

基於增益餘量與相位餘量之 PID 控制器調整方法：利用模糊類神經網路

Tuning of PID Controllers Based on Gain and Phase Margin Specifications Using Fuzzy Neural Network

計劃編號：NSC87-2218-E009-026

執行期限：86/08/01- 87/7/31

主持人：鄧清政 國立交通大學 電機與控制工程系 教授

一、中文摘要(關鍵詞:PID 控制、模糊類神經網路、增益餘量、相位餘量)

本計畫乃基於增益餘量與相位餘量的規格要求，利用模糊類神經網路提出一種新的調整 PID 控制器的方法。此方法可用來調整 PID 控制器的參數，使其達到增益餘量與相位餘量規格的要求。由於根據增益餘量和相位餘量的定義所得到的數學方程組太複雜，所以至今仍然沒有一套有系統的分析與設計方法可以很準確而且有效的達到規格要求。所以，在本計畫裏，首先，利用模糊類神經模型來辨識規格和 PID 控制器參數之間的關係。然後，利用模糊類神經網路自動調整 PID 控制器的參數以符合不同的增益餘量與相位餘量的規格。因此不需再使用繁雜的數值運算或是波德圖的方式來設計。此外，和其它的方法比較，從模擬結果得知所提出來的方法可以更準確的達到要求而且更有效果。

英文摘要(**Keywords:** PID Control, Fuzzy neural network, Gain margin, Phase margin)

In this project, we will give an effective PID tuning method using fuzzy neural network based on gain and phase margin specifications (FNGP). We will use the fuzzy neural networks to determine the parameters of PID controllers. Because of the analytical design method to achieve the specified gain and phase margins is not available to date.

In this study, we will use a fuzzy neural modeling method to identify the relationship for different gain and phase margin specifications. So that neither numerical methods nor graphical methods have to be used. This will make it easy and effective to tune the controller parameters to have the specified robustness and performance.

二、計劃緣由與目的

過去五十年來，已發展出許多 PID 控制器參數之調整方法，不再需要專家指導與經驗累積。例如：Coon 與 Cohen 提出一個根據開回路之步階響應情形來調整參數的方法[1]；另外亦可利用奈奎斯特軌跡圖(Nyquist curve)來選取參數。無論如何，這些方法均使用系統之部分資訊，並無法提供良好的調整法則與成效。近年來，改良型 Ziegler-Nichols 法[2]與針對時間延遲的相位餘量(Phase margin)法[3]也被提出，但是成果始終無法改善。

增益餘量(Gain margin)與相位餘量是一種用來判定系統穩健與否的重要法則。而設計控制器來滿足增益餘量與相位餘量(GPM)規格並不是一種新方法，在過去我們即使用波德圖來調整控制器參數，這是一種費時費力的方法，並無法用在適應控制或參數自動調整法則。

最近非常熱門的模糊類神經網路(Fuzzy neural network)，簡言之，它就是一個神經網路，但是整個神經網路的運作卻如同一個模糊控制系統，因此我們稱之為模糊類神經網路。它具有神經網路的各項優點：可學習、可記憶、等；也擁有模糊控制器的幾項特點：易於控制、易於設計、有較佳的適應性(Adaptive)、強健性(Robustness)並有較佳的容錯性(Fault tolerance)等。因此將它應用在 PID 控制器的參數調整是很自然的事。

在本研究計畫中，我們利用模糊類神經網路提出一既簡單又有效率的 PID 參數調整法則。此方法乃是基於增益餘量與相位餘量的規格(specification)要求，應用模糊類神經網路來調整 PID 控制器參數。我們希望利用這個方法來解決過去求解繁雜的計算式與圖解法之不便，並改善過大的誤差，以期達到良好的成效。

增益餘量與相位餘量法為 C. C. Hang 等學者 [4] 在 1995 年提出，其中應用一些近似函數來簡化計算，以求得對應的參數。由於 C. C. Hang 等 [4] 之模擬成果得知其誤差極大，可知所提出之方法並不是一個有效、可行的方法，因此我們提出一個比較有效率的方法，此方法是利用模糊類神經網路來自動調整 PID 參數，以期達到我們的規格。

三、研究方法

首先介紹一般系統與控制器之關係，圖 1. 是一個完整的閉迴路控制系統。其中定義系統與控制器的轉換函數(Transfer function)分別為 $G_p(s)$ 和 $G_c(s)$ ，而增益餘量與相位餘量的規格為 A_m, ϕ_m 。以下則是增益餘量與相位餘量的定義：

$$\arg[G_c(jw_p)G_p(jw_p)] = -\pi, \quad (1)$$

$$A_m = \frac{1}{|G_c(jw_p)G_p(jw_p)|} \quad (2)$$

$$|G_c(jw_g)G_p(jw_g)| = 1 \quad (3)$$

$$\phi_m = \arg[G_c(jw_g)G_p(jw_g)] + \pi \quad (4)$$

其中 w_p 為相位穿越頻率 (phase crossover frequency)、 w_g 為增益穿越頻率 (gain crossover frequency)。現在以 PI 控制器為例，控制器轉換函數為

$$G_c(s) = K_c(1 + \frac{1}{sT_I})$$

控制器可調參數為 K_c 與 T_I 。系統之轉換函數為

$$G_p(s) = \frac{K_p(1+w_{n1}s)^{n_1}(1+w_{n2}s)^{n_2}\dots(1+w_{nq}s)^{n_q}}{(1+w_{d1}s)^{d_1}(1+w_{d2}s)^{d_2}\dots(1+w_{dp}s)^{d_p}} e^{-Ls}$$

其中 w_{ni} 、 w_{di} 與 L 分別為系統之零點(zero)、極點(pole)與時間延遲。接著我們可以得到系統迴路轉換函數(loop transfer function)

$$G_c(s)G_p(s) = \frac{K_c K_p (1+sT_I)(1+w_{n1}s)^{n_1}(1+w_{n2}s)^{n_2}\dots(1+w_{nq}s)^{n_q}}{sT_I(1+w_{d1}s)^{d_1}(1+w_{d2}s)^{d_2}\dots(1+w_{dp}s)^{d_p}} e^{-Ls}$$

將它代入方程式(1-4)

$$\frac{1}{2}\pi + \tan^{-1}(w_p T_I) + n_1 \tan^{-1}(w_p w_{n1}) + \dots + n_q \tan^{-1}(w_p w_{nq}) - w_p L - d_1 \tan^{-1}(w_p w_{d1}) - d_2 \tan^{-1}(w_p w_{d2}) - \dots - d_p \tan^{-1}(w_p w_{dp}) = 0 \quad (5)$$

$$A_m K_c K_p = w_p T_I \frac{\sqrt{1+w_p^2 T_I^2} \sqrt{1+w_p^2 w_{n1}^2} \dots \sqrt{1+w_p^2 w_{nq}^2}}{\sqrt{1+w_p^2 w_{d1}^2} \sqrt{1+w_p^2 w_{d2}^2} \dots \sqrt{1+w_p^2 w_{dp}^2}} \quad (6)$$

$$K_c K_p = w_g T_I \frac{\sqrt{1+w_g^2 w_{d1}^2} \sqrt{1+w_g^2 w_{d2}^2} \dots \sqrt{1+w_g^2 w_{dp}^2}}{\sqrt{1+w_g^2 T_I^2} \sqrt{1+w_g^2 w_{n1}^2} \dots \sqrt{1+w_g^2 w_{nq}^2}} \quad (7)$$

$$\phi_m = \frac{1}{2}\pi + \tan^{-1}(w_g T_I) + n_1 \tan^{-1}(w_g w_{n1}) + \dots + n_q \tan^{-1}(w_g w_{nq}) - w_g L$$

$$-d_1 \tan^{-1}(w_g w_{d1}) - d_2 \tan^{-1}(w_g w_{d2}) - \dots - d_p \tan^{-1}(w_g w_{dp}) \quad (8)$$

給定系統的極、零點、時間延遲、增益餘量與相位餘量規格(A_m, ϕ_m)，由以上方程組(5)-(8)，我們可利用數值方法解得近似 PI 控制器之參數(K_c, T_I)及穿越頻率(w_p, w_g)，因為方程式中含有反正切函數(arctan function)，所以此解並非一個解析解。

為了避免求解以上耦合(coupled)反正切函數，並更直接求得非線性方程組(5)-(8)的解，本研究計畫將採用模糊類神經網路來近似增益餘量與相位餘量的複雜函數(5)-(8)，如圖 2 (圖 2 為較簡單的系統)。

在圖 2 中我們所採用的模糊類神經網路為一個五層的網路，其架構如圖 3。神經網路第一層是 Linguistic term layer，把輸入模糊化。我們將採用的歸屬函數為貝爾函數(bell function)。第二層計算模糊法則的激發程度，每一個 node 做乘積的運算。第三層是正規化，將第二層輸出做正規化。第四層利用最小平方法做加權運算。第五層則是解模糊化，採重心法運算，最後得到輸出訊號。

在學習訓練的過程，我們將利用線性最小平方法(linear least-squares method)，做非線上學習(off-line learning)取得神經網路中之參數值。在此我們假設 FNN 為單一輸出表示為 $output = F(I, S)$ ，其中 I 為輸入向量， S 為參數集。對於參數集 S 而言，我們知道倘若存在一函數 H 使得混成函數 HoF 為一線性函數，則可以利用最小平方法來辨識此參數。以下簡述非線上學習法：

步驟一：取得 M 組訓練資料與矩陣 $XP = Y$ ，其

中 $Y = [y_1, \dots, y_M]^T$, $P = [p_0^1, \dots, p_0^M, p_1^1, \dots, p_1^M, \dots, p_k^1, \dots, p_k^M]$ 。

步驟二：利用最小平方方法來估測參數 P

$$P^* = (X^T X)^{-1} X^T Y。$$

步驟三：使用以下遞迴式最小平方方法可算出參數值

$$\begin{aligned} P_{i+1} &= P_i + Q_{i+1} x_{i+1} (y_{i+1} - x_{i+1} \cdot P_i) \\ Q_{i+1} &= Q_i - \frac{Q_i x_{i+1} x_{i+1}^T Q_i}{1 + x_{i+1}^T Q_i x_{i+1}}, \quad i = 0, 1, \dots, M-1 \\ P &= P_M \end{aligned}$$

其中初始值訂為 $P_0 = 0, Q_0 = \alpha \cdot I$ (α 為一大的正數)。(詳細運算可參考文獻[5])

接著我們採用梯度向量法(Gradient Method)做線上學習(on-line learning)，使誤差函數

$E_i = \frac{1}{2} [y_p - y_i]^2$ 極小化，其中 y_p 是系統在頻域之

輸出， y_i 是模糊類神經網路 FNGP 的輸出(見圖

2)。梯度向量法可簡述如下：首先我們求得誤差函數之梯度(gradient)

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_i}{\partial S} &= e_i(k) \frac{\partial e_i(k)}{\partial S} = -e_i(k) \frac{\partial y_i(k)}{\partial S} \\ &= -e_i(k) \frac{\partial Q_i(k)}{\partial S} \end{aligned}$$

FNN 中的可調參數即可用以下法則來調變

$$S(k+1) = S(k) + \Delta S(k) = S(k) + \eta_i \left(-\frac{\partial E_i}{\partial S} \right)$$

其中 η_i 為學習率(Learning rate)。

以上是針對 PI 控制器參數之調整，而 PID 控制器調整參數方法與 PI 控制器相同，詳細推導讀者可自行推演或參閱參考文獻[4]。

在此我們利用所提出的方法，與 C. C. Hang 等學者所做之模擬結果作一比較，由表一可看出 C. C. Hang 等學者所提之誤差值頗大，無法實際應用在工業界，而吾人之方法則大大的改進此一缺點，使之更加完善。模擬中系統轉移

函數： $G_p(s) = \frac{e^{-0.1s}}{(1+s)}$ 。

圖 4 與圖 5 分別為不同增益餘量與相位餘量規格之模擬結果(步階響應)，其規格為

$(A_m, \phi_m^0) = (3, 45)$ 與 $(A_m, \phi_m^0) = (5, 60)$ 。

四、結論與討論

本研究計畫已利用模糊類神經系統，來辨識增益餘量與相位餘量規格和 PID 控制器參數之間的關係。並利用模糊類神經網路自動調整 PID 控制器參數，以符合不同的增益餘量與相位餘量的規格。因此不需要再使用繁雜的數值運算或是畫波德圖的方式來設計控制器。此外，將與其他的方法作比較，希望能更準確、有效的達到規格要求，進而取得最佳的 PID 控制器參數。此計畫能使工業界對於 PID 控制器的使用更加方便，不再受到參數調整問題的困擾。因為利用此研究計畫的成果，我們將不須再經過多次的調整便可以得到極佳的 PID 控制器參數。

五、參考文獻

- [1] G. H. Cohen and G. A. Coon, "Theoretical Consideration of Retarded Control," *Trans. ASME*, Vol. 75, pp. 827-834, 1953.
- [2] C. C. Hang, K. J. Astrom, and W. K. Ho, "Reinements of the Ziegler-Nichols Tuning Formula," *IEE Proc. D*, Vol. 138, No. 2, pp.111-118, 1991.
- [3] K. J. Astrom, "Automatic Tuning of Simple Regulator with Specification on Phase and Amplitude Margins," *Automatica*, Vol. 20, No. 5, pp.645-651, 1984.
- [4] W. K. Ho, C. C. Hang, and L. S. Cao, "Tuning of PID Controller Based on Gain and Phase Margin Specification," *Automatica*, Vol. 31, No. 3, pp. 497-502, 1995.
- [5] T. C. Hsia, *System Identification : Least-Squares Methods* (New York, Heath, 1977).

六、圖表

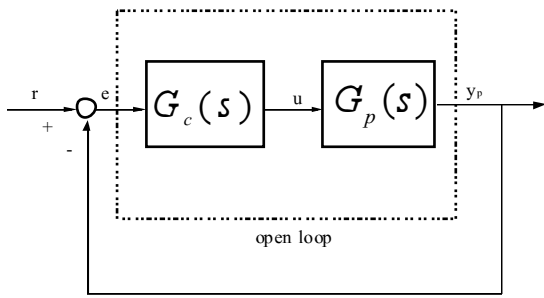


圖. 1 一個完整的閉迴路控制系統

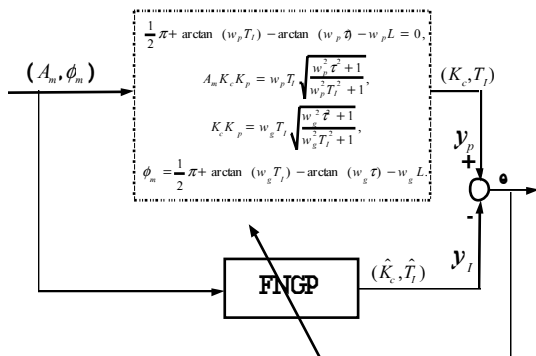


圖 2. 辨識架構

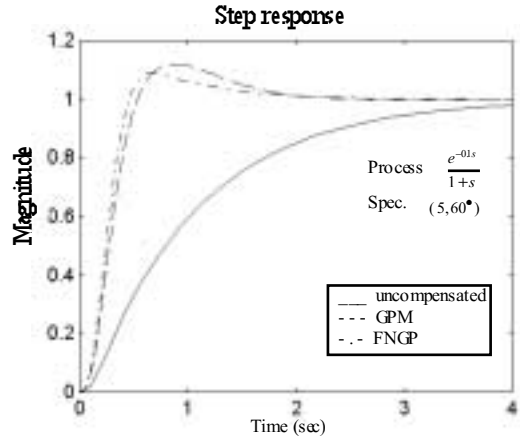


圖 5. 模擬結果 (規格為 5dB, 60°)

方法	規格		結果						誤差	
	A_m	ϕ_m^*	K_c	T_l	w_g	w_p	A_m^*	ϕ_m^*	A_m'	ϕ_m'
GPM	3	45	4.908	0.352	5.398	12.78	3.307	40.30	10.2%	10.4%
	5	60	3.054	0.541	3.341	13.53	5.990	58.14	19.8%	3.10%
FNGP	3	45	6.198	0.562	6.243	13.58	2.978	45.41	0.71%	0.91%
	5	60	3.785	0.660	3.921	13.77	5.029	60.03	0.58%	0.07%

表1. 不同控制器所得之模擬結果

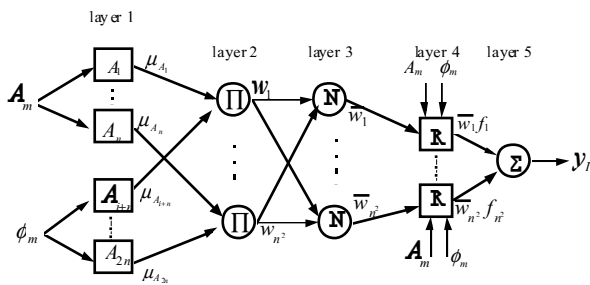


圖 3. 模糊類神經網路之網路架構

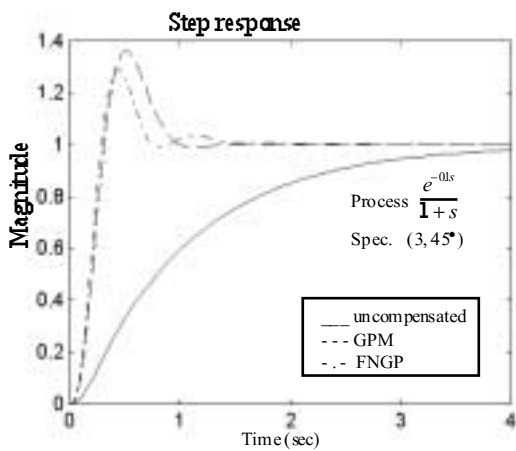


圖 4. 模擬結果 (規格為 3dB, 45°)