

發電廠中根據狀態而實施維護之研究(II) 期末報告

計畫編號：NSC88-TPC-E009-007

執行時間： 88 年 1 月 1 日至 88 年 12 月 30 日

計畫主持人：呂宗熙

行政院國家科學委員會

88 年度電力科技產業學術合作研究計畫

發電廠中根據狀態而實施維護之研究(II)

中華民國八十九年二月

中文摘要

本計劃旨在發展隨機裴氏網路的方法，依據監視系統的擷取資料，預測出設備可能會發生故障的時間，藉以事先做保養的工作。本計畫所建立的方法不需要事先探討極為複雜的元件損害機制。廣義的隨機裴氏網路可用來當做模擬和分析複雜的系統時的模式，藉以將複雜的系統精簡。本研究先將系統表示成廣義的隨機裴氏網路，設定要預測的狀態，然後用時間刻度分解法精簡該網路。如此一來，廣義隨機裴氏網路就會被分解成數個子網路，而這些子網路會形成一個新的廣義隨機網路，這個隨機裴氏網路稱為聚集廣義隨機裴氏網路。利用梅森法則算出輸入和輸出的關係式，然後執行力矩產生函數的方法，能預測任一狀態發生的時刻，最後經計算而預測出發生失效的時間，以及一旦失效所需修復時間。

關鍵詞：發電廠、隨機裴氏網路、根據狀態的維護、預防維護預防保養

防保養

英文摘要

Generalized stochastic Petri nets (GSPNs) can be used as building blocks to model and analyze complex manufacturing systems. This approach facilitates model construction and helps manage complexity in modeling a large-scale system. This work first generates GSPNs for a system and defines states to be predicted. Time scale decomposition is carried out in order to reduce GSPNs. From this method, GSPNs can be decomposed into some subnets. These subnets are aggregated to form a new GSPN. The GSPN is called aggregated GSPN (AGSPN). Mason's rule is used to calculate the relation between input and output. Moment generating functions are calculated to predict when states occur. Finally, the time interval before equipment fails and repair time are predicted.

Keywords : Condition-Based Maintenance, Preventive Maintenance, Reliability, Stochastic Petri Nets, PM

誌 謝

本計畫承蒙台灣電力公司與國科會贊助，得以完成，謹此誌

謝。

目 錄

摘要.....	3
ABSTRACT	4
誌謝.....	5
目錄.....	6
第一章 序 論.....	8
1.1 引言.....	8
1.2 文獻回顧.....	10
1.3 研究目的.....	12
第二章 廣義隨機裴氏網路.....	14
2.1 基本定義.....	14
2.2 馬可夫過程.....	18
2.3 隨機裴氏圖.....	20
2.4 廣義隨機裴氏圖.....	22
2.5 縮減廣義隨機裴氏圖為隨機裴氏圖.....	22
2.6 偵測失效.....	24
第三章 動差產生函數.....	25
3.1 定義.....	25
3.2 傳遞函數.....	26

第四章 時間刻度分解.....	29
4.1 GSPN 的時間刻度分解.....	30
4.2 算法.....	30
4.3 穩態機率的計算.....	32
第五章 例 子.....	36
5.1 例一.....	36
5.2 例二.....	38
5.3 例三.....	46
第六章 結 論.....	56
參考文獻.....	58
附錄一.....	87
附錄二.....	88

第一章

序 論

預防保養目的在保持所有的設備良好的操作情況和避免失效 [Patton, 1983]。在過去，所謂的預防保養是指計劃性保養，而這種保養是依照時間或者操作時間，進行保養。但是這種保養方式至少有兩個缺點：

1. 當一些不可預期的錯誤在未達維修的時間即發生，如此一來會造成設備的故障停機的損失。
2. 如果在未達失效門檻，即設備或元件可能還處於良好狀態就進行維修的話，會造成投資上的浪費。

我國的發電廠一向採取時間為基礎的維修策略，也就是上面所描述的計劃性保養，即根據設備廠商的建議或者現場人員的維修經驗，決定實施維修的時間。因此如何訂定合理的維修策略，確實是發電廠應該重視的課程。

1.1 引言

前一年度的計劃“發電廠中根據狀態而實施為維護之研究”以

傳統的火力發電系統為例子，謀求建立該系統之可靠度方法及失效偵測模式。感測器附屬於擬監視的設備，設置的位置及其類型。主持人已經發表了藉著裴氏網路圖從事失效分析的方法[Liu and Chiou, 1997]，能夠表現出系統失效的前因後果關係與歷程，比習用失效樹方便。根據對系統裝備和零組件的失效因果特性之瞭解，可由即時資料監視及收集系統所得之資料，繪出該系統之失效分析裴氏網路圖。前一年的計劃主要利用了卡門濾波器預測電廠設備狀態，但所需計算量大且複雜。本年度謀求改進，採用隨機裴氏網路的方法計算遠比卡門濾波器簡單，且易於了解，而同樣能達成預測設備失效時間的目的，作為發電廠中實施預防保養的依據。

隨機裴氏網路是一種具有預測效果的圖示模型，也就是當知道一狀態到另一狀態的機率時，就可知道到達下一狀態的時間。本計劃旨在發展隨機裴氏網路的方法，針對我國發電廠的機械設備，利用監視系統的資料，發展出根據設備的使用狀態而執行的維修策略與方法，使得我國發電廠的維修計劃能夠從「根據時間的維護」(Timed-based maintenance)邁向「根據狀態的維護」(Condition-based maintenance)。

1.2 文獻回顧

Petri[1966]建立了以圖形模型來分析電腦系統的各個副系統間的傳達和共生性質，而這模型即所謂的裴氏網路(Petri Nets)。由於裴氏網路沒有考慮時間的相關性，因此一些沒有時間性的性能表示也可以利用裴氏網路。Merlin and Farber[1976]提出具有時間性的裴氏網路，並且訂定每一個變遷 (transition)的最大和最小或然率的法則。Natkin[1980]提出隨機裴氏網路，每一個變遷具有隨机的特性，也就是每一個變遷過程是利用指數分佈來表示。Marsan[1984]提出廣義隨機裴氏網路，即變遷過程具有兩種型式：暫態和具有時間性，所謂暫態是一狀態到另一狀態不消耗時間，而具有時間性的變遷乃指兩狀態間的變遷是以指數分佈來計算所消耗的時間。Dugan[1984]發表擴展隨機裴氏網路，即每一個變遷過程不單是指數分佈而可為任意的分佈。

針對電廠特性及工業需求，包括元件失效、老化分析、維修規則及調校事項等，Beachum 和 Weir[1994]為核電廠的預防維護計劃提出了最佳化的設計。Geilhausen 和 Kunze[1995]以籌建監測系統的方式實現預防保養，用以提昇核電廠之可靠度。Martorell[1995]提出了對核電廠中關鍵性組件以可靠度為中心的維護方法，包括維修行為、監測需求等。針對核電廠中需要大量操作人力之蒸汽渦輪系統，

Mitenkov [1993]提出了次級迴路密封的實驗模型，以提高可靠度及降低預防保養的需求。Mukhopadhyay[1995]以馬達電流波形樣本分析的方法來監測核電廠中馬達作動閥的劣化和故障，以提高系統之安全性。Fresco[1994]評估 67 個核電廠維修計劃的評估報告，討論了電廠結構、系統及元件等的老化效應及管理，包括故障趨勢、根本原因分析、並建立整合性之保修資料庫，以提昇核電廠之運轉安全。

Onodera[1993]提出了防止電廠停機的策略，包括建立診斷系統、失效偵測方法，以及主要裝備壽命預估系統等，可適用於火力及核能電廠。Pons[1995]提出針對已知劣化和潛在缺陷的機制的特定點，作非破壞性、免停機檢驗的方法。以人工智慧技術為基礎，利用自動測試樣本產生法，可以測試核電廠中超過 20000 組以上之數位電子電路，俾減少預防維護之測試時間及人力[Poong, 1994]。以電廠中預防維護所需儀電設備之最佳規劃為例，Smith[1994]研發出以監測及診斷系統和電腦網路來改善電廠之運轉能力及維修問題。針對日本的反應器裝置，Uchiyama[1995]提出了一套監測其狀態及機械行為的監測系統，包括考慮了偵測能力、系統結構、資料擷取、模型測試及分析，以及訂定診斷規範等。為了滿足美國官方對核電系統之規範，包括評估結構、系統、元件，資料檔案管理方法等，Varno[1993]建立了最佳化之預防維護系統。Qin[1996]探討了以量化表示電廠

評估的基本概念。

林榮暉與吳文方[1995]認為系統經預防維護後即恢復為完好如新的假設是不合理的，因而提出一套以維護能力為參數之等效折舊時間機率密度分佈模型，並配合一適當的動態可靠度模式，在最低壽命週期成本的考量下，求得最佳維護策略。最近 Roy[1997]探討了合併機率性及決定性法則的技術，用以表示電力系統的安寧性。此技術可使系統健康運轉的機率最大化，使冒險運轉的機率最小化。此外，在不以統計假定來評估維護性能方面，Roger[1997]建立了統計模型來描述預防維護和矯正維護間的關連。以柴油發電機組件之以柴油發電機組件之保養為例，Procassia[1997]以 Bayesian 統計決策理論來解決以可靠度為中心的維護方法中所受到的限制。Shuo[1997]以技術上可行及經濟上需要的觀點，藉維修系統的早期預警、失效追蹤及快速決策的預防及預測的方法，達到維護製造系統的目的。並以無人運搬車裝配線的保養為例子，討論了如何建立最佳維護策略，以使製造系統有高可靠度、可用度、安全性及生產力。許金竹[1993]完成了預防更換對機械系統動態可靠度影響的論文。林榮暉與吳文方[1995]進行了生產系統之最佳維護策略的研究。

1.3 研究目的

發電廠歷來的維護計畫係依據一定的時間週期，或者零組件的

累積損害而訂定。但是基於經濟與技術的因素，具有預防性而且根據使用設備的現況而維護的策略顯得愈來愈有必要。設備或元件的失效對於發電廠的操作、保養成本和人員安全會造成極大的負面影響，甚至於因此造成全面或部份運作的中斷。所以近來預防保養已經逐漸受到國內外重視，如果能夠擬訂並且執行正確有效的預防保養計劃，就可在發電廠的設備失效前及時實施保養。

廣義的隨機裴氏網路可當做基本的架構，以模擬和分析複雜的系統。先將發電廠之中所有串聯或並聯的設備表示成廣義的隨機裴氏網路，接著設計狀態機器(State Machine)的裴氏網路。利用相對於轉換時期的動差產生函數(moment generating function)可求得轉換函數。然後利用化簡法則將表示所有設備的定位(place)的隨機裴氏網路，精簡成具有較少的定位的隨機裴氏網路，亦即精簡成單一訊號的變遷過程，最後經機率的計算而預測出發生失效的時間。

第二章

廣義隨機裴氏網路

2.1 基本定義

裴氏網路圖(Petri net)縮寫為 PN，已經為人廣泛使用成為簡單但功效顯著的工具，尤其是以圖示描述離散事件系統的邏輯行為。PN 迄今成為了描述製程模式、電腦網路、和製造系統的同步性質的標準符號。

PN 是具有指向性的圖，含有兩類節點，稱為定位(places)和變遷(transition)。指向性的弧線聯結定位至變遷或者聯結變遷至定位。裴氏網路是一種圖示的模型，已經運用於彈性製造系統的製程控制，以及電腦各個子系統的命令傳輸，優點之一是容易了解。基於隨機裴氏網路更具有預測的效果，所以本計劃擬發展隨機裴氏網路，將每一個設備當做一個狀態或是將每一個可能發生失效的元件當作一個狀態，而任兩狀態間的轉換(Transition)是根據失效警告門檻來決定。

隨機裴氏網路之中的一些符號定義如下：

○：代表一個狀態。在此可用來代表一個設備或容易失效的元件。

●：代表一個記號(Token)，即造成失效的因素。

—：代表一個轉換過程。此細橫桿代表暫態轉換，即不消耗時間。

——：代表一個轉換過程。此粗橫桿代表具時間性的轉換，通常是呈指數分佈。

←：用來連接狀態和轉換的箭頭。

要定義出一個 PN 必須先給定初始標記 M' ，然後 PN 的定義就寫成

[Peterson, 1981]：

$$\begin{aligned}
 PN &= (P, T, A, M) \\
 P &= \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_n\} \\
 T &= \{t_1, t_2, t_3, \dots, t_m\} \\
 A &\subseteq \{P \times T\} \cup \{T \times P\} \\
 M' &= \{m'_1, m'_2, \dots, m'_n\} \quad (2-1)
 \end{aligned}$$

變遷每次發射會修改定位裡的標記，以至於產生新的標記。本計劃的

隨機過程是利用馬可夫過程

$$\begin{aligned}
 &P\{X(t_{n+1})=x_{n+1} | X(t_n)=x_n, X(t_{n-1})=x_{n-1}, \dots, X(t_0)=x_0\} \\
 &= P\{X(t_{n+1})=x_{n+1} | X(t_n)=x_n\}
 \end{aligned}$$

$$t > t_n > t_{n-1} > \dots > t_0 \quad (2-2)$$

而建立的，上式就是馬可夫性質，其中 x_n 是時間 t_n 的狀態。本計劃是考慮離散的馬可夫過程，即所謂的馬可夫鏈。馬可夫鏈中一個狀態轉換至下一個狀態，對應隨機裴氏網路之中的一個定位(Place)至下一個定位的變遷(Transition)，其機率寫成

$$P_{ij}(v,t) = P[X(t)=j|X(v)=i] \quad (2-3)$$

其中 $0 \leq v \leq t$ ， i 是時間 v 的狀態， j 是時間 t 的狀態。對於齊性的馬可夫鏈，過去的一切狀態發生的機率都包含在現有的狀態的機率中，即

$$P[Y \leq \gamma + t | Y \leq t] = P[Y \leq \gamma] \quad (2-4)$$

由上式可知時間 Y 可以表達在時間 Y 以前的一切狀態發生的機率，其中 γ 表示一段時間的間隔。本計劃擬執行上述馬可夫鏈的計算，俾完成設備的隨機裴氏網路。隨機裴氏網路建立之後，就能夠預測設備的失效時刻，首先依隨機裴氏網路每個定位間的排列組合機率關係求出標記(Marking)，接著依各個標記間的相互關係建立可達到度圖(Reachability Graph)。失效記號(Token)從基本定位(Basic Place)

出發作為輸入(input)，事先選定要預測失效時刻的設備當作輸出(output)。由於系統之中數個設備往往彼此串聯或並聯，必須利用Mason's Rule 算出輸出和輸入間的關係。本計劃使用動差產生函數(Moment Generating Function) [Dudewicz, 1976]。對動差產生函數 $M(s)$ 取一次微分後，代 $s=0$ 後獲得經過時間的均值(Mean)，就是特定設備失效的時間，預防保養應該在那之前實施。

圖 2.1 展示裴氏圖的例子，其中 t_1 是唯一被發動的變遷。 t_1 發射之後，定位 p_1 變成空，然而 p_2 與 p_3 各含一個標記；此時 t_2 與 t_3 均被發動而同時發射。 t_2 與 t_3 發射之後，定位 p_4 與 p_5 各含有一個標記；這種標記其實是矛盾的，因為 t_4 與 t_5 被發動，可是二者之一的發射卻使得另一個無法發動，圖 2.1(b) 顯示這種狀況，如此一來，哪一個發射都可以，像這種能夠代表同步與矛盾的能力，使得 PN 很有用。

對具有初始標記 M' 的 PN 而言，可達性集合定義為藉著一系列的變遷發射，所有能從 M' 達到的所有標記的集合。對於所有可能的標記，如果某一 PN 使得在任何定位的標記的最大個數不多於 k ，那麼該 PN 稱為 k -限界 (k -bounded)。

值得注意的是因為 PN 並不顯含時間，所以 PN 模式不能呈現與時間有關的性能。

2.2 馬可夫過程

隨機過程(Markov process)是一種數學模式，適於描述某一參數的函數的隨機現象，此參數通常是時間。從數學觀點來看，隨機過程是一族隨機變數 $\{X(t), t \in T\}$ ，定義於相同的機率空間，受制於參數 t ，而且取值於 S 。隨機過程所取的值叫做狀態，因此集合 S 稱為過程的狀態空間。

馬可夫過程由俄羅斯數學家馬可夫建立，其有條件的機率分布函數(conditional probability distribution function) (PDF)寫成

$$\begin{aligned} &P\{X(t) \leq x | X(t_n) = x_n, X(t_{n-1}) = x_{n-1}, \dots, X(t_0) = x_0\} \\ &= P\{X(t) \leq x | X(t_n) = x_n\} \\ &\quad t > t_n > t_{n-1} > \dots > t_0 \end{aligned} \tag{2-2}$$

這個條件稱為馬可夫性質(Markov property)，與離散狀態有關的馬可夫過程舊稱為馬可夫鏈(Markov chain)，其特徵在於系統的初始狀態和變遷機率：

$$\begin{aligned} P_{ij}(v, t) &= P[X(t) = j | X(v) = i] && (3-3) \\ \text{for } 0 \leq v \leq t & \quad i, j = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

而且其中

$$P_{ij}(\nu, t) = \begin{cases} 1 & \text{if } i = j \\ 0 & \text{if } i \neq j \end{cases} \quad (2-4)$$

假如 $X(t)$ 的有條件函數具有對於時間原點 t_n 的不變性；即

$$P[X(t) \leq x | X(t_n) = x_n] = P[X(t - t_n) \leq x | X(0) = x_n] \quad (2-5)$$

則該馬可夫鏈稱為時間均質。這種時間均質的馬可夫鏈過程的過去歷史，完全反映於目前的狀態中，所以時間 Y 時，過程花在目前的狀態的機率是無記憶的；因此

$$P[Y \leq \gamma + t | Y \geq t] = P[Y \leq \gamma] \quad (2-6)$$

由於指數分布是僅有的具不記憶性質的連續分布，所花在均質且連續時間的馬可夫鏈的時間必定是指數分布，這表示 $P_{ij}(\nu, t)$ 只與時間差 $(t - \nu)$ 有關。變遷機率的註記可以寫成

$$P_{ij}(t) = p[X(t + \mu) = j | X(\mu) = i] \quad \text{for any } \mu \geq 0 \quad (2-7)$$

時刻 t 的狀態機率表示成

$$P_j(t) = P[X(t) = j], \quad j = 0, 1, 2, \dots, \quad t \geq 0 \quad (2-8)$$

2.3 隨機裴氏圖

基本的 PN 模式不僅能描述事件的邏輯運作，也能代表涉及的時間。首先每一個變遷賦予固定的時間，俾給定發動和發射之間的時間延遲。隨機裴氏圖 (Stochastic Petri nets) 縮寫成 SPN [Molloy, 1981]，從賦予每個變遷一個指數分布的發射時間而獲得。SPN 的定義因此表示成為

$$SPN = (P, T, A, M, R) \quad (2-9)$$

其中 P , T , A , 以及 M 如同以前的定義，並且

$$R = \{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n\} \quad (2-10)$$

其中 τ 代表變遷的發射率。

基於發射時間的指數分布是不具記憶性質的緣故，SPN 同構於 (isomorphic) 連續時間的馬可夫鏈。亦即 SPN 標記對應馬可夫狀態，

尤其是受限 k (k -bounded) 的 PN 同構於有限馬可夫鏈。標記在每一標記(狀態)的暫時停留時間呈現指數分布的隨機變數，此隨機變數的均值是

$$\left[\sum_{i \in H} \tau_i \right]^{-1} \quad (2-11)$$

其中 H 表示標記所發動的變遷集合。從標記 M_i 迄標記 M_j 的變遷率寫成

$$\sum_{k \in Hij} \tau_k \quad (2-12)$$

其中 Hij 就是變遷的集合，由 M_i 所發動；發射任何一個 Hij 就產生標記 M_j 。

引用了 SPN 能夠建立兩種重要模式：圖形模式與機率模式之間的關係。SPN 之所以對分析有用，在於以圖形精確描述系統運作之後，該圖形還能轉譯成為馬可夫模式(Markovian model)，以利估測性能。SPN 的特色之一是容易被熟習機率模式的人所了解，並且馬可夫模式的推導和求解能夠自動化、透明化。

2.4 廣義隨機裴氏圖

雖然 SPN 具有不少優點，但是 SPN 也有限制，其限制在於系統的圖形化表示，會隨著系統大小與複雜程度而遽增。而且當圖形的大小增加，馬可夫鏈裡的狀態個數就急速增加，所以 SPN 適合於模擬大小有限的系統。作為模擬工具，廣義隨機裴氏網路(GSPN)比 SPN 功能強大、彈性更大。GSPN 基本上屬於 SPN，但是其變遷可以是有時效或者立即的。有時效的變遷用粗線表示，而立即的變遷畫成細線。有時效的變遷行為類似 SPN，而立即的變遷則有無限大的發射率並且瞬間發射。如果某個標記能發動有時效與立即的兩種變遷，就必須定義優先函數。一般而言，立即變遷優先。因此 GSPN 模式的等效馬可夫模式比較小。如果被發動的變遷 H 僅僅由有時效的變遷構成則被發動的有時效的變遷 $t_j (j \in H)$ 的發射機率是

$$\frac{r_j}{\sum_{k \in H} r_k} \quad (2-13)$$

2.5 縮減廣義隨機裴氏圖為隨機裴氏圖

本節藉著消除立即變遷的手段謀求縮減廣義隨機裴氏圖，成為等效的隨機裴氏圖。本文利用例子 [Marsan 等人, 1995] 說明如何消除立即變遷。如圖 Fig. 2.2(a)所示就是圖 2.2(b)所示 SPN 的 GSPN 子網路。就可及的狀態而言兩者是等價的。為了說明將 GSPN 轉換成為對應的 SPN，現在探討當 T_a 發射時，GSPN 會如何。由於一個標記抵達定位 P_b ，三個立即變遷 t_1 、 t_2 、 t_3 於是發動，三者是子網路中僅有被發動的，至於其中哪一個會發射，則要根據權重。所以圖 2.2(a) 中子網路的基本行為就是從定位 P_a 移動到三個定位 P_1 、 P_2 、 P_3 當中之。圖 2.2(b) 裡的網路顯然與圖 2.2(a) 等價。GSPN 子網路導致標記從 P_a 移動到 P_k ， $k=1, 2, 3$ ；其移動率寫成

$$\frac{\omega_a \omega_k}{\sum_{j=1}^3 \omega_j} \quad (2-14)$$

其中 ω_a 是與時效性變遷 T_a 有關的指數分布率， ω_k 代表立即性變遷 t_k 的權重，所以

$$\frac{\omega_a}{\sum_{j=1}^3 \omega_j} \quad (2-15)$$

代表 t_k 確實發動了 t_1 、 t_2 、以及 t_3 的機率。

SPN 模式中時效性變遷 T_k 代表 T_a 發射，隨後立即性變遷 t_k 也發射。在縮減過程之中刪掉了 P_b ，因為 P_b 屬於消逝定位。

2.6 偵測失效

本文目的在使 GSPN 預測失效何時發生。GSPN 裡的任何定位代表系統中設備的一種狀態，定位裡如果出現標記就表示設備的一種狀況。標記可能出現在輸入定位，並且滿足發射條件；如此一來，標記會傳遞到輸出定位。工廠實務上，設備往往配置多個感測器以偵測設備的狀況。假如變遷的程度達到臨界，標記會進入另一個定位。如圖 2.3，GSPN 可以包含感測器；當變遷發射導致標記進入中介定位，達到隔絕的效果，同時標記進入感測器，表示感測器偵測到了。

第三章

動差產生函數

3.1 定義

藉著動差產生函數，能找到延伸隨機裴氏網路中，性能參數的閉合解析解[Guo, DiCesare, and Zhou, 1991]。動差產生函數的定義寫成[Dudewicz, 1976]

$$M(s) = \sum_{t=-\infty}^{\infty} e^{st} f(t) \quad (t \text{ 是離散})$$

或者

$$M(s) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{st} f(t) dt \quad (t \text{ 是連續}) \quad (3-1)$$

或者

$$M(s) = E(e^{st}) \quad (3-2)$$

其中 s 是延伸參數， $f(t)$ 隨機變數 t 的機率密度函數。顯然地，

$$M(0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt = 1 \quad (3-3)$$

3.2 傳遞函數

根據 PN 裡的變遷(transition)的發射規則，當變遷 t_k 僅有一個輸入定位 p_i ，如圖 3.1(a)所示， p_i 用至少一個標記做記號，變遷 t_k 就會被發動。所發動的變遷就會發射 t_k 的發射造成從 p_i 移走一個標記，然後每個定位 p_j 儲放一個標記。

令 $p(i, k)$ 表示變遷 t_k 能夠發射的機率，亦即從 p_i 經由 t_k 迄 p_j 的傳遞機率。自發動起訖 t_k 的發射，這個過程需要時間延遲 τ_k 。 $p(i, k)$ 以及 $M(s)$ 的大小視目前的標記 τ_k ，以及在該標記處，發動其餘的變遷所需時間延遲而定。

定義傳遞函數 $W_k(s)$ 為

$$W_k(s) = p(t_k)M(s) \quad (3-4)$$

涉及 $p(i, k)$ 與 τ_k 的變遷 t_k 可以用 $W_k(s)$ 表示為如圖 3.1 所示。

梅森法則 (Mason's rule) [Dorf, 1990] 是處理流動圖(flow graph)裡增益的公式，能夠不經過縮減程序而表示出系統變數之間的關係。就梅森法則與 PN 兩者而言，狀態機器 PN 中的定位(place)對應流動圖裡的節點；聯結變遷的傳遞函數(transfer function)則對

應增益。所以本研究為了處理大系統將先執行縮減，然後藉著梅森法則計算加總。

梅森法則的計算產生 $W(s)$ 函數的閉和解。等效 MGF $M(s)$ 可以從 $W(s)$ 求得；即

$$M(s) = \frac{W(s)}{W(0)} \quad (3-5)$$

繼之取微分就獲得任意兩個狀態之間的平均時間(mean time)：

$$\frac{\partial}{\partial s} M(s)|_{s=0} = E(t) \quad (3-6)$$

所以，對動差產生函數 $M(s)$ 取一次微分後，代 $s=0$ 後獲得經過時間的均值，就是特定設備失效的時間，預防保養應該在那之前實施。

3.3 縮減法則

使用本文的縮減法則，有三種基本結構可以被縮減成為單一變遷，因而簡化一些 PN。因而能將每一受限的(bounded) PN 轉換成有限的狀態機器。這三種可縮減的基本結構敘述如下：

- (1) 序列結構：具有傳遞函數 $W_1(s)$ 的變遷 t_1 與具有傳遞函數 $W_2(s)$ 的變遷 t_2 構成序列結構，此序列結構相當於具有 $W_k(s)$ 的變遷 t_k ，而此變遷 t_k 又等於乘積 $W_1(s) \times W_2(s)$ ；如圖 3.2

所示

$$W_k(s) = W_1(s) \times W_2(s) \quad (4-7)$$

(2) 平行選擇結構：具有傳遞函數 $W_1(s)$ 的變遷 t_1 與具有 $W_2(s)$ 的變遷 t_2 構成一個選擇結構，該選擇結構相當於具有 $W_k(s)$ 的變遷 t_k ，而 $W_k(s)$ 又等於 $W_1(s)$ 與 $W_2(s)$ 之和：

$$W_k(s) = W_1(s) + W_2(s) \quad (3-8)$$

(3) 迴路結構：具有傳遞函數 $W_1(s)$ 的變遷 t_1 和定位 p 形成一個迴路。變遷 t_2 的傳遞函數是 $W_2(s)$ ，相當於變遷 t_k 具有傳遞函數 $W_k(s)$ ：

$$W_k(s) = \frac{W_1(s)}{1 - W_2(s)} \quad (3-9)$$

第四章

時間刻度分解

本文目的在於預測設備的失效與修護時間，然而 GSPN 模式之中的定位除了表示設備失效之外，一定也還表示其他其他事物，例如待機中的機器的緩衝等待，正在機器執行中的工作等等。前文已經說明定位越多，則標記個數就越多；當標記個數增加，就越難使用梅森法則的輸入與輸出，所以本章將使用時間刻度分解法以便合併許多個定位。

系統的 GSPN 模式可以分解成階層式的系列子網路，每一個子網路在某一個時間刻度成立，我們就可以個別解決這些較小的子網路。時間刻度分解法最先由 Simon and Ando[1961]提出，他們證明了分析時，近乎完整的可分解系統的短時間動態可以和長時間動態區隔開來。Bobbio and Trivedi[1986] 提出了硬馬可夫鍊的暫態分析，使緩慢和快速狀態經歷過正交化的步驟，因而得到準確的暫態解。Ammar, Huang and Liu[1987]與 Ammar and Rezaul Zslam[1989]更應用了時間刻度分解法於 GSPN。

本研究將舉出由兩個機器組成的例子，除了代表機器失效的定位，定位與變遷會合併成為一個定位。然後再用力矩產生函數預測失效時間，並且比較整個裴氏圖的預測結果，在根據比較結果提出改善

準確性的方法。

4.1 GSPN 的時間刻度分解

Ammar 等人[1989]檢討了歷時變遷的發射率差距極大的 PN，結果變遷 T 可以分解成為由所有歷時變遷構成的一組緩慢變遷 T_S 以及由立即變遷與快速變遷構成的集合 T_f ；亦即 $T = T_S \cup T_f$ 。對於快速的時間刻度，假設 T_S 的變遷從不發射；所以移去它們的話，GSPN 就可以分解成幾個獨立的快速子網路，這些子網路用來描述系統的快速動態。每一個縮減的子網路稱為綜合(aggregated)的 GSPN(AGPN)，用以描述長期的動態，係從原來的裴氏網路綜合快速子網路而獲得。工廠裡在完工前涉及許多事情，例如工件到達、工件在緩衝區、設備失效、設備修護中等等。這些事情都會影響歷經的時間，但是其中設備的失效或者維修所消耗的時間比其他事情多得多。因此不難事先給定變遷集合 T_S 和 T_f 。

4.2 算法

本研究發展綜合的 GSPN 裴氏圖。Ammar 等人[1987] 曾經使用時

間刻度分解法計算產出值，而且發現結果相當準確。因此本研究利用該方法預測失效時間和修護的時間。時間刻度分解法的步驟敘述如下：

步驟 1: 選擇子網路。對於具有初始 M_1 和可到達集合 S 的 GSPN= (P, T, I, O, R) 定義子網路 $N=(P_1, T_1, I_1, O_1)$ 使得 $T_1 \subset T$ 是一個立即變遷與快速歷時的集合，又定義 $P_1 \subset P$ 是 T_1 變遷裡的輸入和輸出定位的集合。但所選的子網路必須是再生性、局部性，以及守恆性，如同 Ammar 等人[1987]所定義。

步驟 2: 發展局部標記的集合。對於以上定義的子網路 N ，令標記的集合 S_1 為可到達集合 S 的子集合。而且定義 P_1 裡的定位為一標記集合 S_N ，使得 S_N 裡的標記是屬於 P_1 的標記。

步驟 3: 合併各個子網路成為定位 P_a 。

步驟 4: 計算子網路的穩態。4.3 節將要介紹計算每個狀態的機率的方法。

步驟 5: 假設 r_j 是輸出 t_j 的變遷率，而且該輸出變遷連接了定位 P_a 以及其他定位。那麼在綜合網路中的變遷率就成為視標記而定，寫成

$$r'_i(j) = r_i \cdot P_i(j) \quad (4-1)$$

其中 j 表示目前標記下 P_a 之中記號的個數，又

$P_i(j) = P_T$ [給定 j 之下子網路 N 中每個定位 P_k 找到至少一個記號，而且定位 P_k 連接到不在該子網路的定位]

j 是子網路 N 裡 P_{in} 之中的記號的個數。對 N 裡的每一個 j 計算出穩態機率， $\{T - T_1 - T_{out}\}$ 之中所有的歷時變遷時間率保持不變。

4.3 穩態機率的計算

考慮時刻 t ，而 $s \leq t \leq t + \Delta t$ 的 Chapman-Kolmogorov 方程式

$$H(s, t + \Delta t) = H(s, t)H(t, t + \Delta t) \quad (4-2)$$

其中 H 表示由變遷機率構成的變遷矩陣。從上式兩邊同減 $H(s, t)$ 得到

$$H(s, t + \Delta t) - H(s, t) = H(s, t)[H(t, t + \Delta t) - I] \quad (4-3)$$

其中 I 為單位矩陣，上式除以 Δt 然後取極限 $\Delta t \rightarrow 0$ 得到

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{H(s, t + \Delta t) - H(s, t)}{\Delta t} = H(s, t) \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{H(t, t + \Delta t) - I}{\Delta t} \quad (4-4)$$

上式左邊是 $H(s, t)$ 對於 t 的偏微分。接著定義

$$Q \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{H(t, t + \Delta t) - I}{\Delta t} \quad (4-5)$$

稱為馬可夫鏈的變遷率矩陣，還可以縮減為

$$\frac{\partial H(s, t)}{\partial t} = H(s, t)Q(t), \quad s \leq t \quad (4-6)$$

稱為連續時間的正向 Chapman-Kolmogorov 方程式。所有的變遷函數

$P_{ij}(s, t)$ 隨差值 $(t - s)$ 而定。因此，變遷率矩陣不隨時間 t 而異；也就

是

$$Q(t) = Q = \text{定值} \quad (4-7)$$

所以，前向 Chapman-Kolmogorov 方程式可以寫成

$$\frac{dP(\tau)}{d\tau} = P(\tau)Q \quad (4-8)$$

其中 τ 代表兩個狀態的時間間隔。由上式得到

$$P(\tau) = e^{Q\tau} \quad (4-9)$$

狀態機率 $\pi_j(t)$ 其中 $j = 0, 1, 2, \dots$ 寫成

$$\pi_j(t) \equiv P[X(t) = j] \quad (4-10)$$

所以，狀態機率向量為

$$\pi(t) = [\pi_0(t), \pi_1(t), \dots] \quad (4-11)$$

這是一個列向量，其因次由馬可夫鏈的狀態空間的因次決定。此外，每個狀態的機率是

$$\pi(t) = \pi(0)P(t) \quad (4-12)$$

其中 $\pi(0)$ 表示初始狀態的機率，因為 $P(t) = e^{Qt}$ ，所以(4-12)成為

$$\pi(t) = \pi(0)e^{Qt} \quad (4-13)$$

(4-8)與(4-10)兩式得到微分方程式

$$\frac{d\pi(t)}{dt} = \pi(t)Q \quad (4-14)$$

或者用個別的純量微分方程式表示成

$$\frac{d\pi_j(t)}{dt} = \pi_j(t)q_{jj} + \sum_{i \neq j} \pi_i(t)q_{ij} \quad (4-15)$$

其中 q_{jj} 與 q_{ij} 分別表示兩個狀態的變遷率。穩態的狀況下， $t = \infty$

時， $\frac{d\pi}{dt} = 0$ ，故(4-14)變成

$$\pi Q = 0 \quad (4-16)$$

而且 π 由解(4-16)和

$$\sum_j \pi_j = 1 \quad (4-17)$$

而決定。

第五章

例子

根據前幾章所提的方法，本章執行計算，對於 GSPN 模式預測失效和修護時間。本計畫的運算在套裝軟體 MATLAB 上執行，因此程式附於附錄一和二。

5.1 例一

本例子為失效處理的模式例子。假設所有歷時變遷的發射時間是指數分佈的，如圖 5.1 所示，而且表一陳列本例使用的參數。如圖 5.2 所示，得自於馬可夫鏈的馬可夫可到達樹 (Markovian reachability tree) 已經被縮減了。此縮減是藉著合併所有造成誤差擴散的變遷 (表示成 ε) 成為狀態 E，並且合併成輸出定位 OK、D、以及 F。先利用力矩產生函數，如圖 5.3 是模式的可到達圖，其中相連結的標記包括了 M0、M1、M2、M3、M4 以及 M5，用橢圓標示。定位 M0 表示到達 OK 的總時間，M2 表示抵達出口 D 的時間，M4 表示抵達出口 F 的時間。其次，M0, M2 and M4 的狀態機器裴氏圖就發展成圖 5.4。然後對於圖 5.14 (a)、(b) 以及 (c) 分別執行梅森法則獲得

$$W_{00} = W_2 W_3 \quad (5-1)$$

$$W_{02} = \frac{W_2 W_6 + W_2 W_7 W_8 + W_1 W_{10} W_8 + W_1 W_{11}}{1 - W_2 W_3} \quad (5-2)$$

$$W_{04} = \frac{W_2 W_7 W_9 + W_1 W_4 W_9}{1 - W_2 W_3} \quad (5-3)$$

其中

$$w_1 = 0.1$$

$$w_2 = 0.9$$

$$w_3 = \frac{\phi}{\phi + d\delta + p - s}$$

$$w_4 = \frac{p}{p + d\delta - s}$$

$$w_6 = \frac{d\delta}{\phi + d\delta + p - s}$$

$$w_7 = \frac{p}{\phi + d\delta + p - s}$$

$$w_8 = \frac{q\varepsilon}{\varepsilon - s}$$

$$w_{10} = \frac{p}{p + d\delta - s}$$

$$w_{11} = \frac{d\delta}{d\delta + p - s} \quad (5-4)$$

將表 1 裡的參數代入上式得到

$$W_{00}|_{s=0} = 0.5482$$

$$W_{02}|_{s=0} = 0.809$$

$$W_{04}|_{s=0} = 0.013 \quad (5-5)$$

所以利用(3-5)與(3-6)，能計算出指數分佈的平均時間為

$$T_{00} = \frac{\partial}{\partial s} M_E(s)|_{s=0} = 6.09 \quad \text{sec}$$

其中 T_{00} 表示從 M_0 經過 M_1 ，再回到 M_0 總共所費時間，如圖 5.4 (a) 所示。同理，如圖 5.4(b)和(c)，能計算出從 M_0 出發分別抵達 M_2 與 M_4 是

$$T_{02} = \frac{\partial}{\partial s} M_E(s)|_{s=0} = 18.98 \quad \text{sec}$$

$$T_{04} = \frac{\partial}{\partial s} M_E(s)|_{s=0} = 25.38 \quad \text{sec} \quad (5-6)$$

5.2 例二

為了分析具隨機處理時間的兩部不可靠機器和一個緩衝器(2MIB line)所組成的生產線系統，Gershwin and Berman [1981]導出了閉

合解，如圖 5.5 所示，兩部機器由一個有限緩衝器分隔開。每個零件從外界進入機器#1 處理。然後通過緩衝器來到#2，處理完後離開生產線。機器的狀態有三種可能：處理中、待機、維修中。當機器處於待料或者塞車時稱為待機。機器等待來自上游的零件時叫做待料，如果無處容納零件的時候叫做塞車。所以本例假設第一個機器不會待機，而第二個機器從未塞車。至於機器出現故障就稱為修護中。當機器從處理中進入修護狀態叫做失效。假設機器在待機時不會失效。

如果下游的零件緩衝儲倉客滿了，假設機器#1 就不處理零件。緩衝儲倉的零件個數用 n 表示，它是緩衝器裡零件個數加上機器#2 中的零件個數。本例給定 $n=2$ 。

主要的假設[Gershwin and Berman, 1981]如下：

- (1) 機器的零件處理時間長短雖然不一定，但呈現處理率 μ [零件個數/時間]的指數分佈。
- (2) 失效時間，也就是自失效復原起算以迄失效發生的時間具有呈現失效率 f [失效次數/時間]的指數分佈。
- (3) 修護時間，即從失效瞬間起至復原，設為呈指數分佈的修護率 r [修護次數/時間]

圖 5.6 表示 2M1B 生產線的 GSPN 模式。定位 p 與變遷 t 之解釋如

下：

$p(m, i)$: 機器 machine #m 待料中。

$p(m, p)$: 機器 #m 正在處理元件。

$p(m, d)$: 機器 #m 修護中。

$p(b, k)$: 元件儲存在容量 $k=n-1$ 的緩衝器之中。

$t(m, in)$: 元件已經立即供應至機器 #m。

$t(m, p)$: 元件 #m 已經以變遷率 $\mu(m)$ 處理了元件。

$t(m, f)$: 機器 #m 已經以變遷律 $f(m)$ 失效。

$t(m, r)$: 機器 #m 已經以變遷律 $r(m)$ 修護。

定義標記 M_j 如下：

$$M_j = \begin{bmatrix} M_j\{p(1,i)\} \\ M_j\{p(1,p)\} \\ M_j\{p(1,d)\} \\ M_j\{p(b,k)\} \\ M_j\{p(2,i)\} \\ M_j\{p(2,p)\} \\ M_j\{p(2,d)\} \end{bmatrix}^T \quad (5-7)$$

起始標記 M_0 寫成 $[1, 0, 0, 0, 1, 0, 0]$ ，表示機器 #1 和

#2 處於待料狀態。其他的標記定義如下：

$$\begin{aligned}M_1 &= [0, 1, 0, 0, 1, 0, 0] \\M_2 &= [0, 0, 1, 0, 1, 0, 0] \\M_3 &= [1, 0, 0, 1, 1, 0, 0] \\M_4 &= [1, 0, 0, 0, 0, 1, 0] \\M_5 &= [1, 0, 0, 0, 0, 0, 1] \\M_6 &= [0, 1, 0, 0, 0, 0, 1] \\M_7 &= [0, 0, 1, 0, 0, 0, 1] \\M_8 &= [0, 1, 0, 0, 0, 1, 0] \\M_9 &= [1, 0, 0, 1, 0, 1, 0] \\M_{10} &= [1, 0, 0, 1, 0, 0, 1] \\M_{11} &= [0, 0, 1, 0, 0, 1, 0]\end{aligned}\quad (5-8)$$

首先，圖 5.7 顯示關於 2M1B 生產線而且 $n=2$ 的 GSPN 裴氏網路模式的可到達圖。去除虛線之後，得到的狀態機器裴氏網路如圖 5.8 所示。

參數值給定為 $\mu(1)=1$ 、 $\mu(2)=2$ 、 $f(1)=4$ 、 $f(2)=8$ 、 $r(1)=5$ 以及 $r(2)=6$ 。單位時間設為小時。結果導出傳遞函數(transfer functions)為

$$\begin{aligned}
W_1 &= \frac{4}{5-s} \\
W_2 &= \frac{1}{5-s} \\
W_3 &= \frac{8}{13-s} \\
W_4 &= \frac{4}{5-s} \\
W_5 &= \frac{1}{13-s} \\
W_6 &= \frac{8}{8-s} \\
W_7 &= \frac{4}{13-s} \\
W_8 &= \frac{8}{8-s} \\
W_9 &= \frac{1}{5-s}
\end{aligned} \tag{5-9}$$

(1) 使用標記定義(5-7)和(5-8)式子，圖 5.9(d)說明了從機器 #1 處理中而且機器#2 待機的狀態迄機器#1 失效而且機器#2 待機的狀態。執行梅森法則就得到

$$W_{1,2} = W_1 \tag{5-10}$$

所以

$$W_{1,2}|_{s=0} = 0.8 \tag{5-11}$$

利用(3-6)式的結果，從起始至機器#1 失效迄#2 待機的時間間隔為

$$T_{1,2} = \frac{\partial}{\partial s} M(s)|_{s=0} = 0.2 \quad hr \tag{5-12}$$

(2) 利用標記的定義(5-7)與(5-8)式，圖 5.9 (b)表示了從機器#1 處理中而且機器#2 待機的狀態，以迄機器#2 失效、機器#1 待機，而且一個半成品位於緩衝器之中的狀態。執行梅森法則於是得到

$$W_{1,10} = W_2 \times W_5 \times W_6 \quad (5-13)$$

因此

$$W_{1,10}|_{s=0} = 0.0153 \quad (5-14)$$

此外，利用(3-6)式，從機器#1 處理中而且機器#2 失效的時間間隔為，

$$T_{1,10} = \frac{\partial}{\partial s} M(s)|_{s=0} = 0.4019 \quad hr \quad (5-15)$$

(3) 使用(5-7)和(5-8)式，圖 5.9(c)說明了從機器#1 處理中而且機器#2 待機，以迄機器#2 先行失效然後機器#1 跟著失效的狀態改變。執行梅森法則於是得到

$$W_{1,7} = W_2 \times W_3 \times W_4 \quad (5-16)$$

所以

$$W_{1,7}|_{s=0} = 0.0985 \quad (5-17)$$

於是機器#1 處理工件中，而且機器#2 失效的時間間隔就寫成了

$$T_{1,7} = \frac{\partial}{\partial s} M(s)|_{s=0} = 0.4769 \quad hr \quad (5-18)$$

(4) 圖 5.9(d)說明了從機器#1 處理中而且機器#2 待機的狀態，直到機器#1 先行失效然後機器#2 跟著失效的狀態改變。執行梅森法則於是得到

$$W_{1,7} = W_2 \times W_7 \times W_8 \quad (5-19)$$

於是

$$W_{1,7}|_{s=0} = 0.0615 \quad (5-20)$$

利用(3-6)式，於是機器#1 先失效，接著機器#2 失效的時間間隔就寫成了

$$T_{1,7} = \frac{\partial}{\partial s} M(s)|_{s=0} = 0.4019 \quad hr \quad (5-21)$$

(5) 使用(5-7)和(5-8)式，圖 5.9(c)說明了從機器#1 處理中而且機器#2 待機，以迄機器#2 失效而且機器#1 待機的狀態改變。執行梅森法則於是得到

$$W_{1,6} = W_2 W_3 \quad (5-22)$$

因此

$$W_{1,6} |_{s=0} = 0.123 \quad (5-23)$$

於是從開始至#1 處理工件中，而且機器#2 失效的時間間隔就寫成了

$$T_{1,6} = \frac{\partial}{\partial s} M(s) |_{s=0} = 0.277 \quad hr \quad (5-24)$$

根據圖 5.7，以上第(5)項說明機器#2 失效然而機器#1 待機。於是
有兩種狀況可以選擇。其一是生產線不進行直到機器#2 修護好，
另一個狀況則是系統容許新工件進入。若是後者，會有兩種狀況 $M1$ 與
 $M10$ 可以預測：機器#1 失效或者半成品在機器#1 之中完成。兩個狀
況所耗時間於第(3)和(2)項之中可以預測到。

修護時間可以從機器#1 或者#2 失效的時刻預測得知。假設修護
的動作與製造程序無關，而且修護率呈指數分佈。所以

(a) 機器#1 的修護時間計算出為

$$W = \frac{5}{5-s} \quad (5-25)$$

$$W |_{s=0} = 1 \quad (5-26)$$

所以根據(3-6)式得到

$$T = \frac{\partial}{\partial s} M(s)|_{s=0} = 0.25 \quad hr \quad (5-27)$$

(b) 計算機器#2 的修護時間為

$$W = \frac{6}{6-s} \quad (5-28)$$

$$W|_{s=0} = 1 \quad (5-29)$$

再由(3-6)式得到

$$T = \frac{\partial}{\partial s} M(s)|_{s=0} = 0.167 \quad hr \quad (5-30)$$

本例中，變遷的發射率令為指數分佈，但是力矩產生函數容許其他種的分佈，例如定值與常態分佈。所以如果工件處理不是隨機的，工件處理的時間就可以計算出來，於是處理的發射率一定。

5.3 例三

本例提出生產線的例子。但不同於例二，本例子除了機器處理、機器待件、或者機器失效之外，由許多狀態構成。換言之，比前面的例子有更多定位。本例子包括兩部機器。每部也許待件、失效、處理

中、或者工件在緩衝器等候有空的機器。假設處理所費的時間與其他事情無關，而且呈變遷率 μ 的指數分佈。機器的失效率為 f ，也呈指數分佈。一旦機器失效，修護率也是 r 的指數分佈。工作的變遷為指數率 λ 的指數分佈。

圖 5.10 顯示本例的 GSPN 模式，表示系統的 $S=(P, T, A, R)$ 其中

$$P=\{R_1, R_2, R_3, P_4, P_5, P_6, P_7, P_8, P_9, R_{10}\},$$

$$T=\{t_1, t_2, t_{i1}, t_3, t_4, t_{i3}, t_5, t_6, t_7, t_8\},$$

$$A\subset\{P\times T\}\cup\{T\times P\},$$

$$R=\{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_7, r_8\} \quad (5-31)$$

此外，令 M_i 為 S 的可到達集合，而且初始標記 $M_0=(1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0)$ 。其他標記如圖 5.12 所描述。

當用 GSPN 模擬系統時，變遷對應於發生於系統的活動。因此，各種活動諸如工件到達、工作完成、失效、機器修護等等都用時間性的變遷表示。集合 P 和 T 裡的元素描述於表 2。由於通常失效率與修護率遠小於工件到達或完工的活動，可以容易定義變遷的集合 T_s 和 T_f 。圖 5.11 描述分別對應四種失效條件的四種綜合 GSPN。

為了計算失效時間，做了以下假設：

假設 1: 在每部機器的製成完成之後，機器唯有在等候新工作之

後才會失效。

假設 2: 只有在第一個半成品進入第二部機器之後，第二個工件才能進入生產線。

假設 3: 只有機器#1 的工作完成之後，機器#1 才可能失效。

假設 4: 機器#2 失效但是機器#1 不失效的狀態只發生在一個工件於整條生產線完工之後。

假設 5: 機器#1 先失效而且機器#2 隨後失效的狀況僅發生於工件完工於機器#1 並且半成品傳遞至機器#2，而完工於機器#2。

假設 6: 機器#2 先失效並且機器#1 隨後失效只發生於第一個工件完工於整條生產線，並且第二個工件完工於機器#1。

基於以上的假設，GSPN 和綜合 GSPN 的失效時間都能夠預測出來。GSPN 模式中的參數值訂為

$$\begin{aligned}\mu &= 1 \\ \lambda &= 0.8 \\ f &= 10^{-4} \\ r &= 10^{-3}\end{aligned}\tag{5-32}$$

由以上數值獲得 $T_s = \{t_5, t_6, t_7, t_8\}$ 和 $T_f = \{t_1, t_2, t_{i1}, t_3, t_4, t_{i3}\}$ ，而且快速時間刻度可以合併成為一個定位。所以分解網路成為三個子網路；即 $S_1 = \{P1, T1, A1, R1\}$ 、 $S_2 = \{P2, T2, A2, R2\}$ 、以及 $S_3 = \{P3, T3, A3, R3\}$ ，其中

$$P1=\{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7, P_8\},$$

$$T1=\{t_1, t_2, t_{i1}, t_3, t_4, t_{i3}\},$$

$$A1\subset\{P1\times T1\}\cup\{T1\times P1\},$$

$$R1=\{\lambda, \mu, \lambda, \mu\}$$

(5-33)

$$P2=\{P_9\},$$

$$T2=\{\phi\},$$

$$A2=\phi,$$

$$R2=\phi \quad (5-34)$$

$$P3=\{P_{10}\},$$

$$T3=\{\phi\},$$

$$A3=\phi,$$

$$R3=\phi \quad (5-35)$$

圖 5.16 顯示綜合 GSPN 的可到達圖。圖 5.11 則顯示綜合 GSPN 的四種狀況可能發生，藉以計算發射率。首先使用 4.3 節的方法計算定位 P_4 與 P_7 的穩態機率。給定快速時間刻度的標記為

$$M0=(1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0)$$

$$M1=(0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0)$$

$$M2=(0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0)$$

$$M3=(0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0)$$

$$M4=(0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0)$$

$$M5=(1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1)$$

$$M6=(0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1)$$

$$M7=(0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1)$$

$$M8=(0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1)$$

$$M9=(0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1) \quad (5-36)$$

定義馬可夫鏈的變遷率矩陣為 Q ，又每個狀態的機率是 $\pi=[\pi_0, \pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5, \pi_6, \pi_7, \pi_8, \pi_9]$ 。消除掉圖 5.7 之中的虛線之後， Q 表示成

$$Q = \begin{bmatrix} -t_1 & t_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -t_2 & t_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -t_3 & t_3 & 0 & 0 & 0 \\ t_4 & 0 & 0 & -t_1 - t_4 & t_1 & 0 & 0 \\ 0 & t_4 & 0 & 0 & -t_2 - t_4 & t_2 & 0 \\ 0 & 0 & t_4 & 0 & 0 & -t_3 - t_4 & t_3 \\ 0 & 0 & 0 & t_4 & 0 & 0 & -t_4 \end{bmatrix}$$

$$(5-37)$$

將發射率的數值代入上式，而且因為

$$\begin{aligned}\pi Q &= 0 \\ \sum \pi &= 1\end{aligned}\quad (5-38)$$

因此

$$\begin{aligned}\pi_0 &= 0.192967, & \pi_2 &= 0.216123 \\ \pi_3 &= 0.313036, & \pi_5 &= 0.154374 \\ \pi_7 &= 0.0617496, & \pi_8 &= 0.343053 \\ \pi_9 &= 0.027443\end{aligned}\quad (5-39)$$

依據快速時間刻度的標記(5-36)式顯示八個標記包括位於定位 P_4 的記號。消去圖 5.7 的虛線之後可以發現在 P_4 的穩態為 $\pi_0 + \pi_3 + \pi_5 + \pi_8 + \pi_9 = 0.7221253$ ，並且 P_7 的穩態機率是 0.722126。因此，利用(4-1)式，圖 5.16 的發射率寫成

$$\begin{aligned}r_{11} &= 0.7221253 \times 10^{-4}, & r_{12} &= 0 \\ r_{13} &= 0.722126 \times 10^{-4}, & r_{14} &= 0 \\ r_{21} &= 0, & r_{22} &= 10^{-3} \\ r_{23} &= 10^{-4}, & r_{24} &= 0 \\ r_{31} &= 0, & r_{32} &= 10^{-3} \\ r_{33} &= 0, & r_{34} &= 10^{-3} \\ r_{41} &= 10^{-4}, & r_{42} &= 0\end{aligned}$$

$$r_{43}=0, \quad r_{44}=10^{-3} \quad (5-40)$$

發射率既然已經計算出來，各種狀況的失效時間就能預測。

(1) 如果機器#2 先壞掉而機器#1 隨後也壞掉，首先預測失效時間。

圖 4.7(d)呈現個別的狀態機器裴氏網路。引用第三章的力矩產生函數以及圖 5.13，獲得傳遞函數為

$$\begin{aligned} W_1 &= \frac{0.8}{0.8-s} & W_2 &= \frac{1}{1-s} \\ W_3 &= \frac{0.8}{0.8-s} & W_4 &= \frac{1}{1-s} \\ W_5 &= \frac{10^{-3}}{10^{-3}-s} & W_6 &= \frac{0.8}{0.8-s} \\ W_7 &= \frac{1}{1-s} & W_8 &= \frac{10^{-3}}{10^{-3}-s} \end{aligned} \quad (5-41)$$

$$W_{E0,15} = W_1 \times W_2 \times W_3 \times W_4 \times W_5 \times W_6 \times W_7 \times W_8 \quad (5-42)$$

$$W_{E0,15}|_{s=0} = 1 \quad (5-43)$$

因此根據圖 5.14(d)可計算出失效時間

$$T_{0,15} = \frac{\partial}{\partial s} M(s)|_{s=0} = 20006.8 \quad (5-44)$$

其中 $T_{0,15}$ 就是預測得到的直到機器#2 先失效而機器#1 隨後也失

效的時間。

圖 5.16 是綜合 GSPN 如圖 5.17 所示的個別狀態機器裴氏網路。從圖 5.17(d)與力矩產生函數，計算出傳遞函數為

$$W13 = \frac{0.722126 \times 10^{-4}}{0.722126 \times 10^{-4} - s} \quad (5-45)$$

$$W41 = \frac{10^{-4}}{10^{-4} - s}$$

$$W_{E1,3} = W13 \times W41 \quad (5-46)$$

$$W_{E1,3}|_{s=0} = 1 \quad (5-47)$$

根據圖 5.17(d)得到失效時間是

$$T_{1,3} = \frac{\partial}{\partial s} M(s)|_{s=0} = 23847.9 \quad (5-48)$$

其中 $T_{1,3}$ 就是利用綜合 GSPN 所預測出當機器機器#2 先失效而機器 #1 隨後失效的時間。比較沒有綜合的(5-44)式子和綜合的(6-48)式，綜合的 GSPN (亦即已縮減過)的準確度是

$$1 - \frac{23847.9 - 20006.8}{20006.8} = 0.82 \quad (5-49)$$

(2) 再度利用圖 5.14(a) 與 5.17(a)，應用綜合和未曾綜合兩種

模式所預測出機器#1 失效的時間分別是

$$\begin{aligned} T_{0,4} &= 10002.2 \\ T_{1,2} &= 13847.9 \end{aligned} \quad (5-50)$$

同理，綜合的 GSPN 的準確度計算結果是

$$1 - \frac{13847.9 - 10002.2}{10002.2} = 0.62 \quad (5-51)$$

(3) 如果要預測機器#2 失效但是機器#1 不失效的狀況，再度根據圖 5.14 (c) 和 6.17(c)，得到在模式縮減及不縮減所預測的時間分別是

$$\begin{aligned} T_{0,11} &= 10004.5 \\ T_{1,4} &= 13847.9 \end{aligned} \quad (5-52)$$

用綜合 GSPN 所獲的縮減準確度算得為

$$1 - \frac{13847.9 - 10004.5}{10004.5} = 0.62 \quad (5-53)$$

(4) 再用圖 5.14(b) 與 5-17 (b)，預測得到機器 #1 先行失效且機器#2 隨後失效的時間是

$$\begin{aligned} T_{0,9} &= 20004.5 \\ T_{1,2} &= 23847.9 \end{aligned} \quad (5-54)$$

所以算出縮減準確度是

$$1 - \frac{23847.9 - 20004.5}{20004.5} = 0.81 \quad (5-55)$$

利用力矩產生函數預測狀態時間，當狀態愈複雜，就愈不易執行梅森法則。這樣一來就可以用綜合 GSPN 使得狀態時間的預測容易些。但是技巧上，必須注意選擇具有快速時間刻度而又連接緩慢時間刻度的定位。

第六章

結 論

保養維護對於台電電廠的營運極為重要。本文提出了廣義隨機裴氏圖的方法以從事預防保養。首先，給定任意兩個狀態之間的變遷率，廣義隨機裴氏網路網路模式用來說明生產線的歷程。其次，本文提出了力矩產生函數的方法，以分析廣義隨機裴氏網路的性能，變遷隨著指數分佈的隨機發射時間延遲而定。事實上，所提方法也適用於其餘分佈。在前述三個例子之中，進行了廣義隨機裴氏網路，裴氏也獲得了裴氏網路的可到達圖。本文應用了力矩產生函數，將該圖轉換至狀態機器裴氏網路，並且獲得了傳遞函數。最後，計算出平均時間。

例子一的結果的轉折點與 Dugan[1984] 所獲得曲線的轉折點吻合，所以本方法獲得驗證。例子二應用了力矩產生函數於生產線。兩部機器設為不可靠，並且緩衝儲存器裡的工件個數是有限的。本研究已經考量各種失效狀況，預測了每種狀況的失效時間與修護時間。例子三提出了綜合 GSPN 的方法。模式愈複雜，梅森法則的計算就愈繁雜。所以用廣義隨機裴氏模式的時間刻度分解方法達成綜合。如此一來，綜合 GSPN 只需要比原來模式少的定位。

習用的壽命預測必須先建立損壞機制的模式，諸如疲勞磨耗潛變等等，事實上這些機制很複雜而且互相影響，而本計畫所提的方法不須建立損壞機制。本計畫的運算在套裝軟體 MATLAB 上執行，因此程式附於附錄一和二。

参 考 文 献

Ammar, H. H., Huang, Y. F. and Liu, R. W., 1987, "Hierarchical Models for Systems Reliability, Maintainability, and Availability", IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol. Cas-34, No. 6, pp. 629-638.

Ammar, H. H. and Rezaul Islam, S. M., 1989, "Time Scale Decomposition of A Class of Generalized Stochastic Petri Net Models", IEEE Transactions on Software Engineering. Vol. 15, No. 6, pp. 809-820.

Anderson, T. and Lee P. A., Fault Toerance Principles and Practice. Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1981.

Bala Krishnan, N. T., 1992, "A Simulation Model for Maintenance Planning", Annual Reliability and Maintainability Symposium, pp. 109-118.

Beachum, S.B. and Weir, T.J., 1994, "Preventive Maintenance Optimization Program at Big Rock Point Nuclear Plant", 15th Annual Conference Canadian Nuclear Society. Vol. 1, pp. 2c/8.

Bobbio, A. and Trivedi, K. S. 1986 "An Aggregation

Technique for the Transient Analysis of Stiff Markov Chain”,
IEEE Transactions on Computers. Vol. C-35, No. 9, pp. 803-814.

Christos, G. C., Discrete Event Systems, R. R. Donnelley
& Sons, 1993.

Dorf, R. C., Modern Control Systems, New York,
Addison-Wesley, 5th ed, 1990.

Dudewicz, E. J., Introduction to Statistics and
Probability, Holt, Rinehart and Winston, 1976.

Dugan J. B., 1984, ” Extended Stochastic Petri Nets:
Applications and Analysis”, Ph.D. Dissertation, Department of
Electrical Engineering, Duke University.

Fresco, A. and Subudhi, M., 1994, “Managing aging in
nuclear power plants: insights from NRC’s maintenance team
inspection reports”, *Nuclear safety*, Vol. 35, Iss. 1, pp.
142-9.

Geilhausen, R. and Kunze, U., 1996, “Improving nuclear
power plant reliability through predictive maintenance”, SMORN
VII. A Symposium on Nuclear Reactor Surveillance and
Diagnostics, Proceedings, Vol.2, pp.7.2/1-8.

Gershwin, S. B. and Berman O. ,1981, “Analysis of

transfer Lines Consisting of Two Unreliable Machines with Random Processing Times and Finite Storage Buffers,” *AIIE Trans.*, Vol. 13, No. 1, pp.2-11.

Guo, D., DiCesare, F. and Zhou, M. C. “Moment Generating Function Approach for Performance Evaluation of Extended Stochastic Petri Nets”, *Proceedings of the 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Sacramento, CA, 1991, pp. 1309-1314.

Liu, T. S. and Chiou, S. B., 1997, “The Application of Petri Nets to Failure Analysis,” *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 57, No. 2, pp.129-142.

Marsan, M. A., Balbo, G., Conte, G., Donatelli S. and Franceschinis, G. *Modeling with Generalized Stochastic Petri Nets*, John Wiley & Sons, 1995.

Marsan, M. A, and Conte, G., 1984, “A Class of Generalized Stochastic Petri Nets for the Performance Evaluation of Multi-Processors Systems”, *ACM Transactions on Computer Systems*, Vol.2, No.2, May 1984, pp. 93-122.

Martorell, S., Munoz, A. and Serradell, V., 1995, “An approach to integrating surveillance and maintenance tasks to

prevent the dominant failure causes of critical components”,
Reliability Engineering and System Safety, Vol. 50, Iss. 2, pp.
179-87.

Merlin, J. A. and Farber, D. J., 1976, “Recoverability
of Communication Protocols—Implications of a Theoretical
Study”, *IEEE Trans. Commun.*, No. 9, pp. 50-58.

Mitenkov, F.M., Vostokov, V.S., Drozhkin, V.N. and
Samoilov, O.B., 1993, “Cost-effectiveness of low power nuclear
power plants”, *Atomic Energy*, Vol. 75, Iss. 5, pp. 835-8.

Molloy, M. K., 1981, “On The Integration of Delay and
Throughput Measures in Distributed Processing Models”, Ph.D.
Dissertation, Univ. of California, Los Angeles.

Mukhopadhyay, S. and Chaudhuri, S., 1995, “A
feature-based approach to monitor motor-operated valves used
in nuclear power plants”, *IEEE Transactions on Nuclear Science*,
Vol. 42, Iss. 6, pt. 2, pp. 2209-20.

Natkin, S. “Reseaux de Petri Stochastiques,” Ph.D.
Dissertation, CNAM-PARIS, June 1980.

Onodera, K. and Katoo, Y. 1993, “A Successful
Preventive Maintenance Program for An Electric Power Plant”,

Annual Reliability and Maintainability Symposium, pp. 146-153.

Patton, J. D. , Jr., Preventive Maintenance, Instrument Society of America, 1983.

Peterson, J. L., "Petri Net Theory and the Modeling of Systems," Prentic-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1981.

Petri, C. A., 1966, "Communication with Automata", Technical Report RADOC-TR-65-377, Rome Air Development Center, New York.

Pons, F. and Tomasino, R., 1995, "The French approach to performance demonstration in the context of in-service inspection of nuclear power plants", *Insight-Non-Destructive Testing and Condition Monitoring*, Vol. 37, Iss. 3, pp. 159-62.

Poong Hyun Seong and Dae Sik Kim, 1994, "Automatic testing pattern generation for nuclear power plant digital electronic circuits", *Transactions of the American Nuclear Society*, Vol. 70, pp. 339-40.

Qin, Yonglie, 1996, "The plan evaluation for optimization of preventive maintenance of process control system/instrument in large scale power station", *Process Automation Instrumentation*, Vol. 17, Iss. 5, pp. 33-5.

Roger, C. and Jette, P., 1997, "Concepts for measuring maintenance performance and methods for analyzing competing failure modes", *Reliability Engineering and System safety*, Vol. 55, pp. 135-141.

Roy, B., Mahmud, F. and Saleh, A., 1997, "Power system health analysis", *Reliability Engineering and System safety*, Vol. 55, pp. 1-8.

Shuo, W. Z., 1997, "Discussion on maintenance strategy, policy and corresponding maintenance systems in manufacturing", *Reliability Engineering and System safety*, Vol. 55, pp. 151-162.

Simon, H. A. and Ando, A., 1961 "Aggregation of Variables in Dynamic System", *Econometrica*, Vol. 29, 1961.

Smith, D. J., 1994, "Integrating power plant controls increases availability and reduces costs", *Power Engineering*, Vol. 98, Iss. 9, pp. 25-9.

Uchiyama, J. and Sakai, K., 1995, "A reactor monitoring system for Japanese PWRs", *SMORN VII. A Symposium on Nuclear Reactor Surveillance and Diagnostics. Proceedings*, Vol. 2, pp. 7.6/1-9.

Varno, M. and Mckinley, M., 1993, "Reliability-based maintenance evaluations and standard preventive maintenance programs", *Transactions of the American Nuclear Society*, Vol. 69, p. 413.

許金竹，“預防更換對機械系統動態可靠度影響之研究”，國立中央大學機械工程研究所碩士論文，民國 82 年六月。

林榮暉、吳文方，1995，“生產系統在一般維護成效下之最佳維護策略研究”，*中華民國第一屆可靠度與維護度研討會論文集*, pp. 223-228。

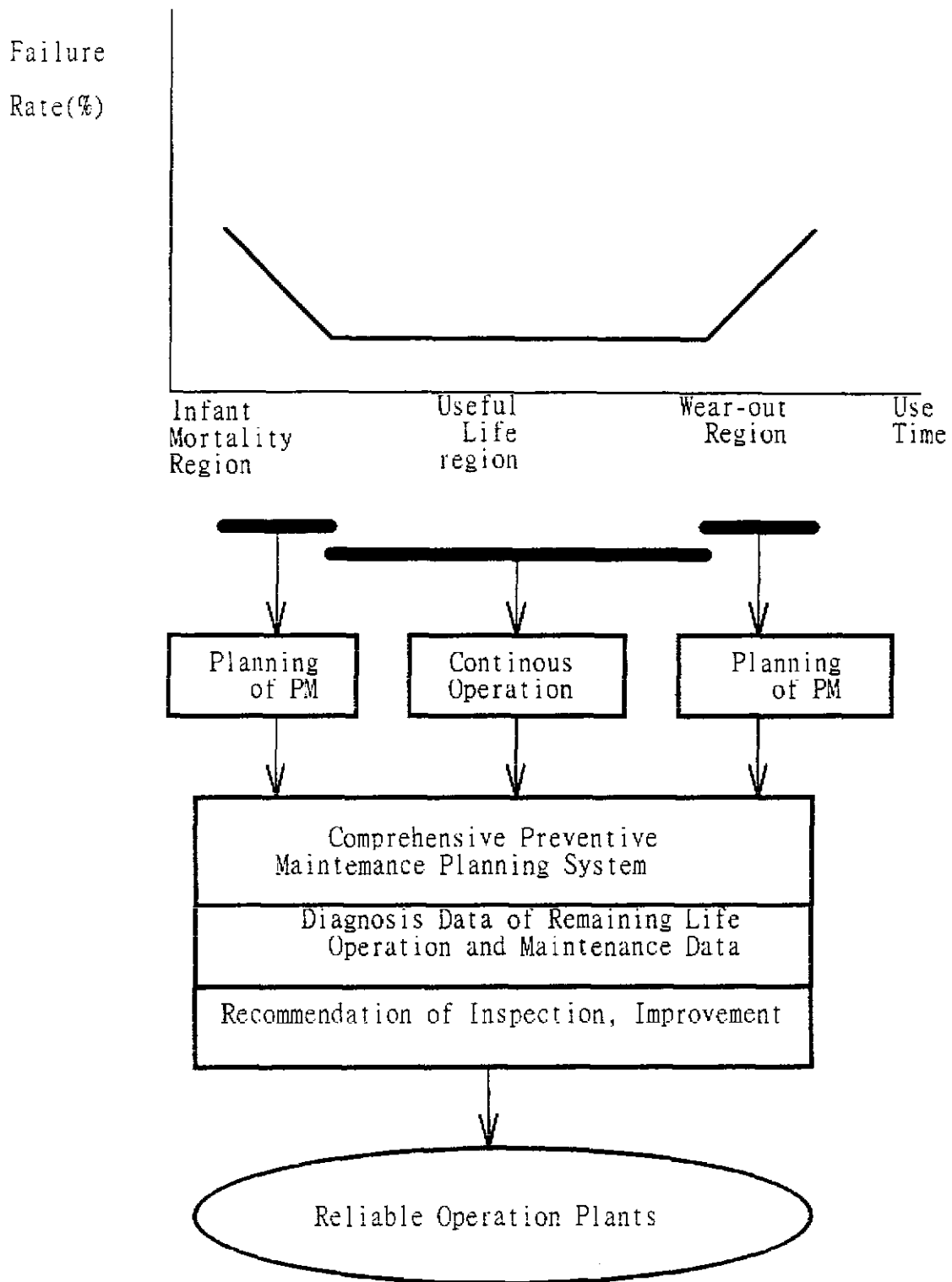


Fig. 2.1 Comprehensive Preventive Maintenance

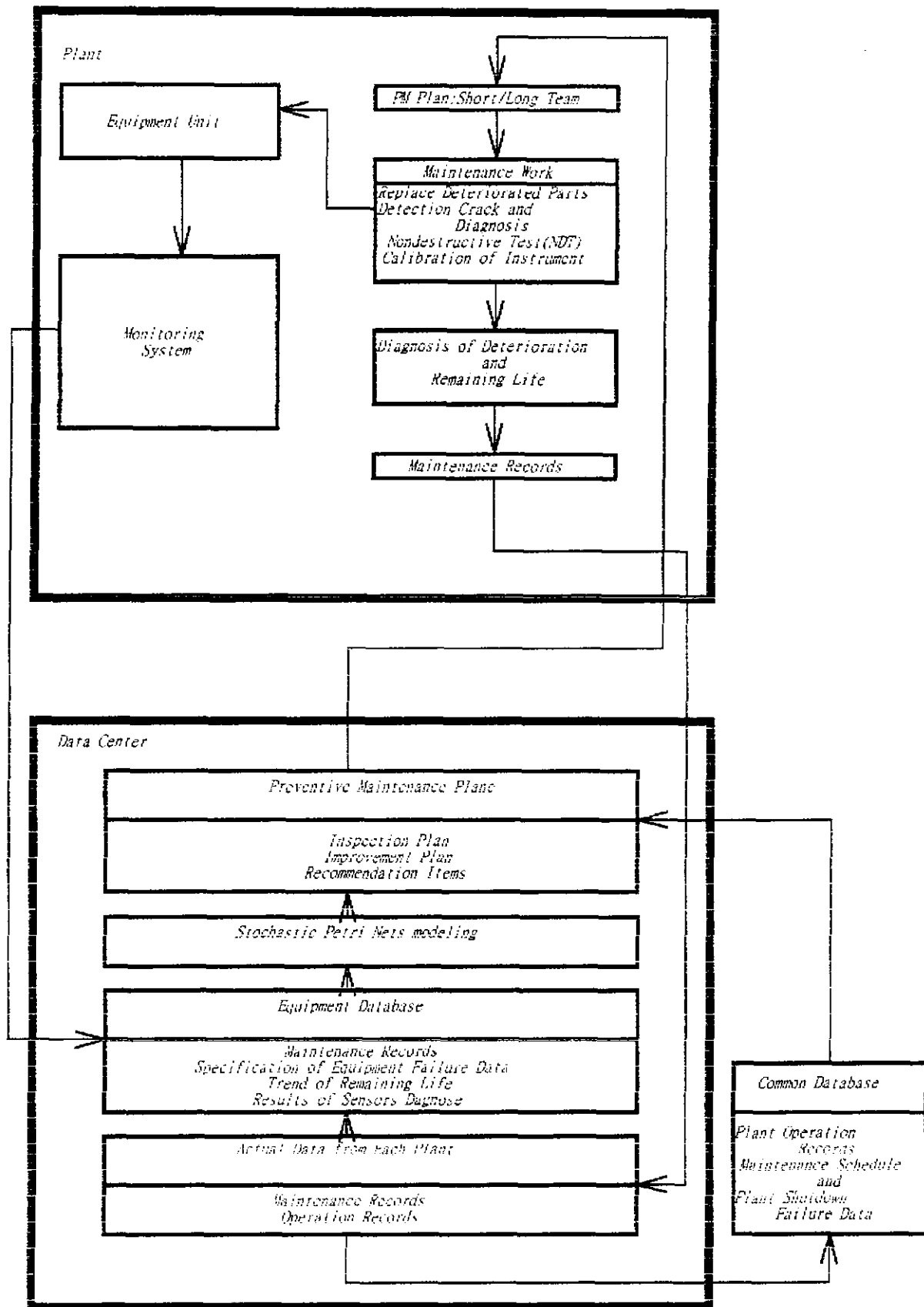


Fig. 2.2 The Structure of Comprehensive Preventive Maintenance Planning System

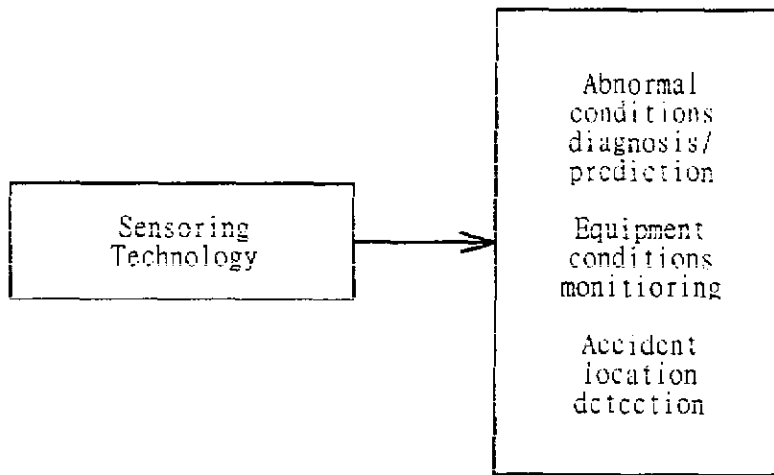


Fig. 2.3 The Monitoring System

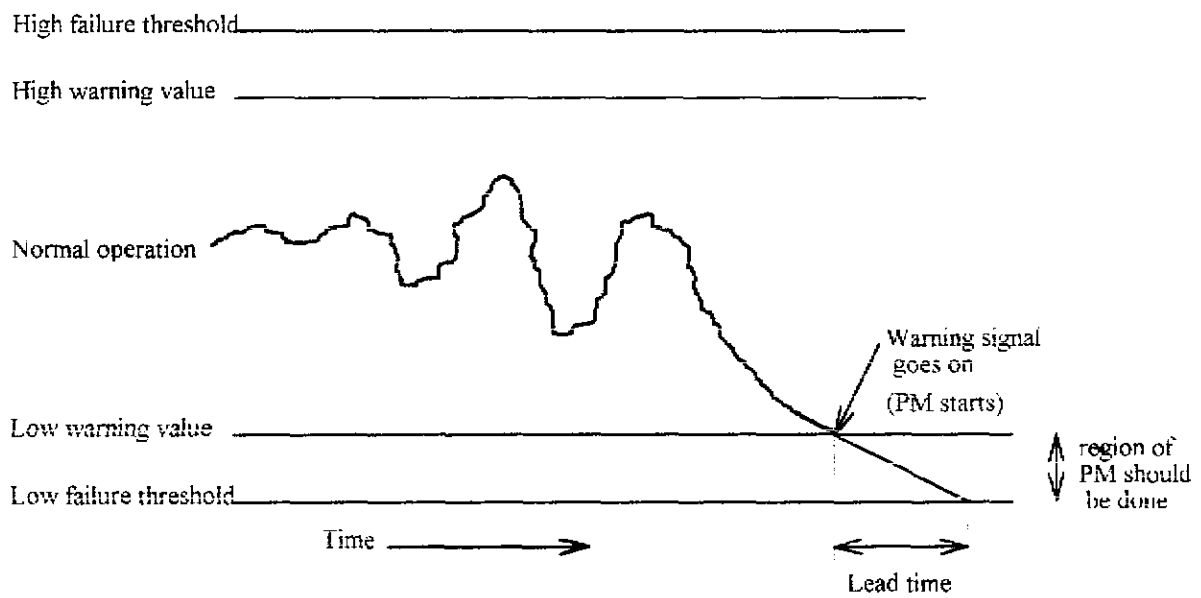


Fig. 2.4 A Control Chart

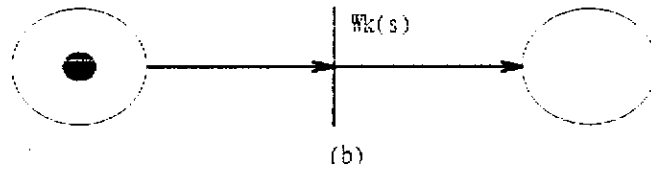
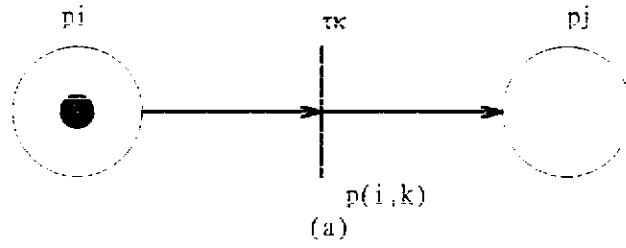


Fig. 3.1 Definition of Transfer Function

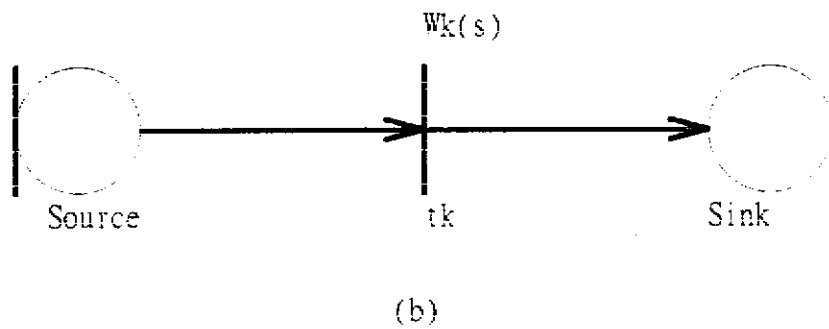
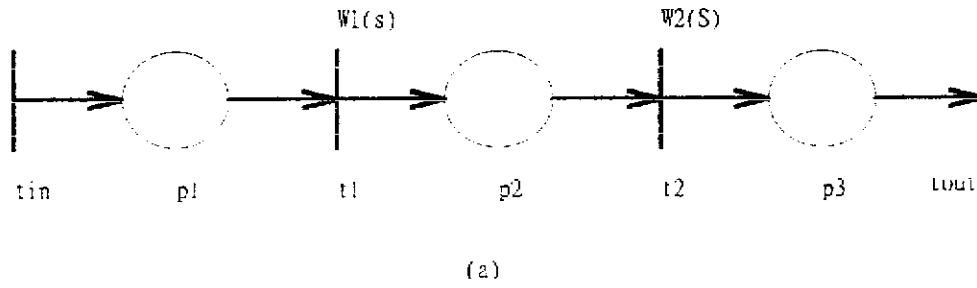


Fig. 3.2 Sequence Structure and Its Equivalent

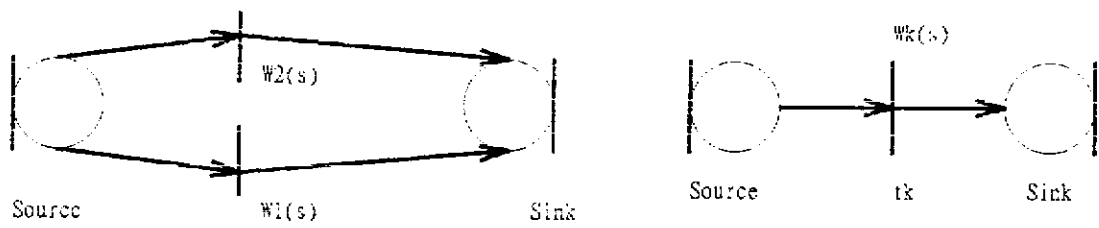


Fig. 3.3 A Parallel Choice Structure and Its Equivalent

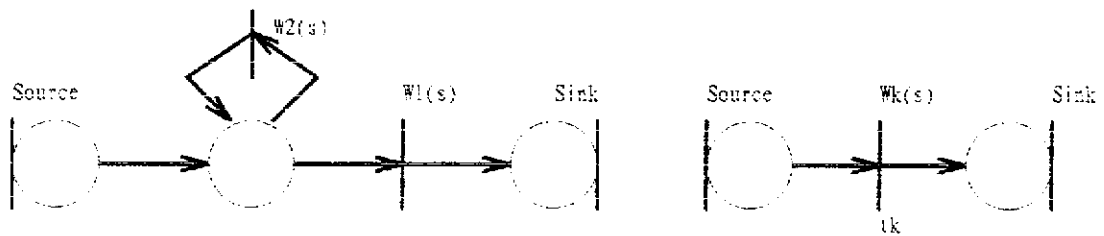


Fig. 3.4 A Loop Structure and Its Equivalent

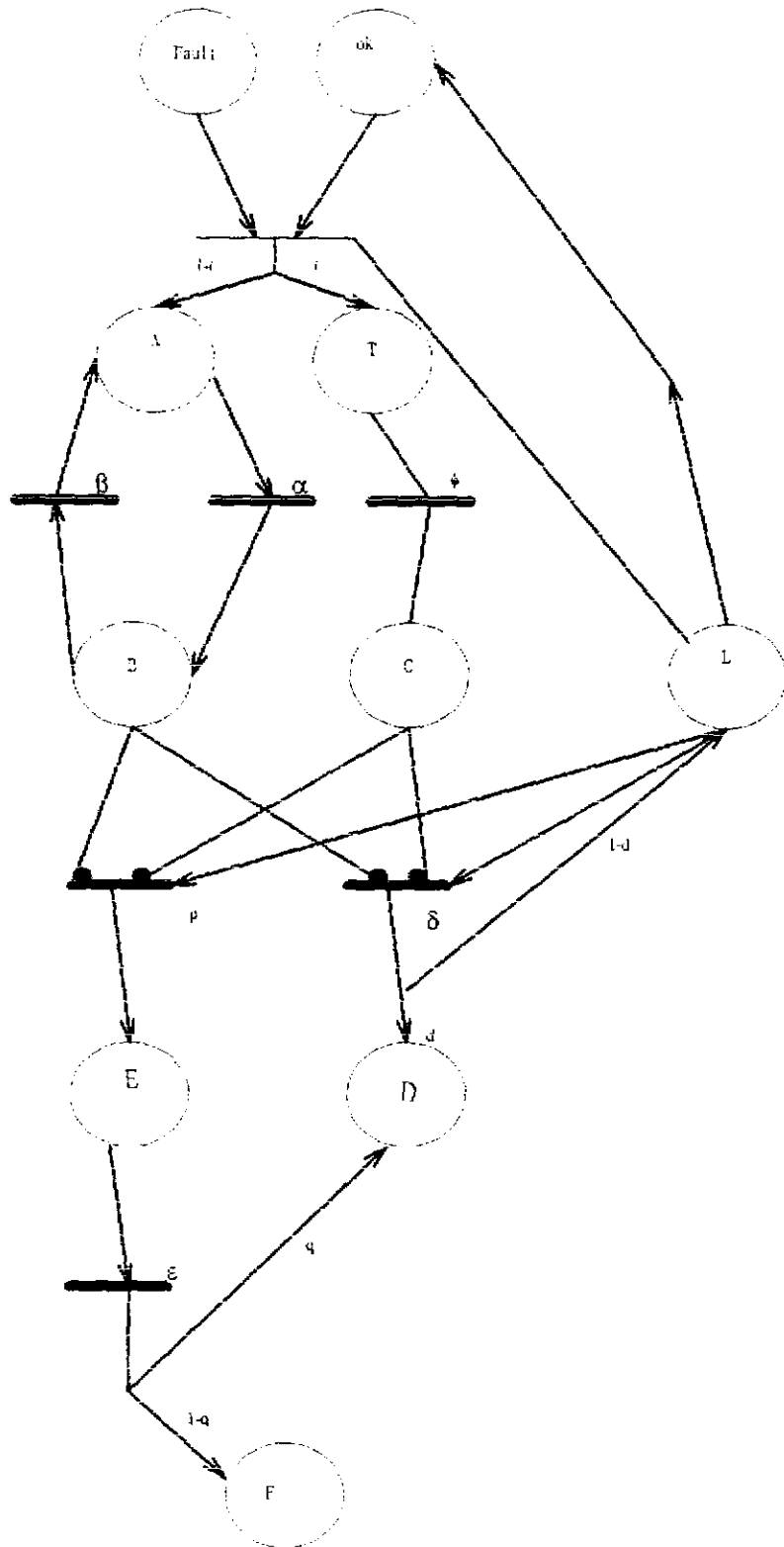


Fig. 5.1 Model with All Firing Times Exponentially Distributed

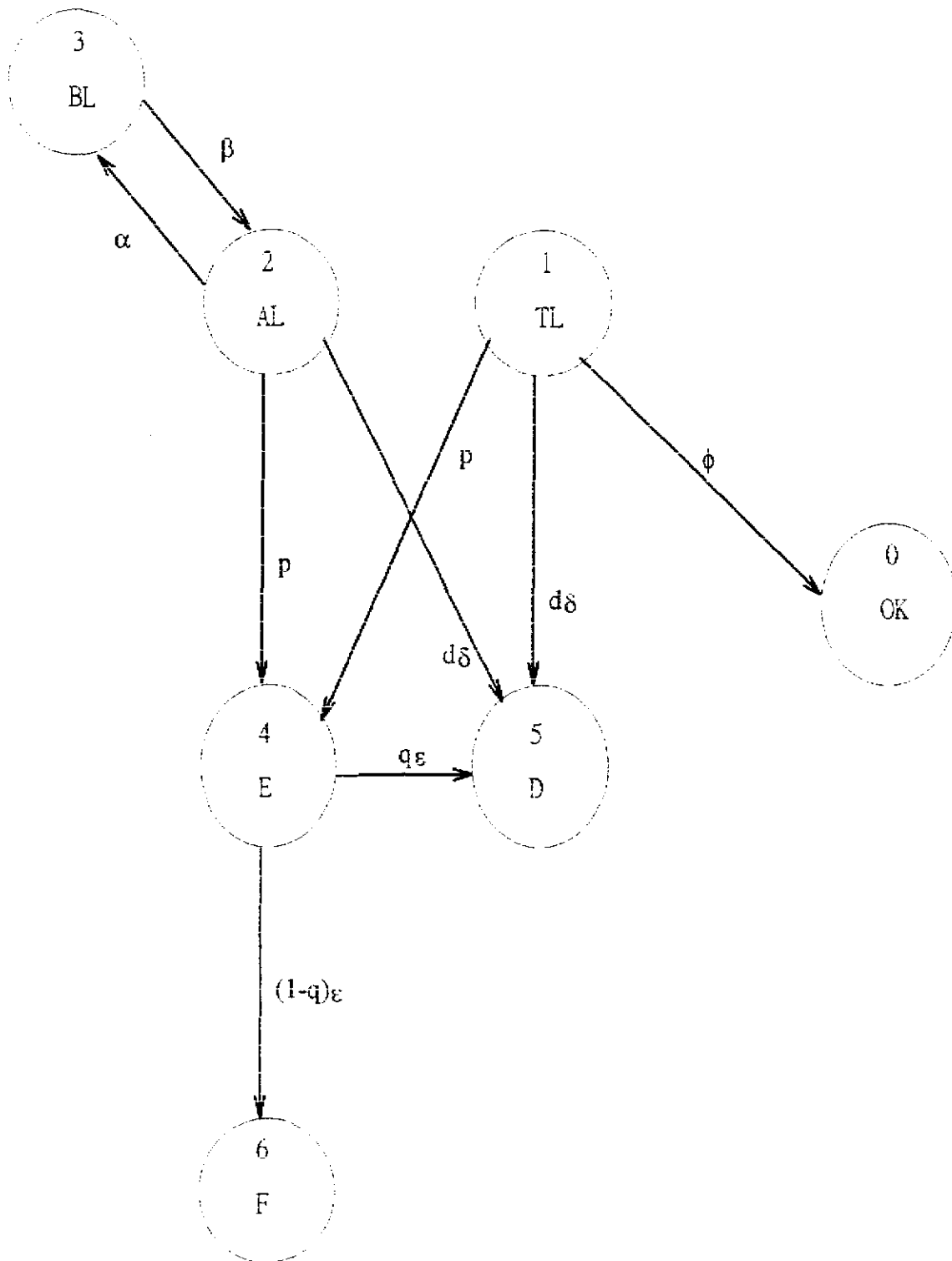


Fig. 5.2 Markov Chain Representation of Fig. 5.1

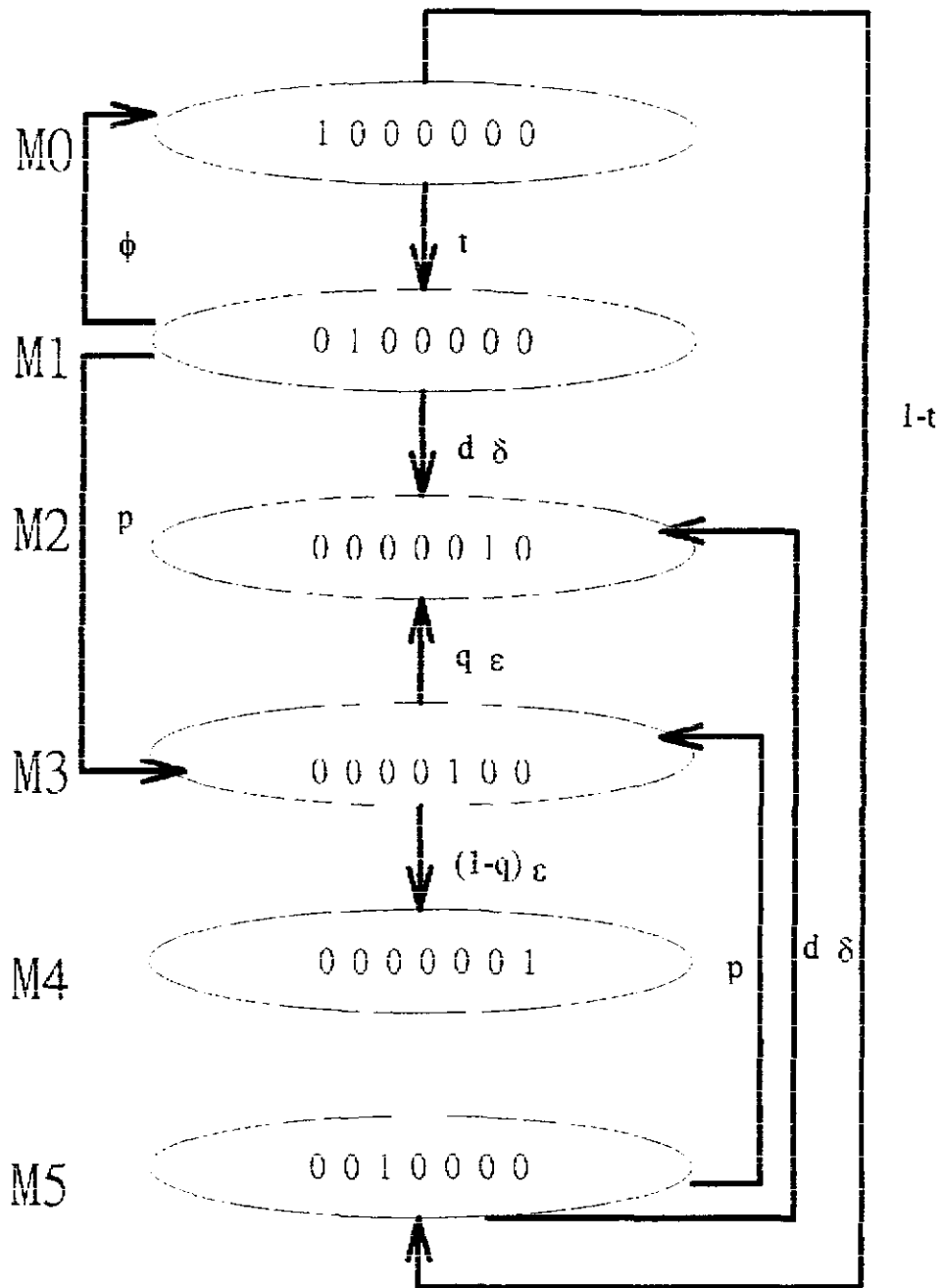


Fig. 5.3 Reachability Graph

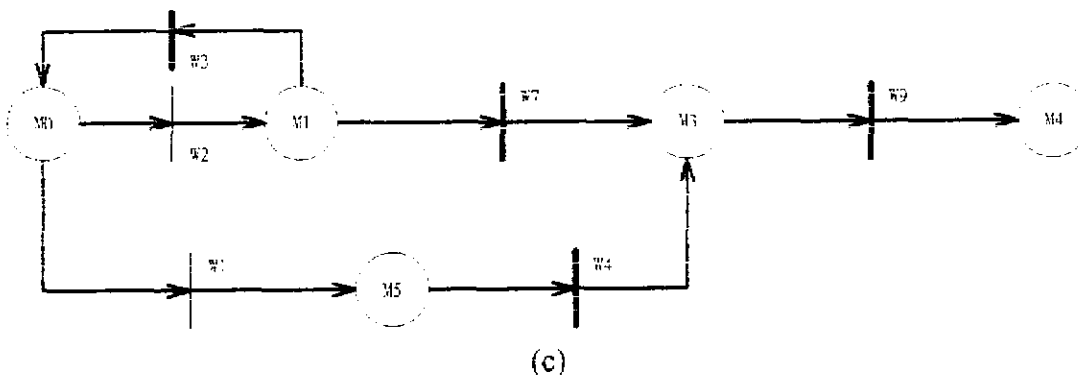
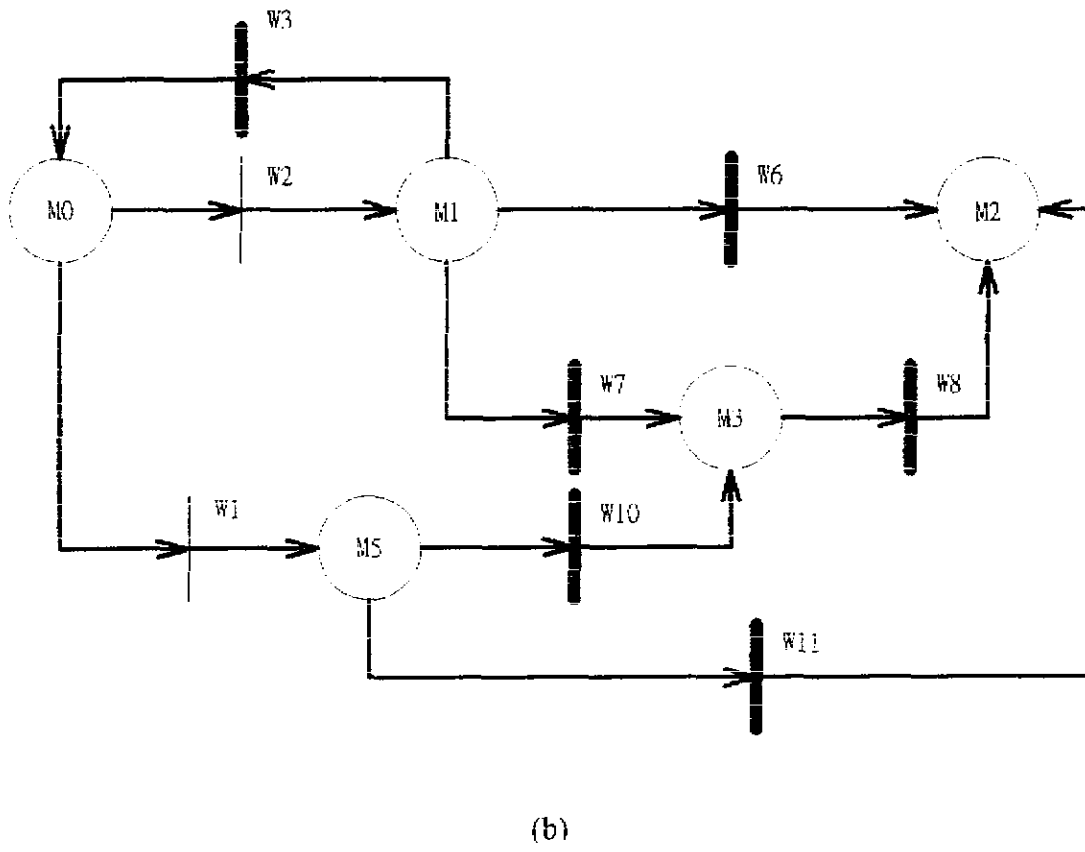
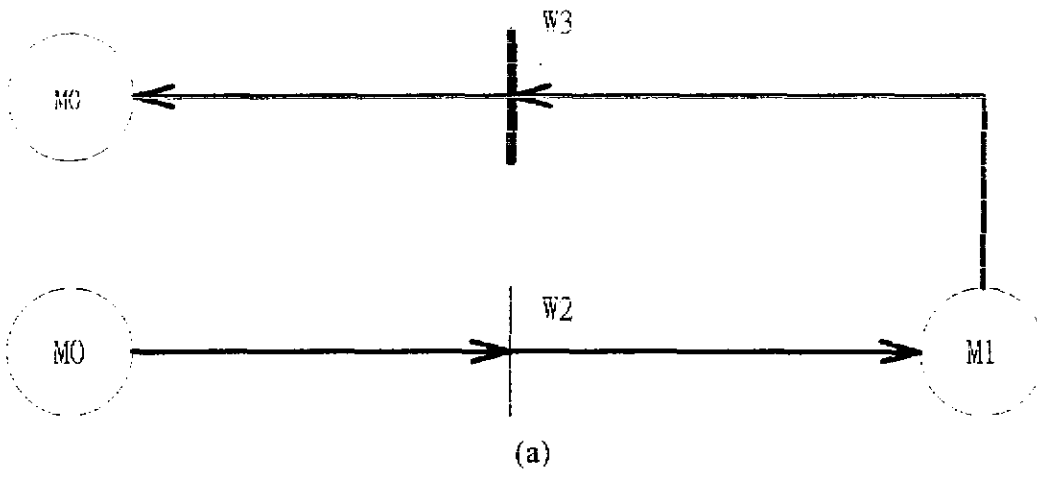


Fig. 5.4 The State Machine Petri Nets

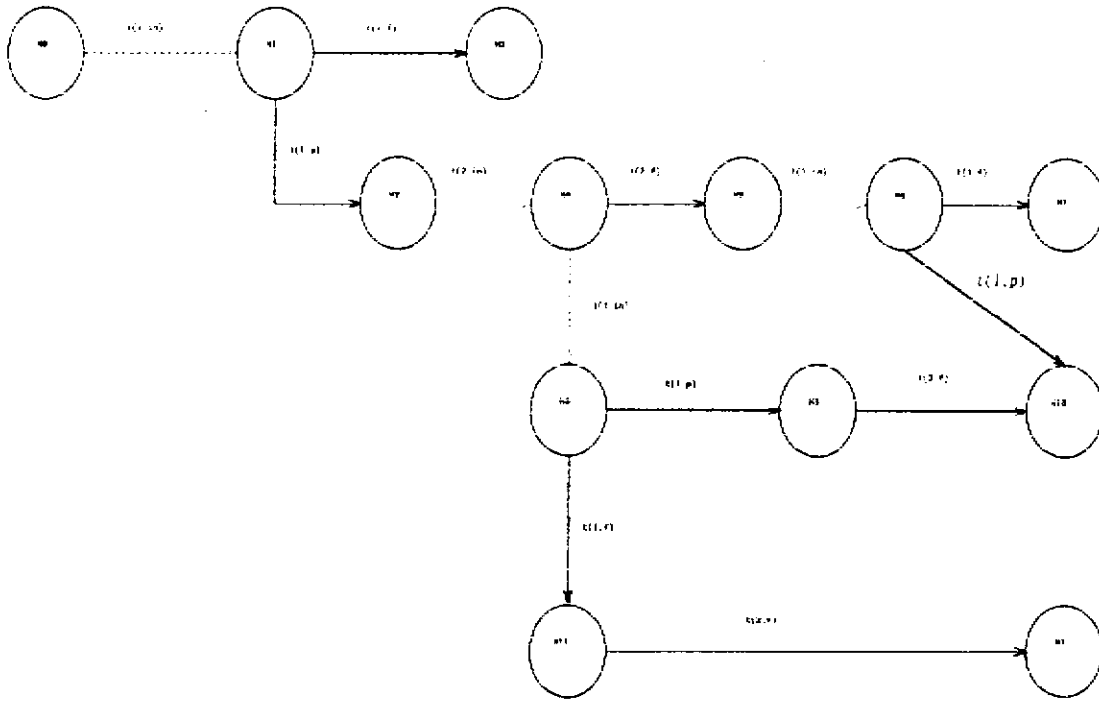


Fig. 5.7 Reachability Graph of the GSPN Model of A 2MIB in Production Line with $n=2$

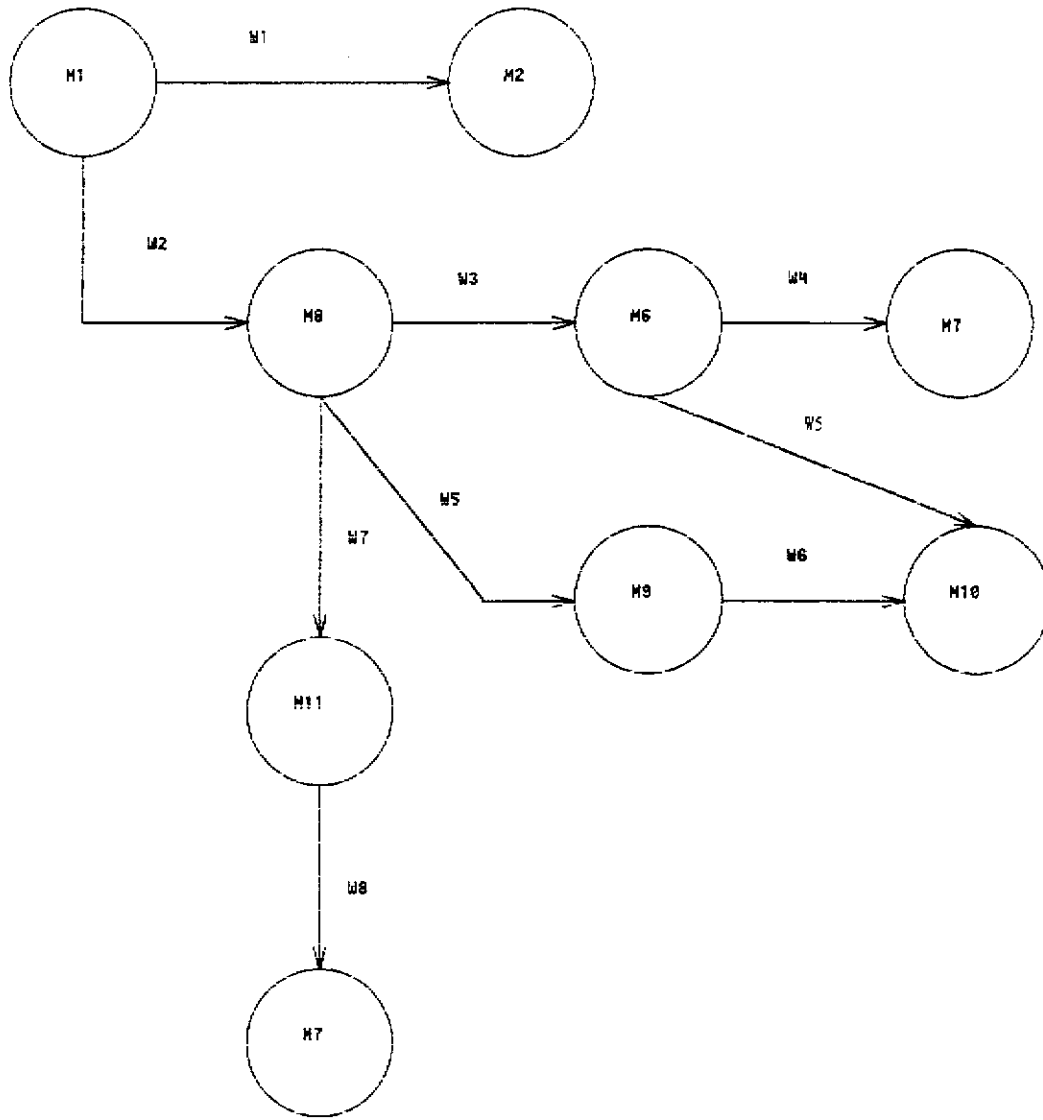


Fig. 5.8 The State Machine Petri Net

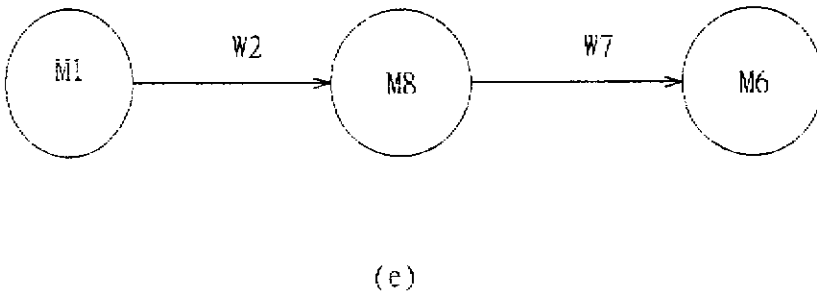
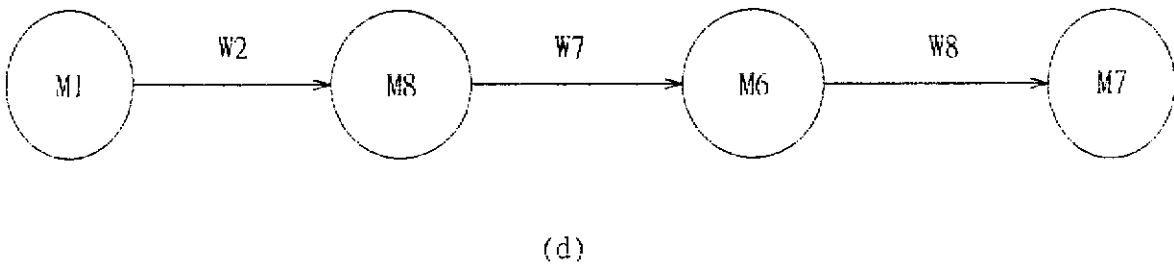
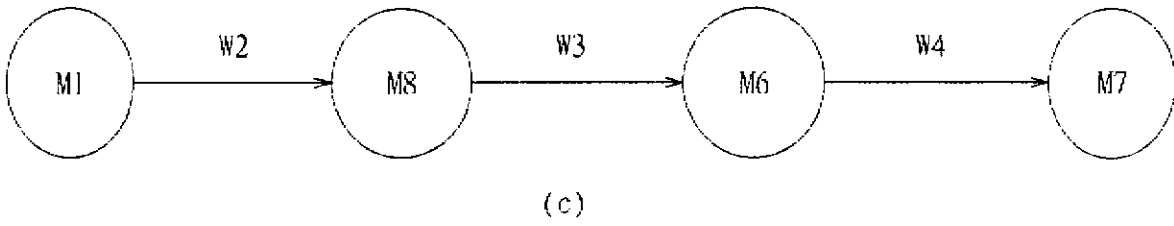
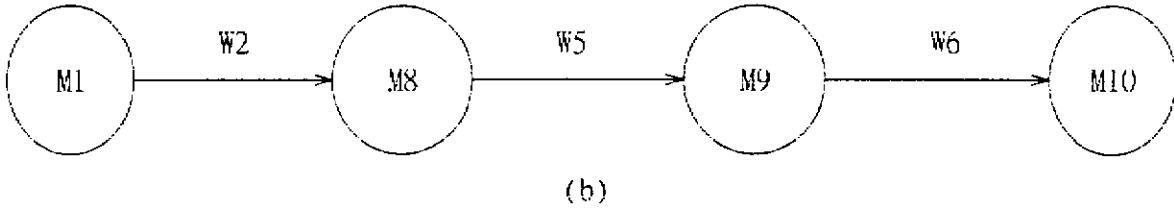
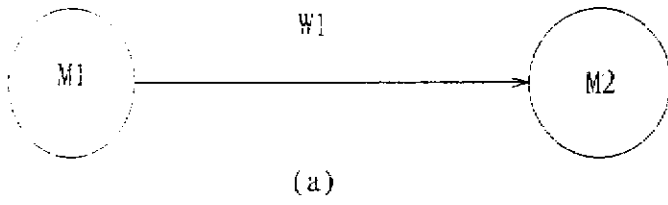


Fig. 5.9 The Individual State Machine Petri Nets

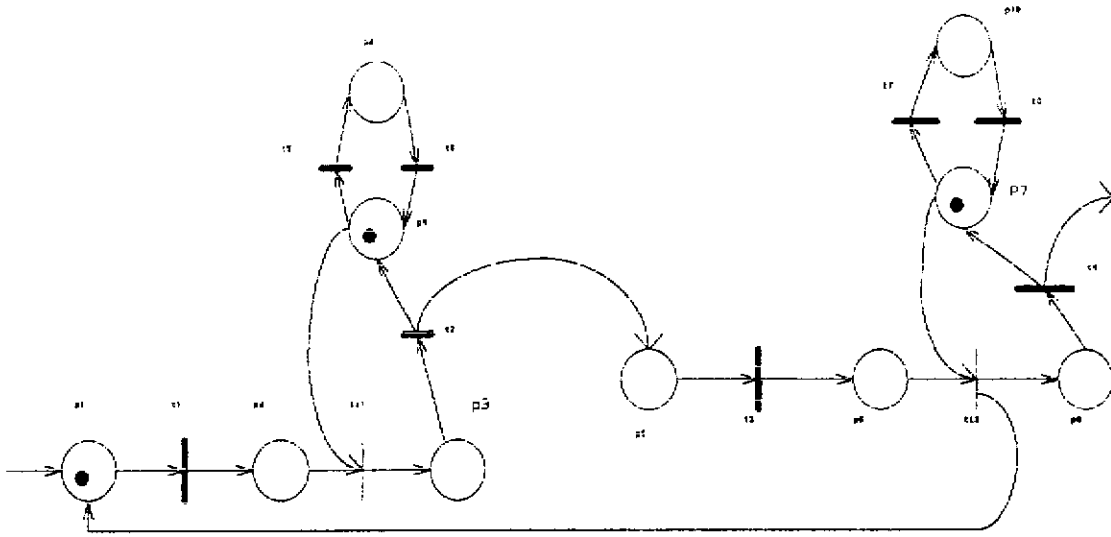


Fig. 5.10 The Entire Petri Net of Two Machines in Production Line

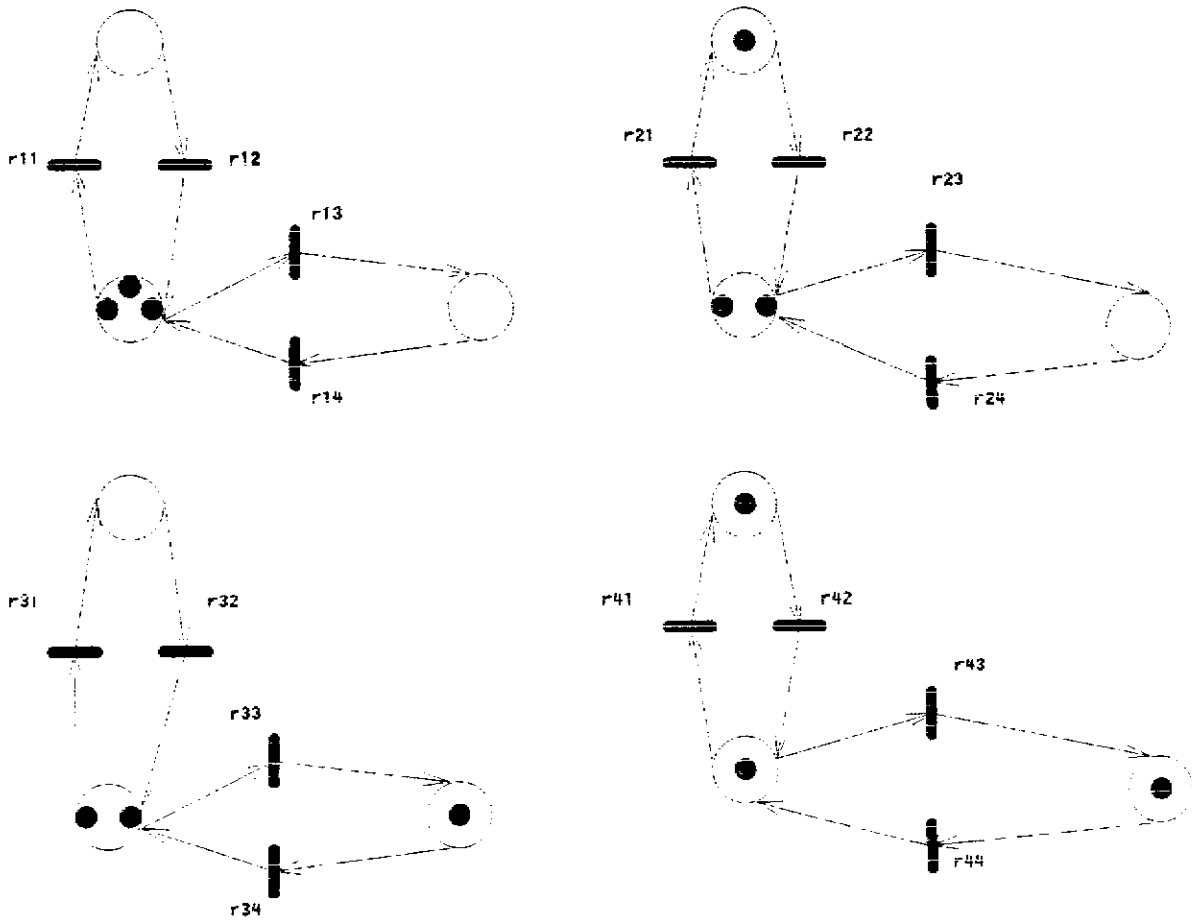


Fig. 5.11 Four Conditions of AGSPN

$M_0 = (1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0)$
 $M_1 = (0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0)$
 $M_2 = (0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0)$
 $M_3 = (0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0)$
 $M_4 = (0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0)$
 $M_5 = (0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0)$
 $M_6 = (1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0)$
 $M_7 = (1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0)$
 $M_8 = (1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1)$
 $M_9 = (0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0)$
 $M_{10} = (1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0)$
 $M_{11} = (1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1)$
 $M_{12} = (0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1)$
 $M_{13} = (0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)$
 $M_{14} = (0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1)$
 $M_{15} = (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1)$

Fig 5.12 Markings of Entire Generalized Stochastic Petri Net

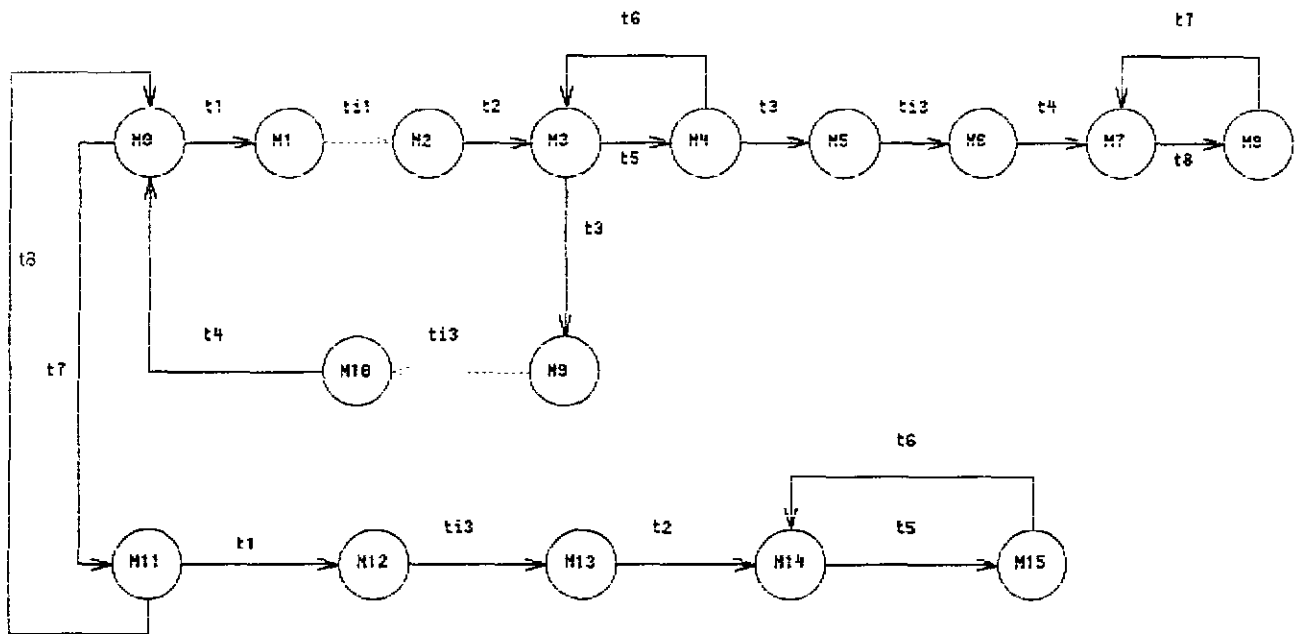
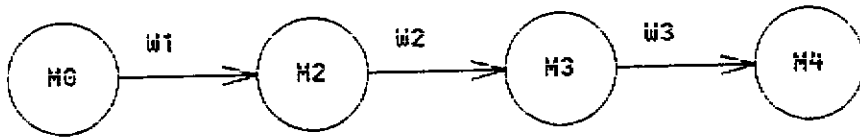
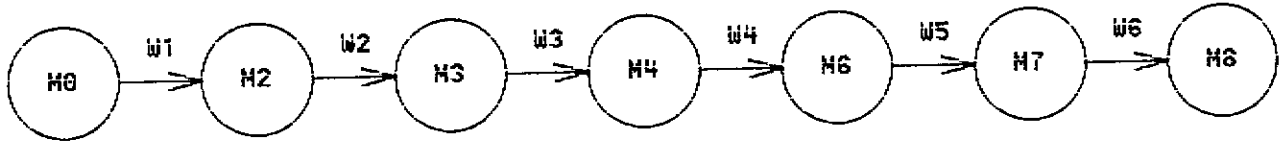


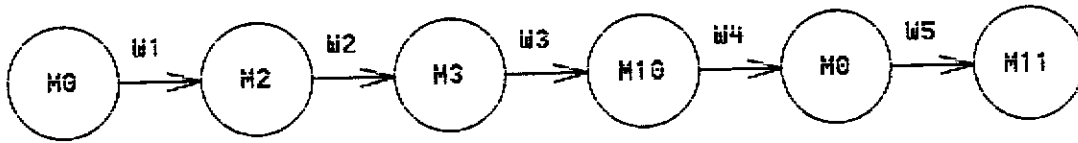
Fig 5.13 Reachability Graph of Entire GSPN Model



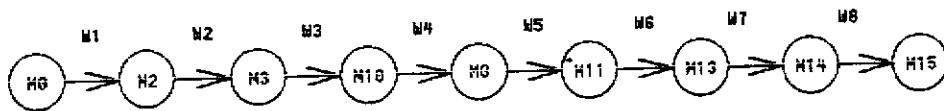
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig. 5.14 The Individual State Machine Petri Net

$$M1 = ((1, 1, 1), 0, 0)$$

$$M2 = ((0, 1, 1), 1, 0)$$

$$M3 = ((0, 0, 1), 1, 1)$$

$$M4 = ((0, 1, 1), 0, 1)$$

Fig. 5.15 Markings of Aggregated Generalized Stochastic Petri Net

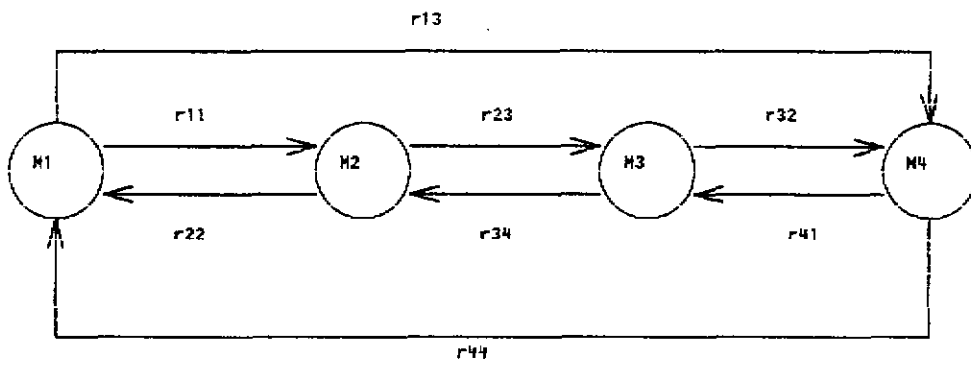


Fig. 5.16 Reachability Graph of Aggregated GSPN

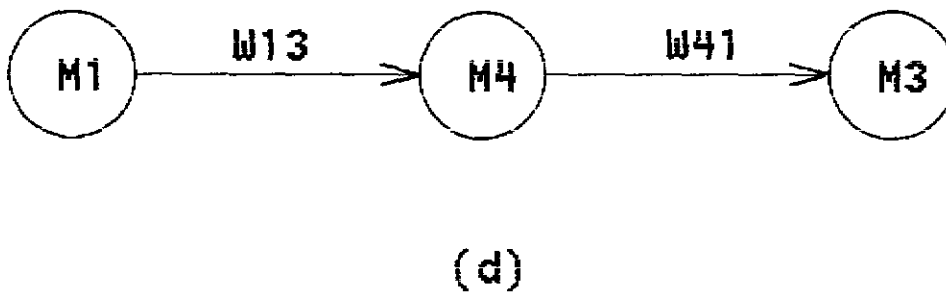
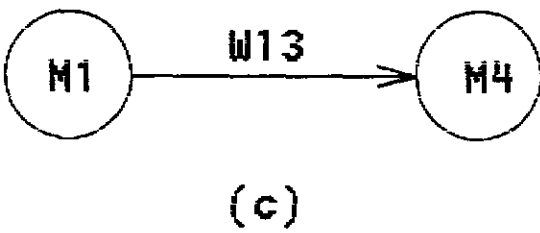
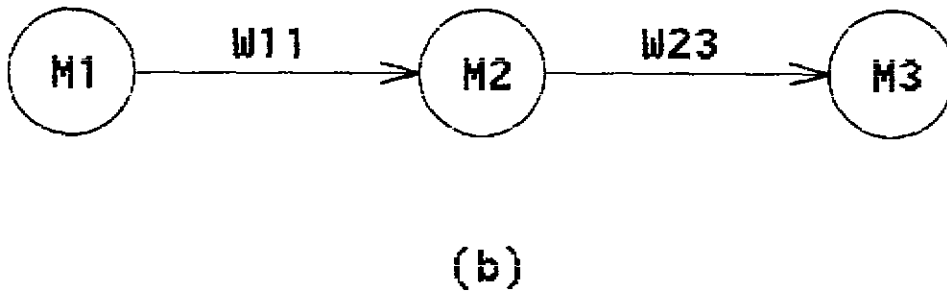
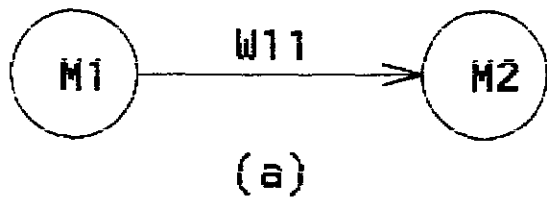


Fig.5.17 The Individual State Machine Aggregated Peri Net

Table I Input Parameters for Example 1

i	Portion of Faults Transient	0.90
τ	Transient Fault Disappearance	0.1/sec
\bar{p}	Error Production Rate	0.01667/sec
\bar{d}	Fault Detectability	0.95
δ	Fault Detection rate	0.05/sec
q	Error Detectability	0.95
r	Error Propagation Rate	0.1/sec

Table 2 Description of GSPN Modeling in Example 3

P1 and P5	Available Buffer
P2 and P6	Task in a Buffer Waiting for a Free Machine
P3 and P8	Task Executing in a Machine
P4 and P7	Available Machine
P9 and P10	Failed Machine
t1 and t3	Task Arrival with Rate λ
ti1 and ti3	If A machine Is Available and A Task Is Waiting in The Buffer Then Start Processing of That Task
t2 and t4	Completion of Task in a Machine with μ
t5 and t7	Available a Machine Failure with Rate f
t6 and t8	Machine Repair with Rate r

附 錄

程式一

```
for t=1:1:30

W=2+0.64/(t*t)+2/t+0.4/(0.8+t)+0.32/(0.8*t+t*t)
  +0.256/(0.8*t*t+t*t*t);
R=1/W;
W5=(0.8/t)*R;
W7=(0.32/t*t)*R;
W8=0.32*R/(t*t+0.8);
W9=0.256*R/(t*t*t+0.8*t*t);
W2=(0.8*t+0.32)*R/(t*t);
W3=R+0.4*R/t+0.4*R/(t+0.8);
P(t)=R+W5+W8+W9+W3;
P1(t)=1/(P(t)*0.0001);
P2(t)=1-(P1(t)-10002.2)/10002.2;

plot(P2)

end
xlabel(' Firing Rates of t2 and t4')
ylabel(' Accuracy')
```

附 錄

程式二

```
for t=1:1:30

W=2+0.64/(t*t)+2/t+0.4/(0.8+t)+0.32/(0.8*t+t*t)
  +0.256/(0.8*t*t+t*t*t);
R=1/W;
W5=(0.8/t)*R;
W7=(0.32/t*t)*R;
W8=0.32*R/(t*t+0.8);
W9=0.256*R/(t*t*t+0.8*t*t);
W2=(0.8*t+0.32)*R/(t*t);
W3=R+0.4*R/t+0.4*R/(t+0.8);
P(t)=R+W5+W8+W9+W3;
P1(t)=1/(P(t)*0.0001);
P2(t)=1-(P1(t)-10002.2)/10002.2;

plot(P2)

end
xlabel(' Firing Rates of t2 and t4')
ylabel(' Accuracy')
```