以基因法則設計碼書索引指定之研究

Genetic Algorithm for Index Assignment in Vector Quantization

計畫編號：NSC-88-2218-E-009-020

執行期限：87.08.01 至 88.07.31

主持人：張文輝　交通大學電信工程系所 副教授

一、中文摘要

關鍵詞：基因法則，隨機搜尋，向量量化，碼書索引指定

本計劃利用基因法則隨機搜尋演算機制，進行通道錯誤模型分析及碼書索引指定。我們以有限狀態馬可夫隨機過程建立記憶性通道的數學模型，擷取一組能精確描述其錯誤狀態變遷的模型參數。利用錯誤距機率分佈，配合指數曲線匹配技術，將通道模型分析轉換成為一種非線性參數預估問題，再利用隨機搜尋演算法使其成本函數能減少到最低點。接著利用通道模型參數的預估值，轉換索引指定設計為一個適用基因法則的理想匹配問題。模擬結果顯示基因法則具搜尋整體最佳解的能力，可有效估測通道模型參數並指定碼書索引。而且證實通道模型與碼書索引的訓練模型匹配，可以獲得高強健性的碼書以對抗雜訊。

英文摘要

Keywords：genetic algorithm, stochastic search, vector quantization, codevector index assignment

This project focuses on two issues: parametric modeling of the channel and index assignment of codevectors, to design a vector quantizer that achieves high robustness against channel errors. We first formulated the design of a robust zero-redundancy vector quantizer as a combinatorial optimization problem leading to a genetic search for the minimum distortion index assignment. Gilbert's two-state Markov chain model more closely characterizes the statistical dependencies between error sequences and increases the performance of the design. This study also presents an index assignment algorithm based on Gilbert's model with parameter values estimated using a real-coded genetic algorithm. Simulation results indicate that the global explorative properties of genetic algorithms make them very effective at estimating Gilbert's model parameters and by using this model the index assignment can be developed to respond to channel conditions.

二、計畫緣由與目的

在影像與聲音多媒體應用領域，向量量化編碼技術[1]能有效地解決數位化資訊在傳輸頻寬與儲存容量的限制。編碼模式是先訓練一組能涵蓋其訊號特徵變化的樣本碼書，與輸入信號依序比對擇其中最近似的碼向量，再傳送其索引值作為編碼輸出。至於遠端接收器的編碼工作，則是根據收到的索引值查表取得對應的碼向量，以供訊號還原之用。問題是通道失真會改變碼向量索引的接收值，進而解碼錯誤造成通訊服務品質的嚴重惡化。不同的索引指定所衍生的訊號失真現象存在明顯的差異。若令碼書內含向量數目為 N，則索引排列總共有 $N!$ 種可能方式。這是一個NP(Non-deterministic Polynomial)問題，作全面性搜尋以求最佳索引指定並不可

行。目前已知的相關研究[2,3]都是在假設位元錯誤獨立發生之前提下進行，這並不符合許多實際應用通道的失真特性。舉例而言，數位無線通訊會因為多路徑衰弱現象而發生叢發性錯誤。較理想的解決之道是進行通道模型分析，擷取一組能適當反映其位元錯誤發生特性的模型參數，再據以設計碼向量索引指定，以期減少通道錯誤所衍生的訊號失真。有關記憶性通道的模型分析[4,5]，初步鎖定在馬可夫隨機過程，針對錯誤距機率分佈執行指數曲線匹配處理，求得模型參數值的最佳組合。

本計劃以基因法則[6]建立一種隨機搜尋的運算機制，同時解決索引指定與通道模型分析這兩項函數最佳化的研究課題。傳統的搜尋方式[4]是依循成本函數梯度的反方向，反覆調整系統參數值使其成本逐漸下低，因而極有可能停頓在區域性次佳值。基因法則是由 Holland[7]首先提出，主要是基於適者生存的達爾文進化論，利用染色體配對與基因突變的世代交互遺傳演化，並善用其全域平行搜尋能力以求得整體最佳解。但是目前使用的遺傳演算一直存在有過早收斂(premature convergence)的困擾，這是因為以均勻亂數干擾形成的基因突變，會造成系統在區域性微調能力之不足。理想的基因突變設計，應該是在進化初期使其質變程度能維持足夠的群體亂度，但在後期則應趨於收斂穩定。為了達成這項目標，將考慮以模擬退火技術[8]彈性調整基因突變的亂度，使能克服隨機搜尋淪於過早成熟的缺點。處理不同的函數最佳化問題，必須妥善選擇染色體編碼型式與相關的進化演算。舉例而言，索引指定設計是一個理想匹配問題，必須保證基因庫內每個索引值唯一地存在，不允許配對或突變運算產生不合法的解。

三、研究方法及成果

若令向量量化碼書 $C=\{c_1,c_2,\ldots,c_M\}$，並以 $P(c_i)$代表第 i 個碼向量發生機率，$d(c_i,c_j)$為第 i 個與第 j 個碼向量之間誤差。另外，對應的索引指定函數集合 $B=\{b(c_1),b(c_2),\ldots,b(c_M)\}$，其中每個索引值是以 m 位元 ($M=2^m$) 表示的二進位碼，亦即 $b(c_i)=[b_{i1},b_{i2},\ldots,b_{im}]$。平均失真函數 $D(B)$定義為

$$D(B)=\sum_{i=1}^{M}P(c_i)\cdot\sum_{j=1}^{M}P\left[b(c_j)\middle|b(c_i)\right]\cdot d(c_i,c_j)\ , \tag{1}$$

其中 $P\left[b(c_j)\middle|b(c_i)\right]$為向量索引值 $b(c_i)$被誤判為 $b(c_j)$的機率。對一個 symmetric 與 stationary 通道而言，

$$P\left[b(c_j)\middle|b(c_i)\right]=P\left[e_1^{(ij)},e_2^{(ij)},\ldots\ldots,e_m^{(ij)}\right],\quad e_k^{(ij)}=b_{ik}\oplus b_{jk}\ 。\tag{2}$$

計算這項機率分布取決於通道位元錯誤的發生是否具有前後相關的記憶性。對無記憶性通道而言，$P\left[b(c_j)\middle|b(c_i)\right]=\varepsilon^{l}(1-\varepsilon)^{m-l}$，其中 ε 為單一位元錯誤的發生機率，而 l 為兩個索引值的漢明碼距 (Hamming distance)。

本計劃以基因法則的隨機搜尋演算法，應用在記憶性通道錯誤模型的分析與碼書索引指定的最佳化設計。為了評估設計的好壞，我們首先計算所有可能索引指定排列之平均失真為[9]

$$\begin{aligned}\overline{D}_c&=\frac{1}{M}\sum_{b}\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{M}P(c_i)P\left[b(c_j)\middle|b(c_i)\right]d(c_i,c_j)\\&=\frac{[1-P_e(0)]}{M-1}\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{M}P(c_i)d(c_i,c_j)\end{aligned}\tag{3}$$

其中 $Pe(i)$表示錯誤樣式(error pattern)為 i 的機率。基因法則利用染色體基因的遺傳進化，來解決函數最佳化的相關問題。遺傳演化過程包括有染色體編碼

(chromosome encoding)，適性評估(fitness evaluation)，親代選擇(parent selection)，配對 (crossover)，突變(mutation)。主要是基於適者生存的原則，基因庫內染色體親代依其適性(fitness)的優劣排序決定所賦予子代的數目。其次利用配對將二個親代基因作交換重組，以產生能遺傳部份特徵的子代。至於突變之功能，則是在基因進化過程適時加入干擾，使能保持足夠的群體亂度進而擴張搜尋空間。

根據所要解決的最佳問題之參數特質，我們分別以實數編碼(real-codeed) 及排列組合(permutation) 表示通道參數及索引染色體。在突變方面，則分別以模擬退火及完全交換技術來彈性調整基因的干擾亂度。

模擬退火技術運算過程如下：

A. 設定高溫起始值 T_0

B. 進行干擾以改變第 i 個基因值為 $\hat{s}_i = s_i + v$，其中亂數 v 的標準偏差值將設定為溫度與常數之乘積。

C. 假設 ΔE 表示干擾前後的能量差異，則此新染色體被接受的條件為 $\Delta E < 0$ 或 $e^{-\Delta E / T} > r$，r 為一設定機率。

逐步降溫並回到 B.，繼續執行直到低溫下限為止。完全交換技術則依序取兩不同的基因交換，如果交換後適性提高則維持交換，否則不交換，直到所有可能的情況皆試過為止。基因演算法的參數：最大進化代數、人口總數、交配率及突變率分別為 1000,50,0.6 及 0.1。

(1)通道錯誤模型分析：

Gilbert 提出的馬可夫鏈數學模型如圖一所示，兩個狀態 G 與 B 的錯誤發生機率分別是 0 與(1-h)。Gilbert 模型的最大優點在於可以利用單項的錯誤距機率分布(error-gap distribution)；即能有效地描述出記憶性通道的叢發性錯誤特性。這是因為錯誤距機率的量測值可以合理近似為兩項指數曲線和，亦即 $P(0^n|1) = \alpha_1 \cdot \beta_1^{\,n} + \alpha_2 \cdot \beta_2^{\,n}$，而 $\{\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2\}$ 與 Gilbert 模型參數 $\{P, p, h\}$ 之間存在下列關係式：

$$h = \frac{\beta_1 \cdot \beta_2}{\beta_1 - \alpha_1(\beta_1 - \beta_2)}$$

$$P = \frac{(1-\beta_1)(1-\beta_2)}{1-h}$$

$$p = \alpha_1(\beta_1 - \beta_2) + \frac{(1-\beta_1)(1-\beta_2)}{1-h} \qquad (4)$$

因此，通道錯誤模型分析可轉換成為一種適合基因法則隨機搜尋的非線性參數最佳化預估問題。其中染色體編碼型式為浮點運算的 $(\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2)$，適性評估所需的成本函數則為錯誤距機率的指數曲線匹配誤差

$$\sum_{n=1}^{M} \left[P(0^n|1) - \left(\alpha_1 \cdot \beta_1^{\,n} + \alpha_2 \cdot \beta_2^{\,n} \right) \right]^2 \qquad (5)$$

模擬環境及結果說明如下：

首先，我們以一實際電話通道所測得的 Gilbert 模型參數 P=0.003,p=0.034,h=0.84[5] 產生一串 100,100 位元的錯誤序列並求出其錯誤距機率函數。接著，我們以不同的最佳化演算法找出最佳的指數曲線參數。表一比較坡度演算法(gradient algorithm)[4] 及基因法則的結果。為了比較起始參數對演算法影響，每種演算法皆執行五次，每次的起始參數皆隨機產生。表一顯示坡度演算法收斂到次佳解，基因法則配合模擬退火突變則具有搜尋整體最佳解的能力，不同的起始參數皆可收斂到整體最佳解。

(2)碼書索引指定設計：

理想的索引指定設計原則是，希望能將傳輸誤差所衍生的平均編碼失真函數 $D(B)$ 極小化。所面臨最大的挑戰是如何正確地估測索引傳送錯誤的發生機率

$P(b(c_j)|b(c_i))$，尤其是在記憶性通訊環境下。若已完成 Gilbert 通道模型分析，即可利用模型參數的預估值$\{P, p, h\}$來計算錯誤發生機率如下，

$$P[b(c_j)|b(c_i)] = P[e_1^{(ij)}, e_2^{(ij)}, \ldots\ldots, e_m^{(ij)}]$$

$$= \vec{\pi} \cdot \prod_{k=1}^{m} P_e(e_k^{(ij)}) \cdot \vec{1} \qquad (6)$$

其中 $\vec{1} = [1,1]$；穩態機率矩陣為

$$\vec{\pi} = [P_G, P_B] = \left[\frac{p}{P+p}, \frac{P}{P+p}\right] \qquad (7)$$

另外，狀態由 S_{k-1} 變遷到 S_k 時錯誤發生機率矩陣為

$$P_e(e_k^{(ij)}) = \begin{bmatrix} P[e_k^{(ij)}, S_k = G|S_{k-1} = G] & P[e_k^{(ij)}, S_k = B|S_{k-1} = G] \\ P[e_k^{(ij)}, S_k = G|S_{k-1} = B] & P[e_k^{(ij)}, S_k = B|S_{k-1} = B] \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (1-P) & Ph \\ p & (1-p)h \end{bmatrix}, \ if \ e_k^{(ij)} = 0$$

$$\text{or} \begin{bmatrix} 0 & P(1-h) \\ 0 & (1-p)(1-h) \end{bmatrix}, if \ e_k^{(ij)} = 1 \qquad (8)$$

透過這樣的運算，索引的指定設計即可轉化成為一種合適基因法則隨機搜尋的理想匹配 (perfect matching)問題。在相同元素的索引集合中，找出一個成本最低且每個元素只能對應一次的索引排列。在應用基因法則求解時，成本函數設定為平均編碼失真 $D(B)$。

模擬環境及結果說明如下：

向量量化器的輸入為一階高斯馬可夫信號：.

$$x(n) = \rho x(n-1) + w(n) \qquad (9)$$

其中 $w(n)$是期望值為 0，變異量為 1 的白色高斯雜訊；相關係數$\rho = 0$ 及$\rho = 0.5$。量化器的碼書大小及維度(M,N)分別取(16,4)，(64,6)及(256,8)。表二列出基因法則及二元交換演算法 (binary switch algorithm, BSA)[10]對以上不同輸入信號及量化器的最佳平均失真。其中隨機一欄為方程式(3) 求得之理論平均值。從這些模擬結果清楚顯示，二元交換演算法及基因法則都比隨機排列好，但對於大碼書及高相關輸入信號的改善比較大。進一步比較基因法則及二元交換演算法，我們發現基因法則的最佳平均失真都較二元交換演算法低，且在碼書大小為 16 時甚至可得到整體最佳解。

為了說明通道特性對碼書索引指定的重要性，我們在圖二及圖三分別比較無記憶性錯誤序列及以 Gilbert 模型產生的記憶性錯誤序列，對無記憶性通道及 Gilbert 通道模型訓練好的向量量化碼書造成的整體信號雜訊比(the overall signal-to-noise ratio, SNR)。錯誤序列的錯誤率從 10^{-3} 至 10^{-1}。模擬結果顯示當訓練的模型與錯誤序列匹配時可以得到較高的信號雜訊比。

四、結論

本計劃利用基因法則所建立的隨機搜尋技術，執行記憶性通道的模型分析，並據以設計向量量化碼書的索引指定，使能有效對抗叢發性雜訊干擾。實驗結果顯示改良的基因法則更有能力搜尋整體最佳解，而且通道模型匹配的碼書索引指定具通道強健性。

參考文獻

[1] R. M. Gray, “Vector quantization,” *IEEE Acoust. Speech Signal Processing Mag.*, vol. 1, pp. 4-29, Apr. 1984.

[2] N. Farvardin, "A study of vector quantization for noisy channels," *IEEE Trans. on Inform. Theory*, vol. 36, no. 4, pp. 799-809, July, 1990.

[3] A. E. Cetin and V. Weerackody, “Designing vector quantizers using

simulated annealing," *IEEE Trans. Circuits and Systems,* vol. 35, pp. 1550-1551, Dec. 1998.

[4] J. Y. Chouinard, M. Lecours, and G. Y. Delisle, "Estimation of Gilbert's and Frithman's models parameters using the gradient method for digital mobile radio channels," *IEEE Trans. Vehicular Technol.*, vol. 37, pp. 158-166, 1988.

[5] E. N. Gilbert, "Capacity of a burst-noise channel," *The Bell System Technical Journal,* vol. 39, pp. 1253-1265, 1960.

[6] D. E. Goldberg, *Genetic Algorithm in Search, Optimization and Machine Learning,* New York: Addison-Wesley, 1989.

[7] J. H. Holland, *Adaptation in Neural and Artificial Systems,* Ann Arbor, MI: The University of Michigan Press, 1975.

[8] Atas and J. Korst, *Simulated Annealing and Boltzmann Machines: A Stochastic Approach to Combinatorial Optimization and Neural Computing,* New York: Wiley, 1989.

[9] D. Y. Wang, "Perceptual Enhancement of Sinusoidal Transform Coding for Noisy Channels," Ph.D. dissertation, NCTU, Hisnchu, Taiwan, ROC, 1999

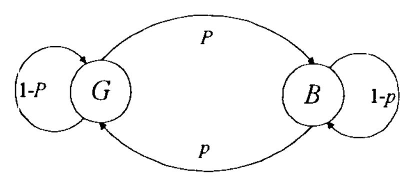
[10] K. Zeger and A. Gersho, "Pseudo-Gray coding," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 38, no. 12, pp. 2147-2158, Dec. 1990.

表一：坡度演算法及基因法則的 MSE 失真

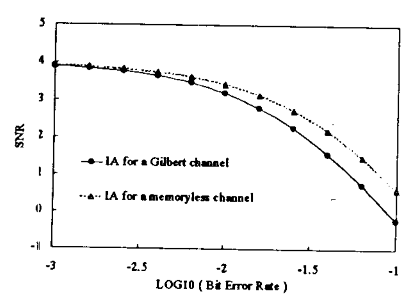
	坡度演算法	基因法則	
		均勻突變	模擬退火突變
第一次	0.080675	0.065631	0.028442
第二次	0.166645	0.039956	0.028442
第三次	0.156661	0.064629	0.028442
第四次	0.112632	0.030193	0.028442
第五次	0.032546	0.02862	0.028442
平均	0.109832	0.045806	0.028442

表二：基因法則及二元交換演算法對不同輸入信號及量化器的平均通道失真

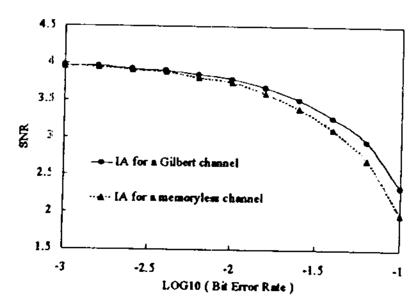
	$\rho = 0.0$			
	N=4		N=6	
	BSA	GA	BSA	GA
第一次	0.1744	0.1645	0.3184	0.3031
第二次	0.1675	0.1645	0.3284	0.3067
第三次	0.1719	0.1645	0.3204	0.3041
第四次	0.1667	0.1645	0.3249	0.3065
第五次	0.1810	0.1645	0.3297	0.3070
平均	0.1723	0.1645	0.3244	0.3055
隨機	0.2378		0.4812	
	$\rho = 0.5$			
第一次	0.1803	0.1802	0.3176	0.2965
第二次	0.1856	0.1802	0.3091	0.2967
第三次	0.1806	0.1802	0.3132	0.3009
第四次	0.1810	0.1802	0.3104	0.2983
第五次	0.1811	0.1802	0.3176	0.2968
平均	0.1817	0.1802	0.3136	0.2979
隨機	0.2811		0.5361	



圖一：Gilbert 模型狀態圖



圖二：無記憶性通道及 Gilbert 通道模型訓練之碼書在無記憶性通道之 SNR



圖三：無記憶性通道及 Gilbert 通道模型訓練之碼書在記憶性通道之 SNR