行政院國家科學委員會補助專題研究計畫成果報告

桁架式三明治複合材料構件的研製（I）-子計畫一：

桁架式三明治複合材料構件的可靠度評估

計畫類別：　個別型計畫　　　整合型計畫
計畫編號：NSC 90-2212-E-009-058
執行期間：90 年 08 月 01 日至 91 年 07 月 31 日

計畫主持人：金大仁
共同主持人：

執行單位：國立交通大學機械系

中　華　民　國　九十一　年　十　月　四　日

桁架式三明治複合材料構件的研製（I）-子計畫一：

桁架式三明治複合材料構件的可靠度評估

計畫編號：NSC 90-2212-E-009-058
執行期間：90 年 08 月 01 日至 91 年 07 月 31 日
主持人：金大仁教授
國立交通大學機械系

一、中文摘要

本三年計畫將應用反算和可靠度方法來研究桁架式三明治複合材料板的可靠性。在第一年的研究中，先推導一藉量測結構的自然頻率來反算三明治板的材料常數的方法，此方法是將理論與實驗的自然頻率間的差異函數極小化，然後利用一隨機全域性最佳化方法來找出材料常數，有此材料常數可分析三明治板件的真實力學行為，並可進一步評估板件的可靠性。

關鍵字：複合材料，三明治板，材料常數，識別，可靠度。

Abstract

The reliability of truss-type laminated composite sandwich plates is to be studied in this three-year project. Inverse and reliability methods are used in the reliability assessment of the sandwich plates. In the first year, an inverse method is proposed to identify the material constants of the plates. The inverse method utilizes a stochastic global minimization technique to minimize an error function comprising the differences between the theoretical and experimental frequencies. The minimization of the error function leads to the identification of the material constants of the sandwich plates.

Keywords： Composite materials, sandwich plate, reliability, inverse problem, minimization

二、緣由與目的

複合材料結構因具有高強度、重量輕且抗彎性佳的特性，已被廣泛應用於各種工程、軍事用途上，尤其是對重量有特別要求的結構。而桁架式複合材料三明治構件，更是具有高剛度與質量比，擁有高挫屈之抵抗性，此外尚可提供特有的力學方向性與自然頻率分佈。

近來隨著複合材料的廣泛使用與高可靠度的需求，而以非破壞性方式識別其彈性常數逐漸受到重視與矚目。大體上這些文獻都是以超音波檢測或振動頻率測量來配合模態以最佳化理論作為識別複合材料彈性常數，但是這些研究大都面臨以下的困難：(一)無法完全精確識別所有的彈性常數(二)自然頻率測量需使用到較不準確之高頻模態(三)彈性常數之識別結果誤差過大(四)無法識別複合材料三明治結構。因此本研究之目的乃是提出一簡單、省時、精確、可靠且為非破壞性之方式，利用結構前幾個低頻振動頻率來識別桁架式複合材料構件之彈性常數與邊界支撐之勁度，並進而評估其可靠度。

三、反算問題

本研究是利用非破壞的方式即混合實驗及數值方法來反求桁架式複合材料

三明治構件的材料性質與邊界支撐之勁度，首先建立以實驗量測與理論預測之自然頻率差值的平方為原始目標函數的最小化問題，即

$$\begin{aligned} &Minimize \quad e(\underline{x}) = \left(\underline{\mu}^*\right)^t \left(\underline{\mu}^*\right) \\ &Subject\ to \quad x_i^L \le x_i \le x_i^U \quad i = 1 \sim N \end{aligned} \tag{1}$$

其中 $\underline{x} = [E_1, E_2, G_{12}, G_{23}, \nu_{12}, E, \nu, E_{b1} \ldots, E_{bn}]$，$E_1, E_2, G_{12}, G_{23}, \nu_{12}$ 與 E, ν 分別為面層與夾心層之材料常數，$E_{b1} \ldots, E_{bn}$ 則為邊界支撐的勁度；$\underline{\mu}^*$ 為 $M \times 1$ 的向量分別代表實驗測量及理論計算 M 個自然頻率差值；$e(\underline{x})$ 即為目標函數；x_i^L, x_i^U 為材料常數的下限及上限，此問題為一受限制條件的最佳化問題。

$$\underline{\mu}_i^* = \frac{\mu_{pi} - \mu_{mi}}{\mu_{mi}} \tag{2}$$

接下來利用延伸性拉格蘭吉(Augmented Lagrange Multiplier Method)的方法[1]，將上列問題變成無限制條件的問題，即

$$\underline{\Psi}(\underline{x}, \underline{\mu}, \underline{\eta}, r_p) = e(\underline{x}) + \sum_{j=1}^{4} \left[\mu_j z_j + r_p z_j^2 + \eta_j \psi_j + r_p \psi_j^2 \right]$$

$$\begin{aligned} with \quad & z_j = \max\left[g_j(x_j), \frac{-\mu_j}{2r_p} \right] \\ & g_j(x_j) = x_j - x_j^U \le 0 \\ & \psi_j = \max\left[H_j(x_j), \frac{-\eta_j}{2r_p} \right] \\ & H_j(x_j) = x_j^L - x_j \le 0 \qquad j = 1 \sim N \end{aligned} \tag{3}$$

其中 μ_j, η_j, r_p 為拉格藍吉乘子，其疊代方程式如下：

$$\begin{aligned} &\mu_j^{n+1} = \mu_j^n + 2r_p^n z_j^n \\ &\eta_j^{n+1} = \eta_j^n + 2r_p^n \psi_j^n \qquad j = 1 \sim N \\ &r_p^{n+1} = \begin{cases} \gamma_0 r_p^n & if \quad r_p^{n+1} < r_p^{\max} \\ r_p^{\max} & if \quad r_p^{n+1} \ge r_p^{\max} \end{cases} \end{aligned} \tag{4}$$

其中 n 表示疊代次數，而各個疊代起始值則設定如下：

$$\begin{aligned} &\mu_j^0 = 1.0 \qquad \eta_j^0 = 1.0 \qquad r_p^0 = 0.4 \\ &\gamma_0 = 1.25 \qquad r_p^{\max} = 100 \end{aligned} \tag{5}$$

藉由上述的方法，可以得到新的目標函數。配合多起始點方法及貝氏分析法所發展的總域極小化演算法[2]，可以求解上述最佳化反算問題。

四、材料常數識別

複合材料結構易受不同的製程影響，材料性質有很大的差異，可能同一批材料在不同的製程規劃、施工設備、人員與時間，其製作的複合材料成品結構性質可能有所差異，一般除了標準拉伸試驗可測知材料常數外，並無一簡單、省時、精確的替代方法，這對複合材料結構之成品件其可靠度帶來不可預知的結果。而且桁架式複合材料三明治結構，其外形相對複雜，且製程也比拉伸試片困難，並無法應用標準拉伸試驗來有效決定其材料常數。

若要精確預知構件之力學行為，先要正確找出其材料常數與邊界支撐之勁度，才可進一步評估其可靠度。因此，如何有效且正確的反算出材料之相關性質是非常重要的。

本研究將以限制性總域極小化程序，配合振動實驗測量與應用里茲方法分析，以多階段調整限制、隨機多起始點搜尋、設計變數與梯度單位化，識別桁架式複合材料三明治板件之彈性常數與邊界支撐之勁度。

（一）振動測量實驗：

在振動實驗上使用的設備包括頻譜分析儀(3560C) (如圖 1)、激振器、加速規，將試片固定於夾具中，連接激振器、頻譜分析儀、加速規(如圖 2)。實驗進行時，會先由頻譜分析儀產生一掃頻(Sweep Sine)訊號，送入激振器以激振試片，並以加速規量測試片之振動訊號傳給頻譜分

析儀，分析儀利用快速傅立葉轉換求得複合材料三明治層板的頻率域響應(如圖 3)。

（二）理論分析：

將猜測的材料常數與邊界支撐之勁度性質代入應用里茲方法之分析理論中，即可得到對應之自然頻率預測值。

五、結果與討論

本研究將利用前面介紹之反算方法進行材料常數之反求，並與已知之實際材料常數值作比較，用來確認本研究之精確性。文中將以不同疊層角度、尺寸與邊界之複合材料積層板來進行探討，所使用的複合材料為 Carbon/Epoxy，其材料常數為 E_{11}=147.503Gpa、E_{22}=9.223Gpa、$^{3}{}_{12}$ = 0.306、G_{12}=6.8356Gp、G_{23}=1.1229Gpa、密度為 1443 Kg/m^3，彈性支承泡棉的楊氏係數為 0.386 MPa，其寬度與厚度分別為 b=1.0e-2 m 與 h_b =1.15e-3 m 。邊界等效之平移與旋轉彈簧常數為 K=Eb/h_b 與 R=Eb^3/12h_b 。

(一) [45^0/-45^0/45^0]複合材料積層板（長寬為 12 cm × 12 cm）四邊使用泡棉（寬度 1 cm）做為彈性支撐，反求其邊界彈性支承的楊氏係數 E 值。

研究法法，首先利用上述實驗方法進行振動實驗，求得此結構之第一個自然頻率的實驗值為 271.6899 Hz；而理論部分則是將此結構以 11 cm × 11 cm 來模擬，並將已知之材料常數與猜測之邊界支承 E 值代入理論中分析，求得第一個自然頻率的預測值。

設定設計變數之有效限制範圍為

0 E 10 MPa

由 IMSL 軟體之 RNUN 副程式隨機選取一起始點，再利用本文之反求方法進行總域極小化演算程序；當可靠度達到 P = 0.99 即停止運算。最後經歷 90 次之迭代，反算所得之邊界支承 E 值及其誤差為

E=0.388971MPa (0.7697%)

此問題誤差之主要來源，是因為理論分析部分對結構尺寸大小之模擬與實際有所出入，最後反求之結果誤差很小。

(二) $[0^{\circ}_4/90^{\circ}_4]_s$ 複合材料積層板（長寬為 11 cm × 11 cm）四邊使用泡棉（寬度 1 cm）做為彈性支撐，同時反求積層板材料常數及邊界彈性支承的楊氏係數 E 值。

研究方法，首先是將結構以 10 cm × 10 cm 來模擬，再將已知之實際材料常數及邊界勁度代入里茲方法求得前六個自然振頻率值分別為

F_1= 726.063130Hz；F_2 = 1229.796612Hz；F_3=1283.432108Hz；F_4= 1667.839660 Hz；F_5=1906.714031Hz；F_6= 2366.630192Hz

然後以此自然振頻率值代替實驗值；而理論部分則是同樣將此結構以 10 cm × 10 cm 來模擬，且將猜測之材料常數與邊界支承 E 值代入理論中分析，求得對應之自然頻率預測值。

設定設計變數之有效限制範圍為

40 Gpa E_{11} 400 GPa；0 E_{22}、G_{12}、G_{23} 40 GPa；0 í$_{12}$ 0.5；0 E 1.0 MPa

由 IMSL 軟體之 RNUN 副程式隨機選取一起始點，再利用本文之反求方法進行總域極小化演算程序；當可靠度達到 P = 0.99 即停止運算。最後經歷 51 次之迭代，反算所得材料常數、邊界支承 E 值及其誤差為

E_{11}=147.503Gpa(0%)；E_{22}=9.22295GPa(-5.4e-4%)；G_{12}=6.8356GPa(0%)；G_{23}=1.12267GPa (-0.02%)；í$_{12}$= 0.30599 (-3.27e-3 %)；E=0.386 MPa (0 %)

此問題是直接以理論分析值替代實驗值，而未進行振動實驗，設計變數高達到六個，並應用前六個自然頻率，其反求之結果誤差幾乎趨近於零。

(三) $[45^{\circ}_{3}/60^{\circ}_{3}/0^{\circ}_{3}/90^{\circ}_{3}]_{s}$ 複合材料積層板(長寬為 12cm×12cm)四邊使用兩組不同性質泡棉 (E_1=0.08 MPa、E_2=0.2 MPa、寬度 1 cm)做為彈性支撐，反求積層板材料常數及邊界兩組支承的楊氏係數 E_1、E_2 值。

研究方法，首先是將結構以 11 cm × 11 cm 來模擬，再將已知之實際材料常數及邊界勁度代入里茲方法求得前七個自然振頻率值分別為

F_1=416.247438Hz； F_2 =561.597942 Hz；
F_3= 707.895402 Hz ；F_4= 1072.387634 Hz；
F_5= 1533.381569 Hz；F_6= 1892.306614 Hz；
F_7= 2326.516396 Hz

然後以此自然振頻率值代替實驗值；而理論部分則是同樣將結構以 11 cm × 11 cm 來模擬，且將猜測之材料常數與邊界支承 E_1、E_2 值代入理論中分析，求得對應之自然頻率預測值。

設定設計變數之有效限制範圍為

40 Gpa E_{11} 400 GPa；0 E_{22}、G_{12}、G_{23} 40 GPa；
0 í$_{12}$ 0.5；0 E_1 1.0 MPa；0 E_2 1.0 MPa

由 IMSL 軟體之 RNUN 副程式隨機選取一起始點，再利用本文之反求方法進行總域極小化演算程序；當可靠度達到 P = 0.99 即停止運算。最後經歷 63 次之迭代，反算所得材料常數、邊界支承 E_1、E_2 值及其誤差為

E_1=147.503 Gpa (0%)；E_2=9.223 GPa (0%)；G_{12}=6.8355999 GPa (-1.46e-6 %)；G_{23} = 1.1228775 GPa (-2.0e-5 %)；í$_{12}$=0.306 (0 %)；E_1=0.0799999996 MPa (-1.25e-6 %)；E_2=0.2 MPa (0 %)

此問題同樣是直接以理論分析值來替代實驗值，而並未進行振動實驗，設計變數高達到七個，並應用前七個自然頻率，其反求之結果誤差同樣是趨近於零。

經由上述結果討論，不管設計變數為一個或是高達到七個時，其結果皆能很精確的反求出來，因此可以確認此方法之可行性，且其準確性非常高。藉由此方法必可再進一步對桁架式複合材料構件之彈性常數與邊界支撐之勁度進行識別，而且是一簡單、精確、有效且非破壞性之方式。

參考文獻

1. Vandperplaats, G. N., 1984, Numerical Optimization Techniques for Engineering Design：with Application., McGraw-Hill Inc.
2. Snyman, J. A., and Fatti, L. P., 1987, A Multi-Start Global Minimization Algorithm with Dynamic Search Trajectories., J. Of Optim. Theo. And Appl., 54, pp. 121-141.

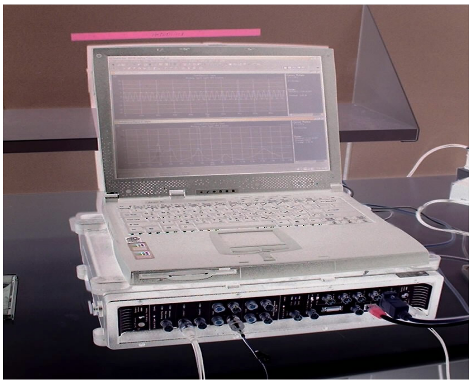

圖 1　頻譜分析儀

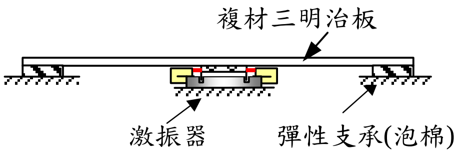

圖 2 激振器與彈性支承複材三明治板之配置

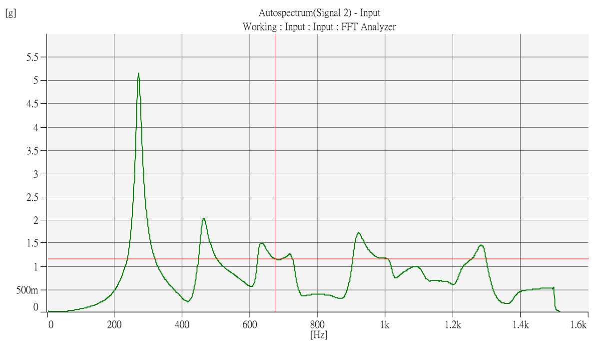

圖 3 應用頻率掃描方式所得之振動訊號