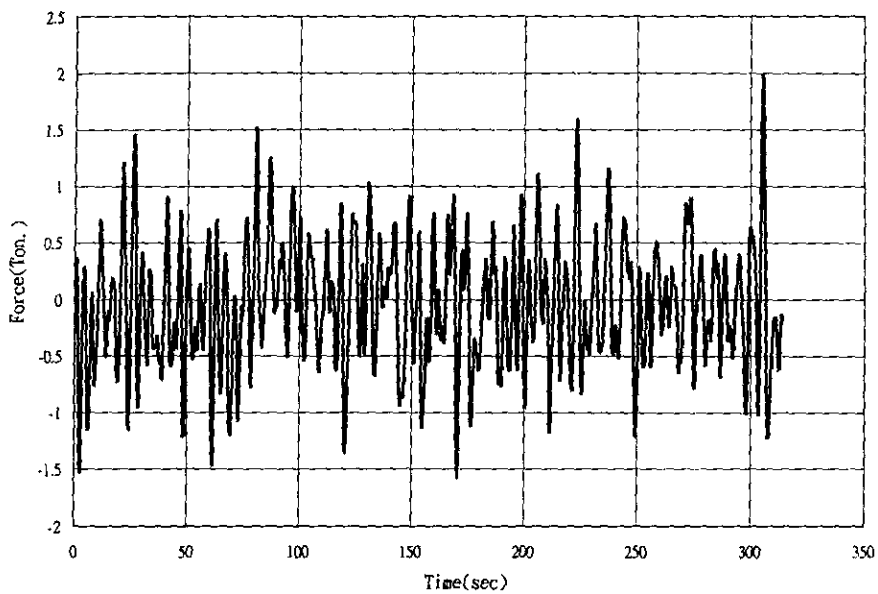


圖 4.18 地況 A 時無共振時結構物橫風向位移反應

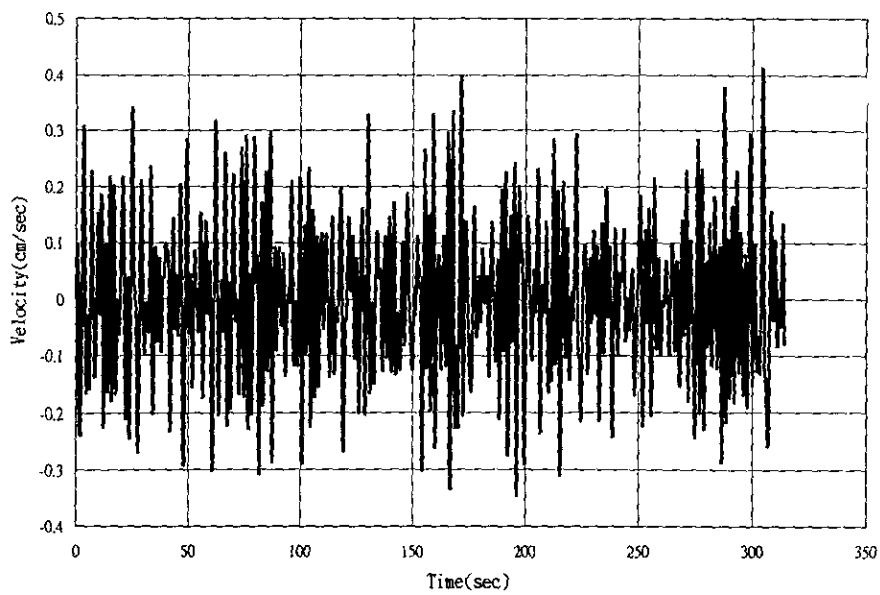


圖 4.19 地況 A 時共振時結構物橫風向位移反應

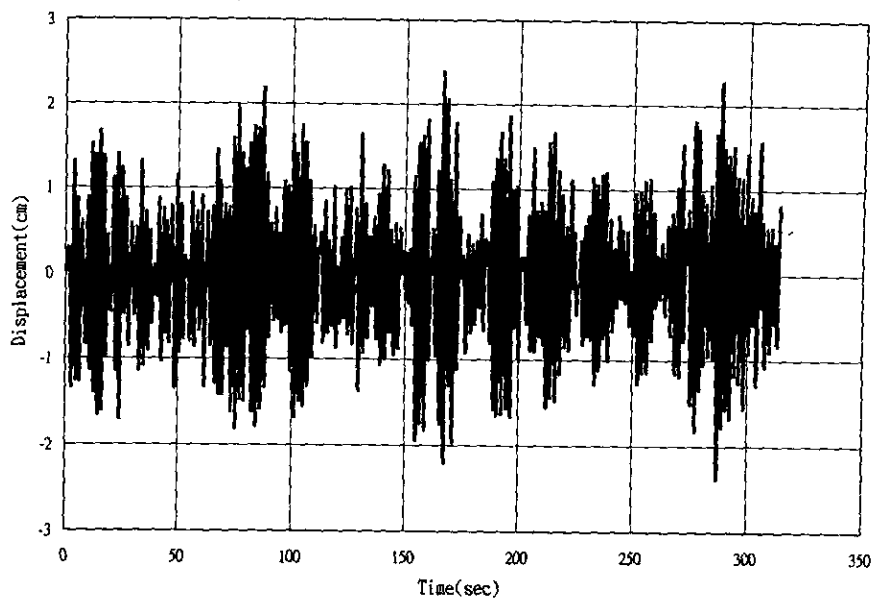


圖 4.20 地況 A 時無共振時結構物橫風向速度反應

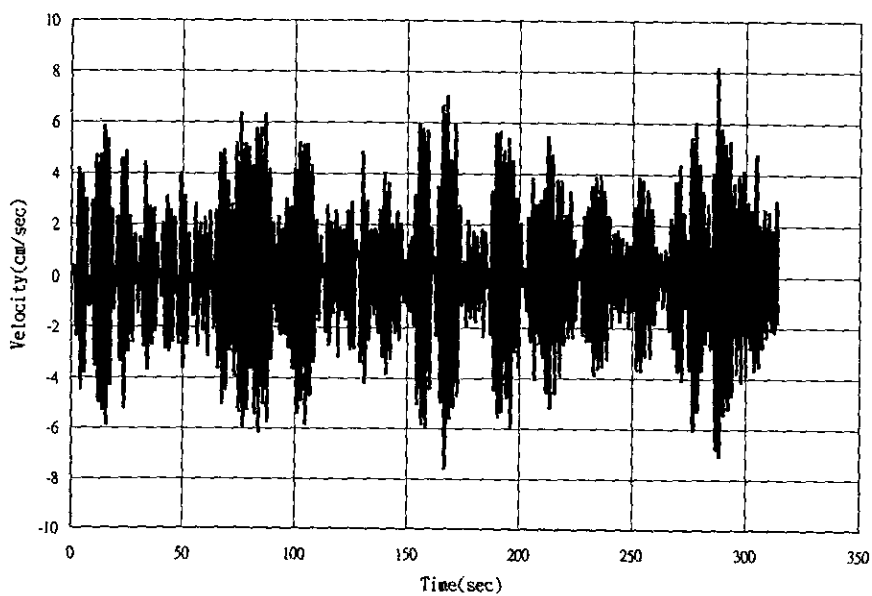


圖 4.21 地況 A 時共振時結構物橫風向速度反應

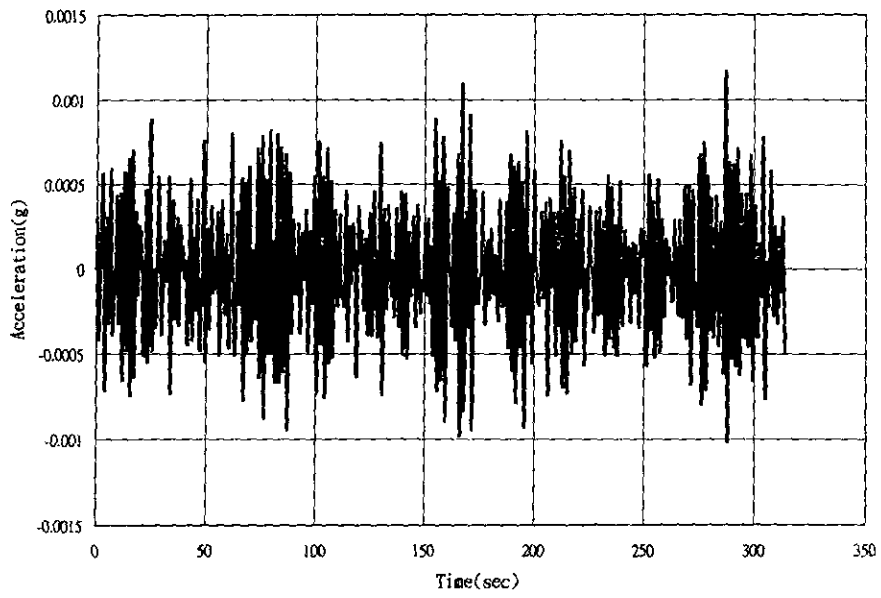


圖 4.22 地況 A 時無共振時結構物橫風向加速度反應

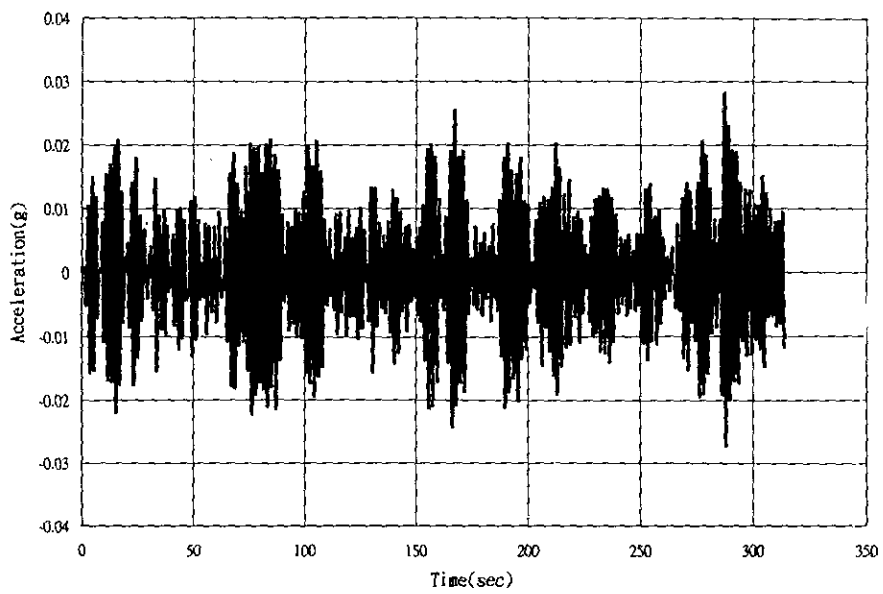


圖 4.23 地況 A 時共振時結構物橫風向加速度反應



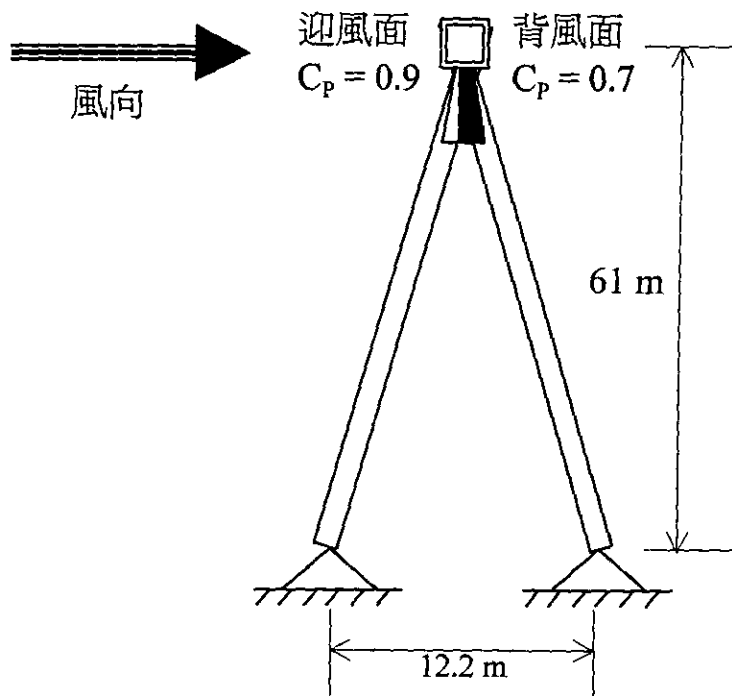


圖 4.24 風壓係數  $C_p$  示意圖

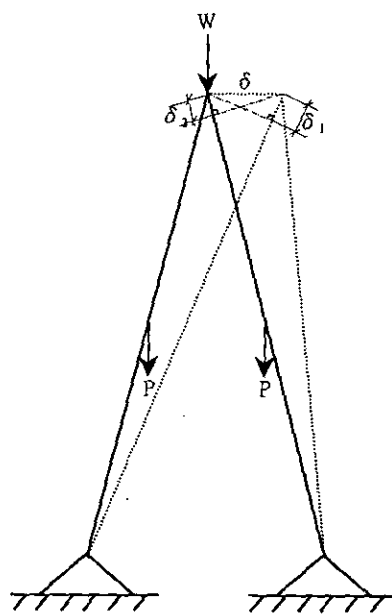


圖 4.25 橋柱受力時之幾何變形示意圖

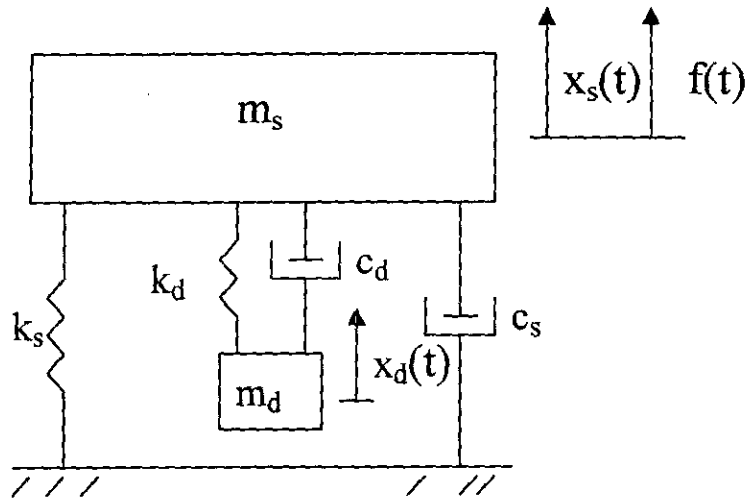


圖 5.1 結構裝置調諧質塊阻尼器示意圖

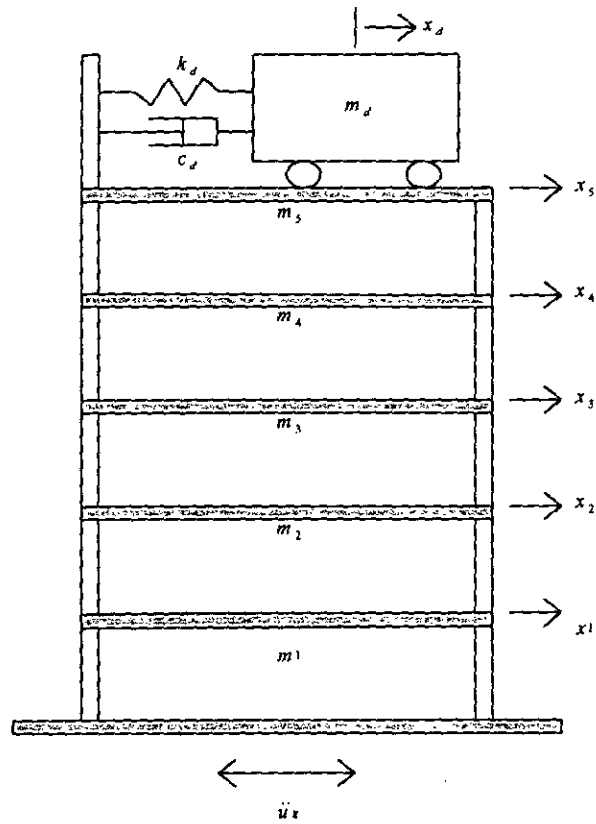


圖 5.2 調諧質塊阻尼器分析模型

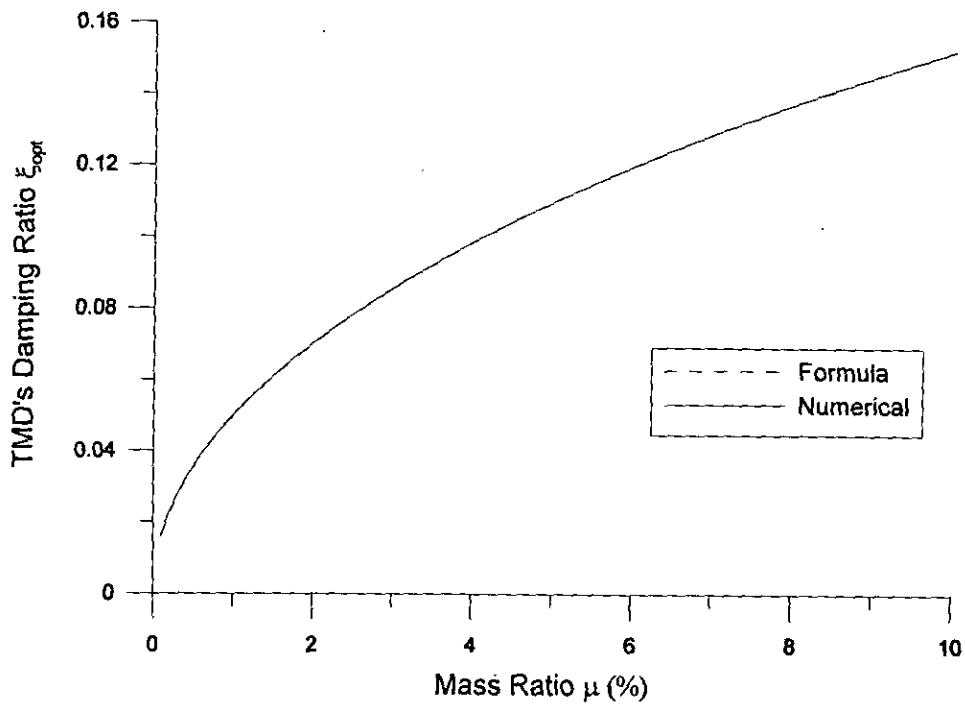


圖 5.3 質塊阻尼器之最佳設計阻尼比

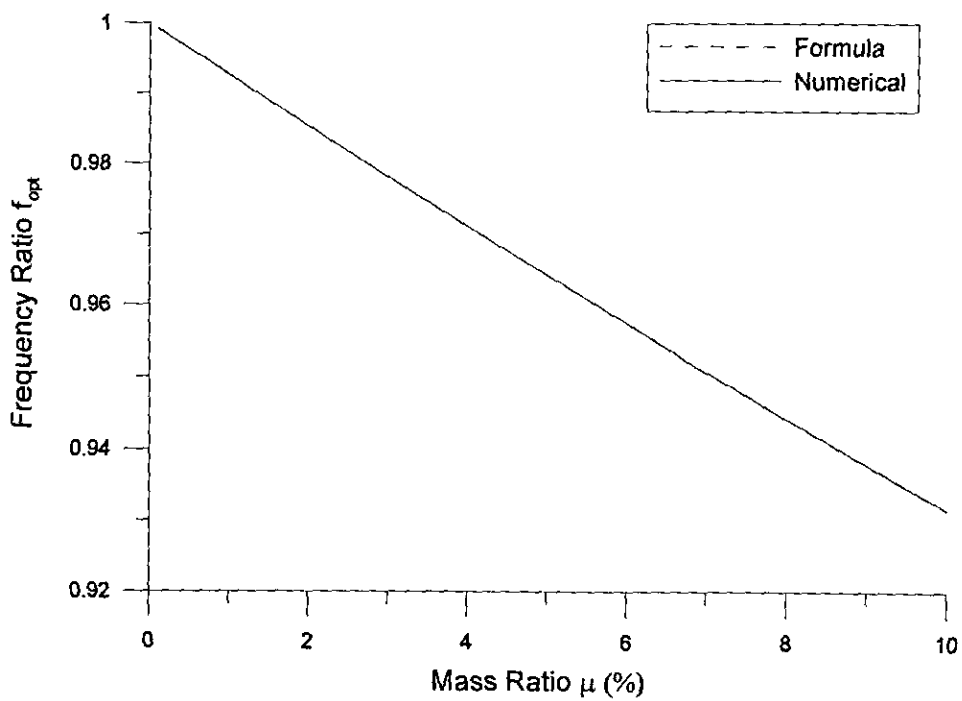


圖 5.4 質塊阻尼器之最佳設計頻率比

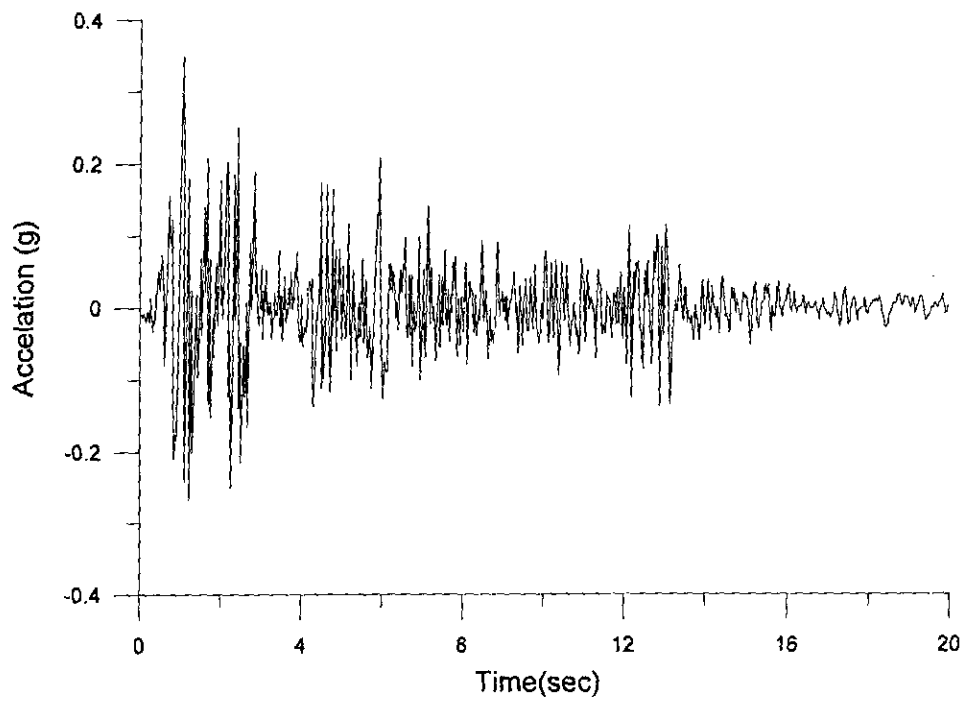


圖 5.5 地震加速度歷時(El Centro)

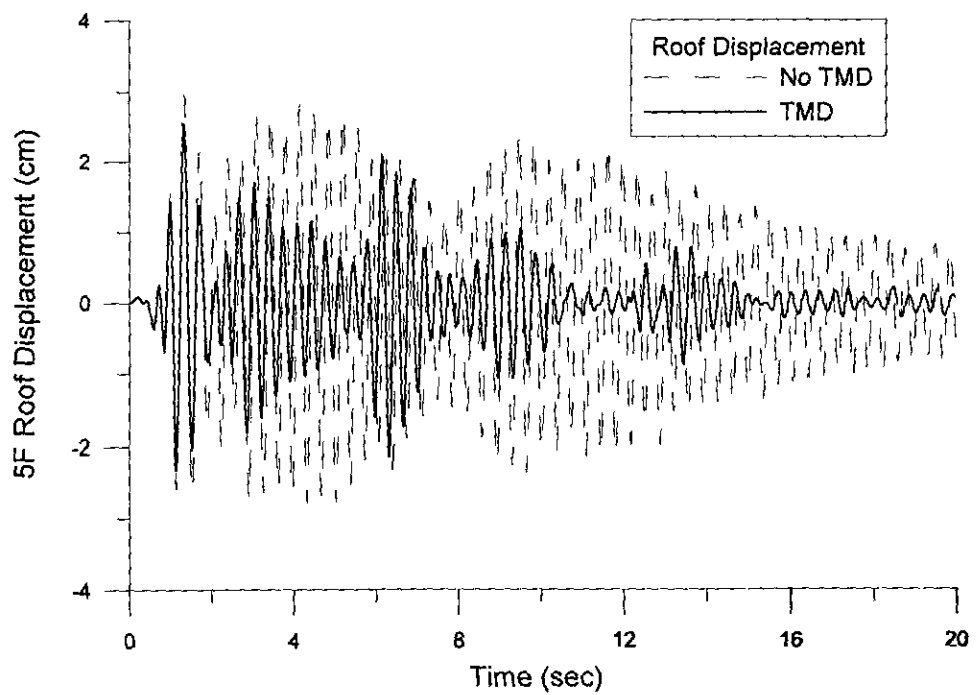


圖 5.6 主結構五樓之位移歷時圖

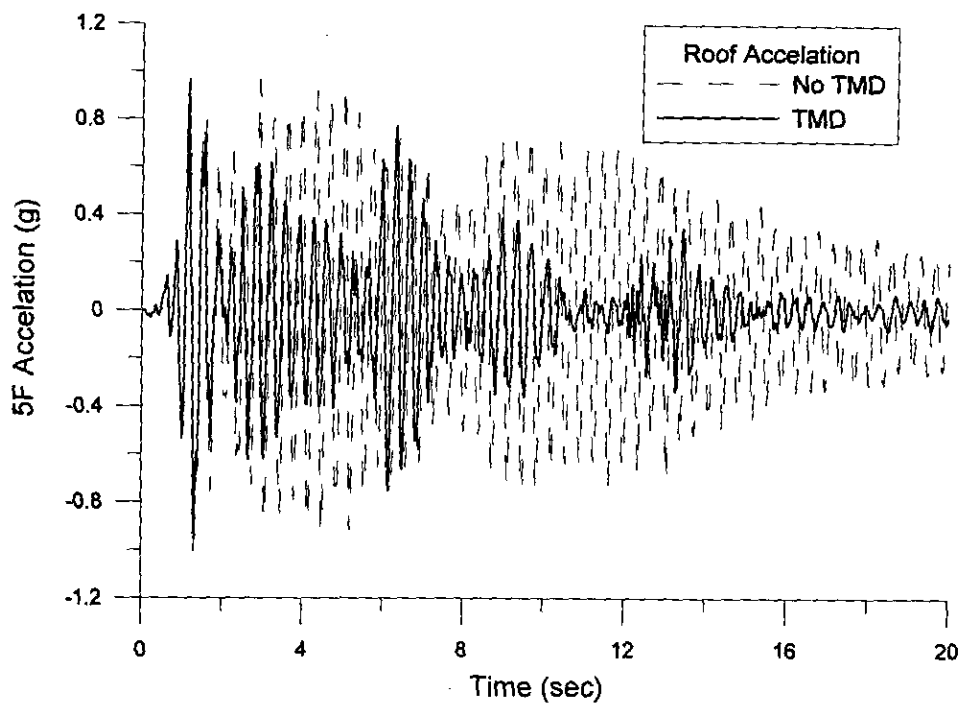


圖 5.7 主結構五樓之絕對加速度歷時圖

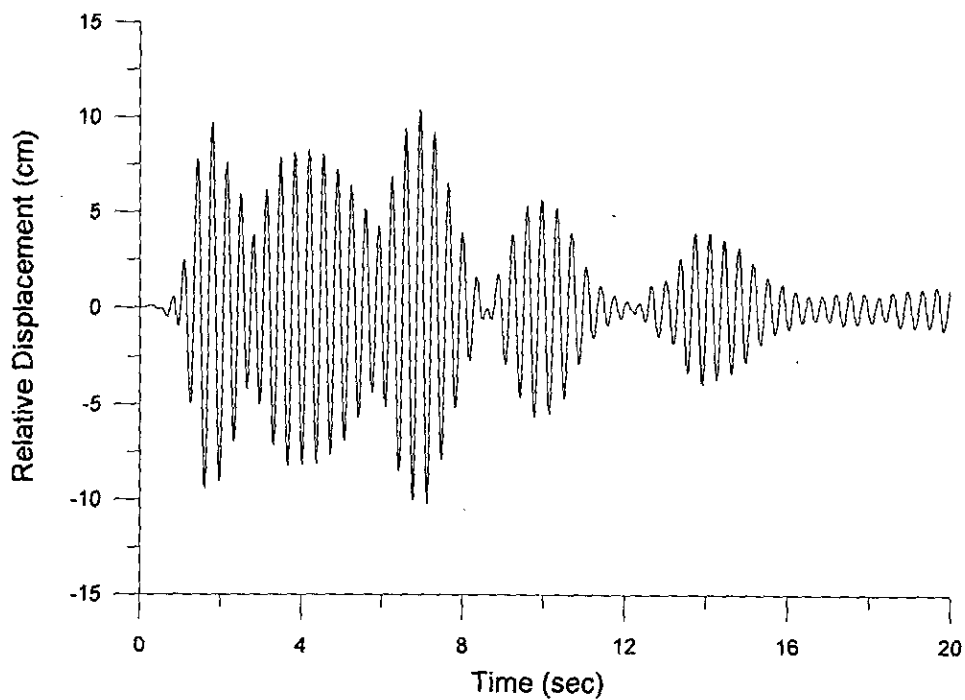


圖 5.8 質塊阻尼器之相對位移

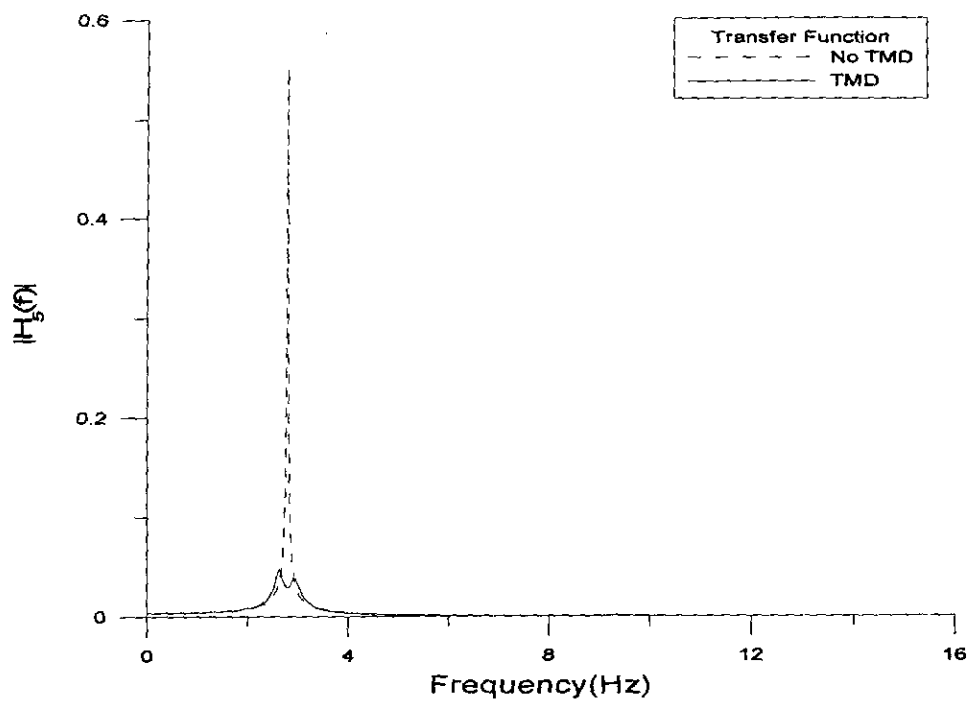


圖 5.9 主結構五樓位移頻率響應函數

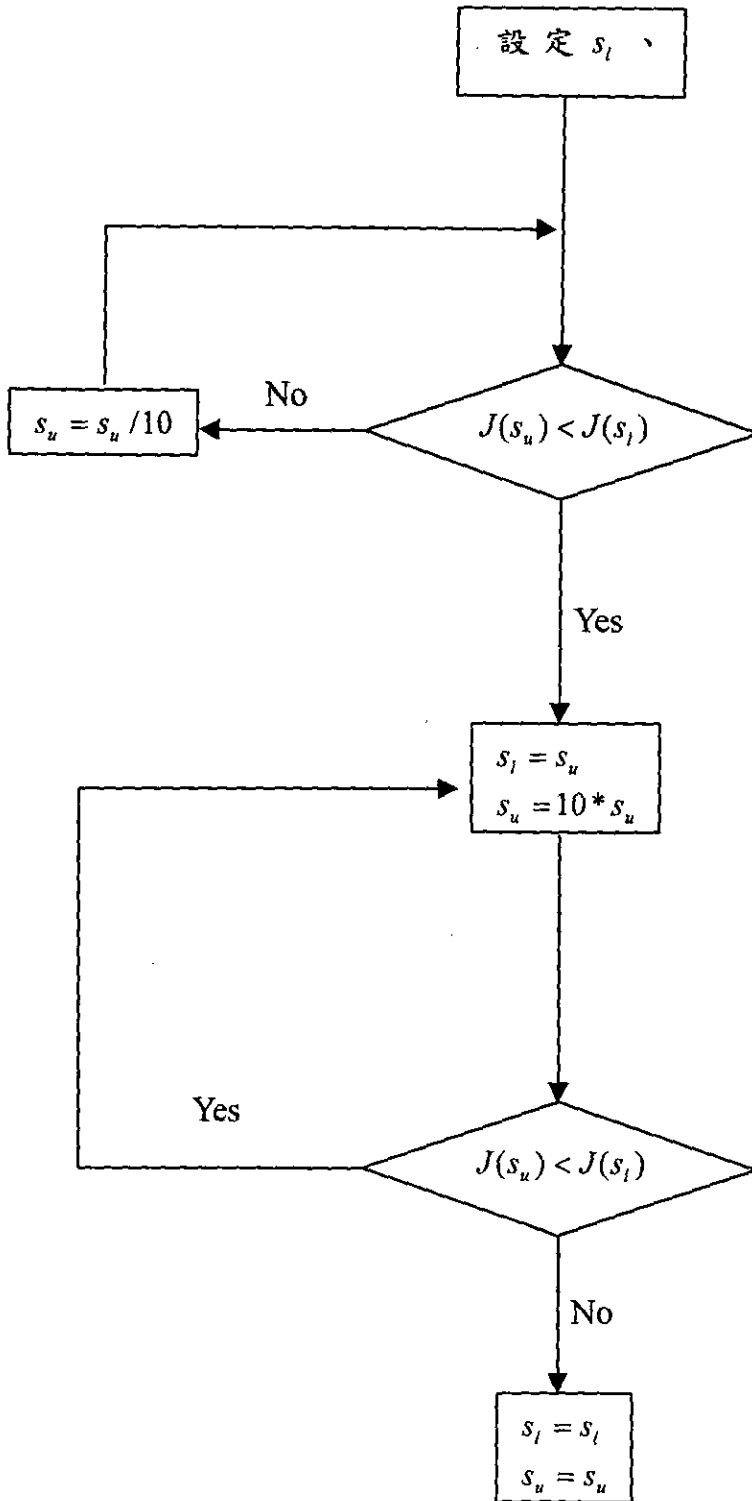


圖 5.10 決定步幅上下界之流程圖

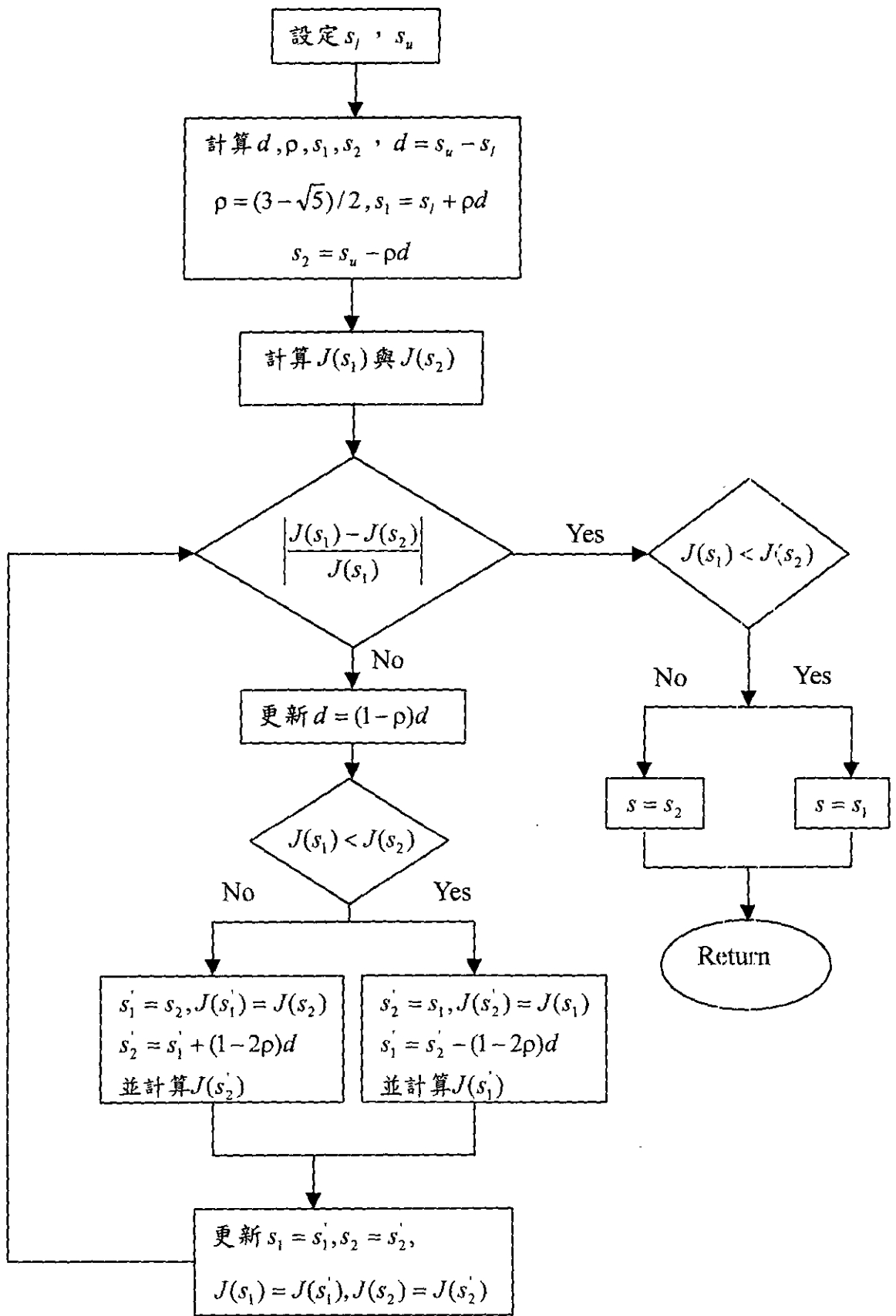


圖 5.11 利用 Golden Section Search 決定最佳步幅  $s$  之流程圖



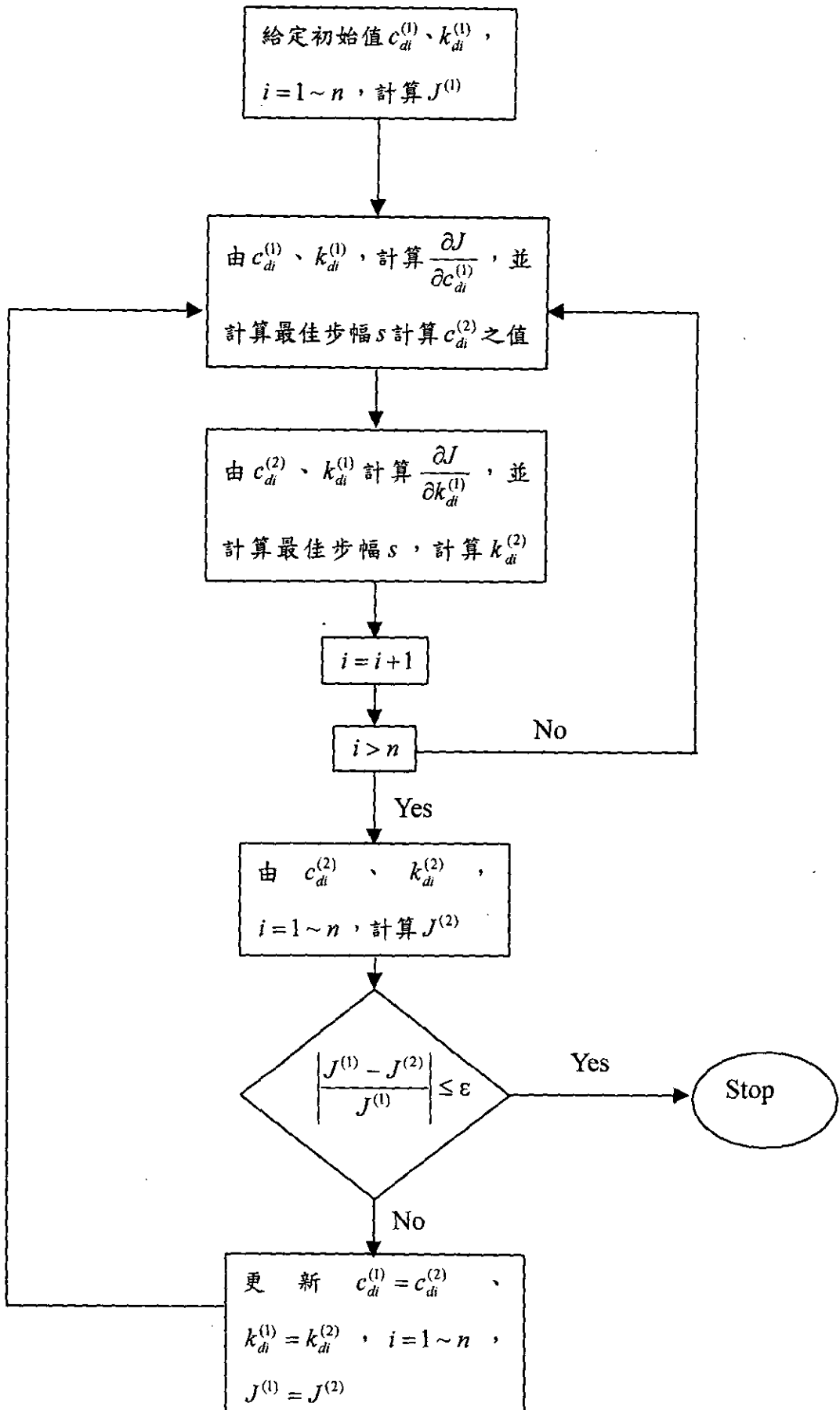


圖 5.12 數值方法之流程圖

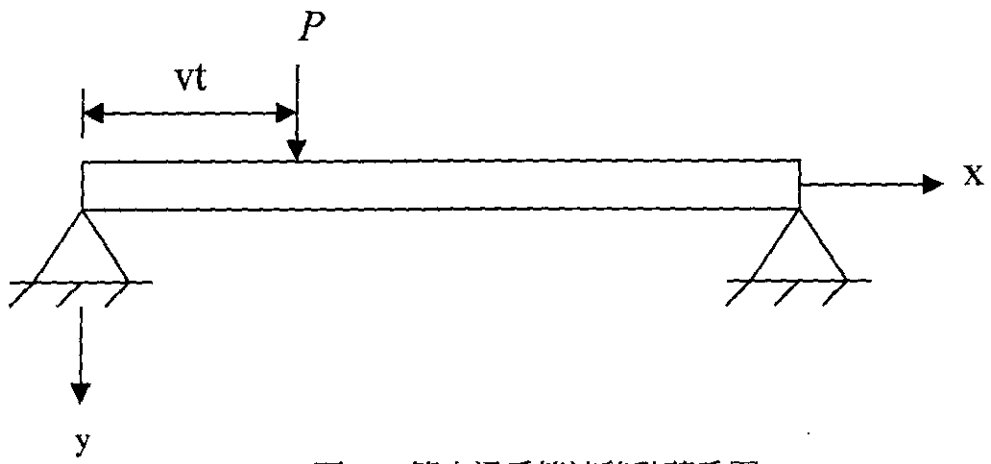


圖 6.1 簡支梁受等速移動荷重圖

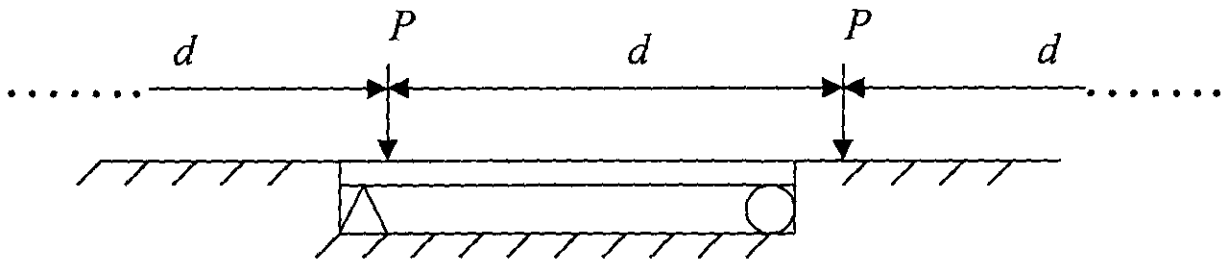


圖 6.2 序列載重通過橋梁示意圖

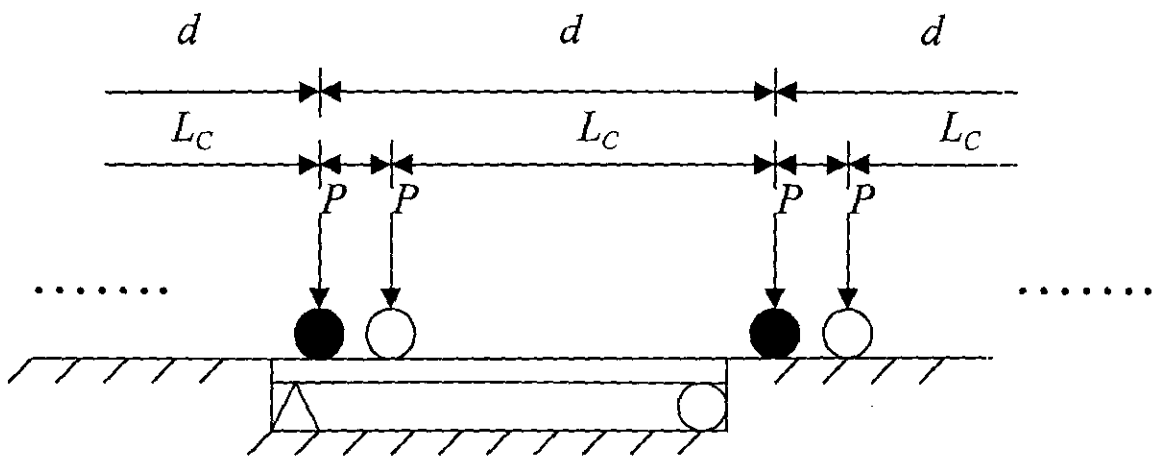


圖 6.3(a) 列車通過橋梁載重之模擬圖

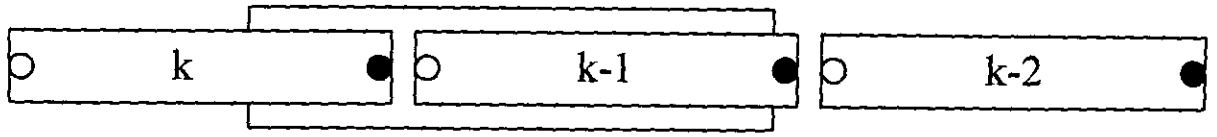


圖 6.3(b) 列車通過橋梁之俯視圖

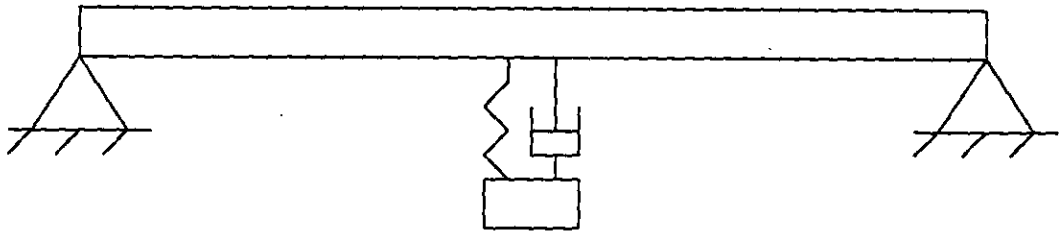


圖 6.4 橋梁裝置調諧質塊阻尼器之示意圖

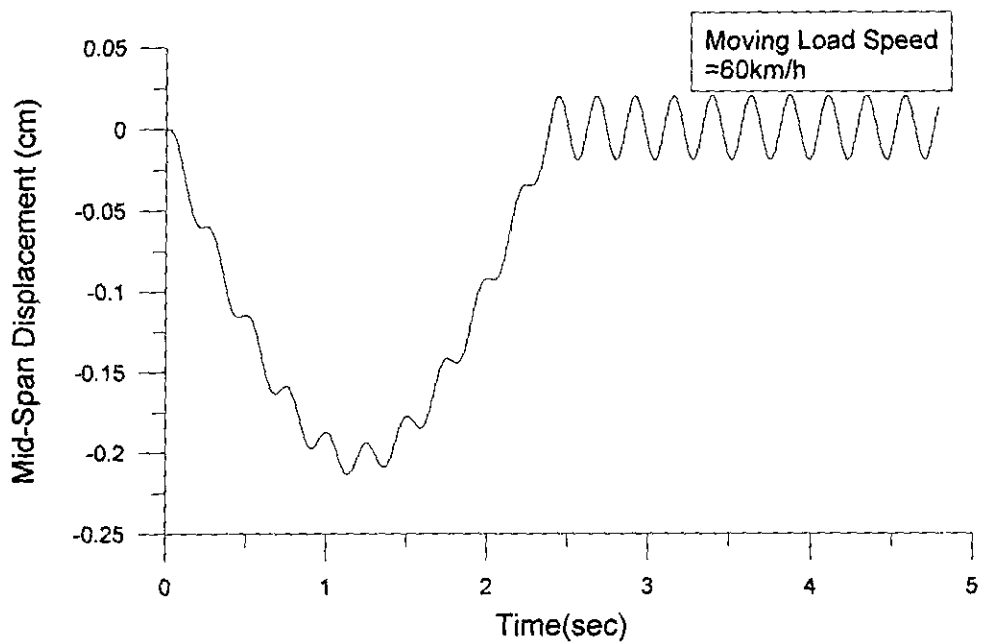


圖 6.5(a) 車速為六十公里時橋梁中點變位歷時圖

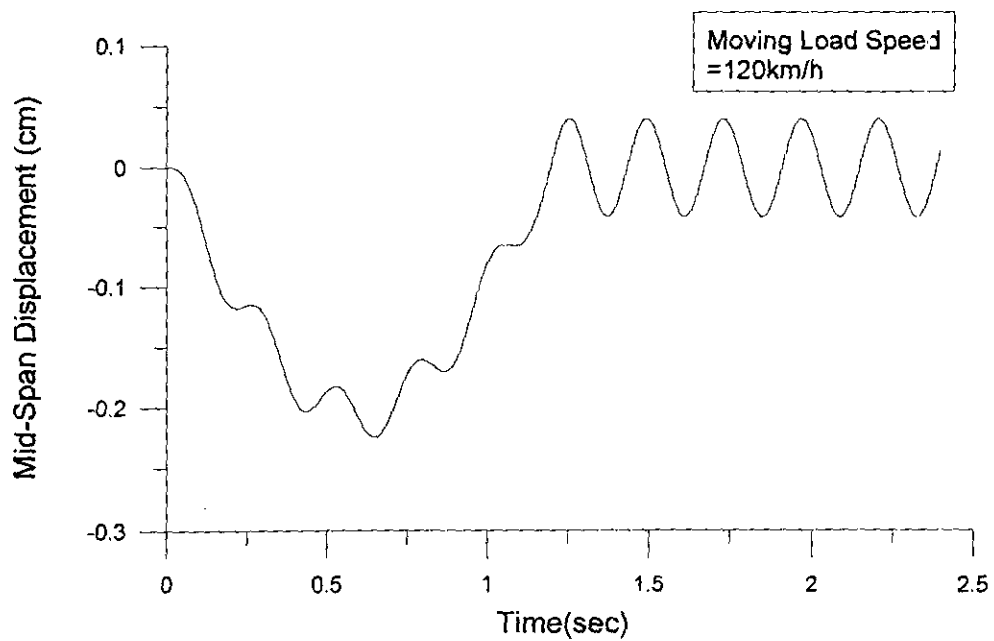


圖 6.5(b) 車速為一百二十公里時橋梁中點變位歷時圖

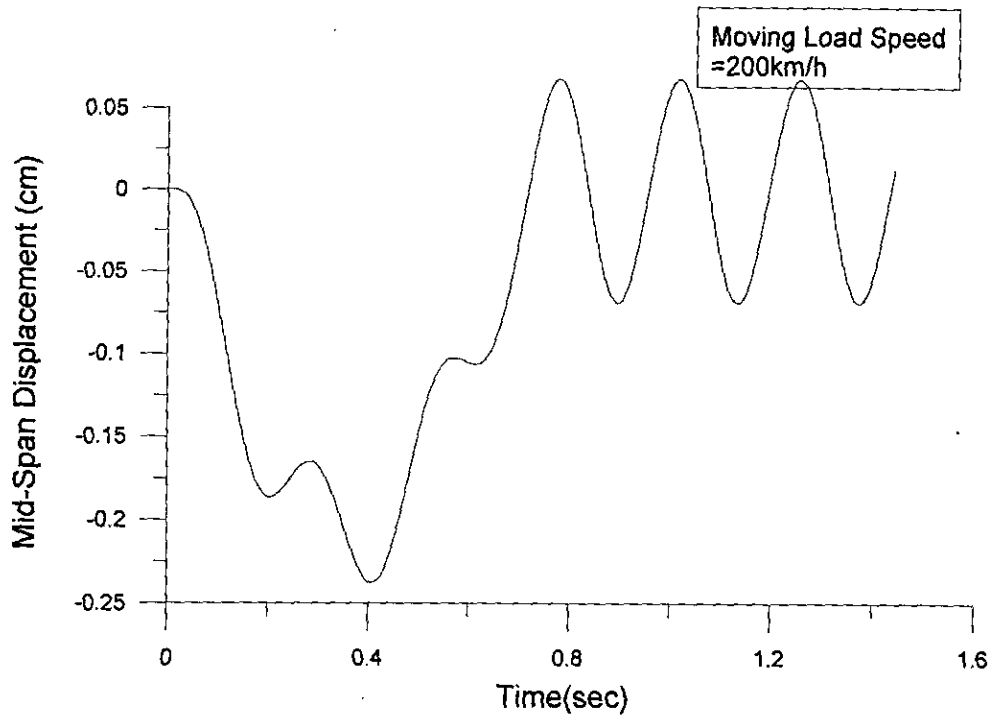


圖 6.5(c) 車速為兩百公里時橋梁中點變位歷時圖

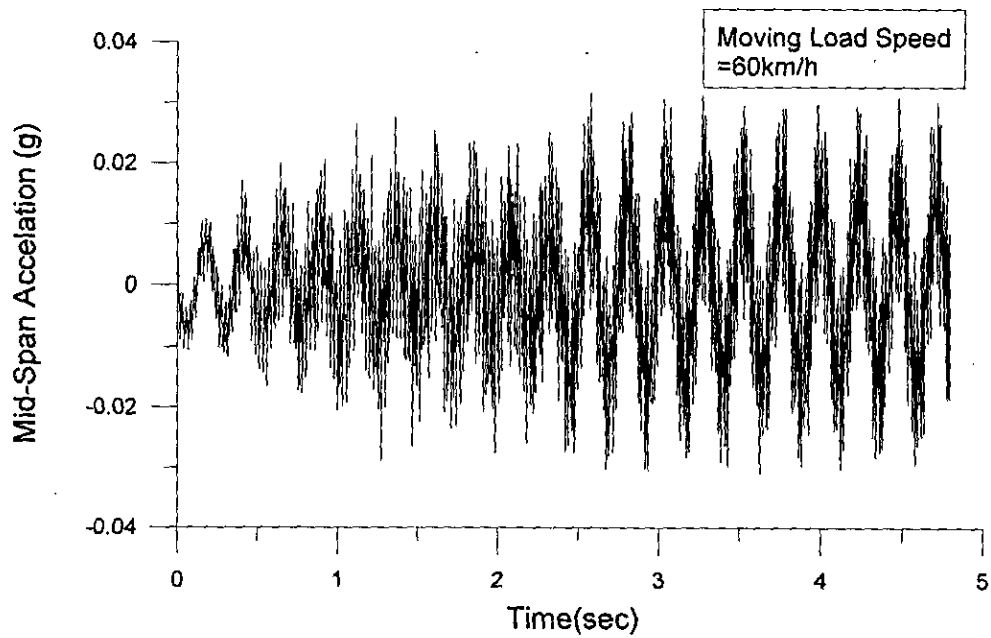


圖 6.6(a) 車速為六十公里時橋梁中點加速度歷時圖

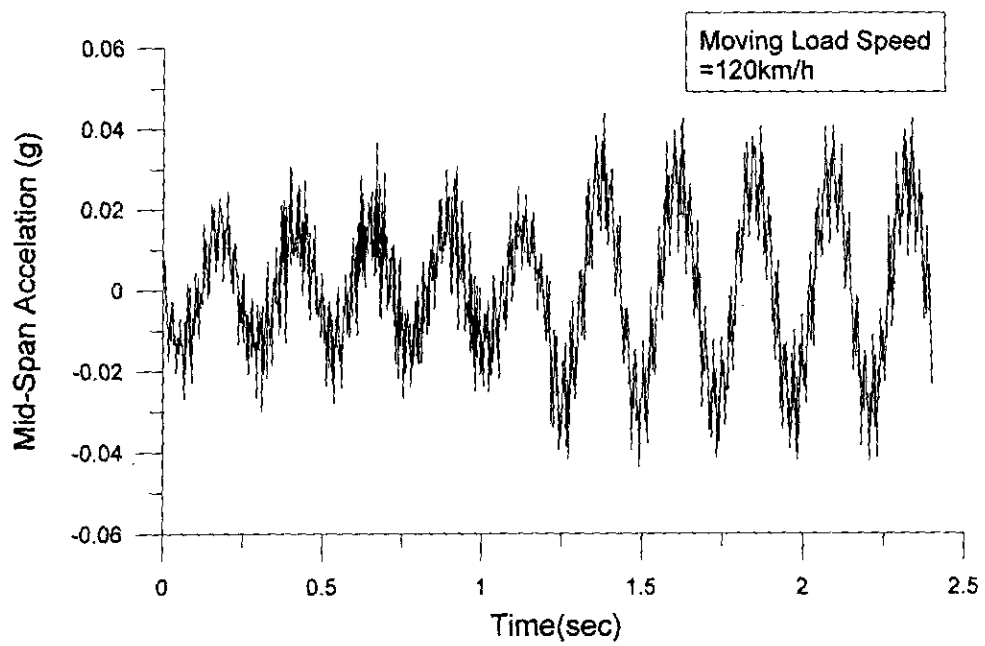


圖 6.6(b) 車速為一百二十公里時橋梁中點加速度歷時圖

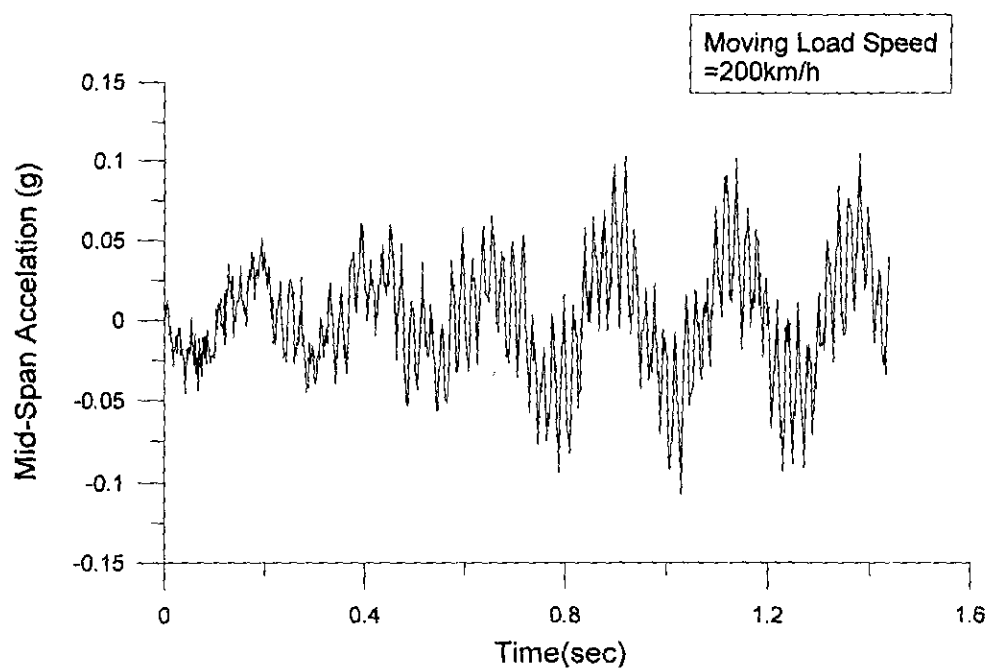


圖 6.6(c) 車速為兩百公里時橋梁中點加速度歷時圖

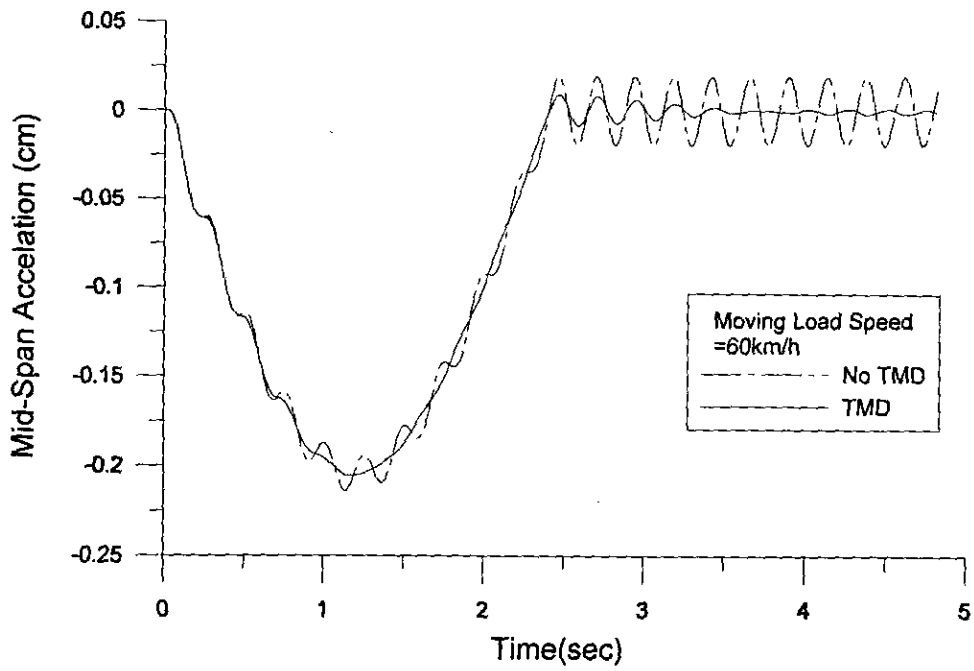


圖 6.7(a) 車速為六十公里時，裝置 TMD 前後橋梁中點位移歷時圖

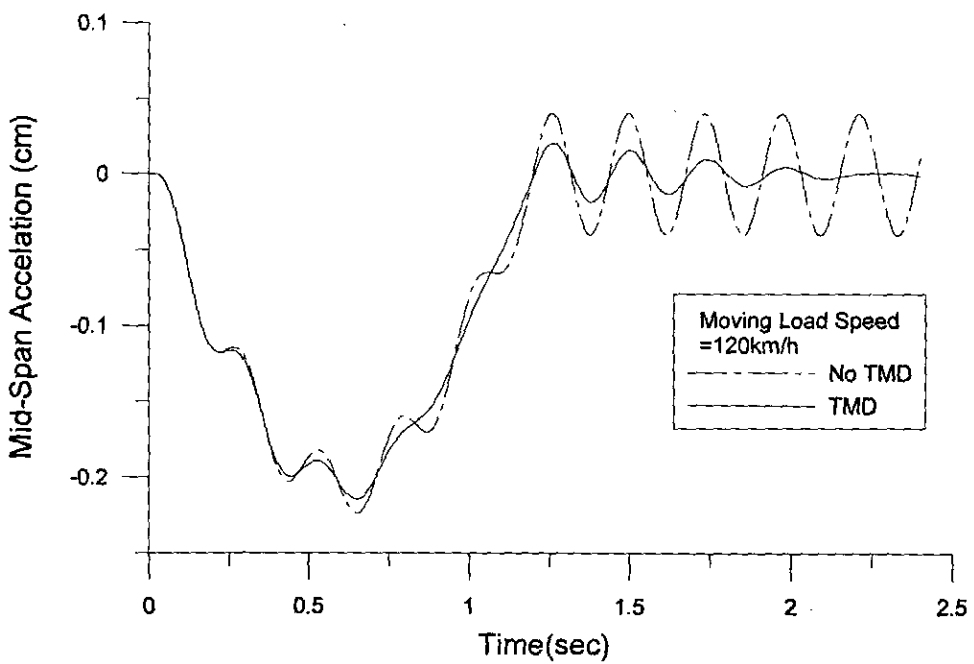


圖 6.7(b) 車速為一百二十公里時，裝置 TMD 前後橋梁中點位移歷時圖

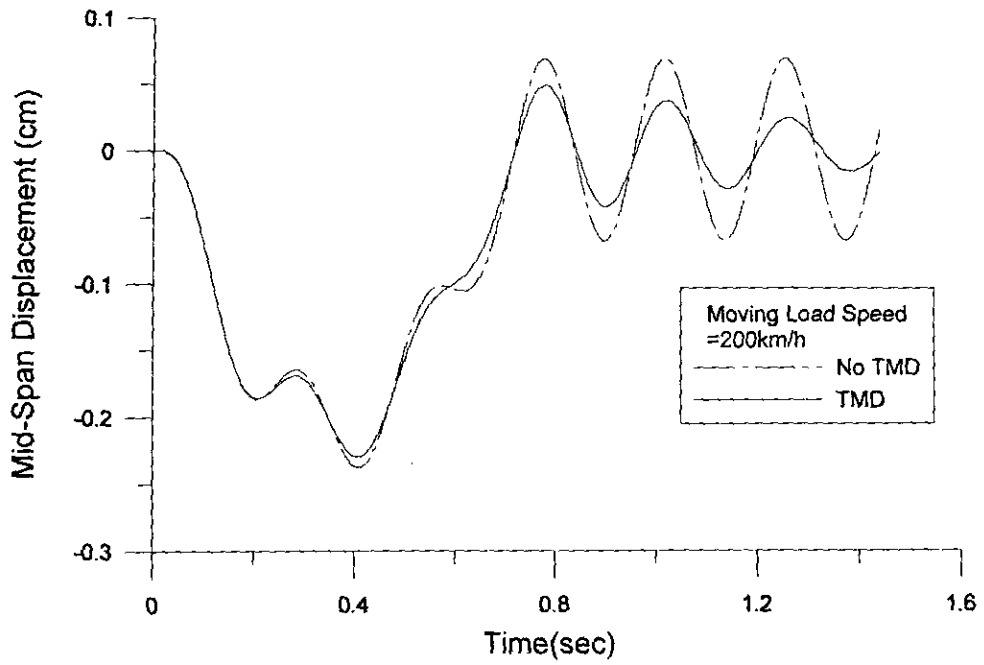


圖 6.7(c) 車速為兩百公里時，裝置 TMD 前後橋梁中點位移歷圖

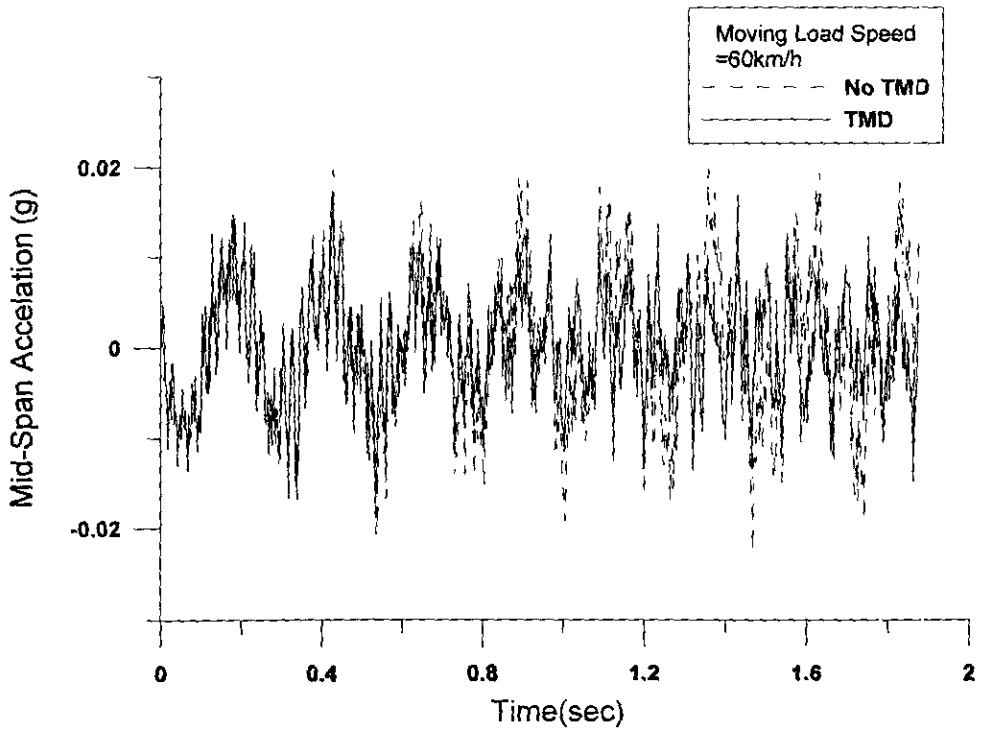


圖 6.7(d) 車速為六十公里時，裝置 TMD 前後橋梁中點加速度歷時圖



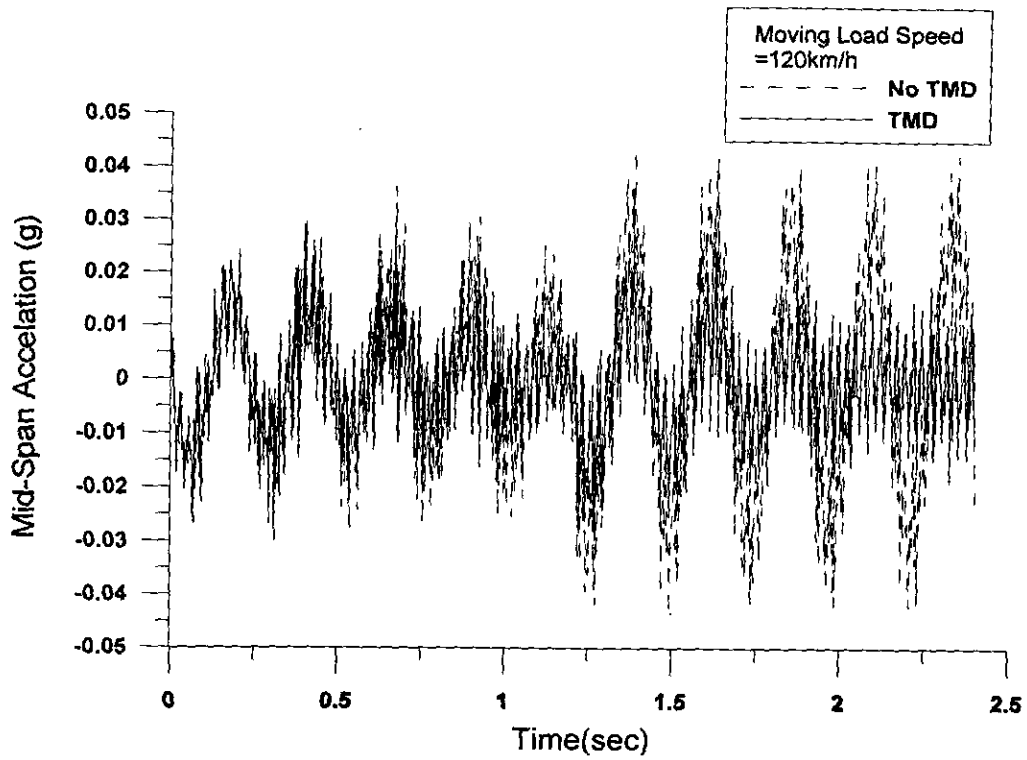


圖 6.7(e) 車速一百二十公里時，裝置 TMD 前後橋梁中點加速歷時圖

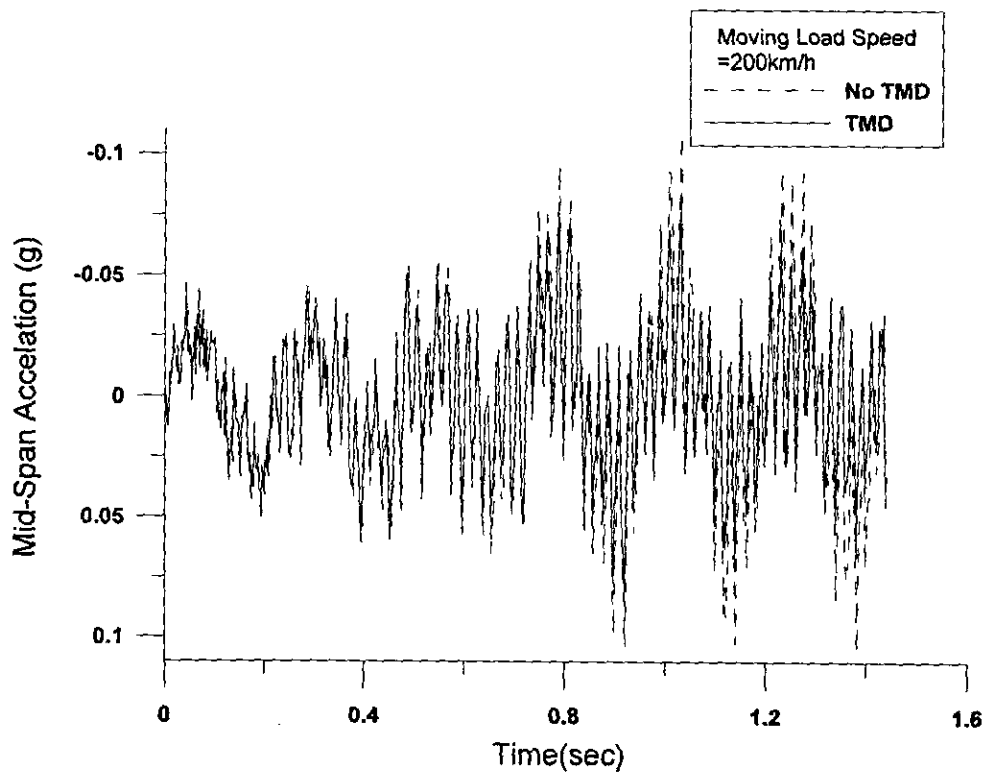


圖 6.7(f) 車速兩百公里時，裝置 TMD 前後橋梁中點加速歷時圖

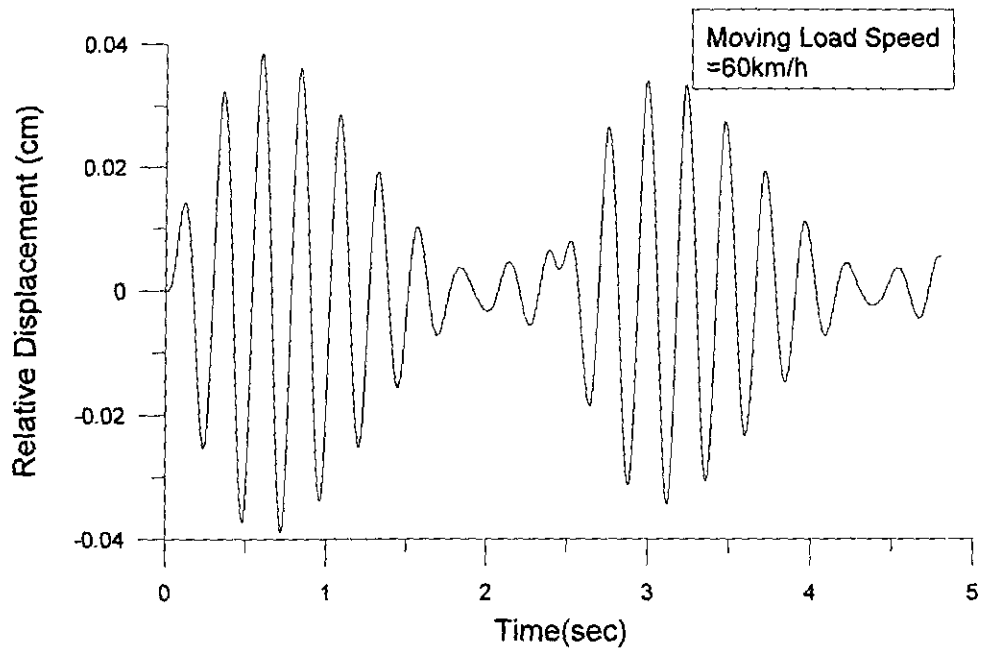


圖 6.8(a) 車速六十公里時，TMD 之相對位移

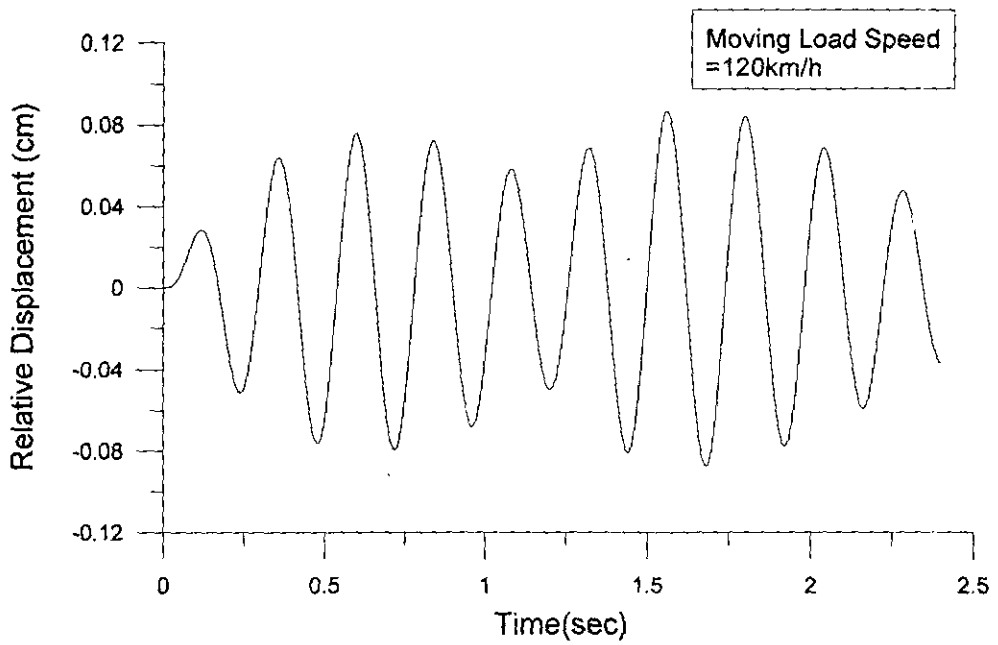


圖 6.8(b) 車速一百二十公里時，TMD 之相對位移

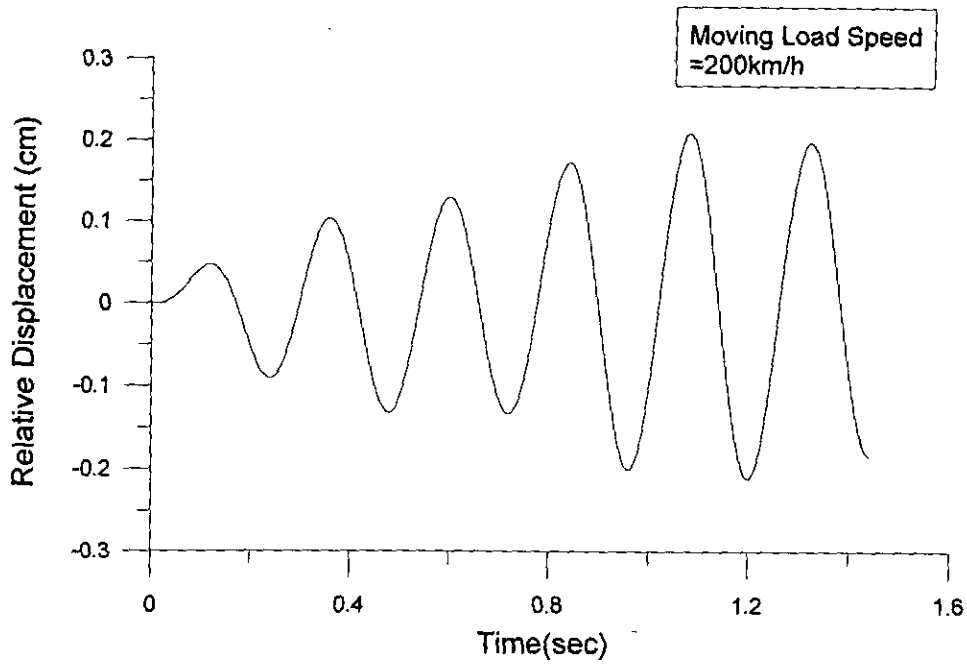


圖 6.8(c) 車速兩百公里時，TMD 之相對位移

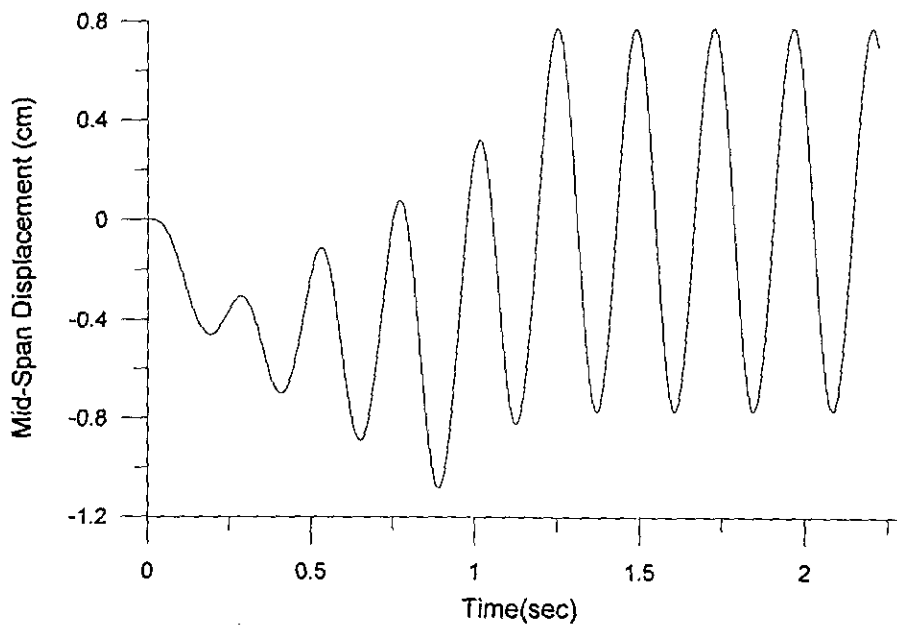


圖 6.9(a) 車子以共振車速通過橋梁時,車廂數  $N=4$ ,橋梁中點的位移反應

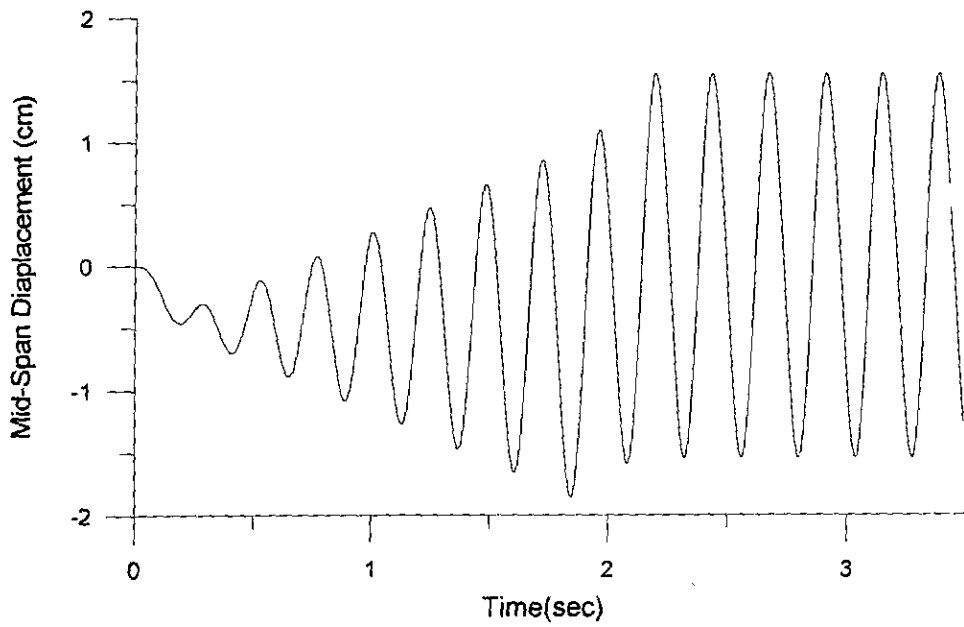


圖 6.9(b) 車子以共振車速通過橋梁時,車廂數  $N=8$ ,橋梁中點的位移反應

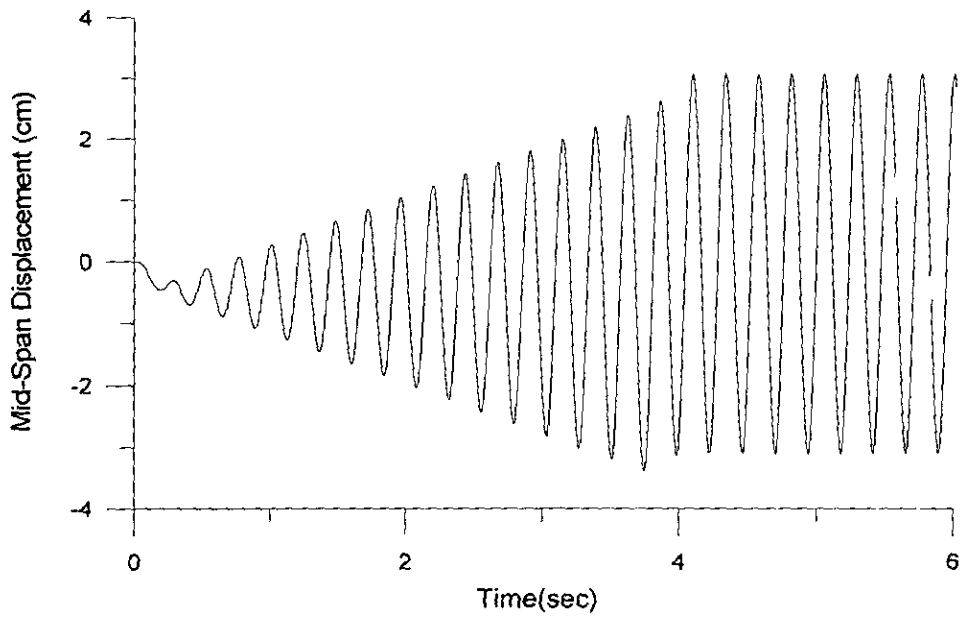


圖 6.9(c) 車子以共振車速通過橋梁時,車廂數  $N=16$ ,橋梁中點的位移反應

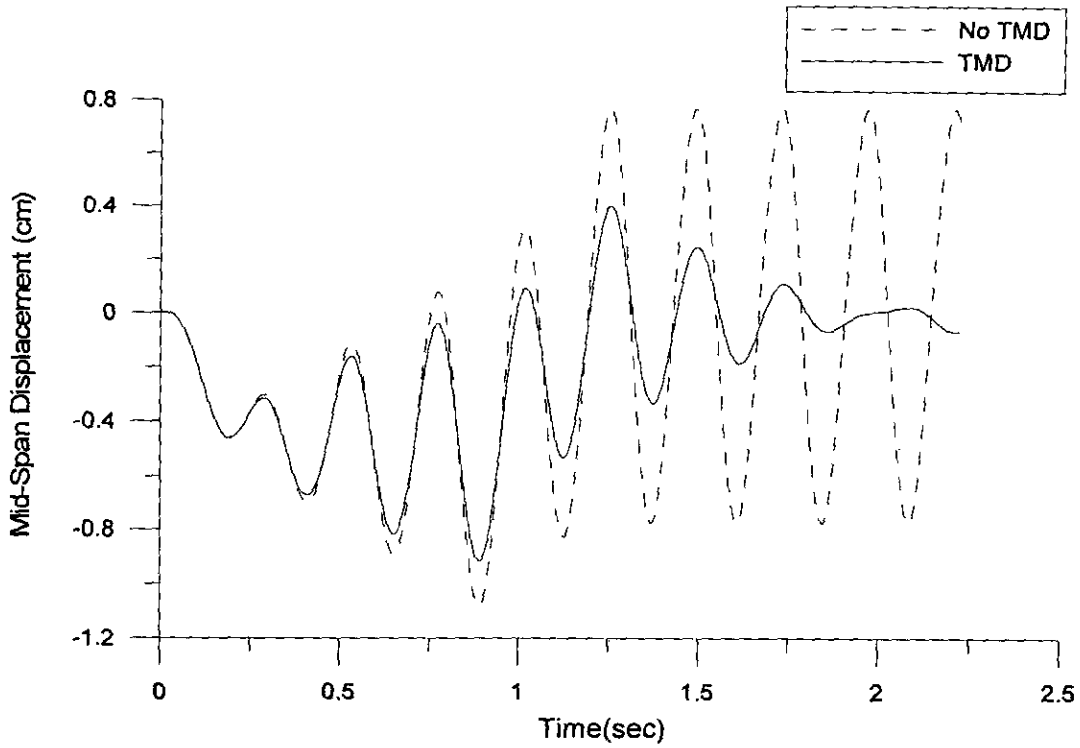


圖 6.10(a) 橋梁加裝 TMD 與未加裝 TMD 時,車廂數  $N=4$ ,  
橋梁中點的位移反應

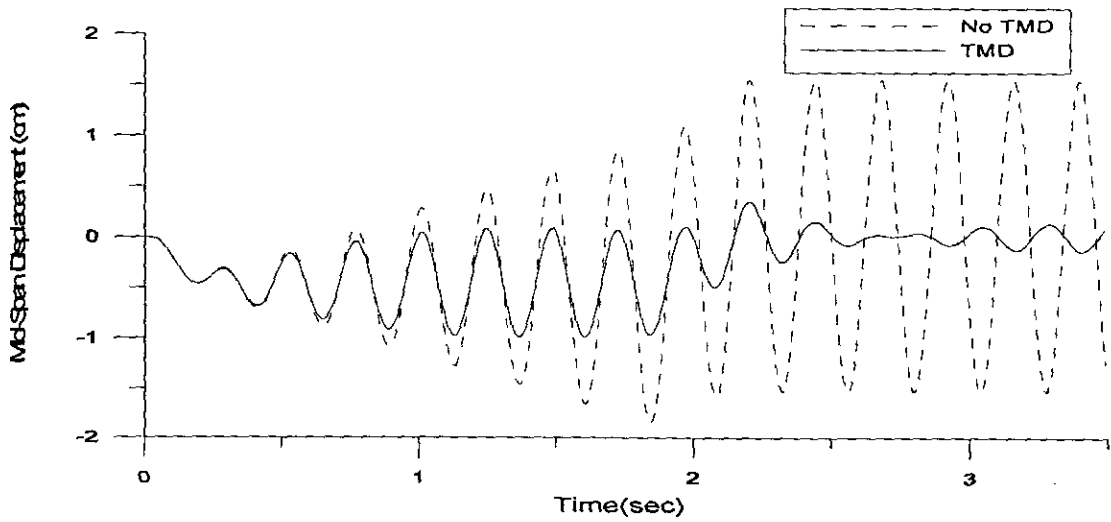


圖 6.10(b) 橋梁加裝 TMD 與未加裝 TMD 時,車廂數  $N=8$ ,  
橋梁中點的位移反應

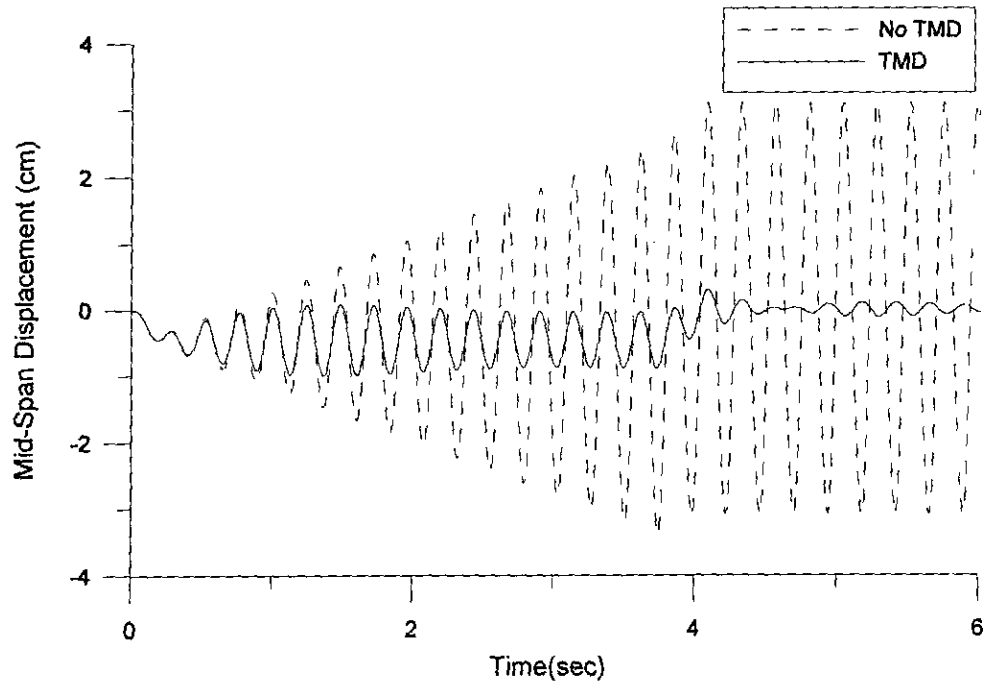


圖 6.10(c) 橋梁加裝 TMD 與未加裝 TMD 時,車廂數  $N=16$ , 橋梁中點的位移反應

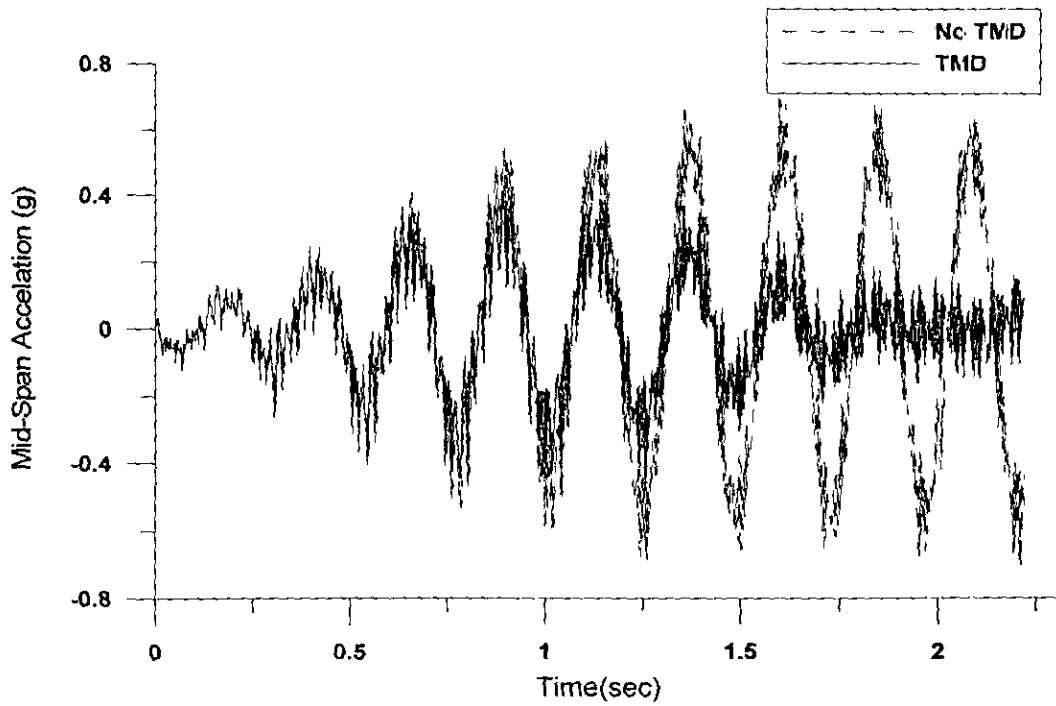


圖 6.10(d) 橋梁加裝 TMD 與未加裝 TMD 時,車廂數  $N=4$ , 橋梁中點的加速度反應

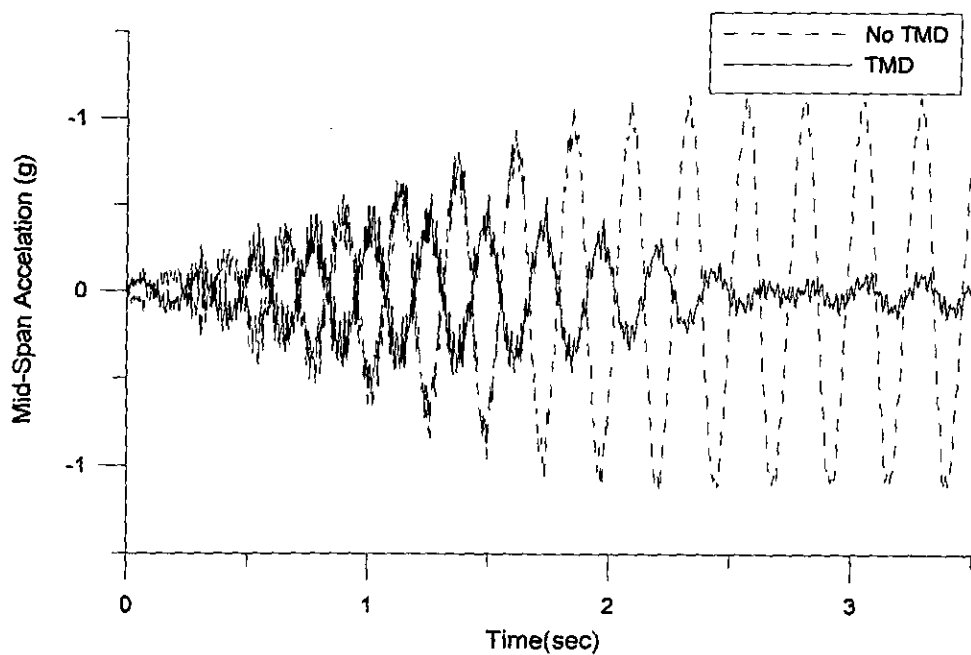


圖 6.10(e) 橋梁加裝 TMD 與未加裝 TMD 時,車廂數  $N=8$ ,  
橋梁中點的加速度反應

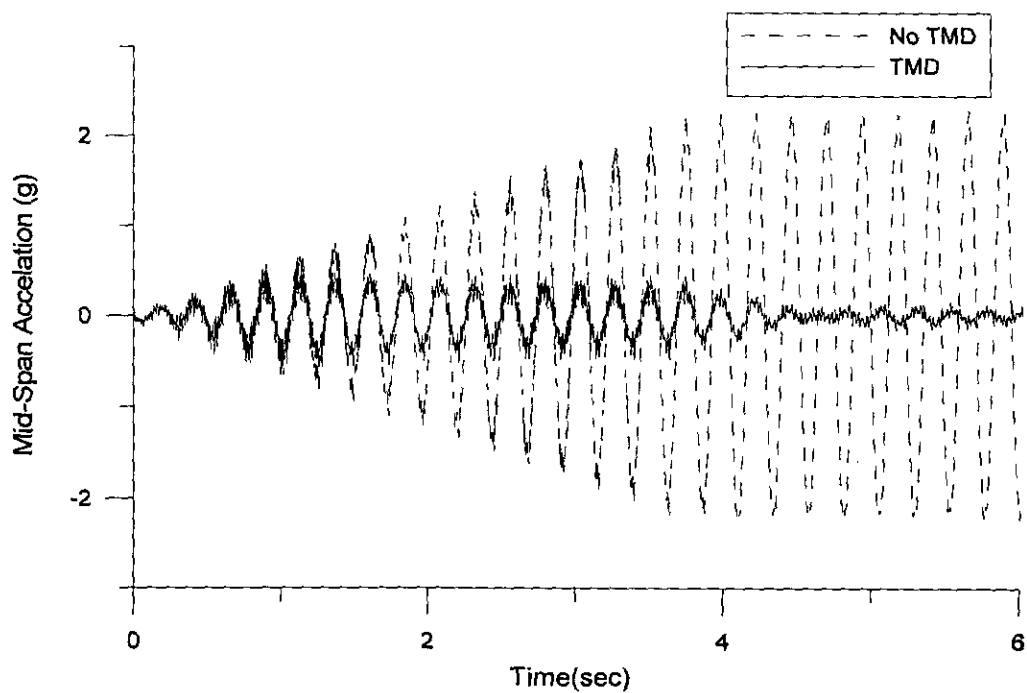


圖 6.10(f) 橋梁加裝 TMD 與未加裝 TMD 時,車廂數  $N=16$ ,  
橋梁中點的加速度反應

## 附錄 A

在實例分析中所使用之數值方法為朗吉-卡特法(forth-order Runge-kutta method)此法不但能處理線性常微分方程式之求解，亦能處理非線性常微分方程式之問題。

朗吉-卡特法是由德國數學家朗吉(Runge)和卡特(Kutta)所提出，由於此方法的提出，大大提升了數值計算的效率，由其是四階的朗吉-卡特法更是廣泛地應用在計算機解微分方程式的用途上。以下為其運算過程：

茲考慮一常微分方程式：

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \quad (1.1)$$

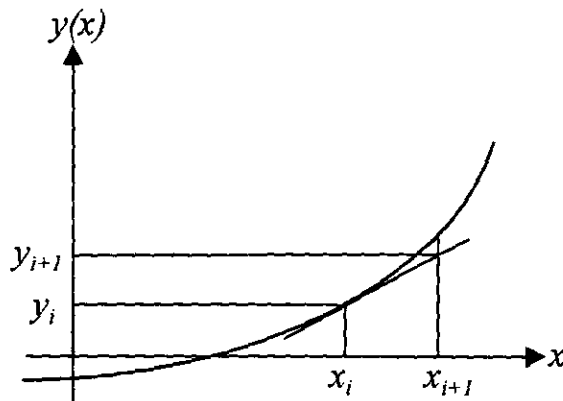


圖 1.1 尤勒法

根據尤勒法(Euler's method)，如圖 1.1 所示。圖中新值  $y_{i+1}$  可被表示為：

$$y_{i+1} = y_i + \phi h \quad (1.2)$$

其中

$y_i$  為舊值，

$\phi$  為原曲線在  $x_i$  點之斜率，

$h$  則為步幅大小(step size)。

假設朗吉-卡達法之一般式為：

$$y_{i+1} = y_i + \phi(x_i, y_i, h)h \quad (1.3)$$

令上式中  $\phi(x_i, y_i, h)$  為增量函數(increment function)，可解釋為區間中的平均斜



率，此增量函數亦可寫成：

$$\phi = a_1 k_1 + a_2 k_2 + \dots + a_n k_n \quad (1.4)$$

式(1.4)中  $a_i$  為常數， $k_i$  則為：

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f(x_i + p_1 h, y_i + q_{11} k_1 h)$$

$$k_3 = f(x_i + p_2 h, y_i + q_{21} k_1 h + q_{22} k_2 h)$$

⋮

⋮

⋮

$$k_n = f(x_i + p_{n-1} h, y_i + q_{n-1,1} k_1 h + q_{n-2,2} k_2 h \dots + q_{n-1,n-1} k_{n-1} h)$$

$k_i$  是遞推關係式，亦即  $k_1$  出現在  $k_2$  的方程式中，而  $k_2$  出現在  $k_3$  的方程式中，以此類推。由於此類推關係使得朗吉-卡特法的電腦計算變得更有效率。

朗吉-卡特法的不同形式是在增量函數中使用不同的項數( $n$ )，例如  $n=1$  時，為一階朗吉-卡達法，事實上就是所謂的尤勒法。欲瞭解四階的朗吉-卡特法，吾人先以二階朗吉-卡特法的推導來闡述：

由式(1.3)其二階式為：

$$y_{i+1} = y_i + (a_1 k_1 + a_2 k_2) h \quad (1.5)$$

其中

$$k_1 = f(x_i, y_i) \quad (1.6)$$

$$k_2 = f(x_i + p_1 h, y_i + q_{11} k_1 h) \quad (1.7)$$

為了使用式(1.5)，必須決定  $a_1$ ， $a_2$ ， $p_1$  和  $q_{11}$  的值，這些值的計算需使用泰勒級數二階形式之展開式，即：

$$y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i) h + \frac{f'(x_i, y_i)}{2} h^2 \quad (1.8)$$

其中  $f'(x_i, y_i)$  必須使用鏈鎖法則來微分，所以：

$$f'(x_i, y_i) = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{dy}{dx} \quad (1.9)$$

將(1.9)式代入(1.8)式中，可得：

$$y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i) h + \left( \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{dy}{dx} \right) \frac{h^2}{2} \quad (1.10)$$

朗吉-卡特法的基本策略是使用代數運算解  $a_1$  ,  $a_2$  ,  $p_1$  和  $q_{11}$  , 即令式(1.5)等於式(1.8) 。 首先利用泰勒級數展開(1.7)式, 但對於二變數之泰勒級數定義為:

$$g(x+r, y+s) = g(x, y) + r \frac{\partial g}{\partial x} + s \frac{\partial g}{\partial y} + \dots \quad (1.11)$$

應用此方式展開(1.7)式, 得:

$$f(x_i + p_1 h, y_i + q_{11} k_1 h) = f(x_i, y_i) + p_1 h \frac{\partial f}{\partial x} + q_{11} k_1 h \frac{\partial f}{\partial y} \quad (1.12)$$

將(1.6)及(1.12)式代入(1.5)式中:

$$y_{i+1} = y_i + a_1 h f(x_i, y_i) + a_2 h f(x_i, y_i) + a_2 p_1 h^2 \frac{\partial f}{\partial x} + a_2 q_{11} h^2 f(x_i, y_i) \frac{\partial f}{\partial y} \quad (1.13)$$

經整理可表示為:

$$y_{i+1} = y_i + [a_1 f(x_i, y_i) + a_2 f(x_i, y_i)] h + \left[ a_2 p_1 \frac{\partial f}{\partial x} + a_2 q_{11} f(x_i, y_i) \frac{\partial f}{\partial y} \right] h^2 \quad (1.14)$$

比較(1.10)式和(1.14)式, 可獲得下列之關係:

$$a_1 + a_2 = 1$$

$$a_1 p_1 = 1/2$$

$$a_1 q_{11} = 1/2$$

在這三個聯立方程式中有四個未知數, 所以它並沒有唯一解, 必須假設一個值而求其他三個值。比方說, 我們任取  $a_1 = 2/3$ , 則可得  $a_2 = 1/3$ ,  $p_1 = 3/2$ ,  $q_{11} = 3/2$ 。其他參數選擇則需要符合泰勒級數展開式。如果吾人取  $a_1 = 1/2$ , 則可得  $a_2 = 1/2$ ,  $p_1 = 1$ ,  $q_{11} = 1$ , 這組參數的選擇就是所謂的改良尤拉法(Modified Euler Method), 因此我們知道改良尤拉法是二階朗吉-卡特法的一種特殊情形。

四階的朗吉-卡特法使用最為廣泛, 而導證的方法如同二階朗吉-卡特法一般, 吾人在此直接寫出其結果。即:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (1.15)$$

其中

$$k_1 = hf(x_i, y_i)$$

$$k_2 = hf(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}hk_1)$$

$$k_3 = hf(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}hk_2)$$

$$k_4 = hf(x_i + h, y_i + hk_3)$$

一般超過四階方法的高階朗吉-卡特法, 雖能獲得更正確的結果, 但卻要花

費更多的時間去計算而且很複雜。

在解二階常微分方程式則需使用 Runge-kutta Nyström method，此法是由四階朗吉-卡特法衍生而來。將二階常微分方程式寫成如下形式：

$$y'' = f(x, y, y') \quad (1.16)$$

且其初始條件為  $y(x_0) = y_0$ 、 $y'(x_0) = y'_0$ ，則由 Runge-kutta Nyström method 解得之結果如下：

$$y_{i+1} = y_i + h \left[ y'_i + \frac{1}{3}(k_1 + k_2 + k_3) \right] \quad (1.17)$$

$$y'_{i+1} = y'_i + \frac{1}{3}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (1.18)$$

其中

$$k_1 = \frac{h}{2} f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = \frac{h}{2} f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{h}{2}\left(y'_i + \frac{1}{2}k_1\right), y'_i + k_1\right)$$

$$k_3 = \frac{h}{2} f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{h}{2}\left(y'_i + \frac{1}{2}k_1\right), y'_i + k_2\right)$$

$$k_4 = \frac{h}{2} f(x_i + h, y_i + h(y'_i + k_3), y'_i + 2k_3)$$

使用朗吉-卡特法之步驟如下：

1. 由已知的初始條件  $y(x_0) = y_0$ 、 $y'(x_0) = y'_0$  與時間步幅  $h$  利用(1.17)與(1.18)式求得下一時刻  $x = x_0 + h$  之  $y(x_1) = y_1$ 、 $y'(x_1) = y'_1$ 。
2. 令所求得的  $y_1 = y_0$ 、 $y'_1 = y'_0$ ，重複步驟 1，以求得再下一時刻之  $y$  與  $y'$ ，如此迭代  $N$  次。

在搖晃橋柱系統之數值分析過程中，是使用朗吉-卡特法一個時間步幅接著一個時間步幅地計算出每一時刻之系統位移與速度，但撞擊所發生之時間點通常會落在時間步幅之間，而非步幅之整數倍，因而造成誤差，且此誤差會隨撞擊次數的增加而逐漸累積，因此本文使用牛頓修正法逼近撞擊發生之時間點並求其較精確之系統位移與速度。

以牛頓法(Newton's Method)解多項式或任意函數 $\theta(h) = 0$ 之根係由下式逐步迭代修正，如圖 2.1。

$$\theta_{n+1} = \theta_n - \frac{\theta(h_n)}{\theta'(h_n)} \quad (2.19)$$

(2.1)式中 $\theta'(h_n)$ 表示在 $h = h_n$ 時所求得之切線斜率。由於在實際分析分析之過程中 $\theta(h)$ 為未知函數，我們無法經由微分得函數之切線斜率，因此使用函數微分之定義：

$$\theta'(h) = \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \frac{\theta(h + \Delta h) - \theta(h)}{\Delta h} \quad (2.20)$$

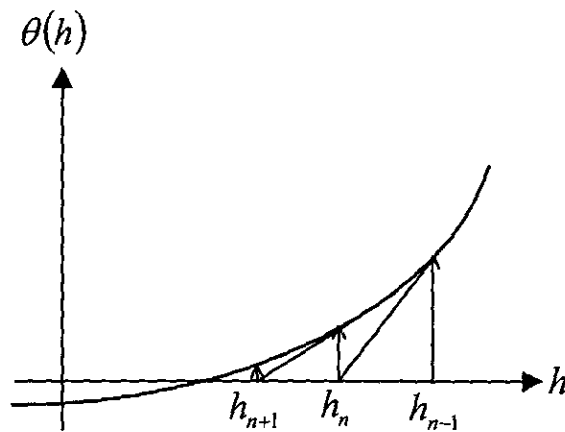


圖 2.1 牛頓法

則式可以數值微分近似為：

$$h_{n+1} = h_n - \theta(h_n) \frac{h_n - h_{n-1}}{\theta(h_n) - \theta(h_{n-1})} \quad (2.21)$$

其中 $h_n$ 、 $h_{n-1}$ 為起使值。

使用牛頓修正法之步驟如下：

1. 令 $h_1 = h$ 、則此時之 $\theta$ 即為 $\theta(h_1)$ ，且令 $h_2 = \frac{h}{2}$ ，由朗吉-卡特法求得此時之

$\theta(h_2)$ 。

2. 使用修正牛頓法迭代公式  $h_3 = h_2 - \theta(h_2) \frac{h_2 - h_1}{\theta(h_2) - \theta(h_1)}$  求得修正時刻  $h_3$ ，由朗吉-卡特法求得此時之  $\theta(h_3)$ 。
3. 將  $h_3$  令成  $h_2$ ， $\theta(h_3)$  令成  $\theta(h_2)$ 。
4. 若  $|\theta(h_3)| < \varepsilon$ ，則  $h_3$  即為撞擊瞬間之時間點， $h_3$  雖不是精確值但其誤差已小於  $\varepsilon$ ，結束修正，否則重複步驟 2 至 4。

## 附錄 B

### 交通部台灣區國道新建工程局

#### 「減震消能系統於高橋墩橋梁耐震耐風之研究」

#### 委託研究案期中簡報審查意見及建議表

編號	審查意見	審查意見答覆
1	<p>請研究單位將下列事項納入後續研究工作之範疇：</p> <p>(1) 理論分析模式之驗證。</p> <p>(2) 設計準則之參數選定。</p> <p>(3) 高橋墩搖晃橋柱系統與基礎阻尼器設計施工細節。</p> <p>(4) 南朗吉塔克依高架橋 (South Rangitikei Viaduct) 實例資料與監測記錄蒐集。</p> <p>(5) 風力及行車所致高橋墩橋梁振動問題。</p>	<p>以上意見均將納入後續研究工作。南朗吉塔克依高架橋 (South Rangitikei Viaduct) 實例資料與監測記錄將試著與原設計者聯繫，儘可能將資料蒐集完整。</p>
2	<p>本研究案應多蒐集各國高橋墩橋梁耐震系統文獻，並進一步研究評估各種耐震系統優缺點與適用性，並對應用於高橋墩橋梁耐震耐風之方式提出建議。</p>	<p>將於期末報告補充。</p>
3	<p>請研究單位再行檢討評估期中報告中以 A 字形墩柱模擬分析模式與實際橋梁結構之差異性。</p>	<p>將於期末報告補充。</p>
4	<p>期中報告初稿之文字錯誤、單位不一致、地形與風力參數設定與橋址環境不符等缺失請研究單位詳予檢核修正。</p>	<p>將於期末報告修正、補充。</p>
5	<p>有關後續縮尺結構模型之實驗請研究單位與本局結構組密切連繫，以確實掌握實驗內容。</p>	<p>將適時知會賴博士相關作業情形。</p>
6	<p>有關搖晃橋柱系統應用部分，請研究單位詳細評估橋址地形、橋梁型式、安全舒適等因素，擬定搖晃橋柱系統高橋墩橋梁之設計施工準則。</p>	<p>將於期末報告補充。</p>

## 交通部台灣區國道新建工程局

### 「減震消能系統於高橋墩橋梁耐震耐風之研究」 委託研究案期末簡報審查意見及建議表

頁碼	審查意見	審查意見答覆
	<p>請研究單位將下列事項納入正式報告（高速公路局技術組葉韓生組長書面建議意見）：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 搖晃橋柱系統受高寬比限制外，是否受其他外在因素限制，日本、中國大陸之高橋墩橋梁設計、施工均較紐西蘭南·郎吉克橋為晚，其設計時之考量條件，例如：地震、地質、環境、構材條件…等。</li> <li>2. 基底晃動界面之細部設計其剪力樞承受的極限破壞如何界定？</li> <li>3. 剛體晃動界面置於基礎內，其維護作業如何進行，如何得知是否有所損壞，損壞後如何更換，各國案例經驗如何？</li> <li>4. TMD 消能裝置與搖晃橋柱系統應如何搭配，有否國外案例可供參考？</li> <li>5. 搖晃橋柱橋梁監測系統建立之建議。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 搖晃橋柱因晃動時不受拉力，RC 橋柱及基礎設計亦有節省之空間。</li> <li>2. 剪力樞主要是確保橋柱在沿橋縱向之行爲與傳統橋柱相同，其設計考量亦與傳統橋柱之剪力設計相同。</li> <li>3. 晃動介面爲不連續，如欲維修時可以千斤頂撐開，惟設計時應考慮維修工作之方便性。可預埋監測系統長期監測之。目前僅紐西蘭有此類防震設計，相關資料目前仍待其設計者之回應。</li> <li>4. 搖晃橋柱主要作為橋柱水平橫力減震之用，而 TMD 則主要作為橋面板垂直及扭轉振動之抑制，故兩者可分別設計，搭配使用。但是，國內外尙未有實際案例。</li> <li>5. 未來如採用晃動橋柱系統，應針對橋梁上部結構之加速度反應、柱底剪力、柱軸力或軸應變、晃動角、消能裝置之相對位移、阻尼力等進行長期監測。</li> </ol>

頁碼	審查意見	審查意見答覆
	請研究單位將下列契約規定研究成果納入正式報告： 1. 各類高橋墩橋梁結構特性之比較與評選。 2. 擬訂搖晃橋柱系統高橋墩橋梁之設計準則。 3. 應用消能裝置於長跨徑高橋墩橋梁受風力作用之減震效益評估。	1.已於第一章中說明。 2.詳 2.4.3 節。 3.詳 4.5 節。
	請研究單位針對長跨徑橋梁之抗風性進行評估並提出具體建議。	詳 4.5 節。
	有關研究成果正式報告之「結論與建議」乙章，請分為「結論」、「建議」二節，其中對於設計搖晃橋柱系統高橋墩橋梁所考慮之材料、結構型式等因素、應用於橋梁受衝擊效應之減振裝置及未來研究方向等具體建議。	詳第七章。
P.18	請補充表 2.1「不同尺寸晃動質塊之等效阻尼比與相距週期關係」。	已於報告中修正
P.31 P.33	請修正圖 2.11 之橫軸與縱軸標示，另圖 2.13 請以圓滑曲線方式處理。	已於報告中修正
P.54	請修正上部結構重、橋柱重及斷面性質 (EA) 等數值。	已於報告中修正
P.59	表 2.3 所示搖晃橋柱系統橋梁上構之最大水平位移較傳統固定橋柱大，請檢核理論分析與試驗結果是否正確。	由於搖晃橋柱系統具備剛體旋轉角，且分析中並未考慮額外消能機制故發生較大之位移。
P.69	請修正搖晃橋柱系統之獨立無因次參數個數。	已於報告中修正
P.69 P.71	兩結構參數表無編號及名稱，另 (2) 橋梁上部結構，請修正為橋梁上部結構重。	已於報告中修正
P.117	請補充圖 4.10，圖目錄亦請配合修正。	已於報告中修正
P.123	有關表 4.3 所示三頻譜分析計算比較，其中最大速度乙項差異頗大，請檢核說明。	已於報告中修正
P.164 P.165	請於文中補充圖 5.8 及圖 5.9 之相關文字說明。	已於報告中補充
P.170	報告中敘述採用簡支型橋梁作為理論分析之原因與第一章概論所述互相矛盾。	已於報告中修正



頁碼	審查意見	審查意見答覆
P.193 P.194 P.199	圖 6.7 (d)、6.7 (e)、6.7 (f)、6.7 (d) 有無 TMD 裝置之比較圖，其標示方法不易辨識。另搖晃橋柱系統與固定橋柱之加速度比較圖，其標示方法不易辨識。	已於報告中修正
	有關報告文字、圖表等相關建議： 1. 報告中圖表散置各節文章中，建議將各章圖表統一放置於章節之末。 2. 請改善報告部分圖表之說明文字不夠清晰之情形，如圖 2.3、圖 3.9、圖 3.13 等。 3. 報告中出現橋梁或橋梁二種文字，請使用相同用字。	已於報告中修正

# 交通部臺灣區國道新建工程局出版品目錄

出版品類別	編號	書名	主辦組	訂價
訓練教材	001	北二高剛性路面建造講習	管理組	
	002	柔性路面施工品管	管理組	
	003	現場監工作業基礎訓練	管理組	
	004	工程保險講習	管理組	650 元
	005	現場監工作業基礎訓練(修訂版)	管理組	2233 元
	006	國道工程施工前講習教材彙編	管理組	
	007	橋梁工程施工實務訓練	管理組	
	008	品質稽查人員訓練教材彙編	管理組	
	009	材試品管人員實務訓練－柔性路面試驗及品管實務	管理組	500 元
	010	材試品管人員實務訓練－隧道工程施工及品管實務	管理組	500 元
	011	現場監工作業基礎訓練(第三版)	管理組	1000 元
	012	建築工程專業人員訓練教材	管理組	
	013	橋梁工程施工實務訓練(第二版)	管理組	
	014	機電交控專業人員訓練	管理組	400 元
簡介	001	北部第二高速公路隧道工程簡介		
	002	北部第二高速公路橋樑工程簡介		
	003	國道高速公路用地徵收說明書	用地組	
	004	臺灣區快速公路網彙編	規劃組	
	005	21 世紀臺灣區國道公路網	行政室	
	006	北部區域第二高速公路隧道工程簡介	行政室	
	007	國道新建工程局業務簡介	行政室	
	008	道路·鄉情	行政室	
	009	國道北宜高速公路工程簡介	結構組	
	010	國道北宜高速公路工程簡介	結構組	
	011	Introduction of Taipei-Ilan Expressway	結構組	
	012	Introduction of Taipei-Ilan Expressway	結構組	
	013	國道路網交通控制系統簡介	設施組	
	014	國道路網收費系統簡介	設施組	
	015	國道路網無線電系統簡介	設施組	
	016	國道路網隧道機電系統簡介	設施組	
	017	國道路網地磅系統工程簡介	設施組	

89 年 12 月 19 日

出版品類別	編號	書名	主辦組	訂價
簡介	018	北部第二高速公路邊坡保護措施簡介	結構組	
使用手冊	019	北二高映象：懷抱大地的深情	行政室	
	020	北部區域第二高速公路碧潭橋專輯	結構組	
	021	高速公路建築景觀簡介(國道三號、五號)	結構組	
	001	水泥混凝土路面品管手冊	管理組	
	002	安全衛生工作守則手冊	管理組	
	003	施工標準規範「一般規範」	工務組	舊版
	004	施工標準規範「技術規範」	工務組	舊版
	005	高速公路植物種植施工規範	工務組	200元
	006	台灣區國道施工安全設施須知	工務組	300元
	007	隧道工程施工技術規範	工務組	300元
	008	製圖規範	管理組	
	009	General Provision(English ed.)	工務組	舊版
	010	建築工程施工技術規範	工務組	300元
	011	加勁土壤結構暫行技術手冊	管理組	300元
	012	高速公路施工環境管理與監測技術準則(上、下)	規劃組	/
	013	Construction Standard Specification Technical Provisions	工務組	舊版
	014	Construction Safety Manual	設施組	
	015	Technical Provision for Tunnel work	結構組	
	016	Technical Provisions for Architectural Work	結構組	
	017	Expressway Planting Specifications	規劃組	
	018	局供材料管理要點	工務組	
	019	工程合約管理手冊	管理組	舊版
	020	大地工程調查作業準則	結構組	舊版
	021	高速公路航空及地面測量作業準則	規劃組	
	022	施工標準規範：施工技術規範(修訂版)	工務組	500元
	023	國道交通設施標準圖	設施組	
	024	施工標準規範：一般規範(修訂版)	工務組	300元
	025	國道公路照明設計準則	設施組	舊版
	026	General Provision (rev. ed.)	工務組	500元
	027	工程合約管理手冊(二版)	管理組	200元
028	隧道機電工程施工技術規範	設施組	350元	
029	國道公路照明設計準則(二版)	設施組	150元	
030	大地工程調查作業準則(二版)	結構組	500元	



出版品類別	編號	書名	主辦組	訂價	
研究報告	001	北宜蘇澳延伸段地理資訊系統之研究	規劃組		
	002	北宜蘇澳延伸段交流道區位、型式與土地使用發展關係之研究	規劃組		
	003	北宜高速公路電腦視學模擬軟體之研究	管理組	300元	
	004	以民營方式興建高速公路之可行性研究	管理組		
	005	蘭陽平原地區液化潛能和設計震譜之分析研究(V.1-4)	管理組		
	006	以反射震測法偵測深層地下孔穴之可行性研究	管理組		
	007	高速公路護欄安全結構設計及耐蝕性評估	設施組		
	008	高速公路交流道設置與設計電腦輔助評估工具發展	管理組		
	009	三度空間地理資訊轉換實體模型之研究	規劃組		
	010	應用地理資訊系統於高速公路規劃設計之研究(第一期)	規劃組		
	011	高速公路沿線地區土地配合使用可行性之研究	用地組		
	012	防污綠化植物於高速公路景觀規劃之研究	規劃組		
	013	高速公路環境及景觀在規劃及設計準則上應用之研究--以二高為例	規劃組	300元	
	014	台灣地區高速公路收費系統網路可行性研究	設施組		
	015	高速公路隧道監控設施設置準則及行車事故之因應措施研究	設施組		
	016	發光二極體LED室外顯示幕研究	設施組	250元	
	017	高速公路用地權利關係及分層使用之研究	用地組		
	018	臺灣地區高速公路整體路網交通管理策略及交控系統設置準則之研究	設施組		
	019	臺灣區國道新建工程砂石料資源供需調查及因應對策	工務組		
	020	以民營方式興建高速公路之法制研究	管理組	300元	
	021	泥岩挖方邊坡保護工程試驗研究	管理組	300元	
	022	臺灣區快速公路系統整體路網主要計劃規劃總報告(V.1-11)	規劃組		
	023	第二高速公路後續計劃環境影響評估	規劃組		
	024	臺灣區高速公路幾何設計標準化與本土化研究與設計標準之訂定	規劃組		
	025	高速公路自動收費系統利用雙向通訊與IC卡之可行性研究	設施組		
	026	剛性路面實用設計本土化研究	管理組	300元	
	027	國道新建工程後續計劃水泥鋼筋供需調查及因應對策之研究	工務組		
			交通部臺灣區國道新建工程局研究報告摘要集	管理組	
	028	波傳反算震測法之研究	管理組	300元	
	029	碧潭橋靜力及動力特性之監測及分析	管理組	300元	
	030	第二高速公路後續計劃規劃路線沿線文化遺址調查報告	規劃組		
031	混凝土橋樑整份腐蝕問題之研究	管理組	300元		

出版品類別	編號	書名	主辦組	訂價
研究報告	032	高速公路沿線交流道整體開發可行性之研究	用地組	
	033	智慧型車路系統之可行性研究	設施組	
	034	發光二極體顯示幕可信賴度研究	設施組	
	035	泥岩挖方邊坡保護工程試驗研究(第二期)	管理組	
	036	長隧道通風技術之先期研究	設施組	350元
	037	南州至林邊地區地盤下陷對高速公路興建之影響及防治對策	規劃組	
	038	第二高速公路後續計劃三維透視圖之研究與應用	規劃組	
	039	第二高速公路後續計劃路段生態綠化之研究	規劃組	300元
	040	臺灣區西部地區砂石料源驗質反應調查研究	管理組	
	041	高速公路用地預購與交換制度法制化之研究	用地組	
	042	地岩錨設計與施工準則之研究	管理組	
	043	整合性隧道管理控制系統之建立研究	管理組	
	044	國道民營化(BOT)研究(v.1-3)	管理組	
	045	剛性路面實用設計本土化研究(二)	管理組	300元
	046	改良瀝青及瀝青添加劑應用於柔性路面之研究	管理組	
	047	北宜高速公路坪林隧道豎井排氣對茶樹生長環境影響調查研究	規劃組	
	048	交通用地取得與公地配合開發處理辦法草案之研究	用地組	
	049	獎勵民間參與交通建設使用公有土地租金優惠辦法草案之研究	用地組	
	050	第二高速公路南部區域沿線交流道特定區計畫類型及土地使用規模之研究	用地組	
	051	岩石隧道施工技術研究：岩體分類諮詢系統之研究	管理組	
	052	碧潭橋靜力及動力特性之監測與分析(二)	管理組	300元
	053	混凝土橋梁鹽份腐蝕問題之研究(二)	管理組	300元
	054	公路隧道機電及交通監控整合研究	設施組	450元
	055	泥岩挖方邊坡保護工程試驗研究(第三期)	管理組	
	056	第二高速公路後續計劃竹南-西胡段沿線幾何設計對車流運作績效之研究	規劃組	
	057	長隧道通風技術之研究(二)：子題壹-隧道內火災引起濃煙分佈研究	設施組	400元
058	第二高速公路七堵收費站之合理性設置區位評估	規劃組		
059	無線電系統整合與數位化可行性研究	設施組		
060	岩石隧道施工技術研究：岩石隧道開挖行為數值分析	管理組	300元	
061	碧潭橋靜力及動力特性之監測及分析(三)	管理組		
062	剛性鋪面糙度值之研究	管理組		
063	高(快)速交控管轄層級之研究	設施組		
064	高性能混凝土設計準則之研訂	管理組		

出版品類別	編號	書名	主辦組	訂價
研究報告	065	路網交控策略系統發展規劃	設施組	
	066	長隧道通風技術之研究(二):子題貳—長隧道通風車行效應與半二維向流場之研究	設施組	250元
	067	混凝土用添加劑之研究	管理組	
	068	匝道儀控與平面道路之號誌群組連鎖控制規劃與設計	設施組	
	069	高速公路航空及地面測量作業準則研究報告	規劃組	
	070	柔性路面在設計施工改進研究:道路評審儀在柔性鋪面之動、靜態回算分析比較研究	規劃組	600元
	071	高(快)速公路之用路人資訊需求與系統架構之研究	設施組	
	072	臺灣地區岩體品質分類與隧道支撐設計適用性之初步檢討評估	管理組	300元
	073	混凝土橋梁鹽份腐蝕問題之研究(三)	管理組	300元
	074	進口水泥材料品保與認證制度之研究	管理組	
	075	地下水活動對隧道溫升現象之影響分析	設施組	300元
	076	臺灣地區柔性路面厚度設計手冊研擬	管理組	300元
	077	先進交控系統與本國化之研究	設施組	300元
	078	臺灣區高(快)速公路網路況廣播模式之研究	設施組	
	079	隧道溫升問題研究	設施組	
	080	碧潭橋靜力及動力特性之監測及分析(四)	管理組	450元
	081	高速公路服務站區停車場及建築設施需求準則研究	結構組	300元
	082	隧道工程設計準則之研訂	管理組	350元
	083	替代方案招標及評選作業之研究	工務組	
	084	高速公路標誌設計準則與地區道路指示標誌整合研究	設施組	250元
	085	國道工程風險及保險管理策略研究	工務組	
	086	國道路網設置大眾運輸與高乘車輛專用車道及設施之研究	規劃組	400元
	087	公路橋梁耐震設計規範之補充研究	結構組	
	088	第二高速公路後續計畫苗栗路段依獎參條例辦理土地開發先期作業:後龍溪浮覆地開發構想計畫	用地組	
	089	長隧道降溫方法評估	設施組	550元
	090	第二高速公路後續計畫苗栗路段依獎參條例辦理土地開發先期作業	用地組	
	091	獎參條例辦理區段徵收取得土地處理之研究	用地組	
	092	橫貫高速公路對區域性經濟效益之量化研究	規劃組	
	093	海砂拌製瀝青混凝土之可行性與經濟效益評估	規劃組	600元
	094	公路隧道消防法規訂	設施組	500元
095	隧道工程作業與流程之研究(一)	結構組	500元	
096	隧道通風實測與理論分析之比較研究	設施組	1500元	

89年12月19日

出版品類別	編號	書名	主辦組	訂價
研究報告	097	公路隧道安全設施準則研訂	設施組	1000元
	098	AASHTO 剛性路面設計規範之改良研究	規劃組	600元
	099	碧潭橋靜力及動力特性之監測及分析(五)	管理組	700元
	100	高速公路隧道上方土地利用型態意向調查	用地組	
	101	新化斷層與南二高交會處之土壤液化評估與防治建議	結構組	500元
	102	雙T型連續梁橋結構特性研究	結構組	850元
	103	獎勵民間參與高速公路建設之用地取得策略規劃	用地組	800元
	104	隧道開炸技術諮詢系統之研究(一)	結構組	500元
	105	國道工程施工網圖模組建立之研究	工務組	450元
	106	岩石隧道施工技術研究:隧道交叉段之設計及施工探討(一)	三區處	600元
	107	挪威工法(NMT)在台灣地區應用之可行性研究	結構組	600元
	108	隧道工程之工程保險範疇暨執行方式研究	工務組	500元
	109	應用透地雷達技術於隧道工程探查之潛能研究	三區處	450元
	110	公路隧道防災及救援之探討	設施組	700元
	111	高速公路高混凝土中央護欄之適用性研究	管理組	200元
	112	隧道工程作業與流程之研究(二)	結構組	400元
	113	開放級配應用於高速公路路面之改善研究	規劃組	500元
	114	瀝青混凝土路面工程施工品管手冊之研擬	規劃組	600元
	115	編訂公路交控工程設計手冊	設施組	1000元
	116	隧道開炸技術諮詢系統之研究(二):含附冊隧道開炸技術推廣手冊	結構組	800元
	117	岩石隧道施工技術研究:隧道交叉段之設計及施工探討(二)	三區處	1000元
	118	隧道二次襯砌功能、設計理念與混凝土設計規範之研究與建議對策	管理組	300元
	119	台灣地區肇事時自動偵測紀錄系統之實測研究	設施組	660元
	120	支撐先進工法橋梁之橋墩結構承載容量評估及行為研究	結構組	560元
	121	工地執行材料試驗相關問題之研究	結構組	300元
122	路面平坦度驗收規範之檢討研究	規劃組	600元	
123	國道工程施工網圖模組建立之研究(二)	工務組	500元	
124	斷層泥力學性質研究	結構組	700元	
125	減震消能系統於高橋墩橋梁耐震耐風之研究	結構組	560元	