行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

水庫水理及泥砂運移分層模式之發展與應用研究(111)

<u>計畫類別</u>: 個別型計畫 <u>計畫編號</u>: NSC91-2211-E-009-017-<u>執行期間</u>: 91 年 08 月 01 日至 92 年 07 月 31 日 執行單位: 國立交通大學土木工程學系

計畫主持人: 楊錦釧

報告類型: 精簡報告

<u>處理方式:</u>本計畫可公開查詢

中 華 民 國 92 年 10 月 31 日

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

水庫水理及泥砂運移分層模式之發展與應用研究(三)

A Study on Development and Application of layered water and sediment movements models (III)

> 計畫編號:NSC91 - 2211 - E - 009 - 017 -執行期限:91 年 8 月 1 日至 92 年 7 月 31 日 主持人:楊錦釧 國立交通大學土木工程學系 計畫參與人員:洪夢祺 國立交通大學土木工程學系

一、中文摘要

目前台灣地區水庫多面臨泥砂過度淤積與庫 容減少的困擾,為尋求改善對策解決淤積問題,數 值模式為一不可或缺之利器。然水庫中泥砂運移之 行為極為複雜,因此模式發展及應用需考慮之因素 甚多,綜合過去已發展及目前正發展之趨勢,大致 上主要考慮之因素區分為維度及泥砂運移之型 態,針對不同問題發展或應用之方向亦不同,但就 後者而言,大致上都必須有模擬非凝聚性沉滓及凝 聚性沉滓之功能,就前者維度而言則端視擬解決之 問題而定,大致上有一維、擬似二維、平面二維、 垂直二維與三維等方向,均有其適用之條件,筆者 過去幾年致力於平面二維模式之發展及應用,然對 較深水庫之應用,於學理上較感不足,為適切並精 確地模擬庫內流場之特性及泥砂運移之行為,又兼 具長時間模擬之實用性,本計畫發展一擬似三維分 層模式,利用分曾垂向積分技巧,並假設靜水壓與 水平速度在層之深度方向皆為二次多項式函數分 布,層邊界除滿足壓力連續與質量守恆外,並滿足 速度與剪力連續條件 , 模式能求解流場在深度方向 之變化,期能對水庫淤砂問題改善對策之研擬有所 助益。

關鍵詞: 分層, 水庫、模式

Abstract

In the present, most of the reservoirs in Taiwan encounter serious deposition problems. Numerical models are the efficient tools to solve the problems. There are many numerical models developed recently, but each one has its advantages and disadvantages in the practical application because of the complicated behavior of the deposition phenomena. In general, models can be classified by the dimensionality and the sedimentation transport mode concluded from the experience of the development of numerical models in recent years. As far as the sediment transport mode concerned, models used in practice must have the capability to simulate both cohesive and non-cohesive sediment. While one considers the dimensionality, the models can be classified as 1-D, quasi 2-D, vertical 2-D, plane 2-D and 3-D models. The author was devoted to the development and applications of plane 2-D model for the past years and finds that it is insufficient for the application of deep reservoir on the viewpoint of theoretical basis. In order to simulate the complex flow field and the distribution of the sediment concentration in the reservoirs more properly both in precision and feasibility, a quasi 3-D layered model will be developed in this project. Hope it can aid the understanding of the flow deposition pattern in the reservoirs.

Keywords: Layered, Reservoir, Model

二、緣由與目的

近數十年以來,隨著社會經濟迅速發展及人 口之增長,對水資源之需求也相應地增加,然而為 台灣地區山高坡陡,河川流短湍急,降雨量雖然豐 富,但豐枯懸殊,因此水資源之利用常以建造水庫 調節水量。台灣地區因地質條件不佳,山區地質鬆 軟,且近年來山坡地大量開發,每逢颱風暴雨侵 襲,常造成大量沖蝕崩塌,導致水庫嚴重淤積,台 灣地區水庫集水區週遭因地質條件不佳,地質鬆 軟,再加上近年來山坡地大量開發,水土保持工作 未落實,造成大量沖蝕崩塌,使台灣水庫多面臨泥 砂過度淤積與庫容減少的困擾,使水庫初始設計功 能漸顯不彰,造成防洪能力降低、給水能力不足等 問題。

為解決淤積問題,淤積情況嚴重的水庫都必須 尋求改善方案,並經由物理模型試驗或數值模擬來 檢討改善方案的良窳。根據原型之縮尺所建造的物 理模型,其試驗結果的可信度較易被認同,但因其 需要較多的經費、較大的試驗場所、較長的試驗時 間及龐大人力的配合,使其在試驗進行時缺乏變通 的彈性,一般均僅能針對一、兩個既定的方案進行 模擬試驗。目前電腦記憶體容量與計算能已大幅改 進,數值模式可克服物理模型試驗的限制,並可充 份發揮數值模擬的預測功能,設計不同的可行方案 進行模擬分析,結合物理模型試驗與數值模擬,將 可使分析結果更加完備。即針對特定設計方案進行 物理模型試驗,並將其試驗結果作為數值模式率定 與驗證的依據,最後運用數值模式的預測功能,擷 取不同的可行方案進行分析探討,以提供改善方案 與工程施工之參考。

本計畫乃藉由一水庫水理及泥砂運移分層模 式之建立,探討水庫內之流場特性與含砂濃度之分 布,而對水庫內泥砂之運動與沖淤現象有更進一步 之了解,期能對國內各水庫之永續利用有所貢獻。 擬似三維分層模式中,流體在水深方向將劃分為若 干層,利用分曾垂向積分技巧,並假設靜水壓與水 平速度在層之深度方向皆為二次多項式函數分 布,由萊布尼茲積分法則得到層平均控制方程式, 再以有限體積(finite volume)法離散化控制方程 式,層邊界除滿足壓力連續與質量守恆外,並滿足 速度與剪力連續條件,使用修正湯瑪斯演算法 (modified Thomas' algorithm)求解水深方向未知 數,再以水平迭代求得收斂解;之後,再求解層連 續方程式,透過層連續方程式可計算得各層界面間 之通量及層界面上之垂直速度。模式能求解流場與 濃度分布在深度方向之變化,期能對水庫淤砂問題 改善對策之研擬有所助益。

三、結果與討論

(一)理論基礎

1.控制方程式

連續方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho U_i) = 0 \tag{1}$$

動量方程

$$\frac{\partial \rho U_{i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_{j}} (\rho U_{j} U_{i}) = -\frac{\partial P}{\partial x_{i}} + \frac{\partial}{\partial x_{j}} (-\rho \overline{u'_{i} u'_{j}} + \mu \frac{\partial U_{i}}{\partial x_{j}}) + \rho g_{i}$$
(2)

傳輸方程

$$\frac{\partial \rho \Psi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_{j}} (\rho \Psi U_{j}) = \frac{\partial}{\partial x_{j}} (-\rho \overline{\varphi' u'_{j}} + \Gamma \frac{\partial \Psi}{\partial x_{j}}) + S_{\Psi}$$
⁽³⁾

2.紊流模式

$$\mu_{t} = C\rho v_{m} l_{m} = C_{\mu} \rho k^{2} / \epsilon$$
⁽⁴⁾

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_{j}} (\rho U_{j} k) = \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[(\mu + \frac{\mu_{t}}{\sigma_{k}}) \frac{\partial k}{\partial x_{j}} \right] + G - \rho \epsilon^{(5)}$$
$$\frac{\partial \rho \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_{j}} (\rho U_{j} \epsilon) = \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[(\mu + \frac{\mu_{t}}{\sigma_{\epsilon}}) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_{j}} \right] + C_{1\epsilon} \frac{k}{\epsilon} G - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^{2}}{k}$$
(6)

3.分層模式

假設靜水壓分布

$$P = \rho g(H + z_{h} - z) \tag{7}$$

變數Ψ之層積分平均可定義為

$$\frac{1}{h} \int_{z_b(x,y)}^{z_t(x,y)} \Phi(x,y,z,t) dz = \overline{\Phi}$$
(8)

並利用萊布尼茲積分法則(Leibnitz's rule)

$$\int_{z_{b}}^{z_{t}} \frac{\partial \Phi}{\partial x} dz = \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_{b}}^{z_{t}} \Phi dz - \frac{\partial z}{\partial x} \Phi \bigg|_{z=z_{t}} + \frac{\partial z}{\partial x} \Phi \bigg|_{z=z_{b}}$$
(9)

將控制方程式對層厚度積分平均,可得水位方程

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho H) + \sum_{L=1}^{L_{min}} \left[\frac{\partial}{\partial x}(\rho h \overline{U}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho h \overline{V})\right]_{L} = 0 \quad (10)$$

及層平均連續、動量與傳輸方程

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho H)_{L} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho h \overline{U})_{L} + \frac{\partial}{\partial y}(\rho h \overline{V})_{L} + (\rho F)_{t-b} = 0^{(11)}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h \overline{U})_{L} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho h \overline{U} \overline{U})_{L} + \frac{\partial}{\partial y}(\rho h \overline{V} \overline{U})_{L} + (\rho F U)_{t-b} = (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(hT_{xx})_{L} + \frac{\partial}{\partial y}(hT_{yx})_{L} - (\rho gh)_{L}\frac{\partial}{\partial x}(H + z_{B}) + (\tau_{x})_{t-b}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h \overline{V})_{L} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho h \overline{U} \overline{V})_{L} + \frac{\partial}{\partial y}(\rho h \overline{V} \overline{V})_{L} + (\rho F V)_{t-b} = (13)$$
$$\frac{\partial}{\partial x}(h T_{xy})_{L} + \frac{\partial}{\partial y}(h T_{yy})_{L} - (\rho g h)_{L}\frac{\partial}{\partial y}(H + z_{B}) + (\tau_{y})_{t-b}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h \overline{\Psi})_{L} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho h \overline{U \Psi})_{L} + \frac{\partial}{\partial y}(\rho h \overline{V \Psi})_{L} + (\rho F \Psi)_{t-b} = (14)$$
$$\frac{\partial}{\partial x}(h D_{xy})_{L} + \frac{\partial}{\partial y}(h D_{yy})_{L} + (f)_{t-b} + \overline{S_{\Psi}}$$

Yulistiyanto et al(1998)將層平均剪應力分為分子黏 滯剪力 T^v、紊流剪力 Tⁱ與延散剪力 T^d,即

$$T_{xx} = T_{xx}^{\nu} + T_{xx}^{t} + T_{xx}^{d}$$
(15)

4.邊界條件

固體邊界

$$u^{+} = \frac{U}{U_{\tau}} = f(\frac{\rho U_{\tau} y}{\mu}) = f(y^{+}) ,$$

$$k^{+} = \frac{k}{U_{\tau}^{2}} = g(y^{+}) , \quad \epsilon^{+} = \frac{\nu \epsilon}{U_{\tau}^{4}} = h(y^{+})$$
(16)

層介面邊界條件包含剪力或通量連續

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z}\Big|_{n=1}^{t} = \frac{\partial \Phi}{\partial z}\Big|_{n}^{b}$$
(17)

速度或濃度連續

$$\Phi\Big|_{n-1}^{t} = \Phi\Big|_{n}^{b} \tag{18}$$

自由液面邊界條件

$$\begin{aligned} (\tau_{x})_{s} &= C_{d}\rho(\overline{U}_{s} - U_{w})\sqrt{(\overline{U}_{s} - U_{w})^{2} + (\overline{V}_{s} - V_{w})^{2}} (19) \\ (\tau_{y})_{s} &= C_{d}\rho(\overline{V}_{s} - V_{w})\sqrt{(\overline{U}_{s} - U_{w})^{2} + (\overline{V}_{s} - V_{w})^{2}} (20) \\ w &= \frac{\partial H}{\partial t} + \overline{U}_{s} \frac{\partial (H + z_{b})}{\partial x} + \overline{V}_{s} \frac{\partial (H + z_{b})}{\partial y} (21) \\ k_{s} &= \frac{U_{\tau s}^{2}}{\sqrt{C_{\mu}}} \end{aligned}$$

$$(22)$$

$$\varepsilon_{s} = \frac{\left(k_{s}\sqrt{C_{\mu}}\right)^{\frac{3}{2}}}{k\left[Y^{*} + ah\left(1 - \frac{U_{\tau s}^{2}}{k_{s}\sqrt{C_{\mu}}}\right)\right]}$$
(23)

(二)數值方法

非穩定態不壓縮紊流,分層模式之連續、動量與傳 輸方程通式

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h \overline{\Phi}) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho h \overline{U} \overline{\Phi}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho h \overline{V} \overline{\Phi}) + (\rho F \Phi)_{t-b}$$
$$= \frac{\partial}{\partial x}(h \overline{\Gamma_{\Phi}} \frac{\partial \overline{\Phi}}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(h \overline{\Gamma_{\Phi}} \frac{\partial \overline{\Phi}}{\partial y}) + (\overline{\Gamma_{\Phi}} \frac{\partial \Phi}{\partial x})_{t-b} + R_{\overline{\Phi}}$$
(24)

相對應之層平均擴散係數及源項如下表

	$\overline{\Phi}$	$\overline{\Gamma_{\Phi}}$	R_{Φ}
連續方程	1	0	0
U 型動量方程	$\overline{\mathrm{U}}$	μ_{e}	$-\rho gh(\overline{H})_{x} + R^{\overline{U}}$
▼動量方程	$\overline{\mathbf{v}}$	$\overline{\mu_{e}}$	$-\rho gh(\overline{H})_{y} + R^{\overline{v}}$
平傳訪程	$\overline{\Psi}$	$\overline{\mu_{\mathfrak{t}}/\sigma_{k}}$	$(f)_{t-b} + \overline{S_{\Psi}}$
_ k 傳輸方程	$\bar{\mathbf{k}}$	$\overline{\mu_1 + \mu_t / \sigma_k}$	$h[(\overline{G} - \rho \overline{\epsilon}) + P_{kv}] + \overline{S_k}$
_ E 傳前方程	Ē	$\frac{1}{\mu_1 + \mu_t / \sigma_\epsilon}$	$h[\overline{\frac{\overline{\varepsilon}}{\overline{k}}}(C_{1\varepsilon}\overline{G} - C_{2\varepsilon}\rho\overline{\varepsilon}) + P_{k\varepsilon}] + \overline{S_{\varepsilon}}$

由紊流控制方程通式對對控制體進行體積積分

$$[(\rho h \Phi \Delta x \Delta y)^{n} - (\rho h \Phi \Delta x \Delta y)^{0}] / \Delta t + (\rho h \overline{G_{1} \Phi} \Delta y)_{e-w} + (\rho h \overline{G_{2} \Phi} \Delta x)_{n-s} + (\rho F_{R} \Delta x \Delta y)^{(25)}$$

$$= (h \overline{\Gamma_{\Phi} \Phi_{x}} \Delta y)_{e-w} + (h \overline{\Gamma_{\Phi} \Phi_{y}} \Delta x)_{n-s} + (\Gamma_{\Phi} \Phi_{z} \Delta x \Delta y)_{t-b} + \int S_{\overline{\Phi}} dx dy$$

其中擴散項採中央差分法(central difference scheme),對流項採一階上風法(first order upwind scheme)差分法,經整理即可化為有限體積差分通式

$$A_{P}\Phi_{P} = A_{E}\Phi_{E} + A_{W}\Phi_{W} + A_{N}\Phi_{N} + A_{S}\Phi_{S}(26)$$
$$+ A_{T}\Phi_{t} + A_{B}\Phi_{b} + S^{\overline{\Phi}}$$

另外,對水平方向之每一點,變數在垂直方 向分佈可以上、下邊界與層平均三點作二次函數 (quadratic function)近似,即

$$\Phi(z) = a + bz + cz^2 \tag{27}$$

配合層介面邊界條件,可得a、b、c為

$$a = \Phi_{b}$$

$$b = \frac{1}{h}(-3\Phi_{b} + 4\overline{\Phi} - \Phi_{t})$$

$$c = \frac{1}{h^{2}}(2\Phi_{b} - 4\overline{\Phi} + 2\Phi_{t})$$

最後可得

$$\Phi_{2n-2} - 4\Phi_{2n-1} + 6\Phi_{2n} - 4\Phi_{2n+1} + \Phi_{2n+2} = 0$$
 (28)
由此可變數在層介面之解。

修正SIMPLE(Patankar,1980)應用於自由液面流 場計算,以 $U_i=U_i^*+u'$, $H=H^*+H'$, $h=h^*+h'$ 代入動量 方程式,並忽略高次項得

$$\overline{\mathbf{U}}_{P} = \frac{1}{A_{\overline{\mathbf{U}}}^{\overline{\mathbf{U}}}} \left[\sum_{N,E,W,S,T,B} A_{j}^{\overline{\mathbf{U}}} \overline{\mathbf{U}}_{j} + \mathbf{D}^{\overline{\mathbf{U}}} \right] + \mathbf{h}^{*} \left(\mathbf{B}^{\overline{\mathbf{U}}} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \xi} + \mathbf{C}^{\overline{\mathbf{U}}} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \eta} \right)_{P} (29)$$

$$\overline{V}_{P}^{'} = \frac{1}{A_{P}^{\overline{V}}} \left[\sum_{N,E,W,S,T,B} A_{j}^{\overline{V}} \overline{U}_{j}^{'} + D^{\overline{V}'} \right] + h^{*} (B^{\overline{V}} \frac{\partial H^{'}}{\partial \xi} + C^{\overline{V}} \frac{\partial H^{'}}{\partial \eta})_{P}$$
(30)

並忽略非正交項 , 則反變速度為

$$\overline{(G_1)}_{P} = [\overline{G_1}^* + \overline{B} \frac{\partial H'}{\partial \xi}]_{P}$$
(31)

$$\overline{(G_2)}_{P} = [\overline{G_2}^* + \overline{C} \frac{\partial H'}{\partial \eta}]_{P}$$
(32)

(31)、(32)代入水位方程式得水位校正式

$$A_{P}(H')_{P} = A_{E}(H')_{E} + A_{W}(H')_{W} + A_{N}(H')_{N} + (33)$$
$$A_{S}(H')_{S} + M_{P}^{H'}$$

求解水位校正式得水位校正項,並代回(29)、(30) 得速度校正項,重複(29)~(33)迭代至收斂為止。

Issa(1986)提出PISO法修正SIMPLE,增加一次 壓力修正項並省略迭代步驟簡化計算量,Jang et al(1986)比較SIMPLE,SIMPLER,SIMPLEC和PISO 之應用於流場計算結果,PISO較其他三種方法更快 收斂且精度高,本研究將應用此一求解方法。

流場與傳輸方程之求解採非耦合演算法,經由 上述步驟解得流場後,在將已知流場代入傳輸方程 求解污染質濃度、水溫、紊流動能與紊流動能消散 率。

(三)成果討論

水庫水理與泥砂運移分層模式之發展有其實際 上之貢獻與困難度,茲就本年度執行情形概述如 后:

1. 文獻蒐集

本研究目前已蒐集到之國內外文獻包含:(a)三 維靜水壓水庫及明渠流之模式發展,(b)海灣與近岸 分層水理模式之發展,(c)非正交座標系統於N-S方 程之應用,(d)有限體積法於水理計算之應用等相關 論文(e)複雜幾何邊界之明渠流場計算。

2. 研究進度與成果

水庫淹沒區內邊界幾何形狀複雜,座標系統與 網格建立將影響模式適用性與計算結果,基於此一 考量,本研究針對座標系統與分層方式分別從流 向、側向與水深方向加以界定,建立一適用水庫複 雜幾何之網格,目前已完成卡氏座標系統分層水理 模式之建立,非正交曲線座標系統分層水理模式與 泥砂運移子模式仍有許多困難尚待克服。

四、成果自評

分層模式在水深方向根據水深變化將計算區域 分為數層,依據邊界條件之形式可將層區分為底 層、內部層與自由表面層三種,每一種邊界條件均 不易處理,本計畫擬將各層邊界條件處理依據其物 理特性區分為底床動力邊界條件、內部連續邊界條 件與自由水面運動邊界條件。

透過經濟、效率之數值模式,引進分層模式之 概念,降低完全三維模式對自由液面處理之困難及 耗費大量計算時間,並改善深度平均二維模式無法 得知深度方向之流場分布,對河川與水庫內流場分 布及污染質傳輸現象有近一步之了解,作為河道穩 定、橋樑保護與水庫防淤等工作之參考。

本計畫第三年之報告內容均能符合預期完成之 工作,在計畫方向與進度之掌握堪稱成效良好。

五、參考文獻

- [1] 黃良雄、楊錦釧,<u>地層下陷數值模式發展(一)</u>, 行政院國科會專題研究成果報告,87年10月。
- [2] 許至璁,二維有限解析法明渠水理與輸砂模式 之研發與應用,國立交通大學土木工程學系博 士論文,91年6月。
- [3] 蔡東霖,區域性地下水超抽導致地層下陷模式 之發展與應用,國立交通大學土木工程學系博 士論文,90年6月。
- [4] 顏志偉,<u>複雜自由液面紊流之模擬與分析</u>,國 立成功大學水利及海洋工程研究所博士論文, 84年1月。
- [5] Blumberg, A.F. and Herring, J. "Circulation model using orthogonal curvilinear coordinates", Three-Dimensional Models of Marine and Estuarine Dynamics, Nihoul, J.C.J. and Jamart, B.M. Ed., Elsevier Oceanography Series, pp.55-88, 1987.
- [6] Demuren, A.O., "A numerical model for flow in meandering channel with natural bed topography ", Water Resources Research, pp.1269-1277, 1993.

- Huang, J.C., Larry, J.W. and Lai, Y.G., "3D numerical study of flow in open-channel Junctios" Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 128, No. 3, pp. 268-280, 2002.
- [8] Issa, R.I., "Solution of implicitly discretized fluid flow equations by operator splitting", Journal of Computational Physics, Vol. 62, pp. 40-65, 1986.
- [9] Jang, D.S., Jetli, R. and Acharya, S., "Comparison of the PISO, SIMPLER, and SIMPLEC algorithms for the treatment of the pressure-velocity coupling in steady flow problems", Numerical Heat Transfer, Vol. 10, pp. 209-228, 1986.
- [10] Lapworth, B.L., "Examination of pressure oscillations arising in the computation of cascade flow using a boundary-fitted co-ordinate system", International Journal of Numerical Flow in Fluids, Vol.8, pp. 387-404, 1988.
- [11] Rhie, C.M. and Chow, W.L., "Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation", AIAA Journal, Vol.21 No.11, pp. 1525-1532, 1983.
- [12] Richmond, M.C., Chen, H.C. and Patel, V.C., "Equations of laminar and turbulent flows in general curvilinear coordinate", IIHR Report No. 300, Iowa Institute of Hydraulic Research, The University of Iowa, Iowa City, Iowa, U.S.A., 1986.
- [13] Shyy, W. Tong, S.S. and Correa, S.M., "Numerical recirculating flow calculation using a body-fitted coordinate system", Numerical Heat Transfer, Vol. 8, pp.99-113, 1985.
- [14] Thompson, J.F., Warsi, Z.U.A., and Mastin, C.W.,
 "Boundary fitted coordinate system for numerical solution of partial differential equations A Review", J. of Comp. Phys, 47, pp.1-108, 1982.
- [15] Tsai, T.L., Yang, J.C. and Huang, L.H., 'Hybrid finite difference scheme for solving the dispersion equation'', Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 128, No. 1, pp. 78-86, 2002.
- [16] Wu, W., Rodi, W. and Wenka, T., "3D Numerical modeling of flow and sediment transport in open channels" Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 126, No. 1, pp. 4-15, 2000.