

# 精簡報告

## 離心調速器的規則與渾沌動力分析

### Regular and Chaotic Dynamics of a Fly-ball Governor

計畫編號 : NSC 87-2212-E-009-019

執行期限 : 86 年 8 月 1 日至 87 年 7 月 31 日

主 持 人：戈正銘

國立交通大學機械系教授

共同主持人：無

一、中文摘要 (關鍵詞：離心調速器，  
動力分析，李雅普諾夫  
穩定性，分歧，渾沌，內  
插包映射)

本報告對一離心調速器之簡化模型在其轉速有一簡諧波動時所產生之動態行為作詳細的分析。此系統為一帶有阻尼之參數激勵非線性系統。藉由快速迦爾金程序之諧波平衡法，分析系統之周期吸引子的穩定性及其分歧行為。此非線性系統之響應藉由時間響應，相平面軌跡及龐加萊映射來描述。由不同數值分析技巧，如功率譜法，李雅普諾夫指數及李雅普諾夫維度可觀察其規則與渾沌行為。由李雅普諾夫直接法可求得系統平衡點的穩定條件，且由多尺度法求得系統主參數共振時的穩定範圍。

最後，系統之周期吸引子及奇異吸引子之吸引區可由戈正銘及李三祈所得之改良式內插胞映射法[10]求得。本報告不僅可提供日後設計時的根據，而其研究也具有本身的學術價值。

研究的重點為：

1. 採用拉格朗日運動方程導出離心調速器的非線性運動微分方程；藉由快訴迦爾金程序之諧波平衡法，分析系統之周期吸引子的穩定性及其分歧行為。
2. 採用李雅普諾夫直接法研究系統平衡點的穩定條件。
3. 採用多尺度法求得系統主參數共振時的穩定範圍。
4. 對系統的運動作數值模擬以驗證理論分析的結果，並進一步利用龐加萊截面法，分析理論，李雅普諾夫指數和李雅普諾夫維度等來描述系統的分歧與渾沌行為。
5. 以內插胞映射對系統做全局分析，從而求得系統之周期吸引子及奇異吸引子之吸引區。

英 文 摘 要 (Keywords: Fly-ball Governor, Dynamic Analysis, Lyapunov Stability, Bifurcation, Chaotic Motion, Interpolated Cell Mapping Method.)

The dynamics of a simplified model of a fly-ball speed governor undergoing a harmonic variation about its rotating speed are studied in this report. This system is a nonlinear damped system subjected to parametric excitation. The harmonic balance method with fast Galerkin procedure is applied to analyze the stability of period attractors and the behavior of bifurcations. The time evolution of the response of the nonlinear dynamical system are described by time history, phase portraits and Poincare maps. The regular and chaotic behaviors are observed by various numerical techniques such as power spectra, Lyapunov exponents and Lyapunov dimension. Lyapunov direct method is also applied to obtain conditions for the stability of the equilibrium point of the system. The multiple scales method is used to study the stable conditions when system is in the case of principal parametric resonance.

Finally, the domains of attraction of the periodic and strange attractors of the system are located by applying the Modified interpolated cell mapping (MICM) method, given by Ge and Lee[10]. Besides we must point out that this project gives not only a theoretical basis for practical design but also presents academic interest by itself.

The main parts of our study are:

1. By applying Lagrange equations of

motion, derive the nonlinear differential equations of motion for the system.

2. Using Lyapunov's direct method (second method), give the stability analysis of the motion of the system.
3. The multiple scales method is used to study the stable conditions when the system is in the case of principal parametric resonance.
4. Give the numerical simulation for the system to verify the above theoretical analysis, and further to study the geometry of behavior of the bifurcation and chaos by Poincare mapping, bifurcation theory, Lyapunov exponents.
5. The domains of attraction of the periodic and strange attractors of the system are located by applying the modified interpolated cell mapping (MICM) method.

## 二、計畫緣由與目的

緣由：

離心調速器是旋轉機械主要的控制元件，其動力行為對機構本身有較大的影響，所以必須加以詳細的研究。另外最近十幾年來，在非線性動力學中，吾人發現渾沌性態對固體力學和機械工程具有重大的意義，因為一個渾沌系統將造成對疲勞壽命預測困難，對具有渾沌性態的普通數值模擬不能反映其本質。本計劃擬採非線性微分方程來描述系統的運動，加以詳細的動力分析，並考慮系統參數變化時，系統分歧與渾沌現象之數值模擬，其結果作為設計時的根據將較傳統動力分析更為可靠。

目的:

將對裝置於旋轉機械上的離心調速器作詳細的動力分析，以期其結果作為設計時之根據。研究本身的學術價值也具有獨特意義。利用拉格朗日運動方程導出系統之非線性運動微分方程。藉由快速迦爾金程序之諧波平衡法，分析系統之周期吸引子的穩定性及其分歧行為和採用李雅普諾夫直接法及多尺度理論對系統運動作穩定性分析。最後利用數值模擬以驗證理論分析結果，並描述系統的分歧與渾沌行為。

### 三、研究方法及成果

研究方法:

1. 採用拉格朗日運動方程導出離心調速器的非線性運動的微分方程；藉由快速迦爾金程序之諧波平衡法，分析系統之周期吸引子的穩定性及其分歧行為。
2. 採用李雅普諾夫直接法研究系統平衡點的穩定條件。
3. 採用多尺度法求得系統主參數共振時的穩定範圍。
4. 對系統的運動作數值的模擬以驗證理論分析的結果，並進一步利用龐加萊截面法，分析理論，李雅普諾夫指數等來描述系統的分歧與渾沌行為。
5. 以改良式內插胞映射法對系統做全局分析，而求得系統之周期吸引子及奇異吸引子之吸引區。

成果:

1. 摘要中所列研究重點皆獲得預期結果。
2. 所得結果可對離心調速器的設計提

供理論的依據。

3. 所得的結果具本身的學術價值。
4. 培養研究生科學研究能力。

### 四. 結論與討論

本報告對離心調速器之簡化模型之規則與渾沌動力行為作出詳細的分析。對設計離心調速器有指導意義，就動力學理論而言亦有所豐富。在簡化模型中由於未考慮連桿與套管之質量故所及之動力學方程(拉格朗日方程)不夠完備。值得進一步加以研究，以期得到更精確動力方程所反映之規則與渾沌動力行為，從而加以控制，以符合吾人之需求。

參考文獻:

1. Moon, F. C., "Chaotic and Fractal Dynamics," New York, John Wiley & Sons, 1992.
2. Guckenheimer, J. and Holmes, P., "Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vectors Fields," New York, Springer-Verlag, 1983.
3. Wiggins, S., "Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos," New York, Springer-Verlag, 1990.
4. Nayfeh, A. H. and Balachandran B., "Applied Nonlinear Dynamics," New York, John Wiley & Sons, 1995.
5. Ge, Z. M. and Chen, H. K., "Stability and Chaotic Motions of a Symmetric Heavy Gyroscope," Japanese Journal of Applied Physics, Vol. 35, 1996.

6. Ge, Z. M. and Chen, H. H., "Bifurcation and Chaos in Rate Gyro with Harmonic Excitation," Journal of Sound and Vibration, Vol. 194, No.1, 1996.
7. Zheng-Ming Ge, H.-K. Chen and H.-H. Chen, "The Regular and Chaotic Motions of a Symmetric Heavy Gyroscope with Harmonic Excitation", Journal of Sound and Vibration, Vol. 198, No.2, 1996.
8. Zheng-Ming, Ge and Heng-Hui, Chen, "Bifurcations and Chaotic Motions in a Rate Gyro with Sinsoidal Velocity about Spin Axis", Journal of Sound and Vibration, Vol. 200, No. 2 1997.
9. Ge Z. M. and Chen H.-H., "Double Degeneracy and Chaos in a Rate Gyro with Feedback Control", Journal of Sound and Vibration, 1998.
10. Ge Z.-M. and Lee S.-C., "A Modified Interpolated Cell Mapping ", Journal of Sound and Vibration, Vol. 199, No. 2, 1997.