

故障連結網路上號誌環之嵌入

Token Ring Embedding in some Interconnection Networks

計劃編號：NSC87-2213-E009-100

計劃期限：86/8/1-87/7/31

主持人：徐力行 交通大學資訊科學系 教授

一、中文摘要

這個計畫的主要目的是在連結網路上點和邊容錯的設計。有關連結網路的研究，為了提高計算機網路或通訊網路的功能，在設計網路的時候，必須考慮其容錯性。在這方面的研究，大多將網路的容錯問題轉成圖形問題。而在圖形問題中又可分為：點容錯問題和邊容錯問題，前者是處理機的容錯設計，後者是連接線的容錯設計。點容錯問題主要在討論網路上處理機損壞的時候，如何利用設計時多加的處理機及其連線重新建構成原始網路。而這方面的研究已有相當的成果，差不多常用的連接網路都知道如何設計其點容錯網路。另外在邊容錯問題上，其主要是在探討網路上邊損壞的情況。

本計畫分為四個部份，其中每一部份均撰寫成完整之論文投稿，發表並接受於各國際期刊。

第一部份為 1-漢彌頓圖 (1-hamiltonian graph) 的最佳化 (optimal) 問題。在這一部份的內容中，我們提出一系列的 3-正則 (3-regular)、平面 (planar)、漢彌頓 (hamiltonian) 的圖形。在此系列的任何圖形，若任意節點 (node) 或任意邊 (edge) 被刪除，仍能維持漢彌頓特性 (hamiltonian

property)。我們證明此系列中任何圖形的直徑 (diameter) 是 $O(\sqrt{P})$ ，其中 P 指的是圖形的節點數目。此部份已刊登於 Information Processing Letters。

第二部份為雙迴路網路 (Double loop networks) 的性質探討。一個雙迴路網路 $G(n; s_1, s_2)$ 是一個由 n 個點 $\{0, 1, \dots, n-1\}$ 和 $2n$ 個 $i \rightarrow i+s_1 \pmod{n}$ 和 $i \rightarrow i+s_2 \pmod{n}$ 邊所組成的有向圖 (directed graph)。假如在雙迴路網路中任意去掉一個邊還存在一個漢彌頓迴圈 (hamiltonian cycle)，我們稱此雙迴路網路 $G(n; s_1, s_2)$ 為 LFT；相同的，如果在雙迴路網路中任意去掉一個點還存在一個漢彌頓迴圈，我們稱此雙迴路網路 $G(n; s_1, s_2)$ 為 NFT。在本部份中，我們對於 LFT 和 NFT 的雙迴路網路提出充份必要的條件。此部份已經被 Information Processing Letters 所接受。

第三部份為關於號誌環 (token ring) 最佳的 k -容錯網路 (Optimal k -fault-tolerant networks) 的建造。本部份中，我們討論在 k -容錯網路上，處理器 (processor) 或鏈結 (link) 發生小於或等於 k 個錯誤時的情況。本部份我們針對 $k=2$ 及 $k=3$ 時，建構最佳的 k -漢彌頓圖；而對於符號環來說，這也就是最佳 k -容錯網路設計。此部份已經被 Journal

of Information Science and Engineering 所接受。

第四部份為可靠的單邊容錯圖形 (Faithful 1-edge fault tolerant graphs)。本部份我們介紹可靠圖形 (faithful graph) 的觀念並提出建構 1-EFT 圖形的好方法，本部份已刊登於 Information Processing Letters。

英文摘要

The primary purpose of this project to study the edge fault-tolerant designs for some interconnection network. To improve the function of computer network or communication network, we must consider the fault-tolerance. In most research involving interconnection networks, we usually use a graph to represent the architecture of an interconnection network. Faults may occur in nodes and/or edges of an interconnection network. The node fault corresponds to processors failure whereas edge fault corresponds to link failure. Hence designing node fault problem is to designing a fault-tolerant interconnection network by adding more processors and links so that we can reconfigure the original network if some processor failures occurs. There are a lot of study on node fault-tolerant designs. Hence we know how to design a node fault-tolerant for most of the famous network. Yet, there is another direction on edge fault-tolerant designs. We also have some result for edge fault-tolerant designs.

In this project, we study the fault tolerant design for token rings. We have four result of this project.

1. Optimal 1-hamiltonian graphs: We present a family of 3-regular, planar, and hamiltonian graphs. Any graph in this family remains

hamiltonian if any node or edge is deleted. Moreover, the diameter of any graph in this family is $O(\sqrt{P})$ where p is the number of nodes. This result is published in *Information Processing Letters*. 65 (1998) 157-161

2. Fault tolerant token ring embedding in double loop networks: A double loop network $G(n; s_1, s_2)$ is a digraph with n nodes $\{0, 1, \dots, n-1\}$ and $2n$ links of the form $i \rightarrow i+s_1 \pmod{n}$ and $i \rightarrow i+s_2 \pmod{n}$. A double loop network $G(n; s_1, s_2)$ is LFT if there is a hamiltonian cycle in every $G(n; s_1, s_2)-e$ where e is any link in the network. Similarly, a double loop network $G(n; s_1, s_2)$ is NFT if there is a hamiltonian cycle in every $G(n; s_1, s_2)-v$ where v is a node in the network. In this paper, we present necessary and sufficient conditions for LFT and NFT double loop networks, respectively. This result is accepted by *Information Processing Letters*.
3. Optimal k -fault-tolerant networks for token Rings: Our research in designing optimal fault-tolerant topologies was concentrated on the case of a combination of processor failures and link failures for token rings. By " k faults" we mean k -component faults in any combination of processor faults and link faults. Designing an optimal k -fault-tolerant network for token rings is equivalent to constructing an optimal k -hamiltonian graph, where k is a positive integer and corresponds to the number of faults. A graph G is k -hamiltonian if $G-F$ is hamiltonian for any sets $F \subset V \cup E$ with $|F| \leq k$. An n -node k -hamiltonian graph is optimal if it contains the least number of edges among all n -node k -hamiltonian graph graphs. We construct optimal k -hamiltonian graphs with $k = 2$ and 3 , which are optimal k -fault-tolerant networks with respect to token rings. This

result is accepted by *Journal of Information Science and Engineering*.

4. Faithful 1-edge fault tolerant Graphs: We present a construction method of the 1-EFT graph for the cartesian product of several graphs. Applying this construction scheme, we can obtain optimal 1-edge fault-tolerant graphs with respect to n -dimensional tori $C(m_1, m_2, \dots, m_n)$, where $m_i \geq 4$ are even integers for all $1 \leq i \leq n$. This result is published in *Information Processing Letters*. 61 (1997) 173-181

二、計劃緣由及目的

為衡量暨提高計算機網路與通訊網路之功能，在設計時必須考慮到其傳送時的容錯問題，此方面的研究多轉為相關的圖形問題。網路的容錯問題為網路結構效能之命脈所繫，相關的問題有點容錯問題與邊容錯問題。

考慮網路上可能出現的故障節點或邊，所能承受的最多故障節點或邊的狀況，是實際的網路通用時的效率保障。同時，亦考慮容錯能力以增加網路的可靠度。

多處理機的容錯設計已經廣泛地應用在線上交易處理，以及可靠度較低的大型平行處理系統。而在區域網路上的應用亦是一門重要課題。在區域網路的設計實作之上，環狀拓撲架構（ring topology）因為簡單、易於擴充、規則等性質而常被採用。但其缺點則是可靠度（reliability）不佳，此問題亟待改進。

本計畫中，我們研究在 token rings 之上，處理機與連接線可同時發生錯誤的容錯設計。其中“ k faults”表示處理機與連接線共有 k 個錯誤發生。我們可以說：在 token rings 中設計一個最佳化的 k 容錯網路，便等於建造一個 k -NF(G)或 k -EF(G)圖形。其中 k 是一個正整數，對應錯誤發生的個數。其中 k -NF(G)定義為 $\max\{k \mid G-V'$ is hamiltonian

for every V' with $|V'| \leq k\}$ ；以及 k -EF(G)定義為 $\max\{k \mid G-E'$ is hamiltonian for every E' with $|E'| \leq k\}$ 。如果這個 k -NF(G)， k -EF(G)圖形含有最少邊，則其為最佳圖形。

我們針對上述的種種網路的重要研究焦點，在這個計畫中對故障連結網路進行深入的研究討論。

三、研究方法與成果：

本計畫中，主要針對下列主題研究：

(1) 故障連結網路的基本性質整理：

我們研讀各種故障連結網路的基本性質，以歸納已知之結果供比較，並作為未知性質的討論基礎。

(2) 各種故障連結網路的容錯問題研究：

許多故障連結網路迄今並沒有很好的解決方法，而有些現有故障連結網路的容錯的演算法可以再加以改良，例如我們介紹可靠圖形（faithful graph）的觀念並提出建構 1-EFT 圖形的好方法我們針對此主題進行深入的討論。

(3) 雙迴路網路（Double loop networks）的性質探討：

我們在本計畫中研究，我們對於 LFT 和 NFT 的雙迴路網路提出充份必要的條件。

(4) 1-漢彌頓圖容錯考慮下的直徑(fault diameter)問題：

我們提出一系列的 3-正則（3-regular），平面（planar），漢彌頓（hamiltonian）的圖形。我們證明此系列中任何圖形的直徑（diameter）是 $O(\sqrt{P})$ 。

(5) 號誌環（token ring）最佳的 k -容錯網路（Optimal k -fault-tolerant networks）的建造：

在此部份中，我們針對 $k=2$ 及 $k=3$ 時，建構最佳的 k -漢彌頓圖；而對於符號環來說，這也就是最佳 k -容錯網路設計。

四、結論與討論：

在兩位計畫主持人的帶領之下，定期研讀、報告所收集到的資料，比較、分析各種方法的優缺點，透過全體多方面的反覆討論，使我們對目前所想到的點容錯、邊容錯問題和解決方式有清楚的了解。

在本計劃中，我們對於連結網路的容錯相關問題，先前已有相當的經驗及基礎，為本計劃的執行奠定良好的根基，而能順利完成預定之研究進度。我們希望這些相關問題的研究能提升有關領域之應用拓展；而研究所得之經驗、知識以及部份未解或仍可發揮之處，當可做為日後更深入的研究討論。

五、參考文獻：

- [1] C. Jimmy Shih, and Kenneth E. Eatcher "Adding Multiple-Fault Tolerance to Generalized Cube Networks," IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems, vol.5, no.8, August 1994
- [2] Abdel Aziz Farrag, "Tolerating faulty edges in a multi-dimensional mesh," Parallel Computing 20(1994) pp.1289-1301.
- [3] M. Alam and R. Melhem, "An efficient modular allocation scheme and its applications to fault tolerant binary hypercubes," IEEE Trans. Parallel Distributed System. (1)(Jan. 1991)pp.117-125.
- [4] F. Harary and J.P. Hayes, "Edge fault tolerance in graphs," Networks. VOL. 23, pp. 135-142, 1993.
- [5] A.A. Farrag and R.J. Dawson, "Designing optimal fault-tolerant star networks," Networks. VOL. 19, pp.707-716, 1989.
- [6] S. Uneo, A. Bagchi, S.L. Hakimi, E.F. Schmeichel, "On minimum fault-tolerant networks," SIAM Journal on Discrete Mathematics, vol.6(1993),no.4, 565-574.
- [7] Shantanu Dutt, John P. Hayes, "Designing Fault Tolerant Systems Using Automorphisms", Journal of Parallel and Distributed Computing 12,(1991), 249-268.
- [8] Shantanu Dutt, John P. Hayes, "On Designing and Reconfiguring k-Fault-Tolerant Tree Architectures", IEEE Transactions on Computers, vol.39, no.4, April 1990, 490-503.
- [9] C. J. Shih and K.E. Eatcher, "Multiple-fault tolerant cube connected cycles networks," Proc. ICPP, 1991, pp.327-331.
- [10] N. F. Tzeng, S. Bhattacharga, and P.J. Chuang, "Fault-tolerant cube-connected cycles structures through dimensional substitution," Proc. ICPP, 1990, pp. 433-440.
- [11] D. Rennels, "On implementing fault-tolerance in binary hypercubes," Digest IEEE Symp. On Fault-Tolerant Computing(1986) 344-349.
- [12] J. Bruck, R. Cypher and C. Ho, "Efficient fault-tolerant mesh and hypercube architectures," Proc. IEEE 22th Conf. On Fault Tolerant Computing Symp. (July 1992) 162-169.
- [13] R. S. Chou and L.H. Hsu(1995), "1-edge fault tolerant design for meshed," accepted by Parallel Processing Letters.
- [14] J. P. Hayes, "A graph model for fault tolerant computing system," IEEE Trans.

Comput., pp.875-883, Sept. 1976.

[15] C. L. Kwan and S. Toida, "An optimal 2-fault tolerant realization of symmetric hierarchical tree systems," *Networks*, Vol. 12, pp. 231-239, 1982.

[16] C. S. Raghavendra, A. Avizienis, and M. D. Ercegovic, "Fault tolerance in binary tree architectures," *IEEE Trans. Comput.*, pp 568-572, June 1984.

[17] J-C. Bermond, F. Comellas, and D. F. Hsu, Distributed loop computer networks: a survey, *J. Parallel Distributed Comput.*, vol.24, pp.2-10,1995.

[18] F. T. Boesch and R. Tindell, Circulants and their connectivities, *J. Graph Theory*, vol.8, pp. 487-499, 1984.

[19] F. T. Boesch and J. F. Wang, Reliable circulant networks and minimum transmission delay, *Networks*, vol. 20, pp. 173-180, 1990.

[20] P. J. Davis, *Circulant matrices*, New York; John Wiley and Son, 1979.

[21] D.Z. Du and D. F. Hsu, De Bruijn digraphs, Kautz digraphs and their generalization, in *Combinatorial Networks Theory*, 65-105, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 1996.

[22] M. A. Fiol, J. L. A. Yebra, and M. Varero, A discrete optimization problem in local networks and data alignment, *IEEE Tran. Comput.*, C-36:702-713,1987.

[23] A. Grnarov, L. Kleinrock, and M. Gerla, A highly reliable distributed loop network architecture, In *Proc. Int. Symp. Fault-Tolerant Computing*, pp. 319-324, Kyoto,

Japan, 1980.

[24] F. K. Hwang, A survey on double loop networks, *DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science*, vol. 5, pp. 143-151, 1991.

[25] O. C. Ibe, Reliability comparison of token ring network schemes, *IEEE Trans. Rel.*, 41:288-293,1992.

[26] M. Y. Liu, Distributed Loop Computer Networks, *J. Algorithms Volume 17 of Advance in Computers*, page 163-221. Academic Press, New York, 1981.

[27] C. S. Raghavendra, M. Gerla, and A. Avizienis, Reliable loop topologies for large local computer networks, *IEEE Trans. Comput.*, C-34:46-55, 1985.

[28] C. K. Wong and D. Coppersmith, A combinatorial problem relate to multimode memory organizations, *J. Assoc. Comput. Mach.*, vol. 21, pp. 392-402, 1974.