

一、中文摘要(關鍵詞：穩定性，調制，庫耶流，泰勒渦旋流)

本文以雷射都卜勒測速儀(LDA)量測軸向速度及流場觀察兩種實驗方法探討圓柱間調制泰勒渦旋流，實驗設備半徑比為0.4833，長距比為24，外圓柱固定不動，內圓柱以 $\Omega_1 = \bar{\Omega}(1 + \varepsilon \cos \omega t)$ 之調制型式轉動，吾人以LDA量測其軸向速度，並以頻譜分析來了解流場的週期性。實驗結果發現在外圓柱固定時調制庫耶流之穩定性在低頻時為大的不穩定化，當頻率極低時臨界雷諾數為無調制作用時之 $1/(1+\varepsilon)$ 倍。由頻譜分析得知流場由泰勒渦旋流轉變為波動渦旋流以至於擬週期流的時機，並發現在調制振幅 $\varepsilon=2$ 且頻率為高頻時有週期為調制週期兩倍之次調諧流發生。

英文摘要(Keywords: Stability, Modulation, Couette flow, Taylor vortex flow)

An experiment on the modulated Taylor vortex flow is conducted. The LDA and flow visualization methods are employed in the experiment. An apparatus with radius ratio $\eta=0.4833$ and aspect ratio $h=24$ is employed, the outer cylinder is fixed and the inner cylinder is rotating with an angular velocity $\Omega_1 = \bar{\Omega}(1 + \varepsilon \cos \omega t)$.

It is found that modulation destabilizes the flow in most frequency ranges. At low frequencies, the critical Reynolds number tends to a quasi-steady limit $Re_c \rightarrow Re_0/(1+\varepsilon)$. The transition of flow from Taylor vortex flow, wavy vortex flow to Quasi-periodic flow can be shown by power spectrum analyses. Also we found subharmonic flow as the inner cylinder rotates with an amplitude equal to 2 at a high frequency.

二、計畫緣由與目的

兩同心旋轉圓柱間流場在十九世紀末已經有人探討，Taylor【1】首先建立一物理模式並以線性穩定理論分析，計算出外圓柱靜止，內圓柱等速轉動時由一維穩態庫耶流(Couette flow)轉變為二維穩態渦旋流(Vortex flow)時之臨界雷諾數，並以實驗觀察驗證其理論結果。

Coles【2】以矽油(Silicone oil)為工作流體，並在流體中加入鋁粉，觀察在外圓柱保持靜止的情況之下內圓柱雷諾數大小對流場的影響，發現內圓柱在低轉速時流場為一維穩態之泰勒庫耶流，轉速逐漸增加至第一臨界值 Re_c 時，流場會轉變為二維穩態之泰勒渦旋流。當內圓柱之轉速繼續增加到第二臨界值 Re_c' 時，流場轉變成週期性之波動渦旋流(Wavy vortex flow)，若轉速繼續增加，流場會經由一擬週期流(Quasi-periodic flow)，轉變為混沌流(Chaotic flow)，最後轉變成紊流(Turbulence)。

為了使研究的結果得到更準的精確度，近來的學者相續以光學方法取代之前的觀察法來判斷臨界值的發生。Gollub和Swinney【3】、Walsh和Donnelly【4】分別以雷射都卜勒測速儀(LDA)及紅外線反射光電壓法研究泰勒庫耶流之流場轉變現象，並利用頻譜分析(Power spectrum analysis)將速度從時間域(Time domain)轉換至頻率域(Frequency domain)，利用此方法可有效地研究週期流至紊流之間的流場轉變過程。

本文將以LDA利用雷射都卜勒測速儀不干擾流場的優點，量測 $\eta=0.4833$ 的半徑比，外圓柱靜止時泰勒渦旋流的軸向速度，並以頻譜分析探討流場的轉變現象及發生轉換後的流場和調制頻率的關係，並和以前的文獻做一比較。

三、研究方法及成果

物理模式與實驗原理

考慮兩垂直同心圓，內圓柱以 $\Omega = \bar{\Omega}(1 + \varepsilon \cos \omega' t)$ 旋轉。上式中 ε 和 ω' 分別為調制振幅和頻率，並定義雷諾數為 $Re_1 = R_1 \bar{\Omega}_1 d / \nu$ 。在本實驗中吾人需先求得 Re_0 ，因此控制外圓柱靜止，內圓柱則以等速由低轉速逐漸提高轉速旋轉，利用雷射都卜勒測速儀 (LDA) 量測出流場的軸向速度，以判斷由庫耶流轉變成泰勒渦旋流時的臨界雷諾數。然後在內外圓柱加以調制型轉動以了解不同的頻率、振幅對流場穩定性的影響。在加入調制型轉速而造成流場發生不穩定後，軸向速度為時間的函數，此時吾人利用雷射都卜勒測速儀在某一固定點量測出軸向速度與時間的關係，再與所加入的調制頻率作一比較，探討其間的關係。而在量測到泰勒渦旋流之軸向速度之後，吾人利用 FFT (快速傅立葉轉換) 對所得到的數據做 Power spectral 之頻譜分析，以進一步了解週期流場之頻率以及在流場轉變型態時頻率之變化。

實驗設備

實驗設備分為流體傳動部分及光學量測部分。其中流體傳動部分如圖1所示，包含流觀察區、傳動裝置及控制裝置；光學量測部分則包含氬-氬雷射管、光雷接收器及LDA設備如圖2。

實驗方法

在工作流體中加入150-250 μ m的鋁粉，鋁粉的濃度大約為每公升的工作流體中加入0.2公克。工作流體選擇國光牌機油 (SAE-10)。在一維穩態庫耶流時，只有徑向的速度，LDA量測到的軸向速度為零。當提高轉速而使流場轉變成二維的泰勒渦旋流時，軸向速度開始出現，因此量測到軸向速度開始不為零時，此時即為穩定臨界狀態。另一方面，若圓柱加以調制型轉速而使流場發生不穩定現象時，此時軸向速度亦會隨著時間而變化，因此 LDA 量測流場軸向速度和時間的關係，並以 FFT (快速傅立葉轉換) 頻譜分析，再與所加入的調制頻率作一比較，進而探討其間的關係。

四、結果與討論

一、臨界值的量測：

1. 非調制庫耶流之第一臨界值 Re_0 ：

對於非調制庫耶流之第一臨界值 Re_0 的研究，吾人採用機油 (SAE10) 為工作流體，在外圓柱靜止、內圓柱非調制轉動下進行實驗。黃淵

明 (1995) 曾以廠商提供之流體運動黏滯係數所獲的臨界值與理論結果比較，差異率在1.18% 以下。

2. 外圓柱靜止，內圓柱調制轉動：

當外圓柱固定，內圓柱以非零平均調制型轉速 $\Omega_1 = \bar{\Omega}_1(1 + \varepsilon \cos \omega' t)$ 轉動時， $\varepsilon=1$ 以LDA量測軸向速度以決定臨界雷諾數，結果以偏移量 Δ 對調制頻率 ω 之關係表示如圖3。在低頻時調制作用對流場有大的不穩定化，此一結果和 Carmi (1981) 等人的理論相同，亦與黃淵明 (1995) 利用光電壓法所得到的結果吻合。

二、速度的量測

在流場一維庫耶流轉變成二維泰勒渦旋流後，軸向速度隨之產生，吾人利用LDA在不同頻率、振幅、位置及雷諾數時量測軸向速度以了解這些參數對泰勒渦旋流的影響。

1. 軸向速度在一個週期中的變化：

為了了解在一個調制週期內軸向速度的變化，吾人對外圓柱固定，內圓柱以非零平均調制轉動，量測點為深入外圓柱之內管管壁 $2d/31$ ，速度為正的細胞底部以上 $\lambda/30$ 處。在圖4中，實線部分為一個週期中內圓柱的雷諾數，虛線為非調制轉之臨界雷諾數 Re_0 ，而圓圈部分代表軸向速度與非調制作用時相同雷諾數下軸向速度之比值，由圖可知在內圓柱之雷諾數上升至 Re_0 時，軸向速度並未立刻產生，而需經過一段時間才會發生，且在雷諾數下降到低於 Re_0 一段時間後才會消失。

2. 不同頻率時臨界值以上之軸向速度：

吾人分別對低、中、高頻進行速度的量測，量測位置均在深入外圓柱之內管管壁 $2d/31$ ，速度為正的細胞底部以上 $4\lambda/30$ 處，所得到的結果如圖5所示，並與韓瑞忠 (1996) 的數值結果比較。在高頻時如圖5a所示，實驗與數值的結果相當吻合；而當中頻及低頻時，如圖b及c，在一個週期內的最高速度值相近，但整個週期的速度分佈卻隨頻率的增加而差異增大。

三、以快速傅立葉轉換 (FFT) 做頻譜分析

將LDA所量測到之軸向速度做頻譜分析，利用FFT轉換成頻率-能量的關係圖，以了解在不同條件下流場之週期性。

在 $\eta=0.4833$ ，內圓柱以調制轉動時，對 $\varepsilon=1$ ， $\omega=46.357$ 第一臨界雷諾數 $Re_c=67.2$ 。若雷諾數略高於 Re_c 時，流場為一調諧流場，如圖6a、b所示；當雷諾數增加至 $Re_1=144.55$ 時，流場之調諧頻率不再出現而轉變為無週期性如圖6c，在此轉換之間，吾人並未發現擬週期流的出現。

五、參考文獻

1. Taylor, G. I. 1923 Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders. *Philos Trans. R. Sec. London A* **233**, 289-343.
2. Coles, D. 1965 Transition in circular couette. *J. fluid Mech.* **21**, 385-425
3. Gollub, J. P. & Swinney, H. L. 1975 Onset of turbulent in a rotating fluid. *Phys. Rev. Lett.* **35**, 927-930.
4. Walsh, T. J. and Donnelly, R. J. 1988 Couette flow with periodically corotated and counterrotated cylinders. *Phys. Rev. Lett.* **60**, 700-703.
5. Davis, S. H. 1976 The stability of time-periodic flows. *Ann. Rev. Fluid Mech.* **8**, 57-74.
6. Donnelly, R. J., Reif, F. and Suhl, H. 1962 Enhancement of hydrodynamic stability by modulation. *Phys. Rev. Lett.* **9**, 363-365.
7. Donnelly, R. J. 1964 Experiments on the stability of viscous flow between rotating cylinders III. *Proc. Roy. Soc. London A* **281**, 130-139.
8. Hall, P. 1975 The stability of unsteady cylinder flows. *J. Fluid Mech.* **67**, 29-63.
9. Riley, P. J. and Laurence, R. L. 1976 Linear stability of modulated circular Couette flow. *J. Fluid Mech.* **75**, 625-646.
10. Ahlers, G., 1987 *Bull. Am. Phys. Soc.* **32**, 2068.
11. Carmi, S. and Tustaniwskyj, J. I. 1981 Stability of modulated finite-gap cylindrical Couette flow : linear theory. *J. fluid Mech.* **108**, 19-42.
12. 黃淵明 1995 實驗研究圓柱間調制庫耶流之不穩定. 國立交通大學碩士論文.
13. 韓瑞忠 1996 調制泰勒渦旋流的數值解. 國立交通大學碩士論文.

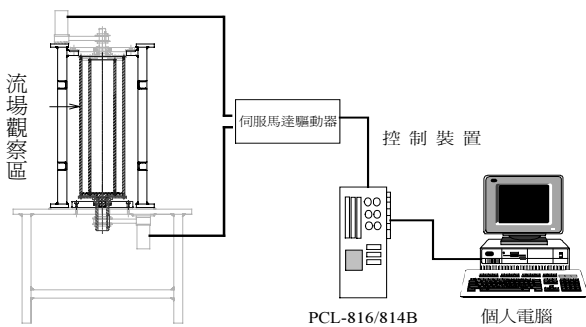


圖1 流體傳動部分設備圖

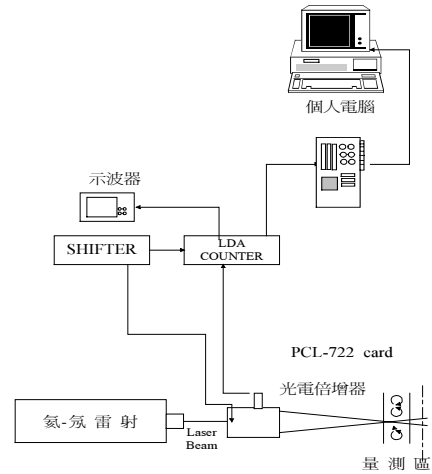


圖2 光學量測部分示意圖

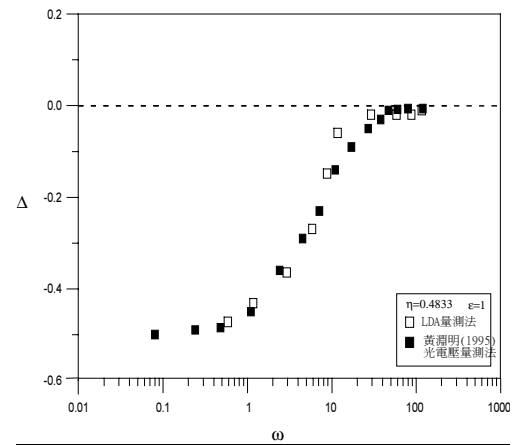


圖3 偏移量 Δ 對調制頻率 ω 之關係

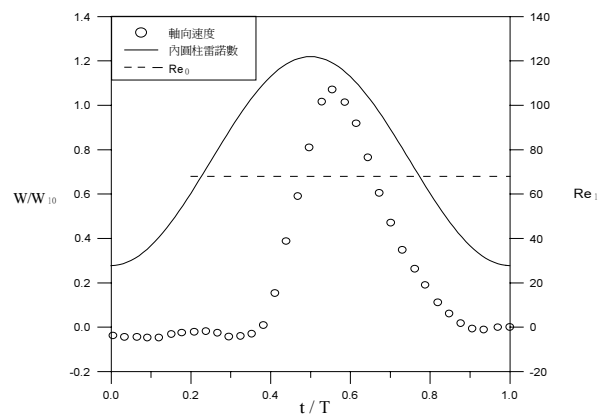


圖4 軸向速度在一個週期中的變化， $\Omega_1 = \bar{\Omega}_1(1 + \epsilon \cos \omega t)$ ， $\eta=0.4833$ ， $\omega=4$ ， $\epsilon=0.63$ ， $Re_1=74.73$

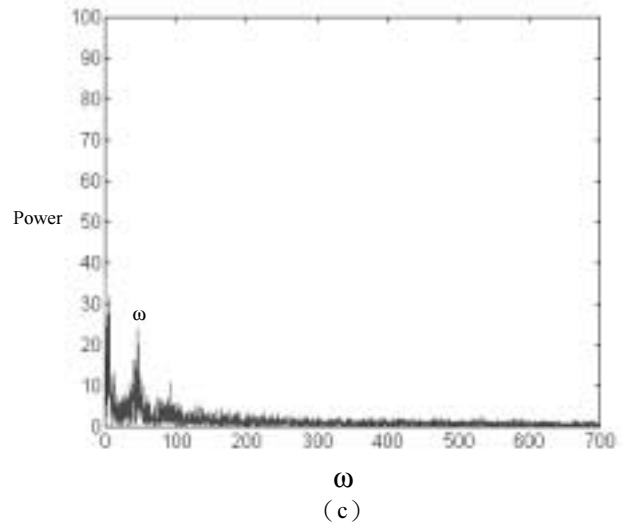
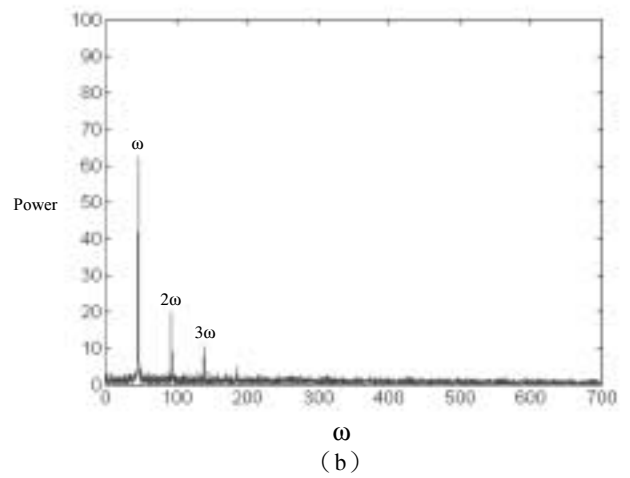
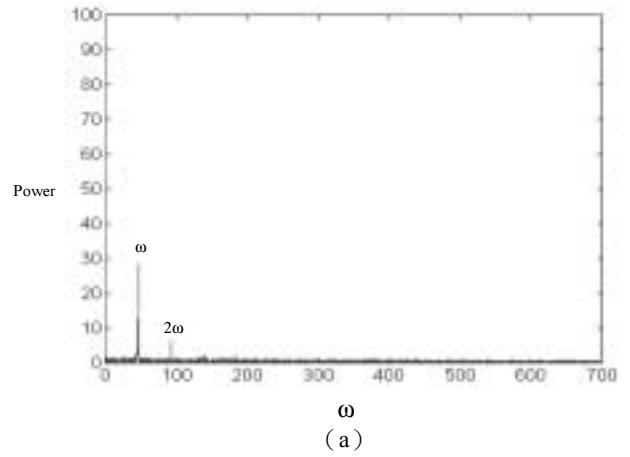
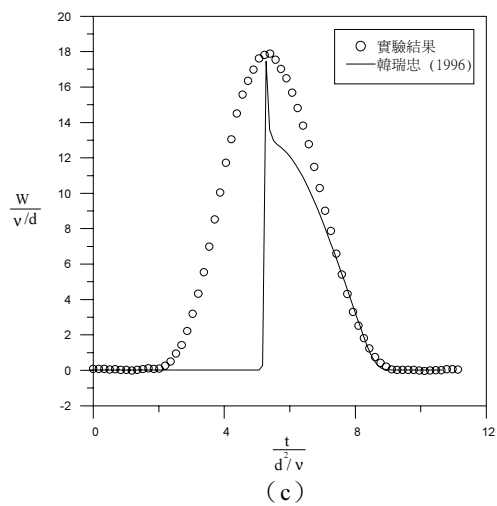
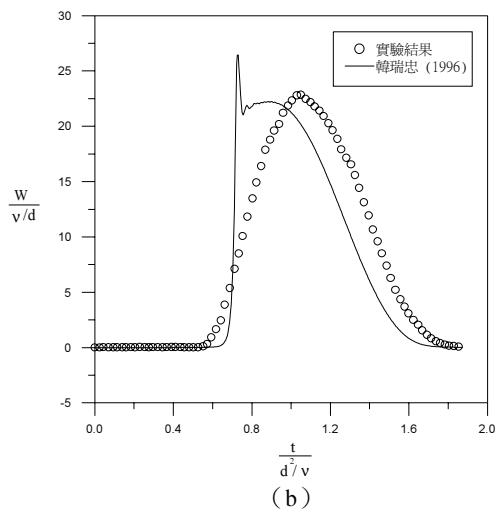
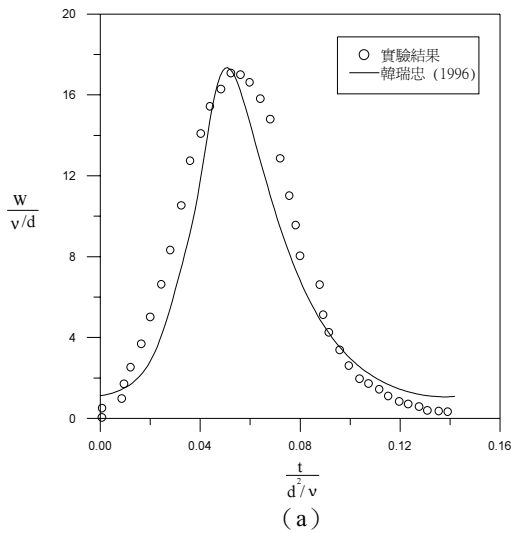


圖5 外圓柱靜止，內圓柱以非零平均調制轉動，不同頻率時臨界值以上之軸向速度， $\eta=0.4833$ $\varepsilon=1$ ，(a) $\omega=43.75$ ， $Re_1=122.29$ ，(b) $\omega=3.35$ ， $Re_1=117.58$ ，(c) $\omega=0.588$ ， $Re_1=82.6$

圖6 調制作用時，流場之頻譜分析
 $\Omega_1 = \bar{\Omega}_1(1 + \varepsilon \cos \omega t)$ ， $\eta=0.4833$ ， $\varepsilon=1$ ， $\omega=46.357$ ，
 (a) $Re_1=79.51$ (b) $Re_1=101.18$ ，
 (c) $Re_1=144.55$