

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

機電工程模組化實驗系統之研製與教學改進計畫 - 子計畫五：
精密運動控制之模組整合關鍵技術之研究

計畫編號：NSC 87-2512-S-009 -009 -EE

執行期限：86年8月1日至87年7月31日

主持人：徐保羅 國立交通大學 電機及控制工程學系

一、中文摘要

本計畫之目的在於說明精密運動控制之原理，並建立精密運動控制的實驗模組與教材。由此成果，可使學生與實際操作人員經由教學與實驗，瞭解運動控制的關鍵原理。本研究針對 DDA 及人機介面發展出兩個實驗，對相關的教學，可幫助學生深入瞭解其原理與應用。

關鍵詞：插值器，人機介面

Abstract

The goal of this project is to explain the fundamental ideas of precision motion control and set up the experimental modules. From these results, students or operators can learn the core techniques of motion control through two developed experimental setup.

Keywords : interpolator, DDA, man-machine interface.

二、計畫目的：

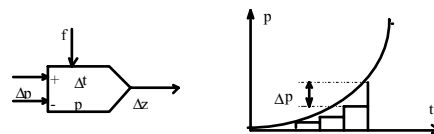
本計畫是為「機電整合模組化教學改進計畫」之子計畫。本計畫著重於讓使用者瞭解 (1) 插值器 (2) 人機介面，經由這兩個

單元實驗後，使用者能較深入瞭解精密運動控制系統之基本動作原理。並瞭解插值器在精密運動控制上的重要性。

人機介面的部份，是以程式模擬 CNC 工具機的控制方式，以程式將已編寫完成的 G-M 命令在電腦中執行，並可在螢幕上繪出刀具的運動情形。

三、DDA 原理

DDA 的動作原理如下 (Koren, 1983)



圖一、DDA 的基本原理圖

如圖一所示，

$$z(t) = \int_0^t p dt \cong \sum_{i=1}^k p_i \Delta t \quad (1)$$

當時間 $t = k \Delta t$ 時

$$\begin{aligned} z_k &= \sum_{i=1}^{k-1} p_i \Delta t + p_k \Delta t \\ &= z_{k-1} + \Delta z_k \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $\Delta z_k = p_k \Delta t$

同樣的也可將 p_k 寫為

$$p_k = p_{k-1} \pm \Delta p_k \quad (3)$$

則 Δp 與 Δt 必須為 0 或 1，當 p 被儲存在 n-bit

計數器時，需滿足

$$\frac{p_k}{2^n} < 1 \quad (4)$$

當增加量 p ，儲存於 n -bit，即最大值為 q 的計數器時

$$\frac{q_{k-1} + p_k}{\Delta t} = q_k \quad (5)$$

在二進制情形下 Δt 必為 0 或 1，可改寫成

$$\Delta t_k = 2^{-n} p_k = C p_k \Delta t \quad (6)$$

直線插值器

如圖二所示，DDA3 中，輸入為頻率 f ， $p = FRN$ ， FRN 定義為

$$FRN = 10 \frac{V}{L} \quad (7)$$

其中

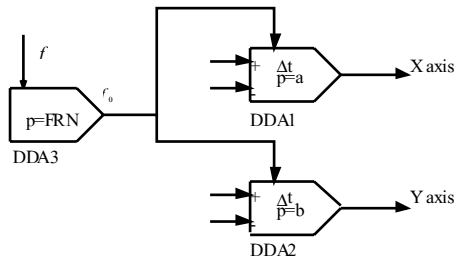
$$L = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (8)$$

DDA3 之輸出 f_0 可寫為：

$$\begin{aligned} f_0 &= C \times FRN \\ &= \frac{f}{2^m} \cdot \frac{10V}{L} \end{aligned} \quad (9)$$

將 f_0 連接到 DDA1 與 DDA2 做為輸入，則各軸之速度

$$\begin{aligned} V_x &= \frac{\Delta x_1}{\Delta t} = Ca \\ V_y &= \frac{\Delta x_2}{\Delta t} = Cb \end{aligned} \quad (10)$$



圖二、直線插值器 DDA

圓弧運動

假設有一圓滿足下面關係式

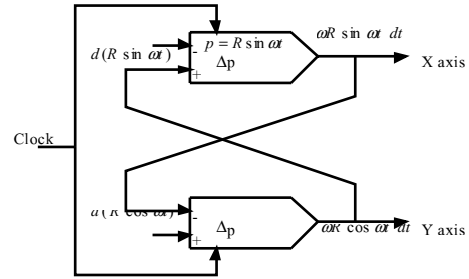
$$(X - R)^2 + Y^2 = R^2 \quad (11.)$$

其中 R 為圓弧半徑，可將 X 、 Y 關係式寫為：

$$\begin{aligned} X &= R(1 - \cos \alpha t) \\ Y &= R \sin \alpha t \end{aligned} \quad (12)$$

對時間取微分可得，其速度關係式：

$$\begin{aligned} dX &= \omega R \sin \alpha t dt = -d(R \cos \alpha t) \\ dY &= \omega R \cos \alpha t dt = d(R \sin \alpha t) \end{aligned} \quad (13)$$



圖三、圓弧插值器 DDA

則 DDA 之輸出可表示為：

$$\begin{aligned} \Delta x_x &= CR \sin \omega t dt \\ \Delta x_y &= CR \cos \omega t dt \end{aligned} \quad (14)$$

在加法器中， p 每次的增加量各別為：

$$\begin{aligned} \Delta p_x &= d(R \sin \omega t) \\ -\Delta p_y &= -d(R \cos \omega t) \end{aligned} \quad (15)$$

在圓弧運動中

$$FRN = 10 \frac{V}{R} \quad (16)$$

其中 V 為圓周運動之切線速度，其單位為 (BLUs/分鐘)， R 為圓周運動之半徑，單位為 (BLUs)，可得

$$f_0 = \frac{10Vf}{2^m R} \quad (17)$$

其中 m 為 DDA3 中加法器的 bit 數。將 f_0 接到 DDA1 與 DDA2 做為 Clock 的 input，可

得 X、Y 軸各別速度，單位為 (BLUs/秒)

$$\begin{aligned} V_y &= \frac{\Delta z_1}{\Delta t} = CR \cos \alpha t \\ V_x &= \frac{\Delta z_2}{\Delta t} = CR \sin \alpha t \end{aligned} \quad (18.)$$

加減速控制

加減速功能的關鍵在減速的時機，而要知道減速時機便先要知道跑完全程所需的脈衝。假設 X 軸要走長為 L_x 的距離，DDA3 輸出 q_{\max} 次的脈衝便可使 X 軸到達 L_x 。

$$q_{\max} \times \frac{L_x}{q_{\max}} = L_x$$

輸入脈衝經除頻得到 L_x 由此可知 DDA3 輸出的脈衝數和距離無關。而 DDA3 要輸出 q_{\max} 個脈衝，系統必須輸 $\frac{q_{3\max} \times q_{\max}}{FRN}$ 個脈衝。

$$\begin{aligned} \frac{q_{3\max} \times q_{\max}}{FRN} \times \frac{FRN}{q_{3\max}} \times \frac{L_x}{q_{\max}} \\ = q_{\max} \times \frac{L_x}{q_{\max}} = L_x \end{aligned} \quad (19)$$

因此，在進行加速控制時，是將加法器 p 逐次增加，直到 $p=f$ 為止，即表示加速已到達最高速度。在進行減速控制時，需有另一計算脈衝數的加法器 c，當加法器

$$c \geq q_{\max} - f \quad (20)$$

將加法器 p 逐次減少，直到 $p=0$ 為止，即表示加速已到達 0，且已到達終點。

四、軟體插值器

假設一圓弧運動，其切線速度為 V，則 X、Y 軸之速度可表示為：

$$\begin{aligned} V_x(t) &= V \sin \theta(t) \\ V_y(t) &= V \cos \theta(t) \end{aligned} \quad (21)$$

由三角之疊代公式可得：

$$\begin{aligned} \cos \theta(i+1) &= A \cos \theta(i) - B \sin \theta(i) \\ \sin \theta(i+1) &= A \sin \theta(i) + B \cos \theta(i) \end{aligned} \quad (22)$$

其中

$$\begin{aligned} A &= \cos \alpha \\ B &= \sin \alpha \\ \theta(i+1) &= \theta(i) + \alpha \end{aligned} \quad (23)$$

則 $X(i+1)$ ， $Y(i+1)$ 可寫為

$$\begin{aligned} X(i+1) &= R(i) \cos \theta(i+1) \\ Y(i+1) &= R(i) \sin \theta(i+1) \end{aligned} \quad (24)$$

將(23.)式代入(24.)式可得

$$\begin{aligned} X(i+1) &= AX(i) - BY(i) \\ Y(i+1) &= AY(i) + BX(i) \end{aligned} \quad (25)$$

插值器計算 $X(i)$ ， $Y(i)$ 的下一個目標點 $X(i+1)$ ， $Y(i+1)$ ，則此段的增加量可表示為

$$\begin{aligned} DX(i) &= X(i+1) - X(i) \\ &= (A-1)X(i) - BY(i) \\ DY(i) &= Y(i+1) - Y(i) \\ &= (A-1)Y(i) + BX(i) \end{aligned} \quad (26)$$

此段的速度

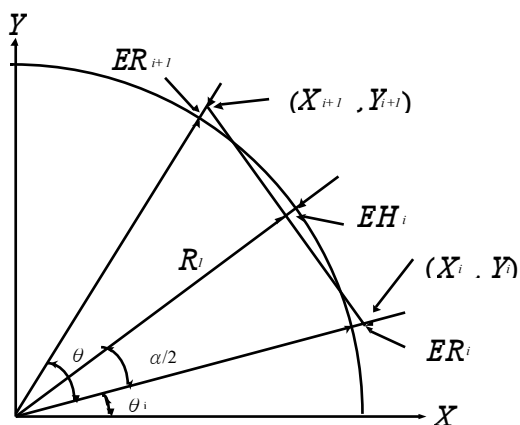
$$\begin{aligned} V_x(i) &= \frac{V DX(i)}{DS(i)} \\ V_y(i) &= \frac{V DY(i)}{DS(i)} \end{aligned} \quad (27)$$

此處 $DS(i) = \sqrt{DX^2(i) + DY^2(i)}$

由於 α 相當小，故 DS 可近似為該段弧長 R ，因此，X、Y 軸速度表示可簡化為

$$\begin{aligned} V_x(i) &= K DX(i) \\ V_y(i) &= K DY(i) \end{aligned} \quad (28)$$

此處 $K = V/R\alpha$ ，此處的係數 K 是一個固定值，它每次須對不同的圓弧加以計算



圖四、徑向及弦切誤差

參考圖四，徑向誤差 ER ，其定義為

$$\begin{aligned} ER(i) &= R(i) - R \\ &= \sqrt{X^2(i) + Y^2(i)} - R \end{aligned} \quad (29)$$

弦切誤差 EH ，定義為

$$EH(i) = R - R(i) \cos \frac{\alpha}{2} \quad (30)$$

將(28.)式展開，可將式中之 X 、 Y 分別以 $X = R \cos \alpha$ 及 $Y = R \sin \alpha$ 代入，則

$$ER(i) = i(C - 1)R \quad (31)$$

其中

$$C = \sqrt{A^2 + B^2} \quad (32)$$

由三角公式

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}} = \sqrt{\frac{1 + A}{2}} \quad (33)$$

可將(2-42)式寫為

$$EH(i) = R - R(i) \sqrt{\frac{1 + A}{2}} \quad (34)$$

Tustin Method

可用近似的方式求出 $\cos \alpha$ 與 $\sin \alpha$ ，可寫成下式：

$$A = \cos \alpha = \frac{1 - (\alpha / 2)^2}{1 + (\alpha / 2)^2} \quad (35)$$

$$B = \sin \alpha = \frac{\alpha}{1 + (\alpha / 2)^2}$$

可得徑向誤差 $ER(i) = 0$ $ER(i) = 0$ ，即 $R(i) = R$ ，弦切誤差可由(34.)及(35.)式求得

$$EH = R - \frac{R}{\sqrt{1 + (\alpha / 2)^2}} \quad (36)$$

若 α 相當的小，則弦切誤差可得近似結果

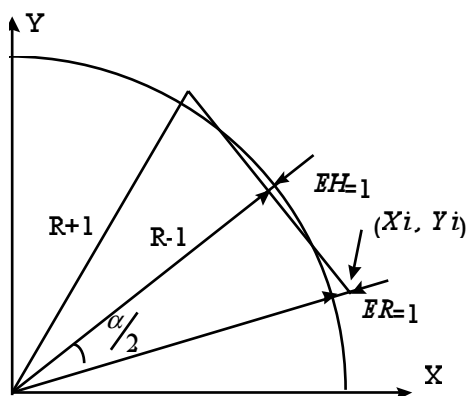
$$EH = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + 8} R \quad (37)$$

在允許弦切誤差 EH 最大值為 1BLU 情形下，可反推求得

$$\alpha = \sqrt{\frac{8}{R - 1}} \cong \sqrt{\frac{8}{R}} \quad (38)$$

Improved Tustin Method

在 Tustin Method 中，其軸向誤差 ER 為 0，在一般型的機器設備中可允許較大的誤，即 ER 為 1BLU 的最大軸向誤差



圖五、誤差控制在 1 BLU 之插值路徑

由圖五可得

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{R - 1}{R + 1} \quad (39)$$

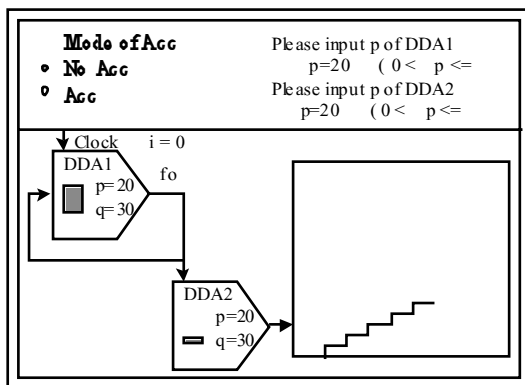
$$\begin{aligned} \frac{R+1}{R-1} &= \sqrt{\frac{2}{1+A}} \\ &\cong \sqrt{\frac{2}{1+\frac{1-(\alpha/2)^2}{1+(\alpha/2)^2}}} \\ &\cong 1 + \frac{\alpha^2}{8} \end{aligned} \quad (40)$$

可反推得角度 α

$$\alpha = \sqrt{\frac{16}{R-1}} \cong \frac{4}{\sqrt{R}} \quad (41)$$

五、教學實驗

實驗一 插值器原理

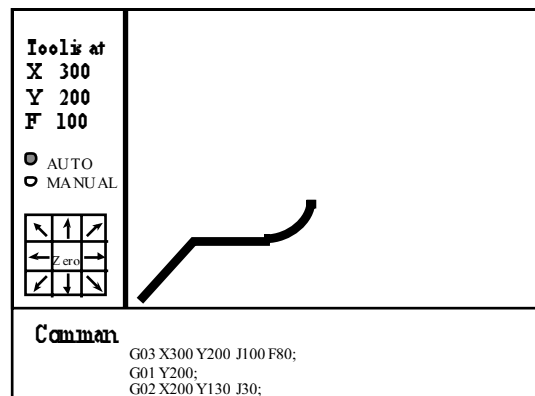


圖六、DDA 模擬實驗畫面

程式 DDA.exe 如圖六所示，其目的在於表現 DDA 之動作原理。當使用者執行此程式時將可選擇無加速度及有加速度兩種情形。無加速度模式下，使用者可輸入 DDA1 與 DDA2 中的 p 值；有加速度模式下，程式將直接設定 DDA1 之 p 為 1。

之後，將有柱狀圖表示加法器中的數值大小，當 overflow 時，超出的部份將以紅色表示。右側之方框為輸入之 Clock 與輸入之脈衝之對應圖形。如此，可令使用者充分了解 DDA 之真實動作情況。

實驗二 人機介面之操作



圖七、CNC 人機界面實驗圖

將其各部份功能解說如下：

1. 刀具位置及速度顯示視窗：

本視窗用以顯示刀具目前相對於原點的所在位置，並顯示刀具運動之速度

2. 刀具路徑顯示視窗：

顯示刀具之運動軌跡，用以讓使用者明白刀具運動之情形

3. 自動與手動模式顯示區

當使用者選擇自動模式時，自動模式的顯示燈會亮起；反之，當選擇手動模式時，手動模式顯示燈會亮起，自動模式顯示燈會熄滅。內定值為自動模式

4. 手動控制區

當選擇手動模式時，本控制區方可動作。

5. 命令顯示視窗

在執行自動模式時，命令顯示視窗將顯示目前執行中的 command，及接下來的兩行命令，並以不同顏色表示

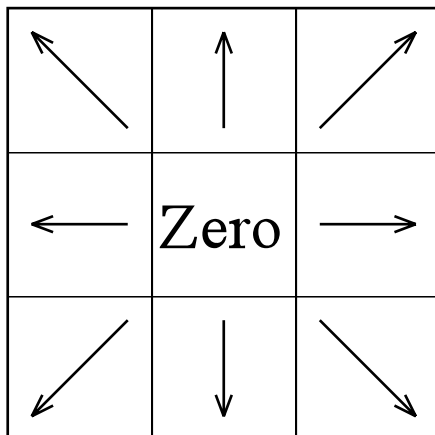
了解人機介面之各部份功能後，將進行下列兩個實驗，讓使用者充分明白人機介面在自動模式與手動模式下之操作情形。

自動模式

1. 執行 Code.exe 程式，進入人機介面模擬程式。
2. 程式將於 Command 顯示視窗以閃爍文字的方式提示使用者選擇自動模式或手動模式。
3. 按下 'a' 鍵後，程式進入自動模式狀態
4. 等待使用者按下任意鍵後開始執行 Code.cnc 中的內容，若使用者想修改自動模式之刀具運動情形，可修改 Code.cnc 之內容。
5. Code.cnc 之內容執行完畢後，將於 Command 顯示視窗以閃爍文字的方式提示使用者按下任意鍵繼續程式，或按下 'q' 跳岀程式。

手動模式

1. 執行 Code.exe 程式，進入人機介面模擬程式。
2. 程式將於 Command 顯示視窗以閃爍文字的方式提示使用者選擇自動模式或手動模式。
3. 按下 'm' 鍵後，程式進入手動模式狀態
- 4.



圖八、刀具運動方向控制

如圖八所示，依據鍵盤數字鍵的排列方式，表示為對刀具運動方向的控制，由 1 到 9 對映圖中之顯示，分別為左下、下、右下、左、Zero、右、左上、上及右上。

5. 使用者可任意移動刀具至任何運動範圍內的位置，當刀具運動範圍超過允許範圍後，刀具將被限制在原位置。
6. 當使用者按下 Zero 鍵後，將清除刀具路徑顯示視窗之內容，並將刀具位置規零
7. 按下 'q' 跳出手動模式

六、結論

由於 CNC 的發展已有近四十年的歷史，專有的技術上以相當成熟。然而，對於插值器的核心技術，以及如何教導學生能簡潔的了解 CNC 操作，本研究計畫提出一系列的教學實驗單元。在過去，我們已完成相關之精密度量測及改進之實驗單元。在本年度計畫中，我們完成了 DDA 及人機界面的實驗單元，達成原訂之教學研究目標。此兩個實驗，可使學生迅速的明瞭精密運動的關鍵技術。有關運動精密度的控制，可參考 (Hsu and Houg, 1996)。而有關於人機界面中的立體動畫切削模擬，可參考 (Hsu and Yang, 1993)。這些以發表的成果，均對學生在研究精密運動控制有所助益。

七、參考文獻

1. P. L. Hsu and Houg, Y. C. "An integrated controller design for precise CNC motion control," *CIRP, Manuf.*

- Systems*, Vol. 25, No. 1, pp.91-96, 1996.
2. P. L. Hsu and Y. T. Yang, "Real-time 3D simulation of 3-axis milling using isometric projection," *CAD*, Vol. 25, No.4, pp.215-224, 1993.
 3. Y. Koren, "Computer control of Manufacturing System ", *McGraw-Hill*, NY, 1983.