

# 陸基陣地發射超音速飛彈發射場 之設計分析研究

期末報告

執行單位：國立交通大學機械工程學系

研究人員：傅武雄、童寶鴻

計畫編號：NSC90-2623-7-009-018

中 華 民 國 九 十 年 十 二 月

## 摘要

本計畫主要的目的在於解決飛彈發射室內因飛彈飛行所衍生的相關熱流問題。飛彈發射後在短暫的時間內飛離發射室，發射產生的大量廢氣在發射室內滯留，無法迅速的自然擴散於室外，嚴重的影響下次飛彈的裝填以及人員的安全。解決上述的問題需賴有效的排氣系統方足以勝任。此外，由於高速、高溫的燃燒氣體迅速的充滿發射室，造成發射室內的壓力驟升以及高溫造成的熱應力影響，導致室內儀器或結構的損壞，這方面問題亦是一大困擾。

本計畫利用 Arbitrary Lagrangian-Eulerian Method (簡稱 ALE) 的數值計算方法，實際的模擬飛彈飛離發射室的狀況，從而瞭解所衍生的相關的熱流場現象，並分析其壁面的受力分佈，以謀求較佳的排煙方式之設計以及散熱系統、結構設計等相關討論。

## 目錄

| 內容        | 頁次  |
|-----------|-----|
| 目錄        | I   |
| 圖目錄       | II  |
| 符號說明      | III |
| 第一章 緒論    | 1   |
| 第二章 物理模式  | 3   |
| 第三章 數值方法  | 7   |
| 第四章 結果與討論 | 11  |
| 第五章 結論    | 47  |
| 參考文獻      | 48  |

## 圖目錄

|         |                          |    |
|---------|--------------------------|----|
| 圖 2-1   | 物理模式                     | 5  |
| 圖 2-2   | 發射室細部圖                   | 5  |
| 圖 2-3   | 發射室三視圖                   | 6  |
| 圖 2-4   | 發射室網格分佈圖                 | 6  |
| 圖 3-1   | 相鄰網格中心點示意圖               | 8  |
| 圖 3-2   | 對流通量示意圖                  | 8  |
| 圖 3-3   | 數值計算流程圖圖                 | 10 |
| 圖 4-1   | 實際飛行距離與近似曲線              | 12 |
| 圖 4-2 a | 飛彈位於中間的發射箱               | 13 |
| 圖 4-2 b | 飛彈位於兩側的發射箱               | 13 |
| 圖 4-3   | 飛彈在中間發射箱，隨時間變化之速度向量圖     | 18 |
| 圖 4-4   | 飛彈在中間發射箱，隨時間變化之壓力分佈圖     | 21 |
| 圖 4-5   | 飛彈在中間發射箱，隨時間變化之溫度分佈圖     | 24 |
| 圖 4-6   | 飛彈在中間發射箱，隨時間變化之兩側壁面受力分佈圖 | 27 |
| 圖 4-7   | 飛彈在中間發射箱，兩壁面合力隨時間變化之曲線圖  | 30 |
| 圖 4-8   | 飛彈在兩側發射箱，隨時間變化之速度向量圖     | 34 |
| 圖 4-9   | 飛彈在兩側發射箱，隨時間變化之壓力分佈圖     | 37 |
| 圖 4-10  | 飛彈在兩側發射箱，隨時間變化之溫度分佈圖     | 40 |
| 圖 4-11  | 飛彈在兩側發射箱，隨時間變化之兩側壁面受力分佈圖 | 43 |
| 圖 4-12  | 飛彈在兩側發射箱，兩壁面合力隨時間變化之曲線圖  | 46 |

## 符號說明

|                                                                                   |                                    |              |
|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|--------------|
| $g_m$                                                                             | : 重力加速度                            | $[m/s^2]$    |
| $I$                                                                               | : 紊流強度                             |              |
| $k$                                                                               | : 紊流動能                             |              |
| $p$                                                                               | : 壓力                               | $[N/m^2]$    |
| $s$                                                                               | : 熱傳源項                             |              |
| $s_i$                                                                             | : 動量來源 (momentum source)           |              |
| $s_\phi$                                                                          | : 源項係數                             |              |
| $T$                                                                               | : 溫度                               | $[^\circ C]$ |
| $t$                                                                               | : 時間                               | $[s]$        |
| $u_i$                                                                             | : $x_i$ 方向的絕對速度                    | $[m/s]$      |
| $x_i$                                                                             | : 卡氏座標 ( $i = 1, 2, 3$ )           |              |
| $\rho$                                                                            | : 密度                               | $[kg/m^3]$   |
| $\mu$                                                                             | : 黏滯係數                             | $[kg/ms]$    |
| $\mu_t$                                                                           | : 紊流黏滯係數                           | $[kg/ms]$    |
| $\sigma_\epsilon, C_{\epsilon 1}, C_{\epsilon 2}, C_{\epsilon 3}, C_{\epsilon 4}$ | : 紊流模式係數                           |              |
| $\sigma_{h,t}$                                                                    | : 紊流浦朗特數(turbulent prandtl number) |              |
| $\epsilon$                                                                        | : 紊流耗散率                            |              |

## 下標說明

$i, j, k$  : 張量使用之序號

## 第一章 緒論

飛彈發射室依執行的目的與使用方法的不同，有陸上基地式、彈艙式等類別，然而飛彈在非常短暫的時間內完成點火以致於射出的程序伴隨著極高速與高溫的氣流產生，氣流中亦包含了未完全燃燒的燃料與大量有害廢氣。此高速高溫的氣流對發射室具有相當的破壞力，而大量的有害氣體則對人員的安全健康造成威脅。因此確切的瞭解飛彈發射室內的熱流現象，對確保發射室以及執行人員的安全有極大的幫助。

上述的程序在學理上可歸類為暫態、可壓縮氣體、廢氣擴散等研究範疇，然而在飛彈飛離發射室過程所衍生的現象，過去卻很少被研究；由於飛彈發射時，在某一瞬間開始釋放高速、高溫氣體，在空間內造成瞬間的高壓，然而受到高壓影響，大量氣體向外流出，造成有限空間內無法維持正壓狀態，反而造成負壓的情形，在氣體不斷被釋放進入空間，以及負壓將周圍空氣吸入的效應，使空間內的壓力再成為正壓狀態，如此不斷震盪，最後與外界達到平衡狀態。此種壓力震盪的情形除了對空間內的門、窗、儀器與結構等設備具也相當言中的破壞力，對於空間內的通風系統也有極大的影響。因此徹底瞭解飛彈飛離發射室過程所衍生的現象，對維護發射室的安全有絕對的幫助。

在過去，這方面的研究報告並沒有完整的研究，在噴流的研究方面 Amano and Brandt [1]，以數值模擬方式利用求解 Navier-Stoke 方程式，加入高雷諾數雙紊流模式模擬噴流流場，模擬衝擊平板的狀態。Wolfshtein [2] 以有限差分法配合單一紊流模式解噴流流場，與實驗結果一致。Kim and Chang [3] 建構三維超音速流場，依照衝擊的角度變化探討壓力、溫度以及密度場的變化。Gardon and Akfirst [4] 以實驗量測噴射衝擊所產生的熱傳係數變化。黃啟鐘和劉振隆 [5] 以數值研究探討噴射衝擊流場的結構，大致上將流場分成三個區域。第一是自由噴射區域，第二是噴射衝擊區域，第三是壁面衝擊區域。上述的文獻大多針對噴流流場特性作分析，對於噴流對於密閉空間內流場、溫度場與壓力變化的討

論很少。

本研究針對陸基式飛彈發射室進行熱流場的數值模擬與分析，為了真實的模擬飛彈發射的暫態過程，本文流場的統御方程式是應用 STAR-CD V3100 流體力學計算軟體輔助計算，配合 Arbitrary Sliding Interfaces (ASI) 的網格移動技術，模擬飛彈發射出發射室的過程；STAR-CD V3100 是利用有限體積法疊代求解 Navier-Stokes equation 求得流場，對速度與壓力計算方式則採用 PISO 模式，各物理變數定易於每個控制容積作積分而求得。本研究模擬飛彈飛離發射室所產生的流場變化，並探討壓力、溫度的變化情形，並針對發射室內物理變化情形進行探討。

## 第二章 物理模式

本文所採用的物理模式為實體建物稍作簡化而成，如圖 2-1 所示，圖 2-2, 2-3, 2-4 分別表示發射室之細部圖、三視圖、以及網格分佈圖。為了觀察氣體進出飛彈發射室的流場，因此本文採用開放空間的計算模式，在飛彈發射室四周拉長邊界為飛彈長度的 50 倍長。

### 流場統御方程式

本文選擇  $k-\varepsilon$  紊流模式來模擬流場，為簡化分析，流場做如下之假設：

- 1、流場為三維不可壓縮流場。
- 2、流體為牛頓流體，黏性係數(viscosity)為等方向性。
- 3、忽略重力。

### 統御方程式

#### 連續方程式

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{u}_j) = 0$$

#### 動量方程式

$$\frac{\rho}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial t}(\sqrt{g} \bar{u}_i) + \rho \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{u}_j u_i - \tau_{ij}) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + s_i$$

$$\tau_{ij} = 2\mu s_{ij} - \frac{2}{3}\mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} - \rho \overline{u'_i u'_j}$$

$$s_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

其中： $t$  為時間， $x_i$  為卡氏座標 ( $i = 1, 2, 3$ )， $u_i$  為流體在  $x_i$  方向的

#### 絕對速度

$\bar{u}_i$  為流體和座標系統的相對速度， $p$  為全壓值， $\rho$  為密度

$\tau_{ij}$  為應力張量， $s_i$  為動量來源 (momentum source)

$\sqrt{g}$  為特定公制張量 (metric tensor)

總焓方程式

$$\frac{\rho}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial t} (\sqrt{g} H) + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_j H - F_{h,j} - u_i \tau_{ij}) = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial t} (\sqrt{g} p) + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_{cj} p) + s_i u_i + s_h$$

狀態方程式

$$P = \frac{P}{RT}$$

紊流動能方程式

$$\frac{\rho}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial t} (\sqrt{g} k) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \rho \bar{u}_j k - \frac{\mu_{eff}}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) = \mu_t (p + p_B) - \rho \varepsilon - \frac{2}{3} \left( \mu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \rho k \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$$

其中  $\mu_{eff} = \mu + \mu_t$

$$p = 2s_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

$$p_B = -\frac{g_{mi}}{\sigma_{h,t}} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x_i} = 0$$

$\sigma_{h,t}$  為紊流普朗特數 (Turbulent Prandtl Number),  $\sigma_k$  為經驗值

紊流能量消耗方程式

$$\frac{\rho}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial t} (\sqrt{g} \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \rho \bar{u}_j \varepsilon - \frac{\mu_{eff}}{\sigma_k} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) =$$

$$C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \left[ \mu_t (p + C_{\varepsilon 3} p_B) - \frac{2}{3} \left( \mu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \rho k \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right] - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - C_{\varepsilon 4} \rho \varepsilon \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$$

邊界條件

本文中為了比較實際的模擬飛彈飛離發射室，因此採用開放空間的流場計算，在開放空間的邊界條件假設為一大器壓力、溫度 293K 的壓力邊界，飛彈發射口設定為進口邊界條件，並給予速度、溫度以及密度；固體邊界則設定速度為零的絕熱壁面。

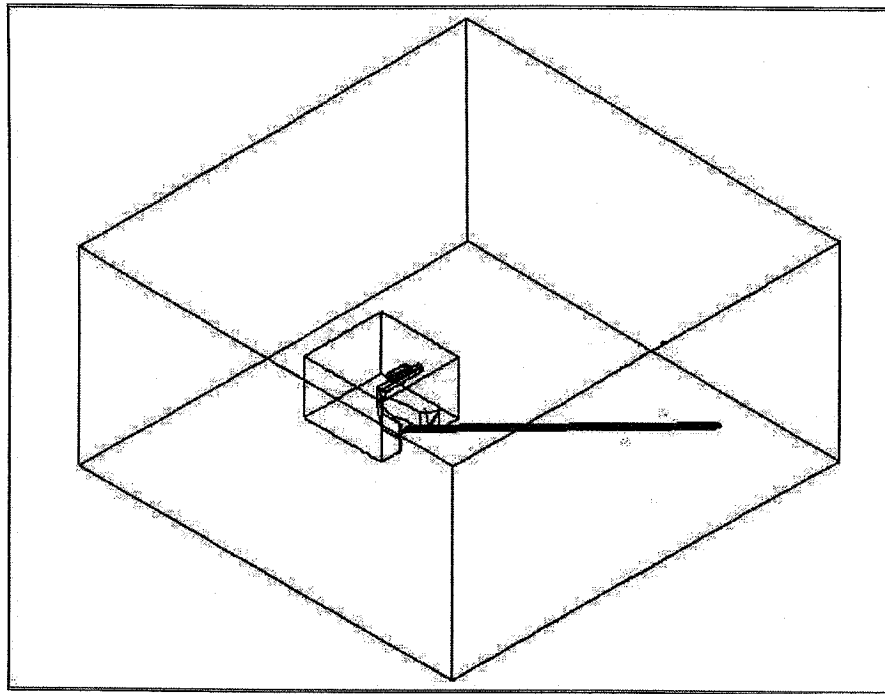


圖 2-1 物理模式

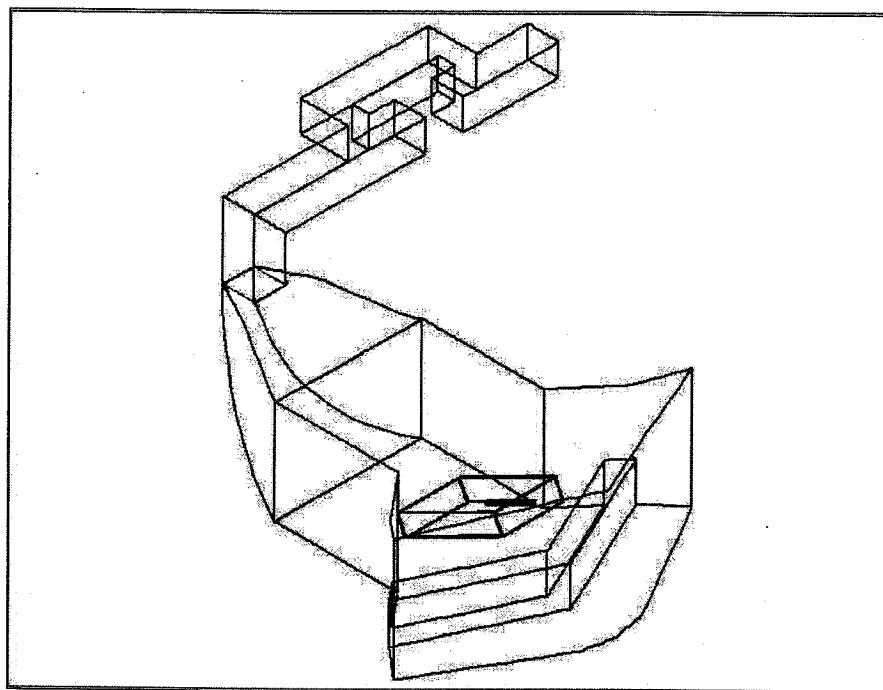


圖 2-2 發射室細部圖

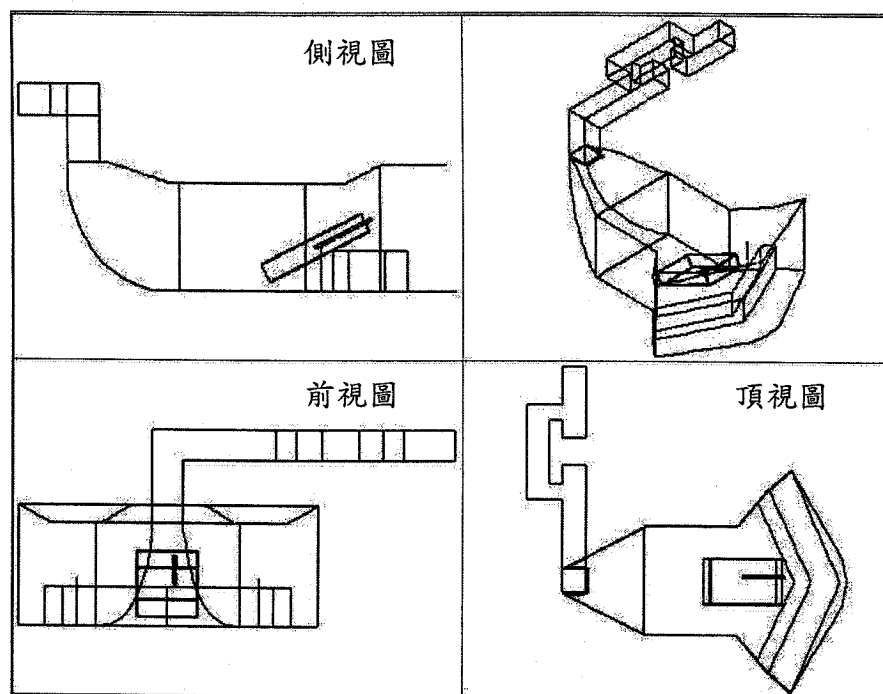


圖 2-3 發射室三視圖

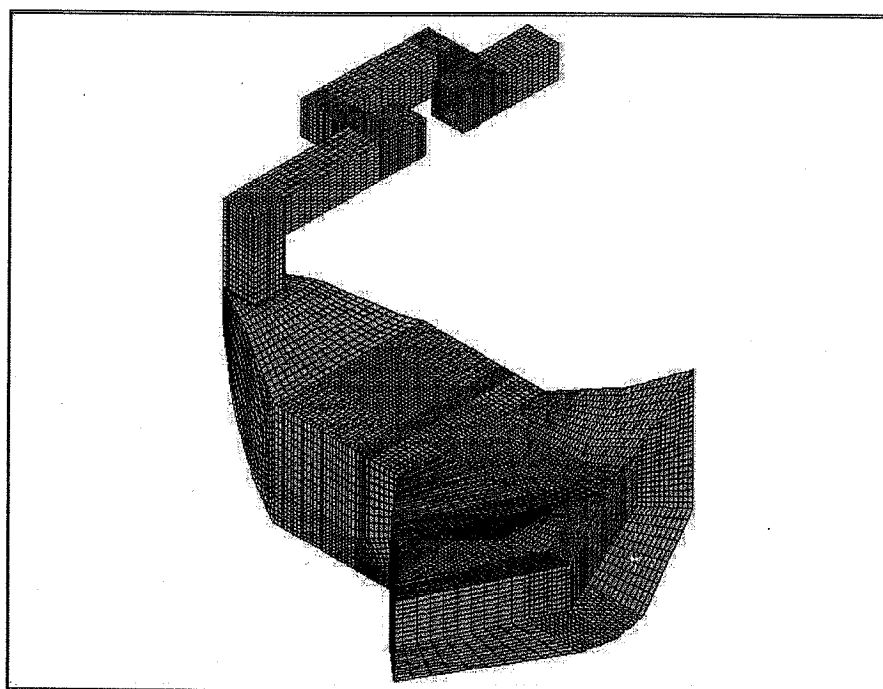


圖 2-4 發射室網格分佈圖

### 第三章 數值方法

本文流場的統御方程式乃是應用 STAR-CD 流體力學計算軟體輔助計算，STAR-CD 是利用有限體積法(finite-volume) 疊代來解 Navier-Stokes equations 求得流場。統御方程式乃是利用 SIMPLE Algorithm 來解三維流場統御方程式。各物理變數定義於每個控制容積的中央，離散方程式則是將統御方程式對每個控制容積作積分而求得。

統御方程式可以表示成下列通式：

$$\frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial t} (\sqrt{g} \rho \phi) + \text{div}(\rho \vec{u}, \phi - \Gamma_\phi \text{grad } \phi) = s_\phi \quad (3-1)$$

將上式改寫：

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \phi dV + \int_S (\rho \vec{u}, \phi - \Gamma_\phi \text{grad } \phi) \cdot d\vec{S} = \int_V s_\phi dV \quad (3-2)$$

如圖 2-5，可以將方程式寫成下式：

$$\frac{d}{dt} \int_{V_p} \rho \phi dV + \sum_j \int_{S_j} (\rho \vec{u}, \phi - \Gamma_\phi \text{grad } \phi) \cdot d\vec{S} = \int_V s_\phi dV \quad (3-3)$$

$T_1$ 
 $T_2$ 
 $T_3$

式(3-3)中的第一項可以離散如下式：

$$T_1 \approx \frac{(\rho \phi V)_P^n - (\rho \phi V)_P^o}{\delta t} \quad (3-4)$$

式(3-3)中的第二項可以將其分成對流項(convection)以及擴散項(diffusion)

$$T_2 \approx \underbrace{\sum_j (\rho \vec{u}, \phi \cdot \vec{S})_j}_{\text{convection}} - \underbrace{\sum_j (\Gamma_\phi \overline{\text{grad } \phi} \cdot \vec{S})_j}_{\text{diffusion}} = \sum_j C_j - \sum_j D_j \quad (3-5)$$

擴散項可以展開成如下式：

$$D_j \approx \Gamma_\phi \left[ f_j^l (\phi_N - \phi_P) + \left\{ \overline{\text{grad } \phi} \cdot \vec{S} - f_j^l \overline{\text{grad } \phi} \cdot \vec{d}_{PN} \right\}_j \right] \quad (3-6)$$

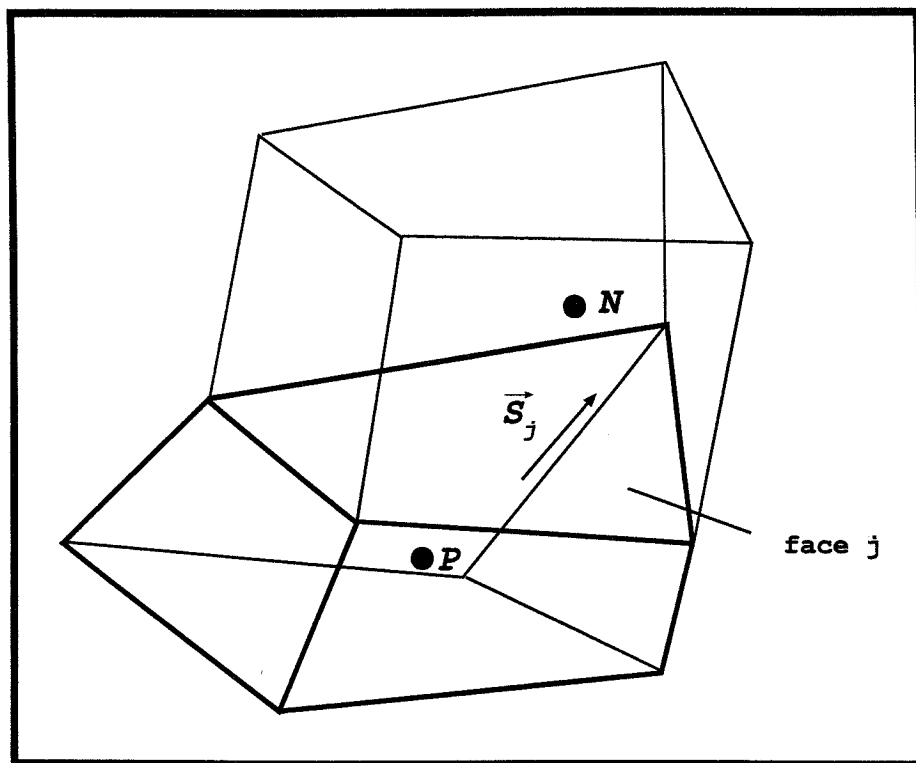


圖 3-1 相鄰網格中心點示意圖

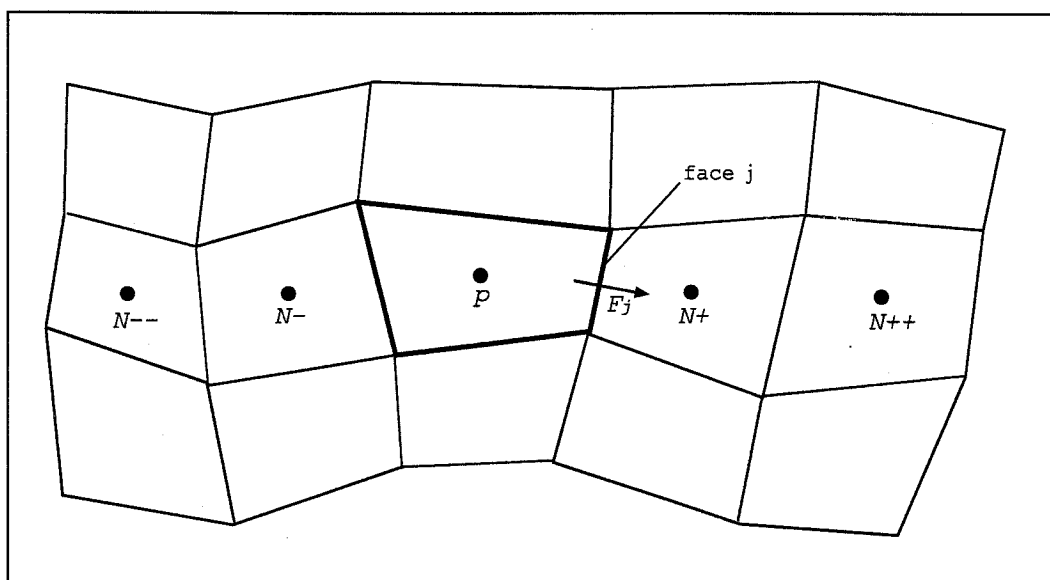


圖 3-2 對流通量示意圖

對流項的處理，以 Upwind Differencing Scheme 為例

$$C_j^{UD} \equiv F_j \begin{cases} \phi_P & , F_j \geq 0 \\ \phi_{N+} & , F_j < 0 \end{cases} \quad \text{where } F_j \equiv (\rho \vec{u}_r \cdot \vec{S})_j \quad (3-7)$$

式(3-3)中的第三項可以寫成下式

$$T_3 \approx s_1 - s_2 \phi_P \quad (3-8)$$

將各離散方程代回式 3-3 中，可以得到一通式：

$$A_P \phi_P^n = \sum_m A_m \phi_m^n + s_1 + B_P \phi_P^o \quad B_P \equiv (\rho V)^o / \delta t \quad (3-9)$$

and

$$A_P \equiv \sum_m A_m + s_2 + B_P \quad (3-10)$$

而計算流場時是以每一次疊代後所有控制容積內的殘值改變率小於給定值做為收斂條件。

$$C_\phi^k = \sum (|B_P^n \phi_P^n| - |B_P^o \phi_P^o|) < (\text{給定值}) \quad (3-11)$$

本文在解析流場時，所給的值為 0.001。

整個計算的流程如圖 3-3 所示。

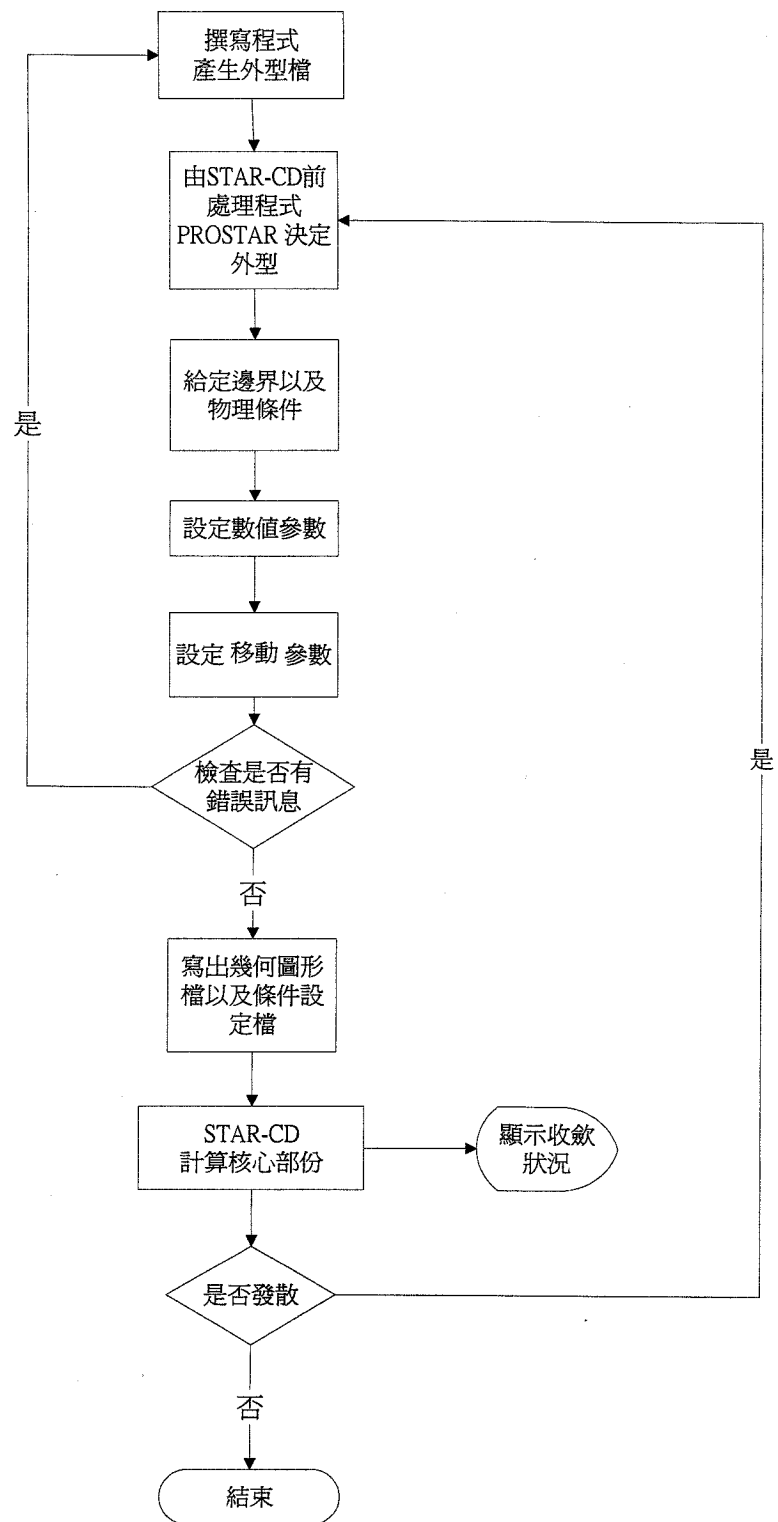


圖 3-3 數值計算流程圖

#### 第四章 結果與討論

本研究所探討的方式根據依照實際發射室，依照適當比例建構三維飛彈發射室之計算模型，並以數值計算的方式模擬飛彈飛離發射室過程中，流場、溫度、壓力以及濃度場的變化情形。飛彈發射傾斜角為  $25^\circ$ ，飛彈飛行的軌跡為直線前進，飛彈飛行速度是以變加速度前進（飛彈前進速度變化圖如圖 4-1 所示），由於飛彈發射初期速度變化甚小，故當時間小於 0.45 秒時，是飛彈飛行速度採用等速度前進，當 0.45 秒以後，則是依照多項式近似曲線模擬飛彈飛行速度。

本研究不僅探討發射室內流場、溫度、壓力、濃度場變化情形進行討論，也針對飛彈在不同發射位置發射所造成的差異性進行討論，分別針對飛彈發射位置於中間區域（如圖 4-2a 所示），以及飛彈發射位置位於兩側（如圖 4-2b 所示）進行探討。由於本研究目的為研究飛彈發射室內部之分析，故因此在探討時僅顯示發射室內之區域切面圖，對於外界大氣區域與飛彈發射之相互影響，並不在此研究中討論。

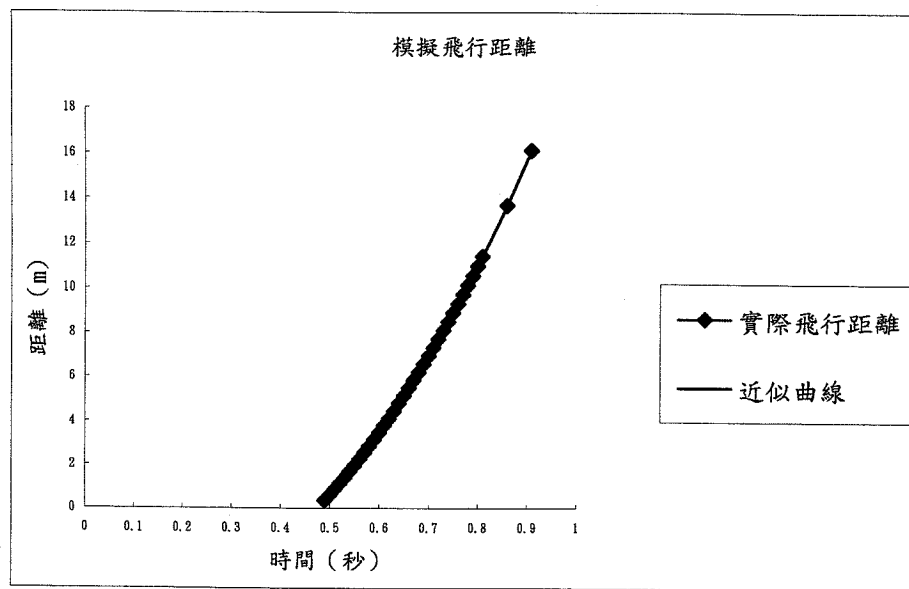


圖 4-1 實際飛行距離與近似曲線

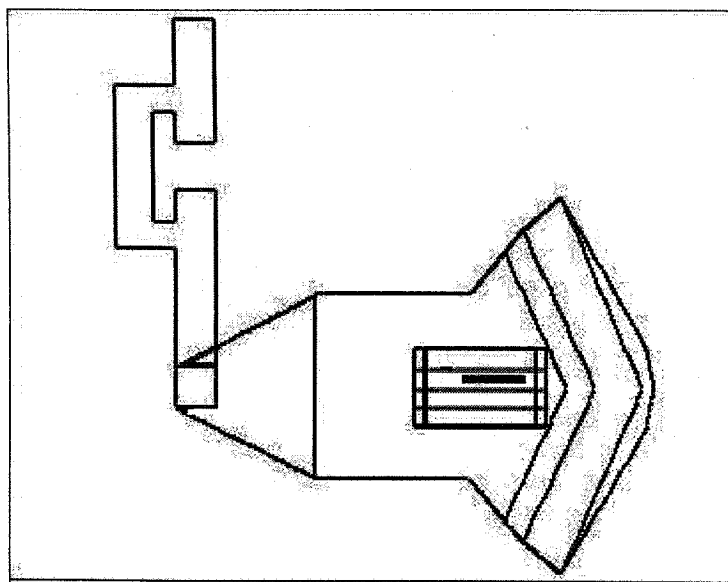


圖 4-2 a 飛彈位於中間的發射箱

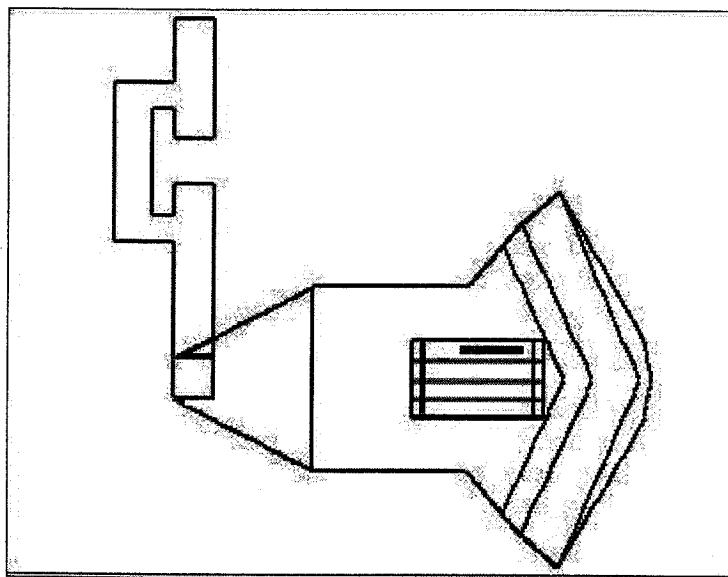


圖 4-2 b 飛彈位於兩側的發射箱

#### 4-1 飛彈位於中央發射箱

圖 4-3 是飛彈位於中央發射箱發射後隨時間變化所產生的速度向量圖，圖 4-3a 顯示當飛彈開始點火發射後 0.05 秒時的速度向量圖，高速的氣體從飛彈後方噴出，此時飛彈位於發射箱內，氣體經由發射箱，直接衝擊地面之後，沿著地面向發射室後方繼續前進，受到發射室後壁阻擋的趨勢所影響，一部份氣流脫離沿著壁面行進的主流方向，向發射室的上方、前方流動，隨後在發射箱後方又受到強大噴射氣流的牽引，再度隨著噴流方向沿著壁面向後方的排氣管路前進，因此在發射箱後方形成一個小型的渦流區域；隨著時間增加，噴流所影響的範圍也逐漸擴大，而飛彈持續噴氣增強噴流所影響的效應，也因此造成此渦流區域逐漸向後方擴大，如圖 4-3b,c 所示。

圖 4-3d 為飛彈發射後 0.2 秒時的速度向量圖，此時噴流所影響的範圍包含發射室底部至排氣管路等區域，在四周壁面漸縮的影響之下，大量氣流聚集至排氣管路口，然而排氣管路並無法完全的接收飛彈所排放出的大量廢氣，未能進入排氣管路的氣體再沿著發射室上方的壁面向發射室前方前進，之後再度受到噴射氣流的帶動以及發射室上方壁面向下傾斜的影響之下，大部份氣體又隨著噴射氣流向後方流動，呈現一個渦流區域；隨著飛彈持續噴氣，湧向排氣管路的氣流持續增加，也造成迴流氣流增大，壓迫原本形成的渦流區域；同時飛彈逐漸遠離，亦造成噴流對迴流的牽引力降低，造成發射室後方的渦流區域逐漸向前方縮小，此時也可以觀察到一小部份的氣體從發射室前方的發射口排放至大氣中，如圖 4-3e-g。

圖 4-3h 為飛彈發射後 0.5 秒時的速度向量圖，此時飛彈已經飛離發射箱，由圖上可以清楚觀察到噴射氣流亦影響到發射箱上下區域。圖 4-3i-l 顯示飛彈自脫離發射箱到完全離開發射室的速度向量圖，此時除了通過發射箱的高速氣流之外，在發射箱的上下區域都可以觀察到高速的氣流向發射室後端流動，此氣流阻擋向發射室前端流動的氣流，並且形成了一個小的渦流區域。

圖 4-3m-r 顯示飛彈發射後 1 秒到 2 秒間的速度向量圖，此時在發射室內部

因為飛彈逐漸遠離，噴流影響逐漸縮小。在發射室後端產生的渦流區域，在迴流的氣體強度減弱以及此時噴射氣流是經由發射室前方進口進入發射室的影響與壓迫下，渦流區域逐漸變小。

圖 4-4 是飛彈位於中央發射箱發射後隨時間變化所產生的壓力分佈圖，圖 4-4a 顯示當飛彈發射後 0.05 秒時的壓力分佈圖，當飛彈後端噴射出高壓、高速的氣體，可以明顯的觀察到在噴出口後端的噴射氣流有數個震波的產生，同時由於此時的飛彈位於發射管內，高速氣體也在發射箱的壁上以及發射箱的尾端出口處產生震波；受到噴射氣流直接沖擊地面的影響，在發射箱出口後端的地面上產生極大的高壓，而發射室內也因為大量氣體的瞬間湧入，發射室內部呈現正壓的狀態。

圖 4-4b-e 分別顯示飛彈開始發射後 0.1 秒至 0.25 秒時的壓力分佈圖，由於飛彈仍持續噴氣，受到噴流直接衝擊的影響下，在發射箱後端地面附近仍然呈現一個持續的高壓區域；然而在發射初期，因充滿大量氣體所產生局部高壓的區域，在受到氣體流動以及瞬間高壓的影響下，氣體向後方流失，使此區域壓力持續下降，由於快速的氣體流動，甚至會產生一個負壓的區域；而後方的區域由於氣體大量流入，在此區域又產生另一個高壓的區域，如此負壓區域不斷向後方延伸，後方區域也在氣體不斷流入的情況中，壓力逐漸的增大。

圖 4-4f-i 分別顯示當飛彈發射後 0.3 秒至 0.6 秒時的壓力分佈圖，由圖中可以觀察到此時低壓區域由於飛彈持續噴氣影響，使得氣體再度回補，並且高壓區聚集在後方排氣管路，累積過大的氣體壓力，反而呈現壓力逐漸向發射室前方增大的趨勢，使得原本負壓的區域再度成現正壓的狀態；之後壓力呈現震盪變化，並且由於飛彈的逐漸遠離，噴流影響越來越小而呈現穩定的現象，如圖 4-4j-r 所示。

圖 4-5 是飛彈位於中央發射箱發射後隨時間變化所產生的溫度分佈圖，圖 4-5a 顯示當飛彈開始發射後 0.05 秒時的溫度分佈圖，高溫的氣體充滿發射室的後方底部，之後高溫的區域隨著噴流流場的帶動，沿著發射室後方的壁面逐漸擴

展範圍，並藉由排氣管路排放出去，如圖 4-5b-d 所示。

由於飛彈的持續噴氣，排氣管路無法完全的吸收被排放出來的氣體，造成部分氣體產生回流的狀態，圖 4-5e-g 清楚顯示出高溫的區域受到向前迴流的氣流增強，以及熱對流的效應，逐漸在發射室內擴大。當飛彈脫離發射箱後，如圖 4-5h-l 所示，影響高溫區域不僅受到發射室後方形成的渦流所影響，同時也受到飛彈飛離發射室的影響，部分高溫氣流未經過發射箱，直接進入發射室內，在發射箱上下區域產生高溫區域，此一現象在飛彈逐漸遠離的過程中，逐漸明顯。圖 4-5m-r 顯示飛彈飛離發射室並逐漸遠離之溫度場分佈圖，高溫的氣流對發射室影響逐漸降低，發射室內累積的高溫氣體也緩慢的逐漸排出。

圖 4-6 是飛彈位於中央發射箱發射後對發射室兩側壁面所受到垂直於壁面隨時間變化的受力分佈圖，也是針對圖上 Z 方向的受力進行討論，受力分佈圖是以受力方向 +Z 方向為正，-Z 方向為負，因此在左側壁面受力值為正時，即表示此時受到的力是向外的推力，當右側壁面受力值為負時，則代表受到的力是向內的拉力，反之，在右側壁面受力值為正時，即表示此時受到的力是向外的推力，當左側壁面受力值為負時，則代表受到的力是向內的拉力。並且為了便於在不同時間之間作比較，因此在圖中顏色所表示的量值設定在 -50~+50 之間。

由於此飛彈是位於中央的發射箱所發射的，因此由圖上可以清楚的看出來兩側壁面所受到垂直壁面的力量不管是分佈情形或是大小值都是相似的。圖 4-6a 所顯示當飛彈發射後 0.05 秒時，兩側壁面受 Z 方向力的分佈情形，當飛彈發射的初期，大量氣體進入發射室內，造成兩側壁面受到極大的向外推力，同時，受到噴射氣流向後方帶動的影響以及發射箱阻擋氣流的影響之下，對於發射室前方底部區域的受力變化並不如其他區域變化的情形劇烈。

圖 4-6b 顯示當飛彈發射後 0.1 秒時，兩側壁面受 Z 方向力的分佈情形，由於受到瞬間高壓以及噴射氣流帶動的影響，氣體快速流失，造成發射室內壓力下降，因此對壁面的推力也隨之降低，受到影響較大的壁面區域甚至產生向內的拉力。之後，在發射室內壓力持續下降的影響下，兩側的壁面受到的力均成為向內

的吸引力，如圖 4-6c 所示。圖 4-6d 顯示當飛彈發射後 0.1 秒時，兩側壁面受 Z 方向力的分佈情形，受到壓力逐漸回升的影響之下，對於壁面產生向內的拉力也逐漸降低，在飛彈持續噴氣以及壓力持續增大的情況下，兩側壁面的受力再度呈現向外的推力，然而此時向外的推力大小已經不如飛彈發射瞬間時所造成向外的推力，如圖 4-6e 所示。

圖 4-6f-l 分別顯示時間 0.3 秒到 0.9 秒時兩側壁面受 Z 方向力的分佈情形，由圖可以觀察到飛彈由脫離發射箱，到離開發射室並且逐漸遠離的過程；此時飛彈發射室兩側壁面受到的力量影響不僅有飛彈噴流的影響，部分在排氣管路被阻礙的氣體所產生的回流也對壁面產生影響作用；當飛彈飛離發射箱後，如圖 6-4h 以後所示，飛彈所產生的噴射氣流不再限制需經由發射箱噴出，部分噴射氣體直接並牽引著外界氣體進入到發射室內，也對壁面受力產生影響。而此時的受力雖然大多呈現向內拉力的狀況，然而兩側壁面受力的大小仍然呈現著震盪變化的趨勢。圖 4-6m-r 分別顯示時間 1.0 秒到 2.0 秒時兩側壁面受 Z 方向力的分佈情形，此時飛彈已逐漸遠離發射室，噴流效應對於兩側壁面的影響逐漸降低，兩側門的受力的量值與變化也不如發射初期的劇烈；受到發射室內部氣體流動的影響，對於兩側壁面受力呈現向內拉力、向外推力小幅度的震盪變化。

圖 4-7 顯示飛彈位於中間發射箱時，兩側壁面的受力總和隨著時間變化的情形，本圖以 0.05 秒為一單位截取 0.05 秒到 1.6 秒之間壁面受力總和隨時間變化，由圖可以大致看出牆壁受力隨時間變化的趨勢；當發射初期大量氣體充滿發射室，兩側壁面受到向外的推力，隨後在高速氣流影響下成為向內拉力，之後又在氣流影響下再成為向外推力；在回流氣體、飛彈飛出發射室後噴流等的影響下，兩側壁面呈現向內的拉力，然而其值仍呈現震盪變化，最後在飛彈逐漸飛離發射室，壁面受力逐漸變小並呈現拉推力震盪變化的情形。並且由圖中可以觀察到兩側壁面受力的大小以及變化情形均十分相似。

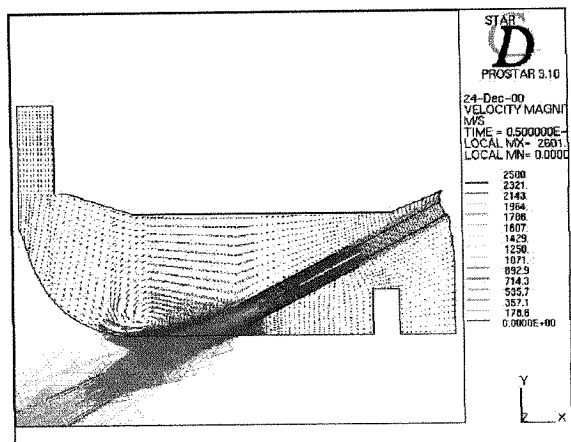


圖 4-3a  $t=0.05\text{sec}$

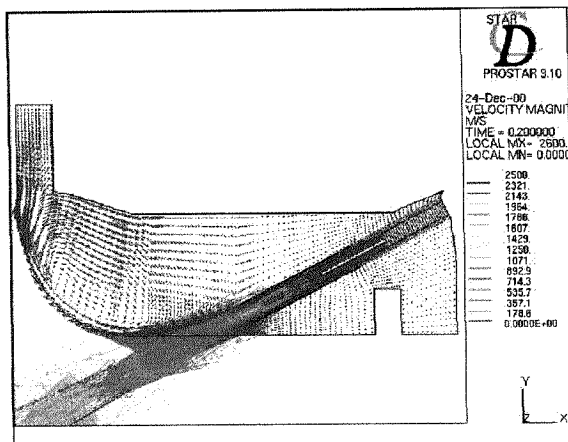


圖 4-3d  $t=0.20\text{sec}$

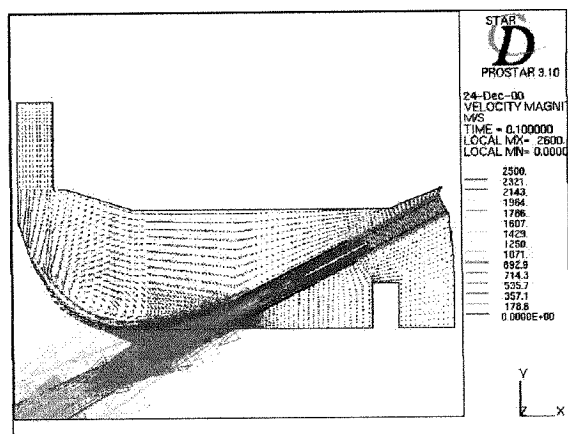


圖 4-3b  $t=0.10\text{sec}$

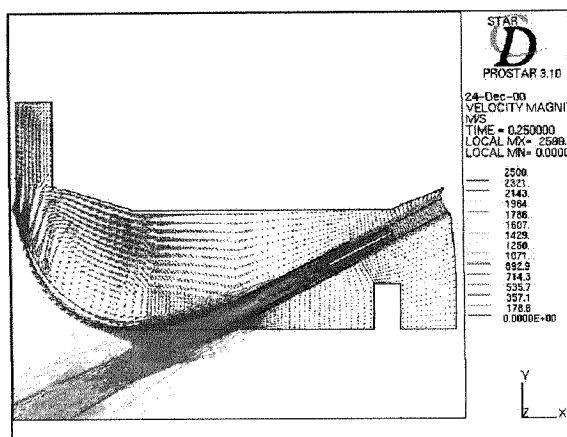


圖 4-3e  $t=0.25\text{sec}$

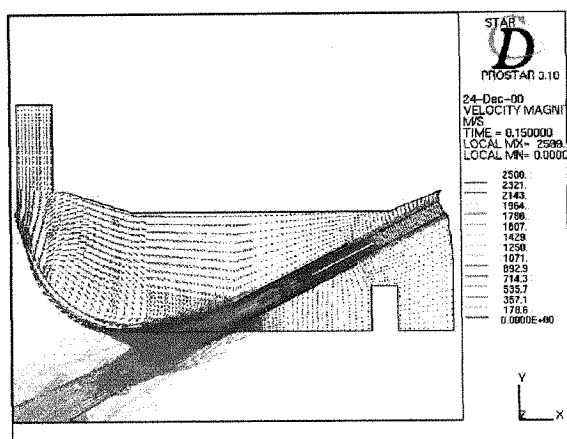


圖 4-3c  $t=0.15\text{sec}$

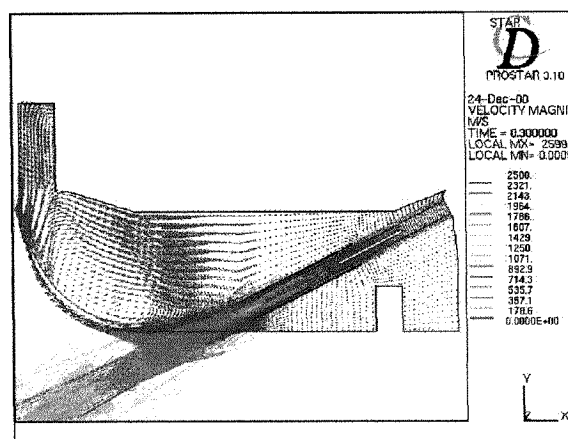


圖 4-3f  $t=0.30\text{sec}$

圖 4-3 飛彈位於中間發射箱發射後隨時間變化的速度向量圖

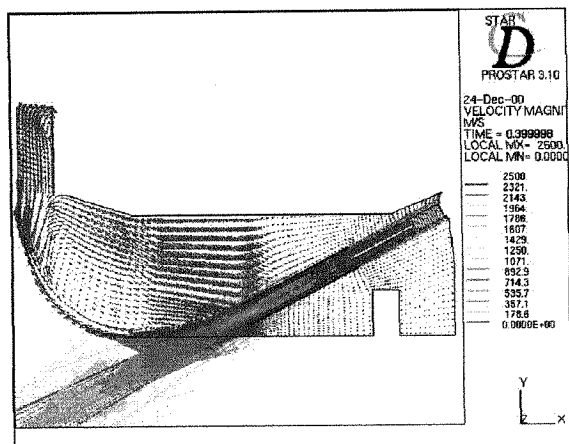


圖 4-3g  $t=0.40\text{sec}$

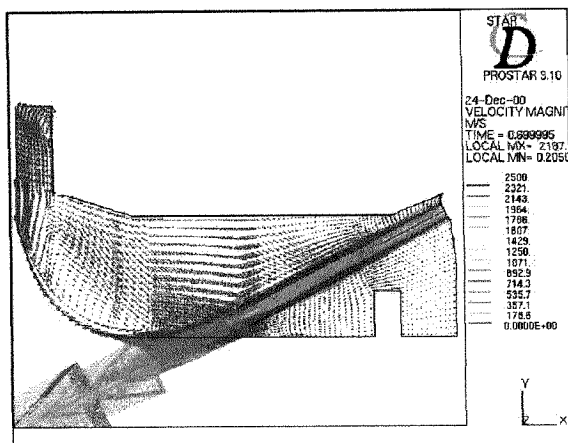


圖 4-3j  $t=0.70\text{sec}$

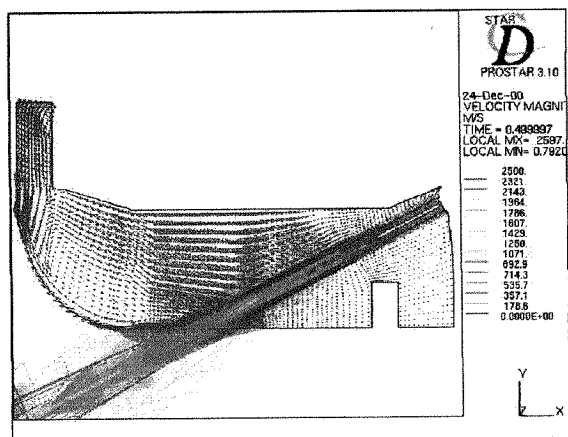


圖 4-3h  $t=0.50\text{sec}$

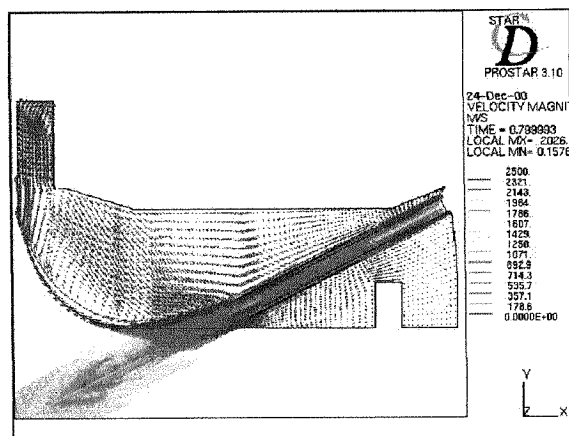


圖 4-3k  $t=0.80\text{sec}$

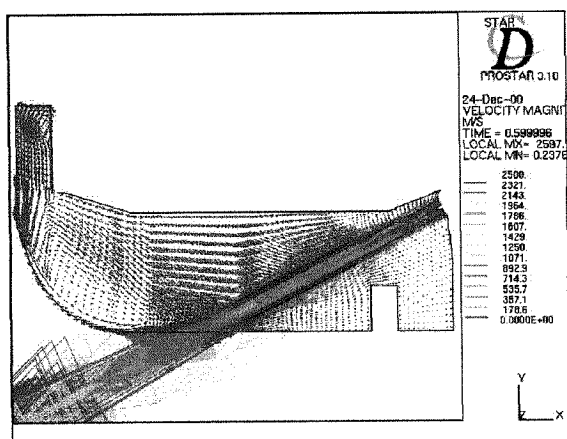


圖 4-3i  $t=0.60\text{sec}$

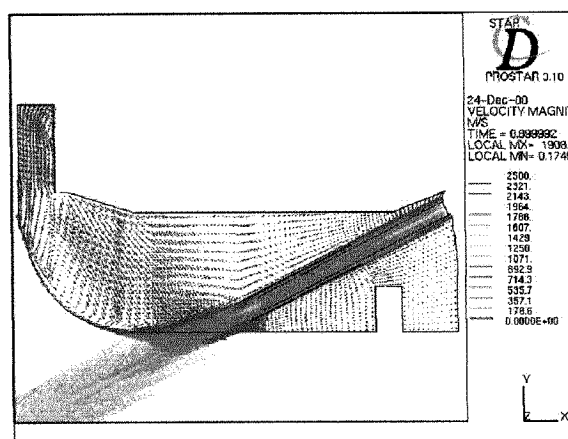


圖 4-3l  $t=0.90\text{sec}$

圖 4-3 飛彈位於中間發射箱發射後隨時間變化的速度向量圖（續）

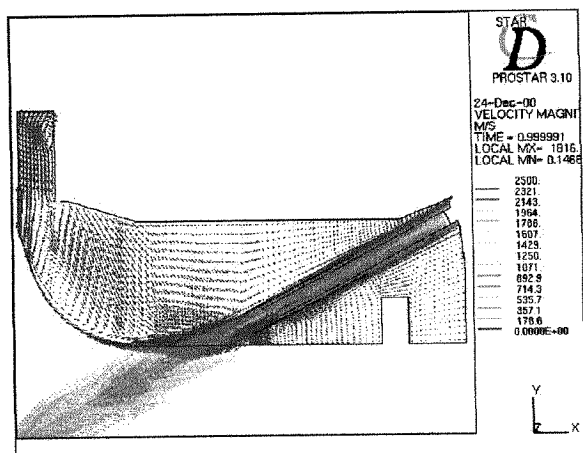


圖 4-3m  $t=1.00\text{sec}$

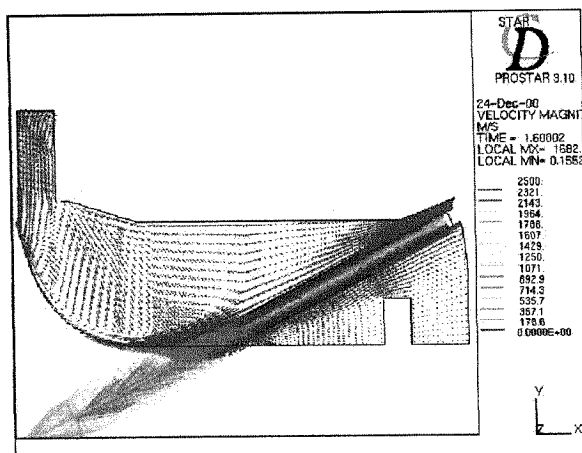


圖 4-3p  $t=1.60\text{sec}$

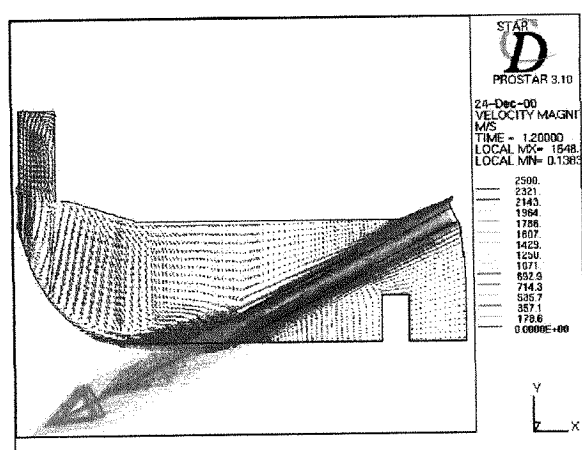


圖 4-3n  $t=1.20\text{sec}$

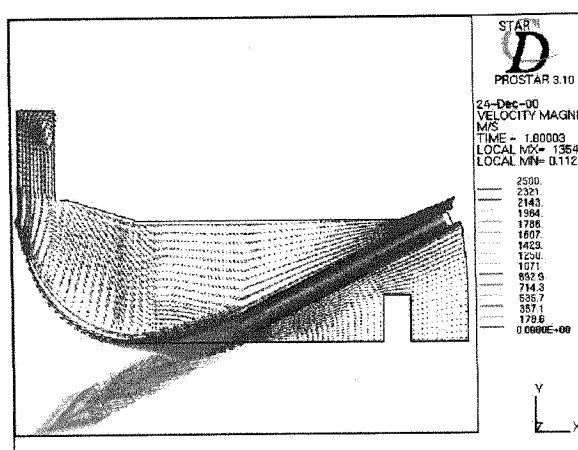


圖 4-3q  $t=1.80\text{sec}$

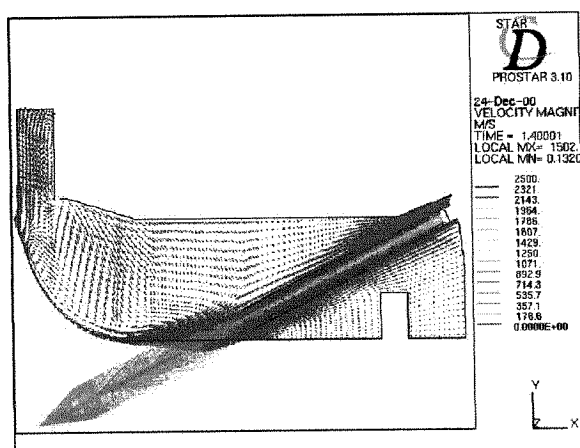


圖 4-3o  $t=1.40\text{sec}$

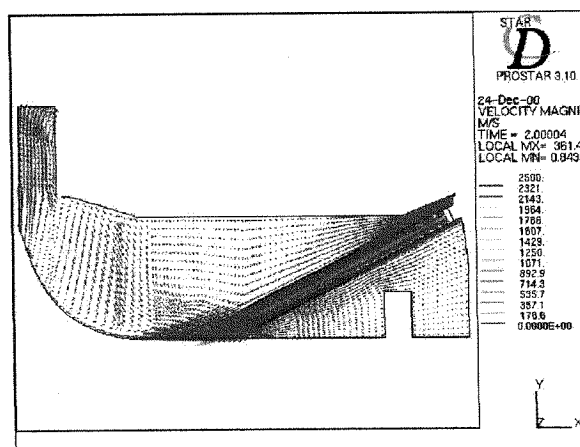


圖 4-3r  $t=2.00\text{sec}$

圖 4-3 飛彈位於中間發射箱發射後隨時間變化的速度向量圖（續）

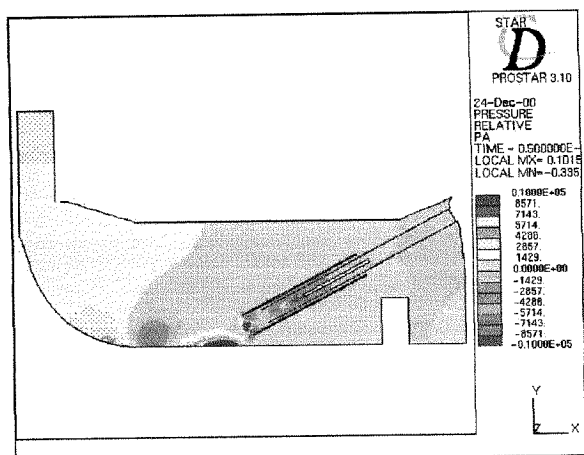


圖 4-4a  $t=0.05\text{sec}$

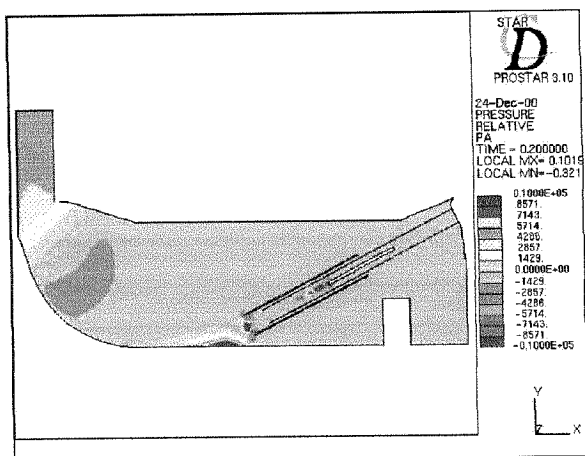


圖 4-4d  $t=0.20\text{sec}$

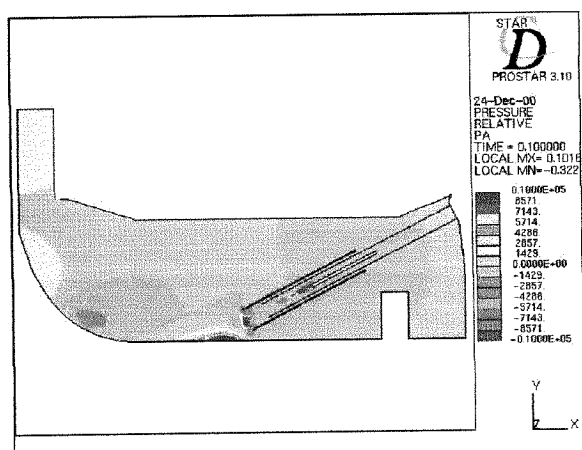


圖 4-4b  $t=0.10\text{sec}$

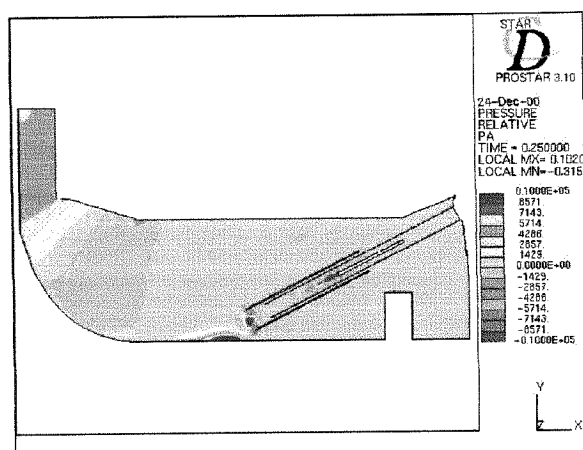


圖 4-4e  $t=0.25\text{sec}$

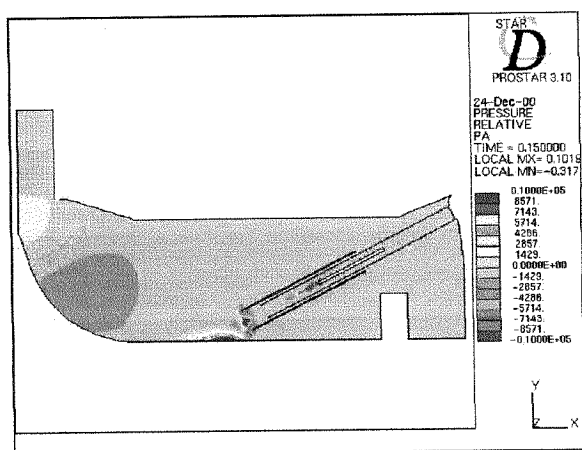


圖 4-4c  $t=0.15\text{sec}$

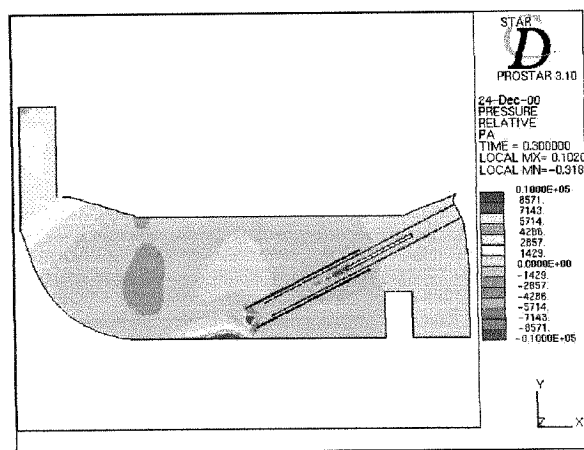


圖 4-4f  $t=0.30\text{sec}$

圖 4-4 飛彈位於中間發射箱發射後隨時間變化的壓力分佈圖

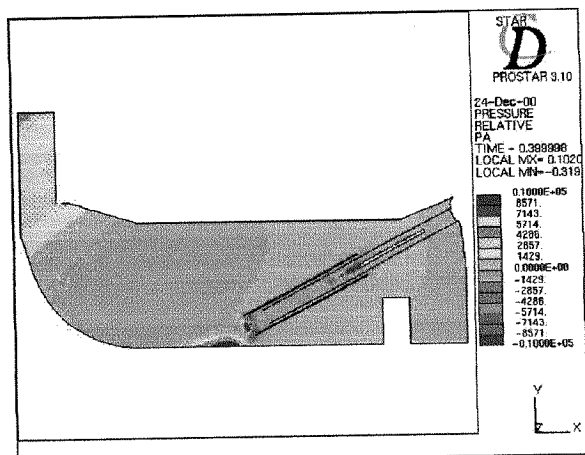


圖 4-4g t=0.40sec

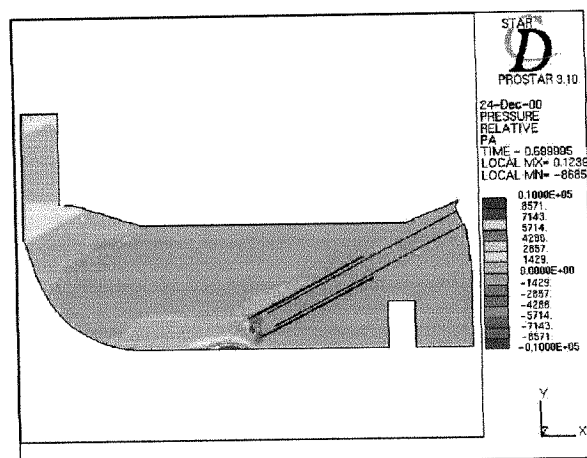


圖 4-4j t=0.70sec

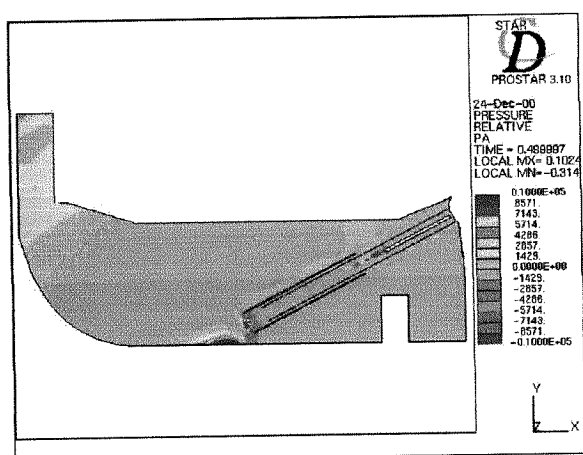


圖 4-4h t=0.50sec

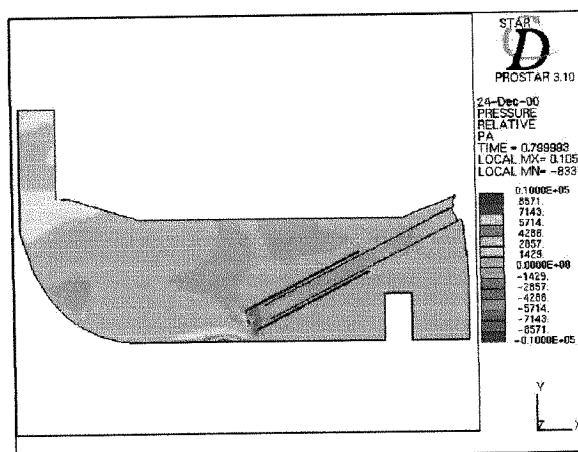


圖 4-4k t=0.80sec

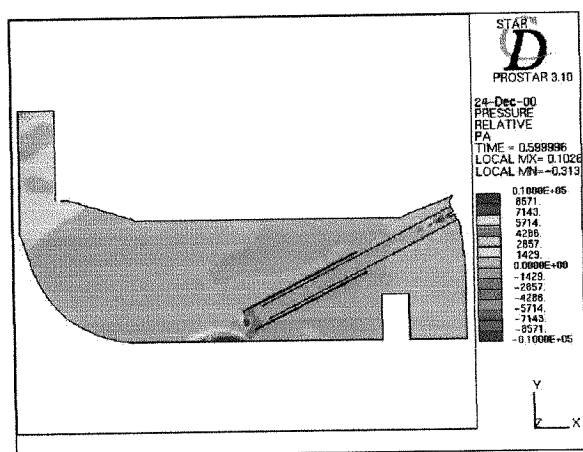


圖 4-4i t=0.60sec

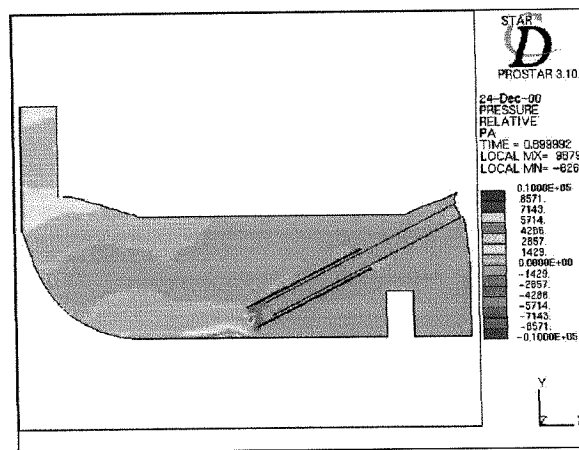


圖 4-4l t=0.90sec

圖 4-4 飛彈位於中間發射箱發射後隨時間變化的壓力分佈圖（續）

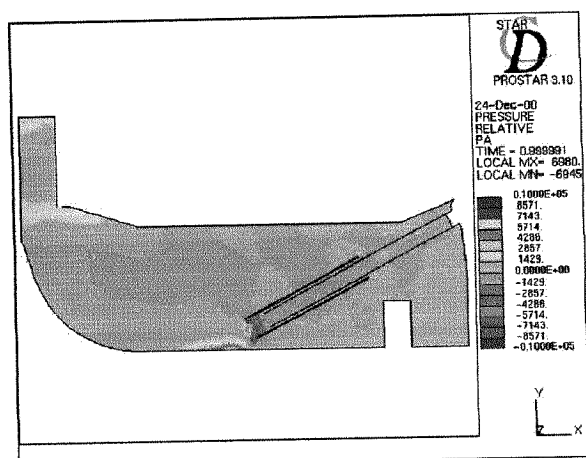


圖 4-4m  $t=1.00\text{sec}$

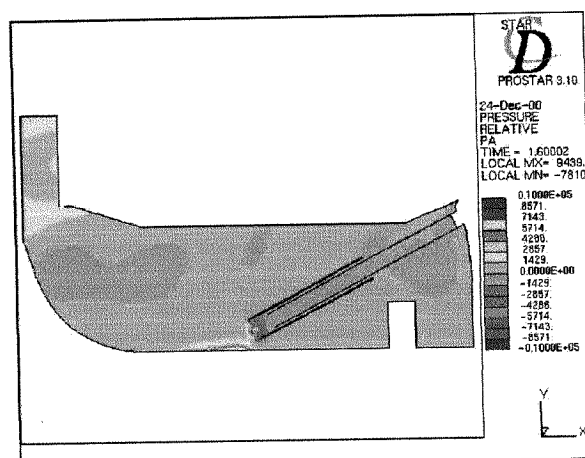


圖 4-4p  $t=1.60\text{sec}$

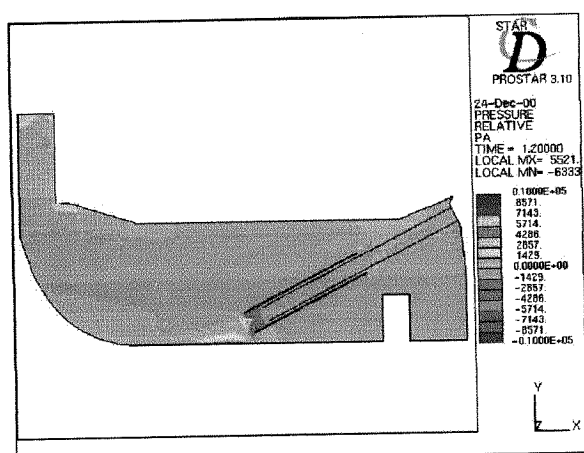


圖 4-4n  $t=1.20\text{sec}$

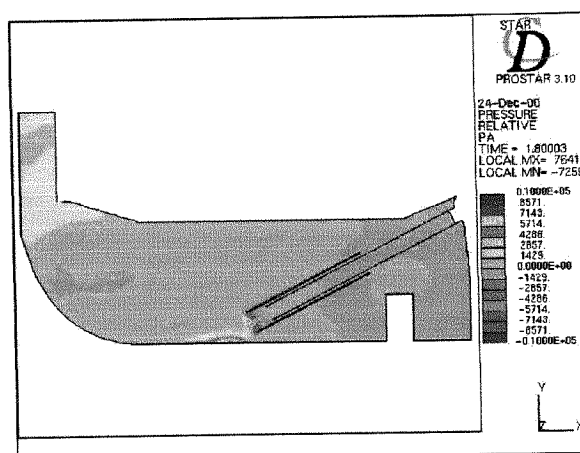


圖 4-4q  $t=1.80\text{sec}$

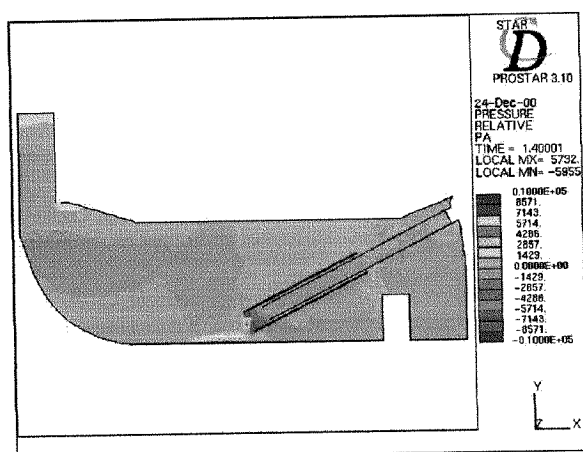


圖 4-4o  $t=1.40\text{sec}$

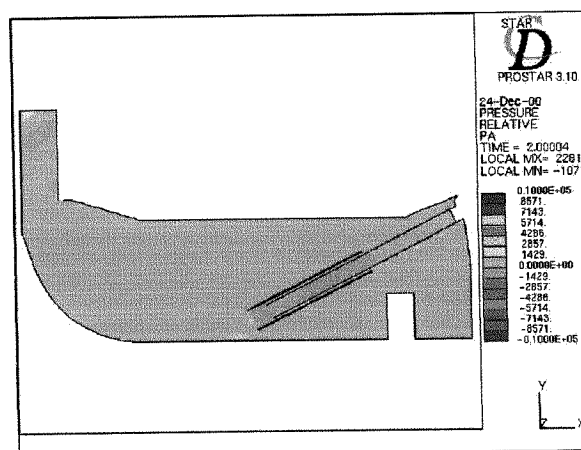


圖 4-4r  $t=2.00\text{sec}$

圖 4-4 飛彈位於中間發射箱發射後隨時間變化的壓力分佈圖 (續)

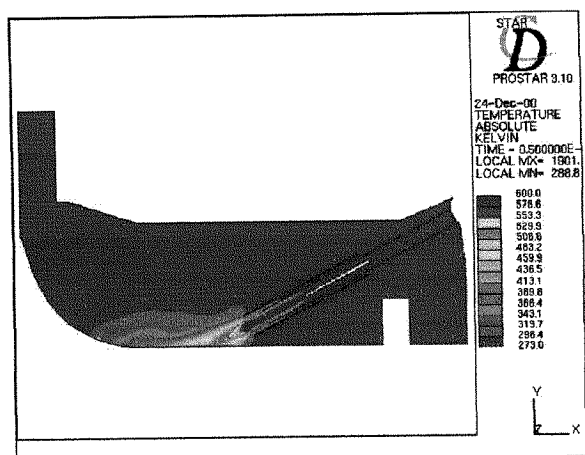


圖 4-5a  $t=0.05\text{sec}$

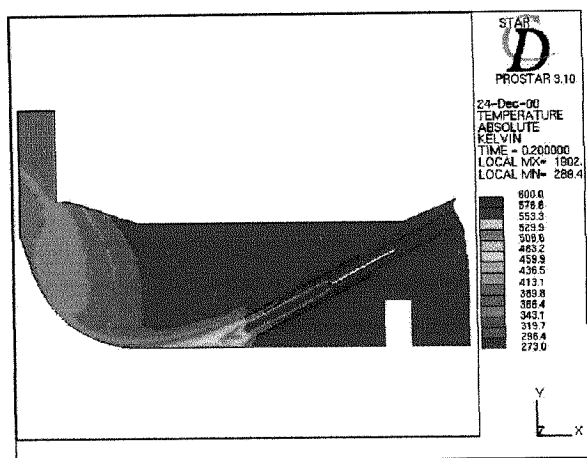


圖 4-5d  $t=0.20\text{sec}$

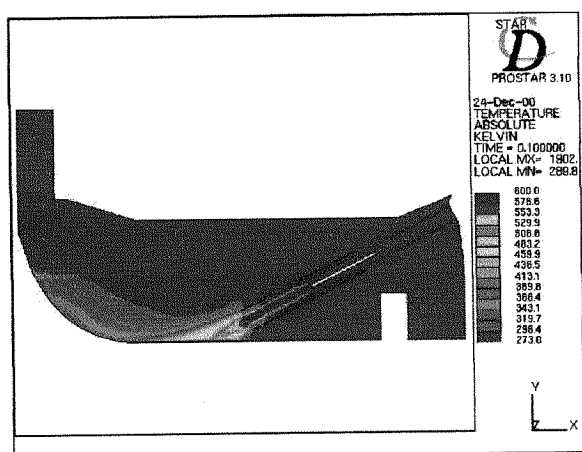


圖 4-5b  $t=0.10\text{sec}$

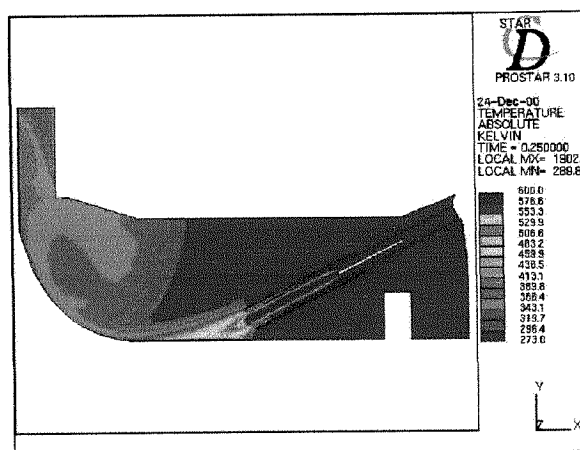


圖 4-5e  $t=0.25\text{sec}$

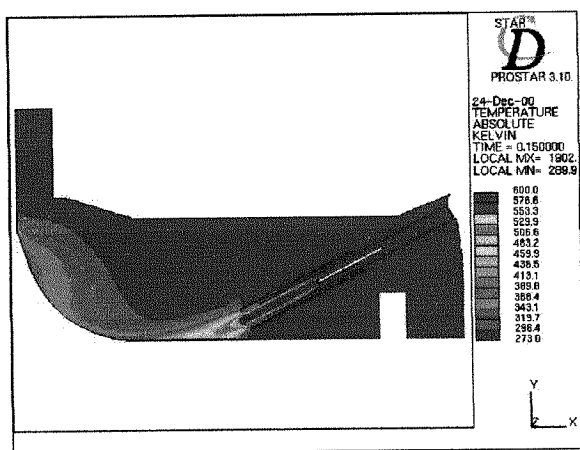


圖 4-5c  $t=0.15\text{sec}$

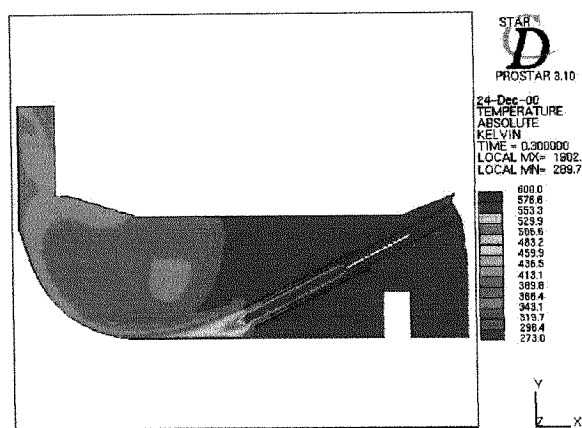


圖 4-5f  $t=0.30\text{sec}$

圖 4-5 飛彈位於中間發射箱發射後隨時間變化的溫度分佈圖

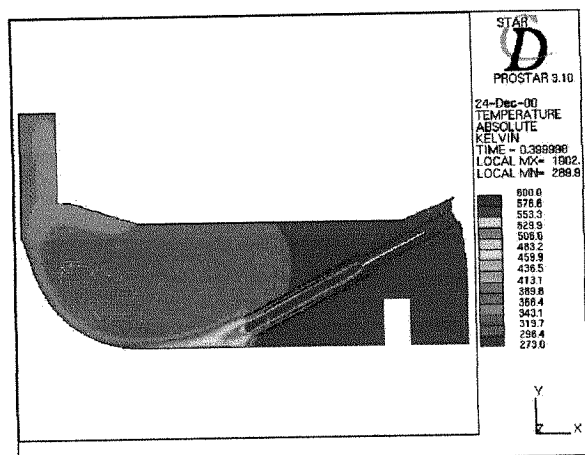


圖 4-5g t=0.40sec

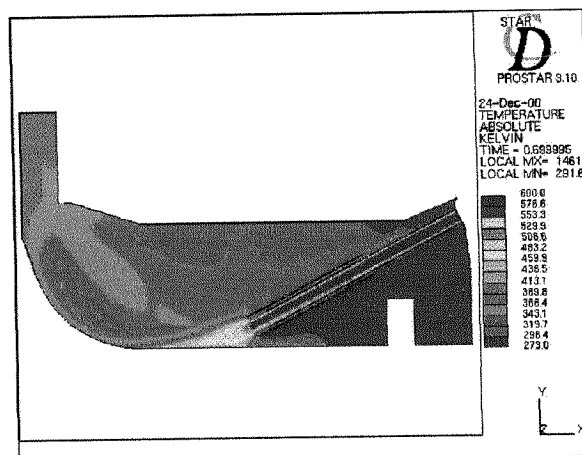


圖 4-5j t=0.70sec

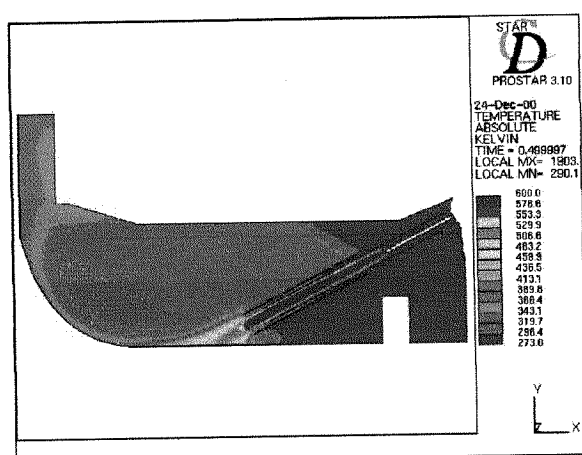


圖 4-5h t=0.50sec

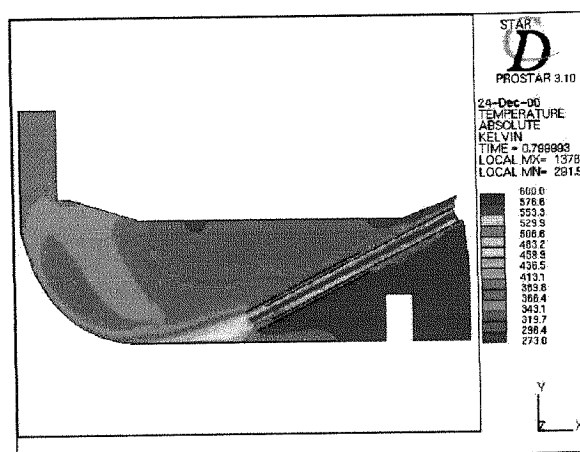


圖 4-5k t=0.80sec

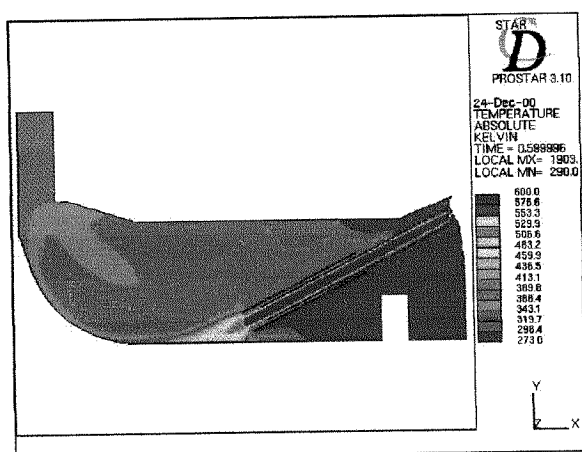


圖 4-5i t=0.60sec

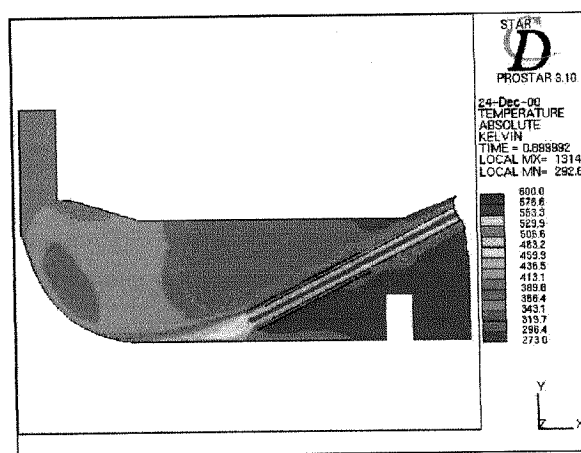


圖 4-5l t=0.90sec

圖 4-5 飛彈位於中間發射箱發射後隨時間變化的溫度分佈圖（續）

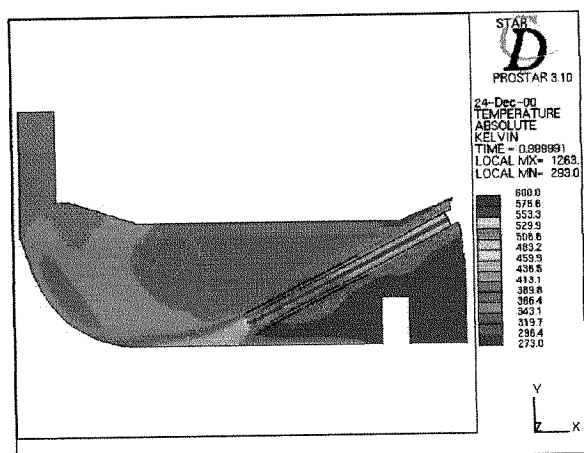


圖 4-5m  $t=1.00\text{sec}$

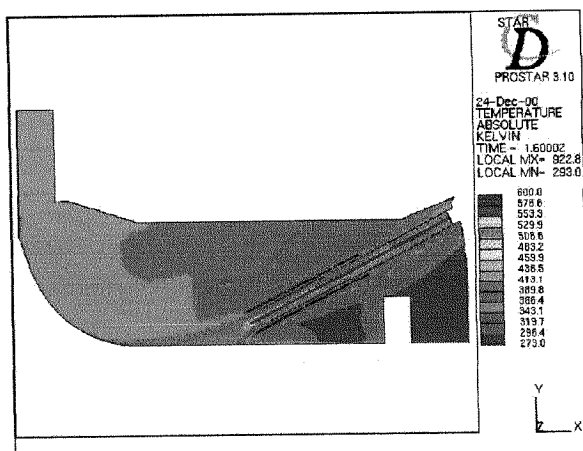


圖 4-5p  $t=1.60\text{sec}$

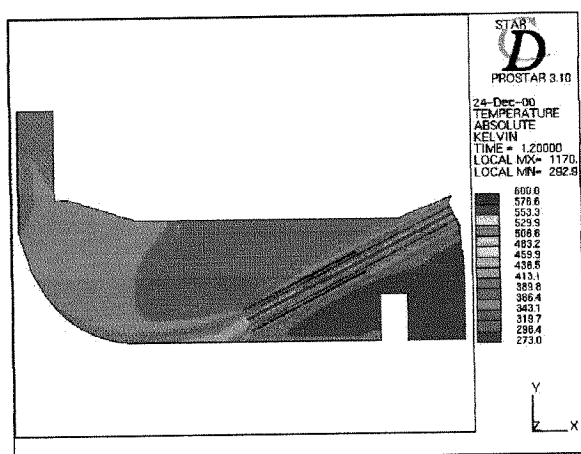


圖 4-5n  $t=1.20\text{sec}$

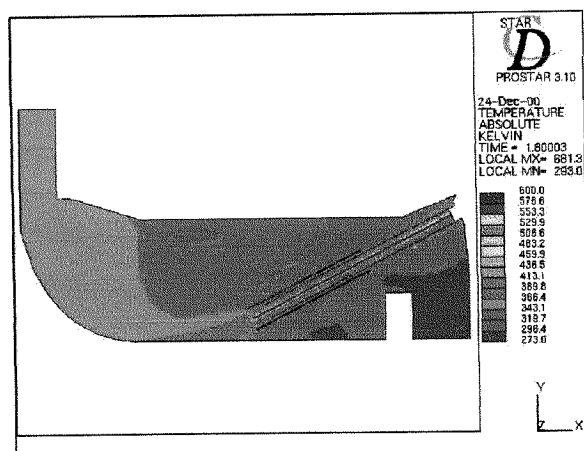


圖 4-5q  $t=1.80\text{sec}$

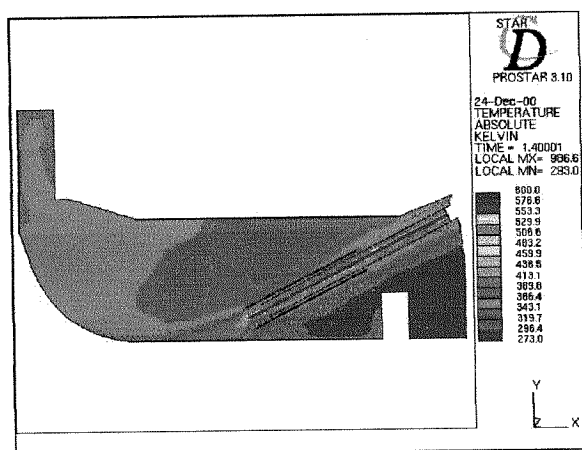


圖 4-5o  $t=1.40\text{sec}$

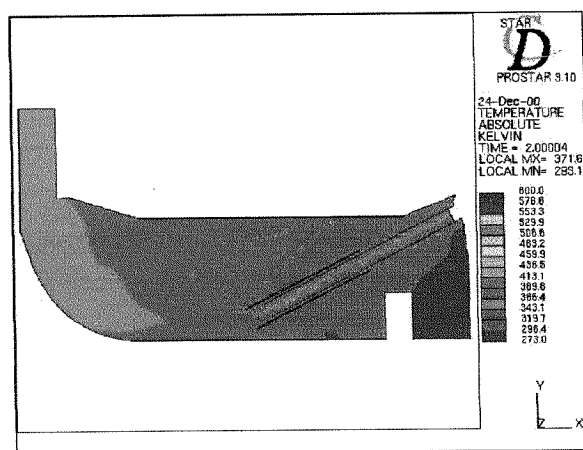


圖 4-5r  $t=2.00\text{sec}$

圖 4-5 飛彈位於中間發射箱發射後隨時間變化的溫度分佈圖（續）

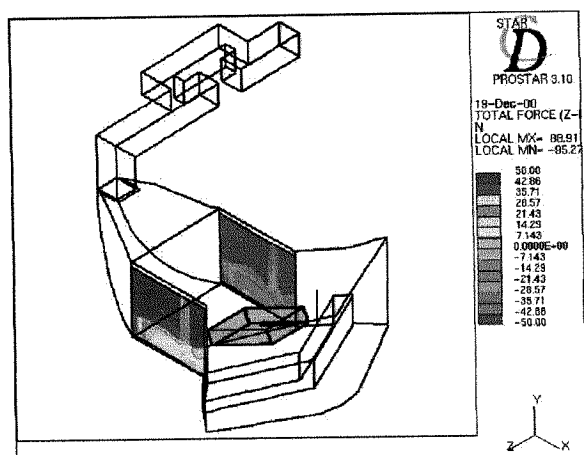


圖 4-6a  $t=0.05\text{sec}$

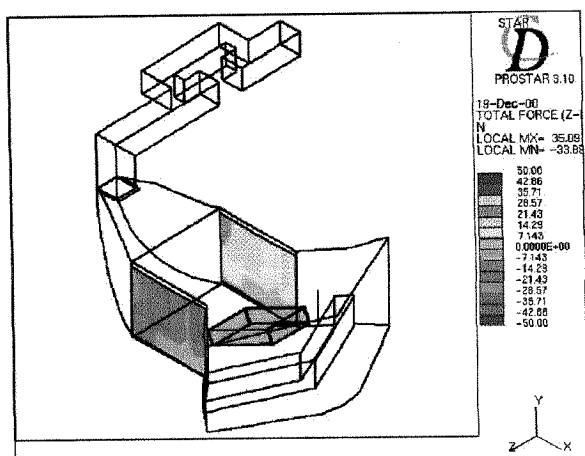


圖 4-6d  $t=0.20\text{sec}$

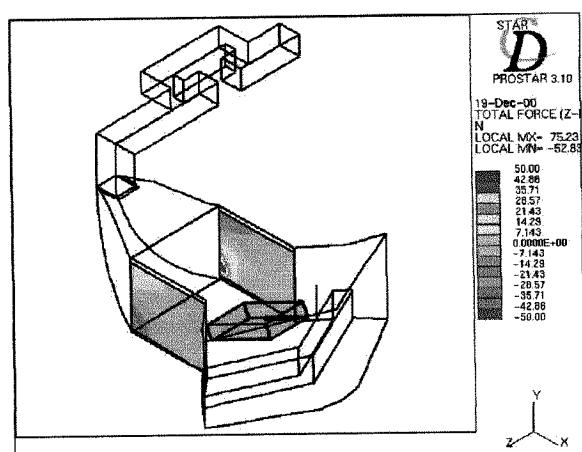


圖 4-6b  $t=0.10\text{sec}$

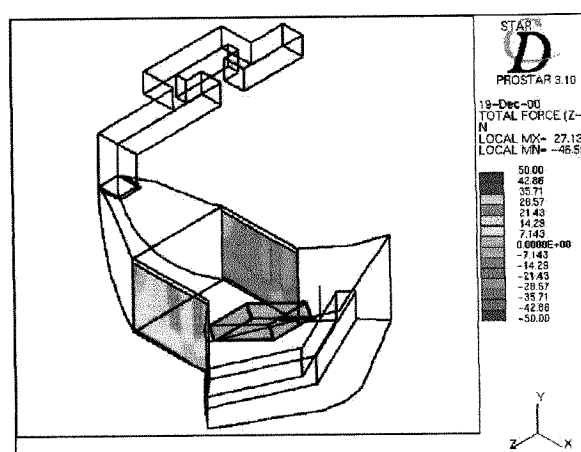


圖 4-6e  $t=0.25\text{sec}$

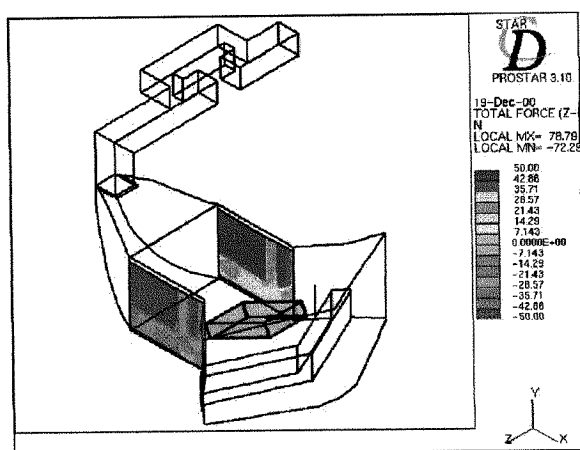


圖 4-6c  $t=0.15\text{sec}$

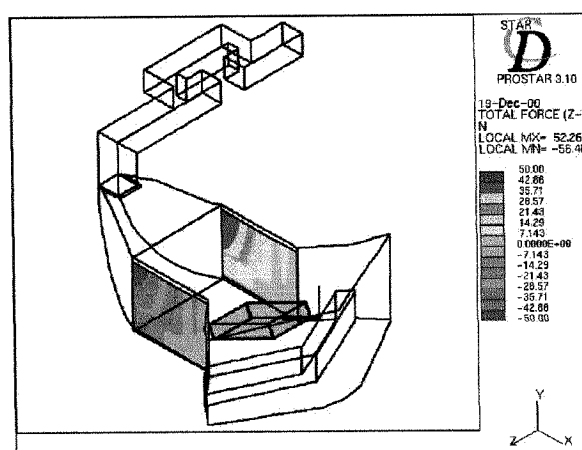


圖 4-6f  $t=0.30\text{sec}$

圖 4-6 飛彈位於中間發射箱發射後對發射室兩側壁面所受到垂直於壁面隨時間變化的受力分佈圖

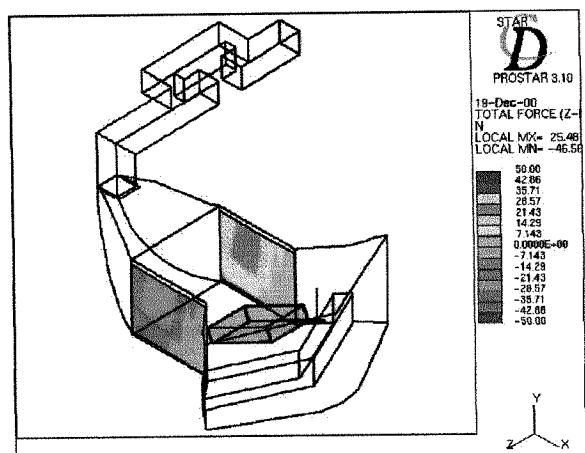


圖 4-6g  $t=0.40\text{sec}$

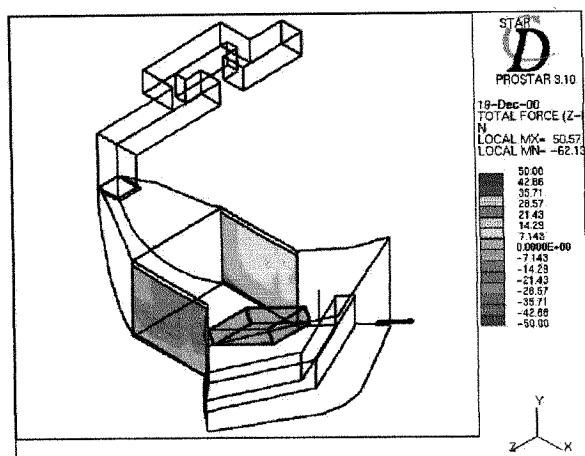


圖 4-6j  $t=0.70\text{sec}$

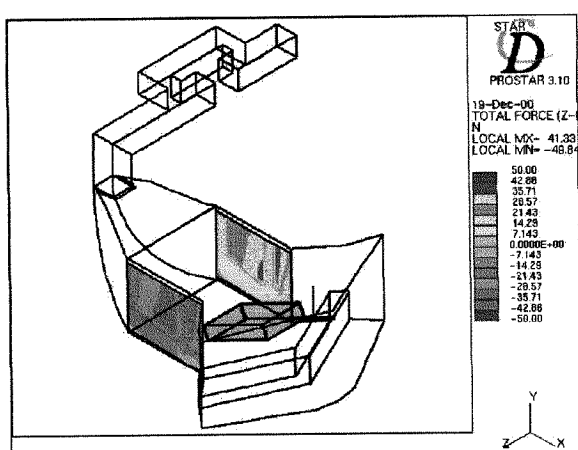


圖 4-6h  $t=0.50\text{sec}$

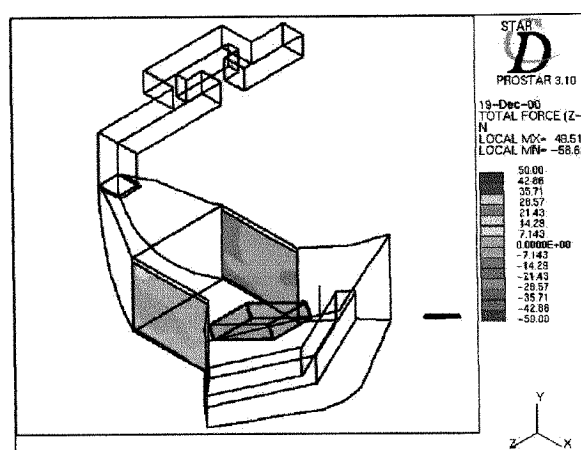


圖 4-6k  $t=0.80\text{sec}$

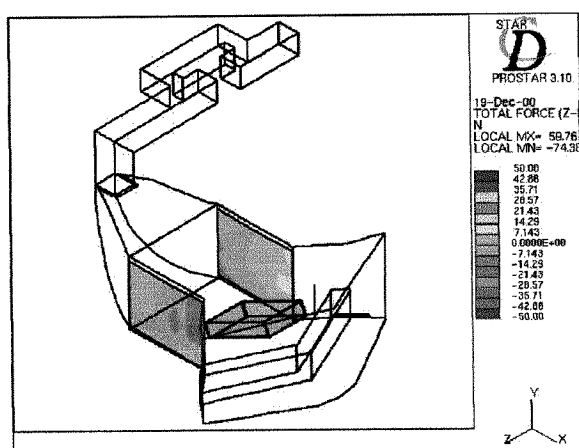


圖 4-6i  $t=0.60\text{sec}$

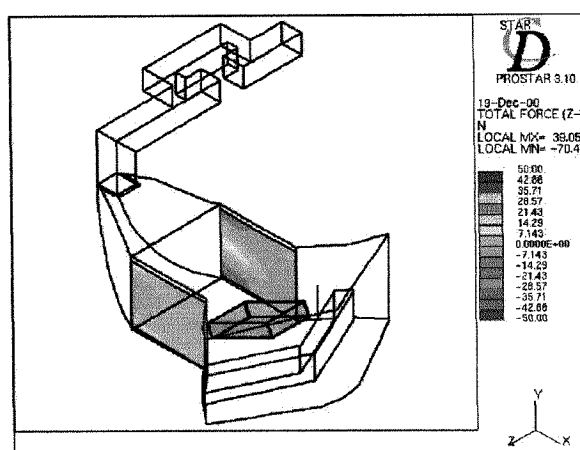


圖 4-6l  $t=0.90\text{sec}$

圖 4-6 飛彈位於中間發射箱發射後對發射室兩側壁面所受到垂直於壁面隨時間變化的受力分佈圖 (續)

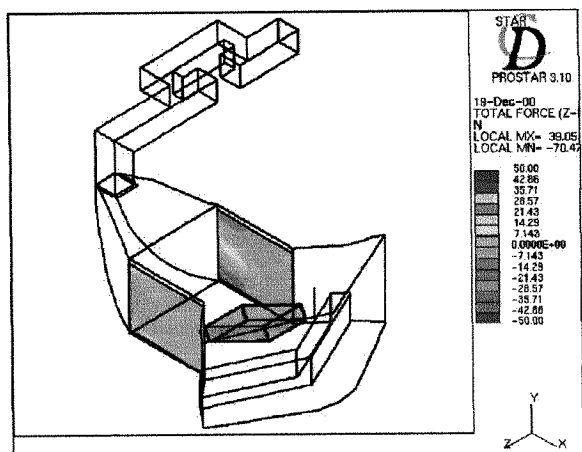


圖 4-6m  $t=1.00\text{sec}$

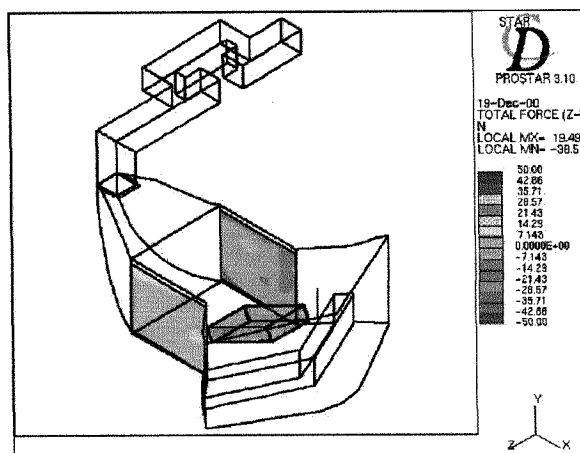


圖 4-6p  $t=1.60\text{sec}$

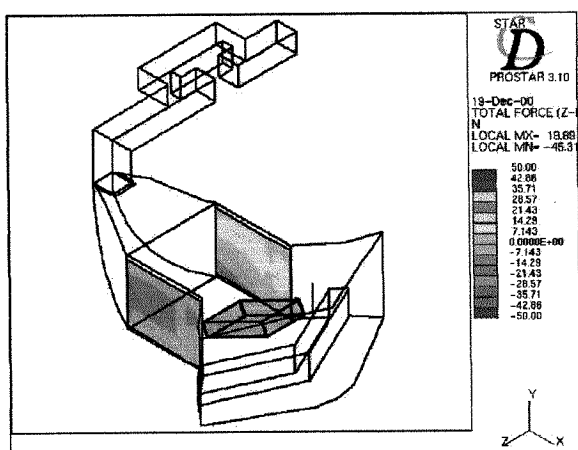


圖 4-6n  $t=1.20\text{sec}$

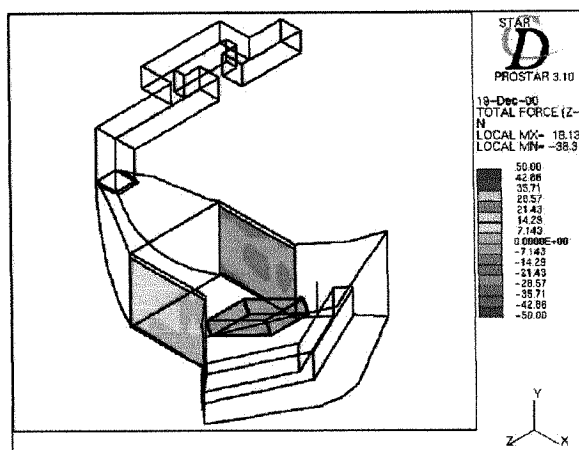


圖 4-6q  $t=1.80\text{sec}$

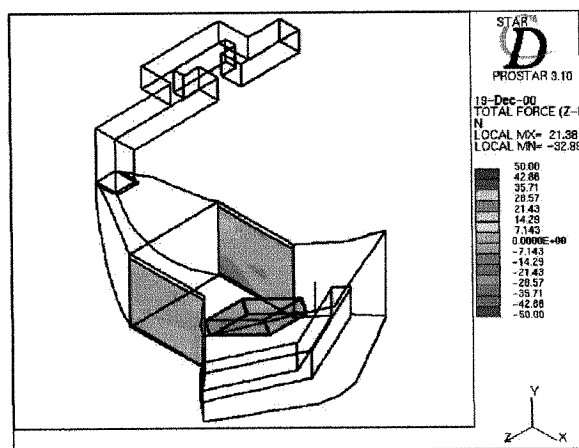


圖 4-6o  $t=1.40\text{sec}$

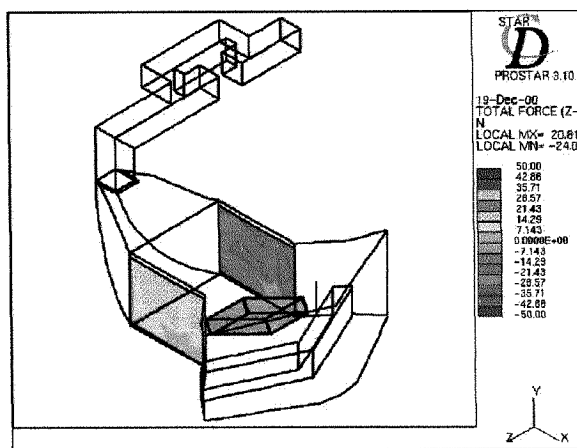


圖 4-6r  $t=2.00\text{sec}$

圖 4-6 飛彈位於中間發射箱發射後對發射室兩側壁面所受到垂直於壁面隨時間變化的受力分佈圖 (續)

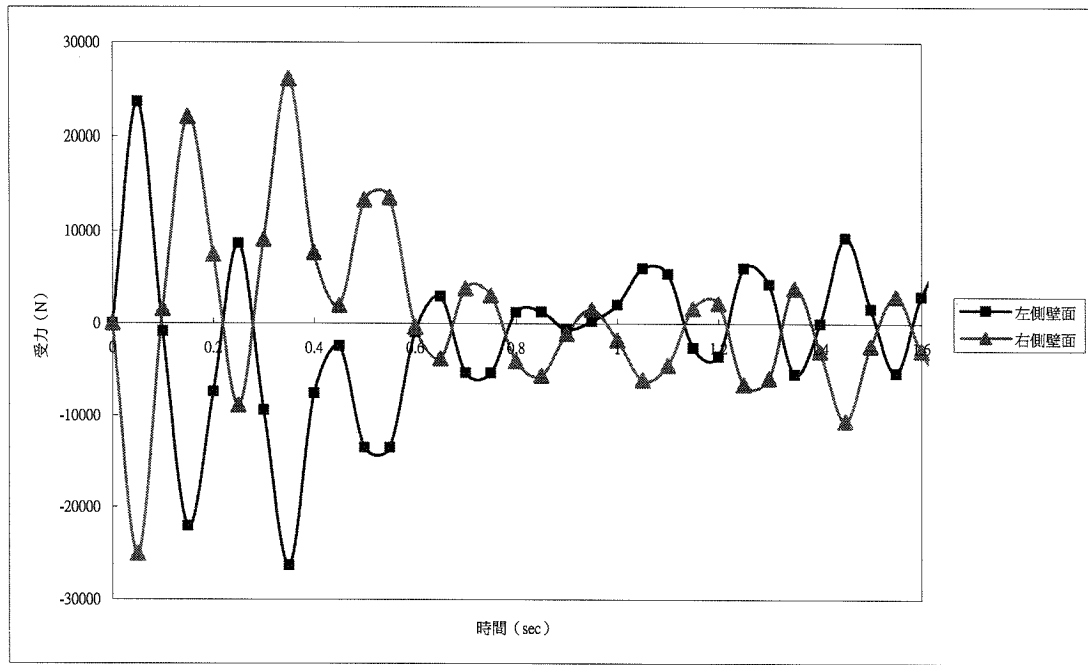


圖 4-7 飛彈位於兩側發射箱時壁面所受合力隨時間變化圖

#### 4-2 飛彈位於兩側發射箱

圖 4-8 是飛彈位於兩側發射箱發射後隨時間變化所產生的速度向量圖，就整體的變化的趨勢而言，位於兩側的發射箱與位於中央發射箱大致上是相同的狀況。當噴射氣流由飛彈尾部噴出至衝擊面後，沿著地面向後方流動，由於此時飛彈發射口和排氣管路並不在同一切面上，因此氣流不僅僅要沿著曲面向上流動，也要隨著漸縮壁面向中央流動，也因此造成氣體所形成的渦流區域比位於中央發射箱時還要大。當飛彈持續噴氣，部分未經由排氣管路排出的氣體又回到發射室內，飛彈位於兩側發射箱時，廢氣受到漸縮壁面的影響，回流氣體一部份向另一側流動，因此再回到此切面流場的廢氣較少。

圖 4-9 是飛彈位於兩側發射箱發射後隨時間變化所產生的壓力分佈圖，以飛彈發射初期的狀況中，位於兩側的發射箱與位於中央發射箱的壓力分佈情形大致上是相同的；大量氣體因飛彈噴器充滿發射室，產生瞬間的高壓，隨即氣體高速的流失，造成壓力迅速下降的現象，並產生負壓力的區域，在噴流持續的作用以及氣體回補的影響下，壓力值再度回升，之後壓力即呈現震盪的趨勢。飛彈在位於兩側的發射箱，由於距離兩側壁面較近，在發射室後端向內漸縮的區域時，如同噴流在發射箱後的地面上直接衝擊造成得高壓區域，噴流對於漸縮壁面所產生的衝擊效應，造成壓力值在接近底面時會產生比較高壓的區域。

圖 4-10 是飛彈位於兩側發射箱發射後隨時間變化所產生的溫度分佈圖，與前述狀況相似，當發射初期，高溫的氣體充滿發射室的後方底部，之後高溫的區域隨著噴流流場的帶動，沿著發射室後方的壁面逐漸擴展範圍，之後部分氣體回流增強、熱對流的效應，逐漸在發射室內擴大高溫區域。當飛彈脫離發射箱後，部分高溫氣流未經過發射箱，直接進入發射室內，並且發射箱上下區域產生高溫區域。

圖 4-11 是飛彈位於兩側發射箱發射後對發射室兩側壁面所受到垂直於壁面隨時間變化的受力分佈圖，圖的表示方式與圖 4-6 相同利用力的量值正負表示受力的方向，受力方向 $+Z$ 方向為正， $-Z$ 方向為負。圖 4-11a 所顯示當飛彈發射

後 0.05 秒時兩側壁面受 Z 方向力的分佈情形，當飛彈發射的初期，如同飛彈位於中間發射箱的情形相似，大量氣體進入發射室內，造成兩側壁面受到極大的向外推力，然而此時飛彈是位於兩側的偏右側發射箱所發射的，由圖上可以觀察到兩側壁面儘管受力分佈是相似的，然而受力的大小量值卻是有明顯的不同，在右側壁面所受力大小極大值可達到左側壁面受力的 1.5 倍。

圖 4-11b-f 顯示當飛彈發射後 0.1 秒到 0.3 時，兩側壁面受 Z 方向力分佈的變化情形，整體的變化情形與前述飛彈位於中間發射箱的情形相似，在氣體高速流動的影響之下，受力逐漸改變，由原本向外的推力變成向內的拉力，隨後在發射室內的流場影響之下，兩側壁面受力再度由向內的拉力變成向外的推力；雖然在圖 4-11b-f 受力分佈的情況與圖 4-6b-f 相似，但可以清楚的發現在靠近飛彈的一側壁面所受力的值，不論是向內的拉力或是向外的推力都大於飛彈位於中間發射箱時同側壁面所受的力，反之，距離飛彈較遠一側的飛彈，其受力的值就較飛彈位於中間發射箱時同側壁面小。除此之外，飛彈噴煙所產生的噴射氣流在衝擊地面之後，將會成扇形向後方流動，以致於對壁面會產生衝擊的效應，然而當飛彈位於中央發射箱時，由於距離較遠，能衝擊到壁面氣流的量與強度均不夠大，因此在壁面受力中並不能明顯的被觀察到；然而，當飛彈位於兩側時，靠近飛彈一側的壁面，受到飛彈噴煙產生所造成衝擊效應就比較明顯，儘管在大部分壁面壓力呈現推、拉力交互作用的情形，但是在靠近發射室底部接近漸縮區段的區域可以發現呈現向外的推力。

圖 4-11f-o 分別顯示時間 0.4 秒到 1.2 秒時兩側壁面受 Z 方向力的分佈情形，由圖可以觀察到飛彈由脫離發射箱，到離開發射室並且逐漸遠離的過程；如同飛彈位於中央發射箱，此段時間飛彈發射室兩側壁面受力呈現著震盪變化的趨勢；當飛彈飛離發射箱後，飛彈所產生的噴射氣流不再限制需經由發射箱噴出，部分噴射氣體直接並牽引著外界氣體進入到發射室內，此高速氣流對於位於靠近飛彈一側的壁面所產生的吸引效應更為明顯，如同圖 4-11i,j 所示，在發射室入口附近的壁面，產生向內的吸引力，然而，此時位於飛彈發射室後方的壁面底部，除了

有之前所討論的衝擊效應之外，未經過發射箱的氣流，也增加此區域的衝擊效應，使得發射室後方底面的壁面，受向外推力的程度更為明顯。之後在飛彈逐漸遠離的情況下，壓力變化震盪的幅度逐漸降低。

圖 4-12 顯示飛彈位於兩側發射箱時，兩側壁面的受力總和隨著時間變化的情形，本圖以 0.05 秒為一單位截取 0.05 秒到 1.2 秒之間壁面受力總和隨時間變化；當發射初期大量氣體充滿發射室，兩側壁面受到向外的推力，隨後在高速氣流影響下成為向內拉力，之後又在氣流影響下再成為向外推力；在回流氣體、飛彈飛出發射室後噴流等的影響下，兩側壁面呈現向內的拉力，然而其值仍呈現震盪變化，最後在飛彈逐漸飛離發射室，壁面受力逐漸變小並呈現拉推力震盪變化的情形。由圖中可以清楚的觀察到兩側壁面受力變化的情形十分相似，然而靠近飛彈側的壁面不論受到向外的推力或者是向內的推力均大於另一側壁面的受力。

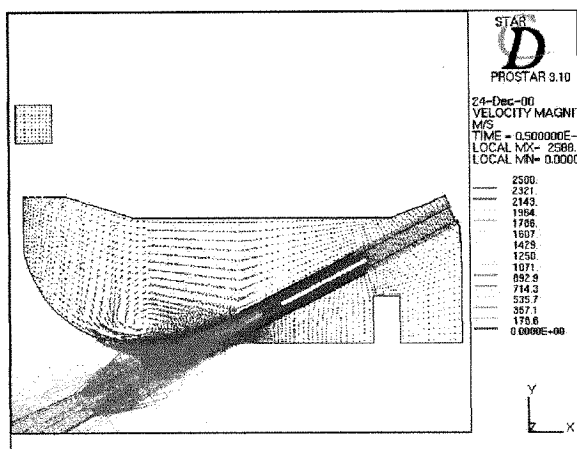


圖 4-8a  $t=0.05\text{sec}$

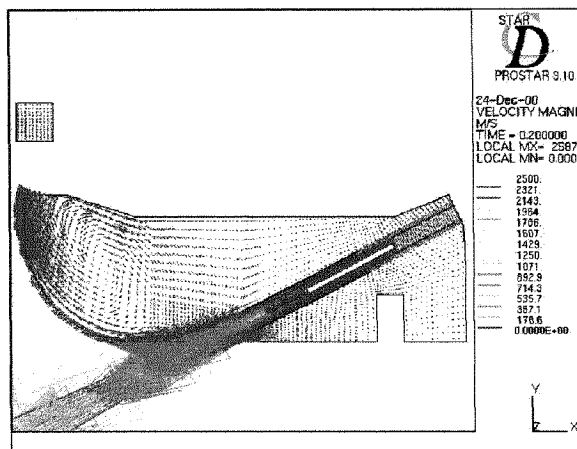


圖 4-8d  $t=0.20\text{sec}$

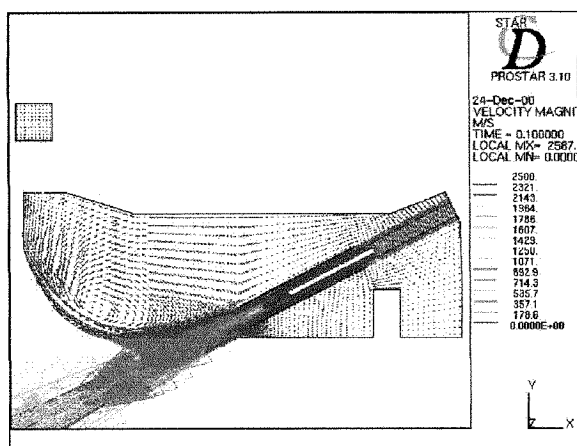


圖 4-8b  $t=0.10\text{sec}$

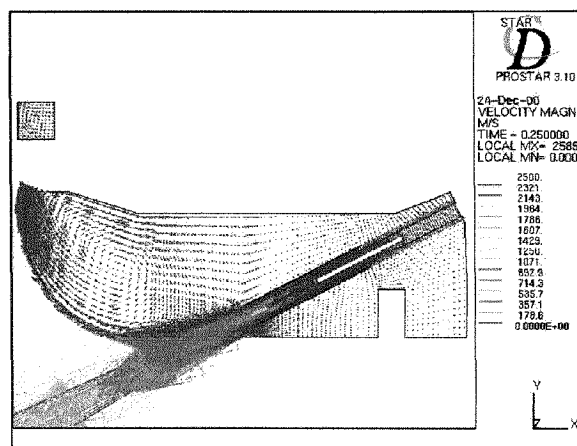


圖 4-8e  $t=0.25\text{sec}$

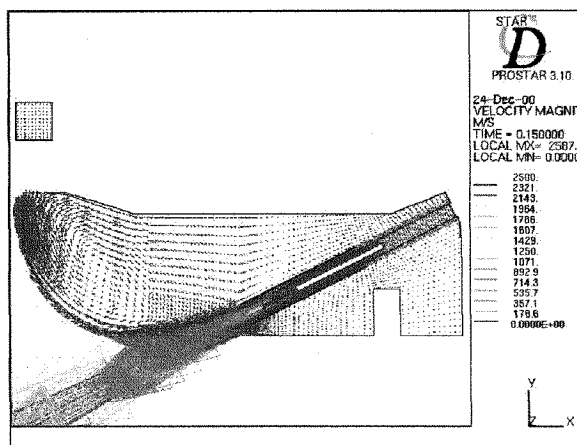


圖 4-8c  $t=0.15\text{sec}$

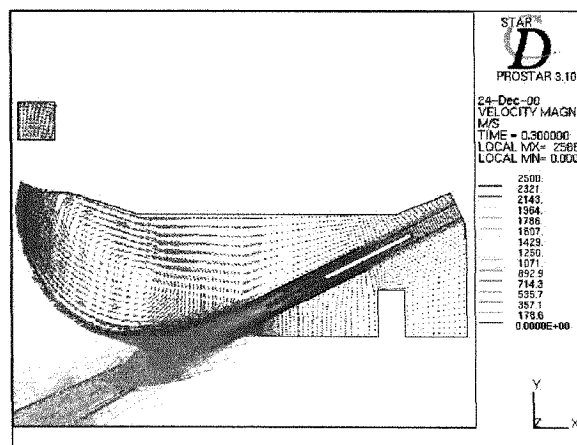


圖 4-8f  $t=0.30\text{sec}$

圖 4-8 飛彈位於兩側發射箱發射後隨時間變化的速度向量圖

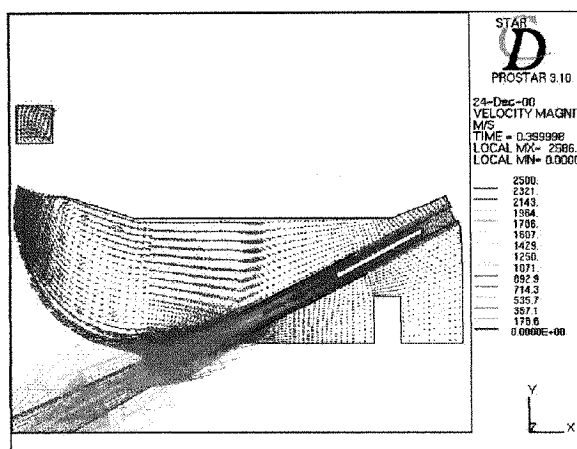


圖 4-8g  $t=0.40\text{sec}$

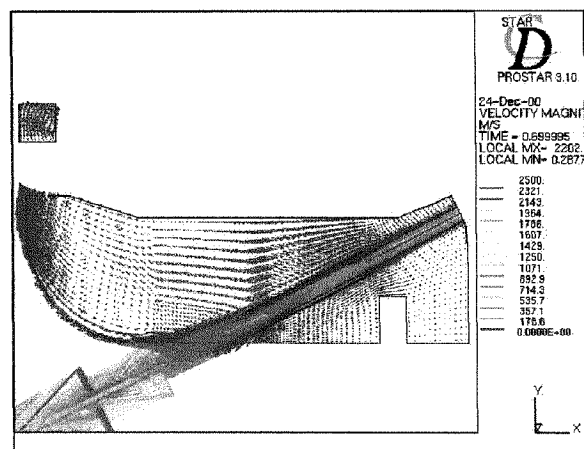


圖 4-8j  $t=0.70\text{sec}$

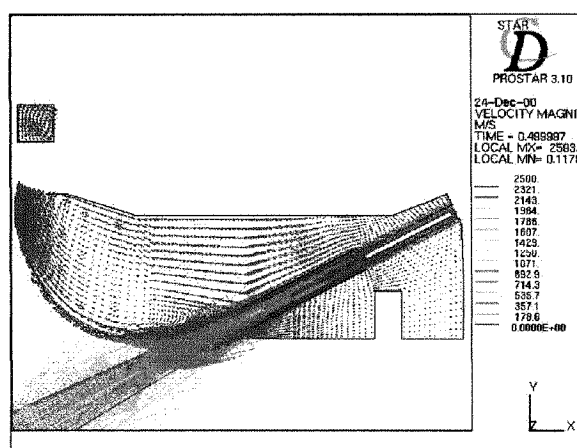


圖 4-8h  $t=0.50\text{sec}$

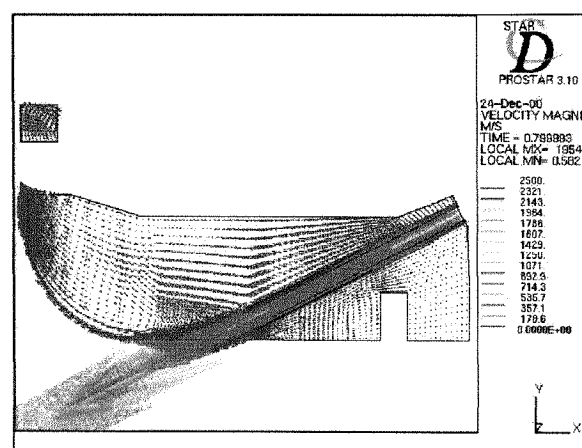


圖 4-8k  $t=0.80\text{sec}$

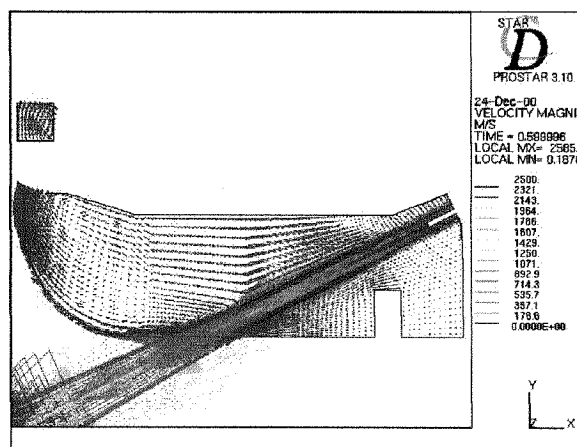


圖 4-8i  $t=0.60\text{sec}$

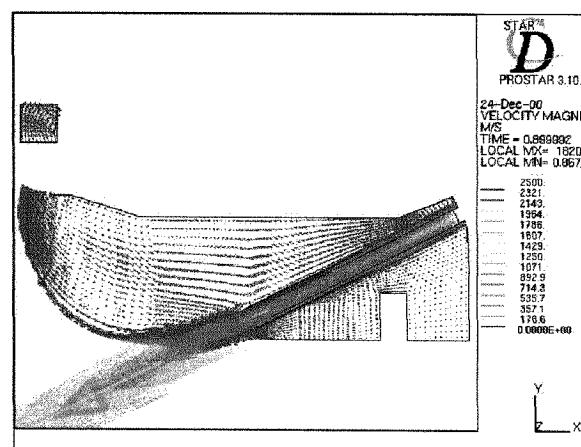


圖 4-8l  $t=0.90\text{sec}$

圖 4-8 飛彈位於兩側發射箱發射後隨時間變化的速度向量圖（續）

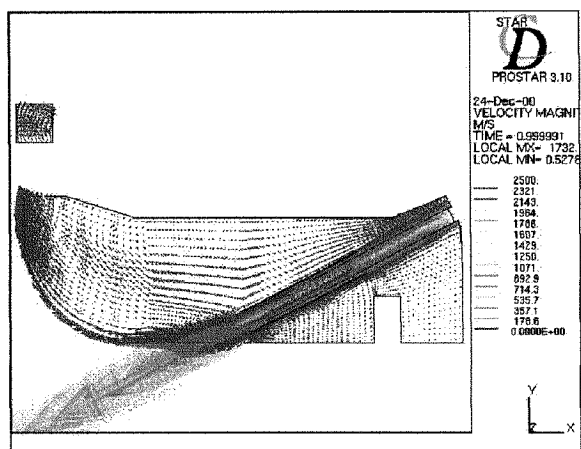


圖 4-8m  $t=1.00\text{sec}$

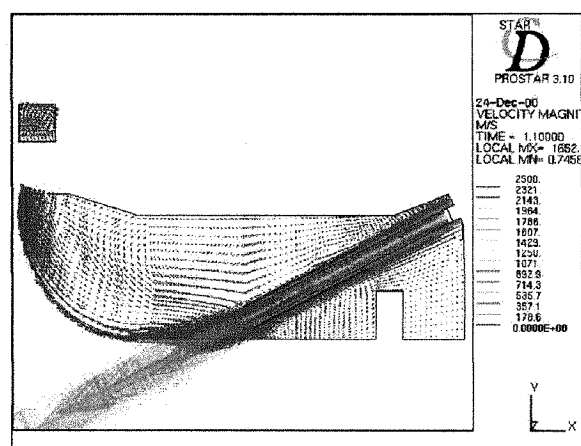


圖 4-8n  $t=1.10\text{sec}$

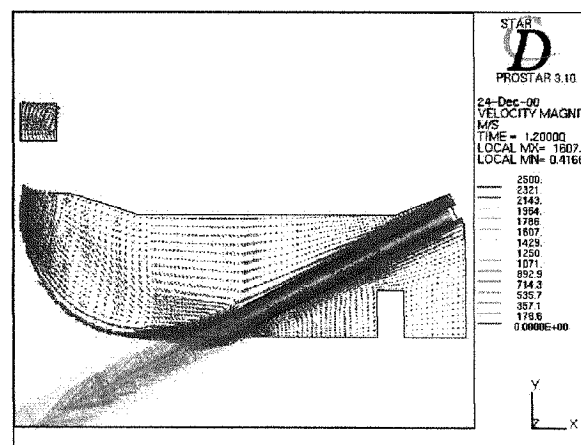


圖 4-8o  $t=1.20\text{sec}$

圖 4-8 飛彈位於兩側發射箱發射後隨時間變化的速度向量圖（續）

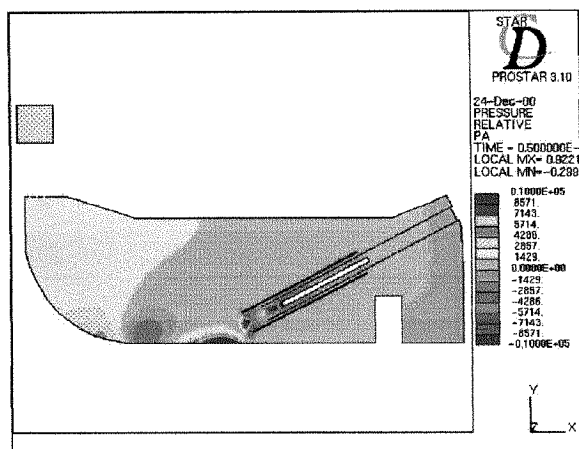


圖 4-9a  $t=0.05\text{sec}$

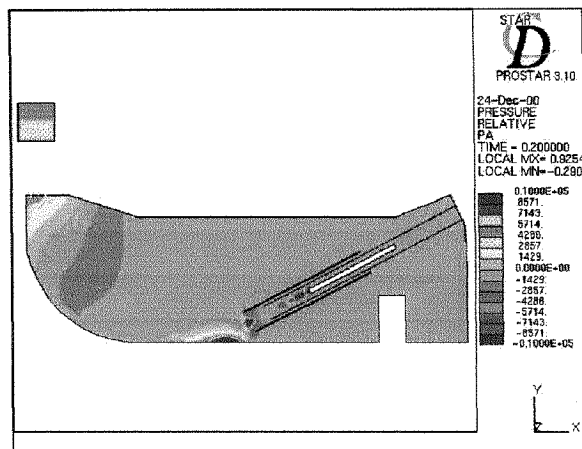


圖 4-9d  $t=0.20\text{sec}$

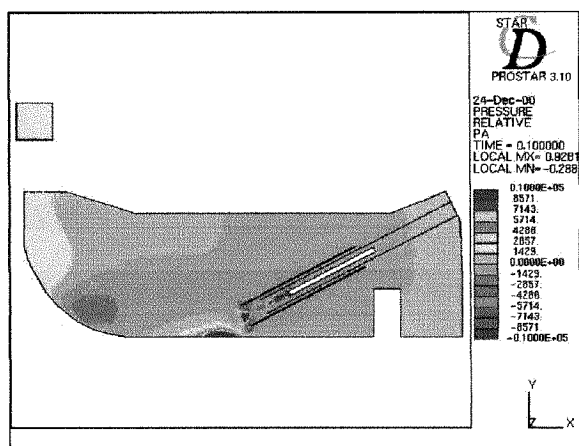


圖 4-9b  $t=0.10\text{sec}$

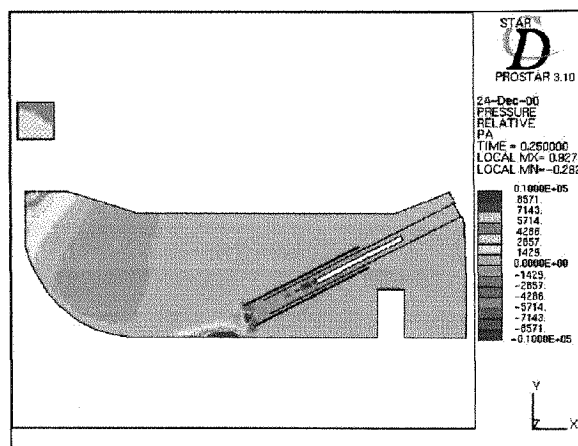


圖 4-9e  $t=0.25\text{sec}$

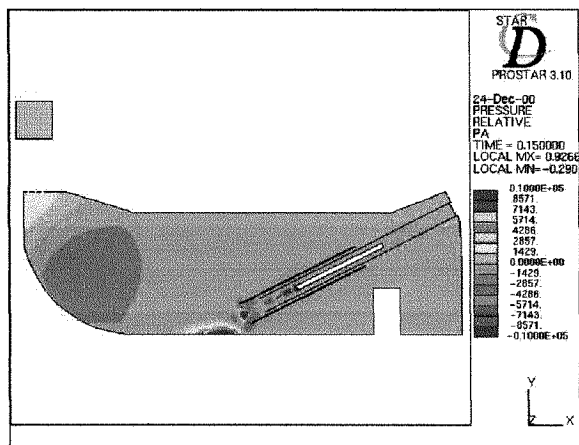


圖 4-9c  $t=0.15\text{sec}$

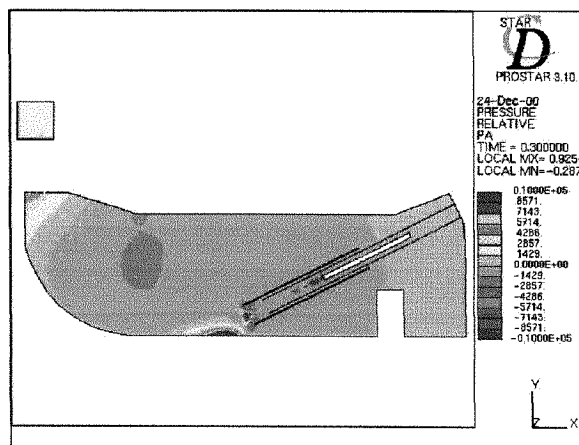


圖 4-9f  $t=0.30\text{sec}$

圖 4-9 飛彈位於兩側發射箱發射後隨時間變化的壓力分佈圖

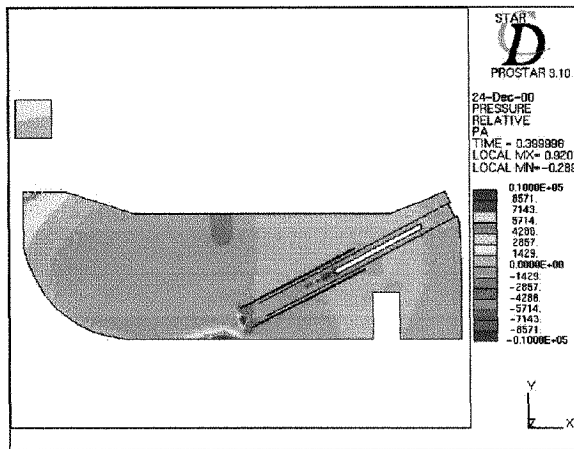


圖 4-9g  $t=0.40\text{sec}$

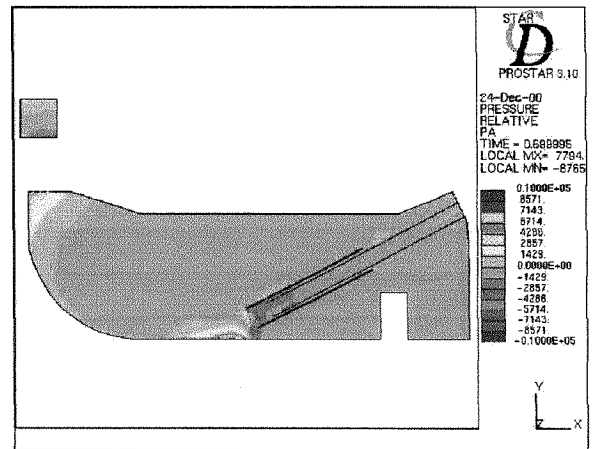


圖 4-9j  $t=0.70\text{sec}$

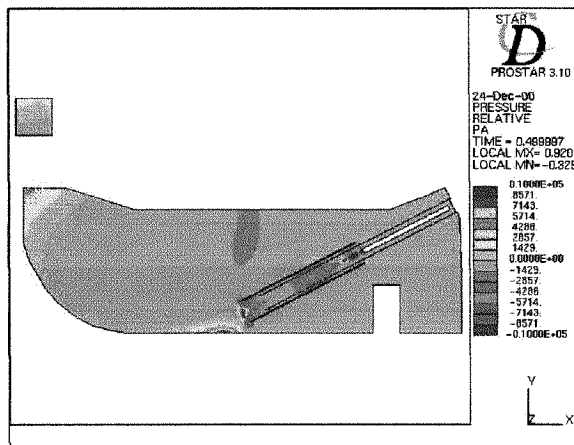


圖 4-9h  $t=0.50\text{sec}$

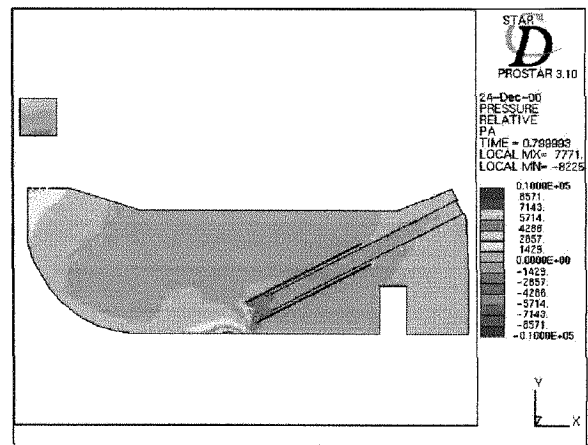


圖 4-9k  $t=0.80\text{sec}$

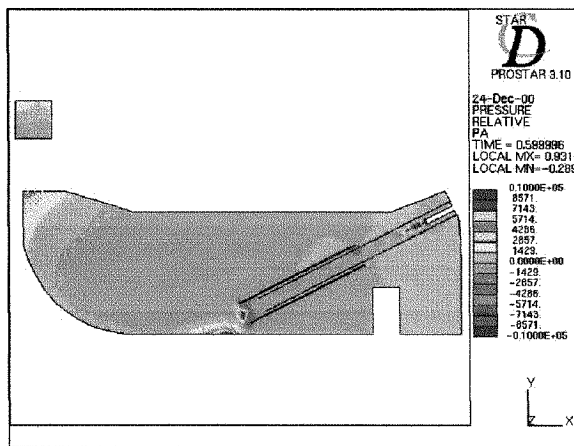


圖 4-9i  $t=0.60\text{sec}$

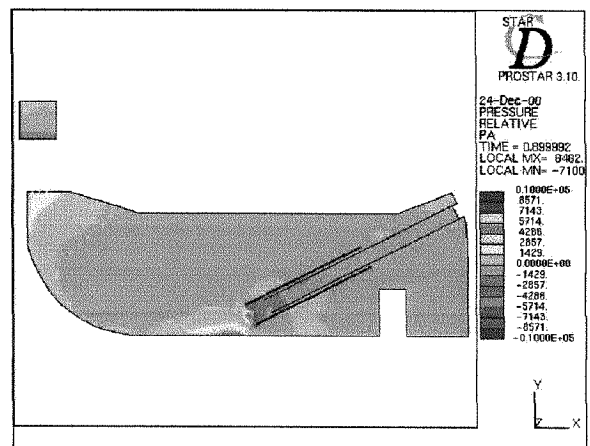


圖 4-9l  $t=0.90\text{sec}$

圖 4-9 飛彈位於兩側發射箱發射後隨時間變化的壓力分佈圖（續）

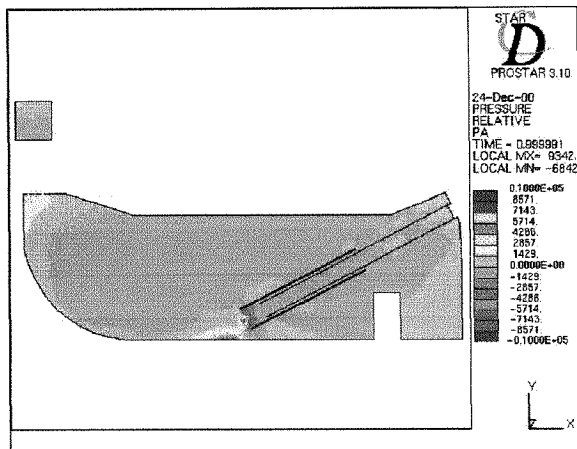


圖 4-9m  $t=1.00\text{sec}$

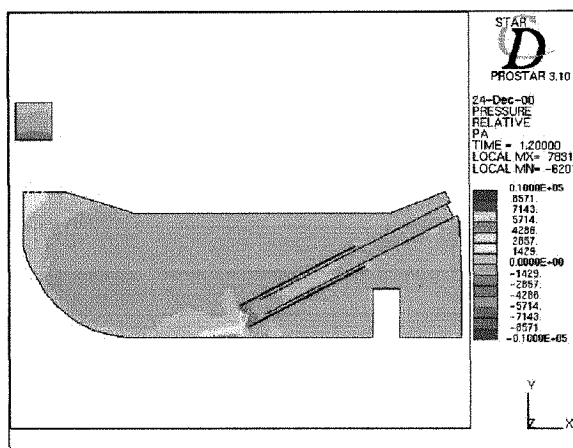


圖 4-9n  $t=1.10\text{sec}$

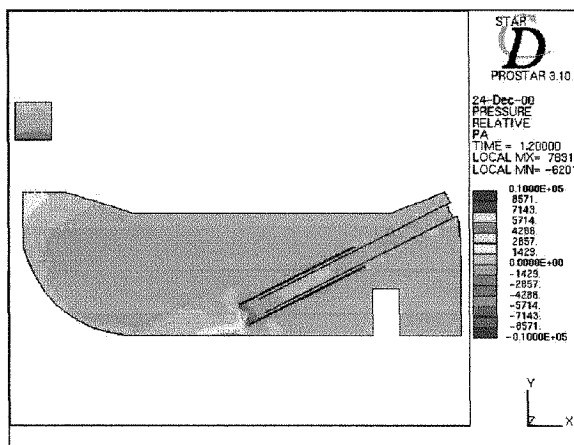


圖 4-9o  $t=1.20\text{sec}$

圖 4-9 飛彈位於兩側發射箱發射後隨時間變化的壓力分佈圖（續）

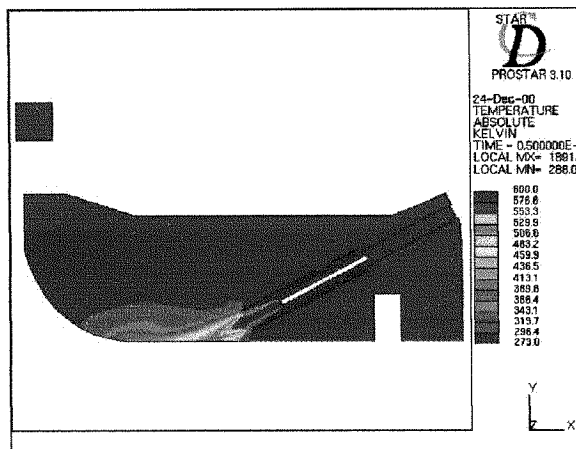


圖 4-10a  $t=0.05\text{sec}$

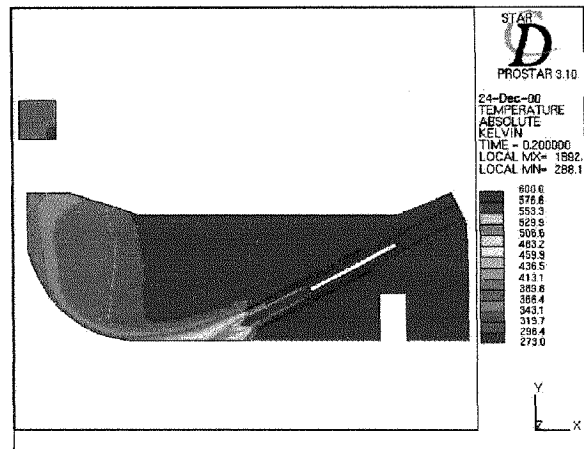


圖 4-10d  $t=0.20\text{sec}$

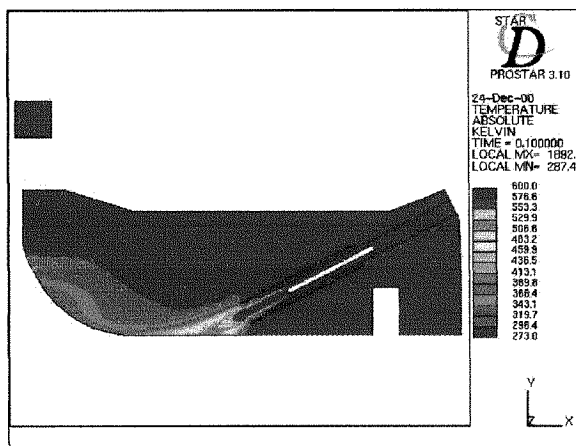


圖 4-10b  $t=0.10\text{sec}$

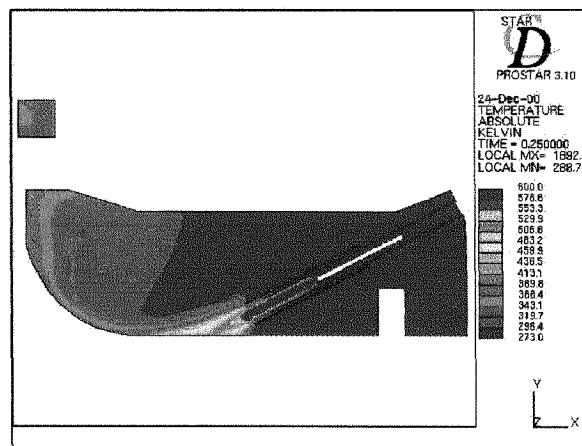


圖 4-10e  $t=0.25\text{sec}$

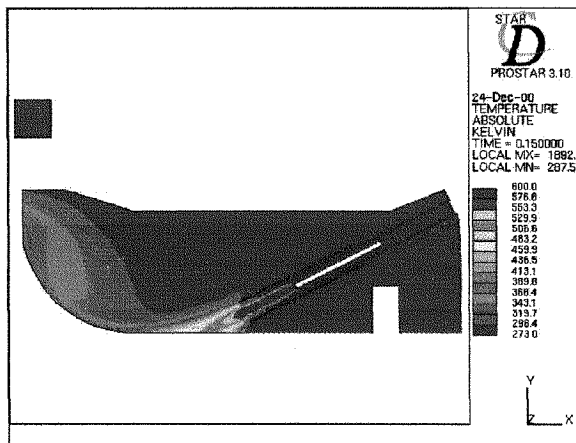


圖 4-10c  $t=0.15\text{sec}$

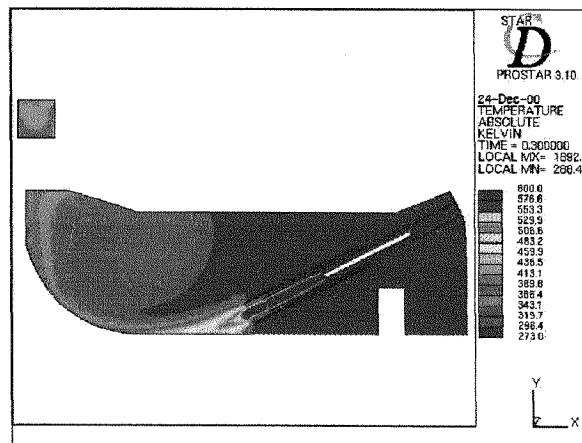


圖 4-10f  $t=0.30\text{sec}$

圖 4-10 飛彈位於兩側發射箱發射後隨時間變化的溫度分佈圖

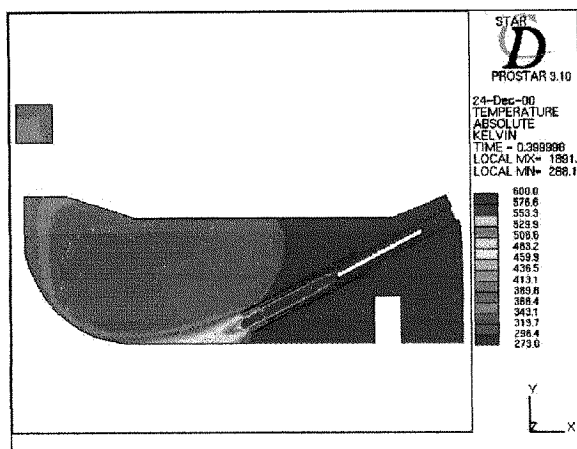


圖 4-10g  $t=0.40\text{sec}$

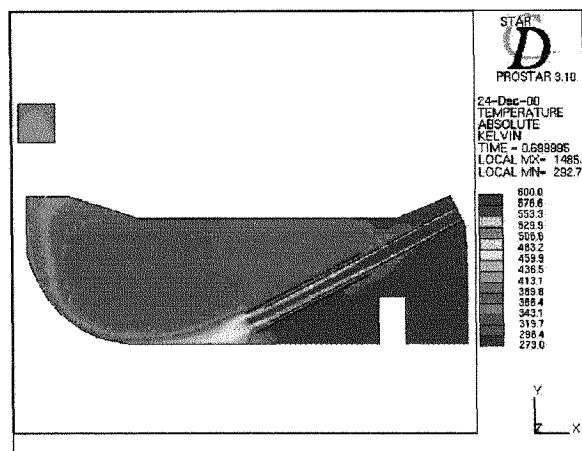


圖 4-10j  $t=0.70\text{sec}$

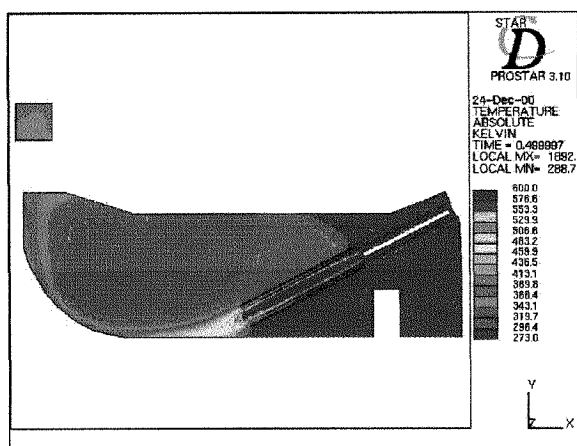


圖 4-10h  $t=0.50\text{sec}$

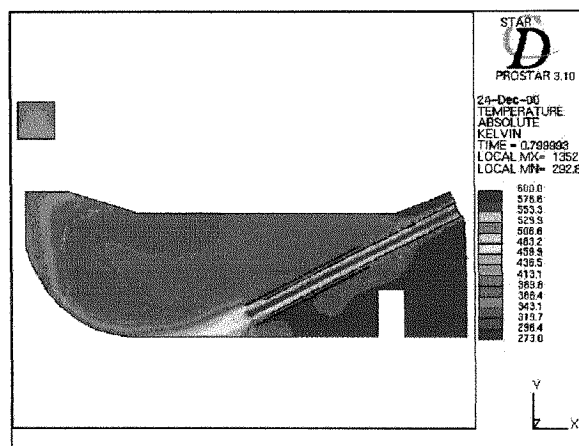


圖 4-10k  $t=0.80\text{sec}$

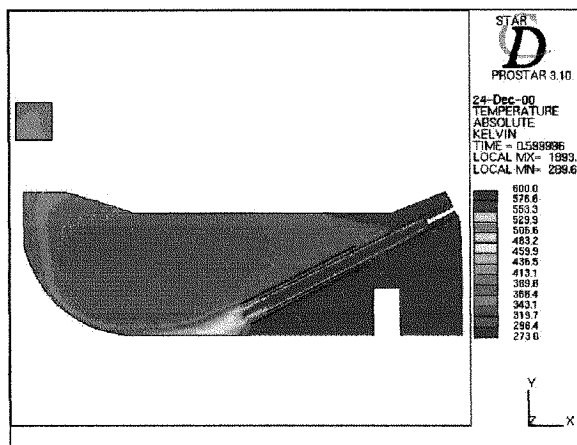


圖 4-10i  $t=0.60\text{sec}$

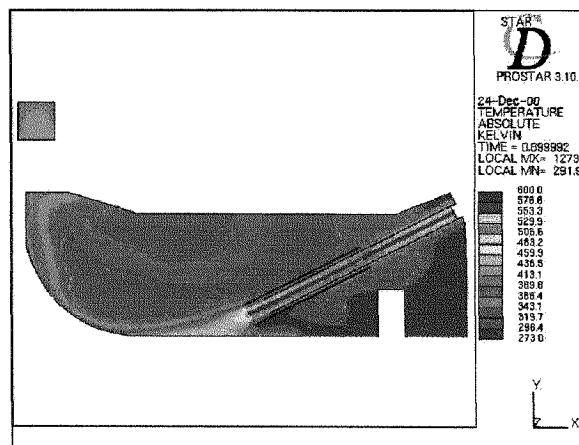


圖 4-10l  $t=0.90\text{sec}$

圖 4-10 飛彈位於兩側發射箱發射後隨時間變化的溫度分佈圖（續）

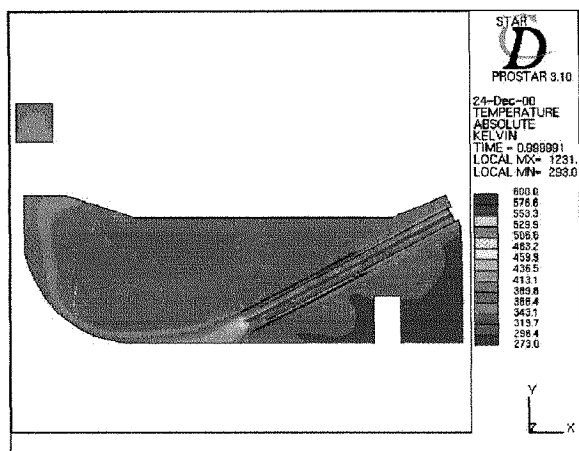


圖 4-10m  $t=1.00\text{sec}$

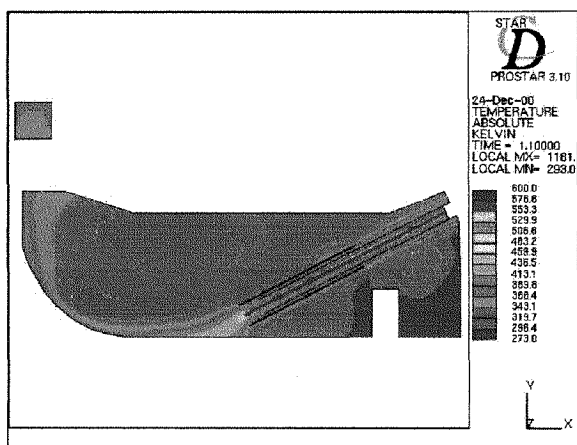


圖 4-10n  $t=1.10\text{sec}$

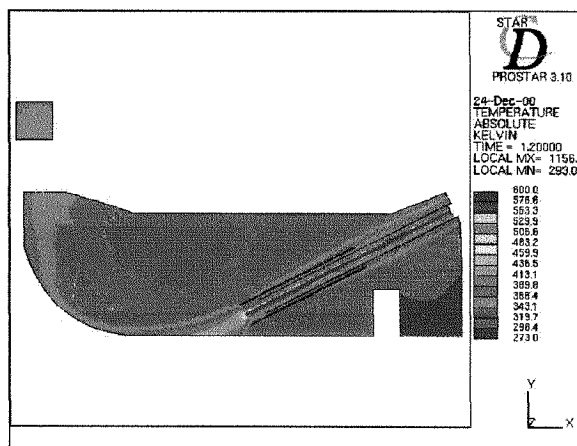


圖 4-10o  $t=1.20\text{sec}$

圖 4-10 飛彈位於兩側發射箱發射後隨時間變化的溫度分佈圖（續）

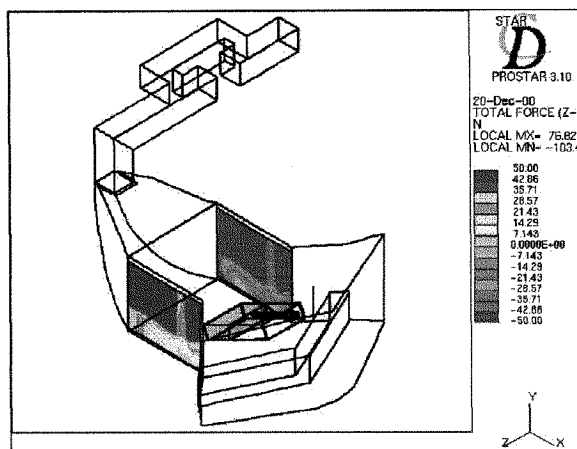


圖 4-11a  $t=0.05\text{sec}$

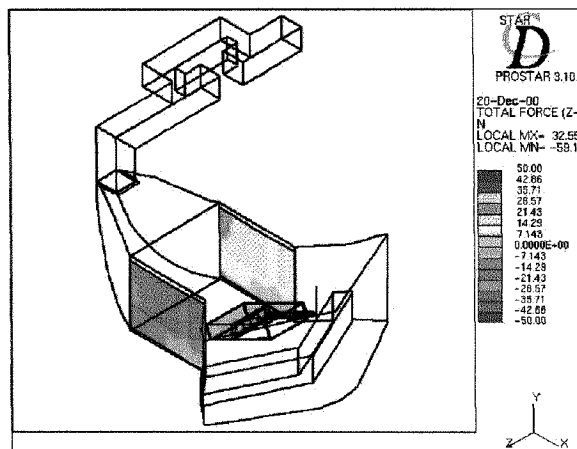


圖 4-11d  $t=0.20\text{sec}$

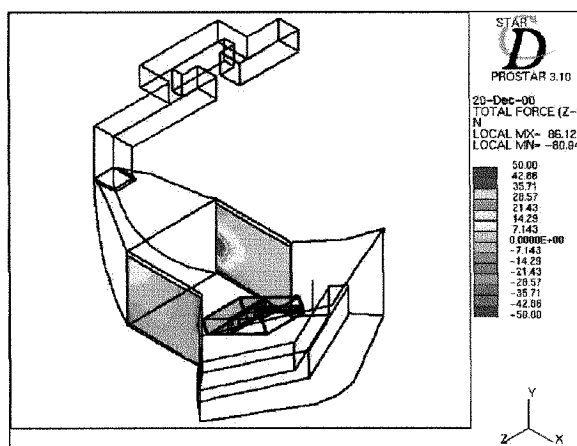


圖 4-11b  $t=0.10\text{sec}$

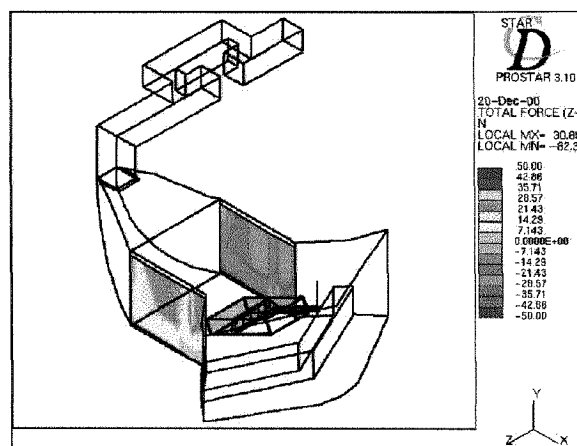


圖 4-11e  $t=0.25\text{sec}$

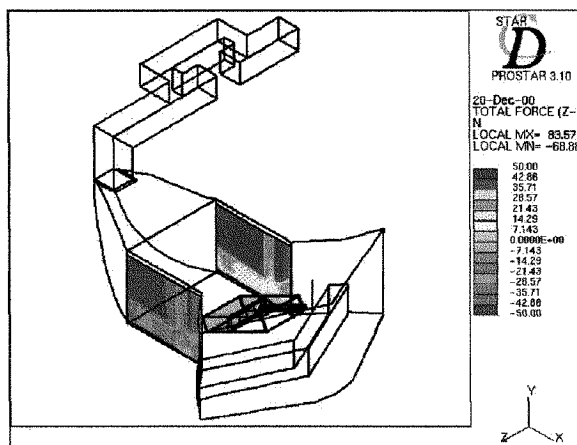


圖 4-11c  $t=0.15\text{sec}$

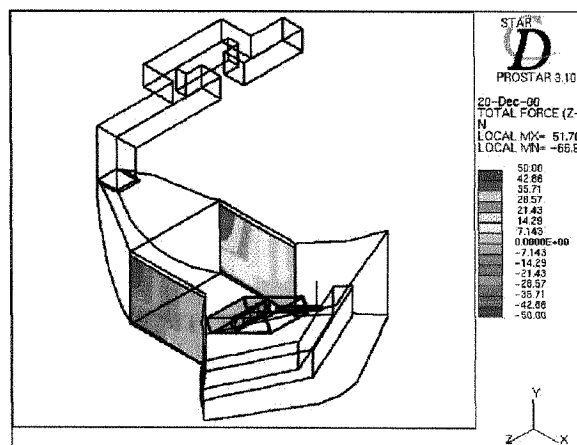


圖 4-11f  $t=0.30\text{sec}$

圖 4-11 飛彈位於兩側發射箱發射後對發射室兩側壁面所受到垂直於壁面隨時間變化的受力分佈圖

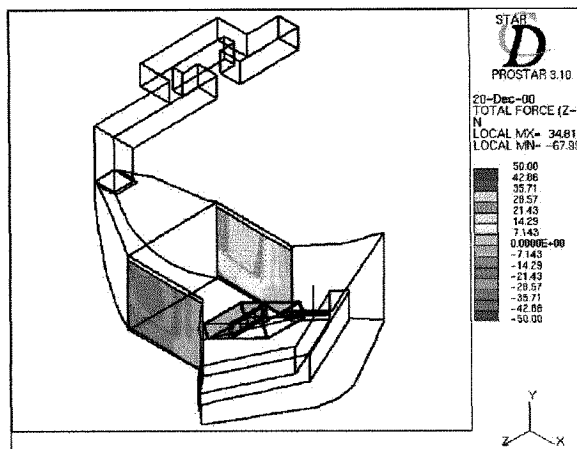


圖 4-11g  $t=0.40\text{sec}$

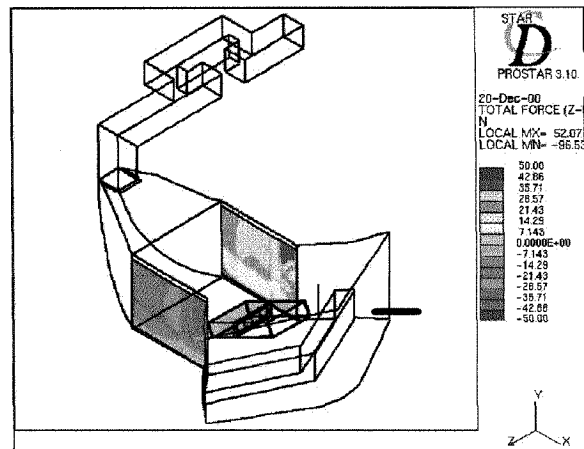


圖 4-11j  $t=0.70\text{sec}$

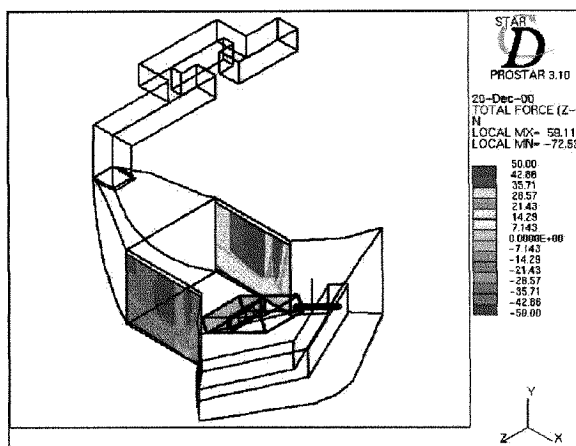


圖 4-11h  $t=0.50\text{sec}$

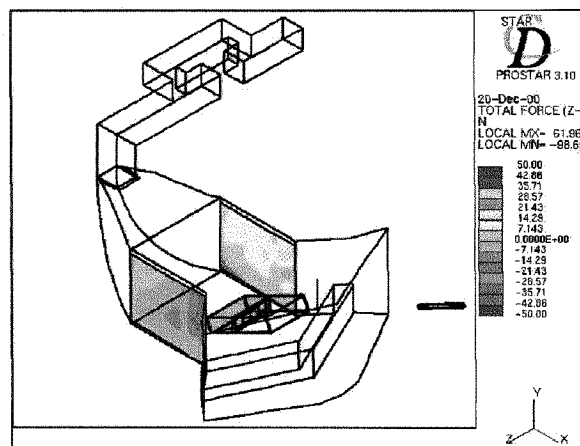


圖 4-11k  $t=0.80\text{sec}$

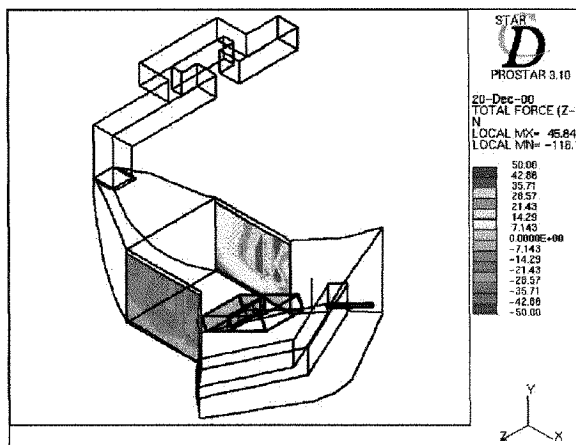


圖 4-11i  $t=0.60\text{sec}$

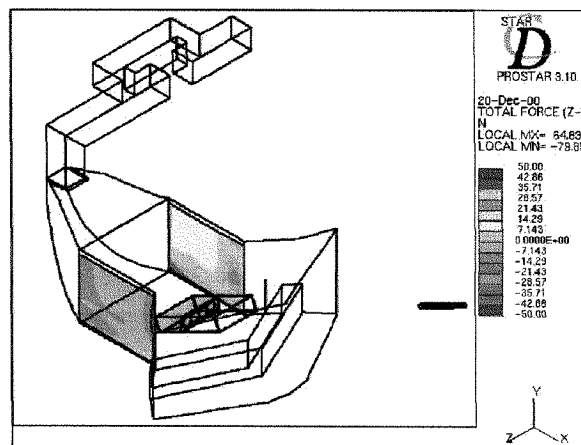


圖 4-11l  $t=0.90\text{sec}$

圖 4-11 飛彈位於兩側發射箱發射後對發射室兩側壁面所受到垂直於壁面隨時間變化的受力分佈圖 (續)

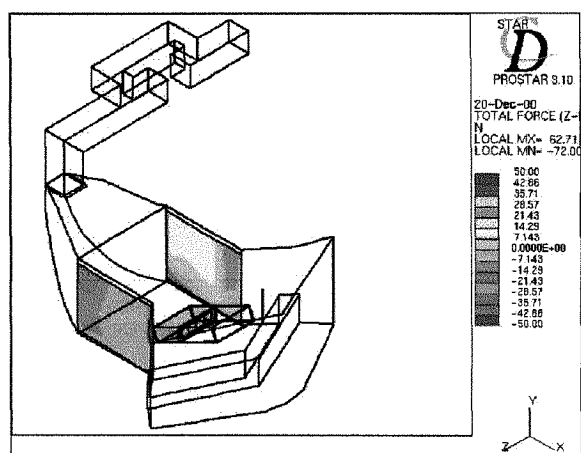


圖 4-11m  $t=1.00\text{sec}$

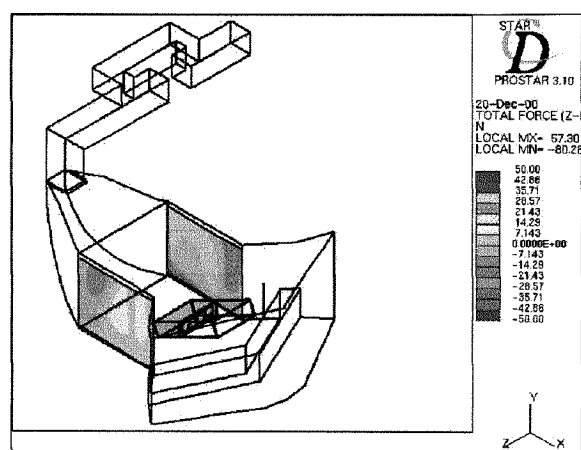


圖 4-11n  $t=1.10\text{sec}$

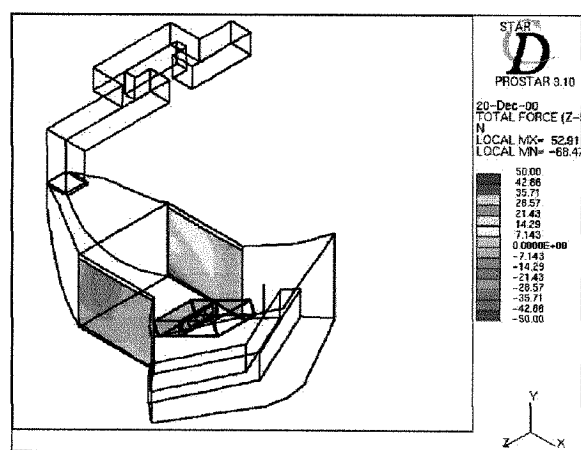


圖 4-11o  $t=1.20\text{sec}$

圖 4-11 飛彈位於兩側發射箱發射後對發射室兩側壁面所受到垂直於壁面隨時間變化的受力分佈圖（續）

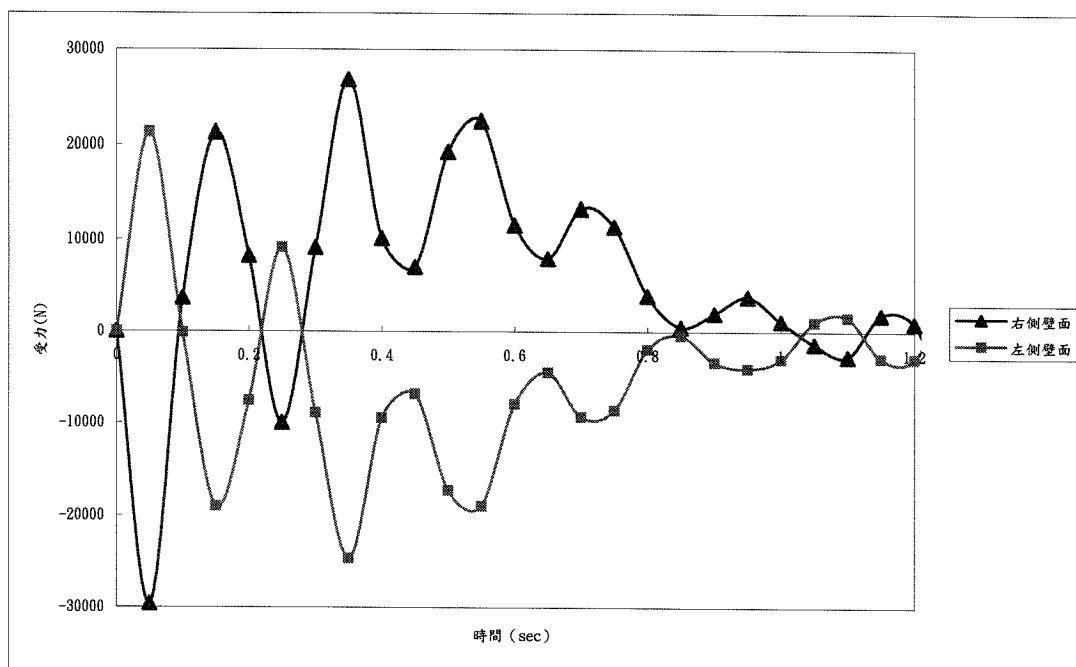


圖 4-12 飛彈位於兩側發射箱時壁面所受合力隨時間變化圖

## 第五章 結論

根據本文可以得到以下幾點結論：

1. 當飛彈發射產生大量廢氣時，部分高溫的廢氣由於無法順利進入排氣管路，因此在發射室內形成渦流區域，滯留於發射室內，因此若能適時的加入抽氣系統，應該可以減少渦流區域並且有效的將高溫廢氣排出，並加速室內溫度下降的速率。
2. 由文中可以觀察到當飛彈發射後，兩側壁面受力不僅僅有向外的推力，受到發射室內正負壓震盪的影響，兩側壁面也呈現推力、拉力交互出現的情形，因此在設計上不能僅考慮單方向的抗壓強度。

## 參考文獻

1. R. S. Amano, and H. B. Rant, "Numerical study of turbulent axisymmetric jets impinging on a flat plate and flowing into an axisymmetric cavity", J. Fluids Eng., ASME, Vol.106, pp.410-417, 1984.
2. M. Wolfshtein, "Some solutions of the plane turbulent impinging jet", J. Basic Engineering Transactions of ASME, Vol. 92D, pp. 915-922, 1970.
3. K. M. Kim, and K. S. Bower, "Navier Stokes computations of turbulent compressible two dimensional impinging jet field", AIAA Journal, Vol. 20, No. 5, pp. 577-584, 1982
4. R. Gardon, and J. C. Akfirat, "The role of turbulence in determining the heat transfer characteristics of impinging jets", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 8, pp. 1261-1272, Oct. 1965.
5. 黃啟鐘，劉振隆，「二維噴射衝擊流場之數值研究」，中國機械工程學會第四屆學術研討會論文集，第二冊，中華民國 76 年。