

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

計畫編號：NSC 91-2212-E-009-033

執行期限：91年8月1日至92年7月31日

主持人：成維華 交通大學機械工程研究所

共同主持人：白明憲 交通大學機械工程研究所

鄭時龍 大華技術學院自動化工程系

一、中文摘要

本計畫主旨在發展一套混成式可調曲率環場視聽系統，此系統可以用於飛行模擬虛擬實境之投射視聽系統（家庭）電影院之視聽系統以及電腦輔助教學訓練視聽教學系統等應用，以提供具有實用性、高品質，營造充分的畫面臨場感達成影音結合、如臨現場的境界，其中整合的技術包括混成式可調曲率銀幕伺服機構設計（子計畫一）、銀幕用矩陣式平面喇叭系統設計（子計畫二）與廣角球面影像可程式化處理（子計畫三）。

關鍵詞：混成式可調曲率環場視聽系統、類對稱、廣角球面影像可程式化處理。

Abstract

This project is mainly oriented to develop the hybrid curvature-adjustable surrounding AV system. The system can be used for the audio and visual projection system of the flight simulator, the home theater system, and the computer aided training system, etc. It is a state-of-art system for both audio and visual integration, which provides the practical and high quality effect of the Hi-fi environment implementation. The integrated technologies include: The curvature-adjustable screen servo mechanism design (child project 1), the development of panel speaker matrix for projection screen (child project 2), the research and design of the quasi-symmetrical zooming projection lens (child project 3), and the programmable planospheric image for wide field vision (child project 3).

Keywords: Hybrid curvature-adjustable surrounding AV system, quasi-symmetrical, programmable planospheric image for wide field vision

二、緣由與目的

混成式可調曲率銀幕可隨投影物視景深度變化，即時動態調整銀幕曲率，使觀賞者得到立體、如臨現場的感覺；另外由於廣角變焦投射將造成影像的失真，以及投影銀幕為球面，影像投射至有球面的投影銀幕，將會產生影像的畸變像差，所以必須將影像預扭曲，然後再投射至球面上反扭曲修正影像，子計畫三將應用數位影像處理器的技術，預先將平面影像資料產生枕型畸變或矯正過度，經廣角透鏡投射，產生桶型畸變或矯正不足，使兩種畸變嚴格地相互抵銷，還原影像，以達影像沒有失真地投影至銀幕上。混成式可調曲率銀幕除了可動態調整曲率大小之外，並在整個球面銀幕上裝置陣列式喇叭，設計環場音效(子計畫二)，從銀幕發出聲音，同時，再以陣列訊號處理技術，達到聲束、整形和操控的環場音效，使視聽系統達到影音結合，更具臨場感與真實感。

最後，本計畫已整合各子計畫研發結果，完成即時動態整體測試，以完成總計畫預期目標。

三、整合研究報告內容

子計畫一：可調曲率銀幕機構設計

當一個具有彈性的薄板材料兩端用支

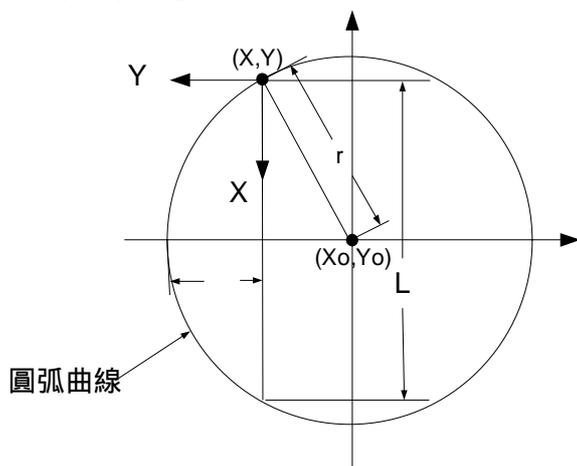
點形成所謂簡支樑，中間若施以各種型式負載時，會產生撓度變形，此變形曲線接近圓弧曲線，當施力放掉時，利用材料本身的彈性會自動恢復材料原來形狀，因此利用此撓度變形觀念，作為分析可變曲率螢幕曲線將是非常有用的，所以在分析材料上，選擇容易加工又具彈性之磷銅板(厚2mm 寬20mm 長1000mm)作為分析與實作測試之材料。不同型式且具有對稱性的負載，其撓度變形曲線會不同，且圖形會成對稱性，如果使撓度變形曲線愈接近圓弧曲線愈能符合可變曲率螢幕要求，這是本文分析重點。

本文內容分三部分討論分析：

1. 真實圓弧曲線方程式分析。
2. 各類型負載作用於彈性薄板撓度曲線與真實圓弧曲線比較分析。
3. 可變曲率螢幕機構製作分析。

1. 真實圓弧曲線方程式分析

為了使撓度曲線與圓弧曲線座標一致，如圖(一) X-Y 座標所示，X-Y 為撓度曲線座標， X_0-Y_0 為圓弧曲線座標，把圓弧曲線座標移至撓度曲線座標，則圓弧曲線方程式如下所示：



圖(一) X-Y 座標

$$\left(X - \frac{L}{2}\right)^2 + [Y + (r - \delta)]^2 = r^2$$

$$Y = -(r - \delta) \pm \sqrt{r^2 - (X - 443)^2} \quad \text{--- (1)}$$

(1)式取正值才符合要求，由於螢幕大小 L 不變之下，因此圓弧半徑為

$$\left(\frac{L}{2}\right)^2 + (r - \delta)^2 = r^2$$

$$\Rightarrow r = \frac{\delta^2 + (443)^2}{2\delta}$$

其中螢幕半徑大小 $\frac{L}{2} = 443\text{mm}$

利用(1)式可以變化 X 大小(0-886mm)相對應的 Y 值即可求得，此 Y 值即為相對應 Y 撓度曲線的真實圓弧大小。

2. 各類型負載作用於彈性薄板撓度曲線與真實圓弧曲線比較分析

如圖(一)所示，彈性薄板構成之簡支樑，中間位置承受集中負載作用時，彈性薄板將產生撓度變形，其撓度曲線方程式可由(1)方程式及邊界條件求得，位移大小可藉由改變集中負載大小來改變。

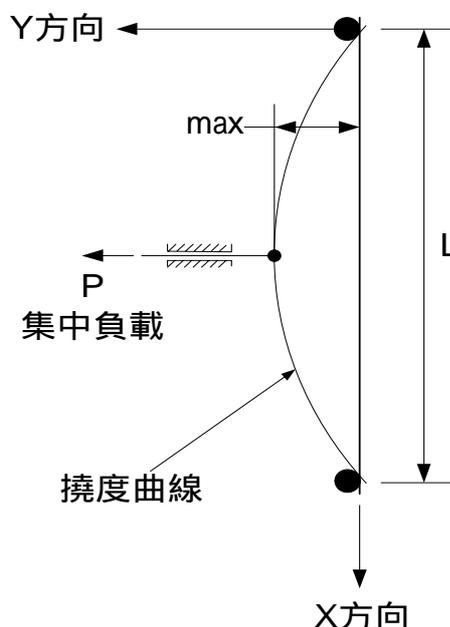
$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{-M(X)}{EI}$$

y : 撓度方程式

M(X) : 彎曲力矩

E : 彈性係數

I : 慣性矩



圖(一) 單一集中負載

利用此撓度變形方程式與真實圓弧方程式做一比較，當位移大小從 0mm 至 180mm 所產生不同曲率半徑下的撓度曲線與同樣位移大小從 0mm 至 180mm 所產生的圓弧曲線做動態模擬比較，以求出最大

誤差。在此理論基礎下，我們推導分析七種不同型式且具有對稱性之負載作用於簡支樑所產生之撓度方程式與真實圓弧方程式作一比較，以求得最近似圓弧曲線，此七種負載型式為：

- 單一集中負載
- 兩個集中負載
- 正弦均佈負載
- 均佈負載
- 由兩端至中點遞增之均佈負載
- 由兩端至中點遞減之均佈負載
- 兩端彎曲力矩負載

分析結果：

七種不同型式負載的撓度方程式與最大撓度如表(一)所示，我們使用 LabVIEW 軟體來發展動態模擬分析，依撓度方程式與圓弧方程式，在不同之位移大小之下做動態模擬比較，如表(二)所示，在位移最大時(=180mm)撓度曲線與真實圓弧最大誤差大小與位置，在這七種不同型式負載中，我們可以從動態模擬中瞭解到撓度方程式與圓弧方程式最小誤差的負載型式為兩集中負荷，它與圓弧曲線最近似，而且在實際製作上也不困難，因此選用兩集中負載作用於樑的兩側距離兩側邊 50mm 時，最大誤差發生在距離 x 軸 112mm 地方將近有 7.85mm 的誤差，當兩集中負載越靠近兩側時，誤差越小，但是力的作用點越接近兩側所需力矩越大，動力要求也越大，實際製作上也困難，因此，兩集中負載作用於兩側一定要有距離。

在七種不同型式負載中，只有兩集中負載型式產生的撓度曲線與圓弧曲線最近似，製作上較容易。在模擬過程中另一種力的型式-兩彎曲力矩作用於兩側所產生的撓度曲線與圓弧曲線比兩集中負載型式來的誤差更小、更為近似圓弧曲線，但在製作上非常困難，因此不予考慮。

3. 可變曲率螢幕機構製作分析

根據上面分析結果，在此製作了兩集中負載作用於兩側的原型機構，此可調曲率螢幕由 4 支彈性薄板(長 1000mm 寬 20mm 厚 2mm)所組成，材質選用具有彈性又容易加工之磷青銅(彈性係數=11000kgf/mm²)，4 支彈性薄板中間使用拉

丁鉚接，形成星狀行的網面，兩集中負載作用的地方用一圓環與四隻彈性薄板共八個點用鉚接方式接合固定，圓環部分使用齒條與圓棒連接，並製作一個由圓棒直徑為 10mm 所滾製完成直徑為 886mm 的大圓，做為 4 支彈性薄板的支撐點。

連接在圓環中間的齒條圓棒透過步進馬達軸上的小齒輪驅動，使 4 支彈性薄板產生撓度變形，此 4 支彈性薄板所產生撓度變形，即為可調曲率螢幕，在 4 支彈性薄板所構成的撓度曲面上黏上具有伸展性的彈性布，即為螢幕。

子計畫二：銀幕用矩陣式平面喇叭之研發

本年度已達成總計劃要求—完成環場音效性能分析：

線性平面喇叭陣列的遠場模型：如圖 8 為平面喇叭陣列的架構，圖 9 為 2N+1 個等間距聲源，其遠場 pressure pattern 可表為

$$P(r, \theta, f) = A(f, \theta)R(f, r)B(f, \theta)$$

其中， d 為兩相鄰喇叭間距， $r \gg d$ 為陣列中心至遠場觀測點的距離， f 為頻率， c 為聲速， $A(f, \theta)$ 為每一聲源的 radiation pattern， $R(f, r) = r^{-1} \exp(j2\pi fr/c)$ 表示球面的擴展， $B(f, \theta) = \sum_N g_n(f) e^{jnk d \sin \theta}$ 為 array pattern， $g_n(f)$ 為陣列濾波器。若 $g_n(f)$ 與頻率無關，即為複常數 g_n ，則此喇叭陣列設計可當作一 FIR 濾波器。

大部分的指向性陣列演算包含兩部分：聲束形成與聲束行進。聲束形成將產生一高指向性的“束”，聲束行進將引導這個“束”至想要的方向。圖 10 指出一方向矩陣的架構

$$g_n(f) = b_n \times w_n(f, \theta_M),$$

其中 b_n 為聲束形成係數， θ_M 為主波的移位角， $w_n(f, \theta_M)$ 為聲束行進濾波器，而 $g_n(f)$ 為陣列濾波器，聲束行進濾波器定義為

$$w_n(f, \theta_M) = e^{-jnk d \sin \theta_M}, \quad -N \leq n \leq N, \quad \text{其中 } k = 2\pi f / c;$$

行進陣列濾波器 $\tilde{g}_n(f)$ 與原始陣列濾波器 $g_n(f)$ 的關係如下：

$$\tilde{g}_n(f) = g_n(f)w_n(f, \theta_M), \quad -N \leq n \leq N$$

因此，行進陣列形態為

$$\begin{aligned}\tilde{B}(f, \sin \theta) &= \sum_{n=-N}^N \tilde{g}_n(f) e^{jnk d \sin \theta} \\ &= \sum_{n=-N}^N g_n(f) e^{jnk d (\sin \theta - \sin \theta_M)} = B(f, \sin \theta - \sin \theta_M)\end{aligned}$$

聲束行進數位式濾波器的頻率響應可寫成

$$w_n(e^{j\omega}, \theta_M) = e^{-j \frac{n\omega f_s d \sin \theta_M}{c}}$$

其中 f_s 為取樣頻率。如前所述，聲束行進濾波器可由 FIR 濾波器來實現，然而上式的聲束行進數位式濾波器通常可視為少量取樣週期的延遲，稱為特殊濾波器設計方法，此方法需要解以下最佳化問題

$$\text{Min}_{h_n(k) \in R} \left\| \sum_{k=0}^{K-1} h_n(k) e^{-j\omega k} - w_n(e^{j\omega}, \theta_M) \right\|_2$$

其中 K 為 FIR 濾波器指定的長度， $h_n(k)$ 為第 n 個陣列元素的濾波器係數， $w_n(e^{j\omega})$ 為想要的頻率響應函數。這個最佳化問題可由最小平方法來求得，若把想要的頻率響應函數以 FIR 濾波器形式表示 $w(z, \theta_M) = \sum_{k=0}^{K-1} h_n(k) z^{-k}$ ，代入 $z = e^{j\omega_n}$ ，可得以下的線性系統方程式

$$\begin{bmatrix} w_n(e^{j\omega_1}) \\ w_n(e^{j\omega_2}) \\ \dots \\ w_n(e^{j\omega_N}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-j\omega_1 \times 0} & \dots & e^{-j\omega_1 \times (K-1)} \\ e^{-j\omega_2 \times 0} & \dots & e^{-j\omega_2 \times (K-1)} \\ \dots & \dots & \dots \\ e^{-j\omega_N \times 0} & \dots & e^{-j\omega_N \times (K-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_n(0) \\ h_n(1) \\ \dots \\ h_n(K-1) \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow b = Ax$$

上式的最小平解為

$x = A^+ b$ ，其中 $A^+ = (A^H A)^{-1} A^H$ 為矩陣 A 之 pseudo inverse。

如個別子計劃所述，我們已經實現平面喇叭聲束行進的濾波器設計，聲束行進是以 delay-sum 和 DC 演算法來完成(詳見子計劃一之期中報告)，環場音效也是由使用相同的陣列系統的聲束自動掃描來產生。電子式的補償與訊號處理是架構在一多頻道的 DSP 平台上(如圖 11)，實驗架構如圖 12 所示為 5×1 平面喇叭陣列，其聲束行進控制是以 delay-sum 演算法來完成，由於遠場的條件並不滿足($r=2$ m, $d=0.3$ m)，

因此以近場形態來計算(based on the Rayleigh integral of the baffled rectangular piston model)。

實驗結果如圖 13 所示，若欲得聲束行進的主波為 20 度，則由模擬所得結果與實驗非常接近，主波均為 20 度，但若沒有對聲束行進作控制，則其主波產生很大的延遲，如此將失去平面喇叭的設計意義，即無法達成總是即時地由該發聲處傳來聲音。另外，聲束是由 delay-sum 演算法在 $[-45^\circ, 45^\circ]$ 的範圍內連續掃描，且掃描速率為每 0.1 秒 5 度。

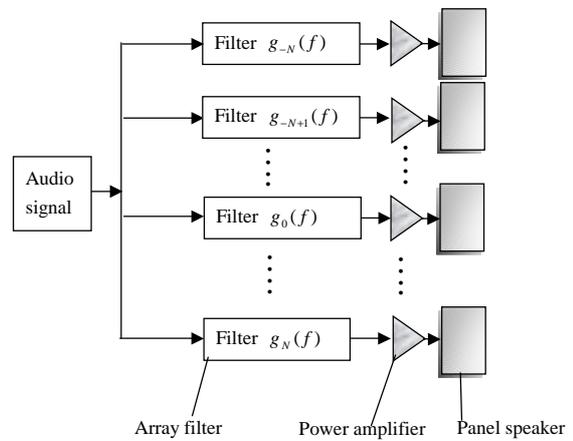


圖 8

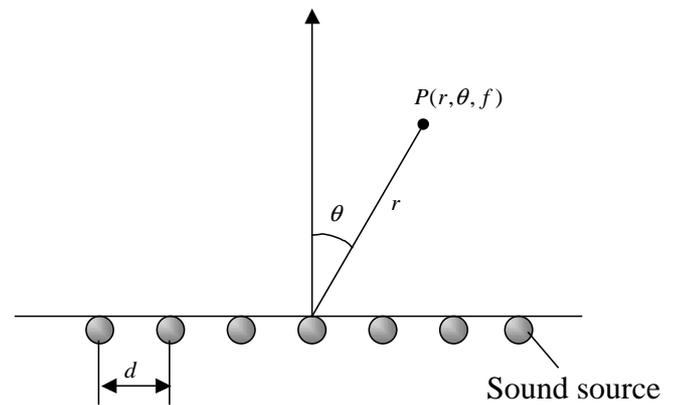


圖 9

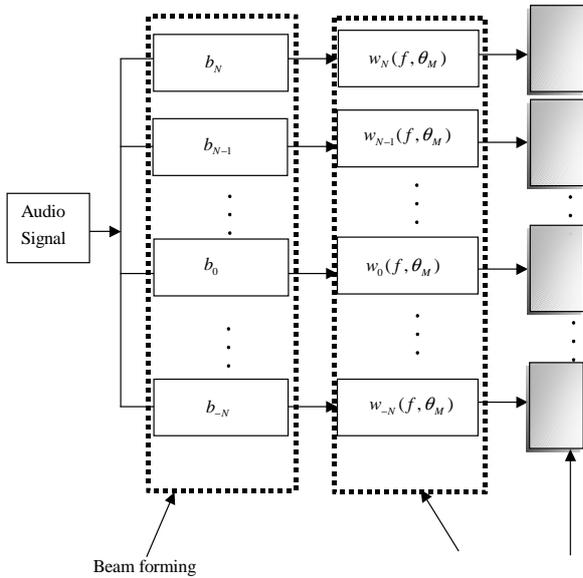


圖 10

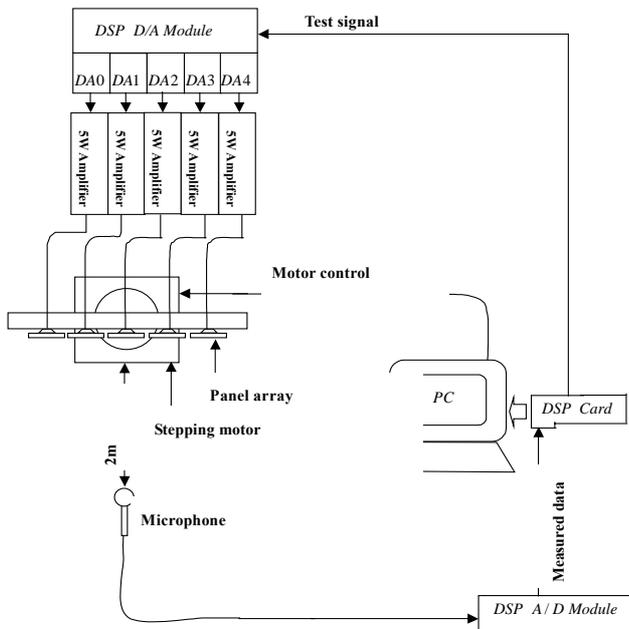


圖 11

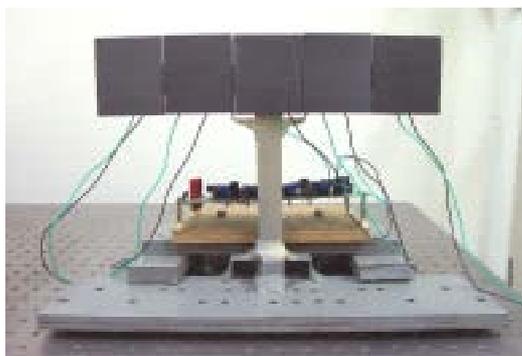


圖 12

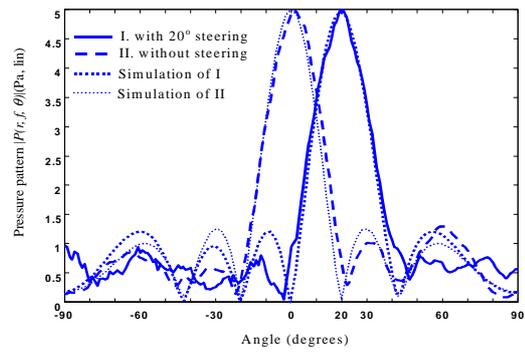


圖 13

子計畫三：廣角球面影像可程式化處理

本子計畫主旨為配合總計畫“混成式可調曲率環場視聽系統”執行。探討、前置處理影像經廣角透鏡，投射至可變曲率之視場。此技術研發設計結果，除可以廣泛應用於高階影像投射系統中，提供了人們更高品質與寬廣視野感官享受，更能應用於家庭電影院、電腦輔助教學系統與虛擬實境等應用領域中。

1. 影像保角映射(Conformal mapping)

平面數位影像可由普通數位影像攝影機、錄影帶或多媒體動畫軟體產生或輸出。當此平面數位影像執行保角映射轉換，其轉換關係可由下是表示：

$$F(z) = F(x + iy) = \Phi(x, y) + i\Psi(x, y) \quad (1)$$

邊界條件為

$$F|_{z=\sigma_1} = 1$$

其中 $F(z)$ 為解析函數(analytic function)，從複變函數理論可知映射函數 $\Phi(x, y)$ 與 $\Psi(x, y)$ 皆須滿足拉普拉斯函數(Laplace function) 即：

$$\nabla^2 \Phi(x, y) = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0 \quad (2.a)$$

與

$$\nabla^2 \Psi(x, y) = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = 0 \quad (2.b)$$

傳統計算機數值計算方法中，可利用差分方程式(differential equation)或有限元素法(finite element)尋求定義域中拉普拉斯函數數值解。在幾何圖形顯示表示中，常將圖形三角化或多角形法(polygon)，以利繪圖函式快速顯示。差分方程式方法較不適用於幾何圖形顯示環境中；相對地，有限元

素法處理三角化圖形就顯得較為適合。

對於 2D 自由平面 Σ ，滿足方程式(2.a) 或(2.b) 拉普拉斯函數，其總能量統馭方程式(governing equation)可表示為

$$\Pi_{\Phi} = \iint_{\Sigma} \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 \right\} dS - \sum_i \Phi^i Q^i \quad (3)$$

其中 $\frac{\partial \Phi}{\partial x}$ 與 $\frac{\partial \Phi}{\partial y}$ 可視為每單位面積之流量

(flux flow)， Q^i 為單點流量輸入 (concentrated flux flow inputs)。利用變分理論(variation principal)，方程式(3)可變為

$$\iint_{\Sigma} \delta \Phi^T \mathbf{I} \Phi^i dS = \sum_i \delta \Phi^i Q^i \quad (4)$$

其中

$$\Phi^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial x} & \frac{\partial \Phi}{\partial y} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

對於 2D 自由平面 Σ ，可由一些已三角化之綴面組合而成。對於任一三角形元素(綴面)其保角映射轉換函數 $\Phi^{(m)}$ 可以以下式表示：

$$\Phi^{(m)} = \mathbf{H}^{(m)} \boldsymbol{\varphi} \quad (5)$$

$$\Phi^{(m)} = \mathbf{B}^{(m)} \boldsymbol{\varphi} \quad (6)$$

其中 $\mathbf{H}^{(m)}$ 與 $\mathbf{B}^{(m)}$ 為元素之 interpolation 與 gradient interpolation 矩陣。將方程式(6)代入方程式(4)中，我們可得到有限元素法之線性方程式為：

$$\mathbf{K} \boldsymbol{\Phi} = \mathbf{Q}_c \quad (7)$$

其中 \mathbf{K} 為韌度矩陣(stiffness matrix)

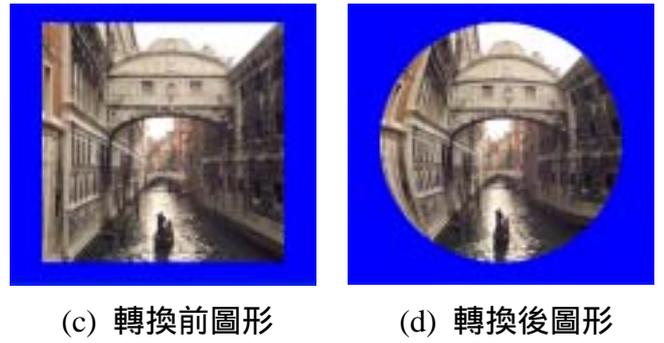
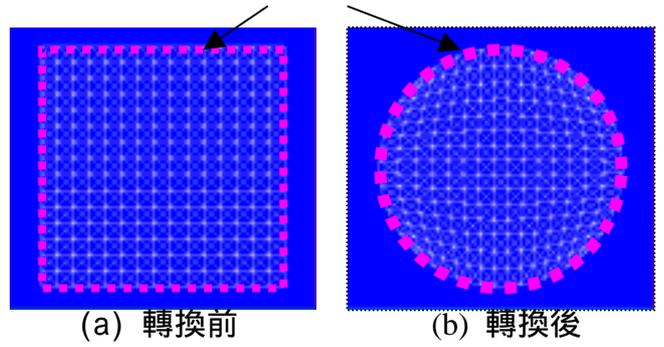
$$\mathbf{K} = \sum_m \iint_{\Sigma} \mathbf{B}^{(m)T} \mathbf{I} \mathbf{B}^{(m)} dS \quad (8)$$

且 \mathbf{Q}_c 為 concentrated flux flow 輸入向量。

2. 邊界條件設定(Boundary Condition)

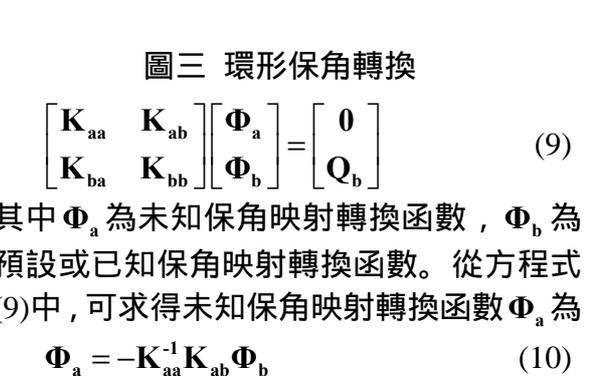
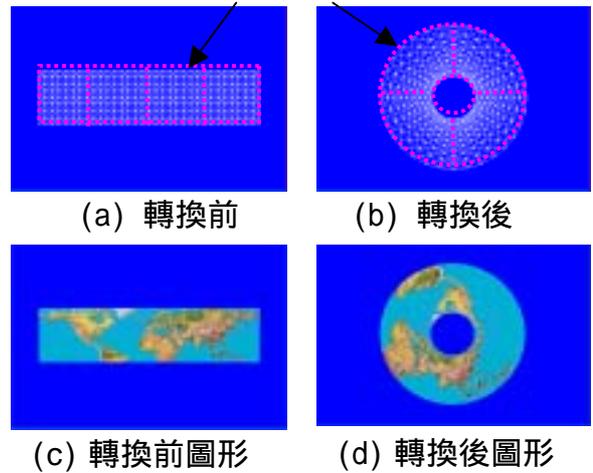
在面數位影像，保角映射轉換運算中，在非邊界之各節點，並無 concentrated flux flow 輸入向量，即 $\mathbf{Q}_c = 0$ 。但主要邊界條件設定為一些邊界已知節點，保角映射轉換函數值 Φ 之設定。假設有限元素之線性平衡方程式為未加入預設之邊界保角映射轉換函數值，即：

邊界條件



圖二 二維平面圖形保角轉換

邊界條件



圖三 環形保角轉換

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{aa} & \mathbf{K}_{ab} \\ \mathbf{K}_{ba} & \mathbf{K}_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_a \\ \boldsymbol{\Phi}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{Q}_b \end{bmatrix} \quad (9)$$

其中 $\boldsymbol{\Phi}_a$ 為未知保角映射轉換函數， $\boldsymbol{\Phi}_b$ 為預設或已知保角映射轉換函數。從方程式(9)中，可求得未知保角映射轉換函數 $\boldsymbol{\Phi}_a$ 為

$$\boldsymbol{\Phi}_a = -\mathbf{K}_{aa}^{-1} \mathbf{K}_{ab} \boldsymbol{\Phi}_b \quad (10)$$

而已知邊界點所受相對之 concentrated flux flow 為

$$\mathbf{Q}_b = \mathbf{K}_{ba} \boldsymbol{\Phi}_a + \mathbf{K}_{bb} \boldsymbol{\Phi}_b \quad (11)$$

3. 二維保角映射

三角形平面 ABC 為元素 (j) (element), 如圖一(A)所示, 於保角複數曲面 Σ 上, 其位置可以以下式表示

$$z^{(j)} = \sum_{k=1}^3 h_k z_k^{(j)} = \sum_{k=1}^3 h_k (\Phi_k^{(j)} + i\Psi_k^{(j)}) \quad (12)$$

h_k 為差補函數(interpolation function), $\Phi_k^{(j)}$ 與 $\Psi_k^{(j)}$ 為欲求複數保角映射轉換函數, 使 $z^{(j)}$ 可滿足方程式(2) 拉普拉斯函數。

當使用自然座標統 (natural coordinate), 如圖一(B)所示, 則 interpolation function \mathbf{H} 可選取為:

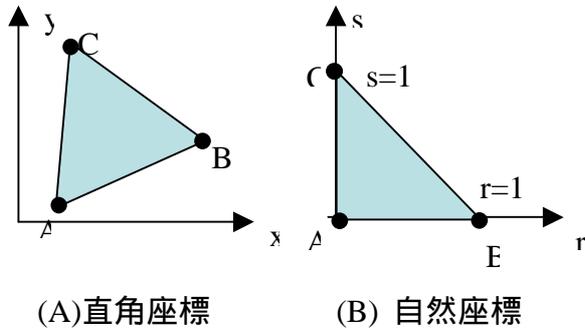
$$\mathbf{H} = [h_1 \quad h_2 \quad h_3] \\ = [1-r-s \quad r \quad s] \quad (13)$$

則

$$\Phi^{(j)} = [1-r-s \quad r \quad s] \begin{bmatrix} \Phi_1^{(j)} \\ \Phi_2^{(j)} \\ \Phi_3^{(j)} \end{bmatrix} \quad (14)$$

與

$$\Psi^{(j)} = [1-r-s \quad r \quad s] \begin{bmatrix} \Psi_1^{(j)} \\ \Psi_2^{(j)} \\ \Psi_3^{(j)} \end{bmatrix} \quad (15)$$



圖一 三個節點之三角形元素

gradient interpolation 矩陣 $\mathbf{B}^{(j)}$ 為

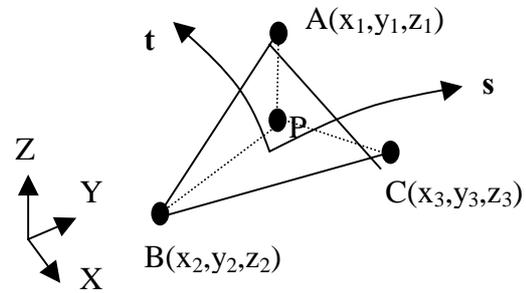
$$\mathbf{B}^{(j)} = \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{J}^{-1} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{r}} \\ = \frac{1}{\det(\mathbf{J})} \begin{bmatrix} x_3 - x_2 & x_2 - x_1 & x_1 - x_3 \\ y_2 - y_3 & y_1 - y_2 & y_3 - y_1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

其中 \mathbf{J} 為自然座標系與原直角座標系間之 Jacobian 矩陣。將方程式(16)帶入方程式(8)中, 元素(j)之刚度矩陣 $\mathbf{K}^{(j)}$ 為 (stiffness matrix)

$$\mathbf{K}^{(j)} = \iint_{\Sigma} \mathbf{B}^{(j)T} \mathbf{I} \mathbf{B}^{(j)} dS \\ = \frac{1}{2 \det(\mathbf{J})} \mathbf{B}^{(j)T} \mathbf{B}^{(j)} \quad (17)$$

圖二為一正正方形之平面影像, 經三角化保角轉換成圓形, 其邊界條件設定於正正方形週遭映射於圓周, 如圖二(a)與圖二(b)所示。從圖二(a)與圖二(b)轉換前與轉換後格線關係發現: 保角轉換前後格線正交關係仍維持不變。

圖三為將矩形平面影像, 保角轉換於環形圖形。矩形上下長度映射於環形內外圓之周長; 矩形左右寬度分別映射於環形徑度 $\theta = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$ 。其保角轉



圖四 空間三角綴面

換解析數學式可由方程式(18)所示:

$$F(z) = e^z \quad (18)$$

4. 三維立體圖形保角映射

如圖四所示, 對於三維立體空間之任一三角綴面 ABC (元素 j) 中一點 $P(x, y, z)$, 於保角轉換映射函數中, 可以用介於 0 至 1 之間自然座標 η_1, η_2 與 η_3 表示如下:

$$\begin{cases} x = x(\eta_1, \eta_2, \eta_3) \\ y = y(\eta_1, \eta_2, \eta_3) \\ z = z(\eta_1, \eta_2, \eta_3) \end{cases} \quad (19)$$

其中

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \end{bmatrix} = \mathbf{G} \boldsymbol{\eta} \quad (20)$$

另 s 與 t 為三維立體曲面之正交曲線座標軸, 於三角元素 j 之座標分量為

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} s_x & s_y & s_z \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{t} = \begin{bmatrix} t_x & t_y & t_z \end{bmatrix}^T$$
(21)

則保角轉換函數 $\Phi^{(j)}$ 於元素 j 對正交曲線座標軸 \mathbf{s} 與 \mathbf{t} 之微分為

$$\frac{\partial \Phi^{(j)}}{\partial \mathbf{s}} = \frac{\partial \Phi^{(j)}}{\partial x} s_x + \frac{\partial \Phi^{(j)}}{\partial y} s_y + \frac{\partial \Phi^{(j)}}{\partial z} s_z$$

$$\frac{\partial \Phi^{(j)}}{\partial \mathbf{t}} = \frac{\partial \Phi^{(j)}}{\partial x} t_x + \frac{\partial \Phi^{(j)}}{\partial y} t_y + \frac{\partial \Phi^{(j)}}{\partial z} t_z$$
(22)

其中

$$\frac{\partial \Phi^{(i)}}{\partial x} = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \Phi^{(j)}}{\partial \eta_i^{(j)}} \frac{\partial \eta_i^{(j)}}{\partial x} = \mathbf{a}^{T(i)} \Phi^{(i)}$$

$$\frac{\partial \Phi^{(i)}}{\partial y} = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \Phi^{(j)}}{\partial \eta_i^{(j)}} \frac{\partial \eta_i^{(j)}}{\partial y} = \mathbf{b}^{T(i)} \Phi^{(i)}$$

$$\frac{\partial \Phi^{(i)}}{\partial z} = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \Phi^{(j)}}{\partial \eta_i^{(j)}} \frac{\partial \eta_i^{(j)}}{\partial z} = \mathbf{c}^{T(i)} \Phi^{(i)}$$
(23)

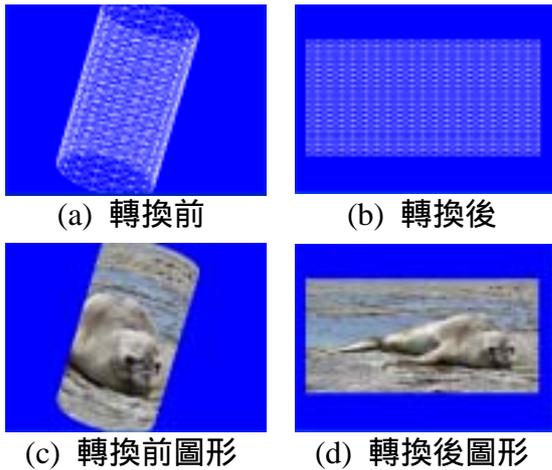
將方程式(23)帶入程式(22)，可得

$$\frac{\partial \Phi^{(i)}}{\partial \mathbf{s}} = (s_x \mathbf{a}^{T(i)} + s_y \mathbf{b}^{T(i)} + s_z \mathbf{c}^{T(i)})$$

$$\frac{\partial \Phi^{(i)}}{\partial \mathbf{t}} = (t_x \mathbf{a}^{T(i)} + t_y \mathbf{b}^{T(i)} + t_z \mathbf{c}^{T(i)})$$
(24)

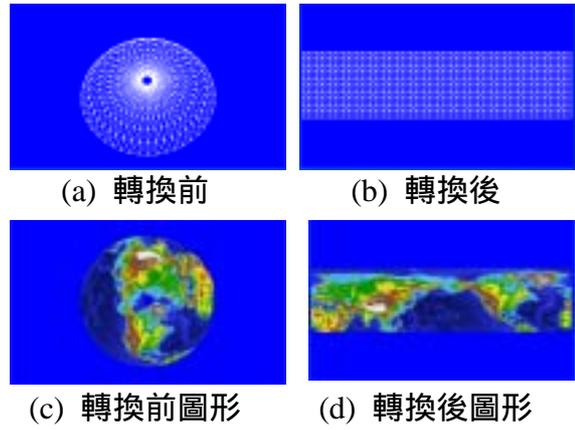
徑度矩陣 $\mathbf{K}^{(i)}$ 為

$$\mathbf{K}^{(i)} = A^{(k)} \left[(s_x \mathbf{a}^{(i)} + s_y \mathbf{b}^{(i)} + s_z \mathbf{c}^{(i)})^T (s_x \mathbf{a}^{(i)} + s_y \mathbf{b}^{(i)} + s_z \mathbf{c}^{(i)}) + (t_x \mathbf{a}^{(i)} + t_y \mathbf{b}^{(i)} + t_z \mathbf{c}^{(i)})^T (t_x \mathbf{a}^{(i)} + t_y \mathbf{b}^{(i)} + t_z \mathbf{c}^{(i)}) \right]$$



圖五 圓柱圖形保角轉換於平面

圖五與圖六為立體圓柱形與球形圖形，分別經三角化程序，形成許多三維立體三角綴面。經上述立體保角轉換運算，可將之展開於長方形平面中。



圖六 立體球形保角轉換於平面

四、結論

本年度各子計畫皆能按總計畫之要求，達成預期的工作進度：

1. 配合廣角變焦光學投影機（子計畫二、三）的投射，完成可調式曲率螢幕在不同的變化曲率時，機構的穩定性測試（子計畫一）。
2. 成功發展陣列數位訊號處理軟體與硬體（子計畫二）。
3. 整合第一年影像轉換理論推與第二年軟體電路實作經驗，將攝影機模型之參數，加入於轉換軟體電路中，使其功能更能符合實際需求。並配合其它子計畫，廣角球面透鏡組研磨，球型銀幕製作與環場音效設計，完成總計畫目標（子計畫三）。

