



# 行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

## 混沌車流短期交通量變化之預測--相空間局部近似法

### Short-term Prediction for Chaotic Traffic Flows-Phase Space Local Approximation Method

計畫編號：NSC 90-2211-E-009-042

執行期限：90年08月01日至91年07月31日

主持人：藍武王教授

交通大學交通運輸研究所

共同主持人：無

計畫參與人員：林豐裕、郭怡雯 交通大學交通運輸研究所

#### 一、摘要

本研究利用里亞譜諾夫指數(Lyapunov exponents)混沌檢驗法檢驗市區道路短期交通量時間序列之變化是否具混沌現象，並選取台北市數個路段每五、十、十五分鐘交通量進行實證。結果顯示短期交通量時間序列具有明顯的非線性相關性跡象，且混沌時間序列可以成功解釋此種非線性結構。在預測準確度方面，實證結果亦顯示混沌時間序列模型優於隨機時間序列 ARIMA 模型。

**關鍵詞：**短期交通量、決定性混沌

#### Abstract

In this study, Lyapunov exponent is applied to examine whether the short-term traffic flows on urban streets exist stochastic or chaotic phenomena. Empirical tests are conducted out of five, ten and fifteen minutes' traffic flow rates that are observed from some selected roadways in Taipei. We find that there exists strong evidence of nonlinear dependence in the short-term traffic flow dynamics and that chaotic time series model can successfully explain such nonlinear structures. In comparison with the conventional integrated autoregressive-moving average model, we also find that the chaos time series model obviously outperforms on the prediction accuracy of such short-term traffic flow dynamics.

**Keywords:** short-term flow, deterministic chaos

#### 二、前言

短期交通量特性常是用路人行前或途中有用之即時資訊，亦為管理單位研擬即時交控策略之依據。近年來，混沌理論(chaos theory)已被廣泛運用於許多領域，主要特點為可成功的描述和預測複雜的非線性系統。國外探討交通量變化之文獻，如 Iokibe et al.[1-2]、Dendrinos [3]、Frison and Abarbanel [4]證實高

速公路及市區道路交通量變化均具混沌特性；國內則有藍武王和陳郁文[5]、林尚儀[6]、藍武王和林尚儀[7] 應用混沌理論作短期交通量變化之預測。

文獻中最常出現之混沌定義為[8-12]：「如果有一系統(h, F, x<sub>0</sub>)，其中 a<sub>t</sub>=h(x<sub>t</sub>)，x<sub>t+1</sub>=F(x<sub>t</sub>)，x<sub>0</sub> 是 t=0 的初始條件，且 h 將 n-維相空間 R<sup>n</sup> 映入 R<sup>1</sup>，F 將 R<sup>n</sup> 映入 R<sup>n</sup>，則時間序列 a<sub>t</sub> 便具有混沌解釋(chaotic explanation)。同時所有軌線 x<sub>t</sub> 都必須位於一個吸子 A，且鄰近軌線必須分散，以使得系統永遠不致達到均衡或完全重複其路徑」。混沌時間路徑具有對初始條件敏感依賴性(sensitive dependence to the initial conditions；SDIC)、自我相似性(self similarity)、奇異吸子(strange attractor)、碎形維度(fractal dimension)等特性。

本研究觀察短期交通量變化在不同時間尺度下是否具自我相似性，再應用里亞譜諾夫指數，檢定短期交通量是否具混沌結構。在實證方面，將檢視台北市三個路段短期交通量之時間序列結構，分別以五、十、十五分鐘交通量構建並比較短期交通量變化混沌預測模式及傳統 ARIMA 模式。

#### 三、混沌檢驗

里亞譜諾夫指數(Lyapunov exponents)係用來量度動態系統中任何相鄰兩點將以多快的速率彼此接近或遠離，藉此衡量系統是否具混沌特性。一 n 維相空間會有 n 個里亞譜諾夫指數，分別代表該系統各個獨立發散或是收斂的方向，若該系統存在至少一個正值的里亞譜諾夫指數，即為一混沌系統。式(1)為里亞譜諾夫指數之表示方式，若  $\lambda(x) > 0$ ，則表示兩條軌跡隨著時間而不斷遠離，此即為混沌系統；反之若  $\lambda(x) \leq 0$ ，則非混沌系統。

$$J(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln[f'(x_i)] \right\} \quad (1)$$

#### 四、相空間局部近似法(phase space local approximation method, PSLA)

##### 1. 理論基礎

動態系統若透過狀態分析，移轉至另一空間，則可能發現該系統雖在時間軸上為非週期，但在相空間中卻存在幾何秩序，此一過程稱為重構相空間(reconstruct phase space)，可助於了解此系統潛在之決定性規則。

在重構相空間時須決定兩個重要參數，一為最適延遲時間(delay time) $\tau$ ，另一為嵌入維度(embedding dimension) $m$ 。前者主要目的在去除序列尖離峰特性的影響[13]。後者一般為取預測值與實際值之相關係數最高時所對應之  $m$  值；亦可輔以最小嵌入維度  $m_{\min} \geq 2D+1$  關係式決定之，其中  $D$  為吸子的碎形維度[14]。

##### 2. 模式推導及說明

###### (1) 重構相空間

假設時間序列資料  $x_i$  為一混沌系統所產生，即：

$$x_i \in R, \quad i=1,2,\dots,N \quad (2)$$

利用延遲時間法(delay-time method)，將  $x_i$  嵌入  $m$  維相空間  $R^m$  中的一點  $X_i$ ，以式(3)表示： $X_i=(x_i, x_{i-\tau}, \dots, x_{i-(m-1)\tau}) \in R^m$ ,

$$i=1+(m-1)\tau, 2+(m-1)\tau, \dots, N$$

其中， $\tau$ 為延遲時間； $m$ 為嵌入維度。

###### (2) 預測吸子軌跡

經相空間重構後，即可依據決定性規則，發展短期預測模式，概念如圖 1，在三維相空間中呈現部分吸子軌跡，白點表示目前的觀測值  $X_t$  與其未知的預測值  $X_{t+\tau}$ ，虛線範圍內的黑點代表  $X_t$  的鄰點。除  $X_{t+\tau}$ ，各點資料皆為已知，並假設  $X_t$  與鄰點會隨時間變化而保持穩定關係。因此，可依據此關係，配適這些鄰點在相空間中的移動路徑函數，預測  $X_{t+\tau}$ 。

在  $m$  維相空間， $p$  時間後之吸子軌跡，亦為  $X_t$  與  $X_{t+p}$  間之關係，如式(4)所示。由於無法得知函數  $\Phi$ ，故採多項式函數  $F$  來近似  $\Phi$ ，本文以  $d$  階多項式  $F(X_t)_{d,p,m,\tau,n}$  預測  $X_{t+p}$  值，如式(5)。

$$X_{t+p} \equiv \Phi(X_t) \quad (4)$$

$$X_{t+p} = F(X_t)_{d,p,m,\tau,n}$$

$$= f_0 + \sum_{k_1=0}^{m-1} f_{1k_1} x_{t-k_1\tau} + \sum_{\substack{k_2=k_1 \\ k_1=0}}^{m-1} f_{2k_1 k_2} x_{t-k_1\tau} x_{t-k_2\tau}$$

$$+ \dots + \sum_{\substack{k_d=k_{d-1} \\ k_1=0}}^{m-1} f_{dk_1 k_2 \dots k_d} x_{t-k_1\tau} x_{t-k_2\tau} \dots x_{t-k_d\tau} \quad (5)$$

假設  $X_t$  隨時間改變量會與相空間中的鄰點 ( $X_{T_h}$ ,  $h=1,2,\dots,n$ ) 改變量相同 (在極小量的改變範圍內)，且  $n$  個  $X_{T_h}$  及  $X_{T_h+p}$  之值是已知的，則函數  $F$  即可根據此二者間之關係估計而得。此外，係數向量  $f$  為由  $\frac{(m+d)!}{m!d!}$  個元素構成，因為  $X$  及  $A$  均已知，因此可透過式(6)求得。

$$X \equiv Af \quad (6)$$

$$X = (x_{T_1+p}, x_{T_2+p}, \dots, x_{T_n+p})$$

$$f = (f_0, f_{1,0}, \dots, f_{1(m-1)}, f_{2,0,0}, \dots, f_{d(m-1)(m-1)\dots(m-1)})$$

$A$  為  $n \times \frac{(m+d)!}{m!d!}$  Jacobian 矩陣。

其中， $A$  為目前(時間為  $t$ )相空間鄰近點之值向量，其列數(即相空間中鄰近點之個數)必須大於其行數(即係數向量  $f$  的組成個數)，即須滿足式(7)； $X$  為未來( $t+T$ )相空間鄰近點之值向量； $n$  為相空間鄰近點個數； $d$  為多項式階數； $f$  為  $d$  階多項式  $F(X_t)$  之係數向量。

$$n \geq \frac{(m+d)!}{m!d!} \quad (7)$$

將式(6)所求出之  $f$  代入式(5)，即完成近似函數  $F(X_t)_{d,p,m,\tau,n}$  之構建。

#### 五、實證研究

##### 1. 資料蒐集與分析

蒐集台北市民國 90.2.12~90.2.21 連續十日(每日凌晨 0:05 至午夜 24:00)之五分鐘交通量計 2,880 筆資料，進一步將此資料合併，可產生 1,440 及 960 筆十分鐘及十五分鐘交通量；觀察地點為文林北路、民生西路及民權東路五段；運具分為大型車、小客車及機車。利用此單變量時間序列資料，針對不同時間尺度、路段、方向及運具，應用相空間重構觀念分別構建交通量預測模式，並探討模式預測準確度。

以文林北路北向小車五分鐘交通量為例，經計算得最適延遲時間平均為 310 分鐘、最小嵌入維度約為 5、預測步階設為 1，配適多項式  $F(X_t)_{d=1,p=1,m=5,\tau=310,n=6}$ 。

##### 2. 自我相似性與 Lyapunov 指數檢驗

以文林北路北向小車交通量為例，其五、十及十五分鐘交通量變化時間序列，皆具高度自我相似性，此即為碎形結構特性，另外，在

此序列中之最大里亞譜諾夫指數皆大於 0，說明此交通量變化具混沌特性。

### 3 預測能力之比較

#### (1)混沌模式

本研究利用前九日之交通量資料構建相空間局部近似法混沌模式，保留第十日之觀察資料與模式預測值比較，藉以檢驗模式之預測能力。各不同情境下觀察值與預測值間之相關係數、均方百分比誤差、相對誤差如表 1 所示，由表知以混沌時間序列進行道路短期交通量變化之預測，有不錯的描繪能力，具相當的實用性。

#### (2)ARIMA 模式

本研究應用 SCA-UTS 軟體對各路段之交通量時間序列構建 ARIMA 模式，其參數(p,d,q)之認定及預測相對誤差如表 2 所示。由表知，五分鐘交通量之預測效果皆不理想；小客車和機車之預測結果，在一些情況下都還可接受，但大車之預測效果卻普遍不佳。

#### (3)預測結果比較

以文林北路北向小客車十分鐘交通量為例，相空間局部近似法混沌模式與 ARIMA 模式預測結果與實際觀察值之關係比較如圖 2。另由表 1 及表 2 知，以相對誤差判斷預測準確度，在不同時間尺度下，二模式小客車之預測結果最佳，時間尺度越大預測能力越佳；混沌模式遠比 ARIMA 模式之預測能力佳。

### 六、結論與建議

實證結果除顯示短期交通量時間序列具有明顯的非線性相關性跡象外，本文亦發現混沌時間序列可以成功解釋此種非線性結構，且相空間局部近似法混沌模式在預測能力方面明顯優於隨機時間序列 ARIMA 模式。惟構建混沌預測模式(m 軸)，需蒐集較大樣本之預測資料，遠比 ARIMA 模式(單一時間軸)所需資料量大，此為混沌模式之應用限制。

後續研究可進一步將細胞自動機(cellular automaton)結合混沌預測概念，構建車流延滯關係式，建構車流壅塞預測模式，並提升混沌預測能力，作為交通控制管理策略之依據。

### 七、主要參考文獻

- [1] Iokibe, T., M. Kanke, Y. Fujimoto, and S. Suzuki, "Short-term Prediction on Chaotic Time Series by Local Fuzzy Reconstruction Method," *Proc. of the Third International Conference on Fuzzy Logic, Neural Nets and Soft Computing*, 1994/8/1-8/7, Iizuka, Japan, pp. 491-492, 1994.
- [2] Iokibe, T., M. Koyama, and M. Taniguchi,

"Industrial Applications of Short-term Prediction on Chaotic Time Series by Local Fuzzy Reconstruction Method," *Proc. of the First International Conference on Knowledge-Based Intelligent Electronic Systems*, 1997/5/21-5/23, Adelaide, Australia, Vol. 1, pp. 126-130, 1997.

- [3] Dendrinos, D. S., "Traffic-flow Dynamics: A Search for Chaos," *Chaos, Solitons and Fractals*, Vol. 4, No. 4, pp. 605-617, 1994.
- [4] Frison, T. W. and H. D. I. Abarbanel, "Identification and Quantification of Nonstationary Chaotic Behavior," *Proc. of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. 3, pp. 2393-2396, 1997.
- [5] 藍武王、陳郁文，「應用模糊推論於混沌車流特性之研究期以短例」，*模糊系統學刊*，第 4 卷，第 1 期，頁 73-80，民 87。
- [6] 林尚儀，*混沌車流短期交通量變化之預測-相空間局部近似法(PSLA)之應用*，國立交通大學交通運輸研究所碩士論文，民 90。
- [7] 藍武王、林尚儀，「短期交通量之預測-相空間局部近似(PSLA)法」，*中華民國運輸學會暨第十六屆學術論文研討會論文集*，頁 477-486，民 90。
- [8] Devaney, R. L., "An Introduction to Chaotic Dynamical Systems," Benjamin, Menlo Park, CA, 1986.
- [9] Brock, W. A., "Distinguishing Random and Deterministic Systems," *Journal of Economic Theory*, Vol. 40, No. 1, pp. 168-195, 1986.
- [10] Brock, W. A. and C. L. Sayers, "Is the Business Cycle Characterized by Deterministic Chaos?" *Journal of Monetary Economics*, Vol. 22, No. 1, pp. 71-90, 1988.
- [11] Brock, W. A., "Distinguishing Random and Deterministic Systems," *Journal of Economic Theory*, Vol. 40, No. 1, pp. 168-195, 1986.
- [12] Adrangi, B., A. Chatrath, and K. Raffiee, "The Demand for US Air Transport Service: A Chaos and Nonlinearity Investigation," *Transportation Research Part E*, Vol. 37, pp. 337-353, 2001.
- [13] Islam, S., R. L. Bras, and I. Rodriguez-Iturbe (1993), "A Possible Explanation for Low Correlation Dimension

Estimates for the Atmosphere,” *Journal of Applied Meteorology*, Vol. 32, No. 2, pp. 203-208.

Analysis of River Flow Time Sequences,” *Water Resources Research*, Vol. 33, No. 6, pp. 1353-1367, 1997.

[14]Porporato, A. and L. Ridolfi, “Nonlinear

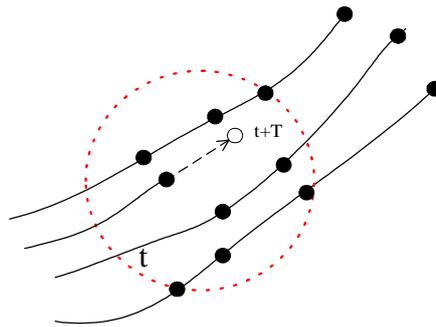


圖 1 相空間中吸子軌跡移動示意圖

表 1 混沌模式預測之相關係數( $\rho$ )、均方百分比誤差(RMSPE)及相對誤差(E)

路段		文林北路						民生西路						民權東路					
車流方向		北向			南向			東向			西向			東向			西向		
評估準則		$\rho$	RM SPE	E															
五分鐘 交通量	大車	0.63	-	0.91	0.61	-	0.94	0.26	-	1.26	0.61	-	0.87	0.36	-	1.13	0.26	-	1.10
	小車	0.82	-	0.59	0.83	0.46	0.57	0.70	0.37	0.76	0.75	0.32	0.70	0.85	0.55	0.53	0.86	-	0.54
	機車	0.48	-	1.01	0.19	-	1.28	0.86	0.43	0.54	0.82	0.38	0.61	0.72	-	0.77	0.62	-	0.84
十分鐘 交通量	大車	0.76	-	0.74	0.79	-	0.67	0.45	-	1.05	0.70	-	0.75	0.53	-	0.98	0.30	-	1.10
	小車	0.90	0.39	0.45	0.88	0.32	0.50	0.82	0.23	0.59	0.83	0.23	0.57	0.92	0.40	0.39	0.91	0.43	0.43
	機車	0.65	-	0.88	0.28	-	1.20	0.92	0.26	0.42	0.90	0.28	0.46	0.81	0.65	0.63	0.80	0.79	0.62
十五分鐘 交通量	大車	0.84	-	0.63	0.84	-	0.59	0.62	-	0.86	0.81	-	0.61	0.62	-	0.92	0.37	-	1.03
	小車	0.93	0.33	0.39	0.91	0.30	0.45	0.87	0.18	0.49	0.88	0.19	0.49	0.94	0.35	0.34	0.93	0.29	0.37
	機車	0.72	0.62	0.83	0.34	0.66	1.12	0.95	0.19	0.35	0.94	0.23	0.38	0.85	0.37	0.57	0.84	0.57	0.57

註：「-」表觀察值中有交通量為 0 之值，故 RMSPE 無法呈現。

表 2 ARIMA 模式參數(p,d,q)認定及預測相對誤差(E)

路段		文林北路				民生西路				民權東路			
車流方向		北向		南向		東向		西向		東向		西向	
評估準則		參數	E	參數	E	參數	E	參數	E	參數	E	參數	E
五分鐘 交通量	大車	(4,1,5)	1.345	(3,1,5)	1.352	(3,1,4)	1.182	(3,1,4)	1.157	(2,1,3)	1.097	(2,1,3)	1.003
	小車	(0,1,1)	1.310	(3,1,4)	1.359	(3,1,4)	1.102	(3,1,3)	1.193	(1,1,4)	1.312	(2,1,3)	1.430
	機車	(0,1,1)	0.991	(0,1,1)	1.082	(2,1,3)	1.348	(3,1,5)	1.300	(5,1,6)	1.270	(0,1,1)	1.286
十分鐘 交通量	大車	(6,1,7)	1.409	(5,1,6)	1.497	(2,1,3)	1.258	(2,1,3)	1.359	(7,1,8)	0.975	(1,1,2)	0.999
	小車	(8,1,9)	0.880	(5,1,10)	0.873	(5,1,10)	1.617	(7,1,9)	0.969	(9,1,10)	0.969	(9,1,9)	0.907
	機車	(0,1,1)	0.995	(7,1,8)	1.191	(9,1,10)	0.991	(2,1,7)	0.973	(5,1,7)	0.956	(0,1,1)	1.387
十五分鐘 交通量	大車	(7,1,9)	1.019	(3,1,5)	1.423	(3,1,4)	1.314	(6,1,7)	0.991	(4,1,5)	1.003	(0,1,1)	1.000
	小車	(9,1,9)	1.217	(8,1,8)	0.923	(3,1,7)	1.205	(5,1,7)	1.032	(5,1,9)	0.910	(4,1,8)	0.931
	機車	(3,1,4)	1.110	(1,1,2)	1.264	(5,1,8)	0.956	(2,1,6)	0.963	(2,1,5)	0.957	(0,1,1)	1.417

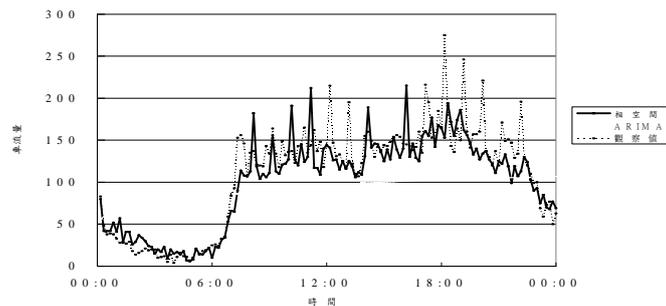


圖 2 混沌模式及 ARIMA 模式之預測值與觀察值比較