

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

在數個可延展超立方體計算機架構的嵌置研究

Embedding on Some Extendable Hypercubes

計畫編號：NSC 87-2213-E-009-008

執行期限：86年8月1日至87年7月31日

主持人：陳榮傑 國立交通大學資訊工程學系

E-mail: rjchen@csie.nct.edu.tw

一、中文摘要

超立方體架構在實際應用上有三個缺點，第一，架構中結構的個數必須是二的冪次，限制了系統中處理機的個數選擇。第二，節點間互連程度高，造成硬體製作困難。第三，運用超立方體架構建構之系統，每一處理機所需的傳輸通訊埠會隨系統增大而變大。為了克服超立方體以上的缺失，有不少文獻提出超立方體的變形。其中 IEH 架構不但成功地去除了超立方體中結點個數的限制，還保留了大部分超立方體的優點。而 HCN 架構則是在保持了和超立方體可匹配的短直徑條件下，有效的減少了結點間的互連程度。為了改進超立方體的第三個缺點，金字塔化超立方體中每個結點都只有固定數目的連接埠，但仍保持了系統的擴充性。

對於一個互連網路而言，可嵌置性常是評估此系統好壞的重要因素。本計畫提出在 IEH 架構，HCN 架構，及金字塔化超立方體架構中，嵌置迴圈及二元樹。

關鍵詞：互連網路、超立方體、嵌置、迴圈、二元樹

Abstract

The Hypercube has been considered unsuitable for building large systems. It has

three drawbacks, First, the number of nodes for hypercubes must be power of two, and thus considerably limits the choice of the number of nodes in the graph. Second, the relatively high node degree results in additional difficult in hardware design. Third, when the network becomes larger, the communication ports of a node will grow as needed. Many papers have so far written to improve these drawbacks. IEH graphs not only can be constructed with an arbitrary integer but also reserve many advantages of hypercubes. HCN graphs have only half links and about two-thirds in diameter of a comparable hypercube. To improve the third drawback of hypercubes, Pyramided hypercubes are proposed to keep all nodes degree constant while the system remains expandable.

For an interconnection network, embedding is a main factor that evaluates the performance of this network. In this project, we will study how to embed cycles and binary trees into IEH graphs, HCN graphs, and pyramided hypercubes.

Keywords: Interconnection networks, Hypercubes, Embedding, Cycles, Binary tree.

二、緣由與目的

技術的進步使得建構一個大型平行系統變為可能，而其眾多計算單元間的互連網路將大大影響此系統的效能。超立方體架構 (Hypercube) [6] 是目前最受矚目的互連網路，此乃歸因於它提供了短的直徑、高容錯能力、對稱性、以及簡單的路由演算法。此外，它還能有效的嵌置其他常用的計算結構，如迴圈、樹狀結構及網狀結構

然而，超立方體架構在實際應用上有三個主要的缺點：第一，架構中結點的個數必須是二的冪次，限制了系統中處理機個數的選擇。針對這個缺點，Sur 和 Srimani 所提出的 IEH graphs [7]，IEH 是 Incrementally Extensible Hypercube 的簡稱，它是由一群大小不等的超立方體透過 IC (Inter Cube) edge 所連接起來的圖形，它不但可以因需要一次加一個結點，還具有最佳容錯能力、短的直徑等好處。

超立方體的第二個缺點是，架構結點間互連程度高，造成硬體製作困難；為了減小超立方體中結點的互連程度，但仍保留了可和超立方體匹配的短直徑，也有一些架構被提出，其中 HCN [5] 由 n 個叢集 (cluster) 所組成，每一個叢集都是一個 n 維的超立方體，對這樣一個 HCN，我們以 $HCN(n, n)$ 稱它。當它和等大小的超立方體比較時 (也就是 $2n$ 維的超立方體)， $HCN(n, n)$ 中每一個結點的連接埠數目只要 $n+1$ ，幾乎是 $2n$ 維超立方體的一半，而且它也保持了可匹配的短直徑。在 $HCN(n, n)$ 中，每一個結點都被標記為一個長度為 $2n$ 的二元數 $A_1 A_0$ ，而 A_1 、 A_0 各代表一個 n 位元的二元數。其中 A_1 是用來分辨這個結點所屬的叢集， A_0 則是用來分辨這個結點在叢集中的位址。結點相連的方式有三，第一種叫 local edge，它主要是接連在同一個叢集中的結點，第二種叫 switch edge，若此結點 $A_1 A_0$ 的 A_1 不同於 A_0 時，則 $A_1 A_0$ 有一條 switch edge 連到另一結點 $A_1 A_0$ 。第三種叫

complement edge，若此結點 $A_1 A_0$ 的 A_1 同於 A_0 時，則 $A_1 A_0$ 有一條 complement edge 連到另一結點 $\overline{A_1 A_0}$ 。

超立方體的第三個缺點就是，運用超立方體架構的系統，每一處理機所需的傳輸通訊埠會隨系統規模大小的改變，也就是當系統增大時，必須更改原來的硬體規模。為了使系統增大時不需大幅更動既有系統，金字塔化超立方體被設計來改善這缺點 [3]。首先，我們必須認知 PH 是由一些基本的建構單元 (building block) $B(n)$ 所建構起來，每一個建構單位是一個 n 維的超立方體；在 $B(n)$ 中，每個結點都被標記成一個 $2n$ 位元的二位數 $A_0 A_1$ 。前 n 位元 A_0 用來分辨結點所在的元素，而後 n 個位元 A_1 則用來分辨節點在元素中的位置；和 HCN 相似，金字塔化的超立方體也有 switch link 和 complement link，只是 complement link 被用做和其他建構單位通訊的管道。

對於一個互連網路而言，可嵌置性常是評估此系統好壞的重要因素。本計畫提出在 IEH 架構，HCN 架構，及金字塔化超立方體架構中，嵌置迴圈及二元樹。

三、結果和討論

我們設計演算法來分析所題到的嵌置問題，所得的成果如下：

- (1) 嵌置迴圈到 IEH 架構 [1]。在此子題中我們證明 $IEH(N)$ 是 Hamiltonian 當 $N \neq 2^n - 1$ ；另外我們還導出它可容納任何大小小於 N 的迴圈在它 $2-IC$ edges 時。
- (2) 嵌置迴圈到 HCN 架構 [2]。在此子題中我們證明 HCN 是 Hamiltonian。
- (3) 嵌置超立方體到 HCN 架構 [2]。在此子題中我們嵌置 Hypercube 到 HCN 在 dilation 3 的情況下。
- (4) 嵌置迴圈到金字塔化的超立方體架構

- [4]。在此子題中我們證明金字塔化的超立方體架構是 Hamiltonian。
- (5) 嵌置二元樹到金字塔化的超立方體架構 [4]。在此子題中我們嵌置完全二元樹到金字塔化的超立方體架構在 dilation 2 和 congestion 2 的情況下。

據此，我們完成本計劃的目的並在平行計算的領域上有所貢獻。

四、計畫成果自評

依上節所提之結果，我們達成了此計劃預期的目標。此計畫的研究結果除了極具有學術上的價值與貢獻外，也可廣泛的應用於平行計算處理系統，影像處理和容錯系統等等實際問題上。結果相當適合學術期刊上發表。

五、參考文獻

- [1] H. Y. Chang and R. J. Chen, "Embedding Cycles in IEH Graphs," *Information Processing Letters*, **64** (1997), pp. 23-27.
- [2] W. K. Chiang and R. J. Chen, "Topological Properties of Hierarchical Cubic Networks," *Journal of Systems Architecture*, **42** (1996), pp. 289-307.
- [3] W. K. Chiang and R. J. Chen, "Pyramided hypercube: An extendable cubic network with fixed degree," *Proceedings of the 1994 International Conference on Parallel and Distributed Systems*, Hsinchu, Taiwan, Dec. 1994, pp.690-697.
- [4] W. K. Chiang and R. J. Chen, Design and Analysis of Cube-Based and Star-Based Interconnection Networks, PHD. thesis, the National Chiao Tung University, (1996), pp. 75-105.
- [5] K. Ghose and K. R. Desai, "Hierarchical cubic networks," *IEEE Trans. Parallel Distributed Syst.* **6** (4) (1995), pp. 427-435.
- [6] Y. Saad and M. H. Schultz, "Topological properties of hypercubes," *IEEE Trans. Comput.* **37** (7) (1988), pp. 867-872.
- [7] S. Sur and P. K. Srimani, "IEH graphs: A novel generalization of hypercube graphs," *Acta Inform.* **32** (1995), pp. 597-609.