

平行計算於地下水序率最佳規劃模式之應用(II)

計畫編號: NSC 88-2611-E-009-040

執行期間: 87 年 8 月 1 日至 88 年 7 月 31 日

主持人: 張良正(國立交通大學土木工程系副教授)

摘要

本研究利用動態控制理論與遺傳演算法來考慮地下水之管理營運規劃模式，其目標函數包含鑿井成本與營運成本。由於水井之鑿井成本為一離散型態，因此梯度型(gradient-base)之演算法一般皆不容易處理，而遺傳演算法因可利用二進位編碼的方式來處理水井之鑿井成本，故本研究利用遺傳演算法來決定最佳之水井位置與數量，在遺傳演算法中每一條基因即代表一組可能設井之位置與數量。當水井之位置與數量決定後，即可採用動態控制理論來求得此組基因對應之操作成本，而水位與每一水井之抽水量即為動態控制理論之決定變數。根據本研究之結果，水井之設置成本對於地下水之管理規劃具有很大的影響，因此應將水井之設置成本整合於地下水之管理規劃模式中，且本研究所提出之方法亦具有空間蒐尋最佳井位之特性，此點有別於過去之研究結果。

Abstract

This study utilizes dynamic optimal control and Genetic Algorithms(GAs) to solve a groundwater management problem considering the fixed costs and the operating costs. Because of the discrete property, the gradient-based algorithms are difficult to solve a problem with fixed costs such as the installation costs of wells. The Genetic Algorithms used here is to determine the number and locations of pumping wells which are the decision variable of GAs. In GAs, one chromosome represents a possible number and locations of pumping well. When the pumping wells are determined, the fixed cost can be determined. The operating cost will be evaluated by used the dynamic optimal control in which the hydraulic head and pumping rate are the decision variable. According to this

study, the fixed costs of drilling well have great impact on groundwater management design even though the fixed costs are relatively small. This work demonstrates that fixed costs of drilling well may significantly impact a groundwater management system and these fixed costs should be explicitly incorporated into a groundwater management model.

一、計畫緣由與目的

地下水為一非常重要之天然資源，我們可視它為一地下水库，所以它可提供多樣的水源如飲用水、植物生長、工業用水等。由於地下水的重要性，因此如何保護地下水資源達到永續利用的目的一直是許多學者努力的目標(Mckinney and Lin, 1995; Culver and Shoemaker, 1998; Yeh, W. W-G, 1992)。對於地下水之水量與水力規劃模式有許多方法可資利用，如力性規劃、非力性規劃(Maddock, 1972)、混和整數與非力性規劃與遺傳演算法等(Mckinney and Lin, 1995)，而對於地下水之整治問題，動態規劃由於其抽水策略可隨時改變，已經證明其結果優於穩態(steady-state)模式之結果(Chang et al. 1992; Culver and Shoemaker 1992)。而對於水量之管理模式，由於地下水位會隨季節變化，方配合地表水源之時變抽水策略在管理上有其使用上的意義。過去對於地下水管理之問題鮮有考慮設井成本，然而 Mckinney and Lin(1995)為文提及不考慮水井設置成本之結果如下及In the design of optimal aquifer remediation system, this simplification is often lead to designs that rely on a large number of wells pumping at small rates over long time periods. 因此為避免上述問題考慮水井之設置成本有其必要性。因此，本研究乃整合限制型微分動態規劃(CDDP)與遺傳演算法(GAs)以發展一地下

地下水之管理營運模式，其中 DDP 已展證明可有效的減鮮問題之維度與計算效率(Jones et al. 1987)，而 GAs 為一強健的演算法，它可在問題的解空間做搜尋，並可具有提供整體最佳解之能力，本研究利用它來考慮水井之設置成本。

二、地下水管理模式

本研究之焦點將集中於地下水管理問題中之水井設置成本與操作成本之最佳化上。為說明此一模式，考慮一二維均力、等向、拘限含水層，其控制方程式可表示如下及

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \sum_{i \in \Omega} u_i \delta(x_i, y_i) = S \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1)$$

其中 h 為水位， T_{xx} 與 T_{yy} 流通係數， Ω 為含水層中可設井之區域， S 為域水係數， $\delta(x_i, y_i)$ 為位於 (x_i, y_i) 之 δ 函數。方程式(1)受限於適合之邊界與初始條件，本研究採用 ISOQUA(Pinder, 1978) 來模擬此一地下水之水流問題。ISOQUA 是採用有限元素法與隱式有限隱分的方式來模擬(1)式，其結果可表示成及

$$h_{t+1} = Fh_t + Gu_t + z \quad (\text{隱})$$

方程式(隱)為一力性方程式，並可應用於最佳化模式中而成爲系統之轉換函數。其中 F 為 $n \times n$ 矩陣， G 為 $n \times m$ 矩陣， z 為 n 維向量。本研究所採用之方法是利用陣陣之二進位編碼方式來選擇水井之設置位置，即將空間中可設井之位置以一條基因來表示，在一條基因中，若其值爲 1 則表示該位置需要設井，若爲 0 則表示不設井。若已經產生了一條基因，則其了對之水井設置成本即可求出，且其操作成本可利用 CDDP 求得。因此本優選模式可表示成及

$$\min J = c_1 L^T L |_{i \in \Omega} + \sum_{i=1}^N (9.81 c_2 \Delta t) u_i (L_i - h_{t+1}) |_{i \in \Omega} \quad (D)$$

subject to,

$$h_{t+1} = Fh_t + G u_t |_{i \in \Omega} + z, \quad (o)$$

$$h_{t+1} \geq h_{\min}, \quad (o)$$

$$L_i u_i |_{i \in \Omega} \geq d_i, \quad (o)$$

$$u_{\min} |_{i \in \Omega} \leq u_i |_{i \in \Omega} \leq u_{\max} |_{i \in \Omega}, \quad (7)$$

$$t = 1, 2, \dots, N \quad (8)$$

其中 i 代表一條基因，係數 c_1 為水井之設置成本， $9.81 c_2 \Delta t$ 為將抽水之能量轉換成 o ， Δt 為 ISOQUA 中對時間隱分所採用的時間間隔。由方程式(D)或(8)所形成之問題可採用 CDDP 來求解，基本上 CDDP 包含兩大步驟，即後掃過程與前掃過程。

後掃過程

後掃過程前要目的是求得最佳控制法則，由於本研究包含有限制條件，因此二前規劃應用於後掃之每一個階段。在後掃過程中本研究設 $\Delta t = 0$ ，既然如此，當演算法階段於最佳解時其 $\Delta t = 0$ 。由後掃過程所得之最佳控制法則可表示如下及

$$\Delta u_i = \alpha_i + \beta_i \Delta x_i \quad (9)$$

式(9)可以代入目標函數中，而形成累積目標函數(co 陣列 to 積 function)，以積前掃求積最佳目標函數值。

隱前掃過程

前掃過程前要目的是求得最佳目標函數值與最佳控制變數值，積後掃過程，二前規劃積應用於每一個階段，所不積者爲前掃過程之 Δt 為已知。有關 CDDP 之理論可參閱(蕭等 1997, 1998 蕭)。

遺傳演算法

遺傳演算法是模仿自然界演化(Natural Evolution)過程的一種演算法，其觀念源自達文西演化論中之“物競天擇、適者生存”的存理。基本的遺傳演算法包含下列幾個步驟，有關遺傳演算法可參閱(Older 1989 蕭)。

1. 將問題的變數編碼幾

2. 產生初始幾集

3. 計算目標函數值

4. 計算適應度

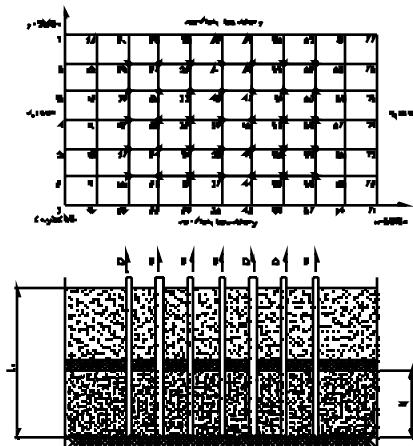
5. 複製(Reproduction) & 選擇(Selection)

6. 基因交換(Crossover) & 重組(Recopbination)

7. 變異

三、模式驗證

為說明本優選模式之優點與效率，本研究改 C 驗 n 幾 et al 前 (199) 所採用的地下水水流區域作為模式之範例。此為一二維拘限、均力、等向含水層如例 1 前其含水層特性如表一所示。此水流區域為 $3,000 \times 5,000$ p 展例成 77 的節點，總共有 Do 個可設井位。其中 \bullet 即表示可設井之位置。



例 1 前共化之地下水水流區域
表 1 前含水層參數表

參數	值
Hydraulic conductivity	$4.31 \times 10^{-4} \text{ m/s}$
Storage coefficient	10^{-4}
Porosity	0.35
Aquifer thickness, b	50m
L_*	120m

D 前 共例一

第一個例子，前要說明在不考慮抽水井之設井成本時，應用本優選模式所得結果。本例子所採用的時間間。為 91 前 天，而總共的規劃時間有 9 子。本優選模式所得之結果具有空間搜尋最佳井位之特性，因為每一條染色體皆代表空間可設井之位置。然而如此之編碼方式，在演算的過程中可能會出色染色體中可設井位無法滿足供水需求(因水位有一下限)，即此一染色體為無解之情況。對於此一問題本研究首先判斷 塵 塘 中之每一條染色體之最大出水量，若最大出水量大於供水需求，則此一染色體有解，若不能滿足供

水需求，則將此一染色體對應之目標函數斷予一很小的值，如此當進行至下一代時，此一染色體即可能展排出於人口池中 (population pool)。其處理之方式如下及

$$\max_{u_i^i|_{i \in \Omega}} z = l^T u_i \quad (1\text{需})$$

陣 object to,

$$h_{i+1} = Fh_i + G^i u_i^i|_{i \in \Omega} + z, \quad (1\text{隱})$$

$$h_{i+1} \geq h_{min}, \quad (1\text{隱})$$

$$u_{min}^i|_{i \in \Omega} \leq u_i^i|_{i \in \Omega} \leq u_{max}^i|_{i \in \Omega}, \quad (1D)$$

當 $l^T u_i$ 大於 d_i 時，則應用非力性規劃求初始池跡如下，否則將此一染色體排除。

$$\max_{u_i^i|_{i \in \Omega}} z_2 = (h_{i+1} - L_*)^2 \quad (1o)$$

陣 object to,

$$h_{i+1} = Fh_i + G^i u_i^i|_{i \in \Omega} + z, \quad (1o)$$

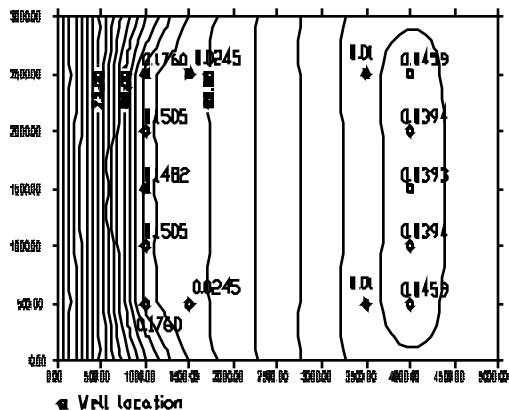
$$h_{i+1} \geq h_{min}, \quad (1o)$$

$$l^T u_i^i|_{i \in \Omega} \geq d_i, \quad (17)$$

$$u_{min}^i|_{i \in \Omega} \leq u_i^i|_{i \in \Omega} \leq u_{max}^i|_{i \in \Omega}, \quad (18)$$

$$t = 1, 2, \dots, N \quad (19)$$

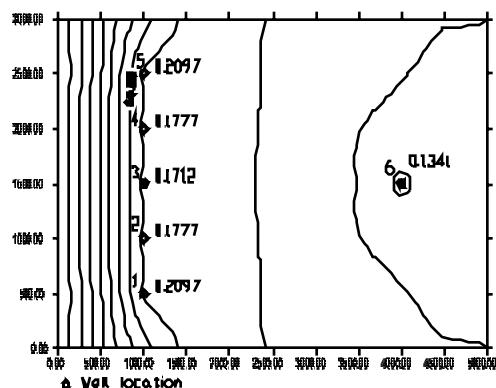
經由上述方式即可判斷染色體是否有解，亦可求得對應之初始池跡。在 塘 塘 之演算過程中，本共例採用每一代有 1 塘 條染色體，複製率與 p 變率除採用 1 前 前 總共 run 了 100 代模式段段，總目標函數值為 N 前 8 前 百萬，總共設了 10 口井。第一個階段之最佳水位與 10 口井之抽水率如例 1 所示。



例 A 第一階段時之最佳水位、設井位置、數量與每一口井之抽水率（考慮水井之設置成本）

D前共例二

共例二前要考量水井之設置成本與抽水成本，用以說明設置成本對地下水管理營運之影響。首先設每一口井之鑿井成本為 c_1 N除0.0001⁻¹，而每一口井之總設置成本，與其所鑿之深度有關。本研究設每一口井之鑿井深度皆為 10m，而其最佳化之條件與共例一了積。例 D 為共例二之最佳化結果。其水位之分數與抽水量為第一階段之情形。



例 D 第一階段時之最佳水位、設井位置、數量與每一口井之抽水率（考慮水井之設置成本）

當模式段時之最佳目標函數值為 N除8前7百萬，其中水井之設置成本為 N除0.0001⁻¹ 百萬，操作成本為 N除8前8百萬，比較例 A 與例 D 可發色，水井之設置數量由 10 口減為 6 口，而且水井之設置位置與水位之分數不積，因此水井之設置成本之考量對於地下水之管理營運具有非常大的影響。

較、結論

由過去學者之研究結論，對於水量 p 水力之管理模式皆在已知水井位置之條件下，採用力性規劃、非力性規劃、微分動態規劃 (Aquado and Repetton, 1970, Murta and Saunder 1987, Mone et al. 1987) 等模式來提供最佳之抽水策略，而這些方法亦證明非常具有效率。然而當遭遇水量之規劃問題時，一位決策者需要決定何處需要設井，而每一口井要如何抽水，遇可達到最佳的成本與效率時，由於設井成本為一離散問題，上述之方法即非常困難來考慮此項要求，例如採用處項函數 (McKinney and Lin, 1990)、 p 使用混和整數規劃與非力性規劃 (McKinney and Lin, 1990) 來考慮設井成本。子來，由於具有蒐尋整體最佳解演算法之發展，如遺傳演算法 (Genetic Algorithm, McKinney and Lin, 1990)、模 8 退火 (Simulated Annealing, 1998)、tabu 陣列 (Tabu Search, 1998) 之發展使得考慮設井成本變得較為容易。由於陣列採用二進位編碼之方式可容易的考慮設井成本，且亦有利用陣列來考量時變的抽水問題 (Fan et al., 1998)，然利用陣列考量時變抽水問題時其計算量非常大，因此本研究乃整合遺傳演算法與限制型微分動態規劃法 (CDDP)，利用陣列來考慮設井成本，CDDP 來求解最佳抽水量，結合此兩種方法之優點，使得本研究所提之方法具有空間搜尋最佳井位之能力，亦可提供最佳抽水策略，使得水量之管理模式更趨於趨整。

參考文獻

- 蕭金財、張良正、許鈺珍，「應用序率最佳控制於水庫系統之優選操作」，中國土木水利工程學刊，第 9 刊第 3 刊，pp. 449-457 (1997)
- 蕭金財、張良正，「多目標水庫序率最佳操作模式之建立與應用」，台灣水利，第 46 刊第 1 刊，pp. 72-83 (1997)
- 蕭金財，「序率最佳控制理論應用於水庫系統之優選操作」，碩士論文，p 大土木

研究所，1994

4. 許鈺珍，「 行演算於多水庫系統序率最佳操作之應用」，碩士論文，p 大土木研究所，1994
5. Murray, D. M. and Yakowitz, S., ``Constrained Differential Dynamic Programming and Its Application to Multireservoir Control'', *Water Resour. Res.*, 15(5), pp. 1017-1027, (1979)
6. Chang, L. C., "Optimal Time-Varying Pumping Rate for Groundwater Remediation: Application of a Constrained Optimal Control Algorithm ", *Water Resour. Res.*, Vol.28, No.12, pp.3157-3173, (1992)
7. Chang, Liang-Cheng, `` Application of Constrained Optimal Control Algorithms to Groundwater Remediation", Ph. D. Dissertation, Univ. of Cornell, (1990) .
8. McKinney, D. C. and Lin, M. D. (1995), "Approximate mixed-integer nonlinear programming methods for optimal aquifer remediation design," *Water Resour. Res.*, 31(3), 731-740.
9. Goldberg, D. E. (1989), *Genetic Algorithm in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison-Wesley, Reading, Mass.
10. Pinder, G. F. (1978), "Galerkin finite element models for aquifer simulation." Rep. 78-WR-5, Dep. of Civ. Eng., Princeton Univ., Princeton, N. J.