

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

小波理論在印刷電路板自動視覺檢測之應用 PCB Automatic Vision Inspection with Wavelet Theory

計畫編號：NSC90-2212-E-009-063

執行期間：90年8月1日至91年7月31日

主持人：林錫寬教授 交通大學電機與控制系

計畫參與人員：張上淵 交通大學電機與控制系

1 摘要

本計畫為利用離散小波轉換與最佳化演算法的結合將存在於數位灰階影像中的影像邊緣擷取出來。本計畫中提出了兩段式的影像邊緣檢測步驟。第一階段利用離散小波轉換與最佳化演算法將『權衡向量』(weighting vector) 求出。第二階段則只利用權衡向量與離散小波轉換將PCB數位灰階影像中的影像邊緣擷取出來。以加快PCB影像邊緣檢測的速度。

關鍵字：PCB影像檢測、影像處理、影像邊緣檢測、離散小波轉換

Abstract

In this project, discrete wavelet transform (DWT) and optimization algorithms are adopted to extract the image-edge-related information. A two-stage image edge detection is proposed. In the first stage, DWT and optimization algorithms are applied synchronously to obtain the weighting vectors. After the weighting vectors are obtained, only is DWT used to accelerate the speed of PCB-image-edge-detection processes.

Key Word: PCB image inspection、image processing、edge detection、dwt

2 簡介

本論文的研究目的就是要利用離散小波轉換與最佳化演算法將PCB數位灰階影像中的影像邊緣檢測出來。

一般影像邊緣檢測技術，如一階微分法、Laplace、Sobe與Kirsch等，皆以微分為其基本原理。但由於微分本身對於灰階

值急劇跳動的所產生的雜訊過於敏感，使得這些常見影像邊緣檢測技術即使是應用在圖像單純的PCB影像中也會偵測出不少的錯誤邊緣(false edge)。

本論文所採用的作法為利用向量空間的觀念，將待檢測的PCB數位灰階影像視為某一個特殊向量空間中的向量。而構成此向量空間的基底函數與此PCB數位灰階影像作內積(inner product)後，就可以將PCB數位灰階影像中的影像邊緣圖素與非影像邊緣圖素分開。如此，便可達到偵測影像邊緣的目的，且可以有效地消除雜訊。

選擇離散小波轉換的主要理由是可以自由地選擇基底函數。且離散小波轉換擁有良好的localization。因此，本論文嘗試以離散小波轉換作為影像邊緣檢測的工具。

另一方面，本論文亦利用最佳化演算法與標準邊緣影像試圖找出最接近使用者所要求的邊緣影像。

3 研究方法

3.1 自格函數與小波函數

在小波轉換的領域中，小波函數與自格函數為兩個最重要的函數。以下便對這兩個函數與其所建立出來的向量空間做一簡略的說明。

3.1.1 自格函數

假設有一個有限涵蓋(support)之可積分函數 $\phi(t)$ ，且要求 $\|\phi(t)\| = 1$ 。則

$$\|\phi(2^j t - k)\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |\phi(2^j t - k)|^2 = \frac{1}{2^j} \quad (1)$$

所以 $\|\phi(2^j t - k)\| = \sqrt{\frac{1}{2^j}}$ 。則

$$\{\sqrt{2^j}\phi(2^j t - k) | j, k \in Z\} \quad (2)$$

為正則集合。因此，令

$$\mathcal{V}_j = \text{span}\{\sqrt{2^j}\phi(2^j t - k) | j, k \in Z\} \quad (3)$$

並希望 $\mathcal{V}_j, j = Z$ 形成一組如下所示之多重解析度空間

$$\mathcal{V}_j \subset \mathcal{V}_{j-1} \text{ 且 } \bigcup_{j=-\infty}^{\infty} \text{dense } \mathcal{L}^2(\mathbb{R}) \quad (4)$$

由以上的說明可以推論

$$\phi(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \sqrt{2}\phi(2t - k) \quad (5)$$

其中， $c_k \in \mathbb{R}, k \in Z$ 。且稱(5)式為自格等式 (scaling equation)、 $\{c_k\}$ 為自格係數 (scaling coefficient)、 $\phi(t)$ 為自格函數 (scaling function)。

另外，為了理論記述上得需要規定

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(t) dt = 1 \quad (6)$$

3.1.2 小波函數

接下來則是討論另一個重要的函數—小波函數 (wavelet function)， $\psi(t)$ 。並利用 $\psi(t)$ 建構出另一個向量空間 \mathcal{W}_j

選擇 $\|\psi(t)\| = 1$ ，則

$$\|\psi(2^j t - k)\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(2^j t - k)|^2 dt = \frac{1}{2^j} \quad (7)$$

且經由一連串的證明可以得到

$$\{\sqrt{2^j}\psi(2^j t - k) | j, k \in Z\} \quad (8)$$

為正則集合。所以定義

$$\mathcal{W}_j = \text{span}\{\sqrt{2^j}\psi(2^j t - k) | j, k \in Z\} \quad (9)$$

又由於小波函數與自格函數相互正交，則

$$\mathcal{V}_j = \mathcal{V}_{j+2} \oplus \mathcal{V}_{j+1} \quad (10)$$

又由於(4)式的關係，使得

$$\mathcal{V}_j = \cdots \mathcal{W}_{-1} \oplus \mathcal{W}_0 \oplus \mathcal{W}_1 \oplus \cdots \oplus \mathcal{W}_{j-1} \quad (11)$$

又由於 $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0$ ，所以 $1 \perp \mathcal{W}_j$ 。

3.2 離散小波轉換運算子

延續前一節的討論。假設有一存在於無窮解析度空間中的二維函數 $f(t, \tau)$ 。此 $f(t, \tau)$ 就是所要檢測的 PCB。並假設所要處理的 PCB 數位灰階影像以矩陣 $V = [v_{mn}]$ 表示且其大小為 $N \times N$ 。

套用本計畫所選用的基底函數—方盒函數與 Harr 函數—可將 V 表式為

$$\sum_m \sum_n v_{j,mn} \phi(t, \tau) = \sum_m \sum_n \langle f(t, \tau), \phi_{j,mn}(t, \tau) \rangle \phi_{j,mn}(t, \tau) \quad (12)$$

其中， $\phi_{j,mn}(t, \tau) = 2^j \phi(2^j t - m) \phi(2^j \tau - n)$ ， $0 \leq m, n \leq 2^j - 1$ 。所以此數位灰階影像存在於一個具有有限解析度空間， \mathcal{V}_j ，內。

為了公式推導方便，令 $N = 2^j$ 。根據 \mathcal{V}_j 以及 \mathcal{W}_j 的定義可知

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} v_{j,mn} \phi(t, \tau) &= \\ \sum_{m=0}^{N-1} u_{j,mn} \phi_{j,mn}(t, \tau) + \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} w_{j,mn} \psi_{j,mn}(t, \tau) \end{aligned}$$

由小波函數與自格函數的正交性可知

$$u_{j,pq} = 2^{j-1} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} v_{j,mn} \langle \phi_{j,mn}(t, \tau), \phi_{j,pq}(t, \tau) \rangle \quad (13)$$

其中 $0 \leq p, q \leq \frac{N}{2} - 1$ 。所以可以推得

$$u_n = \frac{v_{j,2m,2n} + v_{j,2m+1,2n+1}}{2}$$

同理，可以得到

$$w_n = \frac{v_{j,2m,2n} - v_{j,2m+1,2n+1}}{2}$$

所以離散小波轉換在基底函數為方盒函數與 Harr 函數時，可以矩陣運算的方式表現

$$\mathbf{WVW}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{cA}_1 & \mathbf{cV}_1 \\ \mathbf{cH}_1 & \mathbf{cD}_1 \end{bmatrix}$$

其中 \mathbf{W} 如下式所定義

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & & & & \\ & & 1 & 1 & & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & 1 & 1 \\ 1 & -1 & & & & & \\ & & 1 & -1 & & & \\ & & & & \ddots & & \\ & & & & & 1 & -1 \end{bmatrix}_{N \times N}$$

因此，定義離算小波轉換運算子 $DWT\{\bullet\}$ 為

$$DWT\{V\} = WVW^T \begin{bmatrix} cA_1 & cV_1 \\ cH_1 & cD_1 \end{bmatrix}$$

又由於 W 為正則矩陣 (orthonormal matrix)，所以 $W^{-1} = W^T$ 。故定義反離散小波轉換為

$$IDWT \begin{bmatrix} cA_1 & cV_1 \\ cH_1 & cD_1 \end{bmatrix} = W^T \begin{bmatrix} cA_1 & cV_1 \\ cH_1 & cD_1 \end{bmatrix} W = V$$

3.3 離散小波轉換邊緣檢測

若定義一權重向量 k 為

$$k = [k_0 \ k_1 \ k_2 \ k_3]^T$$

其中 k_0, k_1, k_2, k_3 皆為實數。再結合權重向量與離散小波轉換之後的係數，可以得到

$$\begin{bmatrix} k_0 cA_1 & k_1 cV_1 \\ k_2 cH_1 & k_3 cD_1 \end{bmatrix}$$

再利用反離散小波轉換運算子，可得下列結果

$$IDWT \begin{bmatrix} k_0 cA_1 & k_1 cV_1 \\ k_2 cH_1 & k_3 cD_1 \end{bmatrix} = B(k)$$

所以可得到目標函數 (objective function)，也就是標準邊緣影像與利用 DWT 所得到之邊緣影像間的誤差為

$$e(k) = \frac{1}{N^2} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} (a_{mn} - b_{mn})^2$$

且此目標函數沒有限制條件。故可套用沒有限制條件的最佳化演算法解出權衡向量 k 。

為了加快運算速度，在本計畫中分別採用梯度法 (gradient method) 與一維牛頓法 (one-dimensional Newton's method) 求解每一個疊代過程中的遞減方向 (descent direction) 與單步尺寸 (step-size)。在經過一連串的疊代過程後，就可以找出權衡向量 k 。從此之後便可不用最佳化演算法，直接利用離散小波轉換與權衡向量即可找出邊緣影像了。

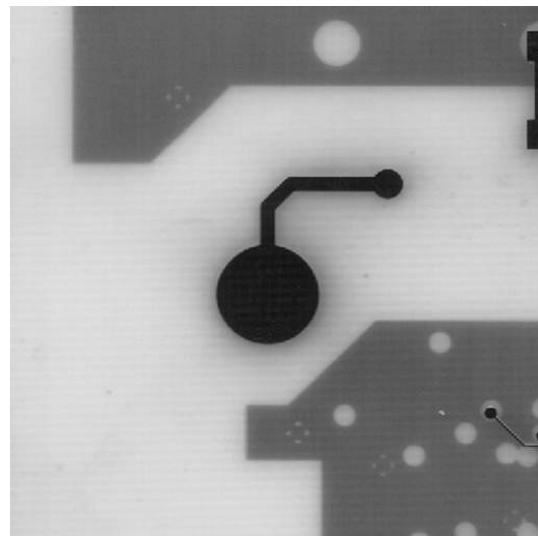


圖 1: 測試影像

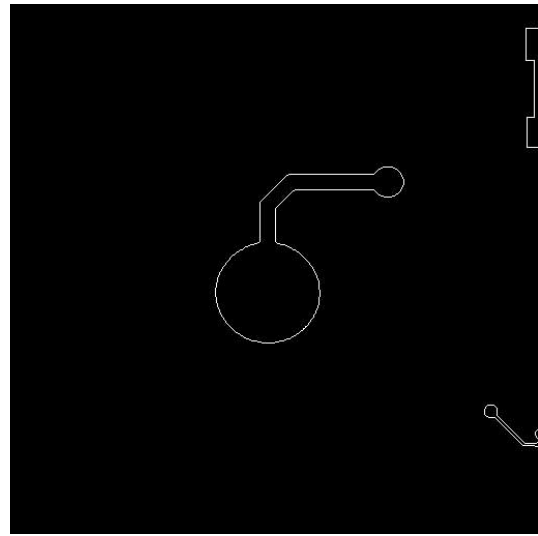


圖 2: 標準邊緣影像影像

4 應用實例

在本應用實例中，假設生產線所製造出來的 PCB 在幾何形狀上沒有瑕疵，也就是說，待測的 PCB 沒有發生斷路或缺角等缺陷。標準邊緣影像如圖 2 所示。而實驗結果如圖 3 所示。

注意，我們在圖 2 之標準邊緣影像中做了一些修改。由於 PCB 的基座通常是半透明的塑膠板，使得半透明塑膠板背面的導線會在光線照射不良的狀況下隱隱約約的出現在 PCB 的正面上，所以這些存在 PCB 背面的導體便產生了不必要的邊緣影像。

因此，在圖 2 之標準邊緣影像中，將屬於 PCB 背面的導體的邊緣影像全數清掉。再加上做 PCB 影像邊緣檢測時是將整張數

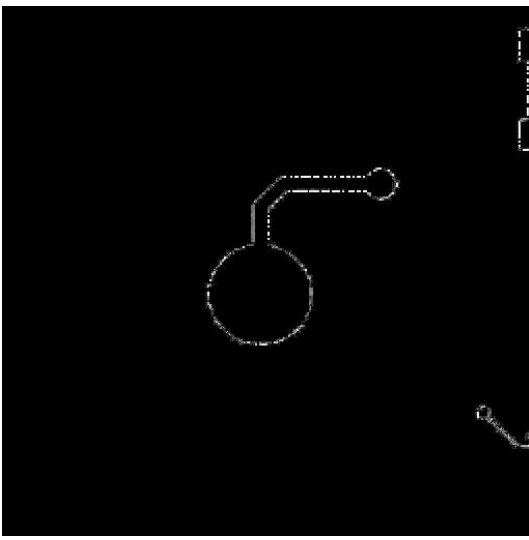


圖 3: DWT 檢測到之邊緣影像影像

位灰階影像切割為 128×128 個小方塊分別做處理，使得本論文所設計的影像邊緣檢測技術可以有機會將不想要的影像邊緣消除掉。

如實驗結果，圖 3，所示，發現正如我們所預期的。在測試影像，果然消除掉使用者不想要的影像邊緣

5 結論

本計畫是以基底轉換的方式，利用了離散小波轉換將 PCB 影像邊緣萃取出來。因此，本論文所提出之影像邊緣檢測技術有別於一般的影像邊緣檢測技術，是以另一個角度來解決 PCB 影像邊緣檢測的問題。

本計畫所設計的影像邊緣檢測技術可透過對標準邊緣影像的安排。將不希望被偵測出來的影像邊緣檢測出來。這是本論文的一項貢獻。

最後要說明的是本論文如何節省運算時間。由於本論文利用離散小波轉換檢測 PCB 之影像邊緣時，係數的調整靠的是利用最佳化演算法中的梯度法與一維牛頓法相互搭配，使得在每一次迭代時的 step-size 可以達到最大。因此，解省了運算時間。

參考文獻

[1] M. Moganti, F. Ercal, C. H. Dagli, and S. Tsunekawa, "Automatic PCB inspection algorithm: a survey," *Computer Vision & Image Understanding*, 1996, vol. 63, no. 2, pp. 287–313.

[2] T. S. Newman and A. K. Jain, "A survey of automated visual inspection," *Computer Vision & Image Understanding*, 1995, vol. 61, no. 2, pp. 231–262.

[3] D. Marr and E. Hildreth, "Theory of edge detection," *Proceedings of the Royal Society of London*, 1980, vol. 207, pp. 187–217.

[4] S. G. Mallat, "A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation," *IEEE Transactions Pattern Analysis Machine Intelligence*, vol. 11, no. 7, pp. 674–693, 1988.

[5] S. G. Mallat, "Wavelets for a vision," *Proceedings of the IEEE*, 1989, vol. 84, no. 4, pp. 604–614.

[6] O. Rioul, "A discrete-time multiresolution theory," *IEEE Transactions Signal Processing*, 1993, vol. 41, no. 8, pp. 2591–2606.

[7] J. Canny, "A computational approach to edge detection," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. PAMI-8, pp. 679–698, 1986.

[8] J. Shan and S. Castan, "An optimal linear operator for step edge detection," *Graphical Models and Image Processing*, vol. 54, pp. 112–133, 1992.

[9] T. Aydin, Y. Yemez, E. Anarim, and B. Sankur, "Multidirectional and multiscale edge detection via M-band wavelet transform," *IEEE Transactions on Image Processing*, 1996, vol. 5, pp. 1370–1377.

[10] F. Sjöberg and F. Bergholm, "Extraction of diffuse edges by edge focusing," *Pattern Recognition Letters*, vol. 7, pp. 181–190, 1988.

[11] S. Mallet and S. Zhong, "Characterization of signals from multiscale edges," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 14, pp. 710–732, 1992.

[12] R. T. Chin and C. A. Harlow, "Automated visual inspection: a survey," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. PAMI-4, pp. 557–573, 1982.

[13] R. C. Gonzalez and R. E. Woods, *Digital Image Processing*, Addison-Wesley, 1992.

[14] A. K. Jain, *Fundamentals of Digital Image Processing*, Prentice Hall, 1989.

[15] Y. T. Chan, *Wavelet Basics*, Kluwer Academic Publishers, 1995.

[16] L. Prasad and S. S. Iyengar, *Wavelet Analysis with Applications to Image Processing*, CRC Press, 1997.

[17] A. Cohen, *Wavelets and Multiscale Signal Processing*, Chapman & Hall, 1995.

[18] P. P. Vaidyanathan, *Multirate System and Filter Banks*, Prentice Hall, 1993.

[19] S. Mallet, *A Wavelet Tour of Signal Processing*, Academic Press, 1998.

[20] M. W. Frazier, *An Introduction to Wavelets through Linear Algebra*, Springer-Verlag New York, 1991.

[21] G. Strang and T. Nguyen, *Wavelets and Filter Banks*, Wellesley-Cambridge Press, 1996.

[22] C. Sidney, R. A. Gopinath, and H. Guo, *Introduction to Wavelets and Wavelet Transform*, Prentice Hall, 1998.

[23] E. K. P. Chong and S. H. Zak, *An Introduction to Optimization*, John Wiley & Sons, 1996.

[24] D. G. Luenberger, *Linear and Nonlinear Programming, 2nd edition*, Addison-Wesley, 1984.

[25] J. R. Parker, *Algorithms for Image Processing and Computer Vision*, John Wiley & Sons, 1997.