可變磁阻馬達之適應控制

Adaptive Control of Variable Reluctance Motor

計畫編號：NSC 88-2212-E-009-032

執行期限：87 年 8 月 1 日至 88 年 7 月 31 日

主持人：金甘平　　　kanping @cc.nctu.edu.tw

執行單位：交通大學機械工程系

一、摘要

本文主要是以適應回饋線性化法設計可變磁阻馬達的高效能速度控制器，藉由此控制器補償系統中的非線性成分，且在系統參數產生誤差時，除能確保追蹤誤差的收斂性，並能使估測參數收斂至正確值。同時，為了消除可變磁阻馬達的力矩漣波，本文另外引入一種電流平衡換相器，並與適應控制作結合，證實在某些狀況下確能減小力矩漣波。最後吾人將所提出的方法進行不同路徑的速度追蹤之模擬，並將模擬結果逐一比較，由此顯示適應控制法能確保估測參數的收斂性。

關鍵字：可變磁阻馬達、適應回饋線性化、電流平衡換相器、力矩漣波

英文摘要

The purpose of this study is to design high performance velocity controllers for variable reluctance motors (VRM) based on an adaptive feedback linearization controller. With these controllers, the asymptotic convergence of both the parameter estimation errors and the tracking errors are guaranteed. Furthermore, these adaptive controllers are combined with a balanced commutator to reduce the torque ripple due to the salient structure in the VRM. Simulation results show that both the parameter estimation and the tracking performance are excellent even when the disturbance load is present.

Keywords: variable reluctance motor, adaptive feedback linearization controller, balanced commutator, torque ripple

二、計畫緣由及目的

可變磁阻馬達屬同步機，無感應馬達滑差估測困難的問題，且無轉子銅損，故運轉效率較感應馬達高。此外，其轉子無需磁性材料，造價較同步馬達低廉。不過可變磁阻馬達與一般馬達作比較，主要的缺點為較大的力矩漣波(torque ripple)。由於可變磁阻馬達的總力矩為各相獨立控制的力矩之總和，故主要的漣波來源常於換相的瞬間產生；此外可變磁阻馬達具有相當的非線性(如鐵心飽和效應)及不確定性。傳統控制器的設計，多使用簡單的切換式換相邏輯，作一般線性控制(linear control)[1][2]，由於未作非線性補償，常因忽略非線性項而產生相當大的力矩漣波。

若考慮非線性項，可使用回饋線性化(feedback linearization)[3][4]作補償，在[3]中將鐵心飽和效應考慮在內，並假設所有系統參數為已知，且需要量測馬達的加速度，僅適用於全階數(full-order)且參數精確的 VRM 數學模型；同時由於控制律計算複雜，將降低系統之取樣頻率及控制頻寬而導致系統的不穩定。為了減低計算量並減小系統不確定的影響，[5][6]引入較簡單的方法，利用力矩與電流的關係直接算出定子電流的指令值，並設計定子電流的上升(rising)與下降(falling)部分以減小電流的變化率，以減小力矩漣波。在[7]則將激發電流依角度區分為數個區間，每區間的電流有不同的比重(weighting)，在低轉速時可有效減小力矩漣波。以上[6][7]在低轉速、定轉矩的控制在實驗方面以得到良好的成效。由於在現實中磁阻馬達內轉子與定子皆有其極展開角(pole arc)，最佳相切換角會隨轉速而改變，在[8]中則由實驗找出不同轉速下的最佳相切換角，可更有效減低力矩漣波，並在變轉速控制的實驗中獲得證實。

對於系統參數未知的情形，可結合適應控制，作回饋線性適應控制法(adaptive feedback linearization)[9]~[11]。不過[9]僅對馬達中機械系統參數及電氣系統的電阻作適應控制。而[10]雖對所有參數作適應控制，但僅能作位置控制，對於工業界需要的控制(如速度控制、力矩控制)則無法實踐。在[11]中針對力矩作控制，但由於系統存在內部動態(internal dynamics)，使得系統中某些狀態為非可控的，故該系統不可作狀態空間線性化(exact state-space linearization)，但是可以使用輸入-輸出線性化(exact input-output linearization)。

本文主要是以適應回饋線性化對於可變磁阻馬達設計高效能的速度控制器，藉由此控制器補償系統中的非線性成分，且在系統參數產生誤差時，除能確保追蹤誤差的收斂性，並能使估測參數收斂至正確值。同時，為了消除可變磁阻馬達的力矩漣波，本文另外引入一種換相方式，並與適應控制作結合，以減小力矩漣波。

三、研究方法

3.1 可變磁阻馬達的數學模型

當可變磁阻馬達之特性滿足以下的假設：

(1) 鐵心飽和的的效應可以忽略。

(2) 電感的諧波分析不劇烈，考慮到傅立葉展開的第三項。

三相可變磁阻馬達的數學模型可以簡化表示為：

$$\frac{d\theta}{dt}=\omega \quad (1)$$

$$\frac{d\omega}{dt}=\frac{1}{J}\left(T_e-B\omega\right) \quad (2)$$

$$\frac{dI_j}{dt}=-\left(L_j(\theta)\right)^{-1}(rI_j+N_R\psi_s(a_1\sin\theta_j+2a_2\sin 2\theta_j + 3a_3\sin 3\theta_j)I_j\omega-u_j, \quad j=1,2,3 \quad (3)$$

其中 u_j 爲定子的相電壓；r 爲定子繞線的電阻；I_j 爲定子的相電流；ω 爲馬達的角速度；J 爲 負載慣量；B 爲阻尼係數；N_R 爲轉子極對的數目；ψ_s 爲飽和磁通鏈；a_1 , a_2 , a_3 爲磁通鏈係數；

$\theta_j=N_R\theta-(j-1)\dfrac{2\pi}{3}$ 爲每相電感相角；

$T_j=\dfrac{1}{2}I_j^2\dfrac{\partial L_j}{\partial\theta}$ 爲馬達單相力矩；$T_e=\sum_{j=1}^{3}T_j(\theta,I_j)$ 爲馬達產生的總力矩。

3.2 可變磁阻馬達數學模型的線性參數化

由於進行適應控制時若參數過多將造成計算量過多且複雜，因此必須對模型作進一步的簡化。

(1) 假設電感値的變化不劇烈，故電感的諧波分析僅考慮其基本項(傅立葉展開的第零項與第一項)。

(2) 由於電感倒數値項內的參數亦需估測，故 $(L_j)^{-1}$ 可以使用三階的泰勒級數展開來近似。

此時可變磁阻馬達的參數化模型（parameterized model）可表示爲：

$$\frac{d\theta}{dt}=\omega$$

$$\frac{d\omega}{dt}=\mathbf{P}_\omega^{\mathbf{T}}\mathbf{f}_\omega \quad (4)$$

$$\frac{dI_j}{dt}=\mathbf{P}_\mathbf{f}^{\mathbf{T}}\mathbf{f}_\mathbf{j}+\mathbf{P}_\mathbf{g}^{\mathbf{T}}\mathbf{g}_\mathbf{j}u_j \qquad j=1,2,3$$

其中，$\mathbf{P}_\omega$, $\mathbf{P}_\mathbf{f}$, $\mathbf{P}_\mathbf{g}$ 爲未知的參數向量。

$\mathbf{P}_\mathbf{f}=\{p_{f,1} \ \cdots \ p_{f,8}\}^T$，$\mathbf{P}_\mathbf{g}=\{p_{g,1} \ \cdots \ p_{g,4}\}^T$，

$\mathbf{P}_\omega=\{p_{\omega,1} \ \ p_{\omega,2}\}^T$

$\mathbf{f}_\omega$, $\mathbf{f}_\mathbf{j}$, $\mathbf{g}_\mathbf{j}$ 爲量測所得的函數。

$\mathbf{f}_\mathbf{j}=\left[f_{1,j}(x) \ \cdots \ f_{8,j}(x)\right]^T$, $\mathbf{f}_\omega=\left[f_{\omega,1}(x) \ \ f_{\omega,2}(x)\right]^T$

$\mathbf{g}_\mathbf{j}=\left[g_{1,j}(x) \ \cdots \ g_{4,j}(x)\right]^T$

未知參數 $p_{f,i}$, $p_{g,i}$ 及 $p_{\omega,i}$ 分別爲：

$p_{f,1}=r/c_0$, $p_{f,2}=rc_1/c_0$, $p_{f,3}=rc_1^2/c_0$, $p_{f,4}=rc_1^3/c_0$,

$p_{f,5}=c_1$, $p_{f,6}=c_1^2$, $p_{f,7}=c_1^3$, $p_{f,8}=c_1^4$,

$p_{g,1}=1/c_0$, $p_{g,2}=c_1/c_0$, $p_{g,3}=c_1^2/c_0$, $p_{g,4}=c_1^3/c_0$,

$p_{\omega,1}=c_0c_1/J$, $p_{\omega,2}=B/J$.

而量測所得的函數 $f_{i,j}$, $g_{i,j}$ 及 $f_{\omega,i}$ 爲：

$f_{1,j}=-I_j$, $f_{2,j}=-I_j cos\theta_j$,

$f_{3,j}=-I_j\left(cos\theta_j\right)^2$, $f_{4,j}=-I_j\left(cos\theta_j\right)^3$,

$f_{5,j}=-N_RI_j\sin\theta_j\omega$, $f_{6,j}=-N_RI_j\sin\theta_j\cos\theta_j\omega$,

$f_{7,j}=-N_RI_j\sin\theta_j\left(\cos\theta_j\right)^2\omega$, $f_{8,j}=-N_RI_j\sin\theta_j\left(\cos\theta_j\right)^3\omega$

$g_{1,j}=1$, $g_{2,j}=\cos\theta_j$, $g_{3,j}=\left(\cos\theta_j\right)^2$, $g_{4,j}=\left(\cos\theta_j\right)^3$

$f_{\omega,1}=\dfrac{1}{2}N_R\left(\sum_{j=1}^{3}I_j^2\sin\theta_j\right)$, $f_{\omega,2}=-\omega$。

其中 $c_0=\psi_sa_0$, $c_1=\dfrac{a_1}{a_0}$

3.3 電流追蹤加線性解耦控制

由於在可變磁阻馬達動態方程式（3）式爲一非線性動態方程式，利用回饋線性化法，可利用控制輸入將系統中之非線性項消去，使系統線性化，此時輸入的控制律爲：

$$u_j=rI_j+\frac{\delta L_j}{\delta\theta}I_j\omega+L_jv_j, \quad j=1,2,3 \quad (5)$$

其中 v_j 爲線性化的電流追蹤控制律：

$$v_j=-K_I\left(I_j-I_j^d\right), \quad j=1,2,3 \quad (6)$$

其中 K_I 電流增益値。當馬達定子相電流被激發使轉子轉至所需位置，此時的相電流指令稱爲選擇相電流指令 I_K^d，對應的控制律則以 v_K 表示，選擇相電流指令的大小是依照指令力矩及馬達轉子位置決定，即

$$I_K^d=\sqrt{\frac{2T_d}{dL(\theta)/d\theta}} \quad (7)$$

假設系統欲追蹤的速度爲 ω_d，T_d 以下列的方式設計，可使馬達的設計誤差收斂到零：

$$T_d=J[\alpha_d(t)-(\lambda_p+\lambda_\omega)e_\omega-\lambda_p\cdot\lambda_\omega\int e_\omega dt] \quad (8)$$

其中 $e_\omega=\omega-\omega_d$ 爲速度追蹤誤差；λ_ω 爲速度頻寬，λ_p 爲位置頻寬。

至於非選擇項的電流指令 I_{K-1}^d 與 I_{K+1}^d 的設計，爲了避免產生與指令力矩反向之非所需力矩，電流 I_{K-1} 與 I_{K+1} 必須迫使其快速達到零值，故令 I_{K-1}^d 與 I_{K+1}^d 皆爲零。所以控制律 v_{K-1} 與 v_{K+1} 分別爲：

$$v_j=-K_II_j, \quad j=K-1,K+1 \quad (9)$$

3.4 電流平衡換相器

考慮各相電流在切換時，避免電流的變化太劇烈，造成過大的力矩漣波，故改進原來的換相裝置爲電流平衡換相器(balanced commutator)。兩相鄰切換相同時產生相同電流角度，可定義爲：

$$I(\theta_C,\frac{T_d}{2})=I(\theta_C+\theta_{step},\frac{T_d}{2}), \qquad 0<\theta_C<\frac{\theta_{step}}{2} \quad (10)$$

其中 θ_C 爲換相的切換角；θ_{step} 爲步進角，在三相四極的磁阻馬達中，

$$\theta_{step} = \frac{2\pi}{3N_R} = 30^\circ$$

為了避免電流劇烈的變化，故設計在每相電流開始前及結束後分別加入上昇與下降的電流成分。對於選擇相電流 I_K 而言，其上昇與下降的電流成分分別為 I_{K+1} 與 I_{K-1} 。若定義選擇相電流的區間為 $\{\theta : \theta_C \le \theta < \theta_C + \theta_{step}\}$ ，則其電流上升與下降的區間分別為：

$$\Theta_{rise} = \{\theta : 0 \le \theta < \theta_C\} \quad (11)$$

$$\Theta_{fall} = \{\theta : \theta_C + \theta_{step} \le \theta < \frac{3}{2}\theta_{step}\} \quad (12)$$

則上昇與下降的電流為：

$$I_R(\theta, T_d) = \begin{cases} m_R \cdot \theta, & \theta \in \Theta_{rise} \\ 0, & otherwise \end{cases} \quad (13)$$

$$I_F(\theta, T_d) = \begin{cases} m_F \cdot (\theta - \frac{3}{2}\theta_{step}), & \theta \in \Theta_{fall} \\ 0, & otherwise \end{cases} \quad (14)$$

其中

$$m_R = \frac{I_{K-1}(\theta_C, T_d/2)}{\theta_C}$$ 為上昇電流的斜率；

$$m_F = \frac{I_K(\theta_C, T_d/2)}{\theta_C - \theta_{step}/2}$$ 為下降電流的斜率。

按照以上的推導，當馬達轉子轉至第 K 相時，電流指令值 I^d_{K-1} 與 I^d_{K+1} 不再為零，需改寫為 $I^d_{K-1} = I_F$ ， $I^d_{K+1} = I_R$ 。

3.5 可變磁阻馬達的適應回饋線性化

可變磁阻馬達的系統動態方程式，可寫成下列狀態空間的形式

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathrm{x}) + \mathbf{G}(\mathrm{x})\mathrm{u}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}(\mathrm{x})$$

其中

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \\ I_k \\ I_{k-1} \\ I_{k+1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_k \\ u_{k-1} \\ u_{k+1} \end{bmatrix}, \quad \mathrm{F}(x) = \begin{bmatrix} \omega \\ \mathbf{P_\omega^T f_\omega} \\ \mathbf{P_f^T f_K} \\ \mathbf{P_f^T f_{K-1}} \\ \mathbf{P_f^T f_{K+1}} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{y} = h(x) = \begin{bmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \\ h_3(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega \\ I_{k-1} \\ I_{k+1} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{P_g}^\mathbf{T}\mathbf{g_K} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{P_g}^\mathbf{T}\mathbf{g_{K-1}} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{P_g}^\mathbf{T}\mathbf{g_{K+1}} \end{bmatrix}$$

根據線性化轉換的計算，可得到線性化的控制律，即

$$\mathbf{v} = \mathrm{B}(\mathrm{x}) + \mathrm{A}(\mathrm{x})\mathrm{u} \quad (15)$$

其中

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_K \\ v_{K-1} \\ v_{K+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\mathrm{B}(\mathrm{x}) = \begin{bmatrix} L_F^2 h_1 \\ L_F h_2 \\ L_F h3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P_1^T \overline{W}_1} \\ \mathbf{P_f^T f_{K-1}} \\ \mathbf{P_f^T f_{K+1}} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} L_{G_1}(L_F h_1) & L_{G_2}(L_F h_1) & L_{G_3}(L_F h_1) \\ L_{G_1} h_2 & L_{G_2} h_2 & L_{G_3} h_2 \\ L_{G_1} h_3 & L_{G_2} h_3 & L_{G_3} h_3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} N_R \mathbf{P_2^T}\ \mathbf{G_K} I_K \sin\theta_K & N_R \mathbf{P_2^T}\ \mathbf{G_{K-1}} I_{K-1} \sin\theta_{K-1} & N_R \mathbf{P_2^T}\ \mathbf{G_{K+1}} I_{K+1} \sin\theta_{K+1} \\ 0 & \mathbf{P_g^T g_{K-1}} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{P_g^T g_{K+1}} \end{bmatrix}$$

（18）

其中

L_F ， L_G 為 Lie derivative 的運算子

$\mathbf{P_1} = \left[p_{\omega,1} \quad p_{\omega,2} \quad p_{\omega,1}[\mathbf{P_f}]\right]^T_{(10\times1)}$,

$\mathbf{P_2} = p_{\omega,1}\left[\mathbf{P_g}\right]_{(4\times1)}$

$$\overline{\mathbf{W}}_1 = \left[\frac{N_R^2}{2}\sum_{j=1}^{3} I_j^2 \cos\theta_j \omega \quad \dot{\omega} \quad N_R \sum_{j=1}^{3} I_j \sin\theta_j [\mathbf{f}_j]\right]^T_{(10\times1)}$$

當 $I_K \ne 0$ 且 $sin\theta_K \ne 0$ 時，矩陣 A(x) 為非奇異（nonsingular），表示對每一個換相器而言，選擇相皆可被激發且電流 I_K 同時增加。

若控制律中具有參數估測項，即利用回饋線性化，可將控制律改寫為：

$$\mathrm{u} = \hat{\Gamma}(x) + \hat{\Pi}(x)\hat{\mathbf{v}} \quad (19)$$

將（19）式代入（15）式中，當估測參數收斂至正確值，與系統參數相等時， $\mathbf{v} = \hat{\mathbf{v}}$ ，即可透過 $\hat{\mathbf{v}}$ 來設計速度與電流控制器。

3.6 速度控制器的設計與參數適應律

首先，將（16）中的 v_K 提出，故可寫為：

$$v_K = \ddot{y}_1 = \dot{\alpha} = \mathbf{P_1^T \overline{W}_1} + \mathbf{P_2^T \overline{W}_2} \quad (20)$$

$$\overline{\mathbf{W}}_2 = \left[N_R I_K \sin\theta_K [\mathbf{g_K}] \quad N_R I_{K-1} \sin\theta_{K-1} [\mathbf{g_{K-1}}] \quad N_R I_{K+1} \sin\theta_{K+1} [\mathbf{g_{K+1}}]\right] \begin{bmatrix} u_K \\ u_{K-1} \\ u_{K+1} \end{bmatrix}$$

設定估測值速度追蹤的控制律 $\hat{v}_K$ 可寫為：

$$\hat{v}_K = \mathbf{\hat{P}_1^T \overline{W}_1} + \mathbf{\hat{P}_2^T \overline{W}_2} = \dot{\alpha}_d - K_\alpha \dot{e}_\omega - K_\omega e_\omega \quad (21)$$

其中

$\dot{e}_\omega = \alpha - \alpha_d$ 為加速度的誤差值；

ω_d ， α_d ：速度與加速度指令值；

K_ω， K_α ：速度與加速度設計參數。

假設

$$\widetilde{\mathbf{P}}_{\mathbf{1}} = \mathbf{P_1} - \hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{1}}\ ；\ \widetilde{\mathbf{P}}_{\mathbf{2}} = \mathbf{P_2} - \hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{2}}\ ；\ \widetilde{\mathbf{P}} = \begin{Bmatrix} \widetilde{\mathbf{P}}_1 \\ \widetilde{\mathbf{P}}_2 \end{Bmatrix}\ ；$$

$$\mathbf{P} = \begin{Bmatrix} \mathbf{P_1} \\ \mathbf{P_2} \end{Bmatrix}\ ；\ \overline{\mathbf{W}} = \begin{Bmatrix} \overline{\mathbf{W}}_1 \\ \overline{\mathbf{W}}_2 \end{Bmatrix}\ 。$$

所以（20）可改寫爲：

$$\dot{\alpha} = \mathbf{P_1^T}\overline{\mathbf{W}}_{\mathbf{1}} + \mathbf{P_2^T}\overline{\mathbf{W}}_{\mathbf{2}} - \hat{v}_K + \hat{v}_K = \widetilde{\mathbf{P}}^T\overline{\mathbf{W}} + \hat{v}_K \quad （22）$$

適應的誤差方程式爲：

$$\ddot{e}_\omega + K_\alpha \dot{e}_\omega + K_\omega e_\omega = \widetilde{\mathbf{P}}^{\mathbf{T}}\overline{\mathbf{W}} \quad （23）$$

接著吾人以多種方法找出參數改進律(parameter update law)並相互比較。首先以李亞普諾夫法(Lyapunov approach)找出參數改進律，吾人選擇一正定的李亞普諾夫候選函數爲：

$$V = \frac{1}{2}\left(\dot{e}_\omega + K_\beta e_\omega\right) + \frac{1}{2}\left(K_\omega + K_\beta\left(K_\alpha - K_\beta\right)\right)e_\omega^2 + \frac{1}{2}\widetilde{\mathbf{P}}^{\mathbf{T}}\Lambda^{-1}\widetilde{\mathbf{P}}$$

其中Λ爲對稱正定(symmetric positive definite)的對角矩陣，且$K_\beta > 0$，$K_\alpha > K_\beta > 0$，V 對時間取一次微分：

$$\dot{V} = -\left(K_\alpha - K_\beta\right)\dot{e}_\omega^2 - K_\omega K_\beta e_\omega^2 + \widetilde{\mathbf{P}}^{\mathbf{T}}\left(\Lambda^{-1}\dot{\widetilde{\mathbf{P}}} + \left(\dot{e}_\omega + K_\beta e_\omega\right)\overline{\mathbf{W}}\right)$$

若選擇參數適應律爲：

$$\dot{\widetilde{\mathbf{P}}} = -\dot{\hat{\mathbf{P}}} = -\left(\dot{e}_\omega + K_\beta e_\omega\right)\Lambda\overline{\mathbf{W}} \quad （24）$$

則

$$\dot{V} = -\left(K_\alpha - K_\beta\right)\dot{e}_\omega^2 - K_\omega K_\beta e_\omega^2$$

當(24)式成立時，$\dot{V}$爲半負定(negative semi definite)函數。因此在平衡點$\left(e_\omega,\ \dot{e}_\omega\right) = (0, 0)$爲全域漸進穩定(globally asymptotically stable)，即$e_\omega \to 0,\ e_\omega \to 0$當$t \to \infty$。

以上所用的適應控制法，是以追蹤誤差爲基礎(Tracking-Error-Based; TEB)與預測誤差爲基礎(Prediction-Error-Based; PEB)結合的參數改進律。但是在實際的應用上，由於速度誤差的微分項不易量測，因此將(23)式兩端通過一低通濾波器，可得到新的狀態變數與誤差項。首先定義濾波器 $H(s)$爲：

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + K_\alpha s + K_\omega} \quad （25）$$

則(23)式可改寫爲：

$$e_\omega = H(s)\cdot\widetilde{\mathbf{P}}^{\mathbf{T}}\overline{\mathbf{W}} \quad （26）$$

新的誤差項可視爲預測誤差，定義爲增大誤差(augmented error) e_ς：

$$e_\varsigma = e_\omega + [\hat{\mathbf{P}}^{\mathbf{T}}H(s)\overline{\mathbf{W}} - H(s)\hat{\mathbf{P}}^{\mathbf{T}}\overline{\mathbf{W}}] \quad （27）$$

再將(27)式代入(26)式中，可得到：

$$e_\varsigma = \widetilde{\mathbf{P}}^{\mathbf{T}}\xi \quad （28）$$

其中$\xi = H(s)\overline{\mathbf{W}}$爲新的狀態變數。

PEB 參數估測法通常使用兩種方法，一爲梯度法(gradient method)，另一爲最小平方法(least-square method)。根據梯度法設計的參數改進律爲：

$$\dot{\widetilde{\mathbf{P}}} = -\dot{\hat{\mathbf{P}}} = -e_\varsigma\mathbf{P_0}\xi \quad （29）$$

其中$\mathbf{P_0}$爲對稱正定的對角矩陣。若改寫爲常態型式(normalized form)，則爲：

$$\dot{\widetilde{\mathbf{P}}} = -\dot{\hat{\mathbf{P}}} = -\frac{e_\varsigma\mathbf{P_0}\xi}{1 + \xi^{\mathbf{T}}\xi} \quad （30）$$

根據最小平方法設計的參數改進律爲：

$$\dot{\widetilde{\mathbf{P}}} = -\dot{\hat{\mathbf{P}}} = -\frac{e_\varsigma\mathbf{P_{os}}(t)\xi}{1 + \xi^{\mathbf{T}}\xi} \quad （31）$$

$$\dot{\mathbf{P}} = -\mathbf{P_{os}}\xi\xi^{\mathbf{T}}\mathbf{P_{os}} \quad （32）$$

其中$\mathbf{P_{os}}(0)$爲正定增益矩陣。以上兩種參數改進律都可確保估測參數可收斂至正確值。由於最小平方法較不適用於參數變化很快的系統，而機械系統的外在負載往往變化很快，因此本文使用另一種方法—具有遺忘因子的最小平方法(least square with forgetting factor)，其參數改進律爲：

$$\dot{\widetilde{\mathbf{P}}} = -\dot{\hat{\mathbf{P}}} = -\frac{e_\varsigma\mathbf{P_{os}}(t)\xi}{1 + \xi^{\mathbf{T}}\xi} \quad （33）$$

$$\dot{\mathbf{P}}_{\mathbf{os}} = \lambda\mathbf{P_{os}} - \mathbf{P_{os}}\xi\,\xi^{\mathbf{T}}\mathbf{P_{os}} \quad （34）$$

其中λ爲正實數，稱爲遺忘因子。

適應控制系統的流程如圖 1 所示。綜合以上的計算，速度追蹤的控制律可以寫爲：

$$u_K = \frac{\hat{v}_K - \hat{\mathbf{P}}_1^{\mathbf{T}}\overline{\mathbf{W}}_1 - N_R\hat{\mathbf{P}}_2^{\mathbf{T}} \times [\mathbf{g_{K-1}}I_{K-1}\sin\theta_{K-1}u_{K-1} + \mathbf{g_{K+1}}I_{K+1}\sin\theta_{K+1}u_{K+1}]}{\hat{\mathbf{P}}_2^{\mathbf{T}}[\mathbf{g_K}N_R I_K\sin\theta_K]}$$

（35）

非選擇相電流的控制律爲：

$$u_{K-1} = \frac{-\hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{f}}^{\mathbf{T}}\mathbf{f_{K-1}} + \hat{v}_{K-1}}{\hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{g}}^{\mathbf{T}}\mathbf{g_{K-1}}} \quad （36）$$

$$u_{K+1} = \frac{-\hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{f}}^{\mathbf{T}}\mathbf{f_{K+1}} + \hat{v}_{K+1}}{\hat{\mathbf{P}}_{\mathbf{g}}^{\mathbf{T}}\mathbf{g_{K+1}}} \quad （37）$$

以上非選擇相電流的設計均可加入第 3.4 節所提的電流平衡換相器，加入上昇與下降的電流指令以減小力矩漣波，線性控制律$\hat{v}_{K-1}$與$\hat{v}_{K+1}$分別可改爲：

$$\hat{v}_{K-1} = m_F\cdot\omega - K_I(I_{K-1} - I_F) \quad （38）$$

$$\hat{v}_{K+1} = m_R\cdot\omega - K_I(I_{K-1} - I_R) \quad （39）$$

其中m_F, m_R, I_F與I_R的定義與 3.4 節中相同，在結果討論將比較電流平衡換相器加入前後的差異。

圖一 適應控制系統的流程

四、結論與成果

本章將分別對前面章節所述之控制器，進行可變磁阻馬達之速度控制模擬，並比較其速度誤差收斂效果，數值模擬可分爲速度的梯形路徑追蹤控制及負載測試兩部分，將分述於後。

4.1 速度之梯形路徑追蹤控制

針對不同的速度控制器進行梯形路徑追蹤控

制，由模擬結果可得：

(1) 線性解耦控制器且參數正確時：

當參數正確時回饋線性化法均可使速度誤差收斂，電流平衡換相器更可減低力矩漣波。電流平衡換相器對於正力矩的力矩漣波減小頗有成效，但負力矩時則否。其原因可由馬達的電流動態方程式的阻抗 z_j 看出

$$z_j = r + \frac{\delta L_j}{\delta\theta}\omega$$

當力矩爲正値時，由於此時阻抗值較大，表示電流較容易收斂至指令值，上昇與下降的電流指令也較容易減輕電壓與力矩的激烈變化；但當力矩爲負值時，此時阻抗值減小，若欲達到相同的收斂效果，需以更大的電壓達成，造成換相的電壓瞬間增加劇烈，上昇與下降的電流指令的效果就極爲有限。甚至在速度過快或電阻過小時會使阻抗爲負值，此時電流的動態方程式可能形成非極小相位(non-minimum phase)，造成整個系統的不穩定。

(2) 適應控制器

使用李亞普諾夫法找出的參數改進律，其速度追蹤誤差與力矩減小效果在所有適應控制器中爲最佳；最小平方法的參數改進律與梯度法的參數改進律在速度誤差方面作比較，有較佳的收斂性與收斂值。電流平衡換相器加入適應控制器中的改進效果更佳，不僅減低力矩漣波，更減小速度追蹤誤差。不過在參數改進律爲最小平方法的適應控制器而言，電流平衡換相器的改善效果不大，應與其本身已具有較佳的收斂性有關。

4.2 負載測試

針對不同的速度控制器進行負載測試，並於 0.5~0.75 秒間加上負載，此負載爲一平均力矩爲 30Nt-m，且有±10Nt-m 爲上下界限之亂數所產生的隨機震動，故可以此負載來檢驗控制器抑制干擾的能力。由模擬結果可得：

(1) 線性解耦控制器在參數正確時：

在速度誤差受到負載的期間，其收斂性與抑制干擾的能力皆不佳，但在負載移去後，仍具備一定的收斂性。

(2) 適應控制

適應控制器的干擾抑制能力遠比一般線性控制器爲佳，而且使用具遺忘因子的最小平方法的速度誤差要比梯度法爲小，但是前者的速度會發生振動的現象，這是由於估測參數變化太快所致。

4.3 總結

本文將適應控制法應用於可變磁阻馬達之速度控制。數值模擬分析的結果顯示適應回饋線性化法於速度控制時，擁有精確的控制效果及良好的強韌穩定性與抑制干擾能力。在負載測試方面，即使在負載力矩上有震動的干擾情形，參數改進律仍能維持良好的收斂性，其中以 Lyapunov approach 推導的參數改進律擁有最佳的雜訊抑制能力與收斂性。除此之外則以最小平方法的參數改進律擁有較佳的雜訊抑制能力與收斂性，而具遺忘因子的最小平方法與梯度法的參數改進律較適用於參數變動較快的系統。

五、參考文獻

[1] B. K. Bose, T.J.E. Miller, P. M. Szczesny and W. H. Bickell,"Microcomputer control of switched reluctance motor," *IEEE Trans .on Ind. Appl.* ,vol.22, no.4, pp.708-715, July/Aug.1986

[2] A. R. Oza, R. Krishinan, and S. Adkar, "A microprocessor control scheme for switched reluctance motor drives," *in Proc .IECON' 1987*, pp.448-453

[3] M. Ilic-Spong, R. Marino, S. M. Peresada and D. G. Taylor, "Feedback linearizing control of switched reluctance motor," *IEEE Trans. Auto. Control*, vol. AC-32, no.5, pp.371-379, May1987..

[4] D.G. Taylor, M. J. Woolley and M. Ilic-Spong, "Design and implementation of a linearizing and decoupling feedback transformation for switched reluctance motor," *in Proc. 17th Symp. Incremental Motion Control Systems and Devices*, Champaign, IL, pp.173-184, June 1988.

[5] R. S. Wallace and D. G. Taylor, "Low-torque-ripple switched reluctance motors for direct-driver obotics," *IEEE Trans. Robotics and Automation*, vol.7, no.6, pp.733-742, Dec.1992.

[6] R. S. Wallace and D. G. Taylor, "A balanced commutator for switched reluctance motors to reduce torque ripple," *IEEE Trans. Power Electron*, vol.7, pp.617-626, 1992.

[7] I. Husain, M. Ehsani, "Torque ripple minimization in switched reluctance motor drives by PWM current control," *Proc. Of APEC 1994*, pp.72-77.

[8] P. C. Kjaer, J. J. Gribble, T. J. E. Miller, "High-grade control of switched reluctance machines," *in Proc. IEEE-IAS 31st Annu. Meeting*, SanDiego, CA, 1996, pp.92-100.

[9] D. G. Taylor, "Adaptive control design for a class of doubly-salient motors" *in Proc .30th Conf. Decisionand Control*, Brighton, Dec.1991.

[10] L. Ben Amor, L.-A. Dessaint, O. Akhrif and G. Olivier, "Adaptive feedback linearization for position control of a switched reluctance motor," *Int. J. Adaptive Contro lSignal Processing*, vol.7, pp.117-136, 1993.

[11] L. Ben Amor, L.-A. Dessaint and O.Akhrif, "Adaptive nonlinear torque control of a switched reluctance motor via flux observation," *Mathematics and Computers in Simulation*. 38 pp.345-358, 1995.