

國防科技學術合作協調小組研究計畫成果報告

模糊類神經法則的影像平台控制迴路

計畫編號：NSC90-2623-7-009-015

執行期間： 90年 1月 1日至 90年 12月 31日

計畫主持人： 鄭木火 教授

共同主持人： 張志永 教授

執行單位：國立交通大學電機與控制工程學系

中華民國 91年 2月 27日

目錄

一 序論	-----1
二 馬可夫鏈	-----2
三 Viterbi 演算法	-----4
四 影光流	-----10
五 影像追蹤系統	-----15
六 模擬	-----23
七 結論	-----33
參考文獻	-----34

摘要

本報告提出以馬可夫鏈為基本架構並結合影光流方法的影像追蹤系統。我們以馬可夫鏈模式來描述影像的移動，並利用影光流的方法計算求得影像中各個點的速度值，然後依據速度值來萃取馬可夫鏈模式的參數。最後利用 Viterbi 演算法計算決定影像移動最有可能的路徑。

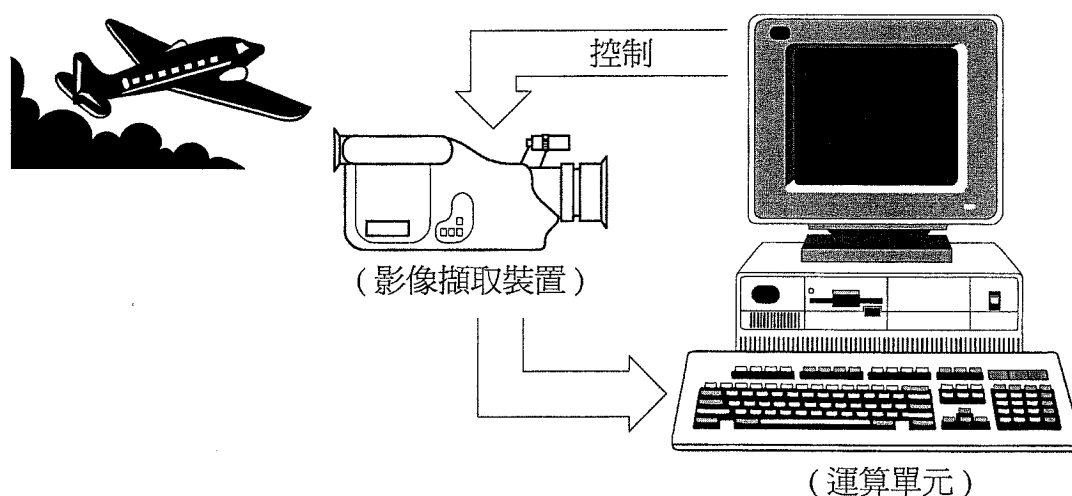
實現此影像追蹤系統的過程如下所示：首先，經由影像擷取裝置所傳回的影像資料，計算其影光流，依據影光流計算方法之結果求得物體移動方向的狀態機率及物體移動距離的狀態機率。然後分別將這些狀態機率代入估測物體移動方向及估測物體移動距離的馬可夫鏈中，並且分別調整馬可夫鏈中之遷移機率矩陣。最後利用 Viterbi 演算法決定最有可能的估測結果，並依據此估測結果回傳控制訊號至影像擷取裝置。使得影像擷取裝置能夠將追蹤物體鎖定在擷取視窗內，以達到追蹤的目的。

本報告並以模擬來驗證此影像追蹤系統之功能。模擬包括二大部分，即 (A) 假設速度值 (u, v) 已知，加入雜訊至 (u, v) 中模擬利用影光流方法求得的 (u, v) 值並不是很精確，以驗證系統在含有外在雜訊影響時，馬可夫鏈模式是否能夠獲得正確的結果。(B) 實際上針對一連串的影像運用影光流方法計算其速度值並萃取馬可夫鏈的參數，然後利用 Viterbi 演算法決定最佳路徑，以驗證系統的可行性。經由實際模擬驗證之後，我們獲得令人滿意的結果。

1 緒論

自古以來，人們一直希望能夠發展出人類智慧系統，其中機器人便是一個最令人印象深刻的例子。人們希望能夠創造出一個和人類一模一樣的機器人。然而模仿人類系統是極為困難的，因此人們只能夠去探索人類系統中個別的功能。人工智慧與視覺系統便是其中最重要也是最令人感興趣的部分。再加上視覺系統是人類感覺器官中最重要的部分，它是人類藉以獲取資訊的一種方式。譬如說在打網球的時候，眼睛必須隨時隨地看著球，而這就是視覺系統中一種稱為追蹤的重要功能。因此如何去設計一個影像追蹤系統並使得其能夠自動的追蹤物體便成爲一個極為重要的研究主題。

最近的研究開始去探索如何控制影像擷取裝置(例：電荷耦合元件、(CCD))，使得當物體隨機的移動時，影像擷取裝置能夠追蹤物體並使其保持在影像擷取視窗的中央。這就是所謂的視覺追蹤(visual tracking)。一般的影像追蹤系統架構如下圖所示：



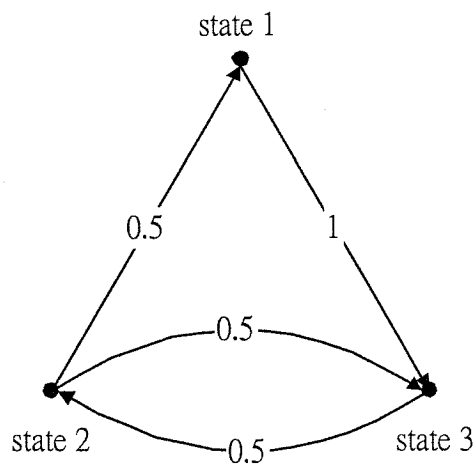
在運算單元部分，一般所採用的方法是針對一連串由影像擷取裝置所傳回的影像計算其影光流。然後直接依據影光流的結果回傳控制訊號回影像擷取裝置。這樣做的話其缺點在於影光流的計算量極為龐大，因此就算是目前高效能的電腦也很難可以達到即時追蹤的要求。而且影光流的計算有時會因灰階變化不夠線性與雜訊的影響，因此其結果並不是很精確。所以在報告中，我們提出了以離散時間馬可夫鏈爲基本架構的影像追蹤系統。其中包括了二大部分，第一個部分爲追蹤物體移動方向的估測，第二個部分爲追蹤物體移動距離的估測。經由針對一連串從影像擷取裝置所傳回的影像資料計算其影光流，然後對影光流計算的結果做適當的運算分析並將分析結果帶入離散時間馬可夫鏈中，最後依據馬可夫鏈的估測結果回傳控制訊號至影像擷取裝置。使得影像擷取裝置能夠將追蹤物體鎖定在擷取視窗內，以達到追蹤的目的。

2 馬可夫鏈

馬可夫程序(Markov process)是一種隨機程序(Random process)，其特徵性質是其過去的狀態並不會影響到下一步的狀態，也就是說只有現在的狀態能夠影響其下一步的狀態。一般而言，我們所關心的是可被假設為只有可數的狀態集合的馬可夫程序，這樣的馬可夫程序通常被稱為馬可夫鏈(Markov chains)。而對於隨著時間逐步形成的隨機現象而言，馬可夫鏈是一種能夠詳細地描述其行為的最簡單的數學模型。由於其簡單的架構，因此各種類型的馬可夫鏈已被廣泛的應用於許多方面。這使得馬可夫鏈成為隨機程序中第一個也是最重要的一個例子。

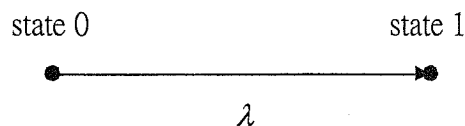
馬可夫鏈包括離散時間馬可夫鏈及連續時間馬可夫鏈，我們就離散時間馬可夫鏈及連續時間馬可夫鏈以圖表方式，分別舉一個簡單的例子來作說明。

例 2A：(離散時間)



從圖表中可看出，從狀態 1 移動到狀態 3 的機率是 1，從狀態 2 移動到狀態 1 或狀態 3 的機率都是 0.5，從狀態 3 移動到狀態 2 的機率是 0.5，而停留在狀態 3 的機率是 0.5。有時為了簡化圖表，我們會將停留在原來狀態的迴圈省略掉，因為從某一個狀態出發移動到任何一個狀態，包括原來的狀態，其機率合必須等於 1，因此我們可將停留在原來狀態的迴圈省略掉，而不至於漏掉圖表所要表達的意義。

例 2B：(連續時間)



當在狀態 0 的時候，需要等待一段參數為 $\lambda \in (0, \infty)$ 的指數分布的隨機時間，然後才移動到狀態 1，因此等待時間 T 的密度函數(density function)可表示為

$$f_T(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad \text{for } t \geq 0$$

爲了符號上的簡化，我們以 $T \sim E(\lambda)$ 來表示。

雖然馬可夫鏈包括了離散時間馬可夫鏈及連續時間馬可夫鏈，不過由於我們所考慮的是離散時間的馬可夫鏈，因此我們只就離散時間的馬可夫鏈部分再稍作詳細的說明。

離散時間馬可夫鏈描述如下：假設有一個狀態的集合， $S = \{1, 2, \dots, r\}$ 。處理程序開始於這些狀態其中的一個狀態，並且連續地從一個狀態移動到另一個狀態。每一次的移動稱爲一個步驟。如果馬可夫鏈目前是在狀態 $S = j$ ，接著在下一個步驟時移動到狀態 $S = i$ ，這一步驟的機率以 $P(S_i | S_j)$ 來表示。機率 $P(S_i | S_j)$ 稱爲遞移機率。對於馬可夫鏈而言， $P(S_i | S_j)$ 只跟目前的狀態有關，而與之前的狀態是無關的。亦即

$$P(S_i(t) | S_j(t-1)S_j(t-2)\dots) = P(S_i(t) | S_j(t-1)) \quad \text{---- (2.1)}$$

爲了符號上的簡化，我們以 P_{ij} 來表示 $P(S_i(t) | S_j(t-1))$ 。因爲集合中的狀態彼此間必定是互相獨立的，而且這些遞移機率值必定介於 0 與 1 之間，因此從時間爲 t 的某一個狀態出發，移動至時間爲 $t+1$ 的任一個狀態，其機率的合必定會等於 1。亦即

$$\sum_i P_{ij} = 1 \quad \text{for } j = 1, 2, 3, \dots, r \quad \text{---- (2.2)}$$

爲了方便起見，我們將遞移機率排列成如下所示的矩陣。其中第 i 列第 j 行的元素 P_{ij} 是表示由狀態 $S = j$ 移動到狀態 $S = i$ 的遞移機率。

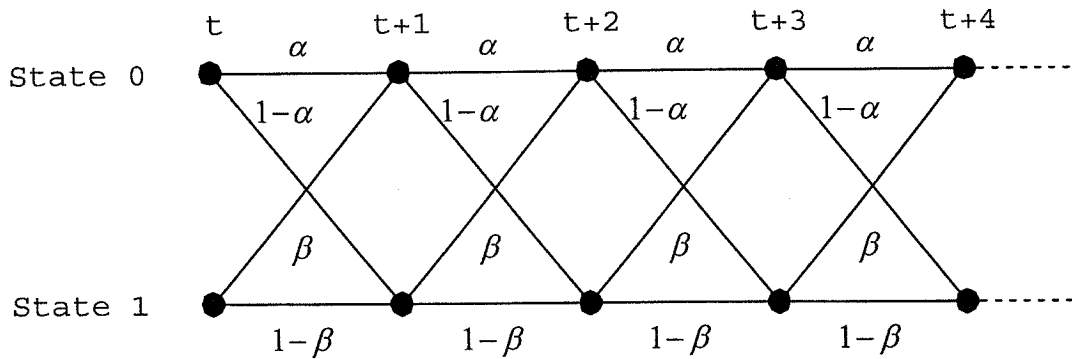
$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1r} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{r1} & P_{r2} & \dots & P_{rr} \end{bmatrix} \quad \text{---- (2.3)}$$

例 2c：假設明天是否會下雨完全決定於今天是否會下雨，而與前些日子的天氣並沒有關係。在假設若今天下雨，則明天會下雨的機率爲 α ，以及若今天不下雨，則明天會下雨的機率爲 β 。

若我們將下雨稱爲系統在狀態 0，則不下雨稱爲系統在狀態 1，則上述爲一個具有二個狀態的馬可夫鏈，其遞移矩陣爲

$$\begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ 1-\alpha & 1-\beta \end{bmatrix}$$

也就是說， $P_{00} = \alpha = 1 - P_{10}$ ， $P_{01} = \beta = 1 - P_{11}$ 。在經過一段時間之後，便可形成如下所示的馬可夫鏈。

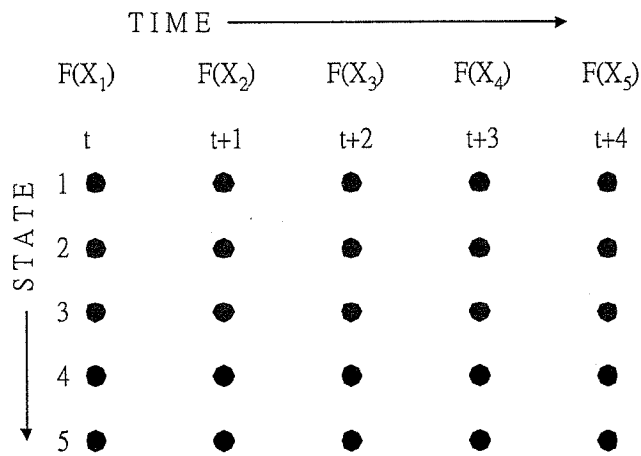


3 Viterbi 演算法

Viterbi 演算法首先於 1967 年被提出來做為迴旋積編碼(Convolutional codes) 的解碼方式。從那時候開始，對於數位估測問題而言，Viterbi 演算法便被認為是一種吸引人的答案。就像是 Kalman 濾波器運用於類比估測問題。

Viterbi 演算法概述如下：對於在時間 t 的任何一個狀態移動到時間 $t+1$ 的某一個狀態時，只有一條最有可能的移動路徑。因此在計算從時間 t 的任一狀態移動到時間 $t+1$ 的某一個狀態時，只需要考慮最有可能的那一條路徑而忽略其他的路徑。如此一來可使得計算的複雜度大大的降低。

為了說明 Viterbi 演算法，我們舉一個例子來概略說明。假設一系統能夠被下圖所示的馬可夫鏈所描述。



其遞移機率矩陣為

$$\begin{bmatrix} 0.3002 & 0.3045 & 0.1897 & 0.1139 & 0.0422 \\ 0.7300 & 0.1824 & 0.2441 & 0.2626 & 0.2571 \\ 0.1917 & 0.0074 & 0.2842 & 0.2574 & 0.5924 \\ 0.1535 & 0.3281 & 0.2276 & 0.1152 & 0.0072 \\ 0.2816 & 0.1777 & 0.0543 & 0.2509 & 0.1012 \end{bmatrix}$$

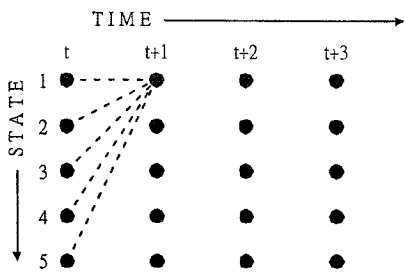
其狀態機率為

$$P(t) = \begin{bmatrix} 0.1374 \\ 0.1346 \\ 0.409 \\ 0.1844 \\ 0.1347 \end{bmatrix}, P(t+1) = \begin{bmatrix} 0.0059 \\ 0.2867 \\ 0.1709 \\ 0.3577 \\ 0.1789 \end{bmatrix}, P(t+2) = \begin{bmatrix} 0.1571 \\ 0.3176 \\ 0.1971 \\ 0.076 \\ 0.2522 \end{bmatrix},$$

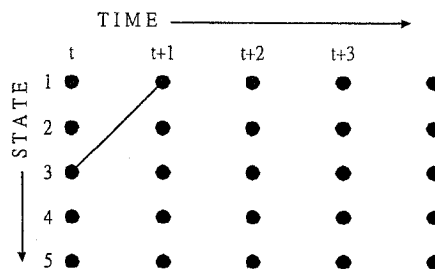
$$P(t+3) = \begin{bmatrix} 0.3047 \\ 0.0071 \\ 0.2477 \\ 0.138 \\ 0.3024 \end{bmatrix}, P(t+4) = \begin{bmatrix} 0.2355 \\ 0.3322 \\ 0.2008 \\ 0.1426 \\ 0.0888 \end{bmatrix}。$$

Viterbi 演算法運算分析流程如下：

- (1) 初始化 $X_1 = [S_1 \ S_2 \ S_3 \ S_4 \ S_5]$ 五種可能狀態的 $F(X_1)$ 值為 0。即 $F(X_1 = S_1) = 0$ 、 $F(X_1 = S_2) = 0$ 、 $F(X_1 = S_3) = 0$ 、 $F(X_1 = S_4) = 0$ 、 $F(X_1 = S_5) = 0$ 。
- (2) 接下來要對下一級 $X_2 = [S_1 \ S_2 \ S_3 \ S_4 \ S_5]$ 的五種可能的狀態找出最佳路徑。當到達 $X_2 = [S_1]$ 時，其前一級可能是經由 $X_1 = [S_1 \ S_2 \ S_3 \ S_4 \ S_5]$ 五種可能狀態其中之一而來的(如圖 3.1)。如果是從 $X_1 = [S_1]$ 時，則其走的路徑值為 $F(X_1 = S_1) + P(S_1, S_1) = 0 + 0.3002 \times 0.1374 = 0.0412$ 。如果是從 $X_1 = [S_2]$ 時，則其走的路徑值為 $F(X_1 = S_2) + P(S_1, S_2) = 0 + 0.3045 \times 0.1346 = 0.0410$ 。如果是從 $X_1 = [S_3]$ 時，則其走的路徑值為 $F(X_1 = S_3) + P(S_1, S_3) = 0 + 0.1897 \times 0.409 = 0.0776$ 。如果是從 $X_1 = [S_4]$ 時，則其走的路徑值為 $F(X_1 = S_4) + P(S_1, S_4) = 0 + 0.1139 \times 0.1844 = 0.0210$ 。如果是從 $X_1 = [S_5]$ ，則其走的路徑值為 $F(X_1 = S_5) + P(S_1, S_5) = 0 + 0.0422 \times 0.1347 = 0.0057$ 。很明顯的從 $X_1 = [S_3]$ 來的可能性較高，因此 $F(X_2 = S_1)$ 的紀錄值為 0.0776。如圖 3.2 所示此支路以實線表示，而其餘的路徑去除後便不需再考慮。

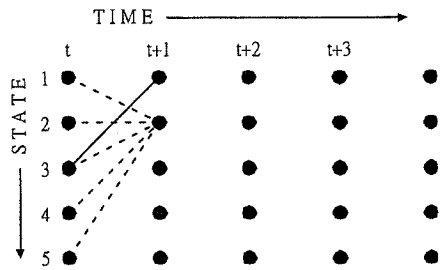


(圖 3.1)

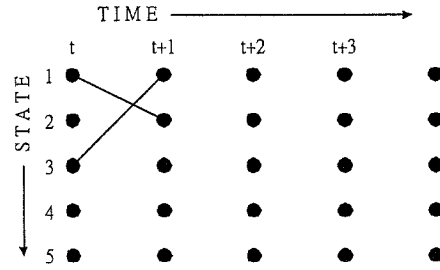


(圖 3.2)

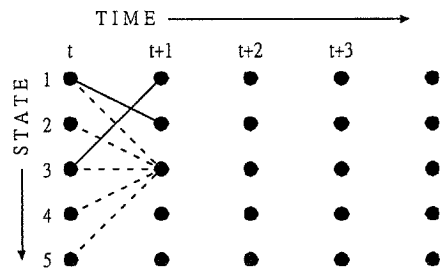
- (3) 重複上一個步驟的做法把 X_2 、 X_3 、 X_4 、 X_5 所有的最佳路徑都找出，如圖 3.3 到圖 3.40 所示。
- (4) 對最後 $F(X_5)$ 的五個路徑值找最大的值所在節點，也就是 $F(X_5 = S_2) = 0.5056$ 。順著這個節點往回走，也就是找出最佳的路徑。



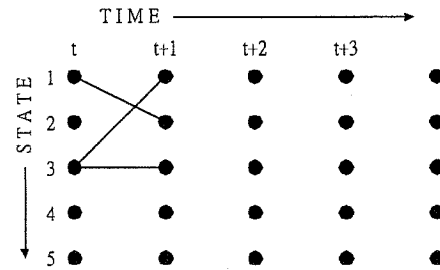
(圖 3.3)



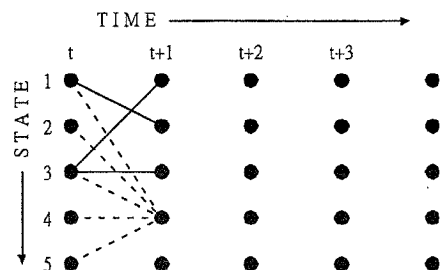
(圖 3.4)



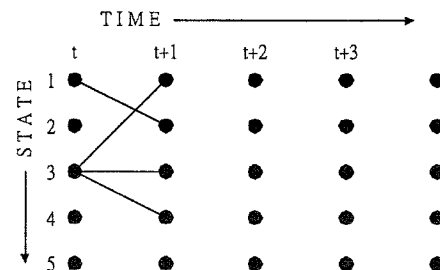
(圖 3.5)



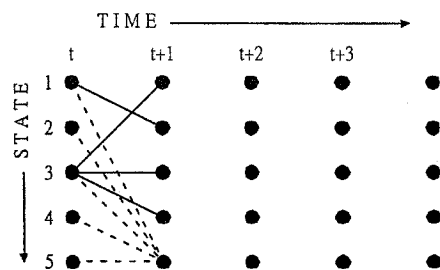
(圖 3.6)



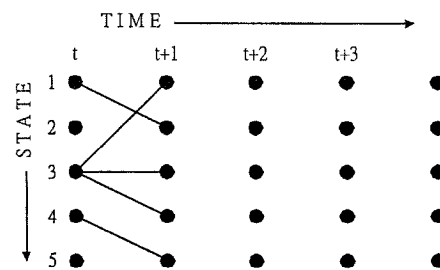
(圖 3.7)



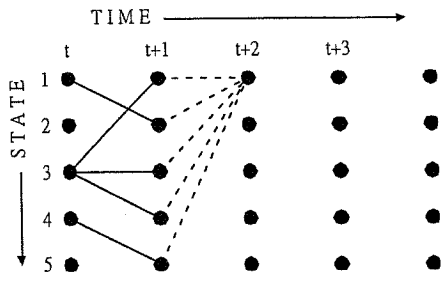
(圖 3.8)



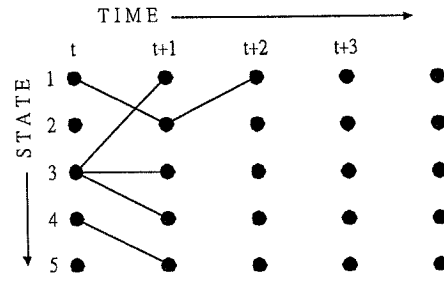
(圖 3.9)



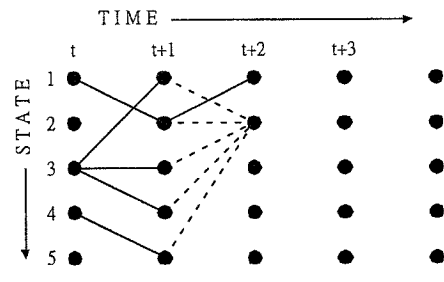
(圖 3.10)



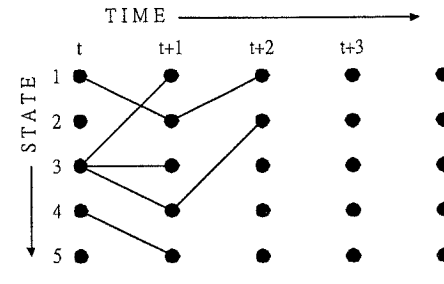
(圖 3.11)



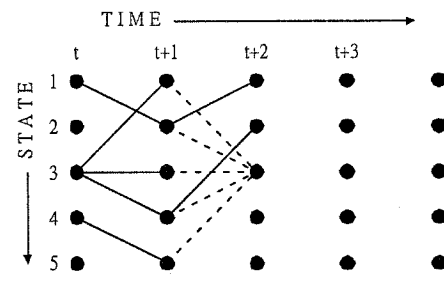
(圖 3.12)



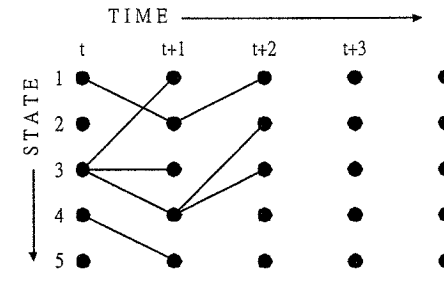
(圖 3.13)



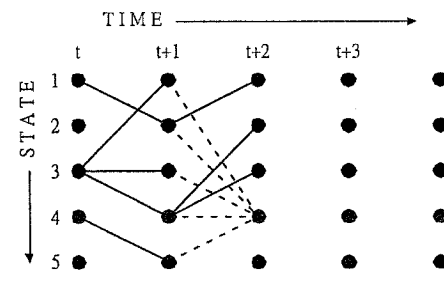
(圖 3.14)



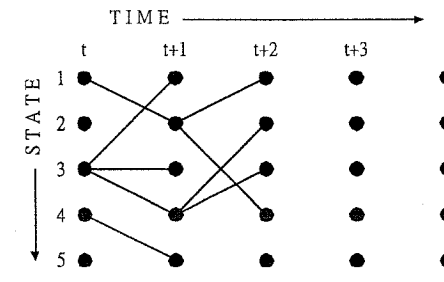
(圖 3.15)



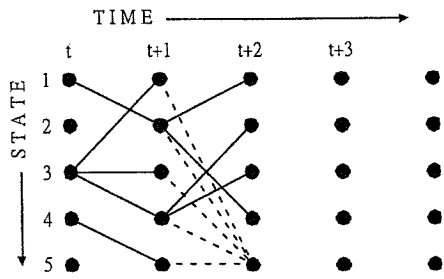
(圖 3.16)



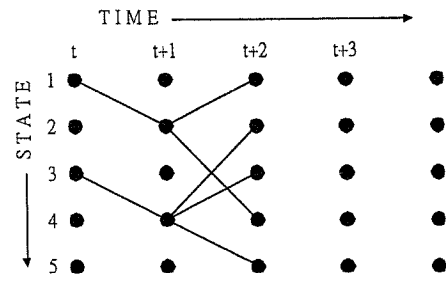
(圖 3.17)



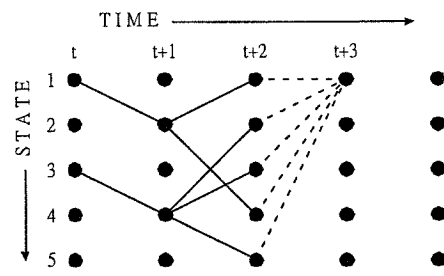
(圖 3.18)



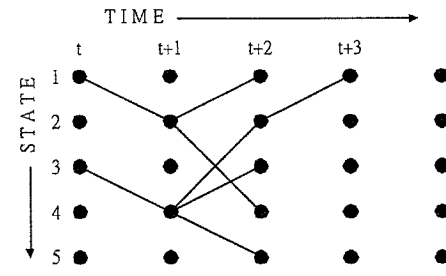
(圖 3.19)



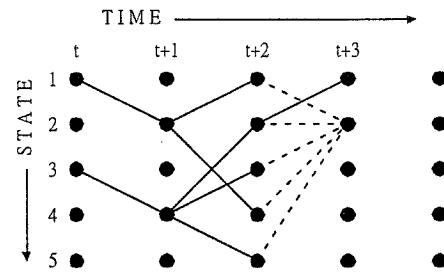
(圖 3.20)



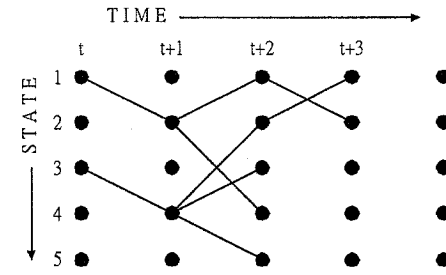
(圖 3.21)



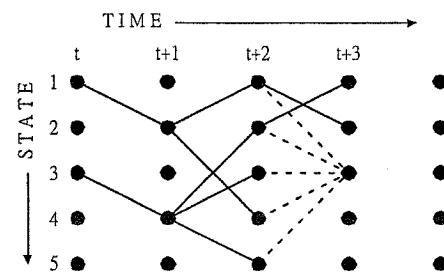
(圖 3.22)



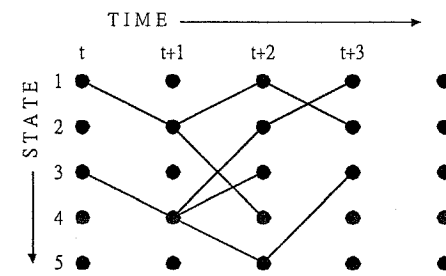
(圖 3.23)



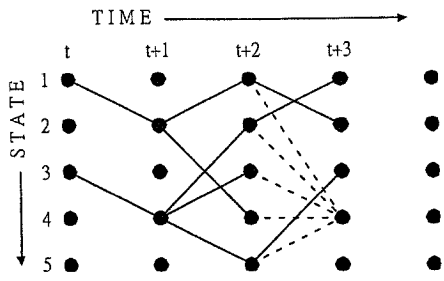
(圖 3.24)



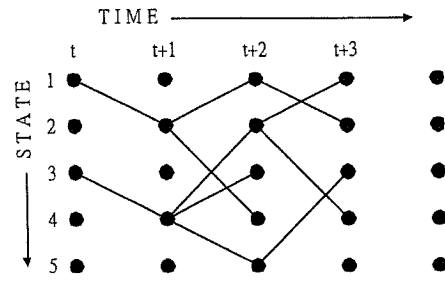
(圖 3.25)



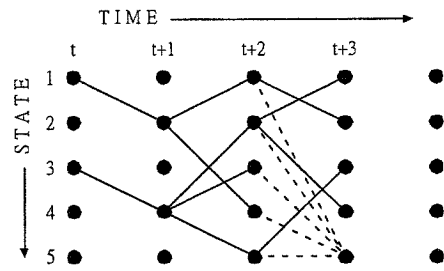
(圖 3.26)



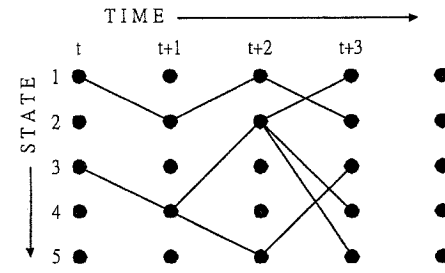
(圖 3.27)



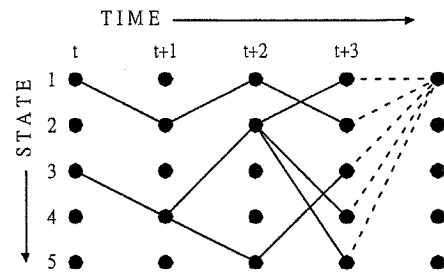
(圖 3.28)



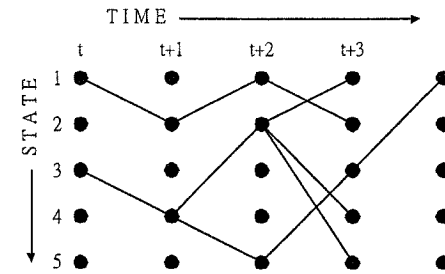
(圖 3.29)



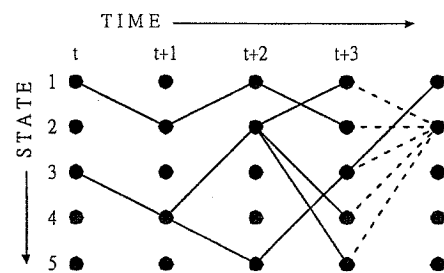
(圖 3.30)



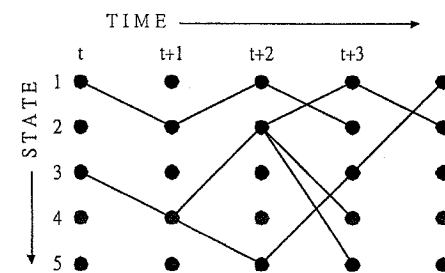
(圖 3.31)



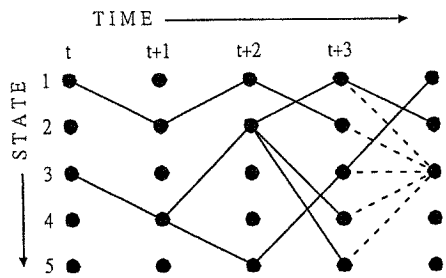
(圖 3.32)



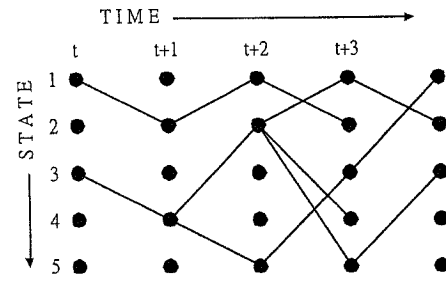
(圖 3.33)



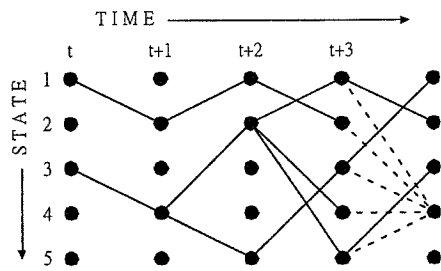
(圖 3.34)



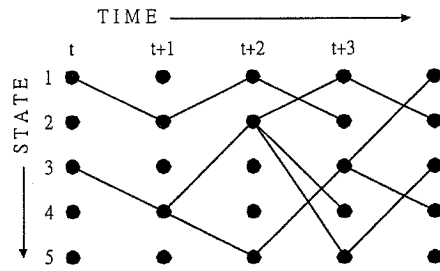
(圖 3.35)



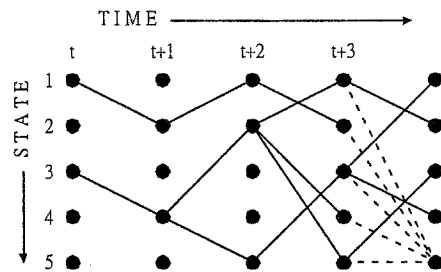
(圖 3.36)



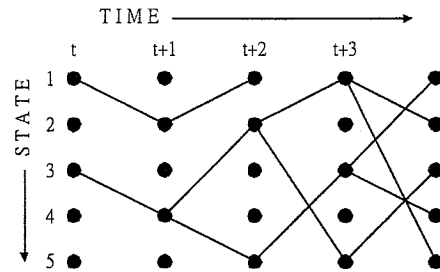
(圖 3.37)



(圖 3.38)



(圖 3.39)



(圖 3.40)

由上面 Viterbi 演算法的流程最後結果可以知道，原本要考慮 $5^5 = 3125$ 種可能的路徑，經由運用 Viterbi 演算法的結果，只需要考慮 5 種可能的路徑便可，因此大大的簡化了計算的複雜度。

4 影光流(optical flow)

計算影光流的方法有很多種，其中包括了微分的方法(differential method)、區域匹配方法(region-based method)、能量方法(energy-based method)、相位方法(phase-based method)等等。在此要介紹的是由 Horn 與 Schunck 所提出的方法。

- 亮度限制(brightness constraint)

假設時間 t 的時候，在影像平面上的點 (x, y) 其影像的亮度以 $E(x, y, t)$ 來表示。因為在亮度樣本(brightness pattern)中的某一特定點其亮度是不會改變的，因此

$$\frac{dE}{dt} = 0$$

使用連鎖律展開上式。

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\partial E}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial E}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial E}{\partial t} = 0 \quad \text{----- (4.1)}$$

假設 E_x 、 E_y 、 E_t 分別代表影像亮度相對於 x 、 y 、 t 的偏導數，且 $u = \frac{dx}{dt}$ 、 $v = \frac{dy}{dt}$ 。則式子 4.1 可以改寫為下式。

$$E_x u + E_y v + E_t = 0 \quad \text{----- (4.2)}$$

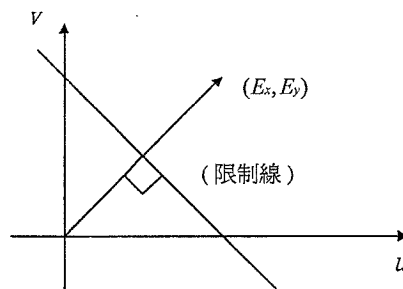
式子 4.2 稱之為亮度常數方程式。且其結果也可以利用泰勒級數展開來獲得。假設在時間 t 時的點 (x, y) 在時間 $t + \Delta t$ 時移動到 $(x + dx, y + dy)$ ，因此

$$E(x + dx, y + dy, t + dt) = E(x, y, t)$$

利用泰勒級數展開 $E(x + dx, y + dy, t + dt)$ ，可以得到

$$E(x + dx, y + dy, t + dt) = E(x, y, t) + \frac{\partial E}{\partial x} dx + \frac{\partial E}{\partial y} dy + \frac{\partial E}{\partial t} dt + \text{高次項}$$

如果將高次項忽略掉，便可以得到與式子 4.2 一樣的結果。



從式子 4.2 及上圖可以看出限制線的法向量為 (E_x, E_y) 且影光流 (u, v) 落於限制線上。目前為止，對於要解二個變數 (u, v) 的問題，我們只有得到一個方程式，因此條件並不足夠。所以我們必須再額外引進一個限制，使得有足夠的條件來解 u, v 值。

- 平滑度限制(smoothness constraint)

如果亮度樣本(brightness pattern)中的每一點都能夠獨立地移動，則欲估測其速度是不太可能的。一般考慮的是有限大小的剛體在進行剛體運動或變形。如此一來，物體上的鄰近點便具有相似的速度，或者是說在影像內的點其速度是平滑地改變。因此可以藉由使速度的改變量盡量地小來獲得另一個額外的限制。爲了滿足平滑度限制，有二種方法可以用來測量影光流場的平滑度。

第一個方法是最小化影光流梯度(optical gradient)的平方合。如式子 4.3 所示：

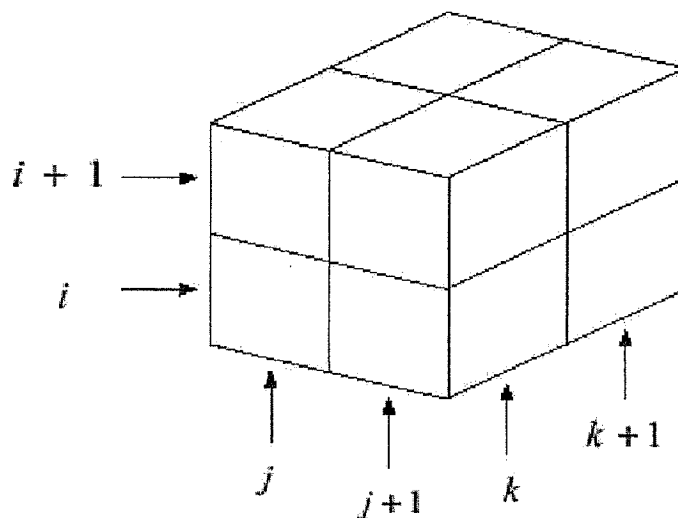
$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 \quad \text{---- (4.3)}$$

第二個方法是最小化影光流的拉普拉斯(Laplacian)平方合。如式子 4.4 所示：

$$\nabla^2 u + \nabla^2 v = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \quad \text{---- (4.4)}$$

● 估測偏導數

我們必須從可獲得的影像亮度測量的離散集中來估測亮度的導數。其中用於估測導數的方法有許多種，我們使用如下圖所示由 8 個測量值所構成的立方體來估測 E_x 、 E_y 、 E_t 。



$$E_x \cong \frac{1}{4} \{ E_{i,j+1,k} - E_{i,j,k} + E_{i+1,j+1,k} - E_{i+1,j,k} + E_{i,j+1,k+1} - E_{i,j,k+1} + E_{i+1,j+1,k+1} - E_{i+1,j,k+1} \}$$

$$E_y \cong \frac{1}{4} \{ E_{i+1,j,k} - E_{i,j,k} + E_{i+1,j+1,k} - E_{i,j+1,k} + E_{i+1,j,k+1} - E_{i,j,k+1} + E_{i+1,j+1,k+1} - E_{i,j+1,k+1} \}$$

$$E_t \cong \frac{1}{4} \left\{ E_{i,j,k+1} - E_{i,j,k} + E_{i+1,j,k+1} - E_{i+1,j,k} + E_{i,j+1,k+1} - E_{i,j+1,k} + E_{i+1,j+1,k+1} - E_{i+1,j+1,k} \right\}$$

● 估測影光流速度的拉普拉斯

我們也需要估測 u 、 v 值的拉普拉斯。一種方便的近似形式如下所示：

$$\nabla^2 u \approx k \left(\bar{u}_{i,j,k} - u_{i,j,k} \right) \quad , \quad \nabla^2 v \approx k \left(\bar{v}_{i,j,k} - v_{i,j,k} \right)$$

其中局部平均 \bar{u} 、 \bar{v} 的定義如下。

$$\begin{aligned} \bar{u}_{i,j,k} = & \frac{1}{6} \left\{ u_{i-1,j,k} + u_{i,j+1,k} + u_{i+1,j,k} + u_{i,j-1,k} \right\} \\ & + \frac{1}{12} \left\{ u_{i-1,j-1,k} + u_{i-1,j+1,k} + u_{i+1,j+1,k} + u_{i+1,j-1,k} \right\} \end{aligned} \quad \text{----- (4.5)}$$

$$\begin{aligned} \bar{v}_{i,j,k} = & \frac{1}{6} \left\{ v_{i-1,j,k} + v_{i,j+1,k} + v_{i+1,j,k} + v_{i,j-1,k} \right\} \\ & + \frac{1}{12} \left\{ v_{i-1,j-1,k} + v_{i-1,j+1,k} + v_{i+1,j+1,k} + v_{i+1,j-1,k} \right\} \end{aligned} \quad \text{----- (4.6)}$$

下圖用來說明鄰近點權重的指定關係。

$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$
$\frac{1}{6}$	-1	$\frac{1}{6}$
$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$

● 最小化誤差

接下來的問題是誤差的最小化，其中誤差的來源包括影像亮度的改變率所造成的誤差，

$$\varepsilon_b = E_x u + E_y v + E_t$$

及影光流平滑度部分所造成的誤差。

$$\varepsilon_c^2 = \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2$$

因此誤差的總和為

$$\varepsilon^2 = \iint (\alpha^2 \varepsilon_c^2 + \varepsilon_b^2) dx dy \quad \text{----- (4.7)}$$

其中 α 值是一個權重常數，用於控制 ε_c 與 ε_b 間的比重關係。式子 4.7 的最小化是藉由找到影光流速度 (u, v) 的適當值而獲得的。使用變數變換的方法，我們可以得到

$$\begin{aligned} E_x^2 u + E_x E_y v &= \alpha^2 \nabla^2 u - E_x E_t \\ E_x E_y u + E_y^2 v &= \alpha^2 \nabla^2 v - E_y E_t \end{aligned}$$

使用先前所介紹過的拉普拉斯的近似結果，可以將上面二個式子改寫成

$$\begin{aligned} (\alpha^2 + E_x^2) u + E_x E_y v &= (\alpha^2 \bar{u} - E_x E_t) \\ E_x E_y u + (\alpha^2 + E_y^2) v &= (\alpha^2 \bar{v} - E_y E_t) \end{aligned}$$

解上列的聯立方程式，可以獲得

$$\begin{aligned} (\alpha^2 + E_x^2 + E_y^2) u &= (\alpha^2 + E_y^2) \bar{u} - E_x E_y \bar{v} - E_x E_t \\ (\alpha^2 + E_x^2 + E_y^2) v &= -E_x E_y \bar{u} + (\alpha^2 + E_x^2) \bar{v} - E_y E_t \end{aligned}$$

上面的二個式子可以改寫成

$$\begin{aligned} (\alpha^2 + E_x^2 + E_y^2) (u - \bar{u}) &= -E_x (E_x \bar{u} + E_y \bar{v} + E_t) \\ (\alpha^2 + E_x^2 + E_y^2) (v - \bar{v}) &= -E_y (E_x \bar{u} + E_y \bar{v} + E_t) \end{aligned}$$

由上面的二個式子可以看出，最小化誤差 ε^2 的 u 、 v 值剛好落於朝向限制線且與其相交成 90° 的直線上。

● 遞迴解

對於影像中的每一點，我們現在已經有了二個方程式，有足夠的條件可以解 u 、 v 值。因為若採用一般的解法，如 Gauss-Jordan elimination，是非常沒有效率的，因此我們採用遞迴的方法。我們可以從已估測得到的導數及前一個速度估測 (u^n, v^n) 的平均來計算新的速度估測 (u^{n+1}, v^{n+1}) 。

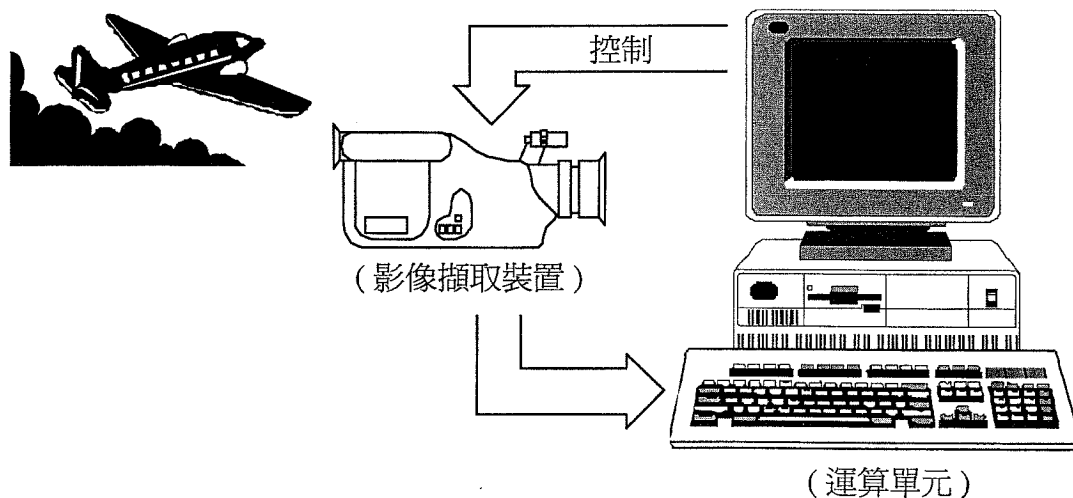
$$u^{n+1} = \bar{u}^n - \frac{E_x \left(E_x \bar{u}^n + E_y \bar{v}^n + E_t \right)}{\alpha^2 + E_x^2 + E_y^2}$$

$$v^{n+1} = \bar{v}^n - \frac{E_y \left(E_x \bar{u}^n + E_y \bar{v}^n + E_t \right)}{\alpha^2 + E_x^2 + E_y^2}$$

其中要特別說明一點，某一特定點的新估測值並不直接依據於同一點的前一個估測值。

5 影像追蹤系統

5.1 系統架構



系統架構主要包含影像擷取裝置及運算單元二大部分。其中影像擷取裝置負責擷取追蹤物體的影像資料，然後將這些影像資料傳回運算單元做適當地運算分析。最後依據運算分析的結果回傳控制訊號回影像擷取裝置，使得影像擷取裝置能夠將追蹤物體鎖定在擷取視窗內，以達到追蹤的目的。

運算單元部分主要分為物體移動方向估測及物體移動距離估測二大部分，分別以 5 級的馬可夫鏈為基本架構。利用經由影像擷取裝置所獲得的影像資料做運算分析，來決定追蹤物體移動的方向及移動的距離。運算分析步驟可分為

- (1) 運用經由影像擷取裝置所獲得的影像資料做影光流(optical flow)計算，得到追蹤物體的 u 、 v 值 (u 值代表追蹤物體 x 方向的移動速度、 v 值代表追蹤物體 y 方向的移動速度)。
- (2) 利用 u 、 v 值計算物體移動方向及移動距離的狀態機率。
- (3) 分別調整物體移動方向估測部分及物體移動距離估測部分的遞移機率

矩陣(transition probability matrix)。

- (4) 將所獲得的狀態機率及遞移機率矩陣分別代入物體移動方向估測及物體移動距離估測部分的馬可夫鏈裏，然後利用 Viterbi 演算法決定最有可能的輸出。

其中要特別說明一點，因為採用 5 級的馬可夫鏈，所以輸出部分會有所延遲。換句話說也就是系統在啓動後，前 4 個輸出是沒有意義的，從第 5 個輸出才是有意義的結果。

5.2 物體移動方向估測

首先在物體移動方向的估測之前，必須先分別定義好物體移動方向的狀態、物體移動方向的状态機率、遞移機率矩陣(transition probability matrix)、及調整量矩陣。

- 定義物體移動方向的状态

狀態：上移、下移、左移、右移、不動。

- 定義物體移動方向的状态機率

$$P(t) = \begin{bmatrix} P_{\text{上移}}(t) \\ P_{\text{下移}}(t) \\ P_{\text{左移}}(t) \\ P_{\text{右移}}(t) \\ P_{\text{不動}}(t) \end{bmatrix} \quad \text{---- (5.2.1)}$$

爲了符號上的簡化方便，將式子(5.2.1)改寫爲式子(5.2.2)。

$$P(t) = \begin{bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ P_3(t) \\ P_4(t) \\ P_5(t) \end{bmatrix} \quad \text{---- (5.2.2)}$$

- 定義遞移機率矩陣(transition probability matrix)

$$T(t) = \begin{bmatrix} T_{11}(t) & T_{12}(t) & T_{13}(t) & T_{14}(t) & T_{15}(t) \\ T_{21}(t) & T_{22}(t) & T_{23}(t) & T_{24}(t) & T_{25}(t) \\ T_{31}(t) & T_{32}(t) & T_{33}(t) & T_{34}(t) & T_{35}(t) \\ T_{41}(t) & T_{42}(t) & T_{43}(t) & T_{44}(t) & T_{45}(t) \\ T_{51}(t) & T_{52}(t) & T_{53}(t) & T_{54}(t) & T_{55}(t) \end{bmatrix} \quad \text{---- (5.2.3)}$$

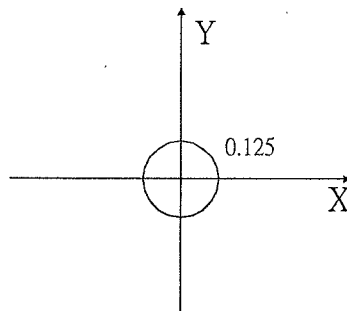
依據若物體往某一個方向移動的時候，那麼其在下一時間往相同方向移動的機率會比較高，換句話說也就是，物體在移動的時候並不會突然改變方向，而有慣性的現象。因此我們將遞移機率的初始值設定為

$$\begin{bmatrix} 0.35 & 0.05 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.05 & 0.35 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.35 & 0.05 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.05 & 0.35 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \end{bmatrix}$$

● 定義調整量矩陣

$$\Delta T = \begin{bmatrix} \Delta T_1 & \Delta T_1 & \Delta T_1 & \Delta T_1 & \Delta T_1 \\ \Delta T_2 & \Delta T_2 & \Delta T_2 & \Delta T_2 & \Delta T_2 \\ \Delta T_3 & \Delta T_3 & \Delta T_3 & \Delta T_3 & \Delta T_3 \\ \Delta T_4 & \Delta T_4 & \Delta T_4 & \Delta T_4 & \Delta T_4 \\ \Delta T_5 & \Delta T_5 & \Delta T_5 & \Delta T_5 & \Delta T_5 \end{bmatrix} \quad \text{---- (5.2.4)}$$

接下來是利用經由影光流(optical flow)方法計算所得到的 u 、 v 值，依據下圖所示來決定物體移動方向的狀態機率。若其範圍落在臨界值為 0.125 個像素內，則判定為不動的狀態。若其範圍落在臨界值為 0.125 個像素外且在第一象限，則依據其比例分別判定為向上移動與向右移動。若其範圍落在臨界值為 0.125 個像素外且在第二象限，則依據其比例分別判定為向上移動與向左移動。若其範圍落在臨界值為 0.125 個像素外且在第三象限，則依據其比例分別判定為向下移動與向左移動。若其範圍落在臨界值為 0.125 個像素外且在第四象限，則依據其比例分別判定為向下移動與向右移動。



$$\text{其中 } P_1 = \frac{\text{判定為上移的個數}}{\text{全部的個數}}、P_2 = \frac{\text{判定為下移的個數}}{\text{全部的個數}}、P_3 = \frac{\text{判定為左移的個數}}{\text{全部的個數}}$$

$$P_4 = \frac{\text{判定為右移的個數}}{\text{全部的個數}}、P_5 = \frac{\text{判定為不動的個數}}{\text{全部的個數}}。$$

例：

X 方向移動的距離為 0.01，Y 方向得移動距離為 0.03，則判定為不動。
X 方向移動的距離為 0.5，Y 方向得移動距離為 0.03，則判定為右移。

X 方向移動的距離為 0.01，Y 方向得移動距離為 0.75，則判定為上移。
 X 方向移動的距離為 -1，Y 方向得移動距離為 0.03，則判定為左移。
 X 方向移動的距離為 0.01，Y 方向得移動距離為 -0.5，則判定為下移。

例：

X 方向移動的距離為 0.5，Y 方向得移動距離為 0.5，則判定為右移及上移部分各佔 0.5。
 X 方向移動的距離為 -0.5，Y 方向得移動距離為 0.5，則判定為左移及上移部分各佔 0.5。
 X 方向移動的距離為 0.5，Y 方向得移動距離為 -0.5，則判定為右移及下移部分各佔 0.5。
 X 方向移動的距離為 -0.5，Y 方向得移動距離為 -0.5，則判定為左移及下移部分各佔 0.5。

接下來是調整遞移機率矩陣的部分。因為前一個時間的狀態機率乘上遞移機率矩陣必須等於目前時間的狀態機率，不過由於我們所給定的遞移機率矩陣初始值並不一定能夠符合此條件。因此對於遞移機率矩陣而言，必須有所調整使得其能夠符合此條件。

$$\begin{bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ P_3(t) \\ P_4(t) \\ P_5(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}(t-1) & T_{12}(t-1) & T_{13}(t-1) & T_{14}(t-1) & T_{15}(t-1) \\ T_{21}(t-1) & T_{22}(t-1) & T_{23}(t-1) & T_{24}(t-1) & T_{25}(t-1) \\ T_{31}(t-1) & T_{32}(t-1) & T_{33}(t-1) & T_{34}(t-1) & T_{35}(t-1) \\ T_{41}(t-1) & T_{42}(t-1) & T_{43}(t-1) & T_{44}(t-1) & T_{45}(t-1) \\ T_{51}(t-1) & T_{52}(t-1) & T_{53}(t-1) & T_{54}(t-1) & T_{55}(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta T_1(t-1) & \Delta T_1(t-1) & \Delta T_1(t-1) & \Delta T_1(t-1) & \Delta T_1(t-1) \\ \Delta T_2(t-1) & \Delta T_2(t-1) & \Delta T_2(t-1) & \Delta T_2(t-1) & \Delta T_2(t-1) \\ \Delta T_3(t-1) & \Delta T_3(t-1) & \Delta T_3(t-1) & \Delta T_3(t-1) & \Delta T_3(t-1) \\ \Delta T_4(t-1) & \Delta T_4(t-1) & \Delta T_4(t-1) & \Delta T_4(t-1) & \Delta T_4(t-1) \\ \Delta T_5(t-1) & \Delta T_5(t-1) & \Delta T_5(t-1) & \Delta T_5(t-1) & \Delta T_5(t-1) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} P_1(t-1) \\ P_2(t-1) \\ P_3(t-1) \\ P_4(t-1) \\ P_5(t-1) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} P(t) &= (T(t-1) + \Delta T(t-1)) \times P(t-1) && \text{----- (5.2.5)} \\ \Rightarrow P(t) &= T(t-1) \times P(t-1) + \Delta T(t-1) \times P(t-1) \\ \Rightarrow \Delta T(t-1) \times P(t-1) &= P(t) - T(t-1) \times P(t-1) \\ \Rightarrow \Delta T(t-1) &= (P(t) - T(t-1) \times P(t-1)) \times P(t-1)^{-1} \end{aligned}$$

由上面的推導結果可以得到調整量矩陣，並藉以獲得遞移機率矩陣，使其能夠符合條件。不過由於利用此法所得到的遞移機率矩陣其所含部分元素的機率有可能會小於 0 或大於 1，因此必須經過正規化(normalization)的步驟。因為遞移機率矩陣中每一行代表某一個狀態移動到下一時間各狀態的機率，因此其合一定會等於 1。所以正規化的步驟是以遞移機率矩陣中的每一行為基本來進行的。假設遞移機率矩陣中的某一行有一個以上的機率小於 0 或大於 1，則將此行中每一個元素都加上最負值與 0 的差值，然後再將每一個元素都除此行的合以確保正規化後遞移機率矩陣中的每一行的合皆為 1。最後將狀態機率及遞移機率矩陣代入

5 級的馬可夫鏈中，並且運用 Viterbi 演算法決定最有可能的輸出結果。

例：

$$\begin{bmatrix} 0.575 & 0.275 & 0.425 & 0.425 & 0.425 \\ 0.025 & 0.325 & 0.175 & 0.175 & 0.175 \\ 0.2 & 0.2 & 0.35 & 0.05 & 0.2 \\ 0.1 & 0.1 & -0.05 & 0.25 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}$$

由上可看出第三行有一個機率小於 0，因此第三行必須進行正規化步驟。第三行元素其最負值與 0 的差值為 0.05，所以第三行中的每一個元素必須都加上 0.05。

$$\begin{bmatrix} 0.575 & 0.275 & 0.475 & 0.425 & 0.425 \\ 0.025 & 0.325 & 0.225 & 0.175 & 0.175 \\ 0.2 & 0.2 & 0.4 & 0.05 & 0.2 \\ 0.1 & 0.1 & 0 & 0.25 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.15 & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}$$

最後將第三行中的每一個元素都除以第三行的元素合， $0.475 + 0.225 + 0.4 + 0.105 = 1.25$ 。正規化步驟後的結果如下所示：

$$\begin{bmatrix} 0.575 & 0.275 & 0.38 & 0.425 & 0.425 \\ 0.025 & 0.325 & 0.18 & 0.175 & 0.175 \\ 0.2 & 0.2 & 0.32 & 0.05 & 0.2 \\ 0.1 & 0.1 & 0 & 0.25 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.12 & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}$$

5.3 物體移動距離估測

首先在物體移動距離的估測之前，必須先分別定義好物體移動距離的狀態、物體移動距離的狀態機率、遞移機率矩陣(transition probability matrix)、及調整量矩陣。

● 定義物體移動距離的狀態

因為物體在短時間內，其移動的距離並不會太大。因此假設物體一次移動的距離不會超過 2 個像素。

$$\begin{aligned} \text{狀態：} & [S_1 \ S_2 \ S_3 \ S_4 \ S_5 \ S_6 \ S_7 \ S_8 \ S_9] \\ & = [0 \ 0.25 \ 0.5 \ 0.75 \ 1 \ 1.25 \ 1.5 \ 1.75 \ 2] \end{aligned}$$

● 定義物體移動距離的狀態機率

$$P(t) = \begin{bmatrix} P_{S_1}(t) & P_{S_2}(t) & P_{S_3}(t) & P_{S_4}(t) & P_{S_5}(t) & P_{S_6}(t) & P_{S_7}(t) \\ P_{S_8}(t) & P_{S_9}(t) \end{bmatrix}^T \quad \text{---- (5.3.1)}$$

爲了符號上的簡化方便，將式子(5.3.1)改寫爲式子(5.3.2)。

$$P(t) = [P_1(t) \ P_2(t) \ P_3(t) \ P_4(t) \ P_5(t) \ P_6(t) \ P_7(t) \ P_8(t) \ P_9(t)]^T \quad \text{---- (5.3.2)}$$

● 定義遞移機率矩陣(transition probability matrix)

$$T(t) = \begin{bmatrix} T_{11}(t) & T_{12}(t) & T_{13}(t) & T_{14}(t) & T_{15}(t) & T_{16}(t) & T_{17}(t) & T_{18}(t) & T_{19}(t) \\ T_{21}(t) & T_{22}(t) & T_{23}(t) & T_{24}(t) & T_{25}(t) & T_{26}(t) & T_{27}(t) & T_{28}(t) & T_{29}(t) \\ T_{31}(t) & T_{32}(t) & T_{33}(t) & T_{34}(t) & T_{35}(t) & T_{36}(t) & T_{37}(t) & T_{38}(t) & T_{39}(t) \\ T_{41}(t) & T_{42}(t) & T_{43}(t) & T_{44}(t) & T_{45}(t) & T_{46}(t) & T_{47}(t) & T_{48}(t) & T_{49}(t) \\ T_{51}(t) & T_{52}(t) & T_{53}(t) & T_{54}(t) & T_{55}(t) & T_{56}(t) & T_{57}(t) & T_{58}(t) & T_{59}(t) \\ T_{61}(t) & T_{62}(t) & T_{63}(t) & T_{64}(t) & T_{65}(t) & T_{66}(t) & T_{67}(t) & T_{68}(t) & T_{69}(t) \\ T_{71}(t) & T_{72}(t) & T_{73}(t) & T_{74}(t) & T_{75}(t) & T_{76}(t) & T_{77}(t) & T_{78}(t) & T_{79}(t) \\ T_{81}(t) & T_{82}(t) & T_{83}(t) & T_{84}(t) & T_{85}(t) & T_{86}(t) & T_{87}(t) & T_{88}(t) & T_{89}(t) \\ T_{91}(t) & T_{92}(t) & T_{93}(t) & T_{94}(t) & T_{95}(t) & T_{96}(t) & T_{97}(t) & T_{98}(t) & T_{99}(t) \end{bmatrix} \quad \text{---- (5.3.3)}$$

● 定義調整量矩陣

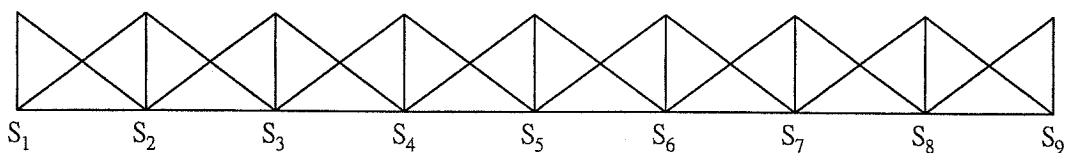
$$\Delta T = \begin{bmatrix} \Delta T_1 & \Delta T_1 & \Delta T_1 & \Delta T_1 & \Delta T_1 & \Delta T_1 & \Delta T_1 & \Delta T_1 & \Delta T_1 \\ \Delta T_2 & \Delta T_2 & \Delta T_2 & \Delta T_2 & \Delta T_2 & \Delta T_2 & \Delta T_2 & \Delta T_2 & \Delta T_2 \\ \Delta T_3 & \Delta T_3 & \Delta T_3 & \Delta T_3 & \Delta T_3 & \Delta T_3 & \Delta T_3 & \Delta T_3 & \Delta T_3 \\ \Delta T_4 & \Delta T_4 & \Delta T_4 & \Delta T_4 & \Delta T_4 & \Delta T_4 & \Delta T_4 & \Delta T_4 & \Delta T_4 \\ \Delta T_5 & \Delta T_5 & \Delta T_5 & \Delta T_5 & \Delta T_5 & \Delta T_5 & \Delta T_5 & \Delta T_5 & \Delta T_5 \\ \Delta T_6 & \Delta T_6 & \Delta T_6 & \Delta T_6 & \Delta T_6 & \Delta T_6 & \Delta T_6 & \Delta T_6 & \Delta T_6 \\ \Delta T_7 & \Delta T_7 & \Delta T_7 & \Delta T_7 & \Delta T_7 & \Delta T_7 & \Delta T_7 & \Delta T_7 & \Delta T_7 \\ \Delta T_8 & \Delta T_8 & \Delta T_8 & \Delta T_8 & \Delta T_8 & \Delta T_8 & \Delta T_8 & \Delta T_8 & \Delta T_8 \\ \Delta T_9 & \Delta T_9 & \Delta T_9 & \Delta T_9 & \Delta T_9 & \Delta T_9 & \Delta T_9 & \Delta T_9 & \Delta T_9 \end{bmatrix} \quad \text{---- (5.3.4)}$$

依據若物體以某一個速度移動的時候，那麼其在下一時間移動的速度並不會有很大的變化，換句話說也就是，物體在移動的時候其速度並不會突然增加或減少，而有慣性的現象。因此假設物體移動距離的狀態機率和移動的距離成反比，所以我們將遞移機率的初始值設定爲

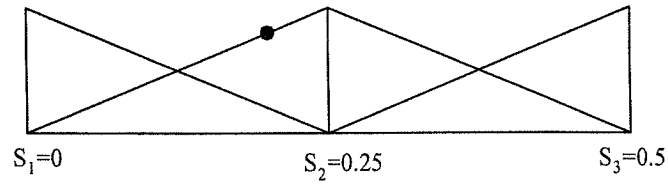
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} \\ 1 & 1 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{2} & 1 & 1 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 1 & 1 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 1 & 1 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 1 & 1 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{5} & \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 1 & 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{6} & \frac{1}{5} & \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{7} & \frac{1}{6} & \frac{1}{5} & \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.2690 & 0.2177 & 0.1010 & 0.0651 & 0.0484 & 0.0391 & 0.0337 & 0.0311 & 0.0336 \\ 0.2690 & 0.2177 & 0.2020 & 0.0977 & 0.0645 & 0.0489 & 0.0404 & 0.0363 & 0.0384 \\ 0.1345 & 0.2177 & 0.2020 & 0.1954 & 0.0968 & 0.0651 & 0.0505 & 0.0435 & 0.0448 \\ 0.0897 & 0.1089 & 0.2020 & 0.1954 & 0.1935 & 0.0977 & 0.0673 & 0.0544 & 0.0538 \\ 0.0672 & 0.0726 & 0.1010 & 0.1954 & 0.1935 & 0.1954 & 0.1010 & 0.0726 & 0.0672 \\ 0.0538 & 0.0544 & 0.0673 & 0.0977 & 0.1935 & 0.1954 & 0.2020 & 0.1089 & 0.0897 \\ 0.0448 & 0.0435 & 0.0505 & 0.0651 & 0.0968 & 0.1954 & 0.2020 & 0.2177 & 0.1345 \\ 0.0384 & 0.0363 & 0.0404 & 0.0489 & 0.0645 & 0.0977 & 0.2020 & 0.2177 & 0.2690 \\ 0.0336 & 0.0311 & 0.0337 & 0.0391 & 0.0484 & 0.0651 & 0.1010 & 0.2177 & 0.2690 \end{bmatrix}$$

接下來是利用經由影光流(optical flow)方法計算所得到的 u 、 v 值，來計算物體移動的距離。其中 $d = \sqrt{u^2(i, j) + v^2(i, j)}$ 。如果 d 值並不是剛好落在所定義的狀態上，而是落在狀態與狀態之間，則其狀態機率是依據下圖所示來決定。也就是說若 d 值落在 S_a 與 S_b 之間且靠近 S_b ，則 $P_b(t) = \frac{d - S_a}{S_b - S_a}$ 、 $P_a(t) = \frac{S_b - d}{S_b - S_a}$ 。



例： $d=0.2$ ，落在 S_1 與 S_2 之間且較靠近 S_2 。



$$\text{則 } P_1(t) = \frac{S_2 - d}{S_2 - S_1} = \frac{0.25 - 0.2}{0.25 - 0} = 0.2 \quad , \quad P_2(t) = \frac{d - S_1}{S_2 - S_1} = \frac{0.2 - 0}{0.25 - 0} = 0.8 \quad .$$

接下來是調整遞移機率矩陣的部分。因為前一個時間的狀態機率乘上遞移機率矩陣必須等於目前時間的狀態機率，不過由於我們所給定的遞移機率矩陣初始值並不一定能夠符合此條件。因此對於遞移機率矩陣而言，必須有所調整使得其能夠符合此條件。

$$\begin{bmatrix} P_1(t+1) \\ P_2(t+1) \\ P_3(t+1) \\ P_4(t+1) \\ P_5(t+1) \\ P_6(t+1) \\ P_7(t+1) \\ P_8(t+1) \\ P_9(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}(t) & T_{12}(t) & T_{13}(t) & T_{14}(t) & T_{15}(t) & T_{16}(t) & T_{17}(t) & T_{18}(t) & T_{19}(t) \\ T_{21}(t) & T_{22}(t) & T_{23}(t) & T_{24}(t) & T_{25}(t) & T_{26}(t) & T_{27}(t) & T_{28}(t) & T_{29}(t) \\ T_{31}(t) & T_{32}(t) & T_{33}(t) & T_{34}(t) & T_{35}(t) & T_{36}(t) & T_{37}(t) & T_{38}(t) & T_{39}(t) \\ T_{41}(t) & T_{42}(t) & T_{43}(t) & T_{44}(t) & T_{45}(t) & T_{46}(t) & T_{47}(t) & T_{48}(t) & T_{49}(t) \\ T_{51}(t) & T_{52}(t) & T_{53}(t) & T_{54}(t) & T_{55}(t) & T_{56}(t) & T_{57}(t) & T_{58}(t) & T_{59}(t) \\ T_{61}(t) & T_{62}(t) & T_{63}(t) & T_{64}(t) & T_{65}(t) & T_{66}(t) & T_{67}(t) & T_{68}(t) & T_{69}(t) \\ T_{71}(t) & T_{72}(t) & T_{73}(t) & T_{74}(t) & T_{75}(t) & T_{76}(t) & T_{77}(t) & T_{78}(t) & T_{79}(t) \\ T_{81}(t) & T_{82}(t) & T_{83}(t) & T_{84}(t) & T_{85}(t) & T_{86}(t) & T_{87}(t) & T_{88}(t) & T_{89}(t) \\ T_{91}(t) & T_{92}(t) & T_{93}(t) & T_{94}(t) & T_{95}(t) & T_{96}(t) & T_{97}(t) & T_{98}(t) & T_{99}(t) \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} \Delta T_1 & \Delta T_1 & \Delta T_1 & \Delta T_1 & \Delta T_1 & \Delta T_1 & \Delta T_1 & \Delta T_1 & \Delta T_1 \\ \Delta T_2 & \Delta T_2 & \Delta T_2 & \Delta T_2 & \Delta T_2 & \Delta T_2 & \Delta T_2 & \Delta T_2 & \Delta T_2 \\ \Delta T_3 & \Delta T_3 & \Delta T_3 & \Delta T_3 & \Delta T_3 & \Delta T_3 & \Delta T_3 & \Delta T_3 & \Delta T_3 \\ \Delta T_4 & \Delta T_4 & \Delta T_4 & \Delta T_4 & \Delta T_4 & \Delta T_4 & \Delta T_4 & \Delta T_4 & \Delta T_4 \\ \Delta T_5 & \Delta T_5 & \Delta T_5 & \Delta T_5 & \Delta T_5 & \Delta T_5 & \Delta T_5 & \Delta T_5 & \Delta T_5 \\ \Delta T_6 & \Delta T_6 & \Delta T_6 & \Delta T_6 & \Delta T_6 & \Delta T_6 & \Delta T_6 & \Delta T_6 & \Delta T_6 \\ \Delta T_7 & \Delta T_7 & \Delta T_7 & \Delta T_7 & \Delta T_7 & \Delta T_7 & \Delta T_7 & \Delta T_7 & \Delta T_7 \\ \Delta T_8 & \Delta T_8 & \Delta T_8 & \Delta T_8 & \Delta T_8 & \Delta T_8 & \Delta T_8 & \Delta T_8 & \Delta T_8 \\ \Delta T_9 & \Delta T_9 & \Delta T_9 & \Delta T_9 & \Delta T_9 & \Delta T_9 & \Delta T_9 & \Delta T_9 & \Delta T_9 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ P_3(t) \\ P_4(t) \\ P_5(t) \\ P_6(t) \\ P_7(t) \\ P_8(t) \\ P_9(t) \end{bmatrix}$$

$$P(t+1) = (T(t) + \Delta T(t)) \times P(t) \quad \text{----- (5.3.5)}$$

$$\Rightarrow P(t+1) = T(t) \times P(t) + \Delta T(t) \times P(t)$$

$$\Rightarrow \Delta T(t) \times P(t) = P(t+1) - T(t) \times P(t)$$

$$\Rightarrow \Delta T(t) = (P(t+1) - T(t) \times P(t)) \times P(t)^{-1}$$

由上面的推導結果可以得到調整量矩陣，並藉以獲得遞移機率矩陣，使其能夠符合條件。不過由於利用此法所得到的遞移機率矩陣其所含部分元素的機率有可能會小於 0 或大於 1，因此必須經過與之前所述相同之正規化(normalization)的步驟。最後將狀態機率及遞移機率矩陣代入 5 級的馬可夫鏈中，並且運用 Viterbi 演算法決定最有可能的輸出結果。

6 模擬

模擬分為二大部分 (A) 假設速度值 (u, v) 已知，加入雜訊至 (u, v) 中模擬利用影光流方法求得的 (u, v) 值並不是很精確，以驗證系統在含有外在雜訊影響時，馬可夫鏈模式是否能夠獲得正確的結果。(B) 實際上針對一連串の影像運用影光流方法計算其速度值並萃取馬可夫鏈的參數，然後利用 Viterbi 演算法決定最佳路徑，以驗證系統的可行性。

(A) 訊號雜訊比(signal-noise-rate)的定義如下式所示：

$$SNR = 10 \log \frac{SP}{NP} (dB)$$

其中 SP 代表訊號的功率， NP 代表雜訊的功率。在模擬時，訊號雜訊比為

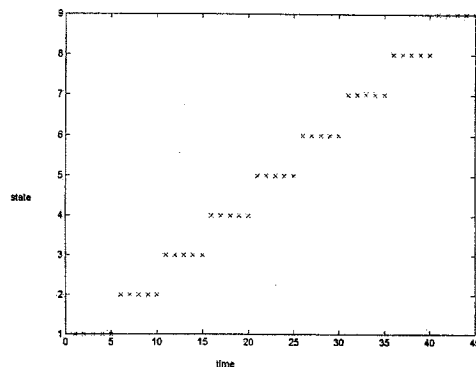
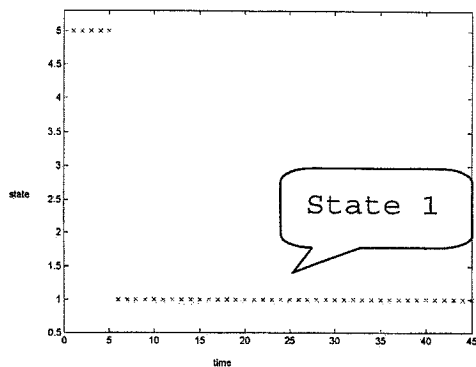
$$SNR = 10 \log \frac{1}{0.01} = 20 (dB)$$

● 模擬

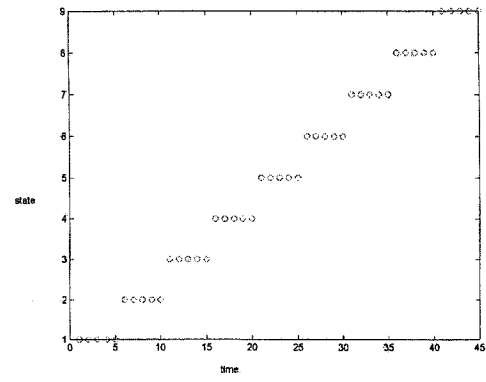
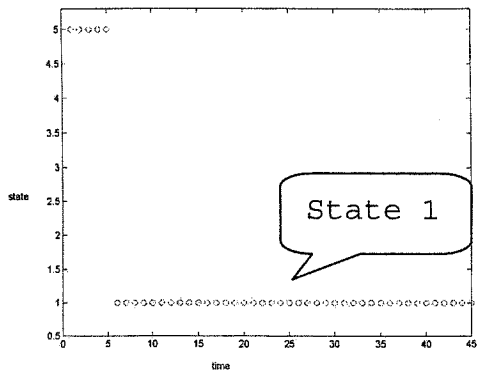
模擬各個方向的移動。在模擬 1~4 中的各個距離狀態是個別模擬的，為了不要佔用太多篇幅，因此將結果顯示於同一張圖上。

(1) 模擬向上移動

(模擬條件)

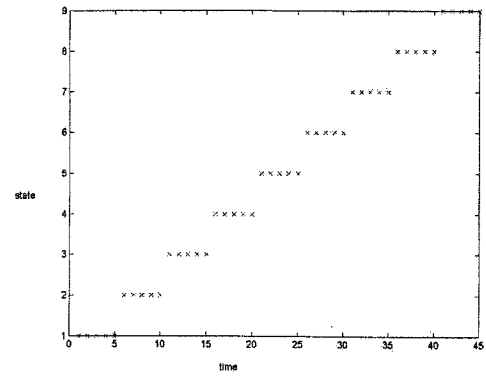
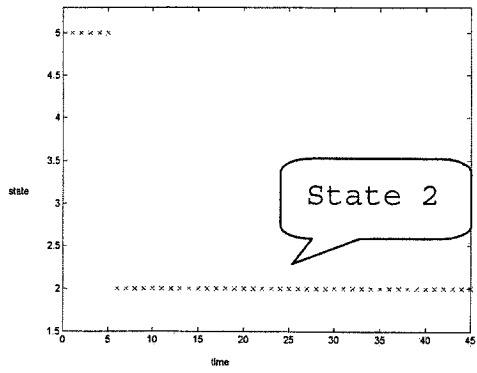


(模擬結果)

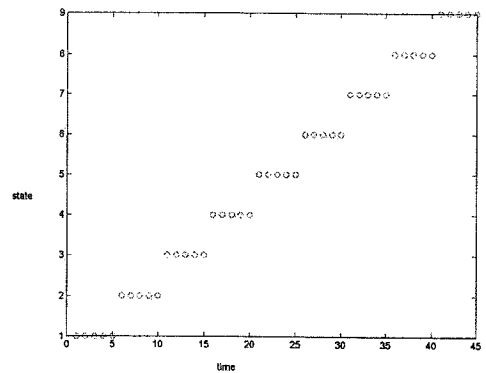
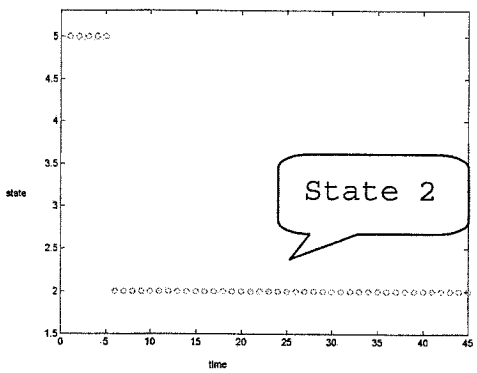


(2) 模擬向下移動

(模擬條件)

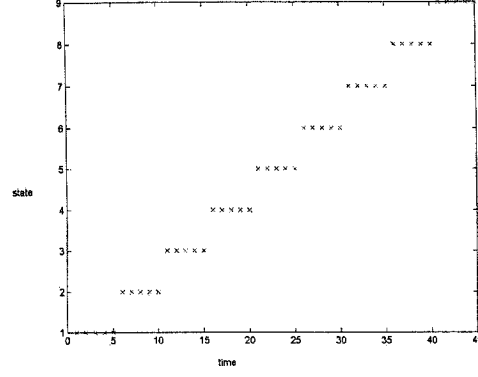
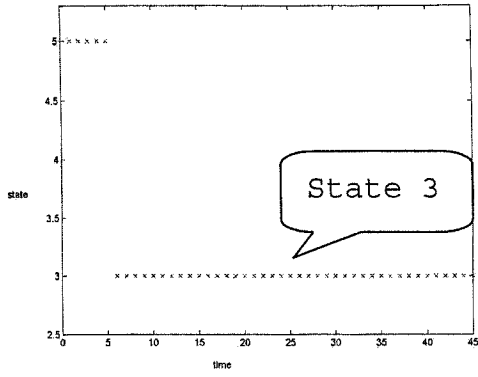


(模擬結果)

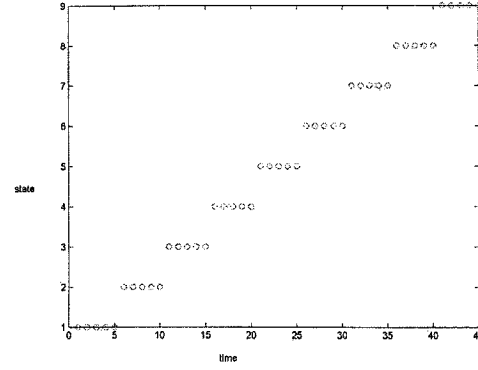
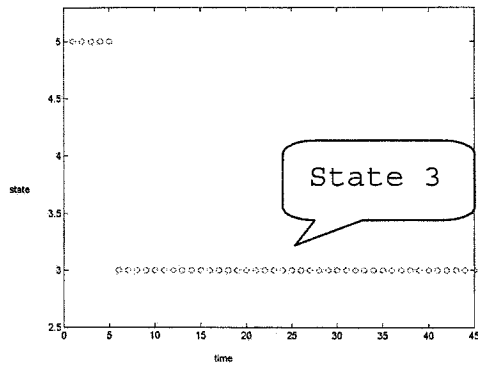


(3) 模擬向左移動

(模擬條件)

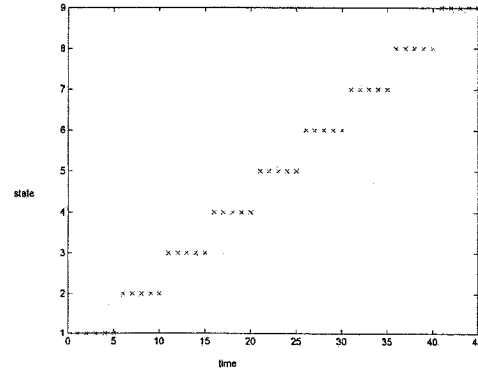
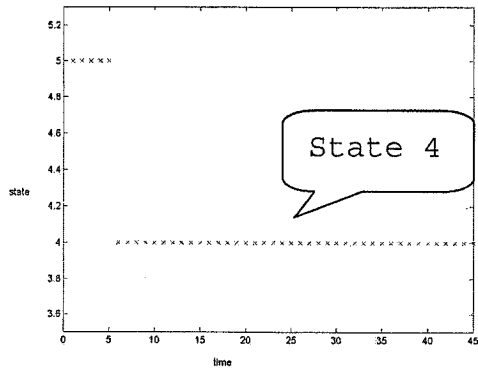


(模擬結果)

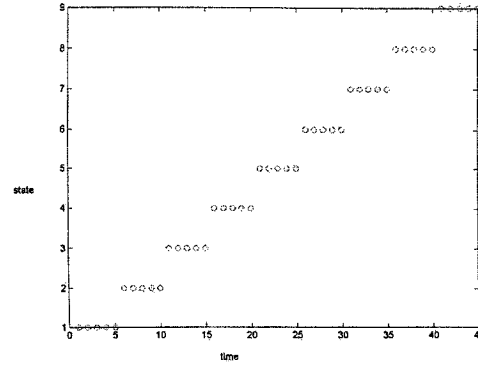
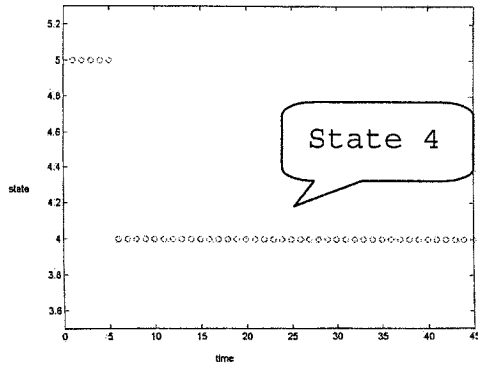


(4) 模擬向右移動

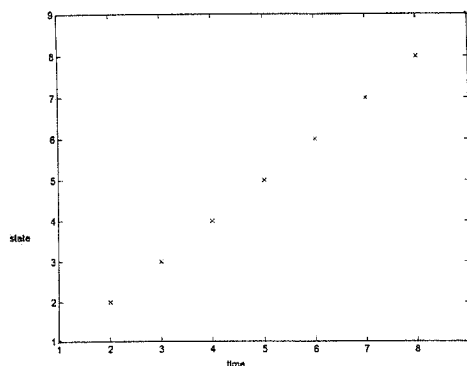
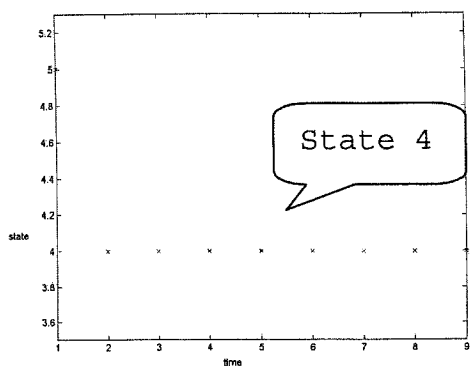
(模擬條件)



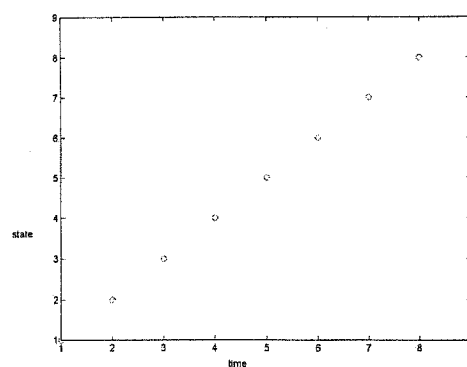
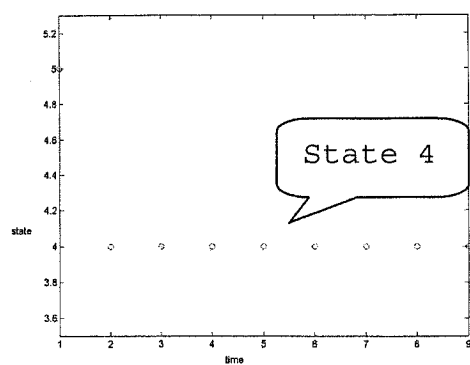
(模擬結果)



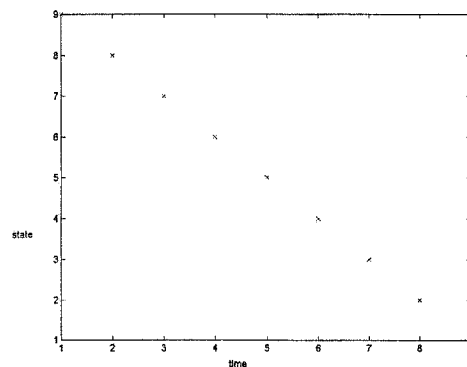
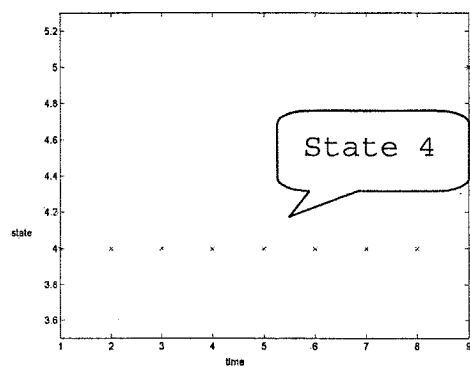
(5) 模擬向右移動，且速度隨著時間而增加。
 (模擬條件)



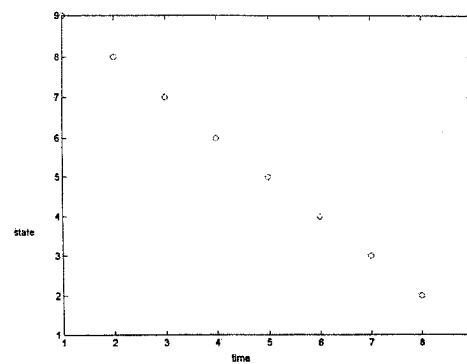
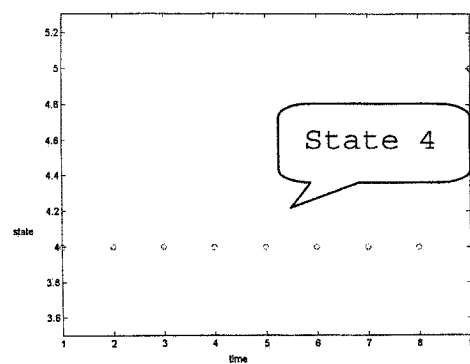
(模擬結果)



(6) 模擬向右移動，且速度隨著時間而減少。
 (模擬條件)



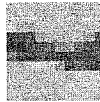
(模擬結果)



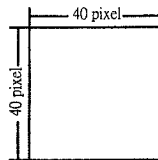
(B) 影像背景為一 $800(\text{pixels}) \times 800(\text{pixels})$ 的影像。



追蹤物體為一 $10(\text{pixels}) \times 10(\text{pixels})$ 像素的影像。



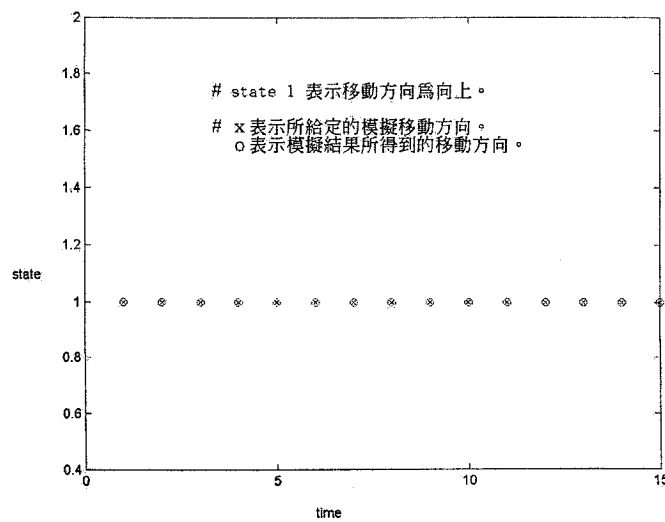
追蹤視窗的範圍為 $40(\text{pixels}) \times 40(\text{pixels})$ 。

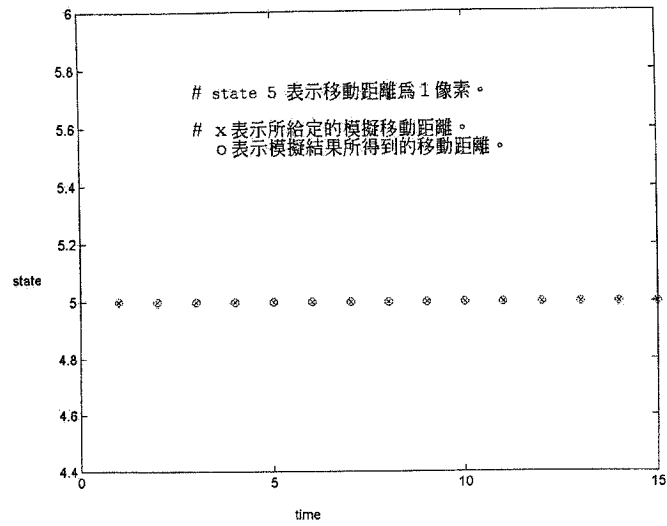


● 模擬

(1) 模擬向上移動，且移動距離為 1 個像素。

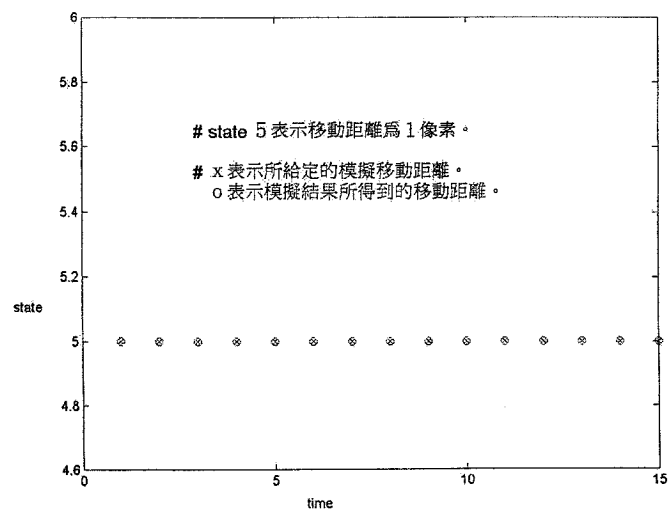
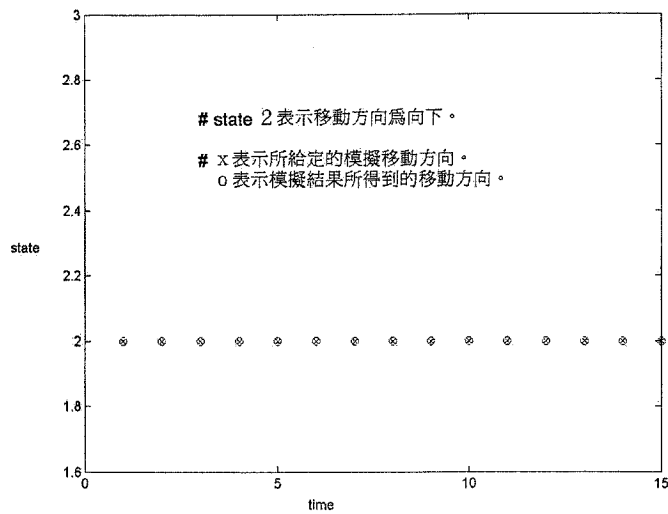
(模擬結果)



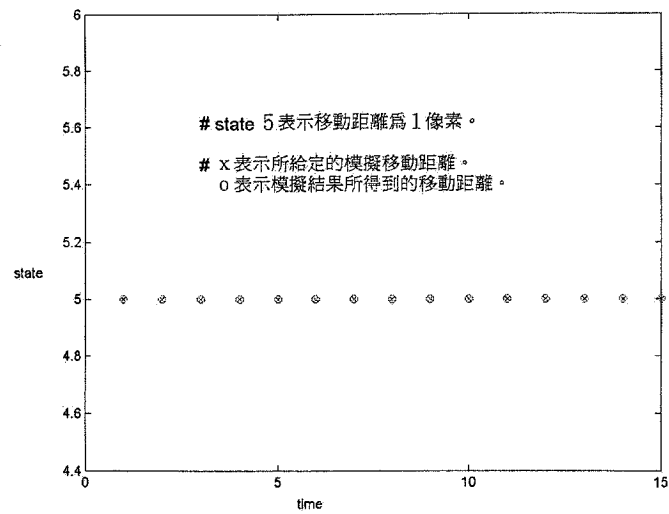
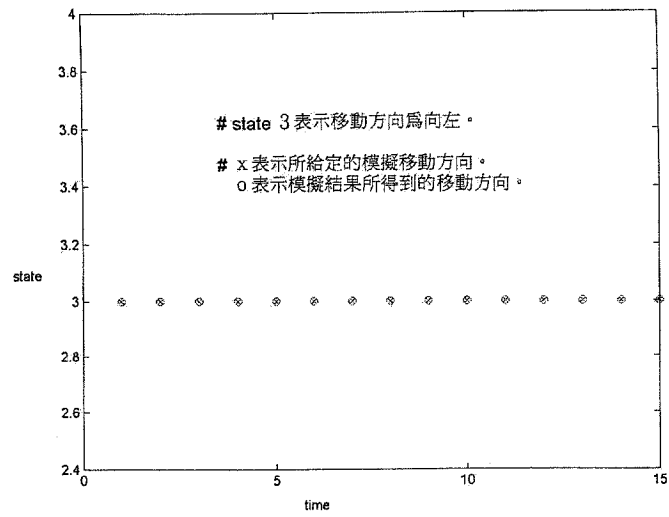


(2) 模擬向下移動，且移動距離為1個像素。

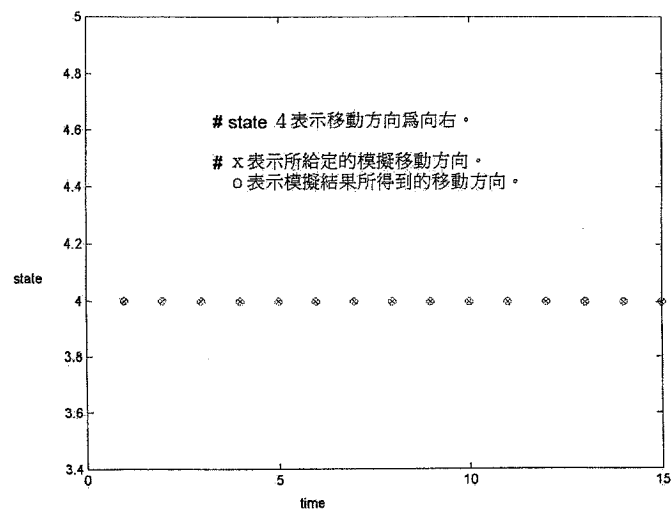
(模擬結果)

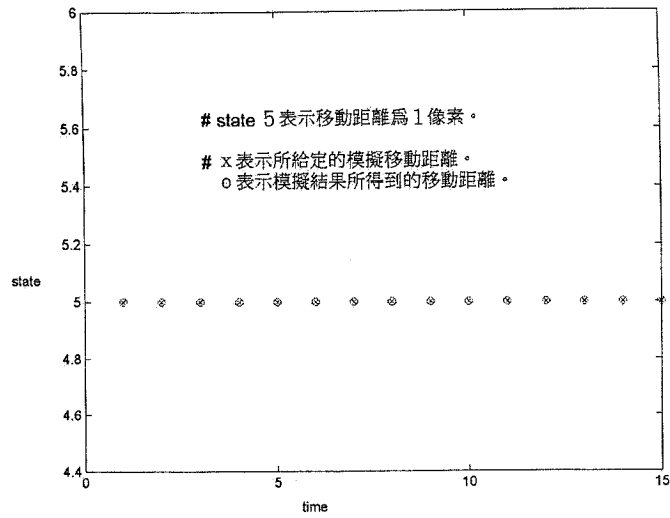


(3) 模擬向左移動，且移動距離為 1 個像素。
(模擬結果)

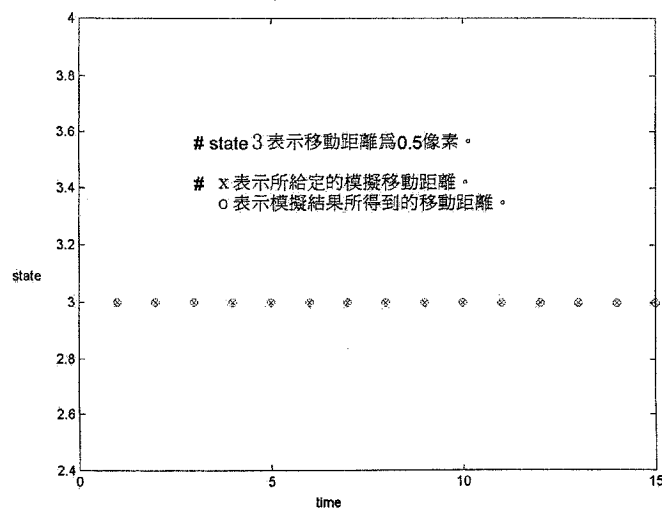
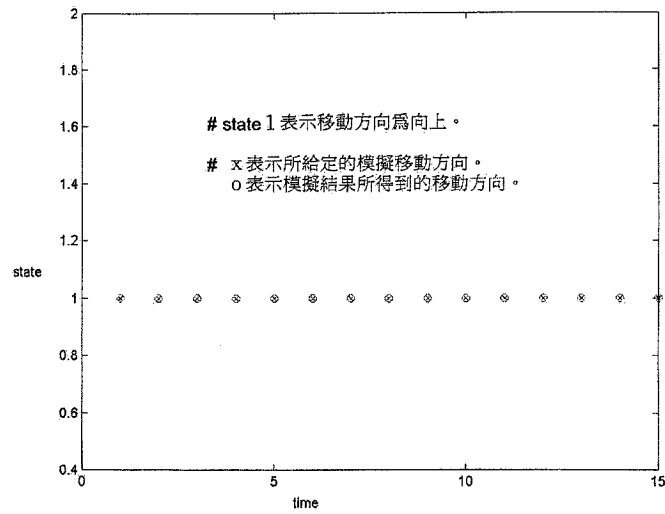


(4) 模擬向右移動，且移動距離為 1 個像素。
(模擬結果)

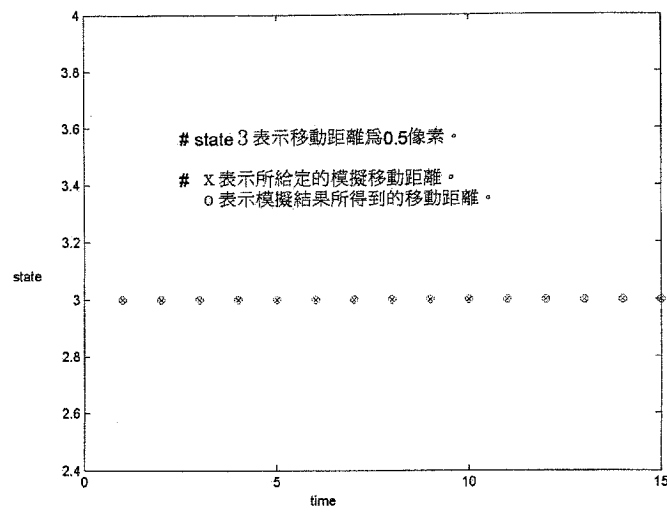
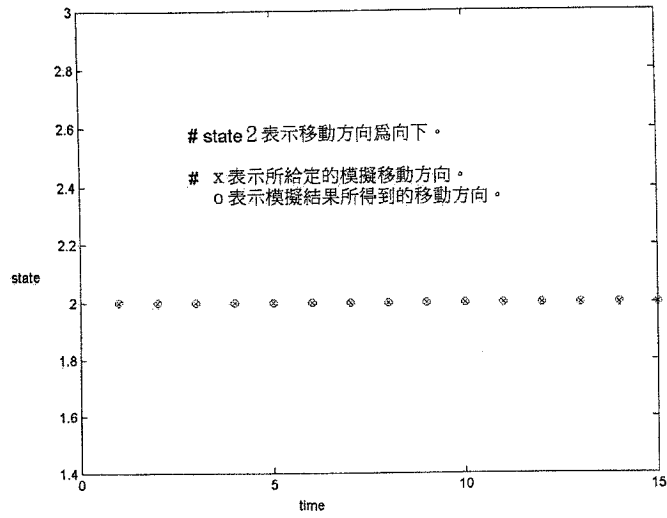




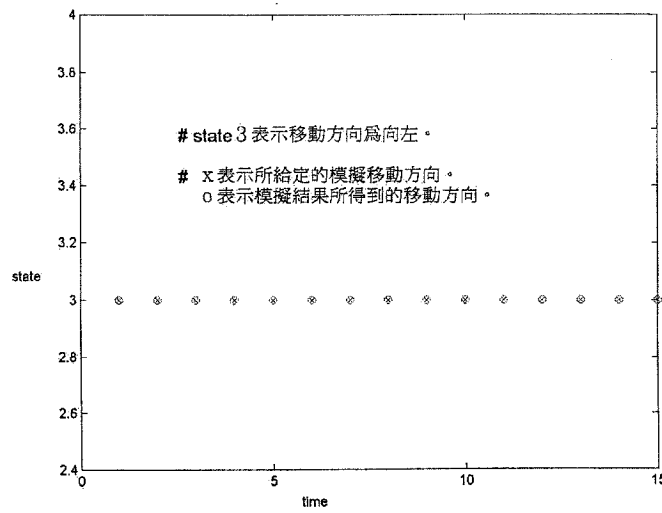
(5) 模擬向上移動，且移動距離為 0.5 個像素。
(模擬結果)

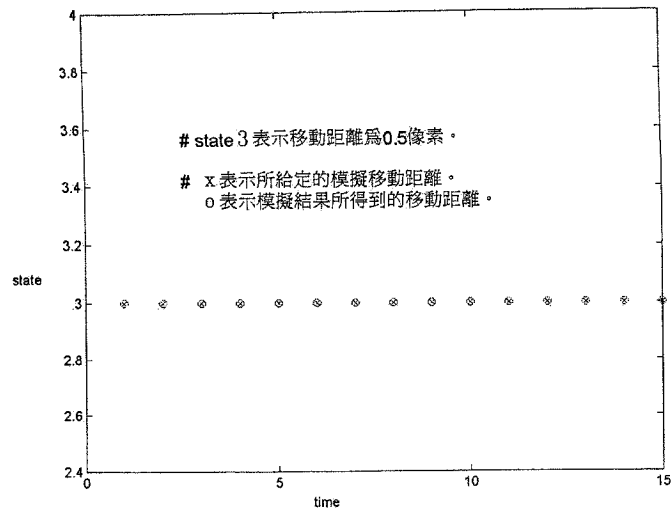


(6) 模擬向下移動，且移動距離為 0.5 個像素。
(模擬結果)

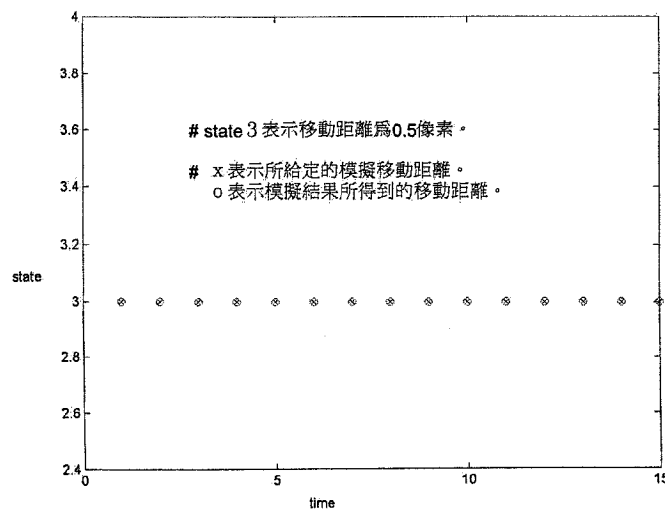
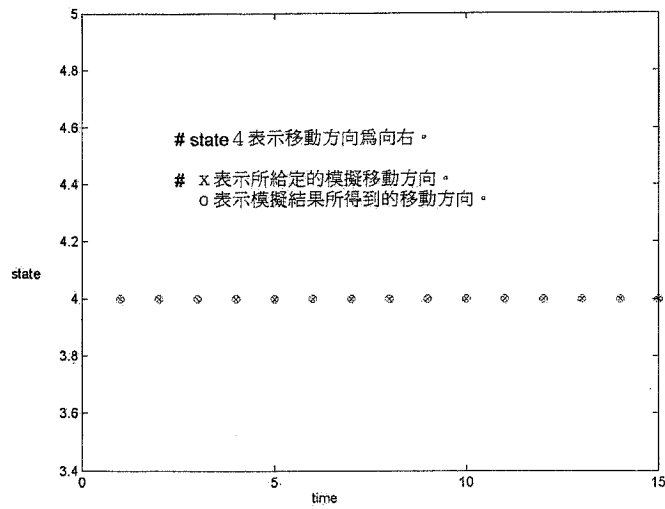


(7) 模擬向左移動，且移動距離為 0.5 個像素。
(模擬結果)





(8) 模擬向右移動，且移動距離為 0.5 個像素。
 (模擬結果)



7 結論

對於動態影像分析而言，位移的資訊扮演著一個重要的腳色。在報告中我們採用針對一連串影像計算其影光流的方法來獲得物體移動的位移資訊。其中計算影光流的方法有許多種，在此我們是採用由 Horn 與 Schunck 所提出的方法。不過由於影像灰階變化線性度及外在雜訊的影響，影光流計算的結果有時並不是很精確。因此我們提出了以馬可夫鏈為基本架構並且結合影光流方法的影像追蹤系統，其中包括物體移動方向估測及物體移動距離估測二大部分。另外實際模擬部分包括 (A) 假設速度值 (u, v) 已知，加入雜訊至 (u, v) 中模擬利用影光流方法求得的 (u, v) 值並不是很精確，以驗證系統在含有外在雜訊影響時，馬可夫鏈模式是否能夠獲得正確的結果。其中驗證了 (1) 物體向上移動、(2) 物體向下移動、(3) 物體向左移動、(4) 物體向右移動、(5) 物體向右移動且速度隨著時間而增加、(6) 物體向右移動且速度隨著時間而減少 (在 (1) ~ (4) 項模擬驗證中，均各自包括了 9 種物體移動距離的模擬)。(B) 實際上針對一連串的影像運用影光流方法計算其速度值並萃取馬可夫鏈的參數，然後利用 Viterbi 演算法決定最佳路徑，以驗證系統的可行性。其中驗證了 (1) 物體向上移動 0.5 個像素及 1 個像素、(2) 物體向下移動 0.5 個像素及 1 個像素、(3) 物體向左移動 0.5 個像素及 1 個像素、(4) 物體向右移動 0.5 個像素及 1 個像素。經由實際模擬驗證之後，其結果皆令人滿意。

參考文獻

- [1] J.R. Norris, "Markov Chains," Cambridge University Press 1997.
- [2] MARIUS IOSIFESCU, "Finite Markov Processes and Their Applications," JOHN WILEY & SONS 1980.
- [3] 吳翊彰, "Effects of Dynamic Range on Fixed-Delay Tree Search Sequence Detector," NCTU 2000.
- [4] Ronald E. Walpole, Raymond H. Myers, Sharon L. Myers, "PROBABILITY AND STATISTICS," PRENTICE HALL 1998.
- [5] B. K. P. Horn, B. G. Schunck, "Determining optical flow," Artificial Intell., vol. 17, pp. 185-203, 1981.
- [6] H. H. Nagel, "On the estimation of optical flow: relations between different approaches and some new results," Artificial Intelligent, vol. 33, pp. 299-324, 1987.
- [7] J. L. Barron, D. J. Fleet and S. S. Beauchemin, "System and experiment performance of optical flow techniques," Intern. J. Comput. Vision, vol. 12, no. 1, pp. 43-77, 1994.
- [8] D. R. Sebok, T. J. Sebok, "Using optical flow techniques to electronically stabilize scene motion," SPIE, vol. 1957, pp. 14-22, 1994.
- [9] A. D. Bimbo, "Optical flow computation using extended constraints," IEEE Trans. on Image Processing, vol. 5, no. 5, pp. 720-739, May. 1996.