

# 行政院國家科學委員會補助專題研究計畫成果報告

## 模糊類神經系統歸屬函數之新調整法 Fine Tuning Method of Membership Function for Fuzzy Neural Systems

計畫類別：個別型計畫    整合型計畫

計畫編號：NSC90-2213-E009-114

執行期間：90年8月01日至91年7月31日

計畫主持人：鄧清政 教授

共同主持人：李慶鴻 教授

本成果報告包括以下應繳交之附件：

- 赴國外出差或研習心得報告一份
- 赴大陸地區出差或研習心得報告一份
- 出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份
- 國際合作研究計畫國外研究報告書一份

執行單位：國立交通大學電機與控制工程學系

中華民國 91年8月12日

# 模糊類神經系統歸屬函數之新調整法

## Fine Tuning Method of Membership Function for Fuzzy Neural Systems

計畫編號：NSC 90-2213-E-009-114

執行期限：90 年 8 月 1 日至 91 年 7 月 31 日

主持人：鄧清政 國立交通大學電機與控制工程學系

E-mail: ccteng@cn.nctu.edu.tw

共同主持人：李慶鴻 元智大學電機工程學系

E-mail: chlee@saturn.yzu.edu.tw

### 一、中文摘要

本計畫提出一個方法來調整模糊類神經網路(Fuzzy Neural Network, FNN)之歸屬函數(membership function),並有效提高其近似精確度(Approximation accuracy)。這一個歸屬函數調整法是基于過去 Radian basis network 的成果:任何連續函數皆可以表示成高斯函數的線性組合。因此我們將原有 FNN 的第二層歸屬函數以數個俱加權值的高斯函數代替,以改變使用高斯歸屬函數對稱的特性,使得歸屬函數能隨著需求變化,進而提高 FNN 的函數近似精確度,求得最佳之歸屬函數。當然我們希望此一法則依舊保有過去 FNN 的優點(廣泛近似能力、簡單機制、學習法則、參數收斂定理)。最後,基於此一方法,我們將它應用在 PID 控制器設計的問題上。

**關鍵詞**: 模糊類神經網路、函數近似、控制

### Abstract

This project has developed a novel method to fine-tune the membership functions of a fuzzy neural network (FNN) system to improve approximation accuracy. This method bases on the result: any continuous function can be represented by a linear combination of Gaussian function with any standard deviation. By this way, the proposed FNN's membership function can be replaced by several Gaussian functions with small standard deviation. We predict that this modification will adapt proper membership functions for any linear/nonlinear mapping to achieve highly accurate approximation. Besides, the universal approximation theorem, convergence theorems, and fuzzy reasoning properties can be remained. Finally, for illustrating the effectiveness of this approach, it will be applied to tune the PI controller based on

robustness specifications.

**Keywords**: Fuzzy neural network, Function Approximation, PID Control

### 二、緣由與目的

模糊理論與類神經網路發展至今幾十年來,相關的研究成果迅速增長,同時受到許多的重視,而其應用的觸角也已經延伸向科技領域的許多方面,而且在各種領域的應用也有豐碩的成果。而近年來整合模糊推論系統(Fuzzy inference system)與人工類神經網路(Artificial neural network)在工程問題上的應用引起了廣泛的注意,例如林與李利用一個以類神經網路為基礎的模糊邏輯系統,將之應用在控制與判定系統上[1],在[2,3]中,鄧又將之做修改而得到一個簡易的四層的模糊類神經網路(4-layer fuzzy neural network, FNN),雖然簡易卻可成功地建立一模型參考控制架構(model reference control structure),最後並推廣至動態的遞迴式模糊類神經網路(RFNN)[7]。另外又利用 FNN 的高度近似能力來求得以增益餘量與相位餘量為規格之 PID 控制器參數 [4,6]、Hammerstein 連結系統的辨識與控制[5]。在信號源方位估計方面,我們也利用所提出的 FNN 來作信號源的定位與追蹤。因此 FNN 的能力是備受肯定的。

本計畫探討了模糊歸屬函數(fuzzy membership function)與近似精確度(approximation accuracy)的關係。進一步提出一個新的模糊歸屬函數調整法,以提高 FNN 系統的近似精確度,擴大 FNN 系統的應用領域。

以下簡略介紹所使用的模糊類神經網路 FNN 與所謂的函數近似問題:

#### I. 模糊類神經網路(FNN)

我們所使用的 FNN 系統於 1995 年提出發

表[2,3],圖一所示即為 FNN 系統網路架構;它是一個簡易的 4 層神經網路,可表示如下

$$y_p(x) = \sum_{j=1}^m w_j \prod_{i=1}^n \exp\left[-\frac{(x-m_{ij})^2}{t_{ij}^2}\right] \quad (1)$$

其中  $m_{ij}, t_{ij}$ , 與  $w_j$  是網路可調參數(平均值、變異數與加權值)。其網路意義表示為-第一層:輸入層、第二層:歸數函數(fuzzify, 模糊化)、第三層:模糊推論、第四層:輸出層(defuzzify 解模糊化),是一個具有模糊推理能力(fuzzy inference)的神經網路(圖二)。在此系統我們所採用的歸屬函數為高斯函數(Gaussian function),高斯函數具有良好的函數特質,但卻限制了歸屬函數必需是「左右對稱」的型態,這影響到函數近似時的精確度與參數的收斂特性。因此我們在本計畫探討此一問題,並提出方法解決。

在過去的研究成果中,我們已證明 FNN 具有廣泛近似能力(universal approximation)、參數收斂定理(convergence theorem)、簡單的學習法則(back-propagation algorithm)等特性,詳細成果請見文獻[2-7]。因此在本計畫中發展的網路與學習方法希望能維持以上特性,以提高網路在硬體實現的可行性。

## II. 函數近似定理-廣泛近似定理(Universal approximation theorem)

所謂廣泛近似定理(Universal approximation theorem)是指使用者給定一連續函數  $f(t), f(t) \in \mathcal{R}^n$ , 則存在一個 FNN 系統  $F(t)$ (擁有夠多的模糊法則 fuzzy rules 或節點 nodes), 使得  $\|F(t) - f(t)\| < \nu$ 。也就是說,給定一個連續函數  $f(t)$ , 我們一定可以找到一個網路 FNN 來近似  $f(t)$ , 且兩者之間的誤差是很小的。

在過去的使用經驗中,其近似成果相當不錯,唯獨應用在多輸入多輸出與資料龐大問題時,收斂速度與精確度較差,但仍在可接受範圍之內。在本計畫中我們改變了歸屬函數的對稱特性,來解決上述問題,並使用較少的模糊法則達到更高的精確度。如圖三所示,以往較常使用的歸屬函數中三角形、梯形、高斯函數或倒鐘形,其可調整參數較少或變化範圍較小,在 FNN 中採用對稱的高斯函數,極為不合理。因此本計畫擴大歸屬函數的變化範圍,使得歸屬函數滿足需求而

得到一個特殊形狀的歸屬函數,如圖三。以求得較高之近似精確度。

## 三、研究方法及進行步驟:

首先我們介紹 Radial-basis-function network (RBF)及其特性,本計畫中我們以此為基礎,改變網路中的歸屬函數。圖四是一個  $r$  輸入  $m$  輸出的 RBF 網路,其數學模型表示式為

$$y(k) = \sum_{i=1}^M w_i G\left(\frac{x-m_i}{t}\right) \quad (2)$$

其中  $x, y$  分別為輸入與輸出,  $m_i, t, w_i$  為平均值、變異數與加權值。

在文獻[8-10]中,提出 RBF 網路是一個廣泛近似器(universal approximator),也就是說 RBF 網路可以用來近似任意連續函數,由方程式(2)可知,任意連續函數可表為高斯函數的線性組合。利用這個特性,首先我們嘗試利用 RBF 網路近似高斯函數

$f(x) = e^{-\frac{(x-m)^2}{t^2}}$   $m=0, t=2$ , 其中 RBF 網路的小高斯函數近似為

$$G_i(x) = e^{-\frac{(x-m_i)^2}{t_i^2}} \quad t_i = 1.2, \quad m_i = (m-2t) + \frac{4t}{N-1} i, i=0, \dots, N-1.$$

由圖五模擬結果((a)使用的小高斯函數,(b)學習後的高斯函數,(c)實線為函數

$f(x) = e^{-\frac{(x-m)^2}{t^2}}$ , 符號+表示模擬結果)可看出,給定函數  $f(x)$  與近似結果幾乎完全密和,可驗證上述討論,在此網路參數學習採用逆傳遞法(back-propagation algorithm),即是所謂的梯度坡降法(gradient method)。

基於以上結果,我們可將 FNN 系統中第二層的高斯歸屬函數以多個小高斯函數的線性組合代替,進而調整參數改變歸屬函數形狀,以提高近似精確度。下圖(圖六)即是改變後的網路結構,其對應的數學模型為

$$y(x(k)) = \sum_{j=1}^m w_j^{45} \prod_{i=1}^m \sum_{k=1}^N w_{ij,k}^{23} \exp\left[-\frac{(x-m_{ij,k})^2}{t_{ij,k}^2}\right]. \quad (3)$$

其中  $w_j^{45}$  與  $w_{ij,k}^{23}$  代表新網路的可調參數。

## 參數調整

為了保有 FNN 系統原有的簡易學習特性,我們同樣採用逆傳遞學習法則,首先設定誤差函數

$$E(k) = \frac{1}{2} [r(k) - y(k)]^2 \quad (4)$$

其中  $r$  與  $y$  分別是目標值與網路輸出。由逆傳遞學習法則推導結果，得到網路參數  $w^{45}$  與  $w^{23}$  之學習法則如下

$$w_{ij,k}^{23}(k+1) = w_{ij,k}^{23}(k) + y_{w_{23}} e(k) w_j^{45} \prod_{i \neq j} O_{ij}^3 \cdot O_{ij,k}^2(k) \quad (5)$$

$$w_j^{45}(k+1) = w_j^{45}(k) + y_{w_{45}} e(k) O_j^4(k). \quad (6)$$

上述  $e(k) = r(k) - y(k)$ 。

### 參數收斂定理

相同地，我們使用上述式(5-6)，新網路參數會收斂到最佳值。因此本計畫中我們採用李亞普諾夫定理(Lyapunov stability theory)以求得參數收斂的保證，驗證與提高此方法的可行性。首先定義離散李亞普諾夫函數為

$$V(k) = \frac{1}{2} [r(k) - y(k)]^2 \quad (7)$$

倘若可得到在某條件下，使得  $\Delta V(k) = V(k+1) - V(k) \leq 0$ ,  $\forall x$ ，即可保證網路參數會收斂。因此我們可得以下的結果：

令  $y^{23}$  與  $y^{45}$  分別為參數  $w^{23}$  與  $w^{45}$  之學習率 (learning rate)，若學習率滿足不等式(8)，則網路參數會收斂。

$$y_{w_{23}} \left| \frac{\partial y(k)}{\partial w^{23}} \right|^2 + y_{w_{45}} \left| \frac{\partial y(k)}{\partial w^{45}} \right|^2 < 2. \quad (8)$$

我們無法由式(8)清楚的知道學習率的邊界，因此必需繼續推行，找出學習率的界限與最佳值。

除了上述問題之外，我們在模擬、驗證與應用上有所收穫，分述如下：

首先我們將細部修正網路以保有 FNN 系統：模糊推論，並驗證新網路之廣泛近似器特性。

再者我們由模擬與理論驗證所提出的方法可以提高近似精確度：另一方面若在既定的函數近似誤差下，新方法使用較少的模糊法則，如此這方法便可用來解決模糊法則過多的問題，提高未來在硬體實現的可行性。

### 四、計劃結果

首先，下例將說明新網路 FNN<sub>5</sub> 增加近似精確度及降低模糊法則數之結果；其中近似之函數為步階函數，圖七(a)為模擬結果，圖七(b)為歸屬函數之變化。此網路使用 9 條模糊法則，近似誤差為  $1.7 \times 10^{-4}$ ，而 FNN 同樣使用 9 條法則最佳之近似誤差仍有  $2.2 \times 10^{-3}$ ，足足有一數量及差異。倘若近似誤差要精確至  $10^{-4}$  則需要 16 條法則以上。

接著我們應用在 PID 控制器的調整問題。在過去的研究成果中[4,6]，我們採用 FNN 系統來辨識 PID 參數與相對的增益餘量(gain margin)相位餘量(phase margin)之間的關係(詳細 PID 控制器參數與相對的增益餘量相位餘量推導與公式因篇幅限制，請參考文獻[4,6])，雖然模擬結果已較其他文獻為佳；但因為兩者之間的關係極為複雜，因此在訓練上花費許多功夫，且仍有較大的誤差量，在此計畫我們解決此一問題，並改善誤差過大之問題，表一為本計畫新網路之模擬結果(詳細結果可參考本計畫成果論文[11])。

### 五、參考文獻

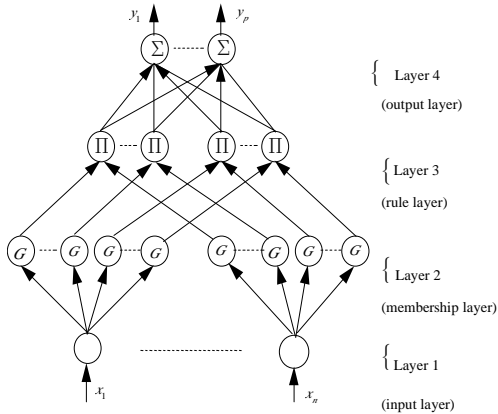
- [1] C. T. Lin and C. S. G. Lee, "Neural-network-based Fuzzy Logic Control and Decision System," *IEEE Trans. on Computers*, Vol. 40, No. 12, pp. 1320-1336, 1991.
- [2] Y. C. Chen and C. C. Teng, "A Model Reference Control Structure Using a Fuzzy Neural Network," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 73, pp. 291-312, 1995.
- [3] Y. C. Chen and C. C. Teng, "Fuzzy Neural Network Systems in Model Reference Systems," in *Neural Network Systems, Technique and Applications*, Volume 6, Edited by C. T. Leondes, Academic Press, Inc., pp. 285-313, 1998.
- [4] S. Y. Chu and C. C. Teng, "Tuning of PID controllers based on gain and phase margin specifications using fuzzy neural network," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 101, pp. 21-30, 1999.
- [5] C. H. Lee and C. C. Teng, "Identification and Control of Hammerstein Systems Using a Fuzzy Neural Network," *Journal of Signal Processing*, Vol. 4, No. 2, pp. 149-157, 2000.
- [6] C. H. Lee and C. C. Teng, "Tuning PID Controller for Unstable Processes based on Gain and Phase Margins Specifications: A Fuzzy Neural Network Approach," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 128, No. 1, pp. 95-106, 2002.
- [7] C. H. Lee and C. C. Teng, "Identification and Control of Nonlinear Dynamic Systems Using Recurrent Fuzzy Neural Networks," *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, Vol. 8, No. 4, pp. 347-364, 2000.
- [8] J. Park and I. W. Sandberg, "Universal Approximation Using Radial-Basis-Function

Networks,” *Neural Computation*, Vol. 3, pp. 246-257, 1991.

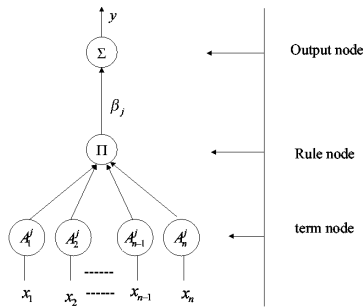
[9] T. Poggio and F. Girosi, “Networks for Approximation and Learning,” *Proceedings of the IEEE*, Vol. 78, No.9, pp. 1481-1497, 1990.

[10]K. M. Hornik, M. Stinchcombe, and H. White, “Multilayer Feedforward Networks are Universal Approximators,” *Neural Networks*, Vol. 2, pp. 359-366, 1989.

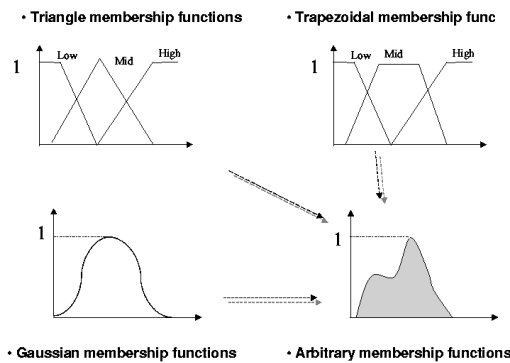
[11]C. H. Lee and C. C. Teng, “Fine Tuning of Membership Functions for Fuzzy Neural Systems,” *Asian Journal of Control*, Vol. 3, NO. 3, pp. 216-225, 2001.



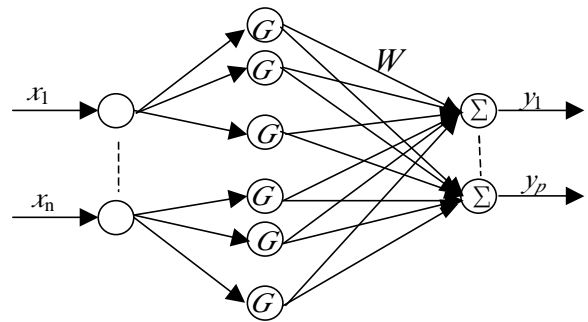
圖一：模糊類神經網路架構



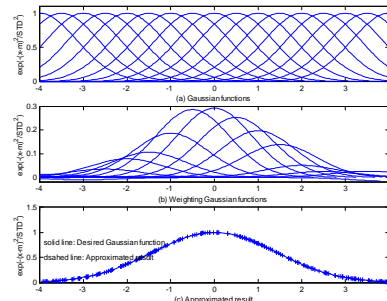
圖二：模糊類神經網路第  $i$  條模糊推論法則



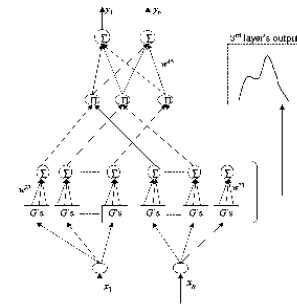
圖三：歸屬函數說明



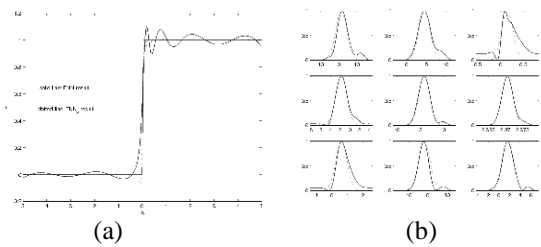
圖四：Radial-basis-function 網路架構



圖五：RBF 網路模擬結果



圖六：改變後的新網路結構



圖七：(a)為模擬結果，(b)為歸屬函數之變化

表一：PI 控制器設計之誤差

系統	規格		誤差	
	GM	PM	GM	PM
$\frac{e^{-0.2}}{s-1}$	2	30	3.98%	2.31%
	3	35	2.41%	2%
	4	30	1%	2.39%