

# 行政院國家科學委員會補助專題研究計畫成果報告

以油壓史都華運動平台與 x-y 工作台為基礎之五軸加工機之發展及  
其運動整合

The development and motion integration of a 5-axis machine constructed  
from hydraulic Stewart motion platform and x-y table.

計畫類別： 個別型計畫       整合型計畫

計畫編號：NSC 91-2212-E-009-023-

執行期間：91年8月1日至92年7月31日

計畫主持人：秦繼華

共同主持人：

計畫參與人員：鄭淵明、翁士傑、葉文植

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)： 精簡報告       完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

- 赴國外出差或研習心得報告一份
- 赴大陸地區出差或研習心得報告一份
- 出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份
- 國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、  
列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢

涉及專利或其他智慧財產權， 一年  二年後可公開查詢

執行單位：國立交通大學機械工程研究所

中華民國 92 年 9 月 30 日

## 一、中文摘要

未來需要大量高精度、高切削速度與高進給的自由曲面加工，這些工作若以五軸加工機進行，將更有效率。本計劃探討以 X-Y table 搭配史都華平台組合成五軸工具機，利用史都華平台的高精度定位的特性做為工件載具，再以 X-Y table 彌補史都華平台工作空間不足的缺點。

本計劃將針對這種搭配，發展出精確有效率的控制演算法則，將以交叉耦合預補償法(CCPM)做為核心控制運算，該方法是藉由協調各軸向的伺服位置誤差，以消除各軸因動態特性不同所產生的輪廓誤差。本計劃擬將該方法移植到油壓驅動的六軸史都華平台上，使得油壓運動模擬平台與同樣具有交叉耦合預補償能力的X-Y加工機合作。為配合其機構特性，其輪廓誤差包含路徑及方向兩種模式，並發展協調演算法來決定作為載具的史都華平台與X-Y加工機的互動，以期完成3D空間裡精密軌跡的自由曲面加工。

關鍵詞：交叉耦合預補償法、輪廓誤差、自由曲面加工、X-Y table、史都華平台

## Abstract

In the freedom-surface processing the trend goes towards higher precision, faster cutting speed and higher feedrate. It will be more efficient if the job is done by five-axis CNC machine tool which consists of X-Y table and Stewart Platform. In this project the advantage of high accurate positioning of Stewart Platform is used to carry the workpiece, and the X-Y table is used as tool-driver devices to solve the lack of the workspace.

This proposal presents Cross-coupling Pre-compensation Method (CCPM) as control algorithms of five-axis machine tools. It is designed to improve the contouring accuracy of trajectories rather than tracking accuracy.

The advantages of CCPM are to achieve the most precise tracking for both linear and circular trajectory at any federate. We'll transplant CCPM to the control kernel of Stewart Platform that are actuated by hydraulic cylinders to cooperate with X-Y table. In accordance with the mechanism of parallel platform, the contouring error will be treated in the sense of both path and orientation. Adequate control algorithms will be approached and developed. The control schemes that we develop is expected to process precise freedom -surface in 3D space.  
Keywords: Cross-Coupling Pre-compensation Method (CCPM)、Contour error、X-Y Table、Stewart Platform、Freedom-Surface

## 二、緣由與目的

本計劃提出 X-Y 平台與六軸史都華平台結合的五軸工具機，在這個研究中主要分成三大項目：(1) CNC 加工機的軌跡產生與控制 (2) 油壓驅動系統 (3) 史都華平台結構。

傳統交叉耦合控制器運用在 X-Y table 上已有相當的成果，它是以交叉耦合方式補償輪廓誤差，使得機具可以行走連續路徑，但目前研究多侷限在平面上，其在空間中的發展並不成熟；至於其在五軸工具機上的使用，至今仍屬少見。另外，六軸史都華平台發展至今，主要是運用在飛行模擬器上，但由於電腦運算速度快速進步，史都華平台已逐漸受到工業界的重視。因此將 X-Y table 搭配史都華平台，組合成五軸工具機的概念應運而生，它是利用具有高精度定位特性的史都華平台作為工件載具，並且以 X-Y table 延伸史都華平台的行程，以彌補史都華平台工作空間之不足，若能發展出精確有效率的控制演算法則，這樣的搭配勢必成為學術研究與工業運用的一種趨勢。

在控制方法上，Koren (1980) 提出利用交叉耦合控制器 (Corss Coupling Controller)

的架構[1]，藉著協調各軸的伺服位置誤差，以消除兩軸因動態特性不一致所產生的輪廓誤差，又在1991年提出可變增益(Variable Gain)交叉耦合控制器[2]。本計劃研提單位(1997)提出交叉耦合預補償(CCPM)方法[3]，參考圖1，它是將交叉耦合控制器加上路徑預補償的觀念，將其運用在X-Y加工平台上，經由實驗證明可以得到良好的軌跡精度。除此之外，將交叉耦合控制器運用在平面X-Y table的相關發展已經有相當的成果[4-11]，但目前此法皆侷限在平面的運用，其在多軸的運用上[12]，則屬剛開始醞釀。

史都華平台(Stewart Platform)的空間機構在分析上相當複雜，這方面的研究包含機構分析與設計[13~15]、運動速度與軌跡[16~20]、工作空間分析[21]、奇異曲面[22~24]與驅動控制[25~27]等等。當平台運用在飛行模擬時，可以在迴避奇異曲面時接受微量的軌跡誤差，其偏重於奇異點迴避策略；但是運用為工具機時，卻不可以接受任何軌跡誤差，必須優先將奇異點排除在工作空間外。Vladimir(2001)在所提出的論文[28]中，將史都華平台做為加工件的載具，搭配三軸加工機，達到3D曲面加工的目的。未來需要大量高精度、高切削速度與高進給的自由曲面加工[29~30]，這些工作若以五軸加工機進行，將更有效率。

本計劃的目的在結合兩種定位機具，即搭配CNC加工機台與高精度史都華平台，發展出兼具兩者優點的加工方法(定位及軌跡方式)。本計劃擬發展出適用於油壓驅動的六軸史都華平台的交叉耦合預補償法，使得油壓運動模擬平台與同樣具備交叉耦合預補償能力的X-Y加工機合作，並發展一套演算法來決定作為載具的史都華平台與X-Y加工機的互動，以完成3D空間裡精密軌跡的行走。

### 三、研究方法

多軸交叉耦合預補償控制器的架構，參考圖2的簡化方塊圖，首先擬將交叉耦合預補償法移植到油壓驅動的六軸史都華平台

上，使得油壓運動模擬平台與同樣具備交叉耦合預補償能力的X-Y加工機合作，藉由插補器將曲面上加工軌跡的加工點位置與方向，轉換成X-Y table與史都華平台的驅動軸的位置。經由電阻尺將實際位置傳回控制器，由輪廓誤差計算器計算出相對的誤差量，其中包含將平台的誤差量解耦成各油壓缸的誤差量；並同時計算出各驅動軸預補償量，再藉由控制器將訊號傳至各驅動軸，即完成控制的流程。

控制演算系統分成四個部分作詳細說明：

#### 3.1.CNC綜合五軸工具機加工規劃

史都華平台具有高剛性、低慣性及無累積誤差等優點，但是單純由此機構所構成的工具機卻有工作空間太小的缺點，因此X-Y機台結合史都華機構的綜合加工機值得探索，因其本身具有上述平行機構的優點，另外搭配X-Y機台更可以彌補工作空間的不足。

刀具主軸機構由X-Y平台所驅動，而欲加工的工件則固定在史都華平台上，刀具主軸機構部分透過馬達驅動滾珠導螺桿，使得X-Y table產生兩個平移運動方向；而下方作為工件載具的史都華平台，經由油壓系統驅動六軸油壓缸，使其產生三個平移與三個翻轉的運動方向，但主要是運用其上下平移與兩個軸向的翻轉。整個綜合機構則具有五個自由度的加工能力，並且以交叉耦合預補償法為運算控制核心，成為一個CNC綜合五軸工具機。然而此構型有奇異點的問題，如何規避奇異點為控制器須有的保護功能；傳統串聯式工具機並無奇異點；而並聯式機構則根據不同的構型有不同的奇異曲面，必須事先求得其數學式，以作規避。

綜合工具機的各軸向裝置並非相互正交，因此在機台運動控制時，各軸存在著耦合的關係，所以無法直接將位置指令轉換成各軸向的進給量，必須依照實際刀具運動的軌跡路徑，依機構的逆向運動學，進行各驅動軸向進給量的轉換，計算出各驅動軸的所需進給量。

### 3.2.五軸同動加工規劃(插補器設計)

同動加工概略控制流程是將曲面資料  $S(u,v)$  讀入插補器，然後計算出每一個固定時間間隔的五軸同步移動命令參數給伺服控制器，經由伺服控制器輸出訊號給進給伺服軸，並將回授訊號傳回伺服控制器進行閉迴路控制，以達到精密的運動控制效果。插補器主要功能包含：(1)X-Y 機台上的刀具軌跡、史都華平台上可動板中心位置軌跡與方向的規劃，(2)逆向運動轉換解。

#### 3.2.1 插補器設計-加工軌跡與方向的規劃：

因刀具主軸固定 X-Y 機台上，故定義刀具的位置： $(x,y)$ ，與方向： $(0,0,-1)$ ，而史都華平台作為固定工件的載具，所以曲面參數是以平台上的可動板座標系為基準，必須先把刀具位置與曲面參數轉換至相同的座標系統。然而史都華平台的軸向旋轉角  $(\alpha, \beta, \gamma)$  是影響改變曲面法線向量的主要因素，所以理想的刀具方向與加工點的曲面法線方向應為相互平行。

在加工路徑的規劃上，定義  $S(u,v)$  為連續的曲面，並將  $v$  方向值固定，以  $u$  為變數，所以在  $v=v_c$  的情況下，理想的路徑軌跡  $P_i(u,v_c)$  可視為空間裡的任意曲線。利用史都華平台的上下平移，將軌跡曲線上加工點維持與刀具端面相同的高度；而經由平台的旋轉動作，使得加工點的曲面法線與刀具方向保持平行。經由平台一連串的動作將使得路徑軌跡  $P_i(u,v_c)$  成為固定  $Z$  值的 XY 平面上的連續軌跡，再以 X-Y 機台追蹤平面軌跡以完成加工的動作，參考圖 3。

其中應特別注意史都華平台的運動軌跡是否在奇異曲面，但因為加工機有加工精度的要求，所以並不能像飛行模擬器一樣作奇異點規避策略，而是必須將奇異點排除在工作空間外。

#### 3.2.2 插補器設計-逆向運動轉換解：

就標準五軸工具機而言，為達到刀具端面與工件上的加工點  $P_i(u,v_c)$  維持相同高度，並且該點的法線方向  $n_s(u,v_c)$  與刀具方

向平行。因此需要使用逆向運動轉換解將加工點的六個變數  $(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$  轉換成五個變量  $(X, Y, Z, \alpha, \beta)$  以達到控制的目的。其中 X、Y 分別為 X-Y 機台兩軸的變量；Z、 $\alpha$ 、 $\beta$  則是史都華平台上可動板的作動變量，須再經由平台的逆向運動轉換解求出六支油壓缸的長度： $L_i (i=1 \sim 6) = \text{Invkinematics}(Z, \alpha, \beta)$ ，把經由轉換計算所得到八個驅動軸的位置，傳送至伺服控制器，既完成插補器的工作。以上討論是針對標準五軸工具機而言，然而實際在 6 D.O.F 的史都華平台會因為油壓缸的進給誤差而產生  $x, y, \gamma$  等三個偏移，所以我們預計將計算油壓缸長度的係數改變為  $L_i (i=1 \sim 6) = \text{Invkinematics}(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$ ，其中 X 與 Y 方向的進給量預計以特定比例分配給 X-Y table 與史都華平台。

### 3.3.史都華平台裝配與驅動特性

#### 3.3.1 機構驅動特性：

逆向運動學可得到 6 根油壓桿長  $|L_i| = |{}^b E_i - {}^b B_i|, i=1 \sim 6$ ；至於前向運動學，參考 Fig.5 所示，考慮封閉迴路  $(B_i O_b O_e E_i), i=1 \sim 6$ ，可以得到一組六個非線性聯立方程式： $F_i(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma) = [({}^b E_i - {}^b B_i)_x^2 + ({}^b E_i - {}^b B_i)_y^2 + ({}^b E_i - {}^b B_i)_z^2] - L_i^2, i=1 \sim 6$ 。使用數值分析方法，可經由上式 6 個聯立方程式求出 6 個未知，其中必須注意到所求得解是否在合理的工作空間範圍內。

#### 3.3.2 奇異曲面討論與規避：

史都華平台機構主要有下列三種結構特性：(1)平台所有桿件都可形成封閉迴路。(2)每一個桿件都是兩力構件(Two-force member)，所以只承受軸向力。(3)奇異位置(singular configurations)會使平台隨時成靜不定結構，且順著奇異曲面(singular surface)崩垮下來，或是其他難以預料的情況。

從運動學觀點分析，將封閉迴路方程式  $F_i(P, L), i=1 \sim 6$  對時間偏微分：

$$\frac{dF_i}{dt} = \frac{\partial F_i}{\partial L} \frac{\partial L}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial t} = W(L) \dot{L} + S(P) \dot{P} = 0$$

一般在討論奇異點的關係有三種型態：

#### Case.1 Inverse Kinematics Singularities

當  $\det W(L)=0$  時，非零向量  $\dot{L}$  使得  $W(L) \dot{L}=0$ ，為滿足上式所以存在  $\dot{P}=0$ ，也就是說可動板無法運動，既對應工作空間的邊界。

#### Case.2 Forward Kinematics Singularities

當  $\det S(P)=0$  時，非零向量  $\dot{P}$  使得  $S(P) \dot{P}=0$ ，為滿足上式所以存在  $\dot{L}=0$ ，也就是說桿長不變 ( $\dot{L}=0$ )，可動板卻仍然運動，既對應奇異點的位置。

#### Case.3 Combined Singularities

當  $\det W(L)=\det S(P)=0$  時，才會有這種情況，往往是在有特別的裝置才會有的，在這種情狀下，所有的桿長不動，而可動板卻可以做微小的動作，相反的桿長卻可以做微小的動作，而可動板不動。在這種情況， $J_{6 \times 6}$  為任意數，不過這種情況只會發生在特殊的機構上。

就奇異點規避策略而言，首先訂定出整體工作空間，並找出奇異曲面所在，必將奇異曲面排除在實際工作空間外，初步考慮建立奇異曲面資料庫以達成目的。

### 3.4.多軸交叉耦合預補償控制器規劃

多軸交叉耦合預補償控制器主要目的是協調各軸誤差以消除各軸的綜合輪廓誤差。整合 X-Y table 與史都華平台而成的五軸 CNC 綜合加工機，所需的考慮誤差模式已不再是單純的路徑輪廓誤差，尚需注意到加工點的曲面法線向量與刀具方向所產生的方向輪廓誤差；然而考慮路徑預補償的模

式亦不再是單純的路徑軌跡，需包含加工方向的角速度預補償，因為只有在配合路徑軌跡預補償作相對應角速度補償才能完成理想的曲面。

#### 3.4.1 輪廓誤差模式

假設加工曲面為一連續性曲面，在加工路徑的規劃上，將  $v$  方向值固定，以  $u$  為變數，所以在  $v=v_c$  的情況下，理想的路徑軌跡  $P_i(u, v_c)$  可視為空間裡的任意連續曲線，參考圖 4，為了使加工機能達到理想曲面的要求，所必須考慮的輪廓誤差模式包含路徑與方向。

#### 3D 路徑輪廓誤差：

定義  $E$  為路徑誤差且  $\bar{V}$  為  $P_e$  到  $P_i$  的直線速度單位向量，當使用閉迴路伺服控制時， $E_r$  與  $E_r'$  幾近相等， $V_i$  與  $V_a$  的差距相當小，此時  $\bar{V}$  可以當作其單位平均速度向量。根據以上定義可以得到，輪廓誤差  $E_r = P_a - P_e \approx E_r' = E - (E \cdot \bar{V}) \bar{V}$ ，因此輪廓誤差  $E_r$  在 X、Y、Z 三軸的分量可以表示如下，參考 Fig.6 左圖：

$$\therefore \begin{pmatrix} E_{rx} \\ E_{ry} \\ E_{rz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{V}_y (E_x \bar{V}_y - E_y \bar{V}_x) + \bar{V}_z (E_x \bar{V}_z - E_z \bar{V}_x) \\ \bar{V}_x (E_y \bar{V}_x - E_x \bar{V}_y) + \bar{V}_z (E_y \bar{V}_z - E_z \bar{V}_y) \\ \bar{V}_x (E_z \bar{V}_x - E_x \bar{V}_z) + \bar{V}_y (E_z \bar{V}_y - E_y \bar{V}_z) \end{pmatrix}$$

#### 加工方向輪廓誤差：

整合 CNC 加工過程，刀具相對於曲面的方向為  $(-\vec{n}_s)$ ，然而在標準五軸工具機中影響改變單位曲面法線向量  $\vec{n}_s$  的主要因素，是載具平台的旋轉方向軸  $(\alpha, \beta)$ ，除此之外，期望載具平台能將單位曲面法線向量  $\vec{n}_s$  轉換成與刀具方向  $(0,0,-1)$  平行；在方向軌跡的追蹤部分，可視為在方向平面上， $\alpha$

與  $\beta$  軸追蹤曲面法線向量  $\vec{n}_s(\alpha, \beta)$  的相對軌跡，參考圖 4。定義：

方向追蹤誤差向量：

$$E_o = [E_{o,\alpha}, E_{o,\beta}] = n_a - n_i$$

方向輪廓誤差向量：

$$E_{or} = [E_{or,\alpha}, E_{or,\beta}]^T = n_a - n_e$$

根據上節的定義方式，在期望位置  $n_i$  與實際位置  $n_a$  的切線角速度單位向量分別為

$$\omega_i = \frac{\dot{n}_i}{\|\dot{n}_i\|} \text{ 與 } \omega_a = \frac{\dot{n}_a}{\|\dot{n}_a\|}, \text{ 而 } \bar{\omega} \text{ 為 } n_e \text{ 到 } n_a \text{ 的}$$

角速度單位向量，此時  $\bar{\omega}$  可以當作其單位平均角速度向量。

根據以上定義可以得到輪廓誤差  $E_{or} =$

$n_a - n_e$  的關係式， $E_{or} \approx E'_{or} = -(E_o \times \bar{\omega}) \times \bar{\omega}$  因此方向輪廓誤差  $E_{or}$  在  $(\alpha, \beta)$  軸的分量可以表示如下：

$$\begin{pmatrix} E_{or,\alpha} \\ E_{or,\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\omega}_\beta (E_{o,\alpha} \bar{\omega}_\beta - E_{o,\beta} \bar{\omega}_\alpha) \\ \bar{\omega}_\alpha (E_{o,\beta} \bar{\omega}_\alpha - E_{o,\alpha} \bar{\omega}_\beta) \end{pmatrix}$$

$|E_{or}| = E_{o,\alpha} \bar{\omega}_\beta - E_{o,\beta} \bar{\omega}_\alpha$ ，綜合上述可得到

兩組輪廓誤差。

使用五軸 CNC 綜合加工機做曲面加工，為使得加工軌跡與加工表面能夠相配合，就必須要兩組輪廓誤差  $(E_r, E_{or})$ ，包含五個變量

$(E_{rx}, E_{ry}, E_{rz}; E_{or,\alpha}, E_{or,\beta})$ ，但因為作為工件

載具的史都華平台主要控制著三個變量

$(E_{rz}, E_{or,\alpha}, E_{or,\beta})$ ，所以必須將其解耦，成各

油壓缸的誤差： $E_{Li} (i=1 \sim 6) =$

$InvKinematics(E_{rz}, E_{or,\alpha}, E_{or,\beta})$ 。因 6 D.O.F

史都華平台受六支油壓缸驅動，可能因為油壓缸的動態特性的不同，加上平台的特性，導致平移軸向 x,y 與旋轉軸向  $\gamma$  的偏移。

### 3.4.2 3D 路徑預補償

整合五軸 CNC 綜合加工機，所需考慮路徑預補償的模式不再是單純的路徑軌跡，需包含加工方向的角速度預補償，因為只有在配合路徑軌跡預補償作相對應角速度補償才能完成理想的曲面，參考 Fig.7，下列將針對這兩種預補償模式做討論：

加工路徑進給預補償：

定義： $\vec{t}$  為加工點切線單位向量； $\vec{b}$  為加工

點副切線單位向量； $\vec{n}$  為加工點的法線向量，參考圖 5。並且前一節已經定義輪廓誤差是由向量  $\vec{e} = \vec{n} + \vec{b}$  所組成，考慮刀具進

給量  $V_t$  在切線單位向量  $\vec{t}$  上的投影。

$V = V_t t + V_k$ ；其中  $V_k = K_v E_r$ 、其中  $K_v$  為預補償增益

$\therefore V = V_t t + K_v E_r$ ，為降低穩態誤差，上式改

寫成  $V = V_t t + K_v E_r + K_i \int_0^t E_r dt$  我們已經討

論加工路徑輪廓誤差模式，並定義輪廓誤差向量，故 3D 加工路徑預補償模式表示如下：

$$\begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_t t_x + K_v E_{rx} + K_i \int_0^t E_{rx} dt \\ V_t t_y + K_v E_{ry} + K_i \int_0^t E_{ry} dt \\ V_t t_z + K_v E_{rz} + K_i \int_0^t E_{rz} dt \end{pmatrix}$$

加工方向角速度預補償：

現今在 3D 空間考慮加工方向的角度誤差，

配合路徑軌跡預補償將方向軌跡的追蹤視為方向平面上，由  $\alpha$  與  $\beta$  軸追蹤曲面法線向

量  $\vec{n}_s(\alpha, \beta)$  的相對軌跡，故有必要作相對應

角速度補償，參考圖 5。定義：旋轉軌跡切

線向量  $\vec{\omega}$  可視為  $n_e$  到  $n_a$  的角速度單位向

量，故其單位向量  $\vec{t}_0 = \frac{\vec{\omega}}{|\vec{\omega}|}$ ，所以  $\omega_i = \omega_b \vec{t}_0$ 。

$\therefore \omega = \omega_b t_0 + \omega_k$ ；其中  $\omega_k = K_{o,v} E_{o,r}$ 、 $K_{o,v}$  為角速度預補償增益

$$\therefore \omega = \omega_b t_0 + K_{o,v} E_{o,r} + K_{o,i} \int_0^t E_{o,r} dt$$

我們已經在 3.4.1 討論加工方向輪廓誤差模式，並定義方向輪廓誤差向量，是故可以得到加工方向預補償模式表示如下：

$$\begin{pmatrix} \omega_\alpha \\ \omega_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_b t_{0,\alpha} + K_{o,v} E_{or,\alpha} + K_i \int_0^t E_{or,\alpha} dt \\ \omega_b t_{0,\beta} + K_{o,v} E_{or,\beta} + K_i \int_0^t E_{or,\beta} dt \end{pmatrix}$$

綜合上述可得到兩組包含速度與角速度預補償量，其中  $V_z$ 、 $\omega_a$ 、 $\omega_b$  必須再經過史都華平台的逆向解，解耦求出 6 支油壓缸的進給速度：

$$\dot{L}_i = InvKinematics(V_z, \omega_a, \omega_b), i = 1 \sim 6。$$

如同之前所提到的平移軸向與旋轉軸向的偏移現象，關於其所造成的影響，在下面有各別的詳細的推演與討論。

### 3.4.3 偏移現象的影響與解決方案

在之前我們所談論到的控制器，主要是針對標準五軸工具機而言，但受六軸史都華平台的機構特性影響，勢必會產生 X 與 Y 平移軸向及  $\gamma$  旋轉軸向的偏移現象。根據前兩節所提出的控制器概念，我們預計解決有關這方面的影響的方法，是直接將它當成系統原本特性，也就是說把平台的 X 與 Y 平移軸向及  $\gamma$  旋轉軸向直接當成系統係數，以下是我們所做的推導：

在加工方向輪廓誤差的推導加入  $\gamma$  旋轉軸，亦將方向軌跡的追蹤可視為在三維空間裡， $\alpha$ 、 $\beta$  與  $\gamma$  軸追蹤曲面法線向量

$\vec{n}_s(\alpha, \beta, \gamma)$  的相對軌跡。

因此方向輪廓誤差  $E_{or}$  在  $(\alpha, \beta, \gamma)$  軸的分量可以表示如下：

$$E_{or} = [E_{or,\alpha}, E_{or,\beta}, E_{or,\gamma}]^T =$$

$$[E_o - (E_o \cdot \vec{\omega}) \vec{\omega}] * (\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma})^T$$

$$\begin{pmatrix} E_{or,\alpha} \\ E_{or,\beta} \\ E_{or,\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{\omega}_\beta (E_{o,\alpha} \vec{\omega}_\beta - E_{o,\beta} \vec{\omega}_\alpha) + \vec{\omega}_\gamma (E_{o,\alpha} \vec{\omega}_\gamma - E_{o,\gamma} \vec{\omega}_\alpha) \\ \vec{\omega}_\alpha (E_{o,\beta} \vec{\omega}_\alpha - E_{o,\alpha} \vec{\omega}_\beta) + \vec{\omega}_\gamma (E_{o,\beta} \vec{\omega}_\gamma - E_{o,\gamma} \vec{\omega}_\beta) \\ \vec{\omega}_\alpha (E_{o,\gamma} \vec{\omega}_\alpha - E_{o,\alpha} \vec{\omega}_\gamma) + \vec{\omega}_\beta (E_{o,\gamma} \vec{\omega}_\beta - E_{o,\beta} \vec{\omega}_\gamma) \end{pmatrix}$$

綜合上式與 3.4.1 的輪廓誤差的可得到兩組

輪廓誤差  $(E_{rx}, E_{ry}, E_{rz}; E_{or,\alpha}, E_{or,\beta}, E_{or,\gamma})$ ，其

中 X 與 Y 方向誤差量將以一定的比例或用最佳化的方式分別分配給 X-Y table 與史都華平台，並將其解耦成各油壓缸的誤差：

$$E_{Li} (i = 1 \sim 6) =$$

$$InvKinematics(E'_{rx}, E'_{ry}, E'_{rz}, E_{or,\alpha}, E_{or,\beta}, E_{or,\gamma})$$

至於有關預補償部分，如同上述方法，亦直接將它當成系統原本特性，也就是說把它的直接當成系統係數，以下是我們所做的推導：

在角速度補償的推導加入  $\gamma$  旋轉軸，亦配合路徑軌跡預補償將方向軌跡的追蹤可視為在三維空間裡， $\alpha$ 、 $\beta$  與  $\gamma$  軸追蹤曲面法線

向量  $\vec{n}_s(\alpha, \beta, \gamma)$  的相對軌跡。在  $\alpha, \beta, \gamma$  旋轉

軌跡平面，旋轉軌跡切線向量  $\vec{\omega}$  可視為  $n_e$  到  $n_a$  的角速度單位向量，我們已經討論加工方向輪廓誤差模式，是故可以得到加工方向預補償模式，結果表示如下：

$$\begin{pmatrix} \omega_\alpha \\ \omega_\beta \\ \omega_\gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_t t_{0,\alpha} + K_{o,v} E_{or,\alpha} + K_i \int_0^t E_{or,\alpha} dt \\ \omega_t t_{0,\beta} + K_{o,v} E_{or,\beta} + K_i \int_0^t E_{or,\beta} dt \\ \omega_t t_{0,\gamma} + K_{o,v} E_{or,\gamma} + K_i \int_0^t E_{or,\gamma} dt \end{pmatrix}$$

綜合上式與 3.4.2 的速度預補償可得到兩組包含速度與角速度預補償量

$(V_x, V_y, V_z, \omega_\alpha, \omega_\beta, \omega_\gamma)$ ，其中 X 與 Y 方向預

補償量將以一定的比例或用最佳化的方式分別分配給 X-Y table 與史都華平台，並將其解耦成各油壓缸的誤差：

$$\dot{L}_i = InvKinematics(V'_x, V'_y, V'_z, \omega'_a, \omega'_b, \omega'_\gamma), i = 1 \sim 6$$

主要以 X-Y Table 作為刀具驅動裝置，搭配史都華平台作為工件載具；並且以我們所設計規劃的多軸交叉預補償法作為整合系統的控制核心，參考圖 6，其演算流程說明如下：

1. 給定曲面的參數資料經由插補器計算出 X-Y table 兩軸的位置  $x_b, y_b$  與史都華平台的六支油壓缸所需長度  $L_i (i = 1 \sim 6)$ 。
2. 藉由電阻尺回授實際的位置，並計算出輪廓誤差，在 3D 空間曲面加工需要兩組的輪廓誤差  $(E_r, E_{or})$ ，包含五個變量  $(E_{rx}, E_{ry}, E_{rz}; E_{or,\alpha}, E_{or,\beta})$ ，因史都華平台主要控制著三個變量  $(E_{rz}, E_{or,\alpha}, E_{or,\beta})$ ，所以必須將其解耦成各油壓缸的誤差： $E_{Li} (i = 1 \sim 6)$ 。
3. 經由討論得到速度與角速度預補償量  $(V_x, V_y, V_z, \omega_a, \omega_b)$ ，經由計算所得的參數值做路徑預補償，同步驟 2. 必須將其解耦以求得油壓缸進給速度： $\dot{L}_i (i = 1 \sim 6) = InvKinematics(V_z, \omega_a, \omega_b)$ 。
4. 因曲面參數資料是建立在史都華平台的可動板，是故其加工軌跡與方向，將隨平台的作動而變化。透過迭代的方式將加工軌跡的偏移量傳回路徑插補器，並做適當的路徑修正。重複步驟 1~3 即完成演算流程。

多軸交叉耦合預補償演算流程說明，參考圖 7。

#### 四、結果與討論

我們利用電腦滑鼠的曲面型態來模擬 MCCPM 的控制，圖 8 為電腦滑鼠的理想軌跡。根據第三章的加工規劃，插補器將自由曲面的理想軌跡  $S(u, v_c)$  轉換成上平台的理想位置與方向軌跡。其中模擬硬體的規格如

$$\begin{aligned} & \text{下： } \phi = 15^\circ, \theta = 15^\circ, L_e = 50, L_b = 70, \\ & O_b = [0,0,20], P_i = [0,0,150] \text{ (unit : mm)} \end{aligned}$$

在模擬過程或者是實際的加工過程中，系統需要軌跡資料作為計算輪廓誤差的依據；而軌跡切線資料則是作為計算加工速度的依據。經過處理後的數據將成為系統的線上插補器的來源資料，也因為這樣的規劃，使得原本的自由曲面軌跡的資料已不再需要，但必須注意到資料轉換過程的精準度。故在加工過程中，系統節省了做軌跡資料轉換的動作所需的時間，這對於現代產業界追求快速的目標有莫大的益助。

本研究的基礎在於交叉耦合預補償法，如今已完成擴展到此複合型五軸工具機的所有理論架構，故到目前為止，也同時已經將 Dr. Koren 所提出的交叉耦合法 (CCM) 擴展到此機構的運用。圖 9 和圖 10 為使用交叉耦合預補償法 (CCPM) 所得到的輪廓誤差，其 IAE 指標值分別為 0.0190 (mm)；0.0004 (Rad.)。

在研究中，成功的將交叉耦合預補償法 (CCPM) 移植到六軸史都華平台，同時整合 X-Y table 以彌補平台工作空間不足的缺點，使得此複合型五軸工具機具有高精度定位的特性及擁有最大翻轉與平移空間等優點。

而所提出的加工規劃可以有效擴大 CCPM 的運用範圍，它不只是針對六軸史都華平台而設計，還可適用於三軸平台的情況，另外更可以將規劃的理念化簡成標準五軸工具機的運用 (既單純三個平移與兩個翻轉) 或者是擴展至其它更複雜的構型。此外，所提出的線上插補器設計除了能有效減低在加工過程中電腦的計算負擔外，高階自由曲線的運用概念更使得工具機的加工能力大為提升，足以應付日益複雜的自由曲面加工要求。若是將其移植到逆向工程 (Reverse Engineering) 所建構的 CAD Model 而產生刀具路徑；或者是單純的 CAD/CAM 後處理工程等，其價值更是不可

言語。

此外，CCPM 更從原本平面的兩軸運用擴充成空間中多軸的控制，為區別兩者之間的不同，稱之為多軸交叉耦合預補償法 (MCCPM)。其中定義的方向輪廓誤差與方向預補償更是一大突破，使得 MCCPM 可以達到在曲面加工時的表面精度要求，這項概念姑且稱之為無限擴充，這將使得 CCPM 不再侷限於 X-Y table，更可適用於各類型加工機，甚至是具有 N 個驅動軸的機器人，既搭配加工規劃並設計適合的線上插補器，將使得 MCCPM 更加具備靈活性與機動性；同時此項突破將使得 CCPM 的商業價值大幅提升並且更具有學術的研究空間。

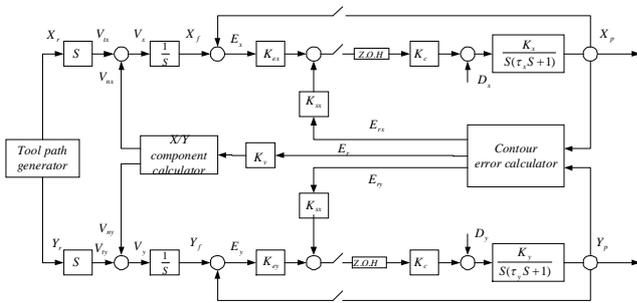


圖 1、交叉耦合預補償方塊圖

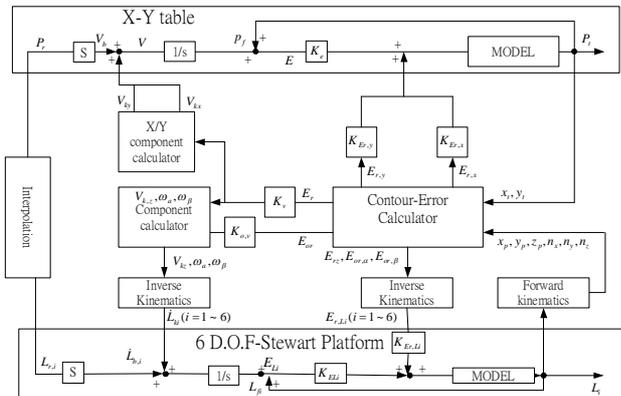


圖 2、交叉耦合預補償系統簡化方塊圖

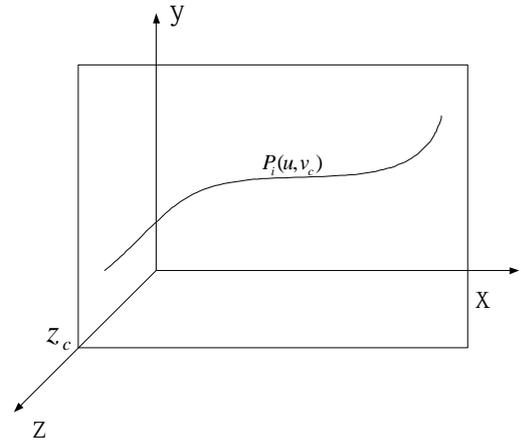


圖 3、固定 Z 值,曲面上加工軌跡

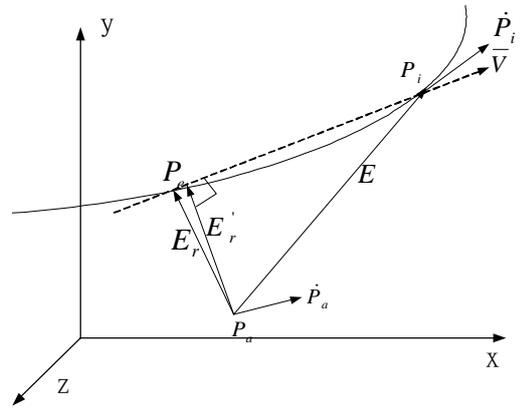


圖 4(a)、空間軌跡路徑輪廓誤差圖

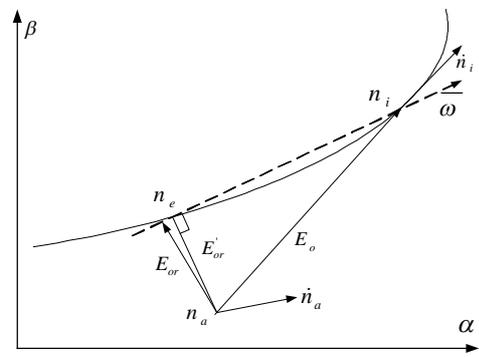


圖 4(b)、空間軌跡方向輪廓誤差圖

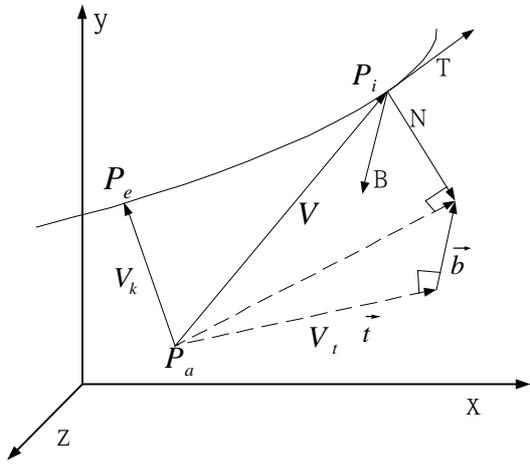


圖 5(a)、3D 加工路徑進給預補償模式圖

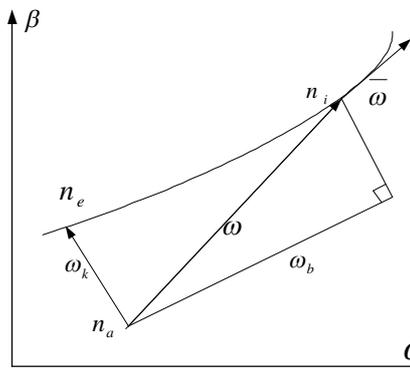


圖 5(b)、3D 加工方向角速度預補償模式圖

圖 6、綜合五軸工具機交叉耦合預補償系統方塊圖

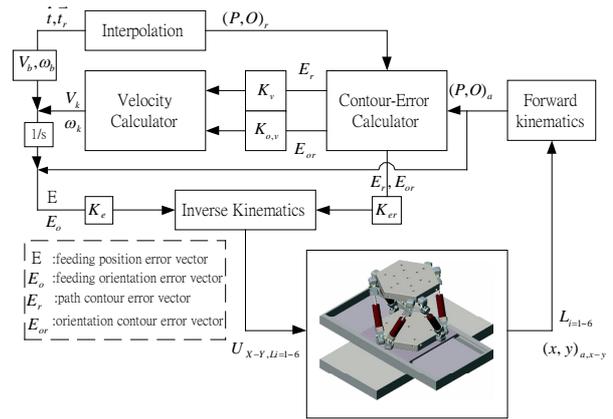


圖 7、多軸交叉耦合預補償演算流程

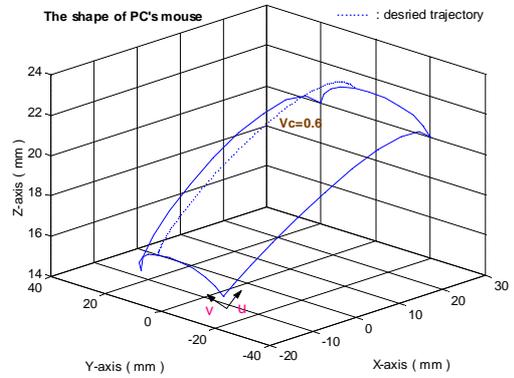


圖 8、自由曲面的軌跡

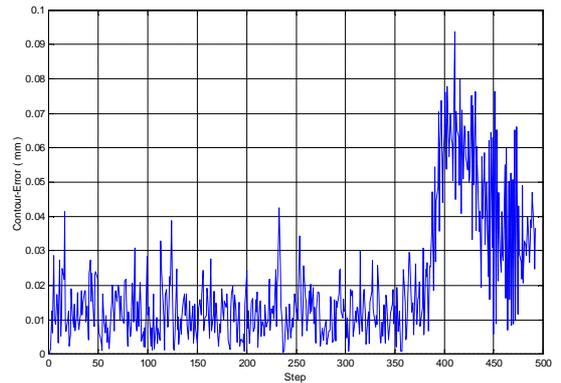
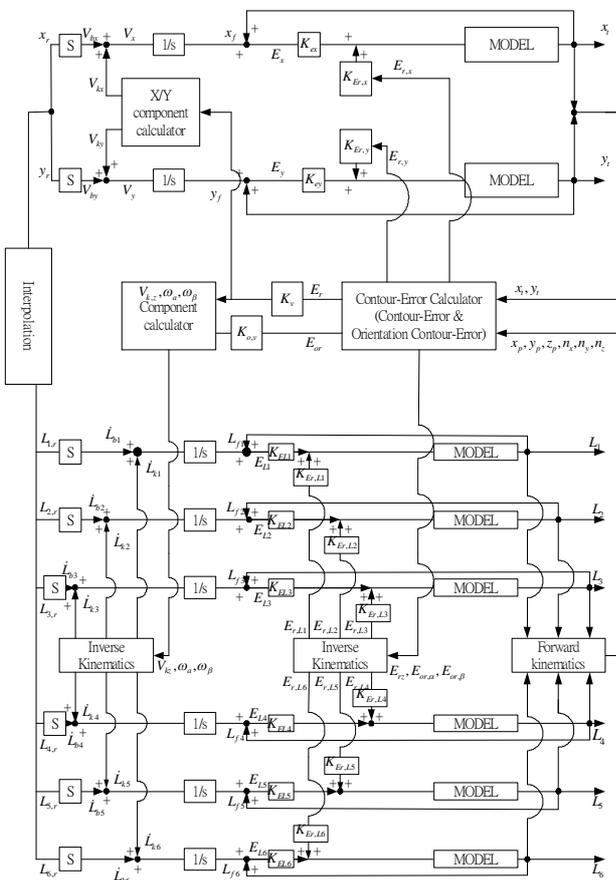


圖 9、MCCPM 位置輪廓誤差

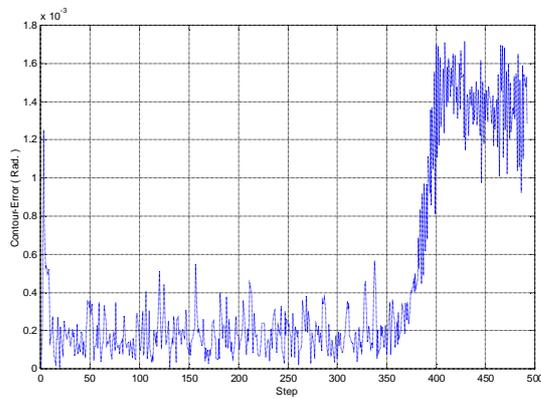


圖 10、MCCPM 方向輪廓誤差

### 五、參考文獻：

1. Koren, Y., "Cross-Coupled Biaxial Computer Control for Manufacturing Systems", ASME Trans Journal of Dynamic System, Measurement and Control, Vol.102, No.4, (1980) , pp.265-272
2. Koren, Y., and Lo, C.C., "Variable Gain Cross Coupling Control for Contouring", Annals of the CIRP, Vol.40, (1991) , pp.371-374
3. Jih-Hua Chin, and Tsung-Ching Lin, "Cross-coupled precompensation method for the contouring accuracy of computer numerically controlled machine tools", International Journal of Machine Tools and Manufacture, 37(1997) No.7, pp.947-967
4. Zong-Mu Yeh, "A cross-coupled bistage fuzzy controller for biaxis servomechanism control", Fuzzy Sets and Systems 97 (1998) , pp.265-275
5. Hua-Yi Chuang and Chang-Huan Liu, "Cross-Coupled Adaptive Feedrate Control for Multiaxis Machine Tool", Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control 1991 Vol.113, pp.451-457
6. Y.S. Tarng, H.Y. Chuang, W.T. Hsu, "Intelligent cross-coupled fuzzy federate controller design for CNC machine tools based on genetic algorithms", International Journal of Machine Tools & Manufacture 39 (1999) pp.1673-1692
7. Yaw-Shih Shieh, An-Chen Lee, and Chin-Sheng Chen, "Cross-Coupled Biaxial Step Control for CNC EDM" ,

International Journal of Machine Tools & Manufacture Vol.36, No.12 (1996) , pp.1363-1383

8. L. Feng, Y Koren. and J. Borenstein, "Cross-Coupling Motion Controller for Mobile Robots", IEEE Control System, pp.35-43,1993
9. P.K. Kulkarni, K. Srinivasan, "Optimal Contouring Control of Multi-Axial Feed Drive Servomechanisms" , Journal of Engineering for Industry, Vol.111, 1989, pp.140-148
10. Hua-Yi Chuang and Chang-Huan Liu, "A Model-Referenced Adaptive Control Strategy for Improving Contour Accuracy of Multiaxis Machine Tools" IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.28, No.1, 1992, pp.221-227
11. Hyun C. LEE, etc. "Real-time compensation of two-dimensional contour error in CNC machine tools", IEEE/ASME International. Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, pp.623-628, 1999.
12. Syh-shiuh Yeh and Pau-Lo Hsu, "Design of Precise Multi-Axis Motion Control Systems", IEEE, 6th International Workshop on Advanced Motion Control , pp.234-239, 2000.
13. Chang-de Zhang, Shin-Min Song, "Forward Kinematics of a Class of parallel (Stewart) Platforms with Closed-Form Solutions", Proceedings of the IEEE International Conference on Robots and Automation, pp.2676-2681, 1993.
14. Bhaskar Dasgupta and T.S. Mruthyunjaya, "A constructive predictor-corrector algorithm for the direct position kinematics problem for a general 6-6 stewart platform", Mechanism and Machine Theory 31, No.6, pp.799-811, 1996.
15. Z. Jason Geng and Leonard S. Haynes, "A 3-2-1 Kinematic Configuration of a Stewart Platform and its Application to Six Degree of Freedom Pose Measurements", Robotics & Computer-Integrated Manufacturing, Vol.11, No.1, pp.23-34, 1994.
16. Partrick Huynh, etc. "Maximum Velocity

- Analysis of Parallel Manipulators”, IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.3268-3273, 1997.
17. Timo Ropponen, etc. “Accuracy analysis of a modified Stewart platform manipulator”, IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.521-525, 1995.
  18. Jian Wang, etc. “On the accuracy of a Stewart platform- I. The effect of manufacturing tolerances” , IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.725-731, 1993.
  19. Oren Masory, etc. “On the accuracy of a Stewart platform- II. Kinematic calibration and compensation”, IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.114-120, 1993.
  20. Xinhua Zhao, etc. “A successive approximation algorithm for the direct position analysis of parallel manipulators”, Mechanism and Machine Theory 35, pp.1095-1101, 2000.
  21. Zhe Wang, etc. “A study on workspace, boundary workspace analysis and workpiece positioning for parallel machine tools”, Mechanism and Machine Theory 36, pp.605-622, 2001.
  22. S. Bhattacharya, etc. “Comparison of an exact and an approximate method of singularity avoidance in platform type parallel manipulators”, Mechanism and Machine Theory 33, No.7, pp.965-974, 1998.
  23. W. Khalil, D. Murareci “Kinematic analysis and singular configurations of a class of parallel robots”, Mathematics and Computers in Simulation, Vol.41, pp.377-390, 1996.
  24. Prasun Choudhury, etc. “Singularity and controllability analysis of parallel manipulators and closed-loop mechanisms”, Mechanism and Machine Theory 35, pp.1455-1479, 2000.
  25. D. Li, etc. “Modeling, Simulation, and Control of a Hydraulic Stewart Platform”, IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.3360-3366, 1997.
  26. C.C. Nguyen, etc. “Experimental study of motion control and trajectory planning for a Stewart Platform robot manipulator”, IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.1873-1878, 1991.
  27. Kazuhiro Kosuge, “Force Control of Parallel Link Manipulator with Hydraulic Actuators”, IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.305-310, 1996.
  28. Vladimir T. Portman, Ben-Zion Sandle, Eliahu Zahavi, "Rigid 6-DOF parallel platform for precision 3-D micromanipulation", International Journal of Machine Tools & Manufacture 41(2001), pp.1229-1250.
  29. Jui-Jen Chou, D.C.H Yang, “On the Generation of Coordinated Motion of Five-Axis CNC/CMM Machines”, Journal of Engineering for Industry.
  30. Jianxin Pi, Edward Red and Greg Jensen, “Grind-free tool path generation for five-axis surface machining”, Computer Integrated Manufacturing Systems , Vol.11, No.4, pp.337-350, 1998.