

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

## 非軸對稱纏繞式複合材料構件的可靠性研究-總計劃(I)

Reliability Study of Filament Wound Asymmetric Composite Material Parts

計畫編號：NSC88-2212-E009-024

執行期限：87年08月01日至88年7月31日

主持人：金大仁 執行機構及單位名稱：國立交通大學機械工程學系

### 一、中文摘要

纏繞式複合材料構件的材料彈性常數受很多因素影響，所以由實驗室標準試片試驗所獲得之材料常數往往無法反映真實纏繞式複材構件的力學行為。因而導致構件有非預期性的失效發生。為提高構件的可靠性，本研究特發展出一種非破壞性識別纏繞式複合材料構件彈性常數的方法，本方法是藉建立一由實驗量測應變值與理論計算應變值所組成之目標函數並配合多起始點能量總域最小化來識別纏繞式複合材料構件之彈性常數。

關鍵詞：複合材料、纏繞、壓力容器。

### 一、前言

最近幾年來，工業界已大量且廣泛的使用複合材料構件，特別是纏繞式複合材料結構的製造，因具自動化生產的優點，特別受到產業界的重視。為了確保結構使用的高可靠度，複合材料的行為表現必須被正確的預測和仔細的監控。如同大家所知道的，目前有許多製造複合材料的方法[1,2]，但不同的製造或成型方法會導致

複合材料構件有不同的材料性質，由實驗室製造的標準試片測試所得到的材料性質事實上與工廠裡所製造出來的複材構件在材料性質上會有很大的不同，所以瞭解真實的材料機械性質成為一個重要的研究課題。在過去二十年來，許多文獻曾報導不同非破壞性檢測複合材料彈性常數的方法[3-6]，然而這些方法在使用上都有些限制或不便，以致於未被廣泛使用。另一方面有部份學者使用振動測量方式來預測材料性質[7-11]，例如最近Berman 和 Nagy [7]利用振動模態與自然頻率的測量，預測結構的質量與剛性性質。作者在過去的研究裡亦曾發展一套測量梁結構自然振頻與模態或位移的方式來預測梁結構的剛性行為。

本研究發展一非破壞性識別複合材料構件彈性常數的方法，基本原理是利用實驗量測構件的應變值與理論計算的應變值之誤差平方的目標函數，其中理論計算的應變值為材料彈性常數之隱函數，不同材料彈性常數反應不同的理論計算應變值。然後藉一總域最佳化方法來反算材料常數，本方法之可行性及準確性經實例驗證後得知確實可行。

## 二、纏繞式圓柱形複合材料壓力容器

考慮一對稱積層式複合材料圓柱形壓力容器承受內壓 $P$ ，幾何形狀如圖一，此時壓力容器之內應力

$$\begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{Pr}{2} \\ Pr \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

其中  $N_1, N_2, N_6$  分別為軸向、周向應力與剪應力， $r$  為壓力容器之平均半徑，式(2)為應力與應變關係

$$\begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} \\ A_{61} & A_{62} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_6$  為軸向、周向應變與剪應變，其中積層剛性為

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N (\overline{Q}_{ij})_k t_k \quad i, j=1, 2, 6 \quad (3)$$

$N$  是基層板的層數， $t_k$  為第 $k$ 層之厚度， $(\overline{Q}_{ij})_k$  為第 $k$ 層任意纖維角度之轉換縮減勁度。而正交性單層基層板未轉換之縮減勁度可表示為

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{12} &= \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} = Q_{21} \\ Q_{22} &= \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{66} &= G_{12} \\ Q_{16} &= Q_{26} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $E_1, E_2$  分別為纖維方向及纖維橫斷面（基材）方向之彈性模數； $\nu_{12}, \nu_{21}$  為波桑比（Poisson's ratios）； $G_{12}$  為剪力模數。轉換與未轉換縮減勁度之間的關係可由文獻中獲得。由將方程式(2)反轉與方程式(1)，我們可將方程式(2)改寫為

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & a_{26} \\ a_{61} & a_{62} & a_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{pr}{2} \\ pr \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

而  $a_{ij}$  即為上述基層板的順應矩陣，為材料常數之函數。很明顯地，應變的大小與材料常數是相關的，因此有關於材料常數之應變改變率可藉由方程式(5)來推導，所以，任意方向之應變皆可由此參考座標系統而推導出。

## 三、材料常數的決定

材料常數識別的問題可以被描述為一最小化問題。數學上可表示如下的式子

$$\text{Minimize } e(\underline{x}) = (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}^*)^t (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}^*)$$

$$\text{subject to } x_i^L \leq x_i \leq x_i^U \quad i=1, \dots, 4 \quad (6)$$

其中  $\underline{x} = [E_1, E_2, \nu_{12}, G_{12}]$  為材料常數； $\underline{\varepsilon}^*, \underline{\varepsilon}$  分別表示為  $N \times 1$  之實驗量測應變值之向量與理論計算應變值之向量； $e(\underline{x})$  為一誤差函數，而此誤差函數為實驗量測應變值與理論計算應變值兩者差的和；

$x_i^L, x_i^U$  分別為材料常數的上、下界；需要注意的是，材料常數上下界的選擇是  $E_1$  的下界值大於  $E_2$  與  $G_{12}$  的上界值。上述之第(6)式可用如下之增廣拉格朗吉 (general augment Lagrangian) 來轉換為非限制性 (unconstrained) 最小化問題

$$\bar{\Psi}(\underline{x}, \underline{\mu}, \underline{\eta}, r_p) = e(\underline{x}) + \sum_{j=1}^4 [\mu_j z_j + r_p z_j^2 + \eta_j \phi_j + r_p \phi_j^2] \quad (7)$$

其中

$$z_j = \max \left[ g_j(x_j), \frac{-\mu_j}{2r_p} \right]$$

$$g_j(x_j) = x_j - x_j^U \leq 0$$

$$\phi_j = \max \left[ H_j(x_j), \frac{-\mu_j}{2r_p} \right] \quad (8)$$

$$H_j(x_j) = x_j^L - x_j \leq 0 \quad j = 1, \dots, 4$$

而  $\mu_j, \eta_j, r_p$  為拉格朗吉乘子； $\max[*,*]$  為取引號中兩數之最大值。其疊代方程式如下

$$\mu_j^{n+1} = \mu_j^n + 2r_p^n z_j^n$$

$$\eta_j^{n+1} = \eta_j^n + 2r_p^n \phi_j^n \quad j=1, \dots, 4$$

$$r_p^{n+1} = \begin{cases} \gamma_0 r_p^n & \text{if } r_p^{n+1} < r_p^{\max} \\ r_p^{\max} & \text{if } r_p^{n+1} \geq r_p^{\max} \end{cases} \quad (9)$$

(9)式之上標  $n$  表示疊代次數； $\gamma_0$  為一常數； $r_p^{\max}$  為  $r_p$  之最大值；而各疊代起始

值取為如下表示：

$$\mu_j^0 = 1.0 \quad \eta_j^0 = 1.0 \quad j=1, \dots, 4$$

$$r_p^0 = 0.4 \quad \gamma_0 = 1.25 \quad r_p^{\max} = 100 \quad (10)$$

因此第(6)式之受限制最小化問題可被轉換為如下之非限制性問題：

$$\text{Minimize } \bar{\Psi}(\underline{x}, \underline{\mu}, \underline{\eta}, r_p) \quad (11)$$

上式非限制性最佳化問題的解可簡單地以先前所介紹的非限制性多起始點總域最佳化演算法。在所採用的最佳化演算法中，欲最小化之目標函數可被視為一移動中之質點的位能，其總域之最小值可由在保守立場中質點之運動方程式獲得[12, 13]。在最佳化設計中，一系列起始點是由我們有興趣的範圍中隨意選取出來的，而可以決定出由每個起始點開始的搜尋軌跡的最小值。在已知起始點數及最低點發生的次數下，可藉貝氏分析法來建立目標函數最小值發生之可靠度。如果目標函數的可靠度超過0.99，則所得之最小值視為正確解，並停止多起始點搜尋的工作。

#### 四、 驗證與討論

上述所提出之非破壞性評估方法可藉由各種數值範例來探討其可行性及準確性。兩種實際複合材料的材料常數列於表1，這些複合材料用於製造不同疊層之壓力容器，疊層角度為  $[45^\circ/-45^\circ/45^\circ]$  或

$[60^\circ/-60^\circ/60^\circ]$ ，圓柱殼之平均半徑  $r=10\text{cm}$ ，內部受壓  $P=10^5\text{Pa}$ ，其三個方向之實際應變列於表2中。在以下的討論中，這裡的實際應變即視為由真實材料常數所測得的應變。首先，以 $[45^\circ/-45^\circ/45^\circ]$ 圓柱形壓力容器為範例來說明此方法的能力，在最小化過程中，最大與最小之邊界材料常數可以被定義為  $x_i^L=0$  及  $x_i^U=3$  倍之實際值  $x_i$ ，隨機所產生的初猜值與相對應所定義的材料常數列於表3中。我們可以發現每一次的初猜值，經過約8次之重複運算即可得到最後之解，以此為例，經由四組初猜值，就有99.8%的可靠度可獲得總域極小值。其他不同疊層之複合壓力容器之材料常數即可藉由此種方法獲得。由此方法求得之材料常數與實驗量測值和理論值之誤差皆列於表4中。表4中所列之誤差皆很小，因此可驗證本方法可獲得合理的結果。

## 五、 結論

本研究建立一非破壞性識別纏繞式複合材料彈性常數之方法，其中利用實驗量測應變值與理論計算應變值之誤差平方來建立總域極小化之目標函數，並以單質點能量守恆觀點在無限制條件下目標函數總域極小化程序結合隨機多起始點與貝氏可靠度分析而求得材料性質。本方法應用在複合材料壓力容器的材料性質識別上，由例子可以顯示出本方法能得到相當精確的

結果。同樣，本方法也可應用在不同的纏繞式複合材料結構上，可以藉此了解其材料性質並預測其正確機械行為是否合乎設計與實際應用上的需求。

## 致 謝

感謝國科會支持與贊助本文研究(NSC 88-2212-E009-024)，在此特別致謝。

## 參考文獻

1. Lubin, G., 1982. Handbook of composites, van Nostrand Reinhold Co., London.
2. Schwartz, M. M., 1983. Composite Materials Handbook, McGraw-Hill Book Co., New York.
3. Crema, L. B., Castellani, A. and Coppotelli, G., 1995. Damage Localization in Composite Material Structures by Using Eigenvalue Measurements, ASME, Materials and Design Technology, PD-71, pp. 201-205.
4. Bar-Cohen, Y., 1986. NDE of Fiber Reinforced Composites-A Review, Mater. Eval., 44, pp. 446-454.
5. Erdmann-Jesnitzer, F. and Winkler, T. 1980. Application of the Holographic Nondestructive Testing Method for Evaluation of Disbonding in Sandwich

- Plates, *Advances in Composite Materials*, ICCM3, 2, pp. 1029-1039.
6. Wells, D. R., 1969. NDT of Sandwich Structures by Holographic Interferometry, *Materials Evaluation*, 27, pp. 225-226.
7. Berman, A. and Nagy, E. J., 1983. Improvement of a Large Analytical Model Using Test Data, *AIAA J.* 21, pp. 1168-1173.
8. Kam, T. Y. and Lee, T. Y., 1994. Crack Size Identification Using An Expanded Mode Method, *Int. J. Solids & Structures*, 31, pp. 925-940.
9. Kam, T. Y. and Lee, T. Y., 1992. Detection of Cracks from Modal Test Data, *International J. Engineering Fracture Mechanics*, 42, pp. 381-387.
10. Kam, T. Y. and Lee, T. Y., 1994. Identification of Crack Size via An Energy Approach, *J. Nondestructive Evaluation*, 13, pp. 1-11.
11. Kam, T. Y. and Liu, C. K. 1998. Stiffness Identification of Laminated Composite Shafts, 40, pp. 927-936.
12. Kam, T. Y. and Snyman, Optimal Design of Laminated Composite Structures Using A global Optimization technique, *J. Composite Structures*, 19, pp. 351-370.
13. Snyman, J. A. and Fatti, L. P., 1987. A Multi-start Global Minimization Algorithm with Dynamic Search Trajectories, *J. Optimum Theory Applications*, 54, pp. 121-141.

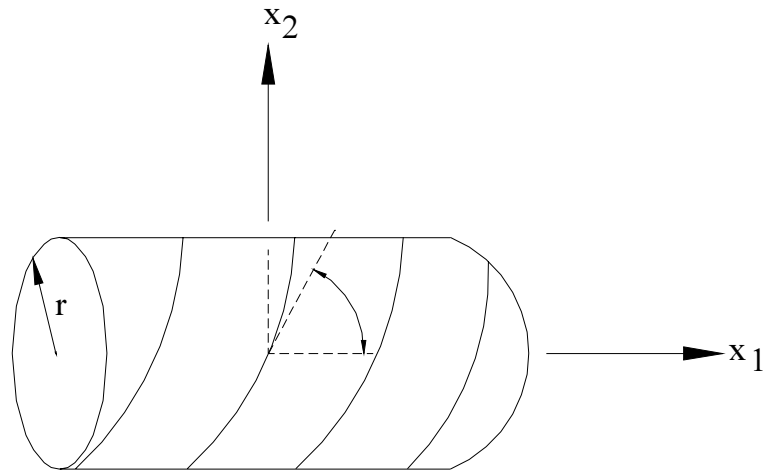


Fig.1 Geometry of laminated composite pressure vessel

Table 1. Actual material constants of different composite materials

Material Type	Material constant				Lamina thickness
	$E_1(\text{Gpa})$	$E_2(\text{Gpa})$	$G_{12}(\text{Gpa})$	$\nu_{12}$	$t(\text{mm})$
I Gr/Ep (T300/5208)	181.0	10.3	7.17	0.28	0.121
II E-glass/Ep Scotchply 1002	38.6	8.27	4.14	0.26	0.121

Table 2. Actual strains in pressure vessels fabricated with different materials

Material Type	Layup	Strain		
		$\epsilon_1^*$	$\epsilon_2^*$	$\epsilon_6^*$
I	[45 <sup>0</sup> /-45 <sup>0</sup> /45 <sup>0</sup> ]	-0.00025124	.00070930	-0.00014048
	[60 <sup>0</sup> /-60 <sup>0</sup> /60 <sup>0</sup> ]	.00041378	.00015399	-0.00015102
II	[45 <sup>0</sup> /-45 <sup>0</sup> /45 <sup>0</sup> ]	.00000326	.0016668	-0.00039663
	[60 <sup>0</sup> /-60 <sup>0</sup> /60 <sup>0</sup> ]	.00070754	.00089795	-0.00041043

Table 3. Local and global minimal solutions for the [45<sup>0</sup>/-45<sup>0</sup>/45<sup>0</sup>] cylindrical pressure vessel with material I

Material Constant	Solution							
	1		2		3		4	
	Start	Final	Start	Final	Start	Final	Start	Final*
E <sub>1</sub> (Gpa)	170.	179.6	10.5	179.6	114.8	179.6	121.3	179.6
E <sub>2</sub> (Gpa)	29.2	10.6	14.7	10.6	13.1	10.6	7.9	10.6
G <sub>12</sub> (Gpa)	4.75	7.17	19.7	7.17	19.8	7.17	3.9	7.17
$\nu_{12}$	0.42	0.307	0.25	0.307	0.05	0.307	0.41	0.307

\* Global minimum

Table 4. Identified material constants for different laminated composite pressure vessels

Material type	Layup	Identified material constant			
		$E_1$ (Gpa)	$E_2$ (Gpa)	$G_{12}$ (Gpa)	$\nu_{12}$
I	[45°/-45°/45°]	179.6 (0.8~)*	10.6 (2.9~)	7.17 (0.0~)	0.307 (9.6~)
	[60°/-60°/60°]	181. (0.0~)	10.2 (1.0~)	7.28 (1.5~)	0.276 (1.4~)
II	[45°/-45°/45°]	39.2 (1.6~)	8.22 (0.6~)	4.14 (0.0~)	0.24 (7.7~)
	[60°/-60°/60°]	38. (1.6~)	8.12 (1.8~)	4.46 (7.7~)	0.298 (14.6~)

\* The value in the bracket denotes percentage error.