

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

軸向流壓縮機控制系統之研發

子計畫（五）動態特性分析與失速控制

Dynamical Characteristic and Control of Rotating Stall

計畫編號：NSC 88-2212-E-009-021

執行期限：87年8月1日至88年7月31日

主持人：廖德誠教授 交通大學電機與控制工程系

一、中文摘要

過去數年在國科會經費補助下，我們在噴射引擎之軸向壓縮機系統相關研究上，已累積了相當經驗與基礎。在這些基礎上，我們計劃在未來結合國內相關學者、專家共同在電腦模擬、控制律分析設計及實際系統建立、量測上，共同努力。計劃的主要內容，因考慮理論分析及實驗測試相互結合的需要，而提出一群體計劃。本子計劃即為此架構下從事系統動態特性分析及失速控制律設計的一個子計劃。此子計劃將結合實驗部份之子計劃，在軸向壓縮機系統失壓波控制上，依據實驗數據，修正成實際可用之控制器設計。在致動器方面，將分別考慮進氣口葉片角度(Inlet Guide Vane)及出口調氣閥(Throttle)等不同型式的致動器及其組合。在控制律分析設計上，考慮的控制設計有：分叉控制設計(Bifurcation Control Design)、模糊控制設計(Fuzzy Control Design)、滑模控制設計(Sliding-mode Control Design)及李亞夫亞諾全域控制設計(Lyapunov-Based Global Design)等。期望在此三年計畫中，建構出實際有效之控制器，以提昇壓縮機系統工作性能。

本年度的研究重點在於為test-bed系統模式之建立，分析系統動態特性，瞭解系統的穩定性及估測區域與全域的穩定區間，並設計擴大穩定區間的控制法則及失速控制法則。

關鍵詞：軸向壓縮機系統、系統動態特性、穩定區間、失速控制

Abstract

In the past several years, we have devoted ourselves to the study of the dynamics and the stabilization of the compression systems. Based on our previous works, we propose to extend our research work to an integrated project to cover various directions including computer simulation, controller designs, and experimental verifications. The major efforts of this sub-project are to build practical control laws for stall control and study the nonlinear dynamics of the modification and redesign of our previous work based on the experimental data from built test-bed system. These works are to be carried out from both theoretical point of view and experimental design. The actuators considered in this study include the verification of deflection angle of inlet guide vanes and throttle setting.

In the first year, we have studied the nonlinear dynamics of system and designed throttle control laws for stall prevention of the compression system. Moreover, the domain of attraction (DOA) was estimated and the control laws for expansion of DOA were also designed.

Keywords: compression systems, nonlinear dynamics, domain of attraction, stall control

二、計畫緣由與目的

軸向流壓縮機在噴射引擎及工業動力系統上，扮演不可或缺的角色。為提高其運轉工作效率，以調低出氣閥(throttle)

口大小方式來提昇儲氣室(Plenum)壓力為一直接有效方式。然而，當系統壓力漸次提昇時，將會傾向兩種不穩定運動現象：失壓及喘振。因此，如何適當地以控制方式克服軸向壓縮機在高壓運轉時的不穩定運動現象，已成為相關研究的重要課題。由於軸向壓縮機系統之氣流運動，為一複雜及高度非線性現象，精確動力分析唯賴多維偏微方程描述。此種方式，相當不利控制器之設計。在 1986 年，麻省理工的 Moore 及 Greitzer 兩位教授提出一簡化但不失精確的三維常微系統模型後，相關的系統動力分析及控制器之設計始蓬勃發展。另一方面，在實驗量測與建立上，近年來在不同感測器、致動器的建立與發展上以及相關量測技術，如：預警波和可靠控制器的實踐等，都有長足進步。

本計劃預計結合國內相關學者，針對過去我們在這方面的研究作一整合、改進。更重要的，我們在實驗驗證上，將首次建立一可準確量測、驗證的軸向壓縮機系統，預計對國內航太工業提供一定的貢獻。在此架構下，本子計劃將針對系統動態分析及控制器驗證、重新設計上，完成預定目標。

雖然我們在噴射引擎壓縮機系統之特性分析與控制方面之理論探討已累積不少研究經驗與成果。然而，我們所研究的對象是 single-stage 的壓縮機系統。另外，我們以往所作的研究仍有待進一步的驗證與探討。因此，在本研究計劃裡，除了對過去的研究作深一層的探討之外，我們也將把研究對象擴展到 multi-stage 壓縮機系統及配合實際壓縮機系統的實際驗證，以期建構實際有效之失速控制法則。

三、研究方法與成果

根據本計畫第一年的研究目標，我們依據 Moore-Greitzer 所提出之系統模式，進行系統動態特性分析，以 Lyapunov method 分析其系統穩定性，並估測區域 (local) 及全域 (global) 之穩定區間 (DOA)，對不同的壓縮機特性函數 C_{ss} ，估測系統的穩

定區間，進而研究擴大全域(global)穩定區間的控制法則與失速控制法則之設計。此一結果將在未來第二及第三年計畫中，以實際系統實驗量測所建立之系統模型及數據做為反覆驗證及改善的依據。

3.1. Moore-Greitzer 系統動態方程式

我們針對 1986 年 Moore 和 Greitzer 提出之模式[1]進行研究，此模式提供分析 stall 和 surge 現象及相關控制律設計的有效基礎，其系統動態方程式如下：

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\alpha}{\pi W} \int_0^{2\pi} C_{ss}(\dot{m}_c + WA \sin \theta) \sin \theta d\theta \quad (1)$$

$$\frac{d\dot{m}_c}{dt} = -\Delta P + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} C_{ss}(\dot{m}_c + WA \sin \theta) d\theta \quad (2)$$

$$\frac{d\Delta P}{dt} = \frac{1}{4B^2} \{\dot{m}_c - F(\gamma, \Delta P)\} \quad (3)$$

其中狀態變數 A 為橫向失壓波之波幅 (stall wave amplitude)； \dot{m}_c 為氣流質量流速； ΔP 為集氣室相對大氣之壓力差； W 、 $\alpha > 0$ 為常數； γ 為調氣閥壓力控制參數而 B 值為一正比於壓縮機轉速的系統參數[1]。另外， C_{ss} 表示壓縮機的特性函數，而調氣閥 (throttle) 函數 F 取決於 throttle 的形式及 nozzle 的面積。

3.2. 系統平衡點及穩定性分析

依據 Lyapunov method，我們將建立適當的 Lyapunov 函數，以分析系統的穩定性並用以估測系統的穩定區間。因分析之需要，我們假設壓縮機特性函數為平滑的 S 型曲線[2]及具有全域最大值 \dot{m}_c^p 的凸型 (concave) 函數。

因系統的平衡點為參數 γ 的函數，所以，我們以 $x^0(\gamma) = (0, \dot{m}_c^0(\gamma), \Delta P^0(\gamma))$ 來表示系統 (1) - (3) 的平衡點，而 \dot{m}_c^0 和 ΔP^0 應該滿足以下的方程式：

$$\dot{m}_c^0 = F(\gamma, \Delta P^0)$$

$$\Delta P^0 = C_{ss}(\dot{m}_c^0)$$

為了決定系統的穩定性，必須將系統方程式平移至系統平衡點 x^0 。令 $x_1 = A$ ， $x_2 = \dot{m}_c - \dot{m}_c^0$ ， $x_3 = \Delta P - \Delta P^0$ ，則系統 (1) - (3) 轉換為

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{\alpha}{\pi W} \int_0^{2\pi} [C_{ss}(\dot{m}_c^0 + x_2 + Wx_1 \sin \theta) \cdot \sin \theta] d\theta \quad (4)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -(\Delta P^0 + x_3) + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} C_{ss}(\dot{m}_c^0 + x_2 + Wx_1 \sin \theta) d\theta \quad (5)$$

$$\frac{dx_3}{dt} = \frac{1}{4B^2} \{ \dot{m}_c^0 + x_2 - F(\gamma^0, \Delta P^0 + x_3) \} \quad (6)$$

令 Lyapunov 候選函數 $V(x_1, x_2, x_3)$ 為

$$V = \frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)。$$

沿著系統方程式對 $V(x_1, x_2, x_3)$ 取時間的一次導數，並令 $a = \frac{2\alpha}{W^2}$ 及 $b = 4B^2 a$ ，則

$$\dot{V} = \frac{a}{2\pi} \left\{ \int_0^{2\pi} [C_{ss}(\dot{m}_c^0 + x_2 + Wx_1 \sin \theta) - C_{ss}(\dot{m}_c^0)] \cdot (x_2 + Wx_1 \sin \theta) d\theta \right. \\ \left. - a \{ [F(\gamma^0, \Delta P^0 + x_3) - F(\gamma^0, \Delta P^0)] \cdot x_3 \} \right. \quad (7)$$

由 Lyapunov direct method，我們得到下面的定理：

定理一：若由方程式 (7) 所產生的 $-\dot{V}$ 函數為區域正定函數 (l. p. d. f.)，則系統 (1) - (3) 具有漸進式穩定性 (asymptotically stable)。

3.3. 穩定性判斷與穩定區間估測

為了研究系統穩定性與穩定區間，以下就不同的壓縮機特性曲線 C_{ss} ，加以討論。就一般而言，因為 F 是嚴格遞增函數，所以存在下列的性質：

$[F(\gamma^0, \Delta P^0 + x_3) - F(\gamma^0, \Delta P^0)]x_3 \geq 0$ ，並假設 $C_{ss}(\dot{m}_c^P)$ 為函數 C_{ss} 的區域最大值。

Case 1: C_{ss} 為一凸型 (concave) 函數

C_{ss} 的凸型特性為在某區間內，存在變數 x 及 η ，使得

$$[C_{ss}(x + \eta) - C_{ss}(x)] \leq C'_{ss}(x) \cdot \eta。$$

由定理一得知，系統 (1) - (3) 的穩定條件為

$$(1) \text{ 右邊界 } (\eta > 0) : C'_{ss}(\dot{m}_c^0) \leq 0 \quad (8)$$

$$(2) \text{ 左邊界 } (\eta < 0) :$$

$$C'_{ss}(\dot{m}_c^0) \leq 0 \text{ 和 } [C_{ss}(x + \eta) - C_{ss}(x)] \geq 0 \quad (9)$$

所以我們得到下列穩定區間的條件：

定理二：若 C_{ss} 為凸型函數，則系統 (1) - (3) 存在一個穩定區間 Ω 為

$$\Omega = \{ [x_1, x_2, x_3] \mid x_3 \in R,$$

$$[C_{ss}(\dot{m}_c^0 + x_2 + Wx_1 \sin \theta) - C_{ss}(\dot{m}_c^0)] \leq C'_{ss}(\dot{m}_c^0) \cdot (x_2 + Wx_1 \sin \theta) \}。$$

Case 2: C_{ss} 為一左傾 (left tilt) 函數

左傾函數 [3] 的特性為在某區間內，存在某變數 $\eta \geq 0$ ，使得

$$\begin{cases} C_{ss}(\dot{m}_c^P + \eta) \leq C_{ss}(\dot{m}_c^P - \eta) \\ C_{ss}(\dot{m}_c^P + \eta) \leq C_{ss}(\dot{m}_c^0) \text{ for all } \dot{m}_c^0 \geq \dot{m}_c^P。 \end{cases}$$

由定理一得知，系統 (1) - (3) 的穩定條件為

$$\eta = x_2 + Wx_1 \sin \theta \geq 0 \quad (10)$$

所以我們得到下列穩定區間的條件：

定理三：若 C_{ss} 為左傾函數，則系統 (1) - (3) 存在一個穩定區間 Ω 為

$$\Omega = \{ [x_1, x_2, x_3] \mid$$

$$\eta = x_2 + Wx_1 \sin \theta \geq 0, x_3 \in R \}。$$

Case 3: C_{ss} 為一連續函數

若 C_{ss} 為連續函數，由定理一得知，假設存在某變數 $\eta > 0$ 對所有 $\dot{m}_c^0 \geq \dot{m}_c^P$ 且 C_{ss} 為一嚴格遞減函數，也就是

$$[C_{ss}(x + \eta) - C_{ss}(x)] \eta \leq 0 \quad (11)$$

則系統 (1) - (3) 的穩定條件為

$$\eta = x_2 + Wx_1 \sin \theta \geq 0。$$

所以我們得到下列穩定區間的條件：

定理四：若 C_{ss} 為連續函數，則系統 (1) - (3) 存在一個穩定區間 Ω 為

$$\Omega = \{ [x_1, x_2, x_3] \mid \eta = x_2 + Wx_1 \sin \theta \geq 0$$

$$\dot{m}_c^0 + x_2 + Wx_1 \geq \dot{m}_c^P, x_3 \in R \}。$$

3.4. 實例驗證

(一) 三次特性函數 C_{ss} ：

典型的壓縮機特性曲線為多次方程式，其中

$$C_{ss}(\dot{m}_c) = 1.56 + 1.5(\dot{m}_c - 1) - 0.5(\dot{m}_c - 1)^3$$

為一種適合的三次特性曲線 [4]，而系統平衡點為特性曲線 C_{ss} 與調節閥函數 F 的交點 (圖一所示)。

由圖一知，當 $\dot{m}_c \geq 0$ ， C_{ss} 的最大值發

生於 $\dot{m}_c^P = 2$ ，應用定理二估測系統的穩定區間的條件為

(1) 右邊界：

$$\begin{cases} \eta = x_2 + Wx_1 \sin \theta > 0 \\ \dot{m}_c^0 \geq \dot{m}_c^P = 2 \end{cases} \quad (12)$$

(2) 左邊界：

$$\begin{cases} \eta = x_2 + Wx_1 \sin \theta < 0 \\ (\eta^2 + 3\eta\dot{m}_c + 3\dot{m}_c^0{}^2 - 3\eta - 6\dot{m}_c^0) > 0 \end{cases} \quad (13)$$

【例一】對 $W = 1$ 且 $\dot{m}_c^0 = 2.5$ ($\gamma = 1.72$) 的系統，則穩定區間的條件成為：

(1) 右邊界： $x_2 + x_1 \sin \theta > 0$

(2) 左邊界： $-1.1 < x_2 + x_1 \sin \theta < 0$

因此，我們可估測此平衡點的穩定區間 (DOA)，如圖二所示，其中陰影部分表示所估測的穩定區間。

【例二】對 $W = 1$ 且 $\dot{m}_c^0 = 2.15$ ($\gamma = 1.35$) 的系統，則穩定區間的條件成為：

(1) 右邊界： $x_2 + x_1 \sin \theta > 0$

(2) 左邊界： $\begin{cases} -0.3 < x_2 + x_1 \sin \theta < 0 \\ x_2 + x_1 \sin \theta < -3.14 \end{cases}$

則其估所測的穩定區間 (DOA)，如圖三所示，其中陰影部分表示所估測的穩定區間；而圖四中，軌跡 (1) 證明在穩定區間內的系統變動可收斂至系統平衡點，另外，不在穩定區間內的軌跡 (2)，則收斂至系統因分叉現象 (bifurcation) 所產生的另一個穩定平衡點。

由以上兩個實例，可證明穩定區間的估測條件 (12) 和 (13)，可以有效地用來估測系統的穩定區間。

(二) n 次 Lawson Harris 特性函數 C_{ss} ：

Harris 和 Spang 提出奇次多項式軸對稱壓縮機特性曲線 [5]

$$C_{ss}(\dot{m}_c) = \Psi_{c0} + H \left[1 + \frac{2n+1}{2n} (\dot{m}_c - 1) - \frac{1}{2n} (\dot{m}_c - 1)^{2n+1} \right]$$

其中， n 為正整數。

應用定理二估測系統的穩定區間的條件為

(1) 右邊界：

$$\begin{cases} \eta = x_2 + Wx_1 \sin \theta > 0 \\ [1 - (\dot{m}_c - 1)^{2n}] < 0 \end{cases}$$

(2) 左邊界：

$$\begin{cases} \eta = x_2 + Wx_1 \sin \theta < 0 \\ \left[(2n+1) - \sum_{i=0}^{2n} (\eta + \dot{m}_c - 1)^{2n-i} (\dot{m}_c - 1)^i \right] < 0 \end{cases}$$

令 $n=1$ ，可證明實例 (一) 為本實例的一個特殊狀況。所以，以上兩個條件可用以有效地估測一般系統的穩定區間。

3.5. 控制法則之設計

我們已成功應用漸步法 (Back-stepping) 設計在 Moore 和 Greitzer 的三階常微系統模式上，以得到一有效的全域 (global) 穩定控制律。其採用的致動器有氣流注射及出口調氣閥等，並發表於 *Int. J. Systems Science*, 1998 [6]；未來，將應用在實際系統上，作適當修正；在實際應用上，所可能碰上的不確定性問題及其他可用致動器如進氣口葉片等，亦將一併考量。另外，我們也應用模糊控制 (fuzzy control) 來設計消除失壓波控制器，亦發表於 *Journal of Control Systems and Technology*, 1998 [3]；未來，將考慮結合類神經等人工智慧設計應用在實際系統上。

四、結果與討論

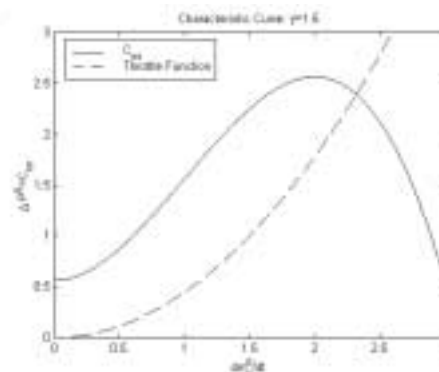
本計畫有效地利用 Lyapunov direct method，判斷系統的穩定性，並進一步應用穩定條件來估測系統的穩定區間 (DOA)，得到相當具體地估測條件，這些條件為一般的解析形式，可適用於所有形式的壓縮機特性 C_{ss} ，對於全域穩定控制律及非線性控制器的設計具有相當地實用性，利用實例的驗證，證明這些估測條件可以有效地求得實際的穩定區間。進而，我們已設計相關可行的控制法則，以用來擴大系統的穩定區間及控制失速現象，並結合相關的子計畫作實驗的驗證，評估其實用性，以期增進引擎的工作效率。

五、計畫成果自評

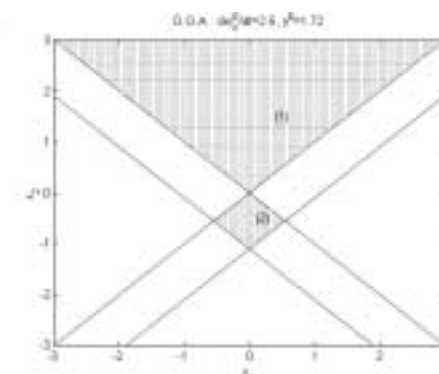
本計畫已完成 Moore-Greitzer 三階系統模式的動態特性分析，利用 Lyapunov direct method 瞭解系統的穩定性及估測區域與全域的穩定區間，就不同的特性曲線 C_{ss} ，估測其相對的穩定區間，並已完成擴大穩定區間及失速現象的控制法則，所以，就本計畫的工作項目而言，目前所獲得的初步研究成果相當符合本計畫預期的研究成果，相信可以為後兩年的研究計畫奠定良好的基礎。本計畫的部分成果已投稿於 ASME J. Dynamic System[7]及 2000 年自動控制研討[8]，待所設計的控制法則經實驗驗證後，將整理相關的研究成果，投稿於相關的國際知名期刊。

六、參考文獻

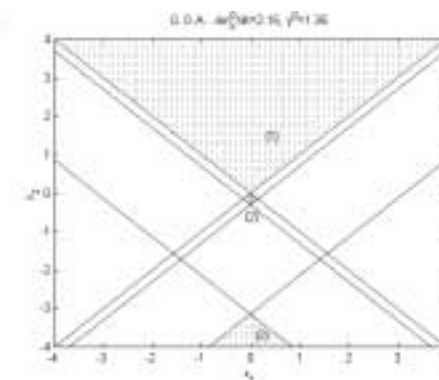
- [1] Moore, F.K., and Greitzer, E.M., "A theory of post-stall transients in axial compression systems: Part I--Development of equations," *ASME J. Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 108, 1986, pp.68-76.
- [2] McCaughan, F.E., "Application of bifurcation theory to axial flow compressor instability," *ASME J. Turbomachinery*, Vol. 111, 1990, pp. 426-433.
- [3] D.-C Liaw and J.-T Huang, "Fuzzy control for stall recovery of axial-flow compressor dynamics," *Journal of Control Systems and Technology*, Vol. 4, No. 3, 1998.
- [4] D.-C Liaw and E. H. Abed, "Active control of compressor stall inception: a bifurcation-theoretic approach," *Automatica*, Vol. 32, pp. 109-115, 1996.
- [5] Harris, L.P., and Spang, H.A., "Compressor modeling and active control of stall/surge," *Proc. 1991 IEEE American Control Conference*, Boston, 1991, pp. 2392-2397.
- [6] D.-C Liaw and J.-T Huang, "Global stabilization of axial compressors using nonlinear cancellation and backstepping designs," *International Journal of Systems Science*, Vol. 29, No. 12, 1998, pp. 1345-1361.
- [7] D.-C Liaw and J.-T Huang, "Robust stabilization of axial-flow dynamics via Sliding-Mode Designs," submitted to *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, July, 1998.
- [8] D.-C Liaw and C.-C. Song, "A Lyapunov function for axial flow compressor dynamics," submitted to 2000 年自動控制研討會, October, 1999.



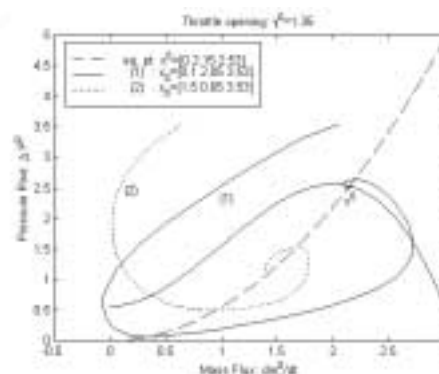
圖一、特性曲線 C_{ss} 與調節閥函數 F



圖二、【例一】所估測的穩定區間



圖三、【例二】所估測的穩定區間



圖四、系統變動的相位平面軌跡